Sprache im Geometrieunterricht der Grundschule

Eine qualitative Studie anhand der verbalen Handlungsanleitung zur Herstellung des Kantenmodells eines Würfels in den Jahrgangsstufen 2 bis 4

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Philosophie an der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von

Michaela Wimmer

München – 2007

Als Dissertation genehmigt von
der Fakultät für Psychologie und Pädagogik der
Ludwig-Maximilians-Universität München

Tag der Einreichung: 01.10.2007
Tag der Promotion: 25.01.2008

Berichterstatter: Prof. Dr. Joachim Kahlert
Prof. Dr. Rudolf Fritsch
Prof. Dr. Karl-Heinz Leist

DANKSAGUNG

Die vorliegende Arbeit entstand am Lehrstuhl Didaktik der Mathematik in Zusammenarbeit mit dem Lehrstuhl Grundschuldidaktik im Zeitraum Oktober 2004 bis Juli 2007.

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Dabei gilt mein besonderer Dank an erster Stelle Herrn Prof. Dr. Joachim Kahlert für die Übertragung dieses interessanten Themas und sein damit in mich gesetztes Vertrauen, sowie die Unterstützung meiner Tätigkeit und damit verbunden dem eingeräumten Freiraum in der Durchführung und der Gestaltung meiner Arbeit.

Bei Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. (Univ. Sofia) Dr. h.c. (Univ. Kaliningrad) Rudolf Fritsch bedanke ich mich für die freundliche Übernahme des Koreferates.

Bei Frau Dr. Gisela Studeny bedanke ich mich besondes für zahlreiche gute Ideen und viele konstruktive Diskussionen. Ihre freundliche und offene Art trug wesentlich zu einer kollegialen, freundlichen Atmosphäre und zu einem angenehmen Arbeitsklima bei - ein entscheidender Faktor für das Gelingen der Arbeit.

Schließlich hätte diese Studie nicht ohne die Kooperation mit dem Lehrstuhl Didaktik der Mathematik unter Leitung von Frau Prof. Dr. Kristina Reiss und der Mitarbeit vieler Schülerinnen und Schüler, sowie Lehrerinnen und Lehrer stattfinden können. Allen diesen Menschen bin ich sehr dankbar.

Von ganzem Herzen danken möchte ich an dieser Stelle auch meiner Mutter, meiner Schwester Sonja, meinem Lieblingsschwager und meinem Lebensgefährten Stephan für die Unterstützung.

Inhaltsverzeichnis

1. EINLEITUNG: ENTWICKLUNG DER FRAGESTELLUNG UND AUFBAU DER ARBEIT..... 1

2. THEORETISCHE VORÜBERLEGUNGEN 5

2.1. Bemerkungen zur Fachsprache in der Mathematik 5
2.1.1 Charakteristika mathematischer Fachsprache 6
2.1.1.1. Fachwörter 6
2.1.1.2. Mathematische Symbole 7
2.1.1.3. Semantik 9
2.1.2 Funktionen mathematischer Fachsprache 10
2.1.3 Folgerungen für die Fachsprache im Mathematikunterricht 10
2.2. Die Sprache im Mathematikunterricht 13
2.2.1 Funktion der Sprache im Mathematikunterricht 13
2.2.1.1. Kommunikation 13
2.2.1.2. Darstellung und Bezeichnung 13
2.2.1.3. Erkenntnis- und Wissensbildung 14
2.2.2 Ansprüche an die Rolle der Sprache im Mathematikunterricht 15
2.2.2.1. Aktueller bayerischer Lehrplan für die Grundschule (2000) 15
2.2.2.2. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Beschlüsse der Kultusministerkonferenz Beschluss vom 15.10.2004) 18
2.2.2.3. Folgerungen aus internationalen und regionalen Studien zum Mathematikunterricht in der Grundschule 20
2.2.3 Sprache im Spiegel der Lerntheorien 24
2.2.3.1. Rolle der Sprache in den für die Mathematikdidaktik grundlegenden Lerntheorien 24
2.2.3.2. Rolle der Sprache in der konstruktivistisch ausgerichteten Mathematikdidatik 30
2.2.3.3. Rolle der Sprache nach aktuellem Forschungsstand 32
2.3. Die Rolle der Sprache im Geometrielernprozess 34
2.3.1 Erwerb geometrischer Begriffe 34
2.3.1.1. Allgemeine Aussagen über Begriffsbildung 34
2.3.1.2. Arten geometrischer Begriffe in der Grundschule 36
2.3.1.3. Begriffsbildung im Unterricht 37
2.3.2 Besonderheiten der Verbalisierung im Geometrieunterricht 38
2.3.2.1. Gebrauch der Umgangssprache bzw. Fachsprache bei Kindern 38
2.3.2.2. Kontrast: Umgangssprache – Fachsprache 41
2.3.2.3. Das Problem der begrifflichen Inklusion 41
2.3.3 Schriftliche textliche Eigenproduktionen 41
2.4. Das räumliche Vorstellungsvermögen 45
2.4.1 Strukturkonzepte der Intelligenz 45
2.4.1.1. Thurstones Primärfähigkeiten 45
2.4.1.2. Gardners Modell der menschlichen Intelligenzen 47
2.4.1.3. Das Strukturmodell von Guilford 48
2.4.2 Strukturkonzepte der Raumvorstellung 48
2.4.2.1. Die Drei-Faktoren-Hypothese nach Thurstone 49
2.4.2.2. Die Subfaktoren nach Linn und Petersen 52
2.4.2.3. Die Re-Analyse von Lohman 54
2.4.3 Entwicklung der Raumvorstellung 54
2.4.3.1. Die Stufentheorie nach Stückrath 56
2.4.3.2. Der entwicklungspsychologische Ansatz von Piaget 57
2.4.3.3. Der praxisorientierte Ansatz von Van Hiele 61

3. FORSCHUNGSDESIGN 65

3.1. Forschungsinteresse 65
3.1.1 Anliegen 65
3.1.2 Überlegung zu den Durchführungsmodalitäten 65
3.2. Thema 67
3.2.1 Allgemeine Themenauswahl 67
3.2.2 Themenwahl zum Unterrichtsversuch 68
3.2.3 Mathematischer Hintergrund zum Thema 69
3.3. Organisation des Unterrichtsversuchs 71
3.3.1 Begründung der Klassenauswahl 71
3.3.2 Kooperation mit den Lehrkräften 71
3.3.3 Wahl der Sozialformen 71
3.4. Beschreibung des Unterrichtsversuchs zur schriftlichen Herstellungsanleitung 73
3.4.1 Aufgabenstellung 73
3.4.2 Material zur Herstellung 73
3.4.3 Muster einer korrekten Beschreibung der Herstellung des Kantenmodells 74
3.4.4 Erläuterungen zum nachfolgenden Artikulationsmodell 75
3.4.5 Artikulationsmodell zum geplanten Unterrichtsversuch 77
3.4.6 Unterrichtsmaterial 81
3.4.7 Erwartete Ergebnisse 83
3.5. Beschreibung des Unterrichtsversuchs zur mündlichen Herstellungsanleitung 84
3.5.1 Auswahl der Versuchspersonen und Aufgabenstellung 84
3.5.2 Geplanter Ablauf der mündlichen Sprachaufgabe 84
3.5.3 Erwartete Ergebnisse 85

4. UNTERRICHTSVERSUCH ZUR BEGRIFFSFINDUNG 87

4.1. Unterrichtsversuch in einer 2. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau) ... 88
4.1.1 Klassensituation 88
4.1.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels 88
4.1.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels 91
4.2. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau) ... 94
4.2.1 Klassensituation 94
4.2.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels 95
4.2.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels 97
4.3. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck) 100
4.3.1 Klassensituation 100
4.3.2 Ergebnisse der Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels 100
4.3.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels 103
4.4. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck) 106

4.4.1 Klassensituation 106
4.4.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels 107
4.4.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels 109
4.5. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau) ..112
4.5.1 Klassensituation 112
4.5.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels 113
4.5.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels 115
4.6. Ergebnisse aller Jahrgangsstufen im Vergleich 117
4.6.1 Ergebnisse der notierten Begriffe 117
4.6.2 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe 121
4.6.3 Resumée 124

5. UNTERRICHTSVERSUCH ZUR HERSTELLUNGSANLEITUNG 127

5.1. Vorüberlegungen 127
5.2. Unterrichtsversuch in einer 2. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau) ..130
5.2.1 Herstellungsprozess 130
5.2.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung (Kantenmodell des Würfels) 131
5.2.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt 132
5.2.2.2. Beurteilung nach der Sprache 135
5.2.2.3. Resumee (2. Klasse aus dem Landkreis Dachau) 142
5.2.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung 143
5.3. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau) .146
5.3.1 Herstellungsprozess 146
5.3.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung 148
5.3.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt 148
5.3.2.2. Beurteilung nach der Sprache 151
5.3.2.3. Resumee (3. Klasse aus dem Landkreis Dachau) 158
5.3.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung 160
5.4. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck) 163
5.4.1 Herstellungsprozess 163
5.4.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung (Kantenmodell des Würfels) 164
5.4.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt 164
5.4.2.2. Beurteilung nach der Sprache 167
5.4.2.3. Resumee (3. Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck) 176
5.4.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung 178
5.5. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck) 182
5.5.1 Herstellungsprozess 182
5.5.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung 184
5.5.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt 184
5.5.2.2. Beurteilung nach der Sprache 187

5.5.2.3. Resumee (4. Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck) 196
5.5.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung 197
5.6. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau) ..202
5.6.1 Herstellungsprozess 202
5.6.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung 204
5.6.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt 204
5.6.2.2. Beurteilung nach der Sprache 208
5.6.2.3. Resumee (4. Klasse aus dem Landkreis Dachau) 216
5.6.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung 218

6. ERGEBNISSE 223

6.1. Vergleich der Ergebnisse aller am Versuch beteiligten Klassen 223
6.1.1 Ergebnisse bezüglich der Vorbereitung des benötigten Materials 223
6.1.2 Ergebnisse bezüglich der Vorgehensweisen bei der Herstellung des Kantenmodells 224
6.2. Vergleich der Ergebnisse aller Klassen zur schriftlichen Herstellungsanleitung für das Kantenmodell des Würfels 226
6.2.1 Vergleich bezüglich des Inhalts 226
6.2.2 Vergleich bezüglich der Sprache 230
6.3. Vergleich der mündlichen Herstellungsanleitungen.....235

7. FAZIT UND AUSBLICK 237

ANHANG 1 241

ANHANG 2 245

LITERATURVERZEICHNIS 261

1. Einleitung: Entwicklung der Fragestellung und Aufbau der Arbeit

Bereits seit der Antike ist sich die wissenschaftliche Welt über die bedeutende das Denken unterstützende Rolle der Sprache bewusst. Humboldt drückt dies so aus:

„Die Sprache ist das bildende Organ des Gedanken. Die intellectuelle Thätigkeit, durchaus geistig, durchaus innerlich und gewissermaßen spurlos vorübergehend, wird durch den Laut in die Rede äusserlich und wahrnehmbar für die Sinne. Sie und die Sprache sind daher Eins und unzertrennlich voneinander. Sie ist aber auch in sich an die Notwendigkeit geknüpft, eine Verbindung mit dem Sprachlaute einzugehen, das Denken kann sonst nicht zur Deutlichkeit gelangen, die Vorstellung nicht zum Begriff werden."

(Humboldt, in Winter, 1978, S. 5)

Für die Pädagogik wurde daraus der Schluss gezogen, dass sprachliche Äußerungen sowohl des Lehrers als auch der Kinder für den Lernprozess von größter Wichtigkeit sind. Im vorigen Jahrhundert bekam die Methode des "Sprechdenkens" ihren Namen, sie bedeutete, dass das Kind während der Bearbeitung einer Aufgabe stumm innerlich die Lösungsschritte mitsprach. Besonders für bestimmte Rechentechniken stattete die Lehrkraft die Schüler mit einer begleitenden normierten Sprechweise aus. Aber auch im Leselernprozess und im fächerübergreifenden Anwenden der Lesefähigkeit hat dieses innerliche Lautieren Bedeutung. In neuerer Zeit wird in den Bildungsstandards für alle Schul- und Jahrgangsstufen die Wichtigkeit der Sprache für das Begriffsbilden dadurch demonstriert, dass sie in mehreren Kompetenzbereichen enthalten ist. Für den mathematischen Lernbereich bedenke man etwa die Bedeutung des sprachlichen Ausdrucks innerhalb des Kompetenzbereichs des Kommunizierens und des Argumentierens. Mehr denn je wird von den Didaktikern aller Unterrichtsfächer mündlicher und schriftlicher Ausdruck des Gelernten für immens wichtig gehalten.

"*Wissenserwerb wird unterstützt, wenn Lernende ihr erworbenes Wissen nachfragenden Zuhörern darlegen und sich über Problemlösestrategien austauschen.*" (Kahlert, 2004a, S. 32)

Da im Zuge der heutzutage "veränderten Kindheit" die Erzählkompetenz und der sprachliche Ausdruck der Schülerinnen und Schüler[1] verarmen, hat die Schule die Aufgabe dieser Entwicklung gegen zu steuern und zwar nicht nur um die Kinder auf ein gutes Miteinander im Leben vorzubereiten, sondern weil Sprache Träger der begriffsbildenden Prozesse ist.

Für den Mathematikunterricht gibt es das einigermaßen weitverbreitete Vorurteil, dass in ihm der Lernprozess weniger Sorgfalt im sprachlichen Ausdruck bedürfe, ja sogar in vielen Passagen nonverbal ablaufen könne. Mit diesem Vorurteil haben wissenschaftliche Untersuchungen aufgeräumt (siehe Maier/Schweiger). Auch Bauersfeld spricht von der *„tiefen Verwurzelung des elementaren Rechnens in der Sprache*" (Bauersfeld, 2003, S. 15). Doch für das Teilgebiet Geometrie des Mathematikunterrichts hält sich die Fehlansicht, dass die Mathematik weniger sprachabhängig sei als andere Schulfächer noch weitgehend. Sie

[1] Alle männlichen Personenbezeichnungen in der Dissertation beziehen sich in gleicher Weise auf Frauen und Männer.

wird auch dadurch gestützt, dass man im Geometrieunterricht mit zwei- und dreidimensionalem Anschauungsmaterial teils handelnd, teils zeichnend umgeht, was streckenweise tatsächlich still vor sich gehen kann. Nachhaltigkeit des Erlernten wird jedoch erst durch klare Begrifflichkeit erreicht, es kann somit auch im Geometrieunterricht nicht auf Versprachlichung verzichtet werden.

Möglicherweise handelt es sich bei der Unterschätzung des Sprachlichen für den Geometrieunterricht auch um eine Vermeidungshaltung. Die in der geometrischen Begriffshierarchie nötige logische Strenge und Kenntnis von logischen Schlussregeln macht das Verbalisieren in der Geometrie zu einer schwierigen Sache. Durch möglichstes Aussparen des Sprechens könnte man Fehler und begriffliche Untiefen vermeiden. Allerdings verschenkt man dadurch auch die Gelegenheit zu logischem Training. Die geistige Schulung, die in der Beschäftigung mit der Geometrie erworben wird, wurde bereits im antiken Griechenland erkannt. Der Philosoph Platon ließ über dem Eingang der philosophischen Akademie, in der er ab ca. 385 v. Chr. unterrichtete, die Schrift anbringen:
μηδεις εισιθω αγεομετρικος (medeis eisitho ageometrikos = Niemand der Geometrie Unkundiger möge eintreten.)

Die Bedeutung der Beschäftigung mit Geometrie für die Denkentwicklung des Kindes wurde in neuerer Zeit allgemein erkannt. Aus diesem Grund wird die Geometrie im jüngsten bayrischen Grundschullehrplan aus dem Jahr 2000 als Teilgebiet stärker betont als in den zurückliegenden Lehrplänen. Dies macht sich bereits durch ihre Platzierung in der Gliederung des Mathematiklehrplans bemerkbar. Es ist auch zu erkennen, dass den Kindern in gewissem Umfang zugemutet wird, sich Fachbegriffe anzueignen.

Dies hat die mathematikdidaktische Forschung veranlasst der Frage nachzugehen, wie viel Fachsprache sich im aktiven Wortschatz des Kindes befindet, und auch ob der Umfang der fachsprachlichen Kompetenz vom Alter des Kindes abhängig ist, was wiederum Rückschlüsse auf die Auswirkungen der Sprachpflege im Mathematikunterricht zulassen würde.

Diese Fragestellung nahm ich auf und wählte daraus das Thema meiner Dissertation. Starke Impulse erhielt ich anlässlich der Vorbereitung zur zweistündigen großen Vorlesung, „Didaktik und Methodik der Geometrie in der Grundschule", welche mir vom Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik der Ludwig-Maximilians-Universität München übertragen wurde. Bei der Vorbereitung zu dieser Vorlesung befasste ich mich u.a. auch mit den Untersuchungen von Prof. Marianne Franke. Eine davon zeigt beeindruckend wie sprachschöpferisch das sehr junge Kind ist, wenn es darum geht allen möglichen Körperformen Namen zu geben. Nur selten stimmten die erfundenen Bezeichnungen mit den Fachbezeichnungen überein, wirkten trotzdem wegen der anschaulichen Analogien recht treffend. Ich wollte mich stärker auf das Verhältnis von Umgangssprache zu Fachsprache in aktiven Sprechsituationen der Grundschüler konzentrieren.

Das von Marianne Franke gewählte Forschungsvorgehen, nämlich zu real vor den Kindern liegenden Körpern Bezeichnungen finden zu lassen, übernahm ich für den ersten Teil meiner Untersuchung. Da ich am Anteil der Fachsprache an der im Unterricht eingesetzten Kommunikation des Kindes interessiert war, wählte ich ein Objekt für das die Umgangssprache höchstens gute Beschreibungen hat, wohingegen in der Fachsprache, wie

sie auch im Lehrplan der bayerischen Grundschule verlangt wird, der feststehende Begriff Kantenmodell zu gebrauchen ist. Durch diese Wahl des zu bezeichnenden Objekts versprach ich mir geeignete Trennschärfe der Erhebung.

Das Vorgehen, Bezeichnungen für ein geeignetes Objekt zu finden, welches bei Franke überwiegt, eignet sich zur Erforschung des Anteils an Fachsprache für sog. Objektbegriffe der Mathematik. Für den weitaus größeren Anteil an der mathematischen Fachsprache, den relationalen Begriffen, genügt es dagegen nicht nur einen Gegenstand zu zeigen. Deshalb gestaltete ich das Forschungsvorgehen so, dass das Kind eine Abfolge von geometrischen Tätigkeiten beschreiben soll. Wenn diese Beschreibung an vom Kind selbst durchgeführte Tätigkeiten anschließt, erscheint dem Kind die Versprachlichung sinnvoll, was sich auf den Gehalt des Forschungsergebnisses positiv auswirkt. Für stark motivierend hielt ich das Beschreiben des Herstellungsvorgangs für ein Papiermodell. Zur Objektivierung der Ergebnisse erhob ich die kindlichen Äußerungen schriftlich aber zusätzlich auch mündlich. Da man davon ausgehen wird, dass die allgemeine Sprachkompetenz des Schulkindes mit seinem Alter wächst, erwartet man auch eine Steigerung des fachsprachlichen Vermögens. Um diesen Zusammenhang zu erforschen führte ich die Erhebungen in den Klassenstufen zwei, drei und vier durch und wertete die Ergebnisse auch vergleichend nach dem Alter der Schüler aus. Eine Hinzunahme der Jahrgangsstufe eins erschien nicht sinnvoll, da in bayerischen Grundschulen nach dem derzeitigen Lehrplan keine räumlichen Körper behandelt werden, auch wäre eine Verschriftlichung des Herstellungsvorgangs für das Papiermodell für Schüler der ersten Jahrgangsstufe größtenteils eine zu hohe Anforderung.

Meine Arbeit gliedert sich in theoretische Vorüberlegungen, Vorstellung des Forschungsdesigns, Beschreibung und Auswertung der Unterrichtsversuche sowie Darstellung der Ergebnisse. [2]

In dem Teil der theoretischen Vorüberlegungen, der sich mit Sprache auseinandersetzt, werden wichtige Kriterien mathematischer Fachsprache vorgestellt wie sie in der Mathematikdidaktik auf dem Hintergrund sprachwissenschaftlicher Überlegungen aufgestellt wurden. Dabei zeigt sich, dass die mathematische Fachsprache wie jede andere den Vorteil bietet, dass die Kenner dieser Sprache präziser und kräfte- wie auch zeitsparender miteinander kommunizieren können. Für den Unterricht, also für den Schüler wie auch den Lehrer, erhebt sich allerdings die Frage nach dem Ausgleich zwischen aufgewendeter Mühe, sich die Fachsprache anzueignen, und der durch die Fachsprachverwendung eingesparten Arbeitsenergie. Der folgende Punkt geht deshalb auf die Sprache im Mathematikunterricht ein, behandelt z.B. deren Funktionen für das Lernen und befasst sich mit den Ansprüchen an sie von Seiten der Gesellschaft und bildungspolitisch wirkenden Institutionen. Die Betonung der Rolle der Sprache im Mathematikunterricht erfährt außerdem ihre Begründung aus den Lerntheorien. Deshalb wird auf diese bezugnehmend eingegangen. Speziell für den Geometrieunterricht wird anschließend ausgebreitet, wie viel Fachsprache in den Unterricht für den Erwerb von geometrischen Begriffen einzubringen ist und welche besonderen Schwierigkeiten die Verbalisierungen geometrischer Sachverhalte dem Kind abverlangen. Da

[2] Bei der Nummerierung der Abbildungen und Tabellen geben die fett gedruckten Zahlen das Kapitel an, die normal gedruckten die numerische Abfolge der Abbildungen und Tabellen innerhalb des Kapitels.

diese Verbalisierungen auch schriftlich geschehen wird auch das methodische Mittel der textlichen Eigenproduktionen thematisiert. Solche kleinen "Aufsätze" trifft man mehr und mehr in den Schulen an.

Befasst man sich forschend mit Sprache im Geometrieunterricht sollte man sich der Wichtigkeit des Intelligenzfaktors räumliches Vorstellungsvermögen bewusst sein. Aus diesem Grund werden im zweiten Kapitel (den theoretischen Vorüberlegungen) die wichtigsten Teilkomponenten dieses Intelligenzfaktors vorgestellt.

Mit Kapitel drei, der genauen Beschreibung des Forschungsdesigns meiner Untersuchung, beginnt der Praxisteil der Arbeit. Darauf folgend (Kapitel vier) wird zunächst der erste Teil des Unterrichtsversuchs detailliert berichtet, in dem es darum geht zu untersuchen, welche Bezeichnung die Schüler für das Kantenmodell des Würfels von sich aus wählen. Damit wird der Frage nachgegangen, ob die Schüler die fachsprachliche Bezeichnung assimiliert haben. Das fünfte Kapitel, welches den Schwerpunkt der Arbeit darstellt, beschäftigt sich mit dem Unterrichtsversuch zur Beschreibung der Herstellungsanleitung des Kantenmodells. In fünf Klassen (eine aus Jahrgangsstufe zwei, zwei Klassen der Jahrgangsstufe drei und zwei Klassen der Jahrgangsstufe vier) wurde eine Erhebung hinsichtlich der in den Beschreibungen verwendeten Sprache durchgeführt. Die erhobenen Daten wurden klassenweise analysiert. Die sich ergebenden Statistiken sind durchaus aussagekräftig, was die Sprachkompetenz von Grundschülern bzgl. des Wortschatzes zu relationalen mathematischen Begriffen betrifft. Die in die Arbeit übernommenen Beispiele von individuellen Eigenproduktionen der Schüler bieten dem Pädagogen einen Einblick in den phantasievollen Umgang mit Sprache. Im folgenden Kapitel sechs werden die Ergebnisse über alle beteiligten Schüler aller fünf Klassen verglichen, wodurch sich Folgerungen zur Altersabhängigkeit der geometrischen Sprachkompetenz anstellen lassen. Folgerungen aus den Analysen und Ergebnissen verdichten sich in Kapitel sieben zu einem Ausblick.

2. Theoretische Vorüberlegungen

2.1. Bemerkungen zur Fachsprache in der Mathematik

Im Lexikon der Sprachwissenschaft wird Fachsprache als *„sprachliche Varietät mit der Funktion einer präzisen, effektiven Kommunikation über meist berufsspezifische Sachbereiche und Tätigkeitsfelder*" definiert. Nach Bußmann ist die Funktion der Fachsprache die Fachkommunikation zu verbessern. Eines der wichtigsten Merkmale der Fachsprache ist der *„differenziert ausgebaute und zum Teil terminologisch normierte Fachwortschatz*". (Bußmann, 2002, S. 211)

Die Mathematikdidaktikerin Schmidt-Thieme versteht darunter „*besondere Sprechweisen, Sprachvarianten des Deutschen, die in bestimmten Berufsgruppen gebraucht und ausgebildet werden.*" (Schmidt-Thieme, 2003, S. 43)

Der Germanistiker von Hahn stellte fünf prinzipielle Möglichkeiten einer Definition auf:

- *„Durch sprachsystematische Abgrenzung:*

Fachsprache ist eine Variante, die durch alternative Ausdrucksweisen neben der Gemeinsprache steht

- *Durch Auswahl bestimmter Oberflächen:*

Fachsprache ist eine Subsprache, d.h. eine spezifische Auswahl der sprachlichen Ausdrucksmöglichkeiten, die man durch Aufzählung der Regeln oder des lexikalischen Inventars abgrenzen kann

- *Durch inhaltliche Festlegung:*

Fachsprache ist die Sprache zum Ausdruck bestimmter Fachinhalte

- *Durch spezifische Eigenschaften ihrer Sprecher:*

Fachsprache ist die Sprache von Berufstätigen

- *Durch eine bestimmte Kommunikationsfunktion:*

Neben der poetischen oder der sozialen hat die Sprache auch die fachliche Kommunikationsfunktion, für die sie besondere Mittel bereitstellt

Die mit Fachsprache sich befassenden Systematisierungen sind bei Hahn in folgendem Diagramm angeordnet:

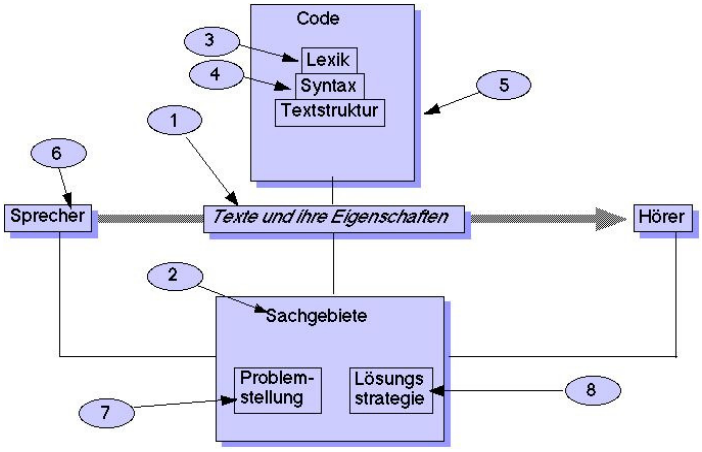


*Abbildung **2.1**.1: Fachsprache im Kommunikationsmodell*

(http://nats-www.informatik.uni-hamburg.de/~vhahn/German/Fachsprache/vHahn/vHahn.html)

„Fachsprachliche Definitionen lassen sich in einem Kommunikationsmodell gut mithilfe der Objekte charakterisieren. Die Zahlen 1-8 geben eine historische Reihenfolge der Forschungsparadigmen an." (Hahn, 1999)

Einige der im oben wiedergegebenen Diagramm hervorgehobenen Punkte werden in diesem Kapitel auf Schulmathematik angewandt.

Zunächst wird in Kapitel 2.1.1 die Art und Entstehung von Fachwörtern, die Systematik der mathematischen Symbole, sowie die Besonderheiten der Semantik erörtert. Mit den Funktionen mathematischer Fachsprache beschäftigt sich Abschnitt 2.1.2. Dabei zeigen sich mögliche Folgerungen für die Unterrichtspraxis im Fach Mathematik, um einer Überforderung der Schüler bzgl. der Fachsprache entgegen zu wirken. (2.1.3).

2.1.1 Charakteristika mathematischer Fachsprache

2.1.1.1. Fachwörter

Die mathematische Sprache benützt Fachausdrücke unterschiedlichen Charakters:

Es gibt Wörter, die in der Umgangssprache nicht vorkommen (wie z.B. Parallelogramm), Wörter, die auch in der Alltagssprache in gleicher oder ähnlicher Bedeutung vorkommen (wie z.B. Quadrat, Dreieck, spitzer Winkel), sowie Lexeme der Alltagssprache in einer, von der dort üblichen abweichenden Bedeutung, wobei man bei näherer Analyse oft auf eine gemeinsame Herkunft stößt.

Arten von Fachwörtern

Substantive kommen als Bezeichnungen für mathematische Objekte vor (wie z.B. Körper, Polyeder). Vielfach erfolgt eine Bezeichnung der Objekte, die anschaulichen Gegenständen entsprechen (wie z.B. Kreis, Dreieck). Es werden Klassen gebildet (Dreiecke und Vierecke sind Beispiele für Vielecke).

Adjektive bezeichnen Eigenschaften mathematischer Objekte (wie z.B. rechtwinklig). In semantischer Hinsicht wird zwischen relativen (wie z.B. klein) und absoluten (wie z.B. rechtwinkelig) Adjektiven unterschieden (z.B.: denn ein kleiner Elefant ist vielleicht kleiner als die ausgewachsenen Elefanten, aber immer noch größer als eine Fliege).

Verben bezeichnen mathematische Handlungen (wie z.B. spiegeln, verlängern). Die Klassifizierung in der Linguistik erfolgt semantisch nach Handlung, Vorgang und Zustand. Bei Handlungsverben handelt das Subjekt und regiert meist ein Objekt. Sie werden meist metasprachlich verwendet (wie z.B. wir konstruieren). Bei der fachsprachlichen Verwendung geht man nämlich davon aus, dass die mathematischen Objekte selbst handeln (wie z.B. die Gerade schneidet das Quadrat). Die Unterteilung in Vorgangsverben (wie z.B. wachsen) und Zustandsverben (stehen) ist nicht scharf trennbar und zudem abhängig vom Kontext.

Die Einteilung der **Zahlwörter** erfolgt in zwei Klassen, die Grundzahlwörter und die abgeleiteten Zahlwörter. Erstere bezeichnen die Zahlwörter, die zum Zählen benützt werden (wie z.B. eins, zwei, drei), zweitere werden zwar auch zum Zählen benützt, aber in besonderen Zusammenhängen (wie z.B. Ordnungszahlwörter zur Angabe eines Ranges: der achte Platz; Verteilungszahlwörter: zu viert, je sechs; Vervielfältigungszahlwörter: fünfmal, zehnfach; Bruchzahlwörter: ein Viertel). Es können Überlappungen auftreten.

Ausdrücke für Beziehungen zwischen mathematischen Objekten (wie z.B. achsensymmetrisch zu) sind sprachlich gesehen statische Verben, die jedoch meist in einem Syntagma der Art „Adjektiv und Verb" ausgedrückt werden.

Spezielle Entstehungsprozesse von Fachwörtern

Die drei häufigsten Arten von Wortbildungsprozessen in der mathematischen Sprache sind die Wortzusammensetzung (die sog. Komposition), die Entwicklung (die sog. Derivation) und die Modifikation.

Die Wortzusammensetzung erfolgt entweder aus zwei Substantiven (wie z.B. Pyramidenstumpf), aus Adjektiv und Substantiv (wie z.B. Obermenge), aus zwei Adjektiven (wie z.B. gleichmäßig stetig), aus zwei Verben (wie z.B. drehstrecken) oder einem Substantiv und einem Verb (wie z.B. Wurzel ziehen).

Bei der Wortableitung wird das Substantiv entweder von einem Verb abgeleitet (wie z.B. Multiplikation von multiplizieren) oder von einem Adjektiv (wie z.B. Ebene von eben). Adjektive können aus Substantiven (wie z.B. rechtwinklig) oder aus Verben (wie z.B. differenzierbar) abgeleitet werden. Viele Fachwörter stammen aus anderen Sprachen (wie z.B. Subtraktion aus dem Lateinischen).

Die Modifikation wird bei Substantiven meist mittels Affixen durchgeführt (wie z.B. Ellipsoid). Bei Adjektiven werden Vor- oder Nachsilben angehängt (wie z.B. ungerade), bei Verben meist Vorsilben (wie z.B. ausklammern).

Besondere Modifikationen sind Abkürzungen (wie z.B. sin). (Maier/Schweiger, 1999, S. 29-33)

2.1.1.2. Mathematische Symbole

Wenn Sprache grundsätzlich ein Symbolsystem darstellt, so kommt in der mathematischen Fachsprache noch ein spezielles Symbolsystem hinzu.

„Konstanten sind Symbole, denen eine feste Bedeutung zugeordnet ist; d.h. sie stehen für best. Objekte bzw. Objektklassen, Eigenschaften, Handlungen oder Beziehungen. Man kann sie daher auch als Namen auffassen."(Maier/Schweiger, 1999, S. 39)

In nachfolgender Tabelle seien einige Beispiele für mathematische Symbole vorgestellt:

Symbol	**gesprochen als**
3	drei
3,05	drei-Komma-null-fünf
π	pi
≤	ist kleiner gleich als
Σ	Summe…
⅝	fünf Achtel
√	Wurzel aus…
+	plus
∫	Integral

*Tabelle **2.1.1.2**.1: Symbole und ihre Artikulation*

"Variablen sind Zeichen ohne selbstständige Bedeutung. Sie stehen nicht für bestimmte Objekte, Eigenschaften, Handlungen oder Beziehungen. Vielmehr sind sie einem Grund- oder

Einsatzbereich (einer Grundmenge) von Objekten zugeordnet, dessen Elemente bei passender Gelegenheit an ihre Stelle gesetzt werden können. Somit können Variablen als Platzhalter für die Elemente einer Menge (bzw. einer Klasse) aufgefasst werden. (…) Als Zeichen für Variablen benutzt man zumeist Buchstaben des lateinischen, gotischen oder griechischen Alphabets, seltener auch andere grafische Zeichen." (Maier/Schweiger, 1999, S. 40)

Der Gebrauch von Symbolen beschränkt sich nicht nur auf einzelne Zeichen, sondern aus Kombinationen dieser Zeichen zu neuen Zeichen.

Zur Unterscheidung verschiedener Objekte oder –klassen werden tiefgestellte Zeichen oder Buchstaben (wie z.B. a_2), sowie andere Formen der Indizierung zur Unterscheidung (wie z.B. a') verwendet. Zur Abkürzung von Produkten gleicher Faktoren bzw. zur Darstellung von Potenzen werden hochgestellte Zahlzeichen oder Buchstaben benützt (wie z.B. a^5, x^m, r^{-3}).

Nach Pimm (1987) werden in der Mathematik zur Bildung neuer Symbole u.a. auch die Darstellungsmittel Reihenfolge (wie z.B. 17 ist verschieden von 71), Position (wie z.B. 23 ist verschieden von 2^3), relative Größe (wie z.B. Indizes und Hochzahlen werden meist etwas kleiner geschrieben), Orientierung (wie z.B. ≤ ist verschieden von ≥) sowie Wiederholung (wie z.B. f´(x) steht für die erste Ableitung, f``(x) steht für die 2. Ableitung e. Funktion) verwendet.

Dormolen (1978) klassifiziert mathematische Symbole in visuelle und verbal-algebraische. Den Unterschied charakterisiert er folgendermaßen:

visuelle Symbole **z. B. geometrische Zeichnungen und Diagramme**	**verbal-algebraische Symbole** **z. B. Terme und Gleichungen**
heben räumliche Eigenschaften hervor	betonen nicht-räumliche Eigenschaften
sind schwer übertragbar	sind leichter übertragbar
wirken zusammenfassend, wodurch die Struktur sichtbar wird	wirken analysierend, wodurch Details betont werden
relevante Information erfolgt gleichzeitig	relevante Information wird zeitlich nacheinander gegeben
fördern intuitives Denken	fördern logisch-deduktives Denken

*Tabelle **2.1.1.2**.2: Visuelle und verbal-algebraische Symbole*

(Dormolen, 1978, S. 67)

In der Mathematik ist die Bereitschaft, sich an Konventionen zu halten und v.a. gewisse Grundsätze bei der Symbolwahl zu beachten recht groß, da eine einheitliche Symbolik auch das Gedächtnis entlastet.

Beispiele für weit verbreitete Festlegungen sind u.a. die Verwendung der Relationszeichen (wie z.B. <, >, ≥, ≤, =), die Bedeutung der Operationszeichen (wie z.B. +, -, :), die Verwendung von Kleinbuchstaben als Variablen für Zahlen, die Verwendung von Großbuchstaben für geometrische Punkte, der Buchstaben g und h für Geraden und

griechischen Buchstaben für Winkel(größen) sowie die Verwendung der Zeichen ∥ für parallel, ⊥ für senkrecht bzw. ≡ für identisch.

Bei der Bezeichnung für „Unbekannte" (wie z.B. x, y, z oder x_1 , x_2 , x_3) spielt die **Serialisierung** eine wichtige Rolle. Doch auch bei der Wortbildung ist sie bedeutsam (wie z.B. Dreieck, Viereck, Fünfeck, …, n-Eck).

Vorteile der Serialisierung sind, dass sie das Gedächtnis entlastet, da sie auf vorgeformte Reihenbildungen zurückgreift und dass sie die Lesbarkeit eines Textes erhöht, indem sie semantische Konfigurationen schafft, die die Interpretation nachfolgender Textteile erleichtern können.

In der Regel gibt es keine Mischung der verschiedenen Alphabete oder Typen. Gleichartige Objekte würden also z.B. nicht mit x^1, x_2, ... oder x, Y, … nummeriert werden. Die **alphabetische Korrespondenz** zeigt sich am Beispiel des Dreiecks (wie z.B. die Bezeichnung der Eckpunkte mit A, B, C, die gegenüberliegenden Seiten mit a, b, c, und die Winkel mit α, β, γ).

Eine besondere Form der Korrespondenz ist die **Symmetrie**, wie sie z.B. bei der Verwendung von Klammern auftaucht: (…), […], {…}. Die Mischung von Klammern wirkt störend, das Fehlen einer Klammer ebenso, obwohl das Schließen einer Klammer nur bedingt notwendig ist.

Ein weiteres Merkmal bei der Bildung von Symbolsystemen ist die **Konfiguralität**. Ein Beispiel hierfür ist die zentrische Streckung: Führt man diese mit dem Faktor σ durch, so verändern sich Längen um den Faktor $\sigma = \sigma^1$, Flächeninhalte um σ^2 und Rauminhalte um σ^3. Die Exponenten $^{1,\ 2,\ 3}$ entsprechen den anschaulichen Dimensionen der Objekte, denn Strecken sind eindimensional, Flächen zweidimensional und Körper dreidimensional. (Maier/ Schweiger, 1999, S. 39-47)

2.1.1.3. Semantik

Polysemie

Polysemie (von griechisch poly „viel" und sema „Zeichen") bezeichnet die durch unterschiedlichen Gebrauch herausgebildete Mehrdeutigkeit von Wörtern. Polyseme haben mehrere Bedeutungen, die untereinander ähnlich sind, was in vielen Fällen auf eine gemeinsame etymologische Wurzel zurückzuführen ist. Ist dies bei mehrdeutigen Wörtern nicht der Fall, so liegt stattdessen Homonymie vor. Als homonym gelten Wörter, deren Bedeutungen so verschieden sind, dass zwischen ihnen keine Ähnlichkeit zu erkennen ist. Eine eindeutige Abgrenzung zwischen Polysemie und Homonymie ist allerdings nicht immer möglich.

Ein Beispiel für Polysemie ist das Wort Körper: In der Algebra heißt es „Die rationalen Zahlen bilden einen Körper.", in der Geometrie „Die Kugel ist ein konvexer Körper." Bei der Übersetzung in andere Sprachen wird dabei die Polysemie offenkundig. Ins Englische übersetzt heißt der geometrische Begriff "body", der algebraische "field".

Ein weiteres Beispiel ist das Wort plus bzw. das Symbol +: Meist ist damit die Addition zweier Zahlen oder Vektoren gemeint, wobei es auch durch das Wort und ersetzt werden kann. Ein Beispiel hierfür ist die Aufgabe 2+3=5, die gesprochen werden kann als zwei plus

drei ist fünf. Das Wort plus bezeichnet aber auch die Eigenschaft eine positive Zahl zu sein, wie z.B. +3>0, das plus drei ist größer als Null gesprochen wird.

Die Umkehrung zum homonymen Wortgebrauch ist der synonyme Wortgebrauch, d.h. gleiche Begriffe können in unterschiedlicher Weise bezeichnet werden (z.B. Rhombus und Raute bezeichnen denselben Typ eines Vierecks bzw. Rauminhalt und Volumen). (Maier/ Schweiger, 1999, S. 56-59)

Die Verwendung von Metaphern

Die bildliche Übertragung eines Wortes auf einen Begriff außerhalb der üblichen Bedeutung bezeichnet man als Metapher. PIMM unterscheidet zwischen außermathematischen und strukturellen Metaphern: Bei außermathematischen Metaphern erfolgt die „Erklärung" der mathematischen Begriffe durch Begriffe der Alltagssprache (wie z.B. eine Funktion verschwindet in einem Punkt…), bei strukturellen Metaphern erfolgt die „Erklärung" neuer mathematischer Begriffe durch schon bekannte mathematische Begriffe (wie z.B. Steigung einer Kurve). Der Aufbau geeigneter Prototypen ist für den Erwerb von Begriffen äußerst wichtig. Doch Prototypen dürfen nicht hinderlich werden: Viele Kinder erkennen ein Quadrat nur in einer bestimmten Lage. Auch die umgangssprachliche Verwendung kann störend wirken: Ein Quadrat ist umgangssprachlich kein Rechteck.

2.1.2 Funktionen mathematischer Fachsprache

Fachsprache, natürlich auch die mathematische, soll eine Maximierung der Verständlichkeit mathematischer Argumente gewährleisten und somit zu einem Erkenntnisgewinn führen.

Der Bedeutungsüberschuss, den die Worte und Sätze der Umgangssprache mit sich tragen, soll vermieden werden. Möglichst exakt und eindeutig soll die Darstellung des mathematischen Gegenstandes erfolgen.

Die Formalisierung von Sprache wird durch den Gebrauch von Symbolen ermöglicht und gestattet somit einen operativen mechanischen Umgang mit Informationen.

Weitere Funktionen sind die Vereinfachung der Kommunikation und die Verdichtung des Informationstransportes (z.B. „Bestimme die Länge der Hypotenuse in $\blacktriangle_{ABC}$." Anstatt „Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit den Eckpunkten ABC. Bestimme die Länge der Strecke gegenüber des rechten Winkels!")

Mit Hilfe der Fachsprache kann mathematisches Wissen strukturiert dargestellt und hierarchisiert werden. Mit Hilfe von Strukturgefügen wie „Definition – Satz – Beweis" können Relationen und Implikationen erfasst werden. (Leuders, 2003, S. 61)

2.1.3 Folgerungen für die Fachsprache im Mathematikunterricht

Im Mathematikunterricht sollte bei der Einführung von Ausdrücken und Symbolen der Fachsprache darauf geachtet werden, dass diese nicht nur unwesentliche Exaktifizierungen von bereits eingeführten Wörtern sind. Die Fachdidaktik fordert heute besonders eine Reduzierung des Fachvokabulars.

Nachfolgendes Beispiel zeigt, dass mathematische Sachverhalte auch mit weniger Fachsprache korrekt präsentiert werden können, wobei (1.) in der knappsten fachsprachlichen Form gegeben ist und (2.) die längere, mit umgangssprachlichen Elementen ausgestattete Form bietet: (Leuders, 2003, S. 72)

1. $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, $x_2 \neq x_1$ bzw. $\Delta x \neq 0$ bezeichnet die Steigung einer linearen Funktion.
   Für zwei Geraden g_1 und g_2 mit $g_i : y = m_i x + b_i$, $i = 1,2$ gilt: $g_1 \parallel g_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$
   Ich habe zwei Punkte $A\,(x_1; x_2)$ und $B\,(y_1; y_2)$ auf dem Graphen einer linearen Funktion.
2. *Zum Beispiel A (10; 11) und B (30; 13). A kann zum Beispiel bedeuten, dass 10 Telefoneinheiten Kosten von 11 Euro verursachen und B gibt das Verhältnis von 30 Einheiten zu 13 Euro an. Die lineare Funktion beschreibt mir die Entwicklung des Preises, abhängig von den Einheiten.*
   Ich erhalte die Steigung der linearen Funktion, wenn ich die Differenz der y-Koordinaten durch die Differenz der x-Koordinaten teile.
   In meinem Beispiel (13 – 11) : (30 – 10). So erhalte ich 0,1. Das bedeutet, dass mit jeder Einheit die Kosten um 0,1 Euro steigen, oder anders ausgedrückt: Jede Einheit kostet 10 Cent.
   Parallele Geraden haben dieselbe Steigung.
   Die Graphen zweier Telefontarife, in denen die Einheiten gleich viel kosten, verlaufen parallel. Das bedeutet, dass bei unterschiedlichen Grundgebühren ein Tarif immer, das heißt egal, wie viel ich telefoniere, gleich viel teurer ist.

Leuders kommt bzgl. des Vergleichs der beiden sprachlichen Formen zu folgendem Schluss:

"Die erste Darstellung ist kürzer, prägnanter und stellt Mathematik als fertiges Produkt dar. Die zweite Erklärung hingegen setzt die Mathematik ins alltägliche Leben mit der Sprache des alltäglichen Lebens. (…)Die Verdichtung von Informationen bei gleichzeitiger Reduzierung an Bedeutung durch Fach- und Zeichensprache hinsichtlich der strukturellen Darstellung, der Eindeutigkeit und der Präzision von Mathematik bringt Vorteile in Bezug auf Prägnanz, Kürze und Strenge mit sich. Die bloße Verwendung von Symbolen, Termen und Regeln ohne Kontext reduziert die Mathematik jedoch auf ein Formelgerüst. Insofern scheinen Exaktheit und Verständlichkeit zwei nicht notwendig miteinander im Einklang stehende Intentionen von Fachsprache zu sein, wenigstens aus der Perspektive der regulären Mathematik. Will Schulmathematik mehr als ein System aus Rezepten und Regeln sein, darf man sich nicht dem Postulat der Eindeutigkeit und Exaktheit mathematischer Fachsprache in Gestalt der Darbietung verschreiben." (Leuders, 2003, S. 72/73)

Auch mathematisches Fachvokabular zu erwerben erfordert Anstrengung vom Lernenden vergleichbar mit dem Erwerb einer Fremdsprache. Um ein nachhaltiges Aneignen zu gewährleisten muss auf einen häufigen Gebrauch der Redewendungen geachtet werden. Die Fremdsprachendidaktik nennt dieses Prinzip „Permanenz der Nutzung". Je motivierter der Lernende ist, desto besser sind die Lernergebnisse. Die mathematische „Fremdsprache" kann dabei nicht von den gleichen Motivationseffekten wie es das Fremdsprachenlernen aufweist zehren, sondern lediglich davon, dass die neu eingeführten Ausdrücke und Symbole zur Vereinfachung der Kommunikation beitragen. Letzteres dem Schüler erlebbar zu machen ist für die Mathematik kein einfaches Unterfangen. Ein besonderes Problem der mathematischen

Fachsprache und Symbolik kommt auch daher, dass die Ausdrücke und Symbole unter Umständen mehrere Bedeutungen haben können, je nachdem in welchem Kontext sie verwendet werden. Da der Wissende beim Gebrauch der mathematischen Fachsprache üblicherweise keine ausführlichen Hinweise auf den Kontext gibt (dies würde den Vorteil der Kürze des fachsprachlichen Eindrucks ja wieder zerstören), ist der Schüler durch diese Polysemie der mathematischen Symbole häufig überfordert.

Bei der aktiven Anwendung der mathematischen Fachsprache muss sich der Schüler auch häufig einer speziellen „Grammatik" bedienen. Der Lehrer ist im Unterrichtsgespräch versucht Wendungen des Schülers, die nicht die korrekte mathematische „Grammatik" benützen zu verbessern, was die Kommunikation insgesamt wenig erfreulich erscheinen lässt. Letzteres verschlechtert wiederum die Aufnahme der mathematischen Fachsprache durch den Schüler.

2.2. Die Sprache im Mathematikunterricht

Ging es im vorangegangenen Kapitel um mathematische Fachsprache, deren Charakteristika und Funktionen, so soll im dritten Kapitel Sprache im Mathematikunterricht betrachtet werden. Zu Beginn werden die verschiedenartigen Aufgaben der Sprache im Mathematikunterricht aufgeführt (2.2.1). Sodann werden Lehrplan, Bildungsstandards und Verlautbarungen, u.a. TIMSS, IGLU. etc., zur Rolle der Sprache im Fach Mathematik untersucht (2.2.2). Den Abschlusss dieses Kapitels bilden die Aussagen namhafter Mathematikdidaktiker und Psychologen bzgl. Sprache im Mathematikunterricht.

2.2.1 Funktion der Sprache im Mathematikunterricht

2.2.1.1. Kommunikation

Sieht man als Funktion der Sprache die Kommunikation an, so besteht diese im Übermitteln von Information, von Handlungsaufforderungen und auch von Stimmungen.

Neben anderen Formen der Kommunikation, wie z.B. in Bildern oder Handlungen ist Sprache ein Mittel zur Übermittlung von Informationen. Diese Informationen werden bei jedem Sprech-/ Schreibvorgang durch den Sprecher/Schreiber in der Sprache kodiert und müssen durch den Hörer/Leser dekodiert werden. Kodierung und Dekodierung geschehen auf je individueller Wissensbasis und Erfahrung.

Lehrern und Schülern ist das Wort „Würfel" geläufig, doch jeder verbindet damit eigene Assoziationen, die er bei Rezeption oder Produktion des Wortes unwillkürlich aufruft.

Zudem handelt man mit jedem Sprechen. Wir sprechen nicht einfach so, sondern verfolgen mit jedem Sprechen eine gewisse Absicht oder wollen eine bestimmte Wirkung erzielen.

Handlungen erreicht man in der Regel durch Aufforderungssätze, wie z.B. „Berechne!"

Aber auch in Fragen können Handlungsaufforderungen stecken, z.B. „Wie viel ist 3+8?" Es entspricht der Sozialisation, die das Kind im Mathematikunterricht erfährt, dass es zur Beantwortung der Frage sich aufgefordert fühlt, den Wert des Termes 3+8 auszurechnen.

Sogar in Aussagesätzen können Handlungsaufforderungen versteckt sein, z.B. „Auf einem Tisch stehen 3 Teller. In jedem Teller liegen 4 Äpfel." Das im Multiplikationsbegriff unterwiesene Kind erkennt in der Situationsbeschreibung eine Veranschaulichung von 3x4 wieder und errechnet das Ergebnis.

Sprechen und Sprache sagen viel über den Sprecher aus (seine Stimmung, seinen Anspruch, seine Interpretation der Situation). (Schmidt-Thieme, 2003, 53, S. 41/42)

2.2.1.2. Darstellung und Bezeichnung

Ein Wort besteht immer aus Ausdruck und Inhalt bzw. Begriff und Bezeichnung, eine Verbindung, die bei jedem Menschen im Gehirn vollzogen oder gespeichert wird. Der Mensch kann so das Wort und mit ihm die Sprache zur Darstellung der Welt, von Sachverhalten oder seinen Gefühlen und Gedanken benützen. Der Mitteilende will verstanden werden. Das heißt, die Bedeutung eines Wortes sollte in einer gewissen Kommunität, wie z.B. einer Schulklasse,

für alle Individuen annähernd die Gleiche sein. Dies erfordert Absprache, Vereinbarungen, einen Einigungsprozess, welcher bei den Beteiligten den Willen zum Bedeutungsabgleich voraussetzt. Dass dies kein selbstverständlicher Vorgang ist, belegen Erhebungen der Soziologie und der Sozialpsychologie. Ziel der Lehrkraft ist es, dass das Kind die Bezeichnungen so besitzt und benützt, dass es reibungslos an der Kommunikation in umfassenden sozialen Systemen wie z.B. die Sekundarstufe des Gymnasiums teilnehmen kann. Das junge Kind sieht das anders: Es ist möglicherweise mit seiner Wortschöpfung, die es an Stelle der Fachbezeichnung erfunden hat, durchaus zufrieden. Es selbst versteht ja die Bedeutung und teilt sie nach Absprache mit den Gleichaltrigen möglicherweise auch mit der ganzen Klasse oder Jahrgangsstufe. Der Prozess, der zur Bedeutungsgleichheit in den Bezeichnungen des aktiven Wortschatzes führt, ist somit nicht von vorne herein selbstregulierend.

Aus oben Genanntem ist zu verstehen, dass der bayerische Lehrplan für die Grundschule wie auch Lehrpläne anderer Bundesländer das Erlernen gewisser Bezeichnungen als Ziele des Unterrichts bindend vorschreiben. In der ersten Jahrganggstufe wird in der Geometrie das Erlernen der Fachbegriffe Viereck, Rechteck, Quadrat, Dreieck und Kreis bzw. *Drachen und Raute vorgeschrieben, in Jahrgangsstufe zwei Würfel, Quader, Kugel, Ecke, Kante, und Fläche bzw. in Jahrgangsstufe 3 Zylinder, Pyramide, Kegel, rechter Winkel, Symmetrieachse, symmetrisch und deckungsleich. Nur in Jahrgangsstufe 4 werden in Geometrie explizit keine neuen Fachbegfriffe mehr aufgeführt.

Neben diesen Bezeichnungen für mathematische Objekte wird vom Grundschüler auch erwartet Fachverben zu kennen, z.B. u.a. addieren, subtrahieren, multiplizieren, dividieren. Gerade bei den Verben stellt man vorschnell die These auf, dass eine alltagssprachliche Bezeichnung für dieselben Tätigkeiten verständlicher sei. Nehmen wir z.B. die Bezeichnung *abziehen* an Stelle von *subtrahieren.* So kann auch nicht sicher angenommen werden, dass das Kind dabei an das Wegnehmen einer Teilmenge aus einer größeren Menge denkt. Es könnte beispielsweise auch das abziehen der Betten assoziieren.

2.2.1.3. Erkenntnis- und Wissensbildung

Wissenserwerb wird in der Lernpsychologie als konstruktiver Prozess verstanden. Im Kopf des einzelnen Schülers werden mittels Sprache oder anderer Zeichen Begriffe aufgebaut. Um sich einen Sachverhalt zu Eigen machen zu können sollte der Lernende eine Bezeichnung dafür haben. Im schulischen Kontext erwirbt der Lernende Bezeichnungen zum Teil dadurch, dass sie ihm von der Lehrperson übergeben werden, zum Teil auch dadurch, dass sie in der Gruppe ausgehandelt werden. Die Bezeichnung geht dadurch in sein sicheres Wissen über, dass der Schüler sie begriffsadäquat oftmals verwendet und mit seinem bisherigen Wissen vernetzt.

Übungen, die das Ziel haben, dass der Erwerb einer Bezeichnung gesichert wird, erfolgen im Unterricht häufig mündlich. Die Rolle der Sprache für die Erkenntnisbildung zeigt sich aber auch dadurch, dass der Lernende Beispiele wie auch Gegenbeispiele für einen Begriff nennen kann und für die Beispiele begründen kann, weshalb sie passend sind.

Das Finden von Oberbegriffen und das Definieren von Repräsentanten eines Begriffs durch Aufzählen von Eigenschaften ist ebenfalls eine wichtige erkenntnisbildende Funktion der Sprache.

Das Memorieren von Bezeichnungen ist nachgewiesenermaßen leichter, wenn die Bezeichnung plausibel erscheint. Die Bezeichnungen Dreieck, Viereck, etc. erscheinen selbsterklärend zu sein, andere werden es mit einem gewissen Maß an zusätzlicher Erläuterung (z.B. bei Rechteck und Quadratzahl), manche mathematische Bezeichnunen (wie z.B. Eponent) können nur mittels Definition und Beispielen abstrahiert werden.

Abgrenzung der Bedeutung von Begriffen geschieht wiederum häufig sprachlich. Vom Lehrer wird auch im Zeitalter der konstruktivistischen Lerntheorien erwartet, dass er den Stoff erklärt. Bei dieser Sprachhandlung sollte bedacht werden, dass Sprache stets auch emotionale Anteile transportiert, dass sprachliche Erklärungen auch aus diesem Grunde möglicherweise nicht die erwünschte Wirkung für die Erkenntnisbildung haben.

2.2.2 Ansprüche an die Rolle der Sprache im Mathematikunterricht

2.2.2.1. Aktueller bayerischer Lehrplan für die Grundschule (2000)

Im ersten Kapitel des bayerischen Lehrplans, „Grundlagen und Leitlinien", geht der erste Punkt „Bildung und Erziehung als Auftrag der Grundschule" auf die Wichtigkeit der Sprache im Unterricht ein: *„Die Entwicklung des Denkens erfolgt wesentlich über die Sprache. Ihre Pflege und die Förderung der Kommunikationsfähigkeit sind deshalb bedeutende fächerübergreifende Aufgaben."* (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 8)

Der zweite Punkt, „Der Unterricht in der Grundschule", sagt bzgl. der sprachlichen Fähigkeiten im Anfangsunterricht aus: *„Die Grundschule nimmt Schulanfänger unterschiedlichen Alters und mit ungleichen Lernvoraussetzungen auf, muss jedoch auf bereits erworbene Fähigkeiten und Fertigkeiten zurückgreifen können, wie zum Beispiel (…) angemessene kommunikative Fähigkeiten (…)"* (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 11)

Das Kapitel II A, „Fächerübergreifende Bildungs- und Erziehungsaufgaben", widmet sich u.a. der sprachlichen Bildung: *„Sprache ist Träger von Sinn und Überlieferung, Schlüssel zum Welt- und Selbstverständnis und Mittel zwischenmenschlicher Verständigung. Eine kontinuierliche Spracherziehung fördert die geistige Entwicklung, leistet einen wesentlichen Beitrag zur Persönlichkeitsbildung und befähigt zu kreativem Sprachverhalten. Sie ist auch eine wichtige Voraussetzung für den Schulerfolg. Durch die Versprachlichung konkreter Erfahrungen wird mündliches und schriftliches Sprachhandeln gefestigt und die Begriffsentwicklung in Zusammenhang mit kindlichen Denkprozessen gefördert. Vielfältige zum differenzierten, situations- und partnerbezogenen Sprachgebrauch auffordernde soziale Situationen unterstützen die Förderung von Kommunikationsfähigkeit. Sie ermöglichen sprachliche Sozialisation und eine ständige Erweiterung der Sprachhandlungskompetenz. Lernen erfordert auch die sprachliche Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand. In allen Fächern werden die Schüler deshalb zu sach-, situations- und partnerbezogenem Sprachhandeln angeleitet. Ebenso werden Fähigkeiten wie Zuhören, Sprechen, Schreiben*

und Lesen erworben und gepflegt. Die sichere Verwendung der deutschen Sprache in Wort und Schrift ist leitendes Prinzip des gesamten Unterrichts."

In Kapitel II B „Fachprofil Deutsch", betont der „Beitrag des Faches zum Bildungsauftrag der Grundschule" die tragende Rolle der Sprache: *„Der Sprache kommt eine fundamentale Bedeutung für die kognitive, emotionale und soziale Entwicklung sowie für die Handlungsfähigkeit der Schüler zu. Aufgabe des Deutschunterrichts ist es, den Schülern eine grundlegende sprachliche Bildung zu vermitteln, damit sie gegenwärtige und künftige Lebenssituationen gut bewältigen können. (…) In lebensnahen und entwicklungsgemäßen Situationen sollen die Schüler die Fähigkeit entwickeln, Sprache situationsangemessen, sachgemäß, partnerbezogen und zielgerichtet zu gebrauchen. (…) Dabei erfahren sie Freude an eigenen Gestaltungsversuchen und lernen zunehmend, die Sprache norm- und situationsgerecht zu verwenden. Die Fähigkeit aller Kinder, sich in der Standardsprache richtig zu verständigen, ist ein wichtiges Ziel der Grundschule. Da Mundart und Umgangssprache für die Identität vieler Schüler einen besonderen Wert haben und spezifische Kommunikationsmöglichkeiten bilden, kommt ihnen auch in der Schule Bedeutung zu. (…)*"(Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 26)

Der Lernbereich „Für sich und andere schreiben" beinhaltet bzgl. Sprache folgende Aussagen: *„Texte verfassen: Die Kinder erfahren, dass Schreiben zur Kommunikation, zur Aufbewahrung von Informationen, zur gedanklichen Auseinandersetzung mit Sachverhalten und mit sich selbst dient (…) In freien und geplanten Situationen finden die Schüler vielfältige Gelegenheiten, um Erlebtes, Beobachtetes, Erfundenes sowie Erfahrungen und Mitteilungen aufzuschreiben. (…) Zunehmend sollen die Schüler die Eigengesetzlichkeit des Schreibens im Unterschied zum Sprechen beachten und die Fähigkeit entwickeln, ihre Texte bewusst im Zusammenhang von Schreibabsicht, Inhaltsbezug und Verwendung zu verfassen.* (…)" (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 27)

In Kapitel II B „Fachprofil Mathematik", heißt es im Beitrag des Faches zum Bildungsauftrag der Grundschule, dass die Schüler Möglichkeiten kennen lernen, *„Ausschnitte aus ihrer Lebens- und Erfahrungswelt sowie modellhafte Situationen mit Hilfe arithmetischer und geometrischer Begriffe (…) zu beschreiben (…)"* (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 31)

Zudem soll der Mathematikunterricht grundlegende Fähigkeiten entwickeln und steigern, wie z.B. *„Sachverhalte handelnd, bildhaft, verbal und in Symbolen darstellen (…), sowie Aussagen und Lösungswege plausibel und logisch begründen (…)"* (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 31)]

Der Teilbereich Geometrie äußert sich zum Thema Sprache wie folgt: *„Elementare geometrische Formen, Figuren und Körper lernen sie kennen und benennen, untersuchen sie, beschreiben deren Eigenschaften (…)*"(Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 31)

Der Teilbereich „Sachbezogene Mathematik" greift die Sprache wie folgt auf: *„Sie entwickeln eigenständige Lösungswege, stellen sie handelnd, zeichnerisch, verbal und schriftlich dar (…).*"

Innerhalb des Punkts „Hinweise zum Unterricht" geht das Fachprofil auf wesentliche Elemente des mathematischen Lernprozesses ein: *„Zum Verstehen ist die handelnde und/oder zeichnerische Durcharbeitung der Aufgaben ebenso erforderlich wie eine intensive*

Versprachlichung. Dabei erweist es sich als besonders lernwirksam, wenn die Schüler die verschiedenen Darstellungsebenen (handelnd, zeichnerisch, symbolisch sowohl schriftlich als auch verbal) wechselseitig miteinander verknüpfen." (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 32)

Im Fachlehrplan Mathematik (siehe Kapitel III), **Teilbereich Geometrie**, tritt in den Vorbemerkungen der ersten Jahrgangsstufe die Verbalisierung in den Vordergrund: *„(…) erwerben sie während des Schuljahres immer wieder grundlegende Erfahrungen zu geometrischen Flächenformen, untersuchen deren Eigenschaften und stellen ihre Beobachtungen sprachlich dar.*" (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 90). Die Vorbemerkungen der Jahrgangsstufen zwei mit vier betonen das Beschreiben von Lerninhalten durch die Schüler.

Auch in den verbindlichen Lernzielen und –inhalten (der linken Spalte) wird deutlich hervorgehoben, dass der Schüler die entsprechenden Lerninhalte u.a. beschreiben soll. Beispiele aus der ersten und der zweiten Jahrgangsstufe sind: *„Die Lage von Gegenständen im Raum erfassen und beschreiben; Wege im Raum (…) beschreiben; Flächenformen bzw. Körperformen untersuchen, beschreiben (…); Figuren, Muster, (…) zusammensetzen und beschreiben; etc*. (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S.90/91 bzw. 97). In den Hinweisen zum Unterricht (rechte Spalte) heißt es in der ersten Jahrgangsstufe *„in einem Gesamtbild Teile wieder finden und ihre Lage beschreiben*" bzw. in der zweiten Jahrgangsstufe *„Wege auf einfachen Kartenskizzen beschreiben*".

Beispiele der dritten und vierten Jahrgangsstufe (linke Spalte des Fachlehrplans) lauten: *„Körperformen untersuchen, beschreiben (…); symmetrische Figuren (…) beschreiben; Karten, Lagepläne und Netzpläne lesen, Wege beschreiben*" (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 184/185 bzw. 254/255). Die Hinweise zum Unterricht besagen, dass die Schüler Wege aus der Vorstellung heraus beschreiben sollen (3. Jahrgangsstufe) bzw. bei der kopfgeometrischen Aufgabe mit der Zündholzschachtel, dass diese die Schüler in der Vorstellung kippen und deren Endlage beschreiben sollen und sich zu einer gegebenen Endlage die notwendigen Kippbewegungen vorstellen und beschreiben sollen (4. Jahrgangsstufe).

In den Vorbemerkungen des **Teilbereiches Zahlen** der ersten Jahrgangsstufe steht bzgl. Verbalisierung: *„(…) ermitteln sie Anzahlen, verbalisieren Handlungsergebnisse und symbolisieren sie in einfachen Rechenausdrücken mit Ziffern und Rechenzeichen. Sie vergleichen Anzahlen sowie Größen und stellen Vergleichsergebnisse verbal und schriftlich dar.*" Auch in den verbindlichen Lernzielen und –inhalten (der linken Spalte) finden sich Passagen, die Verbalisierung von Seiten des Schülers fordern: „*Bündelungsergebnisse notieren und verbalisieren*". In den Hinweisen zum Unterricht (rechte Spalte) heißt es: *„einfache Schaubilder und Diagramme erstellen und versprachlichen*"

In der zweiten Jahrgangsstufe ist in diesem Teilbereich bzgl. Sprache lediglich in der rechten Spalte *„Ergebnisse verbalisieren*" aufgeführt.

In der dritten Jahrgangsstufe erscheint in der rechten Spalte der Hinweis, dass die Schüler *„Ordnungsbeziehungen zwischen den Zahlen entdecken und anschaulich begründen sollen*".

Die vierte Jahrgangsstufe führt keine expliziten Hinweise bzgl. Sprache auf.

Im **Teilbereich Rechnen** der ersten Jahrgangsstufe fordert der Lehrplan bei Addition und Subtraktion zur Durchführung von Handlungen mit Material zudem die Versprachlichung. Außerdem sollen die Kinder verschiedene Rechenwege nicht nur entdecken und notieren sondern auch beschreiben können.

In der zweiten Jahrgangsstufe besagen die Vorbemerkungen, dass die Schüler ihre selbst gefundenen Rechenwege und Ergebnisse anschaulich oder formal begründen sollen. Innerhalb des Lernziels Addition und Subtraktion bis 100 ist die Entdeckung und Begründung der Lösungswege von Seiten der Schüler gefordert, innerhalb der Multiplikation und Division die Verbalisierung der Modellhandlungen.

In der dritten Jahrgangsstufe sollen die Schüler die Normalverfahren der Addition und Subtraktion nicht nur entwickeln und beherrschen, sondern auch begründen können, in der vierten Jahrgangsstufe im Bereich der Multiplikation und Division die Rechenwege beim halbschriftlichen Rechnen und die Normalverfahren u.a. begründen können.

Im **Teilbereich Sachbezogene Mathematik** der ersten Jahrgangsstufe besagen die Vorbemerkungen, dass die Schüler Situationen nicht nur konkret-handelnd und zeichnerisch, sondern auch verbal darstellen sollen. In den Hinweisen für den Unterricht kann man die Kinder beschreiben lassen, was man in einer Stunde tun kann. Bei der Arbeit an Sachsituationen spielt die Sprache eine sehr wichtige Rolle: Entnommene Informationen sollen versprachlicht werden und Lösungswege beschrieben werden. (Dies wird in allen vier Jahrgangsstufen gefordert und deshalb im folgenden Text nicht mehr explizit aufgeführt.) Anhand des Lösungsweges sollen die Sachsituationen mit eigenen Worten wiederholt werden, Zusammenhänge zwischen den Zahlen der Gleichungen und ihrer Bedeutung in der Sachsituation verbalisiert werden und Antwortsätze formuliert werden.

In der zweiten Jahrgangsstufe sollen die Schüler bei der Arbeit an Sachsituationen Lösungen wenn möglich mathematisch begründen. In den Hinweisen zum Unterricht (rechte Spalte) ist aufgeführt: *„zu gegebenen Lösungswegen Geschichten erzählen (…); zu einer Aufgabe unterschiedliche Lösungswege finden und begründen; das Durchführen der jeweiligen Rechenoperation mit eigenen Worten begründen*"

In der dritten Jahrgangsstufe wird explizit erwähnt, dass die Schüler Sachsituationen und Aufgabenstellungen mündlich und schriftlich versprachlichen sollen. Zudem sollen sie begründen, warum verschiedene Lösungswege geeignet sein können bzw. warum manche Lösungswege nicht zur Lösung führen können.

In der vierten Jahrgangsstufe sollen die Schüler aus komplexen Sachsituationen heraus mathematische Fragestellungen finden und exakt formulieren. Zudem sollen sie selbstständig Sachsituationen mündlich und schriftlich versprachlichen.

Zusammenfassend ist zu konstatieren, dass im Lehrplan der Grundschule die Sprache nicht nur im Fach Deutsch, sondern auch in allen Teilbereichen des Faches Mathematik eine sehr bedeutsame Rolle spielt, sei es als Beschreibung, Verbalisierung bzw. Begründung.

2.2.2.2. Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Beschlüsse der Kultusministerkonferenz Beschluss vom 15.10.2004)

Die Bedeutung der Rolle der Sprache für den Unterricht kann auch aus den Bildungsstandards für den Primarbereich gefolgert werden.

Die Kultusministerkonferenz hat Bildungsstandards nicht nur für den Hauptschulabschluss und den mittleren Bildungsabschluss sondern auch für den Primarbereich (hier in den Fächern Mathematik und Deutsch) erarbeitet. Die Länder verpflichten sich, diese Standards bei der Lehrplanarbeit, der Schulentwicklung und der Lehreraus- und -fortbildung anzuwenden. In landesweiten oder länderübergreifenden Orientierungs- und

Vergleichsarbeiten soll festgestellt werden, in welchem Umfang die Standards erreicht wurden. (Kultusministerkonferenz/Bildungsstandards, 2004, S. 3)

Die Entfaltung grundlegender Bildung ist Auftrag der Grundschule. Ein wichtiger Bestandteil dieses Bildungsauftrages ist die Förderung der mathematischen Kompetenzen. Im Mathematikunterricht sollen die mathematischen Alltagserfahrungen der Kinder aufgegriffen und erweitert werden und aus ihnen grundlegende mathematische Kompetenzen entwickelt werden.

Die Standards orientieren sich einerseits an den traditionellen Sachgebieten, wie Geometrie, Arithmetik, sowie Größen und Sachrechnen, andererseits haben sie allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen als Anspruch, über die die Kinder am Ende der Grundschulzeit verfügen sollen. Ziel ist es, dass die Schüler sowohl in außermathematischen („Anwendungsorientierung") als auch in innermathematischen („Strukturorientierung") Kontexten diese Kompetenzen nutzen.

Bezüglich der Rolle der Sprache für allgemeine mathematische Kompetenzen ist in den Standards zu lesen:

„Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen verdeutlichen, dass die Art und Weise der Auseinandersetzung mit mathematischen Fragen ein wesentlicher Teil der Entwicklung mathematischer Grundbildung ist. Deren Entwicklung hängt nicht nur davon ab, welche Inhalte unterrichtet wurden, sondern in mindestens gleichem Maße davon, wie sie unterrichtet wurden, d.h. in welchem Maße den Kindern Gelegenheit gegeben wurde, selbst Probleme zu lösen, ***über Mathematik zu kommunizieren*** *usw."* (Kultusministerkonferenz/ Bildungsstandards, 2004, S. 6)

Die fünf allgemeinen mathematischen Kompetenzen Problemlösen, **Kommunizieren**, Argumentieren, Modellieren und Darstellen, sind für eine erfolgreiche Aneignung und Nutzung von Mathematik sehr wichtig.

Die Kompetenz „Kommunizieren" bedeutet konkret:

- *„eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren,*
- *mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden,*
- *Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten."* (Kultusministerkonferenz/Bildungsstandards, 2004, S. 8)

Inhaltlich orientieren sich die Standards an folgenden mathematischen Leitideen: Zahlen und Operationen, Raum und Form, Muster und Strukturen, Größen und Messen, sowie Daten Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit.

Innerhalb dieser Leitideen wird auf die Wichtigkeit der Sprache des Öfteren explizit hingewiesen, wie z.B. Rechenwege und Rechengesetze erklären, Lösungsschritte beschreiben, Gesetzmäßigkeiten in Mustern beschreiben, funktionale Beziehungen in Sachsituationen sprachlich beschreiben, etc. (Kultusministerkonferenz/Bildungsstandards, 2004, S. 8/9)

Besonders hervorzuheben wäre an dieser Stelle die Leitidee „Raum und Form", da ihr der Unterrichtsversuch im Praxisteil dieser Arbeit zuzuordnen ist. Auch in dieser Leitidee spielt die Sprache eine tragende Rolle, die man an Aussagen, wie räumliche Beziehungen beschreiben bzw. Eigenschaften der Achsensymmetrie beschreiben, erkennen kann.

Der Unterrichtsversuch bezieht sich innerhalb dieser Leitidee „Raum und Form" einerseits auf den Unterpunkt „sich im Raum orientieren": *„zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, (…) Kantenmodell (…) untersuchen*" (Kultusministerkonferenz/Bildungsstandards, 2004, S. 10)

Andererseits nimmt der Unterrichtsversuch Bezug auf den Unterpunkt „geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen": *„Modelle von Körpern (…) herstellen und untersuchen (Bauen, (…) Zusammenfügen, (…) Falten…)*" (Kultusministerkonferenz/ Bildungsstandards, 2004, S. 10)

2.2.2.3. Folgerungen aus internationalen und regionalen Studien zum Mathematikunterricht in der Grundschule

Einige der wichtigsten Vergleichsstudien, die den deutschen Mathematikunterricht miteinbeziehen, werden im Folgenden vorgestellt. Dabei wird der Frage nachgegangen, ob und in welchem Ausmaß sich die Studie mit der Rolle der Sprache im Mathematikunterricht der Primarstufe befasst.

SINUS-Tranfer:

Dieses Programm startete im August 2003 als Weiterentwicklung des BLK-Modellversuchs SINUS ("**Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts**").

SINUS-Transfer überträgt Ansätze des Vorgängerprogramms SINUS auf eine andere Schulart und eine andere Schulstufe.

Ziel ist die Förderung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Kompetenz durch die nachhaltige und flächendeckende Nutzung und Weiterentwicklung der Ergebnisse des Modellversuchs SINUS.

Die Durchführung von SINUS-Transfer erfolgt in zwei Programmwellen (2003 - 2005 und 2005 - 2007). Insgesamt beteiligen sich 13 Länder (mit insgesamt über 1800 Schulen) an diesem Programm.

Schulleistungsvergleichsstudien wie IGLU-E zeigten, dass am Ende der Grundschulzeit erhebliche Leistungsunterschiede zwischen Kindern bestehen. Im weiterführenden Schulsystem verstärken sich diese Unterschiede noch. Hier setzt das Programm SINUS-Transfer Grundschule an.

Die Laufzeit des Projekts beträgt fünf Jahre. In diesem Zeitraum arbeiten Lehrkräfte aus den beteiligten Grundschulen in ihrer Schule oder schulübergreifend zusammen. Sie stützen ihre Arbeit auf einige der zehn SINUS-Module (G1-G10).

Diese Module beziehen sich auf ausgewählte Problembereiche des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. Die dazu gehörigen *Modulbeschreibungen* werden in der Regel getrennt für die Mathematik und die Naturwissenschaften formuliert.

Bei den Mathematikmodulen ist bzgl. Sprache v.a. das Basismodul G2 „Erforschen, entdecken und erklären im Mathematikunterricht der Grundschule" sehr interessant. Selter betont hier, wie wichtig neben dem Erwerb der inhaltsbezogenen Kompetenzen die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen ist, wie z.B. dem Erforschen, dem Entdecken und dem Erklären. Diese Kompetenzen, die von Selter als *prozessbezogene* Kompetenzen

bezeichnet werden, werden in den Bildungsstandards *allgemeine mathematische Kompetenzen* genannt. (IPN, 2007)

TIMSS:

Die „**Third International Mathematics and Science Study**" ist eine international vergleichende Schulleistungsuntersuchung. Sie wurde von der IEA („International Association for the Evaluation of Educational Achievement") durchgeführt, einer Forschungsinstitution die sich überwiegend aus Regierungseinrichtungen der Mitgliedsstaaten zusammensetzt. Der deutschen Forschungsgruppe gehören das Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, das Institut für Pädagogik der Naturwissenschaften der Universität Kiel und der Humboldt-Universität zu Berlin an.

TIMSS wurde in 46 Ländern durchgeführt. Dabei wurden die Mathematik- und Naturwissenschaftsleistungen in je einem Jahrgang der Grundschule, der Sekundarstufe I und II ermittelt. Deutschland beteiligte sich an der Untersuchung allerdings nur in der Sekundarstufe.

Da in Deutschland die Untersuchung nicht in der Grundschule durchgeführt wurde, ist es nicht relevant, auf TIMSS in diesem Zusammenhang näher einzugehen. Zahlreiche Aufgaben der TIMSS/I wurden jedoch Jahre später in IGLU/E eingebaut. (Baumert/Lehmann u.a., 1997]

PIRLS / IGLU bzw. IGLU/E:

Mit der internationalen Studie „PIRLS" ("**Progress in International Reading Literacy Study**") (zu Deutsch „IGLU" = "**Internationale Grundschulleseuntersuchung**") von 2001, an der 35 Länder teilnahmen, wurde die Lesekompetenz von Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe vergleichend getestet. In Deutschland nahmen an dieser Studie alle Bundesländer teil. IGLU/E steht für „IGLU-Erweiterung" um die Erhebung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Kompetenzen am Ende der vierten Jahrgangsstufe auf der Basis der 27 TIMSS-Items. An dieser Studie beteiligten sich nur 12 Bundesländer (Brandenburg, Mecklenburg-Vorpommern, Niedersachsen und Sachsen-Anhalt beteiligten sich nicht). Für die IGLU/E-Untersuchung wurden vorhandene Testaufgaben überarbeitet, neu kombiniert und durch neue Testaufgaben ergänzt. Etwa die Hälfte der eingesetzten Aufgaben wurde aus der TIMSS-Grundschuluntersuchung von 1995 übernommen, an der sich Deutschland nicht beteiligte.

Für die Konstruktion des Tests maßgebend war die mathematische Grundbildung, orientiert an Winter (Winter, 1995, S. 37-46), mit folgenden drei Fähigkeiten:

- Anwenden von Mathematik in außermathematischen Situationen
- Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen mit den ihnen eigenen sprachlichen Mitteln, Darstellungsformen, Begriffen und Theorien
- Bewältigung von mathematischen Aufgabenstellungen mit „Barriere", für die nicht unmittelbar abrufbare Lösungsverfahren zur Verfügung stehen, sondern Lösungen erst „auf eigenen Wegen" entwickelt werden müssen.

Der zweite von Winter genannte Punkt bezieht sich auf die Mathematik als eine Welt *sui generis* mit den ihr eigenen sprachlichen Mitteln, Darstellungsformen, Problemen, Begriffsbildungen und Theorien, in der Bezüge zu außermathematischen Anwendungen zeitweise in den Hintergrund rücken. Auch in der Grundschule ist dieser Aspekt, wenn auch

z.T. nur am Rande, bei Themen wie der Darstellung von Zahlen, der mathematischen Struktur, des Algorithmus und der geometrischen Form präsent. (Bos, u.a., 2004, S. 119)

Die Studie beinhaltet Aufgaben aus dem Bereich Arithmetik, Größen und Sachrechnen bzw. Geometrie.

Im Folgenden werden die 5 Kompetenzstufen auf den Bereich Geometrie bezogen:
Schüler auf Kompetenzstufe I (rudimentäres schulisches Anfangswissen) bewältigen geometrische Aufgaben nicht. Befinden sich Schüler auf der Kompetenzstufe II (Grundfertigkeiten zur ebenen Geometrie) kennen sie z.B. einfache Figuren wie Dreieck, Quadrat, etc. Sie können Figuren nach ihrer Form und durch Abzählen von Einheitsquadraten bzgl. ihrer Flächengröße vergleichen. Auf Kompetenzstufe III (Arbeit mit einfachen Modellen) nutzen Schüler z.B. Kenntnisse zur Achsensymmetrie, um aus symmetrisch gefalteten Figuren die Ausgangsfigur zu rekonstruieren. Anspruchsvollere Aufgaben aus der ebenen und räumlichen Geometrie, in denen begriffliche Beziehungen zwischen geometrischen Elementen und Zahlen herzustellen sind, lösen Schüler erst ab Kompetenzstufe IV (Bewältigung von Aufgaben der räumlichen Geometrie und begriffliche Modellentwicklung). Die Schüler entscheiden z.B. welches von mehreren Würfelbauwerken das gedrehte Bild des Originals ist bzw. können bei Würfelbauwerken im Schrägbild mit begrifflichem Wissen neben den sichtbaren Elementen auch die verdeckten Elemente bei Anzahlbestimmungen erkennen. Schüler der höchsten Kompetenzstufe (V: Problemlösen bei Aufgaben mit innermathematischem oder außermathematischem Kontext) sind in der Lage, in einem Quadratgitter das flächengrößte Gittervieleck mit gegebenem Umfang zu konstruieren bzw. zu entscheiden, mit welchem Netz ein Quader, bei dem eine Seitenfläche gefärbt ist, nicht hergestellt werden kann. (Bos, u.a., 2004, S. 122-124)

Die geometrischen Aufgaben testen Fachwissen, wie aus den o.g. Beispielaufgaben deutlich wird. Aus dem Bereich „Sprache und Geometrie" lösen die Schüler z.B. Aufgaben, in denen begriffliche Beziehungen zwischen geometrischen Elementen und Zahlen herzustellen sind. Aufgaben, bei denen die Schüler geometrische Inhalte selbst verbalisieren müssen, werden in IGLU jedoch nicht untersucht, d.h über die Begrifflichkeit des Kindes erfährt man in dieser Untersuchung nichts.

Kritiker haben in gewisser Weise Recht, dass bei diesen Tests mit hohem multiple-choice-Anteil die richtige Antwort innerhalb der stochastischen Varianz liegt.

PISA:

Hierbei handelt es sich um das "**Program for International Student Assessments**".

Das Ziel der PISA-Studie ist die zyklische, ländervergleichende Erhebung bedeutsamer Kompetenzen von 15-jährigen Jugendlichen in den drei Bereichen Lesekompetenz, Mathematik und Naturwissenschaften.

Darüber hinaus werden die Bedingungen von Schulleistungen in Unterricht, Elternhaus und Freundeskreis erfasst, die Einfluss auf die Kompetenzen und das Erleben junger Menschen haben.

Anliegen von PISA ist es, Aussagen darüber zu treffen, wie gut Schülerinnen und Schüler darauf vorbereitet sind, den Herausforderungen der Zukunft zu begegnen. Es interessiert

weniger, wie gut sie die schulischen Anforderungen des jeweiligen Bildungssystems meistern.

Auf Basis dieser grundlegenden, vergleichenden Forschung kann anschließend eine Verbesserung der Bildungssysteme erfolgen.

Die PISA-Studie wird im Auftrag der **OECD** (Organisation for Economic Co-operation and Development) durchgeführt. Sie wird koordiniert von einem Internationalen Konsortium unter Leitung des Australian Council for Educational Research (**ACER**). Die Nationale Projektleitung für Deutschland liegt beim Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften (**IPN**) in Kiel.

Die Projektzyklen von PISA sind 2000, 2003 und 2006, wobei die Ergebnisse von 2006 noch nicht komplett ausgewertet wurden. (Deutsches PISA-Konsortium, 2001)

Das schlechte Abschneiden der Gruppe der Migrantenkinder wird auf ihre ungünstigen sprachlichen Kompetenzen zurückgeführt.

Da die Untersuchung nicht in der Grundschule durchgeführt wurde, soll auf PISA nicht näher eingegangen werden.

Hamburger „LAU 5":
(„Lern-Ausgangslagen-Untersuchung")

Diese Untersuchung wurde 1996 zu Beginn des Schuljahres in allen fünften Klassen in Hamburg durchgeführt, dann im Zweijahresrhythmus in denselben Klassen, also in den Jahrgangsstufen 7, 9, 11 und 13, fortgeführt.

In LAU 5 wurden verschiedene Aspekte der Lernausgangslage der Schüler untersucht. Im Fach Mathematik wurden die Bereiche Zahlenverständnis, Größen und Rechnen getestet. (Hamburger Bildungsserver, LAU 5). Da weder der Teilbereich Geometrie getestet wurde, noch auf den Zusammenhang von Sprache und Mathematik eingegangen wurde, kann man diese Studie in diesem Zusammenhang vernachlässigen.

SOKKE

Die regionale Grundschulstudie SOKKE **(„Sozialisation und Akkulturation in Erfahrungsräumen von Kindern mit Migrationshintergrund")** wurde im Jahr 2005 in einer größeren süddeutschen Stadt in der ersten Jahrgangsstufe durchgeführt. Dabei wurden die Bereiche Arithmetik und Sachrechnen getestet, Geometrie jedoch nicht berücksichtigt. Trotzdem ist diese Studie nicht zu vernachlässigen, da sie den Zusammenhang von Mathematikkenntnissen und sprachlicher Kompetenz untersucht. Die Tatsache, dass die Leistungsunterschiede zwischen den Erstklässlern mit und ohne Migrationshintergrund gegen Null sinken, wenn der Sprachstand kontrolliert wird, deutet auf den Einfluss der Sprache beim Aufbau mentaler Repräsentationen hin. Der Interaktion mit anderen Personen mittels der Unterrichtssprache kommt insbesondere bei der Internalisierung von Operationen und der Ausbildung von mentalen Repräsentationen eine besondere Bedeutung zu. Nimmt man an, dass das Vorhandensein vielfältiger, mentaler Modelle zu mathematischen Prozessen und Begriffen eine Basis für die individuelle mathematische Kompetenz darstellt, so kann man davon ausgehen, dass sprachliche Kompetenz ein wichtiger Einflussfaktor für den Aufbau von qualitativ hochwertigem Wissen ist. Die Ergebnisse dieser Untersuchung deuten also darauf hin, dass Erstklässler mit Migrationshintergrund bei Defiziten in der Schulsprache in speziellen Bereichen des mathematischen Wissensaufbaus benachteiligt sind. (Heinze u.a., 2007, S. 571-577)

SCHOLASTIK

Die SCHOLASTIK-Studie **(„Schulorganisierte Lernangebote und Sozialisation von Talenten, Interessen und Kompetenzen")** ist die bisher umfangreichste Studie bzgl. Kompetenzentwicklung in den ersten vier Schuljahren. Die SCHOLASTIK-Studie ist ein komplementärer Teil der **LOGIK**-Studie **(„Longitudinaluntersuchung zur Genese individueller Kompetenzen")**. Allgemeines Ziel der SCHOLASTIK-Studie ist *„die Beschreibung und Erklärung individueller Entwicklungsverläufe während der Grundschulzeit in Abhängigkeit von affektiven und kognitiven Eingangsbedingungen sowie vom schulischen Kontext."* (Weinert/Helmke, 1997, S. 3)

Bei der SCHOLASTIK-Studie wurden verschiedene Aspekte der mathematischen Leistungsentwicklung über die Grundschulzeit erfasst. Die Sprache im Geometrieunterricht wurde nicht untersucht.

Untersuchungen über Vorkenntnisse von Grundschulkindern zu zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts der Klasse 4
(Grassmann SWZ 2000)

Nach der Erfassung der Vorkenntnisse von Schulanfängern wurden diese Untersuchungen in denselben Klassen in den Jahrgangsstufen 2, 3 und 4 fortgeführt. Bei der Untersuchung in der 4. Jahrgangsstufe waren 704 Kinder beteiligt. Die Aufgabe aus dem Bereich Geometrie befasste sich mit dem Würfel, d.h. welche der abgebildeten Würfel aus einem bestimmten Netz hergestellt werden können. Nur 14% der Schüler lösten diese Aufgabe richtig. Insgesamt war dies die Aufgabe, die am wenigsten Schüler richtig lösten. Viele Kinder nahmen diese Aufgabe allerdings gar nicht in Angriff (da sie die letzte Aufgabe des Tests darstellte). Die Möglichkeit des Ausschneidens wurde von wenigen Kindern genutzt und führte ebenfalls nicht immer zur richtigen Lösung.

Durch diese Tests wurde deutlich, dass einerseits die Schüler z.T. erhebliche mathematische Fähigkeiten besitzen, andererseits aber auch sehr große Differenzen zwischen den Schülern und zwischen den Klassen herrschen. Die Rolle der Sprache wurde nicht explizit untersucht. (Grassmann, 2000a, S. 56 bzw. 2000b, S. 56-59)

2.2.3 Sprache im Spiegel der Lerntheorien

Nimmt man sich vor die Rolle der Sprache von den Lerntheorien her zu sehen, kommt man, was speziell das Lernen im Mathematikunterricht betrifft, sicher nicht an Piaget, Bruner und Aebli vorbei. Den konstruktivistischen Ansatz weiter verfolgend sind sich alle daraus resultierenden Lerntheorien der wichtigen Bedeutung der Sprache bewusst, müssen deshalb in Kürze auch Erwähnung finden. Speziell mit der Rolle der Sprache im Mathematikunterricht haben sich in jüngster Zeit mit einem sprachtheoretischen Ansatz H. Maier und F. Schweiger befasst. Ihre Systematik und ihre Thesen werden von der heutigen Mathematikdidaktik sehr ernst genommen.

2.2.3.1. Rolle der Sprache in den für die Mathematikdidaktik grundlegenden Lerntheorien

Piaget

Jean Piaget (1896-1980) hat den Entwicklungsprozess der Intelligenz genauer untersucht und ihn in einer Stufentheorie beschrieben. In verschiedenen Veröffentlichungen benutzt er dabei unterschiedliche Terminologien (Stadien, Stufen, Phasen) und nennt bei einzelnen

Stufen auch unterschiedliche Untergliederungen. Die drei grundlegenden Stufen sind in Bezug auf das Kind und einen Inhaltsbereich hierarchisch geordnet, d.h. es kann keine Stufe erreicht werden, wenn nicht die vorhergehende durchlaufen wurde:

1. Stufe der sensumotorischen Intelligenz
2. Präoperative Stufe (oft aufgeteilt in „vorbegriffliches Denken" und „anschauliches Denken")
3. Stufe des operativen Denkens (stets aufgeteilt in „konkret-operatives Denken" und „formal-operatives Denken")

Die Stufe der sensumotorischen Intelligenz (Geburt bis 2 Jahre) ist geprägt von Reflexen (schlucken, schreien, etc.) und Reiz-Reaktionskopplungen. Das Kind schafft sich mit der Zeit auch Objektbegriffe, wobei es anfänglich glaubt, dass nur die Objekte existieren, die unmittelbar zugänglich sind. Erst später kann es sich Objekte unabhängig von seinen Handlungen vorstellen.

Auf der präoperativen Stufe (2.-7. Lebensjahr) ist das Kind fähig, Sprache, Bilder und Symbole zu gebrauchen. Es kann auch schon zwischen Objekt und Symbol unterscheiden. Durch das Benutzen von Bildern und Symbolen, sowie die Verinnerlichung von Handlungen kann das Kind Situationen simultan erfassen. Doch durch einige Aspekte wird das Denken des Kindes noch begrenzt, wie z.B. die Personifizierung von Objekten (das Kind argumentiert auf Grund unmittelbarer äußerlicher Beobachtungen, wie z.B. Steine sind dazu da, um Häuser bauen zu können), sowie der Besitz von Vorbegriffen und prälogischem Denken (die Vorstellung von der Erhaltung eines individuellen Gegenstandes ist beim Kind gegeben, doch meist werden Mengen noch nicht als invariant gegenüber der räumlichen Verteilung der Objekte gesehen). Für die Vorbegriffe ist charakteristisch, *„dass sie zwischen der Allgemeinheit des Begriffs und der Individualität der Elemente, die er bezeichnet, stehen bleiben, ohne die eine oder andere zu erreichen. Das zwei- bis dreijährige Kind wird ohne Unterschied „die Schnecke" oder „die Schnecken" sagen und ebenso „der Mond" oder „die Monde", ohne darüber zu entscheiden, ob die auf einem Spaziergang angetroffenen Schnecken oder die immer wieder am Himmel gesehene Scheibe eine einzige Schnecke und ein einziger Mond oder eine Klasse von verschiedenen Individuen sind. Einerseits nämlich kann es die allgemeinen Klassen noch nicht handhaben, da ihm die Unterscheidung „alle" und „einige" fehlt, andererseits ist zwar die Idee des individuellen und dauerhaften Gegenstands im nahen Tätigkeitsfeld vorhanden, nicht aber im entfernten Raum oder bei Wiedererscheinen in zeitlich größeren Abständen"*(Piaget, 1947, S. 140-146).

Die Stufe des operativen Denkens (ab dem 7. Lebensjahr) ist laut Piaget durch folgende fünf Eigenschaften gekennzeichnet:

- Reversibilität (Fähigkeit, Abläufe in Gedanken rückwärts ablaufen zu lassen)
- Assoziativität (Fähigkeit, Abläufe auf unterschiedliche Arten aus Teilabläufen zusammensetzen können)
- Kompositionsfähigkeit (Fähigkeit, Abläufe in Gedanken miteinander verbinden können)
- Identität (Fähigkeit, sich vorstellen zu können, wie man zum Ausgangspunkt wieder zurückkommt)
- Tautologie (Wissen, dass es keine neuen Erkenntnisse bringt, wenn ein und derselbe Gedanke auf die gleiche Art mehrfach durchdacht wird)

Durch Operationen (verinnerlichte Handlungen) kann ein Mensch eine Sache von unterschiedlichen Aspekten betrachten und durchdenken, wodurch falsche Schlussfolgerungen reduziert werden.

Auf der Stufe des konkret-operativen Denkens können die Kinder zwar schon abstrakte Begriffe bilden und damit in Gedanken operieren, es ist jedoch sehr wichtig, dass die Begriffe und Beziehungen zwischen ihnen sich noch auf konkrete Erfahrungen gründen können. *„In der Tat sind die gleichen Kinder, die die eben beschriebenen Operationen ausführen können, im allgemeinen dazu unfähig, wenn sie auf rein sprachlicher Ebene Schlussfolgerungen ziehen sollten, ohne zugleich mit Gegenständen umgehen zu können. Die Operationen, um die es sich hier handelt, sind also noch „konkret" und nicht „formal": immer mit der Handlung verbunden, geben sie dieser eine logische Struktur, in der die sie begleitenden sprachlichen Ausdrücke miteinbezogen sind, was aber noch nicht die Fähigkeit einschließt, einen von der Handlung unabhängigen Schluß zu entwickeln. (…) Denn die Gruppierungen bleiben auf die konkreten Vorstellungen bezogen (d.h. auf die verinnerlichten Tätigkeiten), die sie tatsächlich strukturiert haben, und andere konkrete Begriffsklassen, die in ihrer anschaulichen Natur noch komplexer sind, weil sie sich auch auf andere Handlungen beziehen, verlangen eine Neukonstruktion ihrer Gruppierung, die später noch zu erfolgen hat."*(Piaget, 1974, S. 165).

Auf der formal-operativen Stufe (ab dem 11. Lebensjahr), benötigen die Kinder die konkreten Erfahrungen nicht mehr, ja sie können sich sogar rein fiktive Welten vorstellen und in diesen logische Strukturen herstellen.

Man kann aber einen Menschen nicht grundsätzlich in seinem Denken einer bestimmten Stufe zuordnen, da dies vom Themengebiet abhängig ist. Nach der Äquilibrationstheorie kann eine Entwicklung in einem Gebiet nur stattfinden, wenn man sich mit diesem auseinandersetzt. Für das Lernen ausschlaggebend sind also die Bedeutung, die ein Mensch einem Gebiet entgegenbringt und die Intensität der konkreten bzw. gedanklichen Erfahrungen.

Nach Steiner (1973) weist Piaget der Sprache nur eine sekundäre Bedeutung gegenüber dem Denken zu. Ein Beleg dafür ist laut Piaget die Elaboration ganzer Systeme von Verhaltensweisen im vorsprachlichen Bereich der Entwicklung (vor 18 Monaten). Der Sprache gehen die Strukturen der Intelligenz voraus. Besonders deutlich wird die Dominanz des Denkens über der Sprache durch das kognitive Verhalten beim Übergang von der präoperatorischen zur konkret-operatorischen Stufe:

„Die Sprache erweitert die Wirkung dieser Operationen in unbegrenzter Weise und verleiht ihnen eine Beweglichkeit und Allgemeinheit, die sie anderswie nicht hätten, aber sie ist keinesfalls der Ursprung solcher Koordinationen."(Piaget, 1967, S. 93 bzw. Steiner, 1973, S. 159)

Je mehr die Strukturen des Denkens verfeinert werden, was in der Entwicklung vom konkret-operatorischen zum formalen Denken zweifellos der Fall ist, desto mehr gewinnt die Sprache für die Elaboration dieser Strukturen an Bedeutung. *„Sprache ist demnach eine notwendige, nicht aber eine hinreichende Bedingung für die Konstruktion logischer Operationen. Sie ist deshalb notwendig, weil die Operationen ohne das System des symbolischen Ausdrucks, das die Sprache konstituiert, auf einer Stufe sukzessiver Handlungen verbliebe, ohne jemals in Systeme mit simultanen Handlungsabläufen integriert*

zu werden oder in solche, die simultan eine Reihe von interdependenten Transformationen umfassen. Ohne die Sprache blieben die Operationen individuell und folglich außerhalb der regulierenden Wirkung, die von zwischenmenschlichem Gedankenaustausch und von Zusammenarbeit ausgehen. In diesem doppelten Sinne von symbolischer Kondensierung und sozial wirksamer Regulierung ist die Sprache unentbehrlich in der Ausbildung des Denkens. Demnach sind Sprache und Denken in einem genetischen Zirkel verknüpft, wobei sich jede der beiden Komponenten in gegenseitiger Wechselbeziehung an die andere anlehnt. Letztlich aber hängen beide von der Intelligenz als solcher ab, die der Sprache vorangeht und von ihr unabhängig ist." (Piaget, 1967, S. 98 bzw. Steiner, 1973, S. 160f)

An Piagets Versuchen und Interpretationen wird z.T. Kritik geübt. Bei seinen Experimenten mit Kindern unter 6 Jahren ist nicht sichergestellt, ob das Kind die Fragen auch wirklich verstanden hat. Ein Beispiel dazu führt Freudenthal (Bd.1, 1973, S. 304-305) auf: Piaget folgert aus diesem Experiment mit Kindern unter 4 Jahren, dass diese die Inklusion nicht beherrschen. *„Man zeigt dem Kind eine Menge von Holzperlen, von denen die meisten braun und nur einige weiß sind, und fragt, ob das mehr Holzperlen oder mehr braune Perlen seien; jüngere Kinder antworten: „Mehr braune Perlen". Wenn man einen Erwachsenen fragen würde, ob das mehr braune Perlen oder mehr Holzperlen seien (während die braunen Perlen alle von Holz sind), würde er antworten: „Ach, Sie meinen übrige Holzperlen, nicht wahr?"* In der Umgangssprache gibt es diese Art von Fragen nicht. Deshalb verstehen Kinder meist diese Frage nicht. Doch die Kritik bezieht sich nicht nur auf die Abhängigkeit der Ergebnisse vom Sprachkonzept, sondern auch auf Piagets klinische Methode – sie sei zu frei, entziehe sich guter experimenteller Kontrolle. (Graumann, 2002, S. 108-122 und Claus, 1989, S. 66-73)

Bruner

Jerome Bruner (1988) entwickelte für die Darstellung mathematischen Wissens eine Begrifflichkeit, die mit großem Erfolg in die Fachdidaktik einging - die Abstufung der drei Repräsentationsstufen: enaktiv, ikonisch und symbolisch. Die enaktive Stufe (Erkenntnisgewinn durch Handlungen) beinhaltet den manipulierenden Umgang mit konkreten Materialien (z.B. mit Modellen von geometrischen Körpern). Auf der ikonischen Stufe (Erkenntnisgewinn durch angeschaute oder vorgestellte Bilder) wird Wissen in Form von Bildern oder Zeichnungen verkörpert. Auf der symbolischen Stufe (Erkenntnisgewinn durch Verwendung von Sprache, wie Umgangssprache oder mathematische Zeichen) werden sowohl die Handlung, als auch das Bild in die Sprache übersetzt. Bruner rechnet zu dieser Stufe die Sprache in ihrer gesprochenen und geschriebenen Form, die Notation in mathematischer Symbolsprache miteingeschlossen. Die Umgangssprache gehört zwar zur symbolischen Ebene, doch kommt ihr für alle Ebenen eine kommentierende Funktion zu. Claus (1989) geht auf Bruners Lerntheorie wie folgt ein: *„Liegt es doch im Wesen der Sprache, daß sie Handlungen und bildliche Vorstellungen hervorruft, dass umgekehrt Handlungen und Bilder Sprechhandlungen auslösen und daß man Gesprochenes (in Symbolen) niederschreibt, Geschriebenes beim Lesen zumindest innerlich ausspricht. Im Mathematikunterricht gibt man (Lehrer oder Schüler) Handlungsanweisungen, erklärt man graphische Darstellungen, erläutert man Symbole, Kalküle, Rechnungen, Gedankengänge. Ferner dient die sprachliche Kommunikation auf allen Ebenen der Kontrolle und der Korrektur. Sie hilft bei der Übersetzung aus einer Ebene in eine andere. Daran ändert sich*

nichts durch das Erlernen von fachsprachlichen Ausdrücken und Wendungen. Fachsprachliche Anteile sollten besonders in der Sekundarstufe II mehr und mehr die Umgangssprache durchsetzen, die Schüler müssen sie genau kennen und richtig anwenden, andererseits sollten stets spontane umgangssprachliche Formulierungen, Beschreibungen, Vergleiche und Bilder zugelassen sein."(Claus, 1989, S. 77)

Genau wie Piaget ist Bruner der Auffassung, dass die geistige Entwicklung in der zunehmenden Unabhängigkeit von Wahrnehmungsreizen bei Denkprozessen zu sehen ist. Doch bei zwei wesentlichen Punkten hat Bruner konträre Vorstellungen zu Piaget: Bei Piaget ist die Sprache nur Anhängsel des Denkens, Bruner dagegen misst ihr außerordentliche Bedeutung zu. Der Umwelteinfluss auf die Entwicklung des Denkens wird von Bruner weitaus höher eingeschätzt als bei Piaget, da der Spracherwerb milieu- und kulturbedingt ist. Folgende Hypothese stellt Bruner auf: *„Jedem Kind kann auf jeder Entwicklungsstufe jeder Lerngegenstand in einer intellektuell ehrlichen Form erfolgreich gelehrt werden.*" Das widerspricht Piagets Theorie der Entwicklungsstufen, dass ein Kind vor Erreichen einer bestimmten Entwicklungsstufe bestimmte Begriffe nicht erwerben kann. (Ellrott/Schindler, 1995, S. 74)

Bruner meint zum Lernen an Modellen: Begriffliches Wissen ist in dem Maße erreicht, *„wie sich die zunächst weitgehend selbständige, durch Sozialisation erlernte sprachliche Darstellung mit der handlungsgebundenen und bildhaften verbinde. Umgekehrt könne das Kind, sobald es Erfahrungen sprachlich verschlüsselt, die Erfahrung mit zusätzlichen Inhalten anreichern, indem es die ihr innewohnenden Bedeutungen einbezieht. Die Sprache wird im Laufe der Entwicklung immer wirksamer und gewichtiger in die Organisation der Erfahrungen eingeschaltet. Die sprachliche Formulierung von Beziehungen und Merkmalen erweitert ebenso wie die Benennung von Objekten und Ereignissen die Möglichkeit einer begrifflich denkenden Bewältigung der Umwelt.*"(Maier/Schweiger, 1999, S.85)
Laut Bruner (1964, S. 4) bildet die Sprache nicht bloß ein Mittel, um die Erfahrung darzustellen, sondern sie auch zu transformieren.

Bruner führt mit Schülern u.a. Fragespiele durch: Der Versuchsleiter legt dem Kind 42 Dingbilder vor und teilt ihm mit, dass er sich eines von ihnen gemerkt hat und das Kind soll herausfinden, um welches es sich handelt. Nun versucht das Kind das Bild mit Fragen, die der Versuchsleiter mit „ja" oder „nein" beantworten kann, herauszufinden. Es kann zwischen zwei Strategien der Informationsbeschaffung und –verwertung unterschieden werden: Die eine Strategie ist die des einengenden Suchens und Fragens (constraint seeking). Für jedes der 42 Dingbilder gilt die gleiche Wahrscheinlichkeit, die richtige Lösung zu sein. Mit einer ersten zwingenden Frage kann der Bereich, in dem die Lösung liegt, eingeengt werden, z.B. „Ist es etwas Rotes?" oder „Ist es ein Spielzeug?". Dabei wird die bejahende oder verneinende Antwort des Versuchsleiters verwertet, d.h. auf den einen oder den komplementären Bereich angewendet. Jede weitere Frage und Antwort führt zu einer Verminderung der Anzahl der möglichen Lösungen, bis schließlich ohne direktes Fragen, aufgrund bisheriger Informationen die richtige bezeichnet werden kann.

Die zweite Strategie, das „Prüfen von Hypothesen" oder einfacher, das „ratende Fragen", ist ganz anderer Art. Der Aufforderungscharakter gewisser Wahrnehmungsgegebenheiten der Versuchssituation oder auch reine Willkür dürften der Ausgangspunkt für die Reihe von

meist in sich abgeschlossenen Fragen sein. Die Antworten des Versuchsleiters lassen das Kind nicht auf Alternativen schließen; nur bejahende Antworten führen es zur richtigen Lösung.

Die überwiegende Mehrzahl der 6-jährigen verfährt nach der ersten Strategie. Sie reihen meist ganz konkrete Fragen (specific hypotheses) aneinander („Ist es der Hammer?" Ist es die Säge? etc.). Es handelt sich um eine Art assoziierenden Ratens. Bei den 8-jährigen geht der Anteil der ratenden Fragen auf ein Viertel zurück und verschwindet bei den 11-jährigen fast ganz. Die Zahl der einengenden Fragen nimmt umgekehrt mit steigendem Alter zu. (…) Damit ist nun deutlich eine strukturale Parallele zwischen dem kognitiven Verhalten und der Sprache aufgezeigt, deren Strukturen als hierarchische dargestellt werden können. (Steiner, 1973, S. 180-182)

Bruner/Olver u.a. (1971) sind auf einen wichtigen Zusammenhang zwischen linguistischer und begrifflicher Struktur gestoßen: *„Er betrifft (…) nicht so sehr isolierte Worte als die Tiefe von deren hierarchischer Integration sowohl in der Sprache als auch im Denken. Dieser Zusammenhang hat nichts mit einem quantitativen Reichtum des Vokabulars in verschiedenen Bereichen oder mit der Verfügbarkeit desselben zu tun, sondern mit der Gegenwart oder mit dem Fehlen von Wörtern eines höheren Allgemeinheitsniveaus, die zur Integration verschiedener Wortbereiche und Gegenstandsbereiche in hierarchischen Strukturen verwendet werden können. Unabhängig davon, wie reich das Vokabular ist, das zur Beschreibung eines bestimmten Wirklichkeitsbereiches verfügbar ist, ist es von beschränkter Verwendbarkeit als Instrument des Denkens, wenn es nicht in einer Hierarchie organisiert ist, die als ganze aktiviert werden kann.*"(Bruner/Olver u.a., 1971, S. 363)

Aebli

Die Verbreitung und Weiterverarbeitung der Erkenntnisse Piagets für das Lehren und Lernen v.a. im Mathematikunterricht erfolgte Ende der 50-er Jahre u.a. durch Aebli.
So schrieb Piaget im Buch „Psychologische Didaktik" von Hans Aebli zum Geleit: *„Niemand war besser als Hans Aebli geeignet, dieses Buch zu schreiben und aus meinen Forschungen über die Entwicklung der Denkoperationen beim Kinde die pädagogischen Anwendungen abzuleiten.*"(Aebli, 1963a, S. 8)

Folgende Stufenleiter der Entwicklung von Operationen entwirft Aebli und setzt sie unter das Motto „Tun, Verstehen, Automatisieren":

1. Stufe: Vorbereitung der Lektion (Einstimmen auf die Frage bzw. Aufgabe)
2. Stufe: Der Aufbau der Operationen (logische Struktur der Handlung/Operation, Zusammenhänge/Beziehungen klären, Einsicht gewinnen)
3. Stufe: Die Durcharbeitung der Operation (vgl. operatives Prinzip)
4. Stufe: Die Verinnerlichung der Operation mit folgenden Unterstufen
   a) Der effektive Vollzug der Operation am wirklichen Gegenstand
   b) Die Vorstellung der Operation auf Grund ihrer bildlichen Darstellung
   c) Die Vorstellung der Operation an Hand ihrer symbolischen Darstellung
5. Stufe: Das Auswendiglernen, die Automatisierung

(Aebli, 1983, S. 94-107)

Besonderns bei der Stufe vier, der Verinnerlichung der Operation, aber auch bei all seinen anderen Stufen und Unterstufen stellt die Sprache ein ganz wichtiges Medium dar. In seinen Werken befasst er sich sowohl mit der Sprache des Lehrers, als auch den sprachlichen

Handlungen der Kinder und betont an vielen Stellen die Wichtigkeit der Sprache für den Unterricht.

In seinem Werk „Grundformen des Lehrens" geht Aebli u.a. der Frage nach, ob der Lehrer die Altersmundart des Kindes sprechen soll. Zunächst holt er bei seinen Asuführungen bis ins jahr 1900 aus: In diesem Zeitraum wurde nämlich die Kindersprache entdeckt und aus dieser kinderpsychologischen Entdeckung wurde damals der Schluss gezogen, dass der Lehrer zum Kind in dessen Altersmundart sprechen muss. Sogar Bücher wurden in dieser Sprache gedruckt, u.a. Goethes Faust. Doch Kritiker erkannten, dass sich Kinder von Erzählungen dieser Art langweilen. Auch Aebli schließt sich dieser Meinung an und baut sie noch aus:
„Die vom Kind gesprochene Sprache muß von der von ihm verstandenen unterschieden werden. Jeder Mensch versteht eine Sprache, die reicher ist und höher steht als diejenige, die er selber spricht. Den Begriffen der gesprochenen Sprache und der verstandenen Sprache entspricht das bekanntere Begriffspaar des aktiven und des passiven Wortschatzes. Auf dem Teilgebiet des Wortschatzes wurde nämlich schon lange beobachtet, was wir hier vom Gesamtbereich der Sprache aussagen, dass nämlich die aktiv verwendeten Sprachmittel nur einen Teil der („passiv") verstandenen Sprachmittel ausmachen. Gewisse schwierigere Wörter, Satzkonstruktionen, Stilmittel usw. verstehen die Kinder sehr wohl, verwenden sie aber noch nicht. Darum wäre es ein Irrtum, wollte man aus der Tatsache des Fehlens dieser Elemente in der gesprochenen Sprache des Kindes den Schluß ziehen, man dürfe sie nicht verwenden, wenn man zu ihm spricht. Vielmehr ist es gerade notwendig, dass man es tut. Es hat einen tiefen entwicklungspsychologischen Sinn, dass es das Kind vom Erwachsenen erwarte; denn von der gehörten und gelesenen Sprache gehen die Entwicklungsimpulse für die gesprochene Sprache aus. Indem das Kind den Erwachsenen eine Sprache sprechen hört, die über der seinen steht, empfängt es ständig Impulse zur eigenen Weiterentwicklung." (Aebli, 1963b, S. 41f)

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass Bruner und Aebli die Theorien Piagets jeder auf seine Weise weiterentwickelten und dass beide auf die immense Bedeutung der Sprache und des Versprachlichens für das Begriffsbilden und Lernen aufmerksam machten.

2.2.3.2. Rolle der Sprache in der konstruktivistisch ausgerichteten Mathematikdidatik

In den 30-er Jahren des 20. Jahrhunderts hat der damalige sowjetische Psychologe **Vygotski** (z.T. auch Wygotski geschrieben) als Antwort auf Piagets Veröffenlichungen eine eigene Theorie der geistigen Entwicklung von Menschen entworfen. Seiner Theorie liegt, im Gegensatz zu der Piagets, eine größere Bedeutung der Sprache zu Grunde. (vgl. Vygotsky, 1962)
Nach Vygotskis Tod im Jahre 1934 knüpften andere Psychologen der damaligen Sowjetunion an dessen Theorie an und entwickelten daraus eigene Theorien, wie z.B. **Galperin**.

Die Hypothese von der etappenweisen Bildung geistiger Operationen stellt den Übergang von gegenständlichen Handlungen zu geistigen Operationen dar. Diese Hypothese ist der Stufenleiter von Aebli ähnlich, doch sie misst der Sprache eine viel bedeutendere Rolle bei:

1. Stufe: Orientierungsstufe
   Ziel dieser Stufe ist eine erste Begegnung mit dem Gegenstand. Deshalb ist es wichtig, sich eine vorläufige Vorstellung von der Aufgabe zu machen.

2. Stufe: Stufe der materiellen bzw. materialisierten Handlung
   Bei kleinen Kindern spielen materielle Handlungen (Handlungen mit konkreten Gegenständen) für das Lernen eine bedeutende Rolle. Im späteren Kindes- bzw. Jugendalter reicht es meist, mit Darstellungen von gedachten Handlungen zu operieren (materialisierte Handlung).
3. Stufe: Stufe der gesprochenen Sprache
   Die Kinder sollen die Operationen durch lautes Verbalisieren darstellen. Dies sollten sie ohne Hilfe durch konkrete Handlungen mit Gegenständen bewältigen, sie sollten sich jedoch an sie erinnern.
   „So besteht der wirkliche Inhalt dieser neuen Etappe in der Übertragung der Handlung nicht in die Form der Vorstellung, sondern der gesprochenen Sprache ohne gegenständliche Stütze."(Galperin, 1969, S. 383)
4. Stufe: Stufe der Verwandlung der Handlung in die innere Form
   Es erfolgt eine *„Verwandlung der lautsprachlichen Handlung in die innere Form und endet mit der freien inneren Darstellung der Handlung ganz für sich. (…) Die äußere Sprache beginnt sich in die innere zu verwandeln. (…) So wird auch die gegenständliche Handlung, die in den verschiedenen Formen der äußeren Sprache ausgedrückt wird, am Ende zu einem Akt der inneren Sprache.*"(Galperin, 1969, S. 388f)
5. Stufe: Stufe der Kontrollhandlung
   Die Kontrolle wird verkürzt. Dies bedeutet, *„dass der Vergleich des Prozesses und der Ergebnisse der Arbeitshandlung mit dem Muster bereits nicht durchgeführt, sondern nur noch im Auge behalten wird (…) Im weiteren verschwindet der Prozeß des Vergleichens, der schnell automatisch wird, ganz aus dem Bewußtsein, und dann ist die Kontrolle für die Selbstbeobachtung bereits nicht mehr von der Wahrnehmung der Arbeitshandlung unterscheidbar. Die Kontrolloperation verwandelt sich in Aufmekrsamkeit.*" (Galperin, 1969, S. 392)

Auch andere Didaktiker betonen die Wichtigkeit der Verschriftlichung von Lernergebnissen, wie z.B. **Jakubowski** (1993). Er betont im Zusammenhang mit der Reflexion, die mit einer schriftlichen Ausarbeitung verbunden ist, die gesteigerte Aufmerksamkeit der Lernenden für die eigenen Denkprozesse. Dadurch, dass die Gedankenkonstrukte verschriftlicht werden müssen und die Erwartungen der Adressaten miteinbezogen werden müssen, entsteht für die Lernenden ein Anlass, die Tragfähigkeit der eigenen Konstrukte zu überprüfen und gebenenfalls noch zu verfeinern oder zu vertiefen. Eine Vertiefung des Gelernten erfolgt auch deshalb, weil die Lernenden für die textliche Eigenproduktion eine sprachliche Repräsentation für ihre Gedankenkonstrukte aufbauen müssen.

Ähnlich wie Jakubowski sieht **Gallagher** (1993) bei der Verschriftlichung eine Vertiefung des Gelernten, doch Gallagher betont dabei die Eigenaktivität stärker, sowohl in Form von „group writing", als auch im „individual writing". Als Formen der Verschriftlichung sieht er das graphische „concept mapping", bei dem die Lernenden Beziehungen zwischen mathematischen Begriffen und dem eigenen Wissen in einem Schaubild darstellen.

2.2.3.3. Rolle der Sprache nach aktuellem Forschungsstand

Die mathematikdidatische Beforschung, sowohl der Brunerschen Repräsentationsstufen als auch der Stufentheorie Aeblis, ließ die Beobachtung des sprachlichen Ausdrucks als eines wichtigen Faktors mathematischen Lernens nicht außer Acht. Erst Maier und Schweiger widmeten sich gezielt und ausschnitthaft der Sprache als Forschungsfeld der Mathematikdidaktik. Obwohl sie dabei eher die Jahrgangsstufen der Sekundarstufe I und höher beachteten, werden ihre Aussagen in der gesamten Mathematikdidatik sehr ernst genommen. Um die Rolle der Sprache angemessen in den Repräsentationsstufentheorien zu verorten befassen sie sich mit dem Verstehensbegriff.

"Nur theoretische Begriffe bzw. theoretisches Wissen erfüllen jene Kriterien, die (…) als charakteristisch für Verstehen genannt wurden; sie weisen in der mentalen Dimension eine konzeptuelle, prozedurale (funktionale), relationale, argumentative, elaborative und reflexive Komponente auf und erlauben in der modalen Dimension den Transfer zwischen den verschiedenen Darstellungformen, insbesondere der anschaulichen und der sprachlichen Repräsentation." (Maier/Schweiger, 1999, S. 83)

Sie fordern, die Schüler sollten über das empirische Wissen hinaus zu theoretischem Wissen vordringen. Die Aufgabe des Lehrers ist es, Modelle auszuwählen, *"die adäquate manuelle, zeichnerische oder mentale Handlungen anregen und das Entdecken relevanter Beziehungen und Strukturen ermöglichen."* (Maier/Schweiger, 1999, S. 83)

Zudem sollte der Lehrer eine intensive sprachliche Kommunikation anregen, an der möglichst alle Schüler beteiligt sind. Ein Grund dafür ist, dass man theoretisches Wissen auch aus wohl überlegten Modellen nicht unmittelbar ableiten kann, da Modelle nicht selbstevident sind. Der Lehrer muss mit sprachlichen Mitteln die Schüler auf bestimmte Perspektiven und Betrachtungsweisen aufmerksam machen. Durch das Sprechen über ihre Beobachtungen, Einsichten und Erkenntnisse reflektieren die Schüler über die Beziehungen bzw. Strukturen.
"Die Sprache dient aber auch dazu, relevante Begriffsmerkmale in einer Definition festzuhalten, Wissen in Form von Lehrsätzen (…) zu formulieren und Verfahrensschritte genau zu beschreiben. Schließlich kann sie als Hilfe bei der Strukturierung der Modellsituation die gewünschten Prozesse der Abstraktion und Generalisierung fördern. " (Maier/Schweiger, 1999, S. 84)

Ein weiterer Grund ist die fehlende Eindeutigkeit von Modellen, da sie oft auch andere als die vom Lehrer gewünschten Deutungen zulassen. Die Schülerinterpretationen können weit auseinander gehen und von der vom Lehrer gewünschten Interpretation sehr abweichen. (vgl. Radatz 1986) Deshalb ist ein sprachlicher Gedankenaustausch bzgl. der gewünschten Interpretation unerlässlich. "*Die Sprache dient beim Einsatz anschaulicher Modelle zur Validierung bzw. Verifizierung der schülerseitigen Modellinterpretationen durch den Lehrer wie durch die Schüler selbst."* (Maier/Schweiger, 1999, S. 84)

Drittens gelingt Modellen nur eine ungenaue und ausschnittweise Repräsentation. Beispielsweise können einzelne Modelle nie den gesamten Begriff „Prisma" verdeutlichen.

"Da also kaum ein Modell in der Lage ist, alle Aspekte eines mathematischen Begriffs vollständig zu repräsentieren, bedarf es der ergänzenden, modifizierenden und

korrigierenden Erläuterung, die nur in sprachlicher Form gegeben werden kann." (Maier/ Schweiger, 1999, S. 84)

Maier und Schweiger fordern, dass Sprache die modellgebundene Arbeit unbedingt begleiten solle, dass sie aber auch zusätzliche Aufgaben übernehmen müsse. Gerade dem älteren Schüler müssen auch sprachliche Ergänzungen abverlangt werden, die an hypothetisches Denken anschließen („Was wäre herausgekommen, wenn…."). Bei diesem Versprachlichen von Ergänzungen wird der Schüler auf Vermutungen kommen, die er möglicherweise nur zum Teil handelnd kontrollieren kann. Somit ist zur Verifizierung der Vermutung wiederum das sprachliche Formulieren gefordert.

Die o.g. sprachliche Hypothesenbildung und Verifizierung kann vom Grundschüler in geringerem Maße als vom Sekundarstufenschüler verlangt werden. Gleich stark können von ihm jedoch sprachliche Formulierungen über von ihm entdeckte mathematische Strukturen verlangt werden. Die internationale mathematikdidatische Forschung ist sich über die Bedeutung des Erkennens von Mustern, d.h. im mathematischen Kontext von Strukturen, einig. Manifestieren kann sich dieses Erkennen in beschränktem Maße durch Handeln (z.B. Fortsetzen von Mustern), in allgemein gültigem Umfang durch Versprachlichung. Deshalb fordern stellvertretend für die Mehrheit der Mathematikdidaktiker Maier und Schweiger eine Betonung der sprachlichen Äußerungen der Schüler im Unterricht, sowohl in mündlicher als auch in schriftlicher Form. In der vorliegenden Erhebung wurde das beachtet.

2.3. Die Rolle der Sprache im Geometrielernprozess

Nach den Analysen zur mathematischen Fachsprache (Kapitel 2.1) und zur Sprache im Mathematikunterricht (Kapitel 2.2) beschäftigt sich dieses Kapitel mit der Sprache im Geometrielernprozess. Zuerst wird der Begriffsbildungsprozess aufgezeigt, sowohl im Alltag als auch in der Schule (2.3.1), desweiteren wird der Gebrauch von Umgangssprache und Fachsprache diskutiert (2.3.2). Den Abschluss bilden die Ausführungen zu den textlichen Eigenproduktionen, die Aufzählung deren unterschiedlicher Arten und deren didaktischer Begründung (2.3.3).

2.3.1 Erwerb geometrischer Begriffe

2.3.1.1. Allgemeine Aussagen über Begriffsbildung

Nicht jedes Wort ist ein Begriff. Es handelt sich um einen Begriff, wenn damit nicht nur ein einzelner Gegenstand – oder auch ein Ereignis usw. - bezeichnet wird, sondern eine Kategorie, eine Klasse assoziiert wird, in die der konkrete Gegenstand einzuordnen ist. Mit einem Begriff werden demnach Objekte oder Erscheinungen hinsichtlich bestimmter Eigenschaften zusammengefasst. Somit werden in dem Begriff alle Eigenschaften, die die einzelnen Objekte und Erscheinungen gemeinsam haben, aufgenommen. Nicht erfasst werden spezifische Eigenschaften eines einzelnen Objektes. (Franke, 2000, S. 72)

Den Kindern sind zahlreiche Begriffe aus dem Alltag bekannt und haben sich auf Grund ihrer Erfahrungen gebildet. Aber auch über Sprache können Begriffe vermittelt werden. Meist handelt es sich um eine Koppelung des Wissenserwerbs aus Erfahrung und Sprache.

Im Umgang mit Erwachsenen übernehmen Kleinkinder oft einfach Wörter und ordnen erst allmählich in die betreffende Kategorie unterschiedliche Repräsentanten (konkrete Gegenstände) ein. Zunächst tun sie dies auf Grund von Ähnlichkeiten oder auf Grund der Funktionalität des Gegenstandes. Mit Eigenschaften begründen können die Kinder die Einordnung in die jeweilige Kategorie noch nicht.
Jedoch kann das Kind schon einen Begriff als eine Einheit in einer kognitiven Struktur gebildet haben, ohne das Begriffswort zu wissen. (Beispiel: das Kind erfasst die Familienmitglieder, kennt aber das Begriffswort nicht.)

Der Erwerb der Begriffe erfolgt überwiegend über den aktiven Umgang mit Objekten in Verbindung mit der Sprache. Beim Spielen mit Bällen erkennt das Kind, dass es einfarbige und bunte, kleine und große, weiche und harte Bälle gibt. Neue Gegenstände ordnen sie dann auf Grund dieser Eigenschaften ein und erkennen, ob ein Gegenstand zu diesem Begriff zugehörig ist.

Bei Kleinkindern begünstigt die anschauliche Ähnlichkeit der Objekte zunächst die Begriffsbildung. (Beispiel: Kleinkinder bezeichnen oft jeden Hund als „wauwau" und jede Frau als „Mama".) Die Unterscheidung zwischen geometrischen Formen gelingt den Kleinkindern ebenfalls schon, obwohl sie die Begriffe dafür noch nicht kennen. Die Begriffsbildung folgt mit zunehmendem Alter auch auf Grund funktionaler Zusammenhänge. (Einige Kinder bezeichnen anfangs noch alle rollenden Gegenstände als „Ball", später nur

noch die runden Gegenstände, die sie zum Spielen verwenden.) Dies zeigt, dass bei Kindern die Begriffsbildung von typischen Beispielen ausgeht. Zuerst brauchen die Kinder typische Repräsentanten, um eine Generalisierung der Zugehörigkeit vornehmen zu können. Erst dann können untypische Beispiele, die ebenso Repräsentanten des Begriffs sind, zugeordnet werden.

Nach FRANKE werden Alltagsbegriffe durch folgende Eigenschaften charakterisiert:

Es gibt nur wenige absolute Grenzen bei Alltagsbegriffen.
In der Regel ist für einen Begriff eine Abstufung von weniger typisch hin zu typisch festzustellen. (Beispiel: Für den Begriff „Vogel" schätzen Versuchspersonen das Rotkehlchen als typischer ein als das Haushuhn.) Es fällt den Menschen z.T. sehr schwer, für untypische Repräsentanten zu entscheiden, ob sie dem Begriff zugehörig sind oder nicht.

Die Bildung von Alltagsbegriffen erfolgt oft nach pragmatischen Gesichtspunkten, weniger nach formal-logischen.

Begriffe weisen Beziehungen zu anderen Begriffen auf.
Im Gedächtnis erfolgt die Repräsentation der Begriffe durch eine kognitive Einheit, in der alle Informationen zum betreffenden Objekt integriert sind.

Ein Objekt kann auf unterschiedliche Weise klassifiziert und damit in verschiedenen Netzwerken eingeordnet sein.
Das Quadrat zum Beispiel kann für das Kind ein Viereck, eine symmetrische Figur, ein Hilfsmittel zum Parkettieren, etc. sein.

Zur Klassifikation der Umwelt haben die Menschen hierarchische Begriffssysteme gebildet, d.h. ein Objekt kann innerhalb einer solchen Hierarchie mit unterschiedlichem Allgemeinheitsgrad klassifiziert werden.
Ein Beispiel dafür ist das Haus der Vierecke.

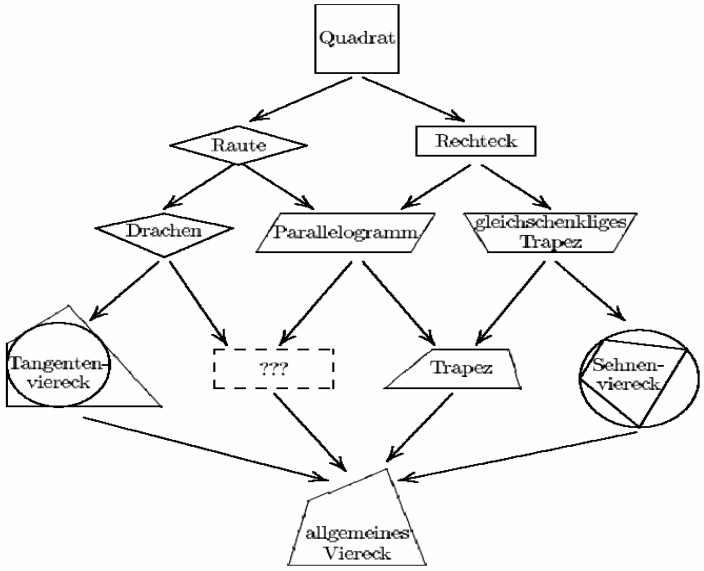


*Abbildung **2.3.1.1**.1: Haus der Vierecke*

(Fritsch, 1998, S. 4)

Mit der Höhe der Allgemeinheit innerhalb einer Hierarchie nimmt die Anzahl der begriffsbestimmenden Merkmale ab.

Ein Beispiel hierfür sind die beiden Begriffe „Viereck" und „Quadrat": In der Hierarchie ist Viereck der allgemeinste Begriff, der lediglich durch das Merkmal „Figur mit vier Seiten" bestimmt wird. Das Quadrat hat viele Merkmale: Es hat vier Seiten, alle Seiten sind gleich lang, gegenüberliegende Seiten sind parallel und es hat vier rechte Winkel.

Innerhalb dieser Hierarchie kommen die Merkmale der Oberbegriffe auch den untergeordneten Begriffen zu.

Greift man oben genanntes Beispiel noch einmal auf: Das Quadrat hat ebenso vier Seiten wie das Viereck.

Für Alltagsbegriffe wird meist ein mittleres Differenzierungsniveau verwendet. Man nennt diese Begriffe auch Basisbegriffe.

Das Haustier wird in der Familie häufig als Hund bezeichnet und nicht etwa allgemein als Tier oder speziell als Collie. (Franke, 2000, S. 71-75)

2.3.1.2. Arten geometrischer Begriffe in der Grundschule

Die geometrischen Begriffe in der Grundschule kann man nach dem Inhalt (in Begriffe für ebene und räumliche Geometrie) oder nach logischen Gesichtspunkten (in Objekt-, Eigenschafts- und Relationsbegriffe) einteilen.

Durch die Kombination der beiden Klassifikationsmerkmale entsteht für die Grundschule folgende Einteilung:

	Objektbegriffe	**Eigenschaftsbegriffe**	**Relationsbegriffe**
Begriffe der räumlichen Geometrie	Würfel Quader Zylinder Pyramide Kegel Kugel	Ecke Kante Seitenfläche kreisförmig dreieckig viereckig rechteckig quadratisch	steht neben liegt hinter schneiden sich ist parallel zu ist senkrecht zu
Begriffe der ebenen Geometrie	Dreieck Viereck Rechteck Quadrat Kreis	rund eckig gerade krumm Ecke Linie Gerade Seite Strecke	ist deckungsgleich mit ist symmetrisch zu ist parallel zu ist senkrecht zu ist genau so lang wie

*Tabelle **2.3.1.2**.1: Einteilung geometrischer Begriffe der Grundschule*

Zwischen den geometrischen Objekten bestehen Beziehungen (z.B. Das Quadrat ist ein Viereck mit vier gleich langen Seiten, …).

Die räumlichen Figuren können durch ebene Begriffe beschrieben werden.

Einige Begriffe kann man nicht zu den ebenen oder räumlichen Begriffen zuordnen (z.B. Ecke: Sie bezeichnet den Punkt, den zwei Strecken in einer ebenen Figur gemeinsam haben oder aber auch den Punkt, an dem die Kanten einer räumlichen Figur zusammen treffen.) (Franke, 2000, S. 78-80)

2.3.1.3. Begriffsbildung im Unterricht

In konsequenter Befolgung der Beachtung der Rolle der Sprache für die Begriffsbildung (vgl. 2.2.3 Sprache im Spiegel der Lerntheorien) sollen im Unterricht die Begriffe nicht von außen an die Schüler herangeführt werden, sondern durch aktive sprachliche und handelnde Auseinandersetzung gewonnen.

Die Begriffsgewinnung läuft in unterschiedlichen Stufen ab:

1. Intuitives Begriffsverständnis
Da die Kinder Repräsentanten für einen Begriff kennen, können sie auf Grund der Wahrnehmung Beispiele finden (z.B. ein Quadrat legen, einen Würfel bauen, etc).

2. Inhaltliches Begriffsverständnis
Die Kinder stellen Beispiele zum Begriff her, indem sie die entsprechenden Eigenschaften berücksichtigen. (z.B. Zum Legen eines Quadrats wählen die Kinder vier gleich lange Stäbe.)

3. Integriertes Begriffsverständnis
Die Beziehungen zwischen den Eigenschaften eines Begriffs oder auch die Beziehungen zwischen Begriffen (insbesondere zu Unter- und Oberbegriffen sowie zu nebengeordneten Begriffen einer Begriffshierarchie) werden von den Schülern erfasst. Nun basiert das Begriffsverständnis nicht mehr auf der Wahrnehmung, sondern auf dem Verständnis. In der Grundschule wird diese Stufe noch nicht erreicht.

4. Formales Begriffsverständnis
Auf dieser Stufe wird der Begriff innerhalb einer Theorie eingebettet (Axiomensystem).

Die Stufen beziehen sich auf Begriffe allgemein. Sie sind nicht als Entwicklungsstufen zu verstehen, stehen also nicht unmittelbar im Zusammenhang mit dem Alter des Kindes.

Folgende Maßnahmen fördern das Begriffsverständnis:
Anfangs sollen die Merkmale von Objekten reduziert werden, damit der Schüler auf wichtige Merkmale aufmerksam wird.
Relevante Merkmale sollen (z.B. durch Färben und zusätzlich durch sprachliches Benennen) hervorgehoben werden.
Um eine Über- bzw. Untergeneralisierung zu vermeiden, sollen bei der Auseinandersetzung mit Objekten Beispiele und Gegenbeispiele mit einbezogen werden.

Den Schülern müssen zudem über einen längeren Zeitraum viele Gelegenheiten zur Auseinandersetzung mit den Beispielen geboten werden.

Wichtig ist auch, Strategien zur Verfügung zu stellen, mit deren Hilfe die Schüler ihre Lösungen kontrollieren können.

Die Rückmeldungen über Erfolg bzw. Misserfolg sollen möglichst rasch erfolgen. Zudem sollte bei Fehlern genügend Zeit für eine erneute Auseinandersetzung mit dem Material zur Verfügung stehen.

Eine der wichtigsten Maßnahmen zur Förderung des Begriffsverständnisses ist, die Schüler anzuregen, ihre Erkenntnisse zu verbalisieren. Dies kann z.B. durch Begründen der Zugehörigkeit, Beschreiben in eigenen Worten, Übermitteln an Mitschüler bzw. Ergänzen von Lückentexten erfolgen. (Franke, 2000, S. 90-92)

2.3.2 Besonderheiten der Verbalisierung im Geometrieunterricht

2.3.2.1. Gebrauch der Umgangssprache bzw. Fachsprache bei Kindern

Zur Frage, welche Bezeichnungen Kinder für geometrische Körper verwenden, hat Franke 1998 in Hessen mit 24 Kindern (Kindergartenkinder kurz vor der Einschulung, sowie Schüler der 1. und 4. Jahrgangsstufe) eine empirische Studie durchgeführt. Dabei wurden den Kindern 24 geometrische Körper aus Holz vorgelegt, die sie benennen sollten.

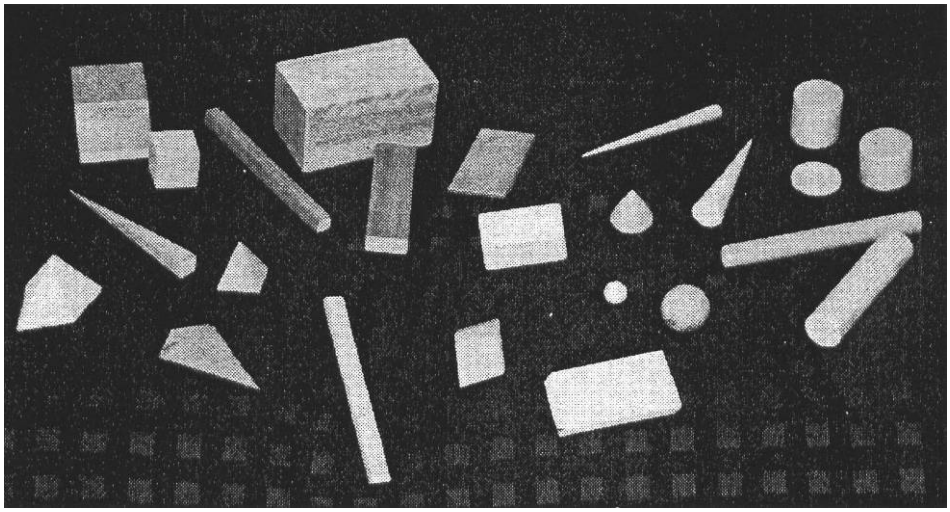


*Abbildung **2.3.2.1**.1: 24 Körper aus Holz*

(Franke, 1999, S. 153)

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Bezeichnungen zu den einzelnen Körpern (Spalte 1 beinhaltet die Beschreibung Frankes, die Spalten 2-4 beinhalten die Begriffe, die Kindergartenkinder, Erstklässler und Viertklässler zum Beschreiben verwendeten):

Körper	Umgangssprachliche Bezeichnung für die Körper	Beschreibung mittels geometrischer Begriffe	Beschreibung mittels Körperbegriffen
großes quadr. Prisma	da, wo die Leute in der Kirche sitzen; geschliffener Granitblock; Hochhaus, Bürgersteigstein	Rechteck, Quadrat,	Quader
kleines quadr. Prisma	Kirche, Kirchturm, Hausunterteil, Blockstein, kleines Hochhaus	Rechteck, Viereck, Quadrat	Quader
Quader	dickes Brett, Grundstein, Brücke, Mauer, geschliffener Stein	Rechteck, langes Rechteck, Quadrat	Quader
Quader (Platte)	Platte, eckige Scheibe, Floß, Brett, Fläche, Buchseite, Knäckebrot, Tür, Fußmatte	Gequetschtes Rechteck, Rechteck , Quadrat	Quader, dünner Quader
quadr. Prisma (Stange)	Latte, Balken, Stange, Stab, Balancierbalken, Holzstamm, Stock, Bordstein	Rechteck, langgezogenes Achteck, Quadrat, viereckige Stange	Quader, Quaderstab
großer Würfel	Holzklotz, Unterteil vom Haus,	großes Viereck, Quadrat	Würfel
kleiner Würfel	Bauklotz, Haus	kleines Viereck, Quadrat	Würfel
kleine Kugel	kleiner Ball, Murmel, Kopf vom Schneemann, rundes Schneckenhaus, Apfel	Kreis	Kleine Kugel
große Kugel	großer Ball, Bauch vom Schneemann, Murmel	Kreis	Kugel
Zylinder 1 (größter Zylinder)	Stange, Rundstange, Stab, Wasserleitungsrohr, Rolle, Stiel, Katapultständer	Kreis, dünner Kreisstab	Säule, Walze
Zylinder (kleiner als 1)	Rolle, Stange, Stab, Bombe, Leitungsrohr, gerollter Teppich, Littfaß-säule, zweieckiges Rolleck	Kreis, dicker Kreisstab	Walze
Zylinder (kleiner als 2)	große Rolle, Baumstump, Turm, Kanonenständer, Rohr, Kästchen, Holzfaß, Planierraupe,	so eine Art Kreis, Rollzweieck	Walze
Zylinder (kleiner als 3	Regentonne, Rad, kleine Rolle, rollender Stein, Unterteil vom Pilz, Brunnen, Käseflachmacher, kleines Rohr, Planierraupe	so eine Art Kreis	Walze
Zylinder (kleiner als 4)	Kanaldeckel, Untertasse, runde Scheibe, Tablett, Käseteller, Untersetzer	Kreisscheibe, so eine Art Kreis	
Kegel 1 (längster Kegel)	Kirchturmspitze, Zipfelmütze, Rakete, Zapfen, langgespitzter Stab, Speer, Pfeil,		
Kegel (kürzer als 1)	Kirchturmspitze, Zipfelmütze, Hut, Eiswaffel, Speer, Zapfen		
Kegel (kürzer als 2)	rundes Dach, Berg, kleine Eiswaffel, Spitze vom breiten Turm, Dorne, Chinesenhut, Spitze, Tippi,	rundes Dreieck, Rundeineck, Eineck	Abgerundete Pyramide
Pyramide (kleine, quadrat.)	viereckiges spitzes Hausdach, Dach, Zelt, Haus	Dreieck, Fünfeck, dreieckiges Viereck	Pyramide
Pyramide hohe, quadrat.)	viereckige Zipfelmütze, Turm, Kirchenspitze, Speer, eckiger Pfeil, Spitzdach	ähnlich dem Dreieck, Dreieck-Viereck,	steile Pyramide
Pyramide (dreisei-tig)	eineckiger, langgezogener, halber Kirchturm, Hausdach, U-Boot, Berg,	Dreieck, halbes Dreieck, eine Art Dreieck, Quader,	
Pyramide (fünf-seitige)	Zelt, Hausdach, Geschäftsdach, Dingsdabums, Pyramidenberg	Sechseck, Quadrateck, Fünfeck, Dreifünfeck	
längstes schiefes Prisma (1)	Schrägstange, Leiter, Haltestein vom Bürgersteig, Schienengleis, Zugbrücke, Balken, schräger Quaderstab	Rechteck, krummgeschliffenes Rechteck, Achteck	Quader
Schiefes Prisma (kürzer als 1)	Schrägplatte, Felsen, Hubbel gegen Autos, Windschutzscheibe, Radiergummi, Autobahn	schräges Rechteck, ähnlich wie ein Quadrat, großes Achteck,	Quader
Schiefes Prisma (kürzer als 2)	Schiefeck, Felsen, Springbrett, Autoausfahrt, Radiergummi	schiefgelegtes Rechteck, schräges Rechteck, Art von einem kleinen Quadrat, kleines Achteck	Quader

*Tabelle **2.3.2.1**.1: Überblick über die Bezeichnungen zu den einzelnen Körpern (Franke, 1999, S. 155f)*

Die Studie von Franke ergab, dass die Kinder schnell zu ähnlichen Körpern greifen. Dabei finden sie Begriffe, die die Unterschiede zwischen ähnlichen Körpern verdeutlichen und trotzdem eine Beziehung zwischen ihnen ausdrücken. Beim Zylinder wird die Zusammengehörigkeit durch die Wörter große Rolle und kleine Rolle bzw. Rohr, Hälfte vom Rohr und kleines Rohr ausgedrückt.

Die Kindergartenkinder verwenden zum Beschreiben der Objekte ausschließlich umgangssprachliche Begriffe. Sogar Würfel und Kugel bezeichnen sie nicht mit den in die Alltagssprache übergegangenen Fachbegriffen, sondern als Holzklotz und Bauklotz bzw. Ball und Murmel.

Die Schüler der ersten Jahrgangsstufe umschreiben die Objekte meist mit Begriffen aus der ebenen Geometrie. Die Körperformen werden durch die Form der Flächen als Rechteck, Quadrat oder Dreieck bezeichnet. Einige Kinder versuchen die gleiche Kategorie zu Grunde zu legen.

Viele von Ihnen bringen zur Unterscheidung die Größe ins Spiel, wie z.B. kleines Quadrat und großes Quadrat für die beiden Würfel, andere die Anzahl der Ecken. Die quadratische Pyramide wurde demnach von unterschiedlichen Schülern als Viereck bzw. Fünfeck bezeichnet, der Kegel als Eineck.

Einige Schüler zählen zur Unterscheidung zwar ebenfalls die Ecken, benutzen aber zusätzlich noch andere Kriterien. Der flache Kegel wird als „Rundeineck" bezeichnet, der Zylinder als „zweieckiges Rolleck" und das Prisma als „Schiefeck".

Die Fachbegriffe verwenden die Schüler der ersten Jahrgangsstufe nur für die Kugel und die Pyramide, die beide auch in der Umgangssprache auftreten.

In der vierten Jahrgangsstufe werden die Begriffe Kugel, Würfel und teilweise auch Quader und Pyramide sicher gebraucht. Verwechslungen treten bzgl. Quadrat und Quader auf.

Die Körper werden noch relativ häufig mit Hilfe der Seitenflächen als Dreieck, Rechteck oder Kreis bezeichnet.

Auffällig ist, dass viele Schüler die quadratischen Pyramiden als solche erkannten, dagegen die anderen Pyramiden nicht. Die Kinder verbinden vermutlich mit dem Wort Pyramide nur einen Prototyp (ägyptische Pyramide) und kennen die Eigenschaften von dieser Körperform nicht.

Wortneuschöpfungen treten auch im vierten Schuljahr noch auf. Eine Pyramide wird u.a. als „Dreifünfeck" bezeichnet, da sich diese Schüler an der Anzahl der Ecken orientieren und das bei Flächen übliche Vorgehen (Benennung nach der Anzahl der Ecken) auf Körperformen transferieren. (Franke, 1999, S. 156-158)

Es ist also festzustellen, dass Kinder bei der Bezeichnung mathematischer Objekte häufig auf Wörter der Umgangssprache zurückgreifen.

Im folgenden Punkt möchte ich auf die Verwendung mathematischer Fachbegriffe im Alltag eingehen.

2.3.2.2. Kontrast: Umgangssprache – Fachsprache

Schütte und ihre Mitarbeiter befragten Kinder nach ihrem Verständnis von Fachbegriffen, die auch in der Alltagssprache vorkommen:

„Bei „Würfel" assozieren die meisten Kinder „Spielwürfel" (mit Augenzahlen und abgerundeten Ecken), bei „Seite" Buchseite, während dieser Begriff in der Geometrie eine Linie bei ebenen Grundformen bedeutet. „Winkel" beschrieben Schüler/innen eines zweiten Schuljahres als „dunkle Ecke", „Körper" als „Bauch" etc. Das Raumumschließende wurde schließlich als das Gemeinsame bei Heizkörpern, Klangkörpern wie bei geometrischen Körpern erkannt, die Form als das Besondere bei geometrischen Körpern. (Schütte, 2002, S. 16-18)

Der Begriff „Würfel" taucht im Alltag häufig auf in verschiedenen Lebensbereichen. Viele Gesellschaftsspiele benötigen einen Spielwürfel, der aus mathematischer Sicht seinen Namen meist nicht zu Recht trägt, da er oft abgerundete Ecken hat.

Auch der Begriff „Zuckerwürfel" oder „Suppenwürfel" ist mathematisch gesehen falsch, da beide keine Würfel, sondern Quader sind.

Im täglichen Leben kann man des öfteren Satzteile wie „die viereckige Schachtel"bzw. „die dreieckige Tobleroneschachtel" hören – mathematisch falsche Ausdrücke.

2.3.2.3. Das Problem der begrifflichen Inklusion

Im Alltag wird das Quadrat nicht als spezielles Rechteck sowie der Würfel nicht als spezieller Quader gesehen, sondern Quadrat und Rechteck bzw. Würfel und Quader als nebeneinander existierende Begriffe.

So ist es nicht verwunderlich, dass FRANKE bei Untersuchungen feststellen musste, dass sogar von Schülern der vierten Jahrgangsstufe Würfel nicht als spezielle Quader erkannt wurden. (Franke, 1999, S. 160)

2.3.3 Schriftliche textliche Eigenproduktionen

Sahen wir oben, dass ein Hineinhören in die Kinder dem Pädagogen Aufschlüsse über deren Begriffsverständnis ermöglicht, so haben entsprechende schriftliche Äußerungen jeweils Vor- und Nachteile.

Im Mathematikunterricht beschränkt sich der Großteil der Textproduktionen der Schüler auf das Notieren von Lösungsschritten und Ergebnissen, die meist normierten Darstellungsmustern folgen und daher nicht als Eigenproduktionen gelten können. Man kann sie aber ohne weiteres zu solchen erweitern, wenn die Schüler unter Verwendung aller ihnen zur Verfügung stehenden Sprachmittel (inklusive der Alltagssprache) die Problemstellung, die Lösungsschritte und das Ergebnis beschreiben und begründen. (Powell/Ramnauth, 1992)

Maier (1998b) unterscheidet folgende Arten textlicher Eigenproduktionen:

Bei „Untersuchungsberichten" wird den Schülern (einzeln oder in Kleingruppen) eine mathematische Untersuchung aufgegeben. Die Schüler verfassen einen Text, in dem sie ausführlich die Untersuchungsziele, die sie bekommen oder sich selbst gesteckt haben, die Beobachtungen, die sie dazu gemacht haben, sowie die Ergebnisse, die sie herausgefunden haben, formulieren.

Bei „Begriffs- und Verfahrensbeschreibungen" beschreiben bzw. erläutern die Schüler ausführlich in einem zusammenhängenden Text einen oder einige zusammengehörige, im Unterricht behandelte mathematische Begriffe (z.B. Pyramide) bzw. ein erlerntes Verfahren (z.B. das Normalverfahren der schriftlichen Subtraktion).

Die Art „Kommunikationsanlässe" basiert auf Situationen, in denen Schüler auf Grund eines kommunikativen Anlasses zu ausführlicher textlicher Eigenproduktion angeregt werden. Ein Beispiel wäre, dass eine komplexere geometrische Figur von Schülern so beschrieben wird, dass Mitschüler diese allein mit Hilfe eines dabei entstehenden Textes reproduzieren können.

Anspruchsvollere textliche Eigenproduktionen sind nach Maier (1998b) *„Definieren, Formulieren von Hypothesen, Argumentieren und Beweisen*". Dazu gehören u.a. das selbstständige Formulieren von Definitionen für mathematische Begriffe (z.B. für geometrische Figuren, nachdem diese klassifiziert, beschrieben und hierarchisiert wurden), das ausführliche Begründen von geometrischen Konstruktionen, das Sammeln von Argumenten für die Gültigkeit eines Lehrsatzes bzw. eines Gesetzes bis hin zum Finden eines Beweises (incl. der Formulierung von Voraussetzungen, Beweisschritten sowie Beweisergebnis). Letztere Aufgaben bleiben der Sekundarstufe vorbehalten.

Weitere Formen textlicher Eigenproduktionen sind nach Waywood (1992) das Führen von Berichtsheften (sog. „journals") bzw. nach Miller (1992) das Schreiben eines improvisierten Textes zu einer mathematischen Aufgabe in jeder Mathematikstunde für jeweils fünf Minuten über einen bestimmten Zeitraum.

Auch das Lerntagebuch ist eine Art der textlichen Eigenproduktion. Im Vordergrund von Lerntagebüchern steht das individuelle Verständnis der Mathematik. Alle Gedanken, Versuche, Irrwege und Erkenntnisse werden darin festgehalten. Durch die sprachliche Formulierung wird die intensive Auseinandersetzung mit der Sache gefördert. (Schmidt-Thieme, 2003 53, S. 44] Das Lerntagebuch ist ein geeignetes Instrument zur Dokumentation und Reflexion des Lernprozesses. Es bildet das Hauptkommunikationsmittel zwischen Lehrer und Schüler.

Es gibt verschiedene Formen von Lerntagebüchern:

Im Rahmen eines Projektes ließen Kasper/Lipowsky (1997) die Schüler Lerntagebücher schreiben, in denen sie zu Fragen (wie z.B. Welches der Aufgabenangebote hat dir gefallen und warum? Welches hat dir nicht so gefallen und warum? Was weißt du nun, was du vorher noch nicht wusstest? Hattest du Schwierigkeiten und Probleme? Wie hast du dir geholfen?) Stellung nehmen sollten.

Bei Gallin/Ruf (1993) machen die Schüler regelmäßig Einträge in ein „Reisetagebuch". Dabei schreiben die Schüler zu sog. „Kernideen", d.h. zu Fragestellungen, die *„dem produktiven Menschen Antrieb und Richtung geben*". Der Lehrer regt die Schüler an, über in ihnen wirksame Kernideen nachzudenken und *„Kernideen zu generieren, die eine fachliche Auseinandersetzung ermöglichen*" (Gallin/Ruf, 1993, S. 10). Die vier Aufgaben des Reisetagebuches sind Reflektieren, Assoziieren, Verarbeiten und Spuren sichern. Vorteile des Reisetagebuchs sind: *„Beim Schreiben verlangsamen und klären sich Gefühle und Gedanken, nehmen Gestalt an und fordern zur Stellungnahme heraus. Wer schreibt, übernimmt in besonderer Weise Verantwortung für seine Position und öffnet sich der Kritik. Individualisierung ohne Aufbau einer schriftlichen Sprachkompetenz, die es dem Lernenden erlaubt, seine im Moment verfügbare Sprache als Medium des Lernens selbständig zu*

nutzen, ist undenkbar." (Gallin/Ruf, 1993, S. 5). Anhand des Reisetagebuchs erkennt der Lehrer den Leistungsstand des einzelnen Schülers und welche Hilfen er im Moment benötigt. Näheres zur Organisation von Lerntagebüchern sowie aufgeführte Praxisbeispiele sind bei Gallin/Ruf nachzulesen. (Gallin/Ruf, 1993, S. 16). Die ausgeführten Ideen zu textlichen Eigenproduktionen haben Ruf und Gallin sogar dazu inspiriert, für den Anfangsunterricht in Jahrgangsstufe eins die Fächer Mathematik und Deutsch zusammenzulegen, was sich auch in einem für beide Fächer zu benutzenden Schulbuch zeigt.

Bei Leuders werden durch das sog. Forschungsheft die vier Forderungen von Ruf und Gallin noch um die Kompetenz des „Verallgemeinerns" erweitert. Die wichtigsten Kriterien des Forschungsheftes sind Vollständigkeit, Darstellung, Kreativität, Fehlerbearbeitung und Schlüssigkeit der Argumentation. Für den Lernprozess ist der Umgang mit Fehlern sehr wichtig, da gemachte Fehler die Schüler auf ihre Wissenslücken hinweisen. Ankerpunkte und Strukturierungshilfen eines Forschungsheftes sind bei Leuders (2003) nachzulesen. (Leuders, 2003, S. 83)

Im Logbuch werden in festen Teams (vier bis sechs Schüler) Stunde für Stunde die Inhalte von wechselnden Schriftführern notiert. Heskes Eindruck war, *„dass die ständige Konfrontation mit der Frage „Was haben wir heute gelernt?" zu einer fortwährenden Reflexion über den eigenen Lernprozess und den Unterrichtsgegenstand führte, die den Lernerfolg begünstigte."*(Leuders, 2003, S. 88)

Neben den Lerntagebüchern gibt es noch weitere Arten textlicher Eigenproduktionen, wie z.B. die Anleitung. Aus der Einzel-, Partner- oder Gruppenarbeit entstandene Ergebnisse können auch so notiert werden, dass sie anderen als Anleitung dienen. Dazu eignen sich Themen aus der Arithmetik genauso wie Themen aus der Geometrie. Wenn Schüler z.B. Faltbeschreibungen erstellen, zerlegen sie den Prozess des Faltens in seine Teilschritte und erklären diese (teils mit Hilfe von Faltbeispielen, mit Bildern, mit Worten).

Auch der Brief als textliche Eigenproduktion lässt sich gut in den Mathematikunterricht integrieren. Mathematische Brieffreundschaften fördern die Reflexion und Auseinandersetzung des Schülers mit dem Sinn und Wesen der Mathematik. Adressaten für Briefe können erkrankte Mitschüler, Schüler an anderen Schulen, aber auch nichtreale Wesen sein.

Es existieren noch viele weitere Formen textlicher Eigenproduktionen, deren Ausführung an dieser Stelle aber zu weit führen würde.

Die textliche Eigenproduktion kann als regelmäßige Aktivität einen festen Platz im Mathematikunterricht haben. Ein Vorteil dabei ist, dass Schüler ihr Denken und die Entwicklung ihrer Ideen dokumentieren. Nach Pimm (1987) verleiht gegenüber dem Sprechen das Schreiben dem Denken einen noch fassbareren Ausdruck, da eine exaktere Darstellung der Ideen verlangt wird. Durch das Schreiben werden mathematische Begriffe und Sachverhalte reflektiert und neue Verknüpfungen hergestellt, was zur verstehenden Konstruktion neuen Wissens führt. Durch das selbstständige Formulieren von Geschriebenem wird der Prozess der sprachlichen Äußerung verlangsamt. Dadurch haben die Schüler Zeit, ihre Beobachtungen zu strukturieren, ihre Gedanken zu sammeln, zu ordnen und strukturiert wiederzugeben. Bei der Verschriftlichung haben die Schüler im Gegensatz zu mündlichen Äußerungen weit mehr die Möglichkeit, ihre Sprachmittel bewusst auszuwählen und auch fachsprachliche Elemente auszutesten, die erst im Übergang vom passiven in den aktiven

Wortschatz sind. Somit wird die fachsprachliche Kompetenz durch Textproduktionen dieser Art gefördert. (Maier, 1998b)

Für den Lehrer bieten textliche Eigenproduktionen der Schüler die Möglichkeit, sich intensiver als sonst über das Wissen der Schüler zu informieren. Nach Swinson (1992) kommt dem Schreiben dadurch die Kontrollfunktion zu: Beim Verfassen der Texte vor der Behandlung des Themas im Unterricht wird das Vorwissen der Schüler zu mathematischen Begriffen und Sachverhalten aufgezeigt und eventuelle Fehlbegriffe können korrigiert werden, ehe neues Wissen darauf aufgebaut wird. Beim Verfassen der Texte im Anschluss an die Wissensvermittlung erkennt der Lehrer, wie die Schüler das zu vermittelnde Wissen aufgefasst haben und kann etwaige Fehlauffassungen beseitigen. Insofern stellen textliche Eigenproduktionen nicht nur ein Lernangebot dar, sondern können von den Lehrenden als Diagnoseinstrument genutzt werden. (Kuntze, 2005b)

Schriftliche Formen der Reflexion sollen zur Reflexion über das eigene Wissen und damit zur Förderung von Metakognition anregen.

Von solchem Nachdenken verspricht man sich ein vertieftes mathematisches Verständnis, von dem sich in der TIMS- und in der PISA-Studie gezeigt hat, dass es deutschen Schülern v.a. daran mangelt und weniger an der Fertigkeit Algorithmen auszuführen. Dementsprechend wird vom PISA-Konsortium ausdrücklich vermehrte Reflexion für den Mathematikunterricht gefordert.

Schriftlichkeit hat im Gegensatz zur Mündlichkeit den Vorteil, dass sie durch die Verlangsamung des Gedankenflusses ein besonders tiefes Nachdenken ermöglicht. Das heißt aber nicht, dass die Mündlichkeit vernachlässigt werden soll. Beides soll einen festen Platz im Mathematikunterricht haben. (Beck, 2002, S. 206)

2.4. Das räumliche Vorstellungsvermögen

"Unbestritten gehört die Vermittlung eines räumlichen Anschauungsvermögens zu den wesentlichen Zielen der allgemeinbildenden Schule. Im Prinzip handelt es sich dabei um eine fächerübergreifende Aufgabe" (Fritsch, 1985, S. 339)

Ein Hauptziel des Geometrieunterrichts der Grundschule ist die Schulung des räumlichen Vorstellungsvermögens. Zudem ist es Voraussetzung für den Geometrieunterricht und für schulisches Lernen im Allgemeinen. Hinzu kommt der lebenspraktische Bezug, d.h. sich in der Welt/in dem Raum in der/dem wir leben zu orientieren und auch in der Vorstellung damit zu operieren.

Da die Raumvorstellung eine wichtige Komponente der menschlichen Intelligenz ist werden zunächst verschiedene Strukturkonzepte der Intelligenz vorgestellt und die Raumvorstellung als ein Faktor davon eingeordnet. Daran anschließend erfolgt die Aufteilung der Raumvorstellung in ihre Faktoren. Da die Ein-Faktor- bzw. Zwei-Faktoren-Analysen eine geringere Rolle spielen, als die Drei-Faktoren-Analysen, werden ausschließlich letztere aufgeführt, wobei hier exemplarisch auf die Theorien nach Thurstone, Linn&Petersen und Lohmann eingegangen wird. Die Konzepte zur Entwicklung der Raumvorstellung runden dieses Kapitel ab: Zunächst wird die Stufentheorie von Stückrath beschrieben, der der Ausbildung des Körperschemas große Bedeutung beimisst (Aufteilung in Leib-, Ich-, Handlungs- und Laufraum). Piaget&Inhelder unterscheiden bei der Entwicklung des räumlichen Denkens drei Grundformen, die im Verlauf der kognitiven Entwicklung nacheinander auftreten und aufeinander aufbauen (topologische, projektive, euklidische Grundformen). Das Ehepaar Van Hiele beschreibt in ihrem Modell fünf Denkebenen/Niveaustufen, die durchlaufen werden müssen (räumlich-anschauungsgebundenes, geometrisch-analysierendes, geometrisch-abstrahierendes und geometrisch-schlussfolgerndes Denken sowie strenge, abstrakte Geometrie).

2.4.1 Strukturkonzepte der Intelligenz

"Aus diesen Überlegungen lässt sich unschwer ableiten, dass es sich bei der Raumvorstellung um einen sehr breiten und wesentlichen Bestandteil der menschlichen Intelligenz handelt, der sich – wie auch andere Intelligenzbereiche – nicht scharf abgrenzen lässt." (Berger, 1986, S. 23)

Zum Aufbau und zur Struktur der menschlichen Intelligenz gibt es in der Psychologie viele Theorien, die meist mit Hilfe faktorenanalytischer Ansätze entwickelt wurden. Auch folgende drei ausgewählte Strukturkonzepte basieren auf diesem Ansatz.

2.4.1.1. Thurstones Primärfähigkeiten

Thurstone hat in seiner Multiplen-Faktorenanalyse (Centroid-Analyse mit anschließender grafischer orthogonaler Rotation der Achsen) als einer der ersten herausgefunden, dass Raumvorstellung ein Faktor der Intelligenz ist. Insgesamt geht er von sieben Primärfaktoren der Intelligenz aus, die er als *principal landmarks in mental ability* bezeichnet. (Thurstone, 1938, S. 4)

Faktor V: Verbal (verbal comprehension, verbal relations)

(in deutschen Veröffentlichungen: Wortverständnis / Sprachverständnis)

Dieser Faktor umfasst die Fähigkeit, sprachliche Bedeutungen und Beziehungen zu verstehen, d.h. logisch sinnvoll mit Begriffen umzugehen und inhaltsbezogen mit Worten zu operieren.

Faktor W: Word Fluency (verbal fluency)

(in deutschen Veröffentlichungen: Wortflüssigkeit)

Damit ist die rein quantitative Fähigkeit gemeint, sehr schnell Wörter mit bestimmten Eigenschaften aus dem Wortschatz abzurufen, ohne auf deren Sinn zu achten.

Faktor N: Number (numerical, numerical facility)

(in deutschen Veröffentlichungen: Rechenfertigkeit / Rechengewandtheit / Rechnerisches Denken)

„Number" beinhaltet die Fähigkeit, einfache Rechenoperationen durchzuführen, beinhaltet aber nicht die logisch-mathematischen Qualifikationen.

Faktor P: Perception (perceptual speed)

(in deutschen Veröffentlichungen: Wahrnehmungstempo / Wahrnehmungs- oder Auffassungsgeschwindigkeit / Auffassungsschnelligkeit)

Dieser Faktor charakterisiert die Fähigkeit, Details eines Gesamtbildes schnell zu erkennen. Nach weiteren Forschungen spaltet Thurstone „Perception" noch in zwei Unterfaktoren auf: „Geschwindigkeit Beziehungen herzustellen" und „Fähigkeit zur Umstrukturierung".

Faktor S: Space

(in deutschen Veröffentlichungen: Raumvorstellung / räumliches Vorstellungvermögen)

Dieser Faktor kennzeichnet die Fähigkeit, mit 2- oder 3-dimensionalen Objekten in der Vorstellung zu operieren. Grundlage dafür bilden unterschiedliche Arten von Wahrnehmungen (akustische, visuelle, taktile) und darauf aufgebaute Vorstellungen. Auf Grund der hohen Komplexität dieses Faktors, teilt ihn Thurstone in seinen späteren Veröffentlichungen in die Subfaktoren „spatial relations" (räumliche Beziehungen), „visualization" (Veranschaulichung) und „spatial orientation" (räumliche Orientierung).

Faktor M: Memory

(in deutschen Veröffentlichungen: Gedächtnis, Merkfähigkeit)

„Memory" charakterisiert eine mechanische Gedächtnisleistung nach kurzen Zeitabständen bei oft sinnarmem Material, wie z.B. die Wiedergabe von kurz zuvor eingeprägten Zahlen oder Zahlen-Buchstaben-Kombinationen.

Faktor R: Reasoning

(in deutschen Veröffentlichungen: schlussfolgerndes und/oder logisches Denken, Schlussfolgerungen)

Dieser Faktor umfasst weite Teile des Problemlösens, wie z.B. die Fähigkeit zur Induktion und Deduktion. Obwohl der Faktor R aus mehreren Teilkomponenten besteht, gelang eine eindeutige Aufteilung bisher nicht.

Diese sieben Primärfaktoren sind weitgehend unterschiedlich (wie z.B. r_{VS}=0,18 zwischen den Faktoren V/Wortverständnis und S/Raumvorstellung), weisen aber dennoch geringe Korrelationen untereinander auf (wie z. B. r_{VR}=0,55 zwischen den Faktoren V/Wortverständis und R/logischem Denken). Mit ansteigendem Lebensalter nehmen die Korrelationen zwischen den Primärfaktoren ab.

Seit Thurstone bestätigten die meisten Intelligenzforscher, dass die Raumvorstellung ein Faktor der Intelligenz ist und sich von logischen und linguistischen Kapazitäten unterscheidet. Auch Gardner schließt sich mit seiner Theorie der multiplen Intelligenzen dieser Meinung an.
(Thurstone, 1938, S. 4ff; Maier, 1999, S. 18ff; Franke, 2000, S. 29ff)

2.4.1.2. Gardners Modell der menschlichen Intelligenzen

„Eine leistungsfähige räumliche Intelligenz ist ein unschätzbarer Vorteil in unserer Gesellschaft." (Gardner, 1991, S. 177)

In seiner Theorie der multiplen Intelligenzen unterscheidet Gardner zwischen sechs unterschiedlichen menschlichen Intelligenzen:

Linguistische Intelligenz:
Dieser Aspekt umfasst semantische, syntaktische, phonologische und pragmatische Qualifikationen im Umgang mit der Sprache. In den kommunikativen, logischen und ästhetischen Bereichen können mit diesen Fähigkeiten Probleme angegangen werden.

Musikalische Intelligenz:
Die musikalische Intelligenz kennzeichnet die Fähigkeit, Rhythmen, Melodien und Klangfärbungen unterscheiden zu können. Gardner sieht einen Zusammenhang zwischen musikalischer und räumlicher Intelligenz.

Logisch-mathematische Intelligenz:
Dieser Teilaspekt der Intelligenz greift von der sensomotorischen Beziehung zur Umwelt (durch den handelnden Umgang mit Gegenständen erwirbt das Kind Denkoperationen) bis zu den Abstraktionen.

Räumliche Intelligenz:
Sie charakterisiert die Fähigkeit, "*die Identität eines Elements zu erkennen; die Fähigkeit, ein Element in ein anderes zu transformieren oder eine solche Transformation zu erkennen; die Fähigkeit, eine mentale Vorstellung zu erzeugen und im Kopf zu verändern: die Fähigkeit, graphische Entsprechungen räumlicher Information zu erzeugen (…)*" (Gardner, 1991, S. 165)

Körperlich-kinästhetische Intelligenz:
Dieser Faktor beinhaltet zwei Aspekte, die Kontrolle der eigenen Körperfunktionen (wie z.B. bei Schwimmern und Tänzern) sowie die kunstvolle Manipulation von Objekten (wie z.B. bei bei Schnitzern).

Personale Intelligenzen: (Intrapersonale/Interpersonale Intelligenz)

Besitzt ein Mensch intrapersonale Intelligenz kann er die eigenen Gefühle erfassen, verstehen, benennen und ausdrücken.

Das Gegenstück zur intrapersonalen Intelligenz stellt die interpersonale Intelligenz dar. Laut Gardner kann ein Mensch mit diesem Teilaspekt der Intelligenz Unterschiede im Verhalten und in den Gefühlen seiner Mitmenschen erkennen und angemessen darauf reagieren. (Gardner, 1991, S. 151ff; Maier, 1999, S. 22ff; Franke, 2000, S. 31f)

2.4.1.3. Das Strukturmodell von Guilford

Dieses sehr umfassende Modell zur Strukturierung intellektueller Leistung ist eine Kombination aus vier Denkinhalten, sechs Denkprodukten und fünf Denkoperationen, woraus sich 120 mögliche Faktoren ergeben. Von diesen 120 Faktoren sind erst 98 bewiesen. Einigen Zellen des Modells können Leistungen der räumlichen Intelligenz zugeordnet werden.

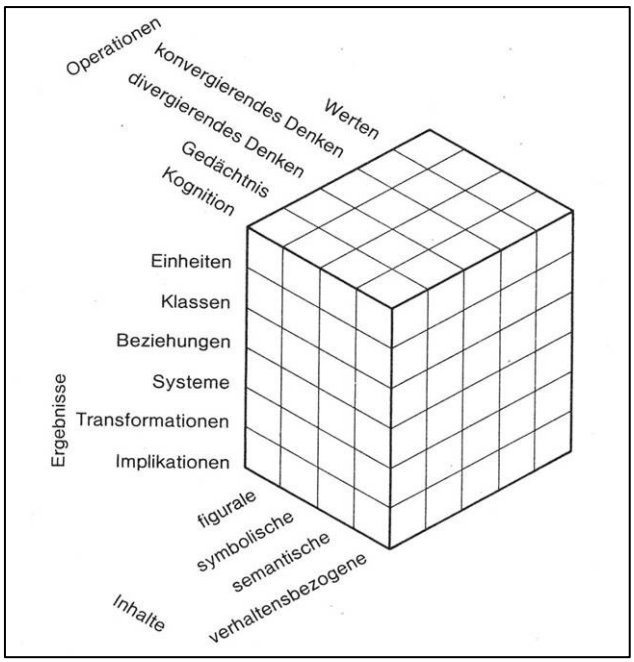


*Abbildung **2.4.1.3**.1: Modell von Guilford*

(Guilford, 1967, S. 120)

2.4.2 Strukturkonzepte der Raumvorstellung

Wie bereits im vorangegangen Punkt deutlich wurde, ist die Raumvorstellung ein sehr komplexer Intelligenzfaktor. Er impliziert die Fähigkeit, auf der Vorstellungsebene mit zwei- oder dreidimensionalen Objekten zu hantieren.

Die Raumvorstellung ist eine der am besten untersuchten Faktoren der Intelligenz. Zur Aufsplittung des Faktors Raumvorstellung existieren zahlreiche unterschiedliche Hypothesen, die Ein-Faktor-, Zwei-Faktoren- und Drei-Faktoren-Theorien. Da sich zahlreiche neuere Untersuchungen auf letztere Theorie stützen, werden im Folgenden ausschließlich Drei-Faktoren-Theorien aufgeführt.

2.4.2.1. Die Drei-Faktoren-Hypothese nach Thurstone

Eine der bedeutendsten Drei-Faktoren-Theorien ist die Theorie von Thurstone, der die Raumvorstellung in die drei Subfaktoren Visualization, Spatial Relations, Spatial Orientation unterteilt.

Subfaktor Vz: Visualization (Veranschaulichung, Räumliche Visualisierung)

Diese Teilkomponente charakterisiert die gedankliche Vorstellung von räumlichen Bewegungen, wie z.B. Rotationen (um die Horizontal-, Vertikal- oder Sagittalachse), räumliche Verschiebungen und Faltungen von Objekten oder Teilen von ihnen, ohne Hilfen zu verwenden.

Die Tests zu diesem Subfaktor werden in zwei- bzw. dreidimensionale Bereiche eingeteilt:

Ein Beispiel für den zweidimensionalen Bereich ist der Test *Form Boards*, bei dem der Proband die weiße Flächenform mit den schwarzen Flächenformen auslegen muss. Ein Beispiel ist jedoch nicht lösbar.

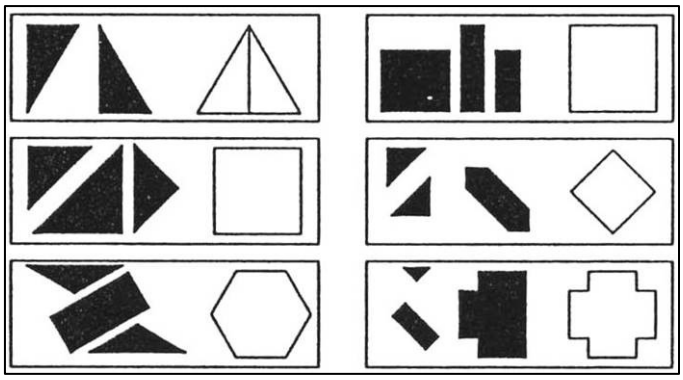


*Abbildung **2.4.2.1**.1: Test Form Boards*

(Franke, 2000, S. 36)

Ein Beispiel für den dreidimensionalen Bereich ist der Test *Surface Development*. Ein perspektivisch gezeichneter Körper mit Netz ist gegeben. Der Proband soll der zweidimensionalen Abwicklung das dreidimensionale Schrägbild zuordnen.

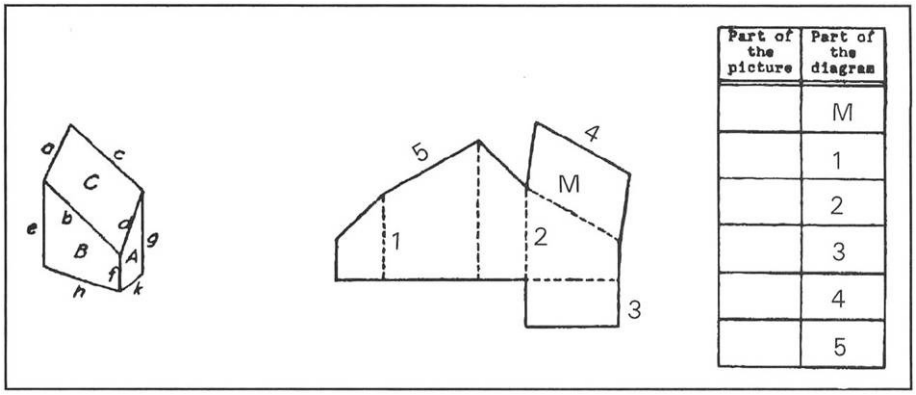


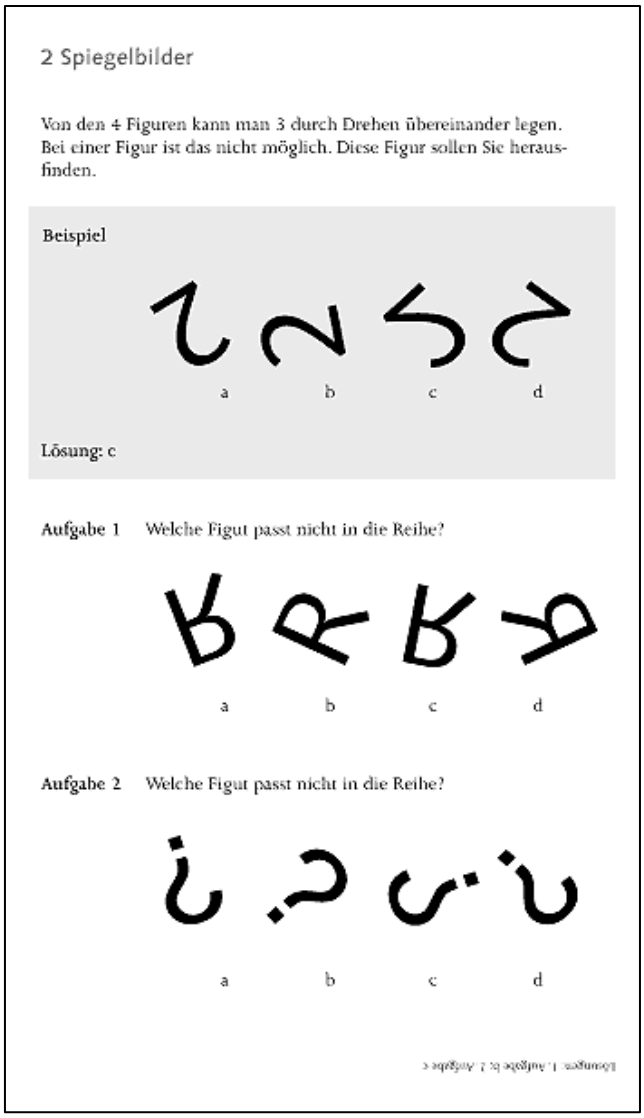
*Abbildung **2.4.2.1**.2: Test Surface Development*

(Thurstone, 1938, S. 37)

Subfaktor S1: Spatial Relations (Räumliche Beziehungen)

Dieser Subfaktor umfasst das richtige Erfassen räumlicher Konfigurationen von Objekten oder Teilen von ihnen. Obwohl die Vorgabe der räumlichen Beziehung zwischen den Objekten statisch erfolgt, ist es zum Lösen der Aufgabe nötig, diese mental zu bewegen, also mit dynamischem Denken.

Ein Beispiel im zweidimensionalen Bereich ist der Test *Figures*, bei dem z.B. Zahlen oder Buchstaben gegeben sind, die gedreht oder gleichzeitig gespiegelt werden. Der Proband soll die gespiegelten Figuren markieren.



2 Spiegelbilder

Von den 4 Figuren kann man 3 durch Drehen übereinander legen. Bei einer Figur ist das nicht möglich. Diese Figur sollen Sie herausfinden.

Beispiel

a b c d

Lösung: c

Aufgabe 1 Welche Figur passt nicht in die Reihe?

a b c d

Aufgabe 2 Welche Figur passt nicht in die Reihe?

a b c d

*Abbildung **2.4.2.1**.3: Test Figures*

(http://www.klett-cotta.de/fileadmin/images/titel-images_sonder/Reichel_Innenbild.gif, Stand: 20.12.06)

Ein Beispiel im dreidimensionalen Bereich stellt der Test *Pair of Cubes* dar, bei dem die perspektivischen Darstellungen zweier Würfel dargestellt sind. Der Proband muss untersuchen, ob jeweils beide Abbildungen zum gleichen Würfel gehören, wenn davon ausgegangen wird, dass alle Seiten eines Würfels unterschiedliche Muster aufweisen.

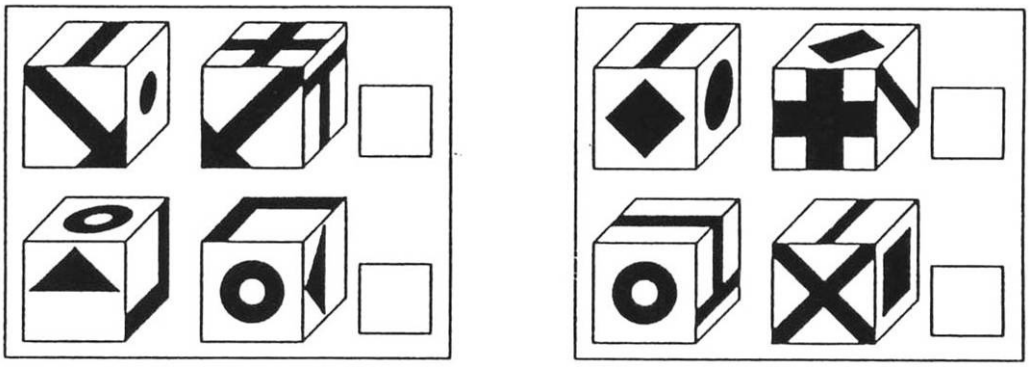


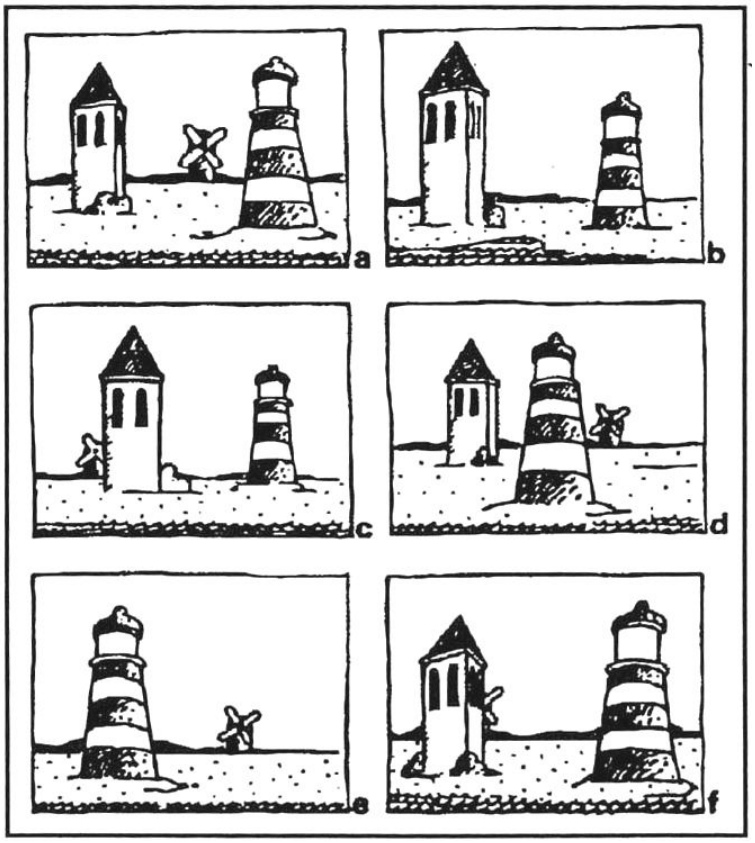
*Abbildung **2.4.2.1**.4: Pair of Cubes*

(Franke, 2000, S. 35)

Subfaktor S3: Spatial Orientation (räumliche Orientierung)

Im Gegensatz zum Subfaktor *Räumliche Beziehungen* befindet sich hier die Person innerhalb der Aufgabe und kann sich real oder mental im Raum zurechtzufinden. Dabei kann es sich sowohl um eine dynamische als auch eine statische Aufgabe handeln.

Durch eine realitätsnahe Erzählung wird der Proband in die Situation versetzt, dass er in einem Boot von Westen nach Osten an der Küste entlang fährt. Die Fahrt kann am Ausschnitt der Landkarte mitverfolgt werden. Die Bilder, die dabei gemacht wurden, sind leider durcheinander geraten. Der Proband soll sie wieder in die richtige Reihenfolge bringen.



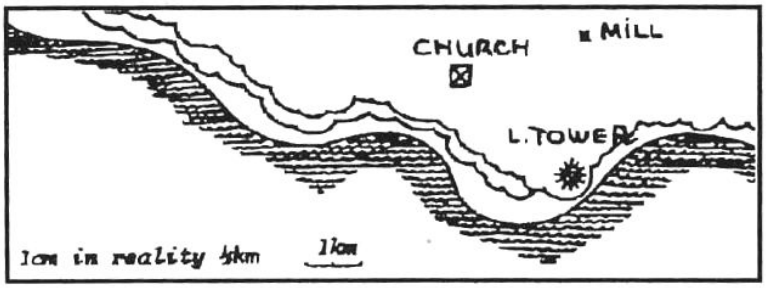


*Abbildung **2.4.2.1**.5: Arial Orientation*

(Franke, 2000, S. 37)

Auch heute noch hat Thurstones Drei-Faktoren-Hypothese grundlegende Bedeutung, obwohl sie schon Mitte des letzten Jahrhunderts entstand.

2.4.2.2. Die Subfaktoren nach Linn und Petersen

Linn & Petersen stützen sich bei ihren Untersuchungen, wie Thurstone, auf drei Teilkomponenten der Raumvorstellung:

Subfaktor: Spatial Perception (Räumliche Wahrnehmung)

Dieser Subfaktor charakterisiert die Fähigkeit, die räumlichen Beziehungen in Bezug auf den eigenen Körper zu erfassen. Dabei steht die Unterscheidung zwischen horizontal und vertikal im Vordergrund.

Beim Rod-and-Frame-Test sitzt die Versuchsperson in einem dunklen Raum auf einem schräg gestellten Stuhl. Ihr wird ein leuchtender Rahmen gezeigt, in dem sich ein Stab befindet. Diesen Stab soll sie mit einer Fernsteuerung so platzieren, dass er senkrecht ist.

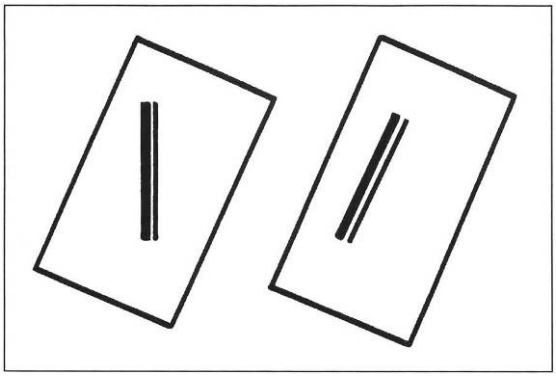


*Abbildung **2.4.2.2**.1: Test Rod-and Frame*

(http://www.skeptic.com/eskeptic/05-03-15.html, Stand: 20.12.06)

Subfaktor: Mental Rotation (Vorstellungsfähigkeit von Rotationen)

Diese Kategorie beschreibt die Fähigkeit, sich rasch und exakt Rotationen von zwei- oder dreidimensionalen Objekten vorzustellen.

Beim folgenden Test muss der Proband herausfinden, welche der unteren Figuren mit der Ausgangsfigur übereinstimmen.

Dieser Subfaktor *Mental Rotation* ist bei Thurstone im Subfaktor *Visualization* integriert.

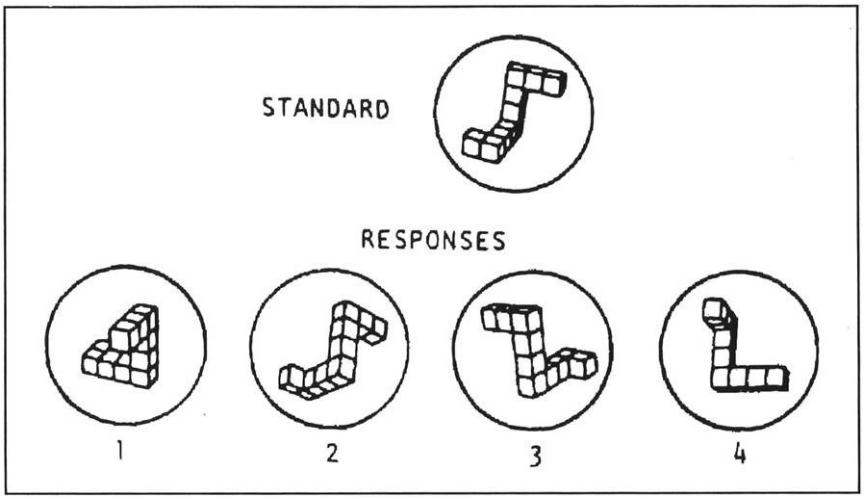


*Abbildung **2.4.2.2**.2: Mental Rotation*

(Linn & Petersen, 1985, S. 1483)

Subfaktor: Spatial Visualization (Räumliche Visualisierung/Veranschaulichung)

Dieser Teilkomponente liegen Tests von Thurstone zu zwei seiner Kategorien, *Visualization* und *Spatial Relations*, zu Grunde. Die Zusammenfassung dieser beiden Teilkomponenten von Thurstone ist gerechtfertigt, da innerhalb beider Komponenten bei der Bearbeitung von Tests dynamische Denkvorgänge notwendig sind.

Beispiel für diesen Subfaktor sind die *Embedded-Figures-Tests*, bei denen die Probanden das abgebildete einfache Muster in dem jeweils darunter abgebildeten komplexeren Muster finden sollen.

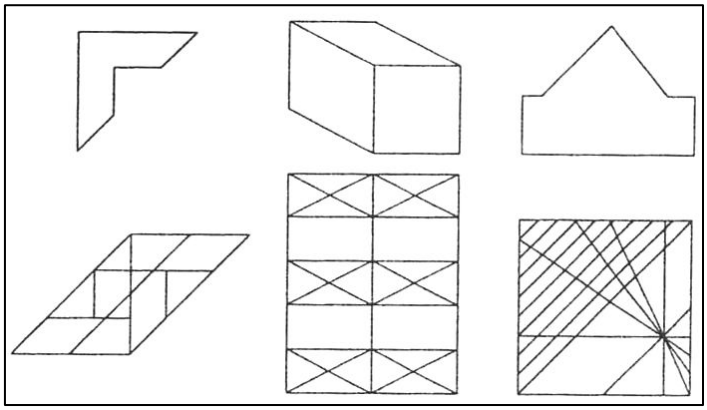


*Abbildung **2.4.2.2**.3: Embedded-Figures-Test*

(Lohhaus/Schumann-Hengsteler, 1999, S. 18)

Trotz der Querverbindungen ist das Modell von Linn&Petersen in sich schlüssig und größtenteils differenziert und ist eine gewinnbringende Ergänzung zum Modell von Thurstone.

Kritikpunkte am Modell von Linn&Petersen sind, dass der Subfaktor *Mental Rotation* sehr eng bzw. der Subfaktor *Spatial Visualization* relativ breit angelegt ist. Zudem werden wichtige Bereiche räumlicher Orientierung nicht aufgegriffen.

2.4.2.3. Die Re-Analyse von Lohman

Lohmann führt eine systematische Re-Analyse der wichtigsten Faktorenanalysen (u.a. die von Thurstone) durch. Dabei stützt er sich bei seinem Modell auf drei Hauptfaktoren, die im Wesentlichen mit den Thurstones übereinstimmen.

Doch Lohmann ermittelt noch vier Unterfaktoren der Raumvorstellung:

Closure Speed
Dieser Unterfaktor beinhaltet die Lösungsgeschwindigkeit bei Aufgaben, welche die Erinnerungen im visuellen Bereich benötigen.

Perceptual Speed
Hier kommt die Geschwindigkeit beim Vergleich von visuellen Reizen zum Tragen.

Visual Memory
Dieser Faktor umfasst das Kurzzeitgedächtnis für visuelle Reize.

Kinesthetic
Dieser Unterfaktor beinhaltet die Lösungsgeschwindigkeit bei Rechts-Links-Unterscheidungen.

Lohmann bestätigt Thurstones Hauptfaktoren und benennt zusätzlich vier Unterfaktoren, die mit verantwortlich sind für die unterschiedlichen Interpretationen und Definitionen der Hauptfaktoren innerhalb der unterschiedlichen Modelle.

2.4.3 Entwicklung der Raumvorstellung

„Wie kann man es denn verantworten, Fähigkeiten des Kindes vier Jahre lang brach liegen zu lassen, die sich im Vorschulalter schon entwickelten? Das Kind hat gebaut, gelegt, experimentiert und auf diese Weise im Raum Erfahrungen gesammelt, die fortgesetzt werden müssen."(Besuden, Heinrich 1973 in: Radatz/Rickmeyer, 1991, S. 11)

Das Diagramm zeigt die Entwicklungsverläufe der Primärfähigkeiten der Intelligenz von Thurstone nach Bloom wieder. Zu beachten ist, dass mit dem Faktor S (Space Factor) nur ein Subfaktor der Raumvorstellung, nämlich die Veranschaulichung, gemeint ist.

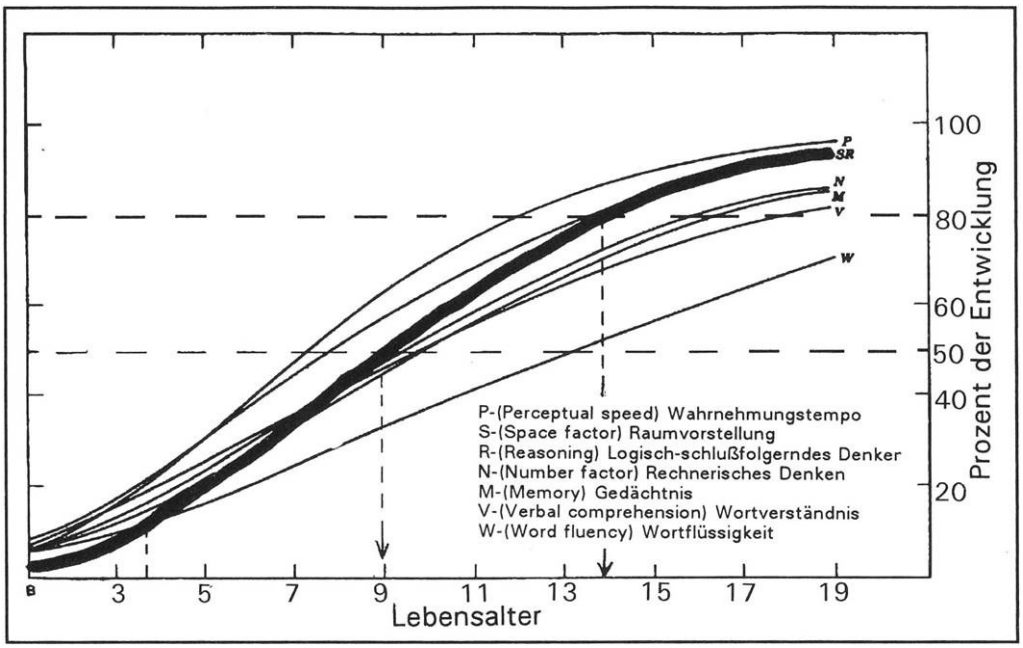


*Abbildung **2.4.3**.1: Entwicklungsverläufe der Primärfähigkeiten der Intelligenz von Thurstone (Bloom, 1971, S. 99 und Besuden, 1999, S. 3)*

Bezüglich des Faktors S ist im Diagramm zu erkennen, dass dieser bis zum vierten Lebensjahr der am wenigsten ausgebildete Intelligenzfaktor ist. Doch schon im neunten Lebensjahr sind etwa 50%, im 14. Lebensjahr sogar 80% der Leistungsfähigkeit erreicht (wenn man 100% bei Erwachsenen ausgeht). Daraus lässt sich erkennen, dass im Alter von sechs bis 14 Jahren die Kurve extrem steil ansteigt. Einige neuere Studien führen diese Theorie fort, doch es gibt auch Kritikpunkte bzgl. seiner wissenschaftlichen Vorgehensweise. Der Großteil ist sich jedoch einig, dass die Entwicklung der Faktoren räumliches Vorstellungsvermögen, Wahrnehmungstempo und logisch-schlussfolgerndes Denken sehr rasch vonstatten geht, jene der Faktoren Wortflüssigkeit und –verständnis eher langsam.

In diesem Kapitel werden unterschiedliche Theorien zur Entwicklung der Raumvorstellung aufgeführt: Zunächst wird die Stufenlehre Stückraths aufgezeigt, die besagt, dass auf der Basis zunehmender Raumerfahrungen und Raumwahrnehmungen elementare räumliche Vorstellungen erzielt werden. Piaget&Inhelder stellten, basierend auf einem entwicklungspsychologischen Ansatz, die umfangreichste Stufentheorie der Intelligenzentwicklung auf, die bis heute zu den wichtigsten Erkenntnisgrundlagen zählt. Die Theorie der Niveaustufen nach Van Hiele beruht, im Gegensatz zur Theorie von Piaget, die auf Entwicklungsstufen basiert, auf Untersuchungen von Lernprozessen. Beide, Piaget und Van Hiele betonen die Handlungsorientierung.

2.4.3.1. Die Stufentheorie nach Stückrath

Die Entwicklung räumlicher Kompetenzen bei Kindern erläutert Stückrath in seiner Stufentheorie:

<table>
<tr><th colspan="5">Entwicklungsstufen der Raumorientierung nach STÜCKRATH</th></tr>
<tr><td colspan="2">Der Raum der frühen Kindheit
0 - 6 Jahre</td><td colspan="3">Der Raum im Schulalter
6 - 14 Jahre</td></tr>
<tr><td rowspan="2">0 - 1 Jahre</td><td rowspan="2">1 - 6 Jahre</td><td>6 - 7 Jahre</td><td>8 - 10 Jahre</td><td>11 - 14 Jahre</td></tr>
<tr><td>I. Stufe</td><td>II. Stufe</td><td>III. Stufe</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Der Leibraum</td><td rowspan="5">Der Ichraum</td><td colspan="3">Der Handlungsraum</td></tr>
<tr><td>Die Dingstruktur des Objekts</td><td>Die Formstruktur des Objekts</td><td>Die geometrische Struktur des Objekts</td></tr>
<tr><td colspan="3">Der Laufraum</td></tr>
<tr><td>Die dynamische Ordnung</td><td>Die gegenständ-liche Ordnung</td><td>Die figurale Ordnung</td></tr>
</table>

*Abbildung **2.4.3.1**.1: Stufenthorie der Entwicklung räumlicher Fähigkeiten beim Kind (Stückrath, 1968)*

Die Entwicklungsphasen heißen bei Stückrath „Raum der…". Er gliedert die Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens beim Kind wie folgt:

Der Leibraum:
"Das erste Objekt kindlicher Raumerfahrung ist der eigene Leib." (Stückrath, 1968, S. 15) Stückrath unterteilt diesen Leibraum in den anfänglichen Urraum/Mundraum (der durch das Berühren des eigenen Körpers und durch das Greifen in den Mund entsteht) und den daran anschließenden Greifraum (Hände und Augen suchen ersten Kontakt zu den Gegenständen).

Der Ichraum:
Durch die Fortbewegung des Kindes (krabbeln, gehen, etc.) erfolgt eine Erweiterung zum Ichraum. Hierbei ist anzumerken, "*dass der Raum in seiner Ausdehnung der Reichweite der kindlichen Bewegung angepasst ist. Er ist so weit aufgeschlossen, wie die Aktionen des Kindes reichen."* (Stückrath, 1968, S. 16) Je mehr die Raumerfahrung des Kindes zunimmt, desto größer wird auch die Fähigkeit der Raumwahrnehmung, d.h. das Kind kann immer komplexere Situationen simultan erfassen.

Die Entwicklungen des Handlungs- und des Laufraumes erfolgen parallel. Beide Räume unterteilt Stückrath noch in jeweils drei Entwicklungsstufen.

Der Handlungsraum:
Zu Beginn fasst das Kind Formen ganzheitlich auf (Dingstruktur des Objekts). Hat das Kind die Stufe der Formstruktur erreicht, kann es unterschiedliche Formen, deren Beziehungen untereinander, sowie ihre Ordnung im Raum durchdringen. Ein Beispiel für dieses Substadium ist die Benennung jeglicher Kugel als Ball. Auf der Stufe der geometrischen

Struktur des Objekts kann das Kind an der gegebenen einzelnen Form abstrakte Elemente (wie z.B. Länge, Breite, etc.) erkennen. Diese Stufe ist sehr bedeutend, da sie die "*Voraussetzung für eine spezifische mathematische Betrachtung (…) darstellt.*" (Stückrath, 1968, S. 70)

Der Laufraum:

Auf der basalen Stufe (dynamische Ordnung) orientiert sich das Kind noch sehr stark an Erlebnissen. Um einen zuvor gegangenen Weg beispielsweise wieder zurück gehen zu können, sind für das Kind damit verbundene eindrucksvolle Erlebnisse oder besondere Orte wichtig. Im anschließenden Stadium der gegenständlichen Ordnung verfolgt das Kind den Weg zurück, indem es sich an die Abfolge der Stationen erinnert. Auf der Stufe der figuralen Ordnung entwickelt das Kind eine Wegfigur, die alle für die Orientierung notwendigen Daten beinhaltet. Der Jugendliche ist nun in der Lage auch unbekannte Wege oder Abkürzungen zu gehen.

2.4.3.2. Der entwicklungspsychologische Ansatz von Piaget

Um zu seiner Stufentheorie der Intelligenzentwicklung beim Kinde zu gelangen, führte Piaget Experimente mit Kindern unterschiedlichen Alters durch. Dabei achtete er nicht nur auf die Antworten der Kinder, sondern auch auf deren Gedankengänge. Piaget unterscheidet zwischen Raumwahrnehmung und Raumvorstellung. Innerhalb seiner Theorie geht er von vier Stadien der Intelligenzentwicklung aus, wobei die Stadien und Substadien sowie die Altersangaben in der Literatur nicht einheitlich zitiert werden. (An dieser Stelle werden die Stadien nur noch kurz aufgeführt, da sie in Kapitel 2.2.3.1 bereits näher erläutert wurden.)

Die sensomotorische Phase (0 - 1½ Jahre)

Das Kind erlebt u.a. durch Aktionen mit Objekten (Alltagsgegenstände, Spielzeug) ein gewisses Raumkonzept, doch eine Vorstellung bzw. mentale Rekonstruktion des Raumes kann wahrscheinlich noch nicht erfolgen.

Die präoperationale Phase (1½ - 7 Jahre)

In diesem Stadium werden die zuvor erworbenen räumlichen Schemata verinnerlicht und entwickeln sich zunehmend strukturierter und mobiler. Am Ende des Stadiums sind einige Probanden bereits zu Transformationen in der Lage.

Die konkret-operationale Phase (7 – 11 Jahre)

Die Transformation von internalisierten Aktionen in konkrete Operationen entwickelt sich. In diesem Stadium ist das Kind fähig, durch reversible mentale Operationen zu erkennen, wie Objekte von einem anderen Standpunkt aussehen bzw. wie Objekte nach Drehungen aussehen.

Die formal-operationale Phase (ab 12 Jahren)

Erst auf dieser Stufe ist dem Kind/Jugendlichen der Umgang mit abstrakten Räumen und formalen Raumgesetzen möglich. Die Sprache gewinnt an essentieller Bedeutung.

Piaget&Inhelder unterscheiden bei der Entwicklung der räumlichen Operationen drei Grundformen räumlicher Beziehungen, die aufeinander aufbauen: topologische, projektive und euklidische Beziehungen.

Topologische Raumvorstellungen (im Vorschulalter)

Bei den Kindern entwickelt sich relativ früh das Verständins für topologische Sachverhalte. Sie erkennen und unterscheiden Merkmale wie offen-geschlossen, benachbart, begrenzt, aufeinanderfolgend, etc.

Zu ihren Ergebnissen kamen Piaget/Inhelder u.a. durch folgenden Versuch: Kinder unterschiedlichen Alters sollen die abgebildeten Modelle nachzeichnen. Der Schwerpunkt der Modelle liegt entweder im topologischen oder im euklidischen Bereich oder es ist eine Kombination aus beiden.

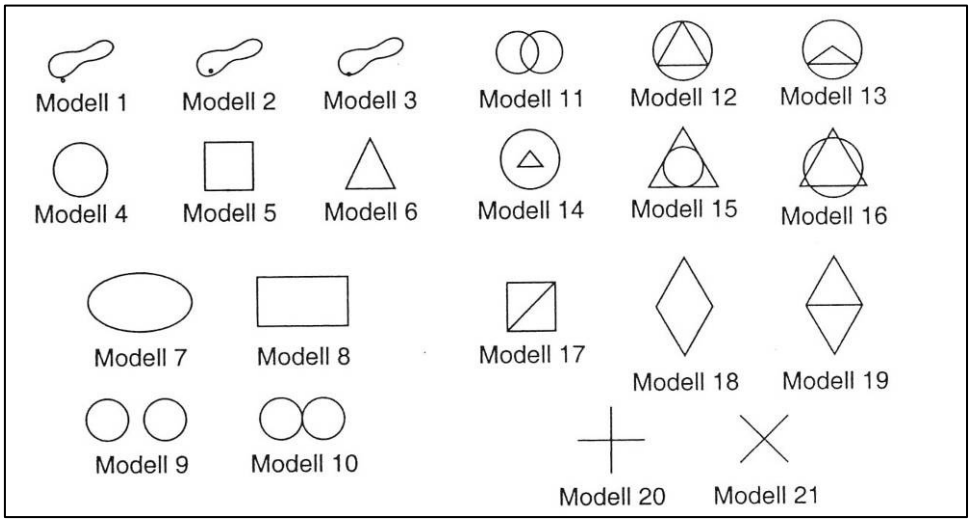


*Abbildung **2.4.3.2**.1: Vorlagen zum Versuch: Zeichnen geometrischer Formen*

(Piaget/Inhelder, 1971, S. 81)

Bei Kindern im Stadium I (bis ca. 3 Jahren) sind die Kritzeleien für die beiden Modelle zwar unterschiedlich, doch eindeutige Kreuze und Kreise sind noch nicht zu erkennen.

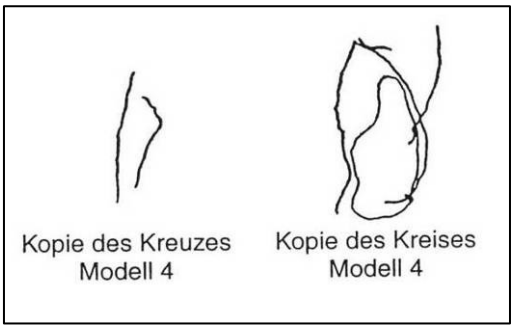


*Abbildung **2.4.3.2**.2: Kritzeleien eines Dreijährigen*

(Piaget/Inhelder, 1971, S. 83)

Erst ab einem Alter von 3,5 bis 4 Jahren kann man von Zeichnungen sprechen. Die topologischen Relationen werden berücksichtigt, die euklidischen noch nicht.

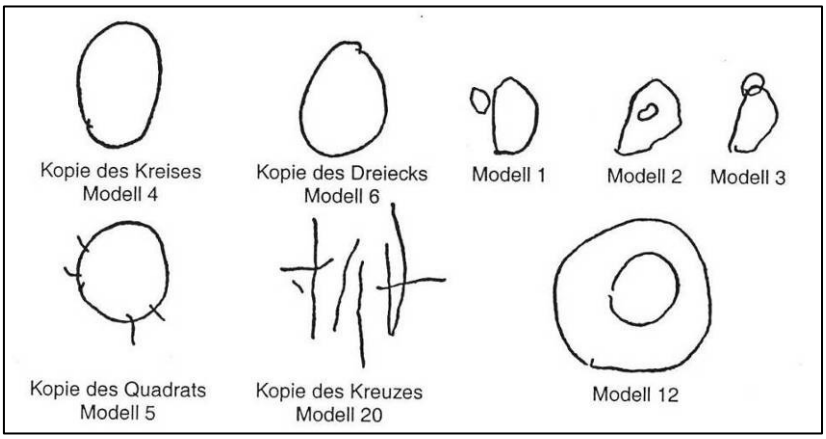


*Abbildung **2.4.3.2**.3: Zeichnungen eines Dreijährigen*

(Piaget/Inhelder, 1971, S. 84)

Kinder im Stadium II (ab ca. 4 Jahren) können nun neben den topologischen auch die euklidischen Beziehungen größtenteils umsetzen, wobei die Darstellung der Ecken noch nicht gelingt.

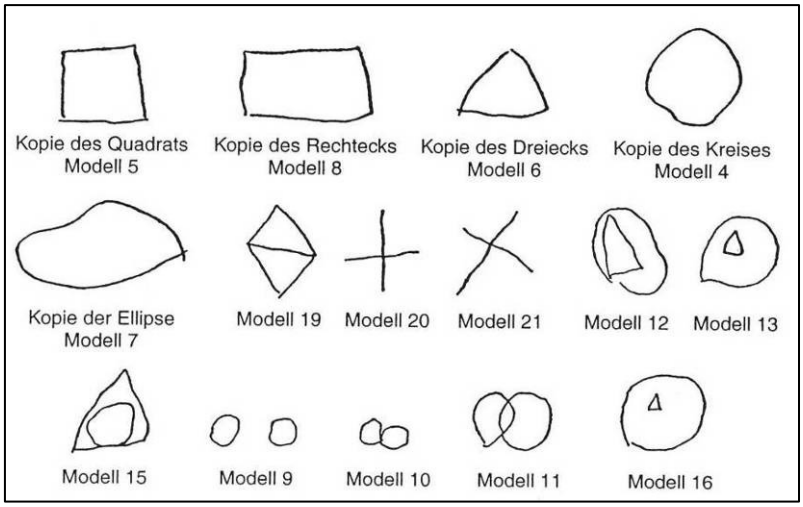


*Abbildung **2.4.3.2**.4: Zeichnungen eines Vierjährigen*

(Piaget/Inhelder, 1971, S. 85)

Erst Kinder im Stadium III (ab 6,5 Jahren) können alle Modelle, incl. der zusammengesetzten, wie z.B. 11 und 16, zeichnen.

Projektive Raumvorstellungen (ca. ab 7 Jahren)

In diesem Alter können Kinder in der Regel projektive Geraden konstruieren (z.B. Geraden verkürzen beim Schrägbild), die Perspektive erfassen und koordinieren, sowie Schattenprojektionen, Schnittoperationen und Flächenabwicklungen verstehen. Der wohl bekannteste Versuch von Piaget/Inhelder zur projektiven Raumvorstellung ist der Drei-Berge-Versuch:

Auf einer Pappe mit einer Grundfläche von einem Quadratmeter befinden sich drei Berge unterschiedlicher Höhe (von 12-30cm) und unterschiedlichem Aussehen (z.T. unterschiedliche Farben, die Gipfel mit Haus, Kreuz oder Schnee, etc.). Dem Probanden

werden 10 Fotos gezeigt, die die Berge aus unterschiedlichen Blickwinkeln zeigen. Zusätzlich erhält der Proband drei Pappstücke in den Farben der Berge, um bei Bedarf diese bzgl. der jeweiligen Perspektive nachbauen zu können. Nacheinander wird eine Puppe (2-3 cm groß) an verschiedene Punkte gesetzt und der Proband soll das richtige Foto dem Standort der Puppe zuordnen.

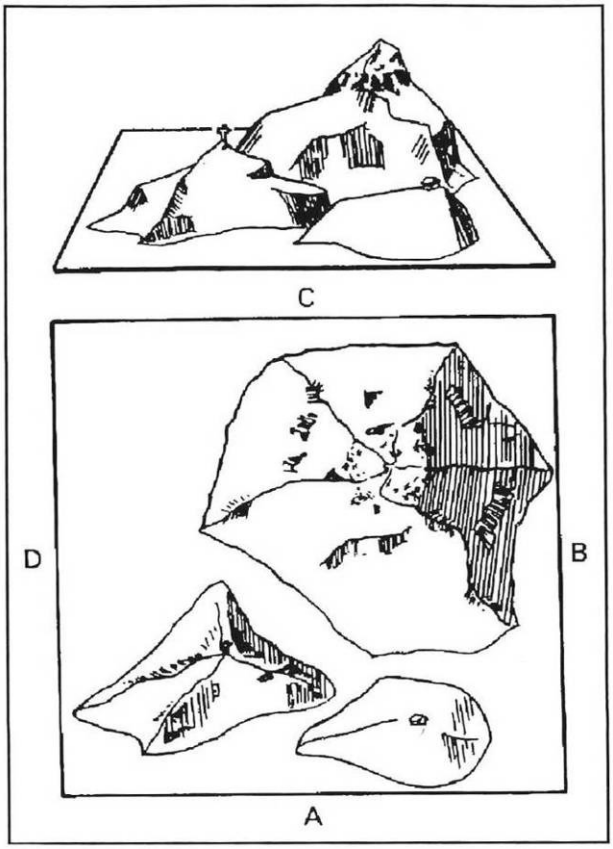


*Abbildung **2.4.3.2**.5: Drei-Berge-Versuch*

(Piaget/Inhelder, 1971, S. 251)

Im Stadium I wird die Aufgabenstellung nicht verstanden. Probanden des Stadiums II können den eigenen Blickwinkel und den der Puppe nicht oder nur schematisch differenzieren. Eine wachsende Diefferenzierung der Perspektive ist erst im Stadium III erkennbar.

Euklidische Raumvorstellungen (ca. 7 -12 Jahren)

Die euklidische Raumvorstellung teilt Piaget in die drei Ebenen qualitative Operationen (beinhaltet die Invarianz und Kongruenz, wie z.B. die Erhaltung von Abständen, Längen, Flächen), einfache Metrik (z.B. Messungen von Längen, Winkeln und Flächen) und Flächen- und Volumenberechnung.

Die Entwicklung der euklidischen Raumvorstellung erfolgt teilweise parallel zur projektiven.

Piaget führt u.a. folgende Versuche bzgl. des horizontalen und vertikalen Bezugssystems durch:

Auf das Wasser wird ein Korken mit einem Mast gelegt. Schon im Vorfeld soll der Proband die Stellungen des Mastes bei den unterschiedlichen Schrägstellungen des Glases

einzeichnen. Nach dem Experiment darf der Proband seine Zeichnung bei Bedarf noch korrigieren.

Ebenso wird dem Probanden ein Berg gezeigt, auf dem Pfähle auf die Abhänge und den Gipfel zu stecken sind. Im Vorfeld soll der Proband die Pfähle auf gezeichnete Berge einzeichnen.

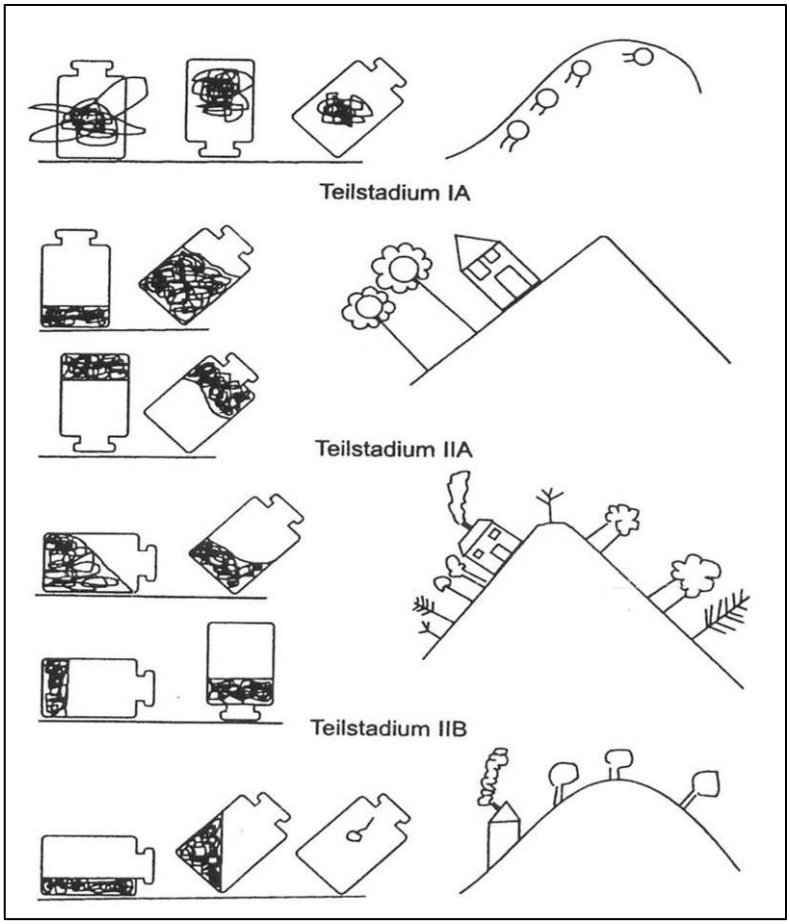


*Abbildung **2.4.3.2**.6: Entwicklungsstadien der Horizontalen und der Vertikalen*

(Piaget, 1967, S. 383)

Im Stadium I kritzelt das Kind die Wasserobefläche beliebig bzw. ordnet die Bäume parallel zum Bergrand auf. In Stadium II wird die Wasseroberfläche meist nach dem Flaschenhals ausgerichtet bzw. die Pfähle senkrecht zum Rand des Berges eingezeichnet. Erst in Stadium III beherrscht das Kind zuerst die Horizontale, dann die Vertikale.

2.4.3.3. Der praxisorientierte Ansatz von Van Hiele

Die Niveautheorie der Denkebenen des Ehepaares Van Hiele ist durch reflektierte Beobachtungen im Mathematikunterricht entstanden.

Gemeinsamkeiten mit Piaget bestehen bzgl. Verinnerlichung, denn die Van Hieles betonen ebenfalls die Wichtigkeit der Handlungsorientierung: Es ist für sie von Bedeutung, *„die These Piagets zu unterstreichen (…)"*, welche besagt, dass *„der Ursprung fast jeden Gedankens eine Handlung ist, und ein Stoff häufig erst dann intuitiv wird, wenn man mit ihm umgegangen ist."*(Van Hiele/Van Hiele-Geldorf, 1978, S. 128)

Im Gegensatz zu Piaget sehen die Van Hieles ihre Niveautheorie nicht als biologischen Reifeprozess, sondern als Lernprozess (mit fünf Phasen).

Ein mathematischer Stoff kann auf verschiedenen Ebenen vermittelt und verstanden werden. Jede dieser Ebenen hat eigene Begriffe und Symbole. Dies erklärt auch, warum die Kommunikation zwischen Lehrer und Schüler häufig nicht klappt – wenn sich die beiden auf unterschiedlichen Ebenen befinden. Deshalb soll sich der Lehrer im Unterricht auf die Ebene seiner Schüler begeben. Der Lernprozess, der zu einer höheren Ebene führt, läuft in folgenden fünf Phasen ab: In der ersten Phase, der Information, wird der Schüler zum neuen Thema mittels Material hingeführt. In der Phase der Exploration leitet der Lehrer den Schüler dazu an, das Material systematisch zu untersuchen. In der dritten Phase (Explizierung) werden die bisherigen Erkenntnisse mit Fachausdrücken belegt. In der Phase der freien Orientierung soll der Schüler seinen eigenen Weg finden. In der letzten Phase (Integration) muss sich der Schüler einen Überblick über die gelernten Erkenntnisse verschaffen. Somit ist das nächsthöhere Niveau erreicht.

Van Hiele gehen von folgenden Niveaustufen aus:

0. Niveaustufe: räumlich-anschauungsgebundenes Denken

„Räumliche Beziehungen werden nur in der unmittelbaren Umgebung von den Schülern erfasst, wobei geometrische Figuren als Ganzheiten gesehen werden, nicht jedoch im Hinblick auf Einzelheiten oder Eigenschaften. (…) Auf dieser Stufe ist das geometrische Arbeiten weitgehend materialgebunden."(Radatz/Rickmeyer, 1991, S. 13)

Beispiele hierfür sind Figuren zeichnen, am Geobrett spannen, falten, auslegen, etc.

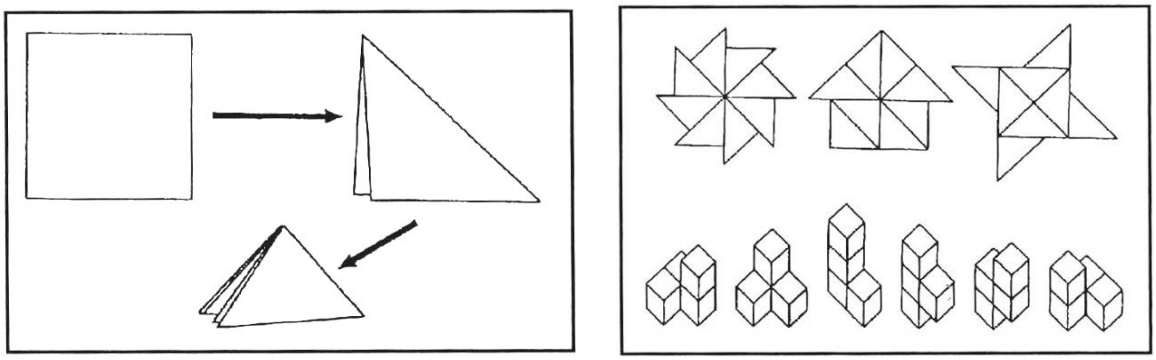


*Abbildung **2.4.3.3**.1: Falten, Auslegen, Zerlegen, Zusammensetzen geometrischer Formen (Radatz/Rickmeyer, 1991, S. 13, 14)*

1. Niveaustufe: Geometrisch-analysierendes Denken

Hier beginnt das Analysieren geometrischer Figuren. Durch genaues Betrachten und Handlungserfahrungen sind die Kinder zu Unterscheidungen und Klassifizierungen in der Lage, z.B. erkennen sie Figuren, die zum Teil verdeckt sind und nach und nach aufgedeckt werden (siehe Abbildung unten). Die Beziehungen zwischen den Figuren (z.B. die Rechteck-Quadrat-Beziehung) durchdringen die Kinder auf dieser Stufe noch nicht.

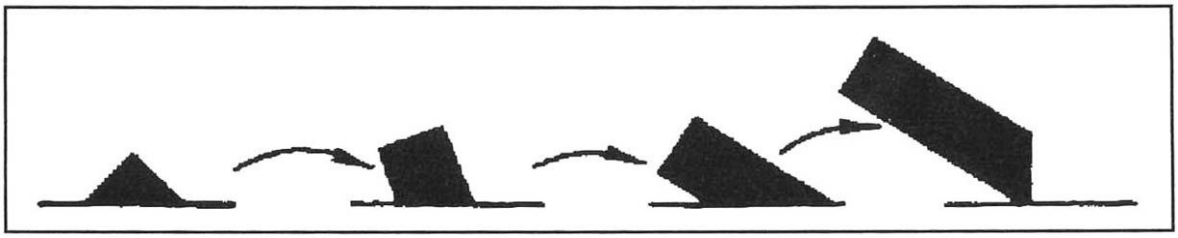


*Abbildung **2.4.3.3**.2: Verdeckte Vierecke in unterschiedlichen Stadien*

(Franke, 2000, S. 96)

2. Niveaustufe: Geometrisch-abstrahierendes Denken

„Jetzt stehen Beziehungen zwischen den Eigenschaften einer Figur und den Eigenschaften verwandter Figuren im Mittelpunkt. Logische Implikationen und Klasseninklusionen werden ebenso verstanden wie geometrische Definitionen."(Maier, 1999, S. 101)

Die Kinder erkennen z.B., dass jedes Quadrat ein Rechteck ist. Am Geobrett können sie z.B. Viereckformen bewusst verändern.

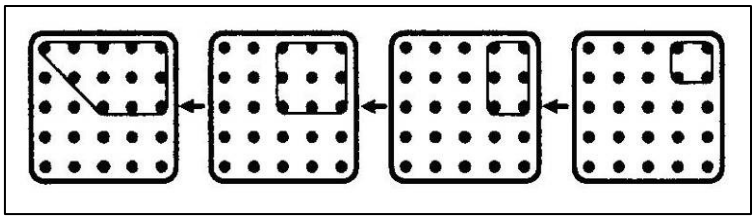


*Abbildung **2.4.3.3**.3: Viereckformen am Geobrett*

(Radatz/Rickmeyer, 1991, S. 14)

Für die Grundschule sind nur die Stufen 0 bis 2 relevant. Der Vollständigkeit halber werden jedoch die beiden letzten Stufen noch erwähnt.

3. Niveaustufe: Geometrisch-schlussfolgerndes Denken

Auf dieser Stufe werden Schlussfolgerungen als Grundlagen eines geometrischen Systems verstanden und angewendet. Erkannt werden die Bedeutungen von geometrischen Axiomen, Definitionen, Sätzen und Beweisen.

Ein Beispiel hierfür ist der Vergleich von unterschiedlichen Beweisen (z.B. Satz des Pythagoras oder Winkelsumme im Dreieck).

4. Niveaustufe: Strenge, abstrakte Geometrie

Hier werden geometrische Sätze zu Axiomensystemen zusammengefasst, die ihrerseits wieder verglichen werden. Der Vergleich unterschiedlicher Geometrien (z.B. sphärische und hyperbolische Geometrie) fällt z.B. in dieses Niveau. Diese Stufe wird nicht von allen Kollegiaten erreicht. (Maier, 1999, S. 102f)

3. Forschungsdesign

3.1. Forschungsinteresse

3.1.1 Anliegen

Will man der Rolle der Sprache im Geometrieunterricht der Grundschule nachgehen, gibt es gewisse Folgerungen, die sich aus mündlichen und schriftlichen Schüleräußerungen ableiten lassen. So lässt sich der Umfang der vom Kind assimilierten geometrischen Fachsprache erfragen. Aufschlussreich ist auch, in welchem Maße Fachbezeichnungen für geometrische Objekte vom Schüler angewendet werden und in welchem Verhältnis Fachsprache und Alltagssprache stehen.

In der vorliegenden Erhebung wird der Frage nachgegangen, in welchem Maße mathematische Fachsprache zum Thema „Würfel als geometrischer Körper" aktiv vom Schüler eingesetzt wird. Überwiegt beim Grundschüler die Alltagssprache beim Beschreiben von geometrischen Zusammenhängen gegenüber der Fachsprache?
Gibt es einen Zusammenhang zwischen Alter des Kindes und fachsprachlicher Wortwahl? Um letztere Frage beantworten zu können, soll die Tendenz zur Verwendung von Fachausdrücken in Geometrie bei Zweit-, Dritt- und Viertklässlern verglichen werden.

Ferner ist es von Interesse zu vergleichen, ob der aktive, mathematische Wortschatz der Schüler bei schriftlichen Äußerungen größer ist als bei mündlichen?

3.1.2 Überlegung zu den Durchführungsmodalitäten

Die Erhebungsmethode „Beobachtung" fällt bei diesem Forschungsinteresse weg, da das Interesse nicht auf der Verhaltens- sondern auf der Sprachebene liegt.

Eine Möglichkeit stellt der Klassenunterricht dar, den man auf Tonband oder Video aufzeichnen könnte. Das Video hat gegenüber dem Tonband den Vorteil, dass nicht nur ausschließlich die verbalen Äußerungen der Schüler aufgezeichnet werden, sondern auch der Zusammenhang von Handlung und sprachlicher Äußerung dokumentiert wird. Nachteilig wirkt sich bei der Videoaufzeichnung aus, dass nicht alle Äußerungen der Schüler zu hören sind und evtl. leise Artikulationen akustisch nicht zum Tragen kommen. Bei der Videoaufnahme ist nur der Frontalunterricht möglich, für das Videografieren von Partner- und Gruppenarbeit wäre je eine Kamera pro Gruppe nötig.

Eine weitere Möglichkeit ist das Einzelinterview. Hierzu müssten allerdings sehr viele Gespräche parallel geführt werden um zu verhindern, dass sich die Kinder zu den gestellten Fragen austauschen. Auch fühlte sich das Kind hierbei möglicherweise in eine Prüfungssituation versetzt; durch Ängstlichkeit der kleinen Probanden würde das Unterrichtsergebnis möglicherweise verfälscht. Besonderes Augenmerk müsste auf eine entspannte und trotzdem leistungsmotivierende Situation gerichtet werden; dies würde zusätzlich viel Zeit in Anspruch nehmen. Bei ca. 25 Interviews pro Klasse wäre dies sehr aufwändig. Wegen des Zeitaufwandes ließe sich diese Erhebungsmethode schwerlich in der normalen Unterrichtszeit durchführen.

Wenn also auf Einzelinterviews aus den o.g. Gründen verzichtet werden muss, ist die schriftliche Einzelbearbeitung die sich anbietende Methode. Für letztere spricht, dass die Ergebnisse in greifbarer Form und in großer Anzahl vorlägen. Ein Nachteil der schriftlichen Produktionen ist, dass sich die Schüler schriftlich nicht in gleicher Weise spontan äußern, wie sie es evtl. mündlich getan hätten.

Bei Erwachsenen wird man erwarten, dass sie sich bei der schriftliche Äußerung einer gewählteren Sprache und größeren Korrektheit in der Beschreibung bedienen würden, als beim mündlichen Erzählen. Ob dies bei Grundschulkindern ebenso der Fall ist, muss die Erhebung erst noch zeigen. (siehe weiter unten)

Bei der Untersuchung fiel die Entscheidung auf die Verschriftlichung der Schülereigenproduktionen. Dies entspricht zwar der natürlichen Unterrichtspraxis im Fach Deutsch, im Mathematikunterricht sind schriftliche Textproduktionen des Schülers nicht üblich. Die Ungewohntheit der Forderung, *„Beschreibe, wie du das gerade gebastelt hast.*", könnte das Ergebnis der Erhebung beeinträchtigen. An Stelle der Aufgabe, eine Beschreibung zu geben, könnten natürlich auch Einzelfragen gestellt werden. Problematisch wäre dabei, dass die Fachsprache schon in die Formulierung der Fragen eingehen würde. Manche Schüler würden in ihren Antworten die Sprachmuster der Fragen widergeben.

Ausschließlich mit der Verschriftlichung würden die in Punkt 3.1.1 aufgeführten Fragen, den aktiven Wortschatz der Schüler im Bereich Geometrie betreffend, möglicherweise nicht vollständig zufriedenstellend beantwortet. Deshalb wurde für ausgewählte Schüler zusätzlich eine mündliche Aufgabe gestellt. Bei der Auswahl der Schüler wurde darauf geachtet, dass die Stichprobe umfangreich genug ist und Schüler mit möglichst unterschiedlichem Leistungsniveau teilnehmen (siehe dazu 3.5).

Mit dieser Kombination aus schriftlichen Eigenproduktionen und mündlichen Beschreibungen wird in der Untersuchung sowohl die gesprochene als auch die geschriebene Sprache berücksichtigt.

3.2. Thema

3.2.1 Allgemeine Themenauswahl

Da Sprache im Geometrieunterricht für die Begrifflichkeit untersucht werden sollte und sich die Erhebung möglichst in den Unterricht einfügen sollte, mussten Themen aus dem bayerischen Lehrplan verwendet werden.

Für die Begrifflichkeiten von Lagebeziehungen (wie z.B. rechts, links, oben, unten, etc.) liegen bereits eine Reihe von Untersuchungen vor. Auch die Zuordnung von Begriffen zu Körperformen wurde von Marianne Franke (Franke, 1999, S. 151-163) (siehe Punkt 2.3.2.1) und ihren Mitarbeitern beforscht und liegt bereits vor. Doch für die Begrifflichkeit rund um zwei- und dreidimensionale Gebilde gibt es wenige Untersuchungen der aktiven und passiven Sprachkompetenz des Kindes. Da die Begrifflichkeit zu diesen Themen auch hinsichtlich der Altersabhängigkeit – also in den aufeinanderfolgenden Jahrgangsstufen zwei bis vier – untersucht werden sollte, fiel die Entscheidung auf den Bereich „Flächen- und Körperformen" (siehe Tabelle 3.2.1.1 unten). Außerdem führt dieser Teilbereich auch den Großteil der in der Grundschule geforderten Fachbegriffe explizit auf.

Übersicht

Inhaltsbereich	Jahrgangsstufe 1	Jahrgangsstufe 2	Jahrgangsstufe 3	Jahrgangsstufe 4
1. Geometrie	**1.1.1 Raumerfahrung und Raumvorstellung** – am Körper – von einer festgelegten Position	**2.1.1 Raumerfahrung und Raumvorstellung** – mit Körperdrehung – gedanklich	**3.1.1 Raumerfahrung und Raumvorstellung** – Grundrisszeichnungen lesen – Wege beschreiben – Skizzen erstellen	**4.1.1 Raumerfahrung und Raumvorstellung** – Skizzen, Pläne – Maßstab
	1.1.2 Flächenformen – Viereck, Dreieck, Kreis, Rechteck, Quadrat – Figuren, Muster, Ornamente	**2.1.2 Flächen- und Körperformen** – Würfel – Quader – Kugel	**3.1.2 Flächen- und Körperformen** – Zylinder, Pyramide, Kegel – Würfel als geometrischer Körper – rechter Winkel	**4.1.2 Flächen- und Körperformen** – Quader als geometrischer Körper
			3.1.3 Achsensymmetrie – Figuren beschreiben und erstellen	**4.1.3 Symmetrie** – Achsen-, Schiebe-, Drehsymmetrie
			3.1.4 Geometrische Figuren zeichnen	**4.1.4 Geometrische Figuren zeichnen**

*Tabelle **3.2.1**.1: Übersicht Teilbereich Geometrie*

(Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 33)

Bei der Themenauswahl ist die Altersgemäßheit zu berücksichtigen. Der Schwierigkeitsgrad soll angemessen sein, damit die Kinder entsprechend motiviert sind. Eine Über- bzw. Unterforderung würde dazu führen, dass die Kinder kein großes Bedürfnis haben, die Aufgabe zu lösen und demotiviert werden.

3.2.2 Themenwahl zum Unterrichtsversuch

Im Themenbereich „Flächen- und Körperformen" führt der Lehrplan in der ersten Jahrgangsstufe die Fachbegriffe „Viereck, Rechteck, Raute, Dreieck, Kreis, *Drachen und Raute" explizit als solche auf. Die zweite Jahrgangsstufe befasst sich mit den Begriffen „Würfel, Quader, Kugel, Ecke, Kante, Fläche" und die dritte Jahrgangsstufe mit „Zylinder, Pyramide, Kegel, rechter Winkel". In der vierten Jahrgangsstufe gibt es keine explizite Fachbegriffsauflistung.

Im Rahmen dieser Studie wird zunächst untersucht, ob die Schüler bei der Begriffswahl zu einem Körper lediglich die geometrische Form benennen oder ob sie berücksichtigen, ob es sich um ein Kanten-, Flächen- oder Vollmodell handelt.

Desweiteren wird untersucht, welchem Wortschatz sich Kinder unterschiedlichen Alters beim Beschreiben einer von ihnen zuvor durchgeführten Tätigkeit bedienen.

Als Thema bietet sich das Kantenmodell eines Würfels an. Dabei wird die Begriffsfindung durch die Schüler sowie deren schriftliche Herstellungsanleitung des zuvor durchgeführten Baus des Kantenmodells untersucht. Eingedenk der Aussagen der Entwicklungspsychologie, dass die Begriffsbildung des jungen Kindes von Handlungen ausgehend erfolgt, wurde das Herstellen eines Körpers gewählt. Von den möglichen Modellen zum Würfel findet das Kantenmodell die geringste Betonung im Unterricht, eine Beschreibung des Vorgehens wird also im Unterricht nicht bereits explizit aufgeschrieben worden sein. Das gängige Kantenmodell aus Holzstäbchen und Knetkügelchen wurde bewusst nicht gewählt, sondern das weniger bekannte Herstellungsverfahren aus Papierstreifen und Eckenverstärkern. Bei letzterem erfordert eine Bauanleitung deutlicher den Gebrauch von mathematischen Fachwörtern wie *„senkrecht*", *„Quadrat*", etc.

Das Bestreben, den Unterrichtsversuch über mehrere Jahrgangsstufen hinweg durchzuführen, wird von der Tatsache unterstützt, dass die Thematik in den Jahrgangsstufen 2, 3 und 4 im Lehrplan aufgeführt ist:

Explizit heißt es im Lehrplan der 3. Jahrgangsstufe: *„Der Würfel als geometrische Körperform: Modelle herstellen (Kanten-, Massiv- und Flächenmodell) bzw. Eigenschaften an Modellen erschließen (Ecken, Kanten, quadratische Flächen) (…)*" (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 184)

In der 2. Jahrgangsstufe unter Punkt 2.1.2 Flächen- und Körperformen führt der Lehrplan an: "*Körpermodelle herstellen bzw. Körpermodelle untersuchen, beschreiben, benennen, …"* (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 97)

Unter Punkt 4.1.2 Flächen- und Körperformen in der 4. Jahrgangsstufe wird der Quader behandelt: Der Quader als geometrische Körperform: Modelle herstellen (Kanten-, Massiv- und Flächenmodell) bzw. Eigenschaften an Modellen erschließen; Würfel als besonderen Quader erkennen (Ecken, Kanten, rechteckige bzw. quadratische Flächen) (Amtsblatt/Lehrplan, 2000, S. 254)

Die Herstellung des Würfelkantenmodells eignet sich besonders für diesen Unterrichtsversuch, da die Verbalisierung der Tätigkeit die Verwendung von vielen Fachbegriffen abruft, wie z.B. Würfel, Ecke, Kante, Kantenmodell, rechter Winkel, parallel, senkrecht, etc.

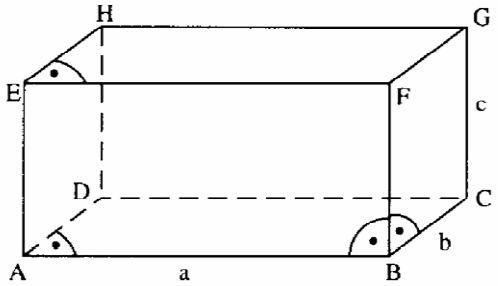
3.2.3 Mathematischer Hintergrund zum Thema

Die mathematische Definition des Quaders lautet:
Ein Quader ist ein konvexes Polyeder, dessen sämtliche Seitenflächen Rechtecke sind.

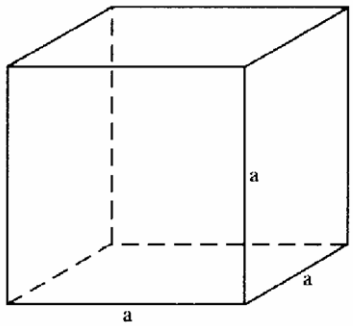
Da diese knappe Definition nun wiederum verlangen würde konvexes Polyeder zu definieren, zitiere ich zusätzlich eine Definition aus einem Mathematiklexikon für Schüler:

"Ein Quader ist ein geometrischer Körper, dessen Grund-, Deck- und Seitenflächen aus Rechtecken bestehen."
Notwendige (d.h. aus der Definition folgerbare) Eigenschaften des Quaders sind dann:
An den Quaderecken treffen drei Kanten zusammen, die paarweise aufeinander senkrecht stehen. Die 12 Kanten des Quaders gruppieren sich zu dreimal je vier Kanten, die zueinander parallel und gleich lang sind.

„Das Volumen (V) eines Quaders lässt sich bestimmen durch $V = a \cdot b \cdot c$
und die Oberfläche (O) durch $O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$



Ein Quader mit 12 gleich langen Kanten ist ein Würfel.
Das Volumen eines Würfels mit der Kantenlänge a ist $V = a^3$,
seine Oberfläche $O = 6 \cdot a^2$



Wird der Würfel entlang der Kanten aufgeschnitten, dann ergibt sich das Netz des Würfels." (Meersmann, 1994, S. 289)

Es gibt 11 verschiedene Würfelnetze. Durch Falten der Würfelnetze entsteht wieder ein Würfel.

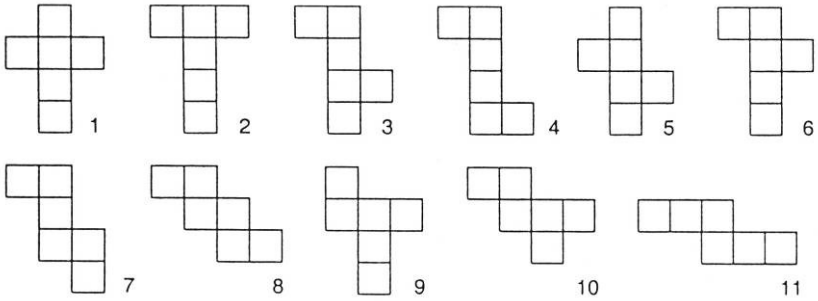


*Abbildung **3.2.3**.1: Die 11 Würfelnetze*

(Franke, 2000, S. 138)

Die Mathematikdidaktik unterscheidet drei Arten von Würfelmodellen: Das Massiv-, das Flächen- und das Kantenmodell. Ein Holz- oder Styroporwürfel stellt z.B. einen Massivwürfel dar, das Flächenmodell entsteht durch geeignetes Falten und Kleben eines Würfelnetzes, das Kantenmodell kann z.B. aus acht Knetkügelchen als Ecken und 12 gleich langen Holzstäbchen als Kanten gebastelt werden.

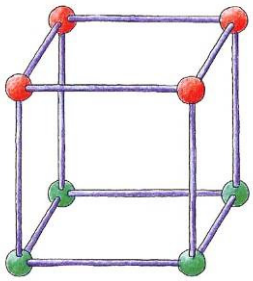


*Abbildung **3.2.3**.2: Kantenmodell aus Knete und Holzstäben*

(Schulbuch von Schmidt, 2007, S. 62)

Der Würfel ist einer der Platonischen Körper. "*Platonische Körper nennt man die fünf geometrischen Körper, deren Seitenflächen gleich große regelmäßige n-Ecke sind. Sie werden nach der Anzahl ihrer Seitenflächen mit griechischen Zahlwörtern bezeichnet als: Tetraeder (4-Flächner aus 4 Dreiecken), Hexaeder oder Würfel (6-Flächner aus 6 Quadraten), Oktaeder (8-Flächner aus 8 Dreiecken), Dodekaeder (12-Flächner aus 12 Fünfecken) und Ikosaeder (20-Flächner aus 20 Dreiecken).*"(Meersmann, 1994, S. 196/197)

3.3. Organisation des Unterrichtsversuchs

3.3.1 Begründung der Klassenauswahl

Bei diesem Unterrichtsversuch wird auf eine Durchführung in der ersten Jahrgangsstufe verzichtet, da in dieser Jahrgangsstufe der Großteil der Kinder noch nicht ohne Hilfe in der Lage ist, die eigenen Gedanken in vollständigen, verständlichen Sätzen zu Papier zu bringen. Deshalb erfolgt eine Beschränkung auf die Jahrgangsstufen zwei bis vier.

Die Durchführung des Unterrichtsversuchs erfolgt in einer zweiten, in zwei dritten und in zwei vierten Klassen. Durch die Einbeziehung von drei unterschiedlichen Jahrgangsstufen wird bei der Untersuchung der entwicklungspsychologische Aspekt berücksichtigt.

Durch die Untersuchung zweier Klassen derselben Jahrgangsstufe wird der sprachliche Vergleich auf einer Jahrgangsstufe breiter angelegt. Da der Einzugsbereich der in der gleichen Jahrgangsstufe gewählten beiden Klassen regional unterschiedlich war, könnte man vorsichtige Schlüsse auf den Einfluss des sozialen Umfelds ins Auge fassen.

Für die angezielten Aussagen war es wichtig auch besonders leistungsschwache Klassen in den Vergleich miteinzubeziehen. Dies traf auf die im Landkreis Dachau gewählte vierte Klasse zu, deren Klassennotendurchschnitt im Fach Mathematik mit 3,45 sich fast um eineinhalb Notenstufen von dem der anderen beteiligten Klassen unterschied.

Da Schüler der dritten und vierten Jahrgangsstufe durchschnittlich gesehen generell leistungsstärker im sprachlichen Ausdruck (mündlich wie schriftlich) sind als Schüler der zweiten Jahrgangsstufe, wurden je zwei Klassen der dritten und vierten Jahrgangsstufe ausgewählt und nur eine aus der zweiten. Zudem wurde berücksichtigt, dass in der dritten Jahrgangsstufe das Thema „Würfel" (incl. Kantenmodell) bzw. in der vierten Jahrgangsstufe das Thema „Quader" (incl. Kantenmodell) vom Lehrplan explizit gefordert wird (auch hinsichtlich der Fachbezeichnungen).

3.3.2 Kooperation mit den Lehrkräften

Auf Grund meiner Abordnung an die Hochschule bin ich seit September 2004 nicht mehr aktiv im Schuldienst tätig. Um die Unterrichtsversuche dennoch durchführen zu können, motivierte ich Klassenlehrer, die an der Grundschule tätig sind, für mein Vorhaben.

Zwischen dem Herstellen des Kantenmodells und dem Formulieren einer schriftlichen Anleitung hierzu sollen die Kinder in den Nebenraum wechseln. Die reguläre Lehrkraft teilt sich somit mit mir die Aufsicht und ist auch Schüler beobachtend tätig. Bei dem zweiten Teil des Versuchs, nämlich der mündlichen Sprachaufgabe, werden die Kinder nacheinander aus dem von der Lehrkraft geführten Unterricht herausgenommen. Alle beteiligten Lehrer zeigten sich sehr aufgeschlossen für das Vorhaben.

3.3.3 Wahl der Sozialformen

Beim Bau des Kantenmodells ist Kooperation und Kommunikation der Schüler erwünscht. Der Vorteil von Partnerarbeit besteht darin, dass die Schüler sich gegenseitig helfen und inspirieren. Um eine gute Zusammenarbeit zu gewährleisten, dürfen die Schüler ihren

Partner frei wählen. Beide Schüler beratschlagen gemeinsam die Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells und gehen sich bei der Konstruktion zur Hand. Leistungsschwache Schüler haben bei Partnerarbeit weniger Versagensängste als bei Einzalarbeit.

Für den Verschriftungsprozess wurde dagegen die Sozialform Einzelarbeit gewählt. Nur dabei ist gewährleistet, dass jedes Kind wirklich seine eigenen Gedanken niederschreibt. Bei der schriftlichen Reflexion in der Gruppe würden zwar evtl. sprachlich kompetentere Berichte entstehen, da die Kommunikation innerhalb der Gruppe verschüttetes Wissen zur Fachsprache freilegt. Doch das Forschungsanliegen, in wie weit die einzelnen Kinder die Fachsprache in den eigenen aktiven Wortschatz übernehmen, würde wegen der Überlagerungen und der Formulierungskompromisse weniger gut erreicht als bei Einzelarbeit.

3.4. Beschreibung des Unterrichtsversuchs zur schriftlichen Herstellungsanleitung

3.4.1 Aufgabenstellung

Die Kinder sollen nacheinander 3 Aufgaben bearbeiten:

1. Sie sollen in Partnerarbeit ein Kantenmodell eines Würfels basteln.
2. Sie sollen in Einzelarbeit dazu eine Anleitung in schriftlicher Form anfertigen.
3. Sie sollen in Einzelarbeit eine Tätigkeitsbeschreibung zu einer vorgestellten Handlung (Bau eines Flächenmodells aus dem Kantenmodell) in schriftlicher Form anfertigen.

Zunächst wird den Kindern ein fertig gebasteltes Kantenmodell gezeigt. Die Herstellung der Ecken wird den Kindern nonverbal demonstriert; die Schüler stellen gleichzeitig nach Anweisung des Versuchsleiters eine Ecke her. Der Bau der Kanten wird nicht vorgeführt.

In Partnerarbeit bauen die Kinder ein Kantenmodell selbstständig nach.

Nach Fertigstellung des Kantenmodells schreiben die Schüler in Einzelarbeit eine Herstellungsanleitung zur eben ausgeführten Tätigkeit nieder.

3.4.2 Material zur Herstellung

Zur Herstellung des Kantenmodells werden folgende Materialien bereitgestellt:

Die Ecken werden aus gelbem Papier (80 g/m²) gebastelt, das den Kindern im Format 6 cm x 6 cm bereitgestellt wird. Papier ist für die Ecken das ideale Material, da es im Gegensatz zu Tonpapier einfacher zu falten ist.

Für die Kanten werden rote Tonpapierstreifen (130 g/m²) von 21 cm Länge und 5 cm Breite bereitgestellt. Tonpapier ist für die Kanten besser geeignet als Papier, da die Stabilität des Körpers durch die Verwendung von Tonpapier gewährleistet ist.

Das Maß von ca. 20 cm für die Kantenlänge wurde angepasst an die Größe der Kinderhände sowie an die Ansprüche der Partnerarbeit. Bei Kanten, die deutlich länger als etwa 20 cm sind, wäre die Stabilität des fertigen Modells geringer. Bei der Kantenlänge von 21 cm eignet sich eine Tonpapierstreifenbreite von etwa 4 - 5 cm.

Die exakte Länge von 21 cm und Breite von 5 cm ergibt sich auf Grund des Umweltaspekts, um möglichst keinen Verschnitt zu produzieren. Die Breite eines DIN A 4-Tonpapierbogens dient als Kantenlänge von 21 cm des Modells und der 30 cm lange Bogen lässt sich ohne Rest in 5 cm breite Tonpapierstreifen schneiden.

Buntes Material spricht jedoch die Kinder stärker an. Außerdem erleichtert das zweifarbige Material (gelb als Farbe der Ecken bzw. rot als Farbe der Kanten) die Bastelanweisungen bei der Lehrerdemonstration. Fachausdrücke lassen sich durch das verschieden farbige Papier für die Versuchsleiterin sehr gut umgehen, z. B. bei der Erklärung der Eckenherstellung: „Nimm einen gelben Zettel und mache genau nach, was ich dir zeige."

Den Schülern wird eine größere Anzahl der Papierquadrate und Tonpapierstreifen zur Verfügung gestellt, als sie für das Kantenmodell benötigen. Sie sollen selbstständig erkennen, wie viele Ecken und Kanten sie für ihr Modell benötigen und somit basteln

müssen. Somit wird die Aufgabe problemhaltiger. Außerdem ist es bei einem Überschuss an zur Verfügung gestelltem Material kein Problem, wenn die Kinder beim Basteln unkorrigierbare Fehler machen (z.B. sich bei der Produktion der Ecken verschneiden).

Zusätzlich benötigen die Schüler zum Basteln noch Klebstift und Schere, welche sie selbst mitbringen.

Für die schriftliche Bearbeitung der Aufgaben zwei und drei werden den Schülern zwei unterschiedlich farbige Arbeitsblätter mit den aufgedruckten Arbeitsaufträgen sowie Stifte zur Verfügung gestellt.

3.4.3 Muster einer korrekten Beschreibung der Herstellung des Kantenmodells

Die Beschreibung bezieht sich auf die Teile: Herstellung der Ecken, Herstellung der Kanten und Herstellung des kompletten Kantenmodells.

Herstellung der Ecken:

In der folgenden Skizze sind die vier Arbeitsschritte der Eckenherstellung bildlich dargestellt:

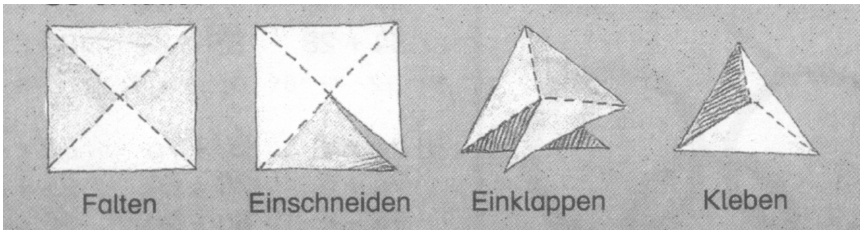


*Abbildung **3.4.3**.1: Arbeitsschritte der Eckenherstellung*

(Rinkens, 2002, S. R28)

Das gelbe Quadrat wird in der Diagonale gefaltet und wieder geöffnet. Mit der zweiten Diagonalen wird entsprechend verfahren. Anschließend wird von einer Ecke bis zur Mitte entlang der Faltachse mit der Schere eingeschnitten. Die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts werden eingeklappt und aufeinander geklebt.

Auf diese Weise werden pro Modell acht Ecken angefertigt.

Herstellung der Kanten:

Der rote Tonpapierstreifen wird einmal an der langen Mittellinie (Bei nicht quadratischem Rechteck: Mittellinie = Symmetrieachse des Rechtecks parallel zur langen Seite) gefaltet, so dass die gegenüber liegenden Seiten genau übereinander liegen. Anschließend werden die Hälften so weit aufgeklappt, bis sie im 90°-Winkel zueinander stehen.

Für das Kantenmodell werden 12 Kanten benötigt.

Herstellung des Kantenmodells:

Diese Skizze zeigt das fertige Kantenmodell aus Papier und Tonpapier:

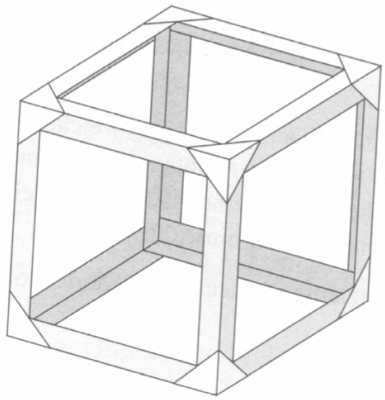


*Abbildung **3.4.3**.2: Kantenmodell aus Papier und Tonpapier*

(Rinkens, 2002, S. R30)

Die Reihenfolge des Bauens bzw. Klebens der Ecken und Kanten ist beliebig. Eine Möglichkeit wäre, vier Kanten zur quadratischen Grundfläche des Würfels zu verkleben und das entstandene Quadrat an den Ecken mit den gelben dreiseitigen Papierpyramiden zu verstärken. An die vier Ecken der Grundfläche werden die vier vertikalen Kanten senkrecht angefügt und an diese die vier Ecken der Deckfläche geklebt. Nun werden noch die vier Kanten der Deckfläche eingefügt. In jeder der acht Ecken stoßen drei Kanten aufeinander.

3.4.4 Erläuterungen zum nachfolgenden Artikulationsmodell

Dem Unterrichtsversuch gehen bewusst keine vorbereitenden Geometriestunden zu diesem Thema voraus. Es soll untersucht werden, inwieweit der aktive Wortschatz der Kinder bzgl. der Fachsprache vorhanden ist.

Wenn vorher noch die wichtigsten Begriffe besprochen werden, würden einige Kinder bei der Beschreibung diese aus dem Gedächtnis abrufen, wodurch verwischt wird, ob das Wort tatsächlich zum aktiven Wortschatz des Kindes gehört oder ob es lediglich die Sprechweise der Lehrkraft imitiert.

Weil bei dem geplanten Unterrichtsversuch die Sprache eine große Rolle spielt, wird diese im nachfolgenden Artikulationsmodell mit größter Sorgfalt gewählt – jeder Arbeitsauftrag und jede Äußerung der Versuchsleiterin sind Wort für Wort abgedruckt.

Es ist sehr wichtig, dass die Impulse und Arbeitsaufträge während des Unterrichtsversuchs von der Versuchsleiterin so formuliert werden, dass sie im Vorfeld keine Begriffe Preis gibt, auch wenn dadurch das Unterrichtsgeschehen etwas künstlich wirkt.

Die Versuchsleiterin darf auf keinen Fall bei der Demonstration des Kantenmodells und bei der Herstellungsanweisung der Ecken zu viel erklären, sonst werden die Kinder in ihren Handlungen und bei der eigenen Verbalisierung beeinflusst.

Erklärt sie allerdings zu wenig, ist die Gefahr, dass die leistungsschwächeren Schüler die Arbeitsaufträge nicht verstehen und stark überfordert sind.

Im nachfolgenden Artikulationsmodell tauchen oft die Wörter „das" bzw. „etwas" für bestimmte Fachbegriffe auf, deren Nennung bewusst vermieden wird, da bei der Auswertung der Schülerproduktionen *deren* Begriffsfindung untersucht werden soll. (Der Leser möge dieses Artikulationsmodell aus o.g. Gründen nicht als „Mustergeometriestunde" auffassen.)

Der Unterrichtsversuch besteht aus vier Teilen:
- Namen für das Kantenmodell in Einzelarbeit finden
- Papier-Kantenmodell des Würfels in Partnerarbeit herstellen
- Herstellungsanleitung für das vorher erstellte Papier-Kantenmodell in Einzelarbeit schreiben
- Tonbandaufzeichnung einer mündlichen Beschreibung des Herstellungsvorgangs

Die ersten drei Teile werden im Rahmen der ersten Unterrichtseinheit durchgeführt, der vierte Teil in der zweiten Unterrichtseinheit am darauf folgenden Tag.

In der Hinführungsphase ist der Begriffsfindungsprozess in folgende Rahmengeschichte eingebettet: *„Dein bester Freund hatte in der letzten Mathematikprobe eine sehr schlechte Note. Die Mathematiklehrerin bietet ihm an, dass er seine Note verbessern kann. Er soll ihr morgen einen mathematischen Namen für das (L zeigt auf das Kantenmodell) sagen. Du willst deinem Freund unbedingt helfen. Wie würdest du deinem Freund raten, das zu nennen?*"

Es ist wichtig, eine Situation zu schaffen, die Ernsthaftigkeit seitens der Kinder weckt. Diese Ernsthaftigkeit ist durch die verpatzte Mathematikprobe und die letzte Chance von Seiten der Lehrerin gegeben. Zudem trägt die Adressatin „Mathematiklehrerin" dazu bei, dass sich die Schüler um ernsthafte, mathematische Begriffsfindung bemühen.

Die Schüler fühlen sich durch die Passage *„Du willst deinem Freund unbedingt helfen. Wie würdest du deinem Freund raten, das zu nennen?*" in einer Helferrolle, in der sie sich unbedingt Mühe geben müssen, dem besten Freund wirklich zu helfen. Somit zeigen sie bestimmt großen Einsatz bei der Begriffsfindung.

Das Beurteilungskriterium fällt für die Schüler weg, da sie ja dem Freund helfen und nicht sich selbst präsentieren müssen.

Dieser Namenfindungstest steht bewusst am Anfang des Versuchs, da sich zu dieser Zeit die Kinder noch nicht mit Mitschülern (z.B. dem Partner) austauschen konnten und so die aufgeschriebenen Begriffe noch spontan und individuell sind.

Bis zur Eigentätigkeit in Partnerarbeit bleibt das Bastelmaterial im Kuvert, damit sich die Kinder auf die Demonstrationen und Erklärungen der Versuchsleiterin konzentrieren und nicht abgelenkt sind. Das Kuvert liegt bereits auf jeder Schülerbank, damit keine zu langen Pausen durch die Materialverteilung entstehen.

Die Herstellung der Ecken demonstriert die Versuchsleiterin Schritt für Schritt am modellhaften Beispiel, zeigt sie begleitend auf Folie und lässt sie die Kinder zeitgleich mitbasteln. Diese Technik der Eckenherstellung würden viele Kinder nicht ohne Anleitung bewältigen. An den komplizierten Herstellungsvorgang werden die Kinder langsam, kleinschrittig und nonverbal herangeführt. Die Versuchsleiterin kontrolliert außerdem nach den einzelnen Schritten, ob die Kinder sie richtig umgesetzt haben.

Im Gegensatz dazu wird die einfache Herstellung der Kanten den Kindern mit ihren Partnern selbst überlassen.

Die Herstellung des Kantenmodells erfolgt in Partnerarbeit, da das Positionieren der Ecken und Kanten sowie das zeitgleiche Kleben der gegenseitigen Hilfestellung bedarf. Zudem sind die Schüler bei der Herstellung des Modells auf sich gestellt und müssen Kreativität zeigen, was zu zweit natürlich effektiver ist.

Nach dem Bau des Kantenmodells in Partnerarbeit sollen die Schüler in den Nebenraum wechseln, um beim anschließenden Schreiben der Anleitung nicht von den noch bastelnden (und somit kommunizierenden) Kindern gestört zu werden.

Das Modell tragen sie auf einer Unterlage, damit die frischen Klebestellen noch entlastet sind.

Die Anfertigung der schriftlichen Herstellungsanleitung erfolgt in Einzelarbeit, damit sich jeder Schüler in seiner Anleitung individuell entfalten kann und diese keinen schriftlichen Kompromiss zwischen den Partnern darstellt.

Den Schülern werden zuerst persönlich die Regeln zur schriftlichen Anleitung mitgeteilt, um Unstimmigkeiten zu klären. Auf dem Arbeitsblatt sind die Regeln noch einmal zum eventuellen Nachlesen abgedruckt.

Als Adressaten für die gefertigten Herstellungsanleitungen dienen Schüler einer anderen Klasse. Diesen werden die geschriebenen Anleitungen zum Bau vorgelegt.

Versprachlichen (Sprechen oder Schreiben) fällt den Kindern dieser Altersstufe leichter, wenn es jemanden gibt, der zuhört oder die Anleitung lesen wird. Die Aussicht auf einen Leser stellt eine Motivation für die Schüler dar, den anstrengenden Formulierungsprozess anzugehen und durchzuhalten (Schmidt-Thieme, 2002, S. 439)

3.4.5 Artikulationsmodell zum geplanten Unterrichtsversuch

Folgende Abkürzungen werden im Artikulationsmodell verwendet, wobei die Funktion der Versuchsleiterin von mir übernommen wird:

VL	Versuchsleiterin
KL	Klassenlehrer/in
FöL	Förderlehrer/in
Sch	Schüler/in
AA	Arbeitsauftrag
EA	Einzelarbeit
PA	Partnerarbeit
LE	Lehrererzählung
TA	Tafelanschrift
AB	Arbeitsblatt

ARTIKULATION / METHODE		**LERNINHALT / VERLAUF**	**MEDIEN**
O. Begrüßung	VL	stellt sich vor, erzählt, dass jetzt eine Geometriestunde folgt und lässt von den Kindern ihre Namensschilder aufstellen.	Namensschilder
Ordnungsimpuls	VL	„Richte dir deinen Füller und deinen Klebstoff her und lass das Material, das jetzt jede Bank bekommt, auf deiner Bank liegen."	Füller, Klebstoff

	2 Sch	(Austeil- und Einsammeldienst) teilen pro Bank 1 Kuvert sowie 2 weiße Zettel und 2 gelbe Zettel aus.	Kuverts mit gelben und roten Zettel für die Kantenmodelle, 2 weiße und 2 gelbe Zettel
1. Hinführung			
AA / EA	VL	„Schreibe auf den weißen Zettel deinen Namen und schaue dann wieder zu mir!"	
	Sch	notieren ihren Namen.	weißer Zettel, Füller
Regeln im Unt.versuch	VL	„Heute probiere ich mit euch zusammen etwas Schönes aus. Ich zeige dir jetzt gleich *etwas*. Du darfst aber auf keinen Fall dazwischen rufen, sonst ist mein Plan kaputt."	
LE Rahmengeschichte	VL	„Stell dir folgende Situation vor: Dein bester Freund hatte in der letzten Mathematikprobe eine sehr schlechte Note. Die Mathematiklehrerin bietet ihm an, dass er seine Note verbessern kann. Er soll ihr morgen einen mathematischen Namen für *das* da sagen."	
	VL	hebt das Kantenmodell hoch.	gebasteltes Kantenmodell
LE Rahmengeschichte	VL	„Du willst deinem Freund unbedingt helfen. Wie würdest du deinem Freund raten, *das* zu nennen?"	
AA / EA	VL	„Schreibe auf den weißen Zettel, wie du *das* nennst. Es reicht ein Name. Wenn du dich nicht entscheiden kannst, darfst du auch 2 Namen auf den Zettel schreiben. Besprich dich nicht mit dem Nachbarn und zeige ihm auch dein Wort nicht! Das bleibt jetzt noch ein Geheimnis."	
	1 Sch	wiederholt den AA.	
EA: Begriffsfindung durch die Schüler	Sch	überlegen sich einen Begriff für das Kantenmodell und schreiben ihn auf den weißen Zettel.	weißer Zettel, Füller
	2 Sch	(Austeil- und Einsammeldienst) sammeln die Zettel ein.	

Zielangabe	VL	hebt Kantenmodell noch einmal hoch. „So *etwas* darfst du heute mit deinem Nachbarn zusammen auch bauen."	Kantenmodell
2. Erarbeitung **2.1 Herstellung der Ecken**			
Impuls	VL	deutet auf die Ecken des Kantenmodells. „Ich zeige dir jetzt, wie du *das* bauen kannst. Ich spreche absichtlich nichts dazu. Nimm dir einen gelben Zettel und mache nach, was ich dir jetzt vormache."	
AA / EA			
	1 Sch	wiederholt den AA.	
L-Demonstration	VL	vollzieht den 1. Arbeitsschritt beim Eckenbau und zeigt ihn auch auf der Folie.	großes, gelbes Blatt, OHP, Folie (Eckenherstellung)
EA: **Herstellung der Ecke**	Sch	bauen zeitgleich nach.	gelber Zettel
	VL	„Wer fertig ist hebt seinen Zettel hoch."	
	Sch	heben ihren gelben Zettel hoch.	
L-Kontrolle	VL	geht durch die Reihen und kontrolliert.	
Fortsetzung der Arbeitsschritte 2, 3 und 4 nach dem gleichen Schema			
	VL	„Ich baue *es* jetzt noch einmal. Du schaust mir zu, ob du alles richtig gemacht hast. Wenn nicht, dann verbessere."	
L-Demonstration	VL	demonstriert die Herstellung der Ecke ein 2. Mal.	großes, gelbes Blatt
	Sch	kontrollieren ihre Ecke.	gelbe, selbstgebastelte Ecke
2.2 Herstellung der Kanten			
	VL	hebt Kantenmodell hoch.	Kantenmodell
	VL	„Du sollst mit deinem Nachbarn später selbstständig herausfinden, wie du *das* basteln kannst."	
3. Durchführung: Herstellung des Kantenmodells			

	VL	zeigt Bastelmaterial.	Materialinhalt des Kuverts
	VL	„Im Kuvert findest du anschließend diese Sachen."	Kuvert und Materialinhalt
AA / PA	VL	„Du bastelst *das* zusammen mit deinem Nachbarn mit den Sachen im Kuvert nach. Während du bastelst, sprichst du nur mit deinem Nachbarn, nicht mit den anderen Schülern oder mit mir."	Kantenmodell
	1 Sch	wiederholt den AA.	
	VL	„Wer fertig ist, stellt *es* auf die Unterlage und geht damit und dem Füller leise in das andere Zimmer."	
	VL	teilt die Unterlagen aus.	Unterlagen
PA: Herstellung des Kantenmodells durch die Schüler	Sch	bauen in PA das Kantenmodell des Würfels.	
Zimmerwechsel	Sch	wechseln, wenn sie mit dem selbst gebastelten Modell fertig sind, mit dem Füller in den Nebenraum.	selbst gebastelte Modelle, Füller
<u>4. Reflexion: Schreiben der Anleitung</u>	VL	wechselt mit der ersten fertigen Gruppe in das Nebenzimmer.	
	KL	beaufsichtigt stumm die restlichen Gruppen.	
	Sch	setzen sich mit dem Partner an eine Bank und stellen das selbst gebastelte Kantenmodell in die Mitte.	
Hinführung	VL	„Du schreibst jetzt alleine eine Bastelanleitung. Du beschreibst, wie du *das* hergestellt hast. Diese Bastelanleitung bekommt später einmal ein Kind, das noch nie so *etwas* gesehen und gebastelt hat. Wenn dieses andere Kind deine Bastelanleitung liest, soll es *das* auch nachbauen können. Das andere Kind sieht *das* aber vorher nicht."	
AA / EA	VL	„Schreibe jetzt alleine, ohne mit dem Partner zu sprechen, diese Bastelanleitung.	
	1 Sch	wiederholt den AA.	
	VL	teilt AB an die Sch aus.	AB 1
	VL	„Auf dem AB steht noch einmal, was du beim Schreiben deiner Bastelanleitung beachten sollst. Schreibe zuerst deinen Namen oben auf das AB."	

EA: **Schreiben der Anleitung**	Sch	schreiben in eigenen Worten eine Bastelanleitung und geben sie beim L ab, wenn sie fertig sind.	AB 1, Füller
	FöL	übernimmt die Aufsicht im Nebenraum.	
	Sch	die im Klassenzimmer mit der Herstellung des Kantenmodells fertig sind, kommen nach und nach in das Nebenzimmer.	
	VL	erklärt vor der Tür des Nebenzimmers den AA bzgl. der Bastelanleitung.	
	1 Sch	wiederholt den AA.	
	Sch	gehen in das Nebenzimmer und schreiben die Bastelanleitung.	
	Sch	geben fertig geschriebene Bastelanleitung ab.	

3.4.6 Unterrichtsmaterial

Im Folgenden sind sowohl die Folie mit Bildern zur Eckenherstellung des Kantenmodells sowie das Arbeitsblatt für die Herstellungsanleitung angefügt.

Folie: Anleitung zur Eckenherstellung des Kantenmodells

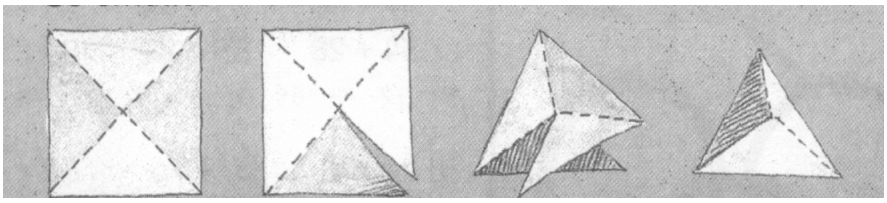


*Abbildung **3.4.6**.1: Folie: Anleitung zur Eckenherstellung des Kantenmodells*

(Rinkens, 2002, S. 28)

- **Arbeitsblatt: Herstellungsanleitung**

Vorname und Nachname: _____
Schule: _____
Klasse: _____

Bastelanleitung

1. Schreibe oben deinen Namen und deine Klasse auf das Arbeitsblatt.
2. Beschreibe, wie du das gerade gebastelt hast.
3. Mit deiner Bastelanleitung soll ein fremdes Kind auch so etwas basteln können. Dieses Kind sieht aber das, was du gebastelt hast, vorher nicht.

3.4.7 Erwartete Ergebnisse

In der Hinführungsphase wird den Schülern das Kantenmodell gezeigt. Sie sollen in Einzelarbeit ein passendes Wort für diesen Gegenstand finden.

In der 2. Jahrgangstufe werden vermehrt Wortneuschöpfungen wie z.B. „Luftwürfel" erwartet, weil in diesem Alter das Fachwissen zu diesem Thema noch nicht erworben wurde und durch Kreativität ausgeglichen wird.

In Jahrgangsstufe 3 und 4 müssten die Schüler im Unterricht bereits auf diesen Begriff gestoßen sein. Die Nennung des Begriffs „Würfel" wird hier häufiger erwartet, da das Thema im Unterricht bereits behandelt wurde. Die Schüler befinden sich mit zunehmendem Alter auf höherem Abstraktionsniveau. In der Begriffsfindung differenzieren diese Schüler häufig nicht mehr, weil die geometrische Form des Körpers – sprich „Würfel" – als solche erkannt wird. Die nähere Beschreibung, ob es sich um ein Kanten-, Flächen- oder Vollmodell handelt, ist für sie häufig unerheblich.

In der Reflexionsphase fertigen die Kinder in Einzelarbeit eine Anleitung zur Herstellung des Kantenmodells an.

In der zweiten Jahrgangsstufe wird erwartet, dass ein Großteil der Kinder Begriffe und Redewendungen der Alltagssprache verwendet, weil die Fachsprache in diesem Alter noch nicht assimiliert ist.

In Jahrgangsstufe drei und vier ist eine deutlich ausführlichere Herstellungsanleitung von höherem fachlichen Niveau zu erwarten, weil diese Schüler sprachlich und fachlich versierter sind.

3.5. Beschreibung des Unterrichtsversuchs zur mündlichen Herstellungsanleitung

3.5.1 Auswahl der Versuchspersonen und Aufgabenstellung

In jeder Klasse werden Schüler von unterschiedlichem Leistungsniveau als Versuchspersonen ausgewählt, um ein breites Leistungsspektrum abzudecken. Die Informationen bzgl. der Mathematikleistung stammen vom jeweiligen Klassenlehrer (siehe Notentabellen der einzelnen Klassen im folgenden Kapitel).

Es handelt sich bei dieser Untersuchung um eine mündliche Sprachaufgabe, die jeder Versuchsperson einzeln gestellt wird.
Der Schüler betrachtet erneut sein tags zuvor gebasteltes Kantenmodell.
Aufgabe ist es nun mündlich zu erklären, wie er es mit seinem Partner hergestellt hat.
Diese mündliche Anleitung wird auf Tonband aufgenommen.

3.5.2 Geplanter Ablauf der mündlichen Sprachaufgabe

Die Tonbandaufnahme findet am Tag *nach* dem Herstellen des Kantenmodells statt. Würde sie sich unmittelbar an die schriftliche Äußerung der Schüler anschließen, ist die Gefahr groß, dass die Schüler in ihrem Erzählfluss durch die noch sehr lebendige Erinnerung an ihr Geschriebenes gestört werden. Außerdem sind Grundschüler nur zeitlich begrenzt konzentrationsfähig.

Es befinden sich nur die Versuchsperson (ein Schüler) und die Versuchsleiterin im Zimmer.
Der Schüler sitzt auf dem Stuhl an einem Schülertisch. Das vom Schüler und seinem Partner hergestellte Kantenmodell des Würfels liegt vor ihm auf dem Tisch. Auf dem Tisch platziert ist das Tonbandgerät mit Mikrofon. Der Versuchsleiter sitzt an einem zweiten, etwas abseits stehenden Tisch. Der Schüler sieht den Versuchsleiter nicht. Bei seinen Erläuterungen kann der Schüler den Versuchsleiter nicht als Adressaten seiner sprachlichen Anleitung verwenden. Beim Einsatz einer Videokamera hätte ich Bedenken, dass dann einige Grundschulkinder befangen wären bzw. andere sich zu sehr in Szene setzten. Säße der Versuchsleiter im Sichtfeld des Schülers, würde dieser die Bastelanleitung nicht mehr nur versprachlichen, sondern seine Handbewegungen mit Sätzen wie *„Das musst du so machen!*" kommentieren. Ähnlich würde er sich beim Einsatz einer Videokamera verhalten.

Das Halten des Mikrofons durch den Schüler vermindert zusätzlich o.g. Risiko bzgl. kommentierender Handbewegungen. Zugleich steigert es die Motivation der Schüler, die Erzählaufgabe ernst zu nehmen, wenn sie sich in der Rolle von „Radioreportern" fühlen.

Am Interviewtag bespreche ich zunächst das Tonband mit dem Namen des Schülers, seiner Klassenstufe und Schule, sowie mit Datum und Uhrzeit. Der Schüler wird durch den Hinweis motiviert: „Stelle dir vor, du bist ein Radioreporter beim Kinderrundfunk." Um die Situation für die Kinder so entspannt wie möglich zu gestalten, erzähle ich Folgendes:
„Es ist nicht schlimm, wenn du dich einmal versprichst. Dann verbesserst du dich. Denn auch beim Rundfunk kommt es vor, dass sich Moderatoren versprechen. Diese Textstellen werden dann einfach herausgeschnitten."

Dann erkläre ich dem Schüler den Arbeitsauftrag und lege ihn zusätzlich in schriftlicher Form vor den Schüler schriftlich auf die Bank:

> „Du erklärst genau, wie du das gestern gebastelt hast.
> Mit deiner Bastelanleitung soll ein fremdes Kind auch so etwas basteln können. Dieses Kind sieht das aber vorher nicht.
> Denke daran, dass das Kind nur die Kassette hört, aber nicht deine Handbewegungen sehen kann."

Nun erklärt der Schüler die Herstellung, indem er direkt ins Mikrofon spricht.

3.5.3 Erwartete Ergebnisse

Es ist zu erwarten, dass der Anteil fachsprachlicher Ausdrücke in der schriftlichen Herstellungsanleitung gegenüber der mündlichen deutlich überwiegt. Bei der Verschriftlichung bleibt den Kindern mehr Zeit zu reflektieren, was sie notieren. Beim Erzählen auf Tonband ist das nochmalige Durchlesen und Verbessern im Gegensatz zum Verschriftlichungsprozess nicht möglich.

4. Unterrichtsversuch zur Begriffsfindung

Im folgenden Kapitel werden Schülerzitate kursiv dargestellt und sind im Original (mit evtl. Rechtschreibfehlern) aus den schriftlichen Herstellungsanleitungen übernommen worden.

Die Unterrichtsversuche fanden im Juni / Juli 2005 in Bayern (im Landkreis Dachau sowie im Landkreis Fürstenfeldbruck) statt. Sie wurden an drei Grundschulen in insgesamt fünf Klassen durchgeführt, einer zweiten, zwei dritten und zwei vierten Klassen. (Näheres siehe Kapitel 3.3.1 Begründung der Klassenauswahl)

An der Untersuchung nahmen insgesamt 117 Kinder teil, und zwar 25 Kinder aus der zweiten, 49 aus der dritten und 43 aus der vierten Jahrgangsstufe.

Wie in Kapitel 3.4.5 im Artikulationsmodell in der Hinführungsphase beschrieben, wurden die Unterrichtsversuche in allen Klassen planmäßig durchgeführt.

In diesem Kapitel werden nacheinander die Ergebnisse zur Begriffsfindung der Klassen zwei bis vier beschrieben.

Innerhalb jedes Kapitels wird zunächst auf die Klassensituation eingegangen, dann auf die schriftliche Befragung der Schüler.

Während des Unterrichtsversuchs wurde den Schülern folgende Rahmengeschichte erzählt:

„Dein bester Freund hatte in der letzten Mathematikprobe eine sehr schlechte Note. Die Mathematiklehrerin bietet ihm an, dass er seine Note verbessern kann. Er soll ihr morgen einen mathematischen Namen für das (die Versuchsleiterin deutet auf das Kantenmodell.) da sagen."

Die Schüler notierten daraufhin einen (oder bei Entscheidungsschwierigkeiten zwei) Begriffe, die sie ihrem Freund raten würden.

Unter den Abschnitten 4.1-4.5 wird auf die Ergebnisse der einzelnen Klassen und unter 4.6 auf die Ergebnisse aller Klassen im Vergleich eingegangen.

Am nächsten Tag wurden diejenigen Schüler befragt, die den Begriff „Würfel" bzw. nicht eindeutige Begriffe (wie z.B. „gemein" oder „Freundeswürfel") am Vortag notierten.

Die mündliche Fragestellung der Versuchsleiterin an die Schüler, die das Wort „Würfel" ohne nähere Beschreibung notierten, lautete folgendermaßen:

„Unter Würfel stelle ich mir z.B. einen Spielwürfel vor, durch den man nicht durchsehen kann. Durch diesen Würfel (ich deute auf das Kantenmodell) kann man aber durchsehen.

Fällt dir ein Begriff ein, bei dem man nicht an den Spielwürfel denkt, sondern nur an diesen Würfel?"

Der Begriff „Kantenmodell" wurde dabei bewusst vermieden.

Nachdem die schriftlichen Antworten fest standen, wurden einige Schüler ausgewählt und am nächsten Tag befragt. Ausgewählt wurden Schüler, deren Ergebnisse nicht eindeutig waren. Diese Schüler hatten dann die Möglichkeit, ihre notierten Begriffe zu erklären. Anschließend wurde ihnen die Rahmengeschichte erneut erzählt und die Schüler hatten die Möglichkeit einen passenderen Begriff zu finden

4.1. Unterrichtsversuch in einer 2. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau)

4.1.1 Klassensituation

Die zweite Klasse setzt sich aus 25 Kindern, neun Jungen und 16 Mädchen, zusammen. Bei allen Schülern ist deutsch die Muttersprache.

Der Notendurchschnitt der Klasse im Fach Mathematik liegt bei 2,04, im Fach Deutsch bei 2,12. Somit ist die Klasse, gemessen am Notendurchschnitt, eine leistungsstarke Klasse.

Aktueller Stand der Noten in Mathematik	sehr gut	gut	befriedigend	ausreichend	mangelhaft	ungenügend
Anzahl der Schüler	7	11	6	1	--	--

*Tabelle **4.1.1**.1: Notenspiegel Mathematik (2. Klasse)*

Aktueller Stand der Noten in Deutsch	sehr gut	gut	befriedigend	ausreichend	mangelhaft	ungenügend
Anzahl der Schüler	3	16	6	--	--	--

*Tabelle **4.1.1**.2: Notenspiegel Deutsch (2. Klasse)*

In der ersten Jahrgangsstufe behandelte die Klassenlehrerin bereits lehrplangemäß die Flächenformen, in der zweiten Jahrgangsstufe die Körperformen.

4.1.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels

In der zweiten Jahrgangsstufe notierten acht Schüler das Wort „Würfel", ein Schüler „Mathewürfel / Ausdenkwürfel", sechs der Schüler „Quadrat", „Qadradereran", „Quadi", „Eckenzeugnis", „Lernball" bzw. Nitroglizerinis" notierte jeweils ein Schüler und fünf Schüler notierten Namen ihrer Freunde.

Die Verteilung der Antworten auf Mädchen und Jungen, sowie die Notenverteilung innerhalb der Gruppe, entnehme man der Tabelle:

Bezeichnung der Schüler	**Würfel**	**Mathewürfel / Ausdenkwürfel**	**Quadrat**	**Qadradereran / Quadi**
Anzahl der Schüler	8	1	6	2
Mädchen; **Jungen**	7 1	1 --	2 4	1 1
Mathematik-noten	2x N. 1 5x N. 2 1x N. 3	2	2x N. 1 2x N. 2 2x N. 3	1x N. 1 1x N. 3
Noten-durchschnitt	1,875	2,0	2,0	2,0

*Tabelle **4.1.2**.1: Schriftliche Begriffsfindung (2. Klasse)*

Bezeichnung der Schüler	**Eckenzeugnis**	**Lernball**	**Nitroglizerinis**	**Namen von Freunden aufgezählt**
Anzahl der Schüler	1	1	1	5
Mädchen; **Jungen**	-- 1	1 --	1 --	3 2
Mathematik-noten	2	3	1	1x N. 1 2x N. 2 1x N. 3 1x N. 4
Noten-durchschnitt	2,0	3,0	1,0	2,4

*Tabelle **4.1.2**.2: Schriftliche Begriffsfindung (2. Klasse)*

Insgesamt verwendeten 14 Schüler mathematische Begriffe. Diese Häufigkeit an mathematischen Fachbezeichnungen lässt sich auf die Rahmengeschichte mit der Mathematiklehrerin zurückführen.

Von diesen 14 Schülern notierten nur acht Schüler (ein Drittel der Klasse) den zutreffenden mathematischen Begriff „Würfel".

Die anderen sechs Kinder verwendeten für das Kantenmodell den mathematisch falschen Begriff „Quadrat"; sie verwechselten also Begriffe der ebenen (Planimetrie) und der räumlichen Geometrie (Stereometrie).

An den Wortschöpfungen „Qadradereran" und „Quadi" erkennt man die Kreativität bzgl. Fachbegriffe bei einigen Schülern. Bei der anschließenden Befragung stellte sich heraus: Sie wussten, dass „Quadrat" falsch wäre, es aber so etwas Ähnliches ist – mit vielen Quadraten. Deshalb kreierten sie ein neues Wort, das sich so ähnlich wie Quadrat anhören sollte.

Die Wörter „Mathewürfel / Ausdenkwürfel" schrieb eine Schülerin, weil es ein Würfel ist, weil es mit Mathe zu tun hat und weil sich der Freund ein Wort für den Würfel ausdenken soll.

Mit dem Begriff „Eckenzeugnis" wollte der Schüler verdeutlichen, dass der Würfel keine Flächen hat, sondern nur aus Ecken und Kanten besteht. Dieser Junge hat erkannt, dass es sich um ein Kanten- und kein Flächen- bzw. Vollmodell handelt und versucht, es zum Ausdruck zu bringen. Da der Begriff „Kantenmodell" von der Lehrerin noch nicht eingeführt wurde (ist laut Lehrplan Stoff der dritten Jahrgangsstufe), kannten die Schüler diesen Begriff noch nicht. Somit kreierte der Schüler das Wort „Eckenzeugnis".

Auf die Frage, wie sie denn auf den Namen „Nitroglizerinis" kommt, erzählt die Schülerin konfus: Sie dachte an Lucky Luke, denn er verwendet oft den Sprengstoff Nitroglycerin. Aber das Modell ist ja kein Sprengstoff, sondern eine Kapsel. Deshalb nennt sie ihn „Nitroglizerinis".

Insgesamt fünf Schüler verstanden den Arbeitsauftrag in der Rahmengeschichte nicht. Sie hörten in der Geschichte das Wort „Freund" und notierten auf dem Zettel einen oder mehrere Namen ihrer Freunde.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Den besten Mathematiknotendurchschnitt von 1,0 hat die Schülerin, die den Begriff „Nitroglizerinis" notiert hatte, gefolgt von 1,88 mit der Bezeichnung „Würfel", gefolgt von 2,0 mit den Benennungen „Quadrat", „Mathewürfel / Ausdenkwürfel", „Eckenzeugnis" und „Qadradereran / Quadi", gefolgt von 2,4 mit der Nennung von Freundesnamen und zuletzt mit 3,0 „Lernball".

Wenn man die kuriose Wortschöpfung „Nitroglizerinis" einer Schülerin vernachlässigt, so zeigt sich, dass die u.a. richtige Bezeichnung „Würfel" wie erwartet von Schülern mit einem leistungsstarken Durchschnitt im Fach Mathematik gefunden wurde.

Der am wenigsten geeignete Begriff „Lernball" sowie die Aufzählung von Freundesnamen erfolgten erwartungsgemäß von Schülern mit dem schlechtesten Durchschnitt.

Betrachtet man jedoch die einzelnen Schüler und ihre Mathematiknoten, so zeigt sich, dass Schüler mit der Mathematiknote „sehr gut" zwar wie erwartet bei der Bezeichnung „Würfel", jedoch auch bei mathematisch falschen Bezeichnungen („Quadrat") und bei selbst kreierten Wörtern („Qadradereran", „Nirtoglizerinis") vertreten waren, sowie bei denen, die den Arbeitsauftrag nicht verstanden und Freundesnamen notierten.

Der leistungsschwächste Schüler verstand erwartungsgemäß den Arbeitsauftrag nicht und zählte Namen von Freuden auf.

Resumée zur 2. Klasse des Landkreises Dachau

Vergleicht man die Begriffe, die Jungen und Mädchen verwendet haben, so ist zu berücksichtigen, dass in dieser Klasse fast doppelt so viele Mädchen wie Jungen sind.

Trotzdem fällt auf, dass sieben Mal mehr Mädchen als Jungen den richtigen Begriff „Würfel" verwendeten (sieben Mädchen, ein Junge). Den mathematisch falschen Begriff „Quadrat" verwendeten doppelt so viele Jungen wie Mädchen. Bei den kreativen Wortneuschöpfungen und bei der falschen Interpretation des Arbeitsauftrages hielten sich Mädchen und Jungen in etwa die Waage.

In dieser Klasse fanden die Mädchen mehr richtige Begriffe als die Jungen.

Etwa ein Viertel der Schüler (sechs) verwechselte die Begriffe von Körper- und Flächenformen und notierte „Quadrat". Das ist eine hohe Anzahl von Schülern, da auch nur unwesentlich mehr Schüler (acht) den richtigen Begriff „Würfel" nannten.

Verhältnismäßig viele Schüler (ein Fünftel) verstanden den Arbeitsauftrag nicht.

Am hohen Anteil mathematischer Begriffe erkennt man, dass die Klasse leistungsstark im Fach Mathematik ist. Die Leistungsstärke im Fach Deutsch zeigt sich in der Ausdrucksfähigkeit und auch in den Wortneuschöpfungen.

4.1.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels

Die folgende Tabelle zeigt die notierten Begriffe der Schüler sowie die Begriffe, die die Schüler am darauffolgenden Tag im Gespräch nannten:

Name	Mathematiknote	Notierter Begriff	Begriffsnennung nach Befragung
Lena	3	Lernball	**offener Würfel**
Christian	3	Würfel	**Offel**
Jacqueline	2	Luisa	**Fensterwürfel**
Alexandra	2	Würfel	**Fenster**
Sabrina	2	Würfel	**Fenster**
Carolin	2	Würfel	**Bilderrahmenwürfel**
Daniel	4	Valentin	**Bilderrahmenwürfel**
Luisa	1	Würfel	**Durchschauwürfel**
Marina R.	2	Würfel	**Eiswürfel**
Paula	1	Würfel	**Achteck / Gelbeck**
Marie	2	Würfel	**ausgehöhltes Quadrat**
Marleen	3	Elena	**großes Quadrat**

*Tabelle **4.1.3**.1: Vergleich schriftlicher - mündlicher Begriff (2. Klasse)*

Von den befragten Kindern brachten, mit Ausnahme eines Kindes, alle das Kriterium des Kantenmodells (im Gegensatz zum Flächen- oder Vollmodell) in ihren Begriffen mehr oder weniger zum Ausdruck. Eine Schülerin lag mit ihrer Bezeichnung „großes Quadrat" daneben, da es sich nicht um ein Quadrat, sondern um einen Würfel handelt (Verwechslung von Flächen- und Körperformen). Außerdem drückt „groß" nicht die Eigenschaft eines Kantenmodells aus (z.B. das Fehlen der Seitenflächen).

Mit der Benennung „ausgehöhltes Quadrat" wollte die Schülerin das Fehlen der Flächen (im Vergleich zum Flächenmodell) und des Würfelinneren (im Vergleich zum Vollmodell) ausdrücken. Gelungener wären die Begriffe „ausgehöhlte Quadrate" (Mehrzahl, da es insgesamt sechs sind) oder „ausgehöhlter Würfel" gewesen.

„Fensterwürfel" ist insofern ein geschickt kreierter Begriff, da ein Fenster Rahmen hat (vergleichbar mit den Kanten des Kantenmodells) und man durch ein Fenster durchsehen kann (vergleichbar mit den fehlenden Flächen beim Kantenmodell).

Die Begründung einer Schülerin zu ihrem Begriff „Fenster": *„… weil man durchschauen kann, genau wie beim Fenster."*

„Bilderrahmenwürfel" beschreibt das Kantenmodell des Würfels ebenfalls sehr gut, da man den Bilderrahmen mit den Kanten des Kantenmodells gleich setzen kann und man durch einen Bilderrahmen ebenso wie durch ein Kantenmodell durchsehen kann.

Auch der Begriff „Eiswürfel" drückt die Eigenschaften des Kantenmodells aus: Eis kann durchsichtig sein und ist somit vergleichbar mit den nicht vorhandenen Flächen beim Kantenmodell. *„Ich meine Eiswürfel, weil man durch Eis durchschauen kann."* Trotzdem ruft der Wortteil „Eis" falsche Vorstellungen hervor.

Bei den bisher genannten Begriffen, wie z.B. Durchschau-, Fenster-, Bilderrahmen- und Eiswürfel, könnten allerdings Seitenflächen aus Glas, Plexiglas oder Eis vorhanden sein und die Begriffe würden immer noch zutreffen. Diese Begriffe sind zwar für das Kantenmodell zutreffend, aber deuten nicht ausschließlich auf ein Kantenmodell hin.

Im Gegensatz dazu drückt „offener Würfel" tatsächlich das Fehlen einer oder mehrerer Seitenflächen aus. Eine Schülerin benannte das Kantenmodell „offener Würfel", da man *„in diesen Würfel reinlangen"* kann.

Die Wortneuschöpfung „Offel" entstand durch einen ähnlichen Gedankengang, wie bei der gerade erwähnten Schülerin. Der kreative Schüler wollte zum Ausdruck bringen, *„dass der Würfel offen ist".* Somit versuchte er die Wörter „Würfel" und „offen" miteinander in Einklang zu bringen und kreierte das neue Wort „Offel".

Mit „Achteck / Gelbeck" wollte die Schülerin betonen, was man beim Kantenmodell des Würfels sieht, nämlich die Ecken (und Kanten). Für „Achteck" entschied sie sich, da der Würfel acht Ecken hat, für „Gelbeck", da die Ecken aus gelbem Papier hergestellt wurden. Doch „Achteck" ist hier mathematisch falsch angewandt worden, da es sich um einen Begriff aus der Planimetrie handelt.

Zwei von zwölf Schülern bedienten sich bei ihrer Begriffsfindung fälschlicherweise einer Flächenform (Quadrat), obwohl der Arbeitsauftrag ausdrücklich das Wort „Würfel" beinhaltet.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Mathematik-noten	**1**	**2**	**3**	**4**
Begriffe	Durchschauwürfel Achteck / Gelbeck	Fenster Fensterwürfel Bilderrahmenwürfel Eiswürfel ausgehöhltes Quadrat	offener Würfel Offel großes Quadrat	Bilder-rahmenwürfel

*Tabelle **4.1.3**.2: Übersicht: Mathematiknoten - Begriffsfindung (2. Klasse)*

Die gelungenen Begriffe wurden von Schülern mit den Notenstufen eins bis vier gefunden, die misslungene Bezeichnung von einer Schülerin mit der Note drei.

Bei der alternativen Begriffsfindung bzgl. „Würfel" in dieser Klasse lässt sich kein Zusammenhang zwischen Notenstufen und Begriffsfindung erkennen.

Resumée zur 2. Klasse des Landkreises Dachau

Der Großteil der Schüler in dieser Klasse bediente sich mit Wortteilen der Alltagssprache, wie „Durchschau…", „Fenster…", Bilderrahmen…" sowie „Eis…", um die Eigenschaften des Kantenmodells hervorzuheben. Ein anderes Kind versuchte es mit an dieser Stelle leider nicht korrekt angewandtem mathematischen Ausdruck wie „Achteck". „Offel" ist die Neuschöpfung eines äußerst kreativen Schülers, der nicht nur zwei existierende Wörter neu zusammensetzt, sondern einen völlig neuen Begriff erfindet.

Insgesamt zeigt sich, dass die Schüler dieser zweiten Jahrgangsstufe sehr vielseitige, kreative Begriffe für das Kantenmodell des Würfels gefunden haben.

4.2. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau)

4.2.1 Klassensituation

Die 3. Klasse setzt sich aus 24 Kindern, acht Jungen und 16 Mädchen, zusammen. Alle Schüler haben als Muttersprache deutsch.

Der Notendurchschnitt der Klasse im Fach Mathematik liegt bei 2,0, im Fach Deutsch bei 2,66. Somit ist die Klasse, gemessen am Durchschnitt, v.a. in Mathematik, eine leistungsstarke Klasse.

Aktueller Stand der Noten in Mathematik	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	10	7	5	1	1	--

*Tabelle **4.2.1**.1: Notenspiegel Mathematik (3. Klasse, Dachau)*

Aktueller Stand der Noten in Deutsch	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	2	8	10	4	--	--

*Tabelle **4.2.1**.2: Notenspiegel Deutsch (3. Klasse, Dachau)*

In diesem Schuljahr wurden bisher im Bereich Geometrie folgende Themen behandelt:

Alle im Lehrplan vorgeschriebenen Körper wurden bezüglich der Anzahl der Ecken, Kanten und Flächen untersucht und die Ergebnisse in einer Tabelle fixiert. All diesen mathematischen Körpern wurden Vertreter in der Umwelt zugeordnet.

Speziell beim Thema „Würfel" stellten die Kinder Vollmodelle aus Knete her, sowie Kantenmodelle aus Knetkugeln und Holzstäbchen. Das Thema „Würfelnetze bzw. Flächenmodelle" wurde bereits in einer Einheit behandelt, wird aber in diesem Schuljahr noch einmal aufgegriffen.

Der rechte Winkel ist den Kindern ebenfalls schon bekannt.

4.2.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels

Bezeichnung der Schüler	Würfel	Würfel / geometrische Form	Würfel / Quadrat	Würfel / Viereck	Würfel-gestell
Anzahl der Schüler	11	1	6	1	1
Mädchen / Jungen	6 5	1 --	4 2	1 --	-- 1
Mathematik-noten	5x N. 1 3x N. 2 2x N. 3 1x N. 5	1	2x N. 1 2x N. 2 2x N. 3	2	1
Noten-durchschnitt	2,0	1,0	2,0	2,0	1,0

*Tabelle **4.2.2**.1: Schriftliche Begriffsfindung (3. Klasse Dachau)*

Bezeichnung der Schüler	Freundeswürfel	Quader	Viereck	gemein
Anzahl der Schüler	1	1	1	1
Mädchen / Jungen	1 --	1 --	1 --	1 --
Mathematik-noten	3	4	2	1
Noten-durchschnitt	3,0	4,0	2,0	1,0

*Tabelle **4.2.2**.2: Schriftliche Begriffsfindung (3. Klasse Dachau)*

Der Großteil der Schüler verwendete mathematische Begriffe, was auf die Rahmensituation zurückzuführen ist. Nur drei Schüler bezeichneten das Kantenmodell mit einem Begriff aus der Alltagssprache – „Würfelgestell", „Freundeswürfel" bzw. „gemein".

Auf Nachfragen erzählte die Schülerin, dass sie sich auf Grund der Rahmengeschichte mit dem Freund für den Begriff „Freundeswürfel" entschied. Daraus lässt sich ableiten, dass sie die Rahmengeschichte nicht durchdrungen hat. Diese Schülerin hat die Note befriedigend.

Ebenso erging es der Schülerin, die „gemein" auf ihrem Zettel notierte. Sie fand die Lehrerin gemein und schrieb deshalb dieses Wort auf. Überraschend ist hier, dass sie in Mathematik die Note „sehr gut" hat.

Die Hälfte der Schüler verwendete zwar einen treffenden, mathematischen Begriff („Würfel"), doch keiner verwendete die exakte mathematische Bezeichnung „Kantenmodell eines Würfels". Das lässt sich darauf zurückführen, dass dieser Begriff vom Lehrer nicht eingeführt wurde.

„Würfelgestell" kreierte ein Schüler, der erkannte, dass es sich um ein Kantenmodell handelt.

Ein Schüler entschied sich für „Quader", was zwar mathematisch richtig ist, da der Würfel eine Sonderform des Quaders ist, doch die genaue Bezeichnung ist „Würfel".

Knapp ein Drittel der Kinder notierte eine Körper- und eine Flächenform, die Mehrheit davon „Würfel / Quadrat", sowie ein Schüler „Würfel / Viereck".

Daraus kann man aber nicht pauschal schließen, dass alle diese Kinder Begriffe der Plani- bzw. Stereometrie verwechseln bzw. nicht unterscheiden können.

Das sieht man bei der Befragung einiger Schüler bzgl. ihrer Notationen:

Die beiden Kinder mit den Noten „sehr gut" in Mathematik begründeten den Begriff Quadrat folgendermaßen: *„Ein Quadrat wäre das Papier, was man darauf kleben würde."* bzw. *„Ich habe Quadrat geschrieben, weil das die Flächen am Würfel sind."* Sie setzen die Begriffe bewusst und richtig ein. Der Zusammenhang von Flächen- und Körperformen ist ihnen klar.

Eines der Kinder mit der Note „gut" begründete seine Bezeichnung „Quadrat" ebenfalls mit den Flächen am Würfel, das zweite Kind sagte dazu nur, dass es keine Ahnung hat, warum es Quadrat geschrieben hat.

„Quadrat und Würfel sind fast das Gleiche. Ich weiß aber nicht warum." bzw. *„Quadrat, das hab ich geraten."* sind die Aussagen der Kinder mit den Noten „befriedigend", denen der Unterschied zwischen Flächen- und Körperformen nicht klar ist.

Die Notation „Würfel / Viereck" begründete das Mädchen wie folgt: *„Wenn man vorne drauf schaut, sieht es aus wie ein Viereck."* Sie hat den Zusammenhang bzw. den Unterschied von Flächen- und Körperformen durchdrungen.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Der beste Mathematiknotendurchschnitt von 1,0 ist bei den Begriffen „Würfel / geometrische Form", „Würfelgestell" und „gemein" zu vermerken, gefolgt von 2,0 mit den Benennungen „Würfel", „Würfel / Quadrat", „Würfel / Viereck" und „Viereck", gefolgt von 3,0 mit „Freundeswürfel" und zuletzt mit 4,0 „Quader".

Ganz entgegen der Erwartungen liegt der Schnitt von 1,0 u.a. bei der Notation „gemein" und taucht nicht bei „Würfel" auf.

Wichtig ist, die Begriffe mit den einzelnen Schülern und ihren Mathematiknoten in Verbindung zu setzen.

Dabei wird deutlich, dass die leistungsstärksten Schüler diese geometrische Thematik durchdrungen haben: Fünf Mal nannten sie den Begriff „Würfel" bzw. ein Mal „Würfel / geometrische Form", zwei Mal „Würfel / Quadrat" (wobei deutlich wurde, dass sie den Zusammenhang verstanden haben) und ein Mal kreierte ein Mädchen „Würfelgestell" (wie sie sehr treffend das Kantenmodell umschrieb). Nur eine leistungsstarke Schülerin notierte „gemein". Als ich ihr die Rahmengeschichte jedoch ein zweites Mal erzählte, rief sie sofort „Würfel" dazwischen.

Bei den beiden leistungsschwächsten Schülern (mit den Noten ausreichend bzw. mangelhaft) kann man allerdings nicht behaupten, dass sie die Thematik nicht verstanden haben. Sie notierten „Würfel" und „Quader", was beides mathematisch richtig ist.

Für diese kleine Teilaufgabe lässt sich für diese Klasse sagen, dass die Leistungsstarken, wie zu erwarten die Aufgabe bewältigten, aber größtenteils die Leistungsschwachen wider Erwarten ebenfalls mit der Aufgabe keine Probleme hatten.

Resumée zur 3. Klasse des Landkreises Dachau

Vergleicht man die Begriffe der Jungen und der Mädchen ist zu berücksichtigen, dass in dieser Klasse doppelt so viele Mädchen wie Jungen sind.

Fünf der acht Jungen notierten den richtigen Begriff „Würfel", ein Junge „Würfelgestell" und weitere zwei Jungen „Würfel / Quadrat". Es erkannten also alle Jungen, dass es sich um die Körperform „Würfel" handelt. „Würfelgestell" ist eine kreative Umschreibung des Begriffs „Kantenmodell". Die Begriffe „Würfel / Quadrat" wurden von einem Schüler richtig („Quadrat wäre das Papier, was man darauf kleben würde."), vom anderen falsch erklärt („Quadrat und Würfel sind fast das Gleiche. Ich weiß aber nicht warum."). Kein Schüler nannte nur eine Flächenform oder interpretierte den Arbeitsauftrag falsch.

Bei der Nennung „Würfel" hielten sich Jungen und Mädchen in etwa die Waage, wobei man beachten muss, dass es in der Klasse doppelt so viele Mädchen wie Jungen gibt.

Die Notationen „Würfel / geometrische Form", „Würfel / Viereck", „Quader", „Viereck", „Freundeswürfel" und „gemein" erfolgten ausschließlich von Mädchen. Die ersten beiden dieser Notationen zeigen, dass die beiden Mädchen die Begrifflichkeit durchdrungen haben, die letzten drei Nennungen zeigen genau das Gegenteil.

Somit wurde diese Teilaufgabe von den Jungen besser gemeistert als von den Mädchen.

Knapp ein Drittel der Klasse notierte eine Körper- und eine Flächenform, wobei ungefähr die Hälfte dieser Kinder den Zusammenhang bzw. den Unterschied von Flächen- und Körperformen durchdrungen hat.

Nur ein Kind hat den Arbeitsauftrag nicht verstanden und notierte „gemein".

Die Leistungsstärke der Klasse in Mathematik macht sich durch die Vielzahl richtiger Nennungen von Begriffen bzw. deren Erklärungen bemerkbar.

4.2.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels

In der folgenden Tabelle sind die Notationen der Schüler und die im Gespräch entstandenen Alternativen dazu aufgezeigt:

Name	Mathematiknote	Notierter Begriff	Begriffsnennung nach Befragung
Michaela	1	Würfel / Quadrat	--
Felix	3	Würfel	--
Robert	1	Würfel	**Durchschauwürfel**
Anna	3	Freundeswürfel	**Glaswürfel**
Katharina	2	Viereck	**Viereck**
Vanessa	4	Quader	**Viereck** / **Quadrat**

*Tabelle **4.2.3**.1: Vergleich schriftlicher - mündlicher Begriff (3. Klasse Dachau)*

Vanessa: **Viereck**. Nöö. **Quadrat**.
VL: Sind Viereck und Quadrat das Gleiche?
Vanessa: Nein. Quadrat ist was Längeres.

Robert und Anna haben erkannt, dass es ein Körper (Würfel) ist und haben kreativ nach Möglichkeiten für das Kantenmodell gesucht. „Durchschauwürfel" ist ein treffender Begriff, um das Kriterium des Durchsehens hervorzuheben. Jedoch könnte es sich bei „Durchschauwürfel" auch um ein Flächenmodell aus einem durchsichtigen Material (Glas, Plexiglas, …) handeln.

Dieser Begriff ist zwar für das Kantenmodell zutreffend, aber deutet nicht ausschließlich auf ein Kantenmodell hin.

Mit dem Begriff „Glaswürfel" will Anna ausdrücken, dass man *„durch diesen Würfel durchsehen kann, wie durch Glas*". Wie schon oben bei "Durchschauwürfel" erwähnt, könnte es sich aber auch hier um ein Flächen- oder Vollmodell handeln.

Diese beiden Begriffe deuten also nicht eindeutig auf ein Kantenmodell hin.

Katharina und Vanessa verwechseln Flächen- und Körperformen.

Katharina will durch den Wortteil „-eck" ausdrücken, dass man von diesem Würfel nur die Kanten und die Ecken sieht, nicht aber die Flächen. Sie erkennt aber nicht, dass der Würfel acht Ecken hat.

Bei Vanessa wird zudem deutlich, dass sie auch innerhalb der Flächenformen (Stoff der ersten Jahrgangsstufe) Probleme hat (s.o.).

Zwei Schüler nennen keinen Begriff, da sie keine Idee haben.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Mathematik-noten	**1**	**2**	**3**	**4**
Begriffe	Durchschauwürfel --	Viereck	Glaswürfel --	Viereck / Quadrat

*Tabelle **4.2.3**.2: Übersicht: Mathematiknoten - Begriffsfindung (3. Klasse Dachau)*

Zwei Schüler mit den Noten „eins" und „drei" waren nicht in der Lage, einen Begriff zu finden.

Robert und Anna (ebenfalls mit den Noten „eins" und „drei") haben beide erkannt, dass es sich um ein Kantenmodell handelt, und dies zum Ausdruck gebracht.

Da auch zwischen Katharina (Note „gut") und Vanessa (Note „ausreichend") zwei Notenstufen liegen und beide Flächenformen verwendeten, kann man in dieser Klasse bei dieser Teilaufgabe keinen Zusammenhang zwischen Mathematiknote und passender Begriffsfindung erkennen.

Resumée zur 3. Klasse des Landkreises Dachau

Die Begriffsfindung erfolgte entweder durch Ergänzung mit Wortteilen der Alltagssprache, wie „Durchschau-„ und „Glas-„ oder durch die Anwendung mathematischer Wörter, die an dieser Stelle falsch sind („Viereck", „Quadrat").

Ein Drittel der Befragten machte keine Angaben, ein weiteres Drittel verwendete falsche mathematische Begriffe und nur ein Drittel brachte kreative Ideen, was sehr wenig ist.

Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass es sich nur um eine geringe Anzahl befragter Schüler handelt.

4.3. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck)

4.3.1 Klassensituation

Die 3. Klasse setzt sich aus 27 Kindern, 17 Jungen und zehn Mädchen zusammen. 23 Schüler haben als Muttersprache deutsch. Zwei Kinder waren am Tag des Unterrichtsversuchs nicht anwesend.

Der Notendurchschnitt der Klasse im Fach Mathematik liegt bei 2,37, im Fach Deutsch bei 2,59. Somit ist die Klasse leistungsmäßig im oberen Mittelfeld einzugliedern.

Aktueller Stand der Noten in Mathematik	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	3	13	9	2	--	--

*Tabelle **4.3.1**.1: Notenspiegel Mathematik (3. Klasse, Fürstenfeldbruck)*

Aktueller Stand der Noten in Deutsch	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	--	13	12	2	--	--

*Tabelle **4.3.1**.2: Notenspiegel Deutsch (3. Klasse, Fürstenfeldbruck)*

In diesem Schuljahr wurden bisher im Bereich Geometrie die Themen „Symmetrie" und „Rechter Winkel" behandelt, der Würfel noch nicht. Die Körper sind den Kindern aber aus der zweiten Jahrgangsstufe schon bekannt.

4.3.2 Ergebnisse der Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels

Bezeichnung der Schüler	**Würfel**	**Würfel / Quader**	**Quader**	**Würfel/Ecke bzw. Eck**	**Mathematik-würfel**
Anzahl der Schüler	5	1	1	2	1
Mädchen / Jungen	2 3	-- 1	1 --	-- 2	-- 1
Mathematik-noten	1x N. 1 2x N. 2 2x N. 3	2	1	1x N. 1 1x N. 3	4
Noten-durchschnitt	2,2	2,0	1,0	2,0	4,0

*Tabelle **4.3.2**.1: Schriftliche Begriffsfindung (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Bezeichnung der Schüler	**Symmetrie-würfel**	**Würfel / Quadrat**	**Quadrat**	**Viereck / Quadrat**	**Viereck**
Anzahl der Schüler	1	1	6	1	2
Mädchen / Jungen	1 --	-- 1	2 4	-- 1	1 1
Mathematik-noten	2	2	4x N. 2 2x N. 3	4	2x N. 3
Noten-durchschnitt	2,0	2,0	2,33	4,0	3,0

*Tabelle **4.3.2**.2: Schriftliche Begriffsfindung (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Bezeichnung der Schüler	**Viereck / Achteck**	**Achteck**	**Rechter Winkel**	**Rechter Winkel / Ecke**
Anzahl der Schüler	1	1	1	1
Mädchen / Jungen	-- 1	1 --	1 --	-- 1
Mathematik-noten	2	3	3	2
Noten-durchschnitt	2,0	3,0	3,0	2,0

*Tabelle **4.3.2**.3: Schriftliche Begriffsfindung (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Alle Schüler verwendeten mathematische Begriffe bzw. selbst kreierte zusammen gesetzte mathematische Begriffe (Mathematik-, Symmetriewürfel), was auf die Rahmengeschichte zurückzuführen ist.

Der Begriff „Kantenmodell" tauchte bei den Schülernotationen nicht auf, da er im Unterricht auch noch nicht eingeführt wurde.

Etwa die Hälfte der Schüler notierte zutreffend Begriffe aus der Stereometrie, die andere Hälfte fälschlicherweise aus der Planimetrie. Nur ein Schüler verwendete Begriffe aus beiden Bereichen („Würfel / Quadrat").

Ein Schüler notierte „Würfel / „Quader" mit der anschließenden mündlichen Begründung: *„Ein Würfel sieht auch so aus, hat aber Zahlen drin. Und Quader hat eine andere Klasse zum Würfel gesagt.*"

„Würfel / Eck" notierte ein Schüler, *„weil es ein Würfel mit Ecken ist.*"

Die Begründung für den „Mathematikwürfel" lautet: *„Weil es so Ecken hat und man kann ihn drehen.*" Diese unlogische Begründung würde für sehr viele Körper zutreffen, z.B. Pyramide, Dodekaeder, …

Der Schüler mit der Notation „Würfel / Quadrat" wendet die Begriffe nicht richtig an; *„Quadrat hab ich geschrieben, weil es viereckig ist. Quadrat und Würfel sind eigentlich das Gleiche."*

Viele Schüler können Körper- und Flächenformen noch nicht sicher unterscheiden, obwohl die Flächenformen in der ersten Jahrgangsstufe bzw. die Körperformen in der zweiten Jahrgangsstufe, wie im Lehrplan gefordert, behandelt worden sind. Sechs Kinder notierten „Quadrat" auf ihrem Zettel. Zwei von ihnen erklärten, dass es sich nicht um einen Würfel handelt, weil keine Zahlen vorhanden sind. Diese Schüler kennen den Begriff „Würfel" nur in Zusammenhang mit dem Spielwürfel.

Die anderen Schüler entschieden sich für „Quadrat", „weil das Ganze ein Quadrat ist" (konnte es nicht erklären), „weil Quadrat und Würfel das Gleiche sind" bzw. mit der einzig logischen Erklärung, „…sieht wie sechs Quadrate aus".

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Der beste Mathematiknotendurchschnitt von 1,0 ist beim Begriff „Quader" zu vermerken, gefolgt von 2,0 mit den Benennungen „Würfel / Quader", „Würfel / Ecke bzw. Eck", „Symmetriewürfel", „Würfel / Quadrat", „Viereck / Achteck" und „Rechter Winkel / Ecke", gefolgt von 2,2 mit „Würfel", gefolgt von 2,33 mit „Quadrat", gefolgt von 3,0 mit „Viereck", „Achteck" und „Rechter Winkel" und zuletzt mit 4,0 „Mathematikwürfel" und „Viereck / Quadrat".

Ganz entgegen der Erwartungen liegt der Schnitt von 1,0 bei der Notation „Quader" und „Würfel" taucht erst bei 2,2 auf.

Der Schnitt 4,0 liegt erwartungsgemäß u.a. bei „Viereck / Quadrat", der Schnitt bei Quadrat" liegt wider Erwarten im Bereich der Notenstufe „gut" bei 2,33.

Alle Schüler mit den Mathematiknoten „sehr gut" benannten das Modell am souveränsten mit einem mathematischen Begriff aus der Stereometrie, wie z.B. „Würfel", „Quader" bzw. „Würfel / Ecke".

Die beiden schwächsten Schüler in Mathematik fanden die Begriffe „Mathematikwürfel" und „Würfel / Quadrat", wobei letzte Begriffsfindung auch von einem Schüler mit der Note „gut" erfolgte.

Ob nun „Mathematikwürfel" (Schüler mit Note „ausreichend") oder „Symmetriewürfel" (Schüler mit Note „gut") geeigneter ist, lässt sich schwer sagen.

Insgesamt erkennt man bei den Leistungsstärksten eine sichere Anwendung der Begriffe, bei den guten, durchschnittlichen und schwächeren Schülern keine großen Unterschiede.

Resumée zur 3. Klasse des Landkreises Fürstenfeldbruck

Vergleicht man die Begriffe der Jungen und der Mädchen ist zu berücksichtigen, dass sich diese Klasse in etwa aus einem Drittel Mädchen und zwei Drittel Jungen zusammensetzt.

Den mathematisch richtigen Begriff „Würfel" hatten in etwa gleich viele Mädchen und Jungen, Begriffe aus dem Bereich der Planimetrie führten mehr Jungen (sieben) als Mädchen (vier) auf. Bei der Begrifflichkeit „Rechter Winkel…" hielt sich das Verhältnis Mädchen / Jungen ebenso die Waage, wie bei den Kreationen „Symmetrie-„ bzw. „Mathematikwürfel".

Somit sind bei dieser Teilaufgabe keine signifikanten Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen festzustellen.

Viele Schüler können Körper- und Flächenformen noch nicht sicher unterscheiden.

Von 27 Kindern notierten nur elf Schüler eine Körperform, genau so viele eine Flächenform und nur ein Schüler notierte eine Körper- und eine Flächenform. Der Großteil der Schüler mit den Flächenformen hat die Thematik noch nicht durchdrungen.

Auffällig ist die Nennung der Begriffe „Rechter Winkel" bzw. „Rechter Winkel / Ecke", die nur in dieser Klasse auftauchen. Das lässt auf die kurz zuvor behandelte Thematik des rechten Winkels erklären.

Alle Schüler haben den Arbeitsauftrag verstanden.

Die Leistungsstärke der Klasse in Mathematik zeigt sich in der ausschließlichen Aufzählung von mathematischen Begriffen bzw. selbst kreierten zusammen gesetzten mathematischen Begriffe (Mathematik-, Symmetriewürfel).

4.3.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels

Die notierten Begriffe der Schüler und die im Gespräch entstandenen Alternativen dazu sind im Folgenden dargestellt:

Name	Mathematiknote	Notierter Begriff	Begriffsnennung nach Befragung
Johanna	2	Symmetriewürfel	**Luftwürfel**
Jil	3	Würfel	**Durchschauwürfel**
Tobias	2	Würfel / Quader	**Durchschauwürfel**
Thomas	1	Würfel / Ecke	**Durchschauwürfel**
Laurence	2	Viereck / Achteck	**Durchschauwürfel**
Alexander	3	Würfel / Eck	**Schauwürfel**
Florian	2	Würfel / Quadrat	**durchsichtiger Würfel**
Nora	1	Würfel	**Symmetriewürfel**
Mahir	3	Quadrat	**Achteck**
Timo	4	Viereck / Quadrat	**Achteck**
Michael	3	Viereck	**Achteck**
Lara	3	Viereck	**Achteck**
Kevin	2	rechter Winkel / Ecke	**Achteck**
Daniel	2	Würfel	**Quadrat**
Raffaele	3	Würfel	**Viereck**
Moritz	2	Würfel	**symmetrische Figur**

*Tabelle **4.3.3**.1: Vergleich schriftlicher - mündlicher Begriff (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Die Begriffe „Durchschauwürfel" und „durchsichtiger Würfel" sind hier insofern nicht ganz unpassend, da sie den Charakter des Durchschauens beim Kantenmodell betonen. Bei diesen Begriffen könnten allerdings Seitenflächen aus Glas, Plexiglas o. ä. vorhanden sein und die Begriffe würden immer noch zutreffen. Sie deuten also nicht eindeutig auf ein Kantenmodell hin.

(„Schauwürfel" ist nicht ganz so treffend, da der Charakter des Durchschauens nicht so deutlich wird.)

Mit „Luftwürfel" wollte der Schüler verdeutlichen, dass *„an den Seiten keine Flächen sind, sondern Luft ist"*. Dieser Begriff drückt aus, dass es sich nicht um ein Vollmodell handelt.

Diese soeben aufgezählten Begriffe sind zwar für das Kantenmodell zutreffend, aber deuten nicht ausschließlich auf ein Kantenmodell hin.

Mit „Symmetriewürfel" könnte jede Art von Modell (Voll-, Flächen- und Kantenmodell) gemeint sein, da alle symmetrisch sind.

Erstaunlich viele Schüler bedienten sich bei ihrer Begriffsfindung einer Flächenform (Achteck, Viereck, Quadrat), obwohl im Arbeitsauftrag ausdrücklich das Wort „Würfel" vorkommt.

Bei „Achteck" wollte der Schüler betonen, dass man beim Kantenmodell des Würfels (neben den Kanten) die acht Ecken sieht. Doch dieser Begriff ist schon in der Planimetrie verankert und deshalb hier mathematisch falsch.

Völlig unlogisch ist hier der Begriff „Viereck" angebracht, da das Kantenmodell acht Ecken hat (und nicht vier) bzw. aus sechs Vierecken (Betonung auf n, da Mehrzahl) besteht.

Ebenso wie „Viereck" sind auch „Quadrat" und „symmetrische Figur" Begriffe aus der Planimetrie, obwohl es sich hier um die Stereometrie handelt.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Mathematik-noten	**1**	**2**	**3**	**4**
Begriffe	Durchschauwürfel Symmetriewürfel	Durchschauwürfel durchsichtiger Würfel Luftwürfel Quadrat Achteck Symmetrische Figur	Durchschauwürfel Schauwürfel Viereck Achteck	Achteck

*Tabelle **4.3.3**.2: Übersicht: Mathematiknoten - Begriffsfindung (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Diese passenderen Begriffe, wie z.B. „Durchschauwürfel", „durchsichtiger Würfel" und „Luftwürfel" kreierten Schüler mit den Noten „sehr gut" bis „befriedigend", wobei die Noten „sehr gut" und „gut" häufiger vertreten waren, als „befriedigend".

Die falschen Begriffe der ebenen Geometrie wurden von Schülern mit Mathematiknoten „gut" bis „ausreichend" verwendet, wobei hier die Note „gut" sehr selten vertreten war.

Bei dieser kurzen Teilfrage deutet sich in dieser Klasse ein Zusammenhang zwischen Mathematiknote und passender Begriffsfindung an.

Resumée zur 3. Klasse des Landkreises Fürstenfeldbruck

Überraschenderweise verwendete die Hälfte der befragten Schüler für diese Aufgabe falsche mathematische Begriffe der Planimetrie, und nur die andere Hälfte Wortteile der Alltagssprache, wie „Durchschau…", „Schau…", sowie „Loch…", um die offenen Seitenflächen des Kantenmodells hervorzuheben. Ein Kind setzte zwei mathematische Wörter zusammen und kreierte so den unpassenden Ausdruck „symmetrischer Würfel".

Insgesamt zeigt sich, dass sehr viele Schüler Flächenformen verwendeten und die wenigen, genannten Körperformen nicht sonderlich kreativ waren. Verhältnismäßig häufig tauchte der Begriff „Durchschauwürfel" auf.

4.4. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck)

4.4.1 Klassensituation

Die vierte Klasse setzt sich aus 23 Kindern, elf Jungen und zwölf Mädchen zusammen. Bei 22 Schülern ist die Muttersprache deutsch, bei einem türkisch.

Zwei Schüler waren am Tag der Durchführung krank.

Der Durchschnitt der Klasse im Fach Mathematik liegt bei 2,3, im Fach Deutsch bei 2,74. Somit ist die Klasse gemessen am Durchschnitt in Mathematik im oberen Mittelfeld, in Deutsch im Mittelfeld anzusiedeln.

Aktueller Stand der Noten in Mathematik	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	4	10	7	2	--	--

*Tabelle **4.4.1**.1: Notenspiegel Mathematik (4. Klasse, Fürstenfeldbruck)*

Aktueller Stand der Noten in Deutsch	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	2	8	9	2	2	--

*Tabelle **4.4.1**.2: Notenspiegel Deutsch (4. Klasse, Fürstenfeldbruck)*

In der dritten Jahrgangsstufe behandelte die Klassenlehrerin bereits den Würfel. Die Kinder stellten Vollmodelle aus Knetmasse bzw. vier verschiedene Arten von Kantenmodellen her (mit Kunststoffrahmen, mit Eisenstangen und Magnetkügelchen, mit Strohhalmen und Pfeifenreinigern und aus Papier – jedoch eine andere Technik als jene des Unterrichtsversuchs). Zudem bauten sie Flächenmodelle aus Netzen bzw. schnitten Flächenmodelle zu Netzen auf. Dabei ist der Begriff Kantenmodell gefallen.

In der vierten Jahrgangsstufe wurde das Lehrplanthema „Quader" besprochen und Flächenmodelle aus Pappe hergestellt. Voll- bzw. Kantenmodelle wurden nicht gebaut.

4.4.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels

Bezeichnung der Schüler	Kanten-modell	Würfel	Würfel /Fläche ist aber ein Quadrat	Geometrischer Würfel	Würfel/ Körper
Anzahl der Schüler	1	6	1	1	1
Mädchen; Jungen	-- 1	3 3 (ein Türke)	1 --	1 --	1 --
Mathematiknoten	1	1x N. 1 4x N. 3 1x N. 4	2	2	3
Noten-durchschnitt	1,0	2,8	2,0	2,0	3,0

*Tabelle **4.4.2**.1: Schriftliche Begriffsfindung (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Bezeichnung der Schüler	Quader/ Würfel	Würfel/ 8 Eck	Pyramide (kl. Ecken) / Würfel/ Grundfläche ist ein Quadrat	Würfel / Quadrat	Würfel-gestell
Anzahl der Schüler	1	1	1	1	1
Mädchen; Jungen	-- 1	-- 1	1 --	1 --	1 --
Mathematik-noten	3	2	2	2	2
Noten-durchschnitt	3,0	2,0	2,0	2,0	2,0

*Tabelle **4.4.2**.2: Schriftliche Begriffsfindung (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Bezeichnung der Schüler	Ecke/ Kante	Ecke	Quadrat	lernen
Anzahl der Schüler	1	3	1	1
Mädchen; Jungen	-- 1	2 1	1 --	-- 1
Mathematik-noten	1	2x N. 2 1x N. 3	2	2
Noten-durchschnitt	1,0	2,33	2,0	2,0

*Tabelle **4.4.2**.3: Schriftliche Begriffsfindung (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Für das Kantenmodell des Würfels fanden die Schüler mit einer Ausnahme mathematische Begriffe, nur ein Schüler schrieb auf seinen Zettel „lernen".

Dieser Schüler hörte bei der Lehrererzählung (Rahmengeschichte mit der Mathematiklehrerin) nicht genau hin.

Schüler: *„Sie fragten ja: Was für einen Rat würdest du deinem Freund geben? Würfel ist ja kein Rat. Deshalb schrieb ich als Rat für den Freund lernen auf den Zettel."*

Durch ein weiteres Missverständnis notierte eine Schülerin „Ecke". Sie dachte, dass sie nur die gelben Dinge benennen soll. Für das ganze Ding würde sie ihrem Freund *„durchsichtiger Würfel"* raten.

Die anderen Schüler mit dem Wort *„Ecke"* hatten nicht diese Gedankengänge der vorherigen zwei Schüler und wussten auch keinen alternativen Begriff.

„Ecke und „Kante" schrieb ein Schüler mit der Mathematiknote „Sehr gut" ebenfalls auf Grund eines Missverständnisses auf: *„Sie haben auf die Ecke und Kante gedeutet, als Sie fragten, welchen Begriff wir für das Teil unserem Freund raten würden. Das Ganze ist natürlich ein Kantenmodell."*

Der Begriff „Kantenmodell" tauchte nur einmal schriftlich auf. Er ist zwar in der dritten Jahrgangsstufe gefallen, jedoch in diesem Schuljahr noch nicht.

„Würfelgestell" notierte eine Schülerin mit der mündlichen Begründung: *„Weil es kein gescheiter Würfel ist."* Sie wusste zwar den mathematischen Begriff nicht, erkannte aber sehr wohl, dass es sich um ein Kantenmodell des Würfels handelt und brachte dies kreativ zum Ausdruck.

Ähnlich erging es einer weiteren Schülerin. Sie notierte „Würfel / Körper". Das Zusatzwort „Körper" ist ihres Erachtens wichtig, *„weil es einen Hohlraum hat."*

Die Begriffe „Quader / Würfel" sind mathematisch korrekt. Als ich den Schüler allerdings um eine mündliche Erklärung bat, antwortete er mir: *„Es ist ein Würfel und ein Quadrat."* Er verwechselt die Begriffe „Quader" und „Quadrat" und verwendet die Begriffe „ Würfel" und „Quadrat" fälschlicherweise synonym.

Die Unterscheidung der Begriffe aus der Plani- bzw. Stereometrie ist folgendem Kind nicht klar: *„Quadrat"* wurde einmal geschrieben mit der Begründung: *„Ein Quadrat hat acht Ecken." Hier wurden eindeutig die Begriffe „Würfel" und „Quadrat" und somit die ebene mit der räumlichen Geometrie verwechselt.*

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Der beste Mathematiknotendurchschnitt von 1,0 ist beim Begriff „Kantenmodell" und „Ecke / Kante" (letztes wg. Missverständnis, s.o.) zu vermerken, gefolgt von 2,0 mit den Benennungen „Würfel / Fläche ist ein Quadrat", „Geometrischer Würfel", „Würfel / Achteck", „Pyramide (kleine Ecken) / Würfel / Grundfläche ist ein Quadrat", „Würfel / Quadrat", „Würfelgestell", „Quadrat" und „lernen", gefolgt von 2,33 mit „Ecke", gefolgt von 2,8 mit „Würfel" und zuletzt mit 3,0 „Würfel / Körper" und „Quader / Würfel".

Wie zu erwarten liegt der Schnitt von 1,0 u.a. bei Kantenmodell.

Ganz entgegen der Erwartungen liegt der Schnitt von „Würfel" nur bei 2,8. Die schlechtesten Durchschnittswerte von 3,0 liegen überraschenderweise bei den richtigen Begriffen „Würfel / Körper" und „Quader / Würfel" und nicht, wie vermutet, bei „Quadrat" bzw. „lernen".

Schüler mit den Mathematiknoten „sehr gut" verwendeten ausschließlich mathematisch korrekte Begriffe, wie „Würfel" und „Kantenmodell" (da letzter Begriff auch sofort nach der Klärung des Missverständnisses „Ecke / Kante" genannt wurde).

Zwei Schüler mit der Note „gut" verwechselten wider Erwarten die Bereiche Planimetrie und Stereometrie (Notation: „Quadrat") bzw. verstanden den Arbeitsauftrag nicht (Notation: „lernen").

Von den Schülern mit der Note „ausreichend" war nur einer der beiden anwesend. Dieser notierte den richtigen Begriff „Würfel".

Die leistungsstarken Schüler lösten diese Teilaufgabe, wie zu erwarten, korrekt, die leistungsschwachen lösten sie wider erwarten auch richtig. Das Mittelfeld ist sowohl bei den richtigen, als auch bei den falschen Lösungen vertreten.

Resumée zur 4. Klasse des Landkreises Fürstenfeldbruck

Die Klasse setzt sich je zur Hälfte aus Mädchen und Jungen zusammen.

Den exakten Begriff „Kantenmodell" notierte ein einziger Junge und kein Mädchen.

Den mathematisch richtigen Begriff „Würfel" hatten gleich viele Mädchen und Jungen.

Die beiden schlechtesten Lösungen hatten ein Junge und ein Mädchen: Der Junge verstand den Arbeitsauftrag nicht und das Mädchen verwendete fälschlicherweise einen Begriff aus der Planimetrie.

Somit sind bei dieser Teilaufgabe keine signifikanten Unterschiede zwischen Mädchen und Jungen festzustellen.

Der Großteil der Schüler kann Körper- und Flächenformen sicher unterscheiden.

Von den 21 anwesenden Kindern notierten zwölf Schüler eine Körperform, nur zwei Schüler eine Körper- und eine Flächenform und nur einer eine Flächenform.

Auffällig ist die viermalige Nennung der Begriffe „Ecke / Kante" bzw. „Ecke". Bei zwei Kindern handelte es sich um ein Missverständnis.

Nur ein Schüler hatte den Arbeitsauftrag nicht verstanden.

4.4.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels

Die folgende Tabelle zeigt die notierten Begriffe der Schüler sowie die Begriffe, die die Schüler am darauffolgenden Tag im Gespräch nannten:

Name	Mathematiknote	Notierter Begriff	Begriffsnennung nach Befragung
Kristina	2	geometrischer Würfel	**Gestellwürfel**
Jana	1	Würfel	**Löcherwürfel**
Lisa	3	Würfel	**Würfel mit Löchern**
Raphael	4	Würfel	**durchschaubarer Würfel**
Moritz	2	lernen	**Durchschauwürfel**
Ludwig	2	Würfel / Achteck	**durchsichtiger Würfel**
Stefanie	2	Würfel / Quadrat	**durchsichtiger Würfel**
Ahmet	3	Würfel	**Achteck**
Felix	3	Quader / Würfel *	**Achteck**

* wobei er die Begriffe Quader, Quadrat und Würfel synonym verwendet

*Tabelle **4.4.3**.1: Vergleich schriftlicher - mündlicher Begriff (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

„Gestellwürfel" umschreibt hervorragend das Kantenmodell, welches nur aus Kanten und Ecken („Gestell") besteht.

„Löcherwürfel" bzw. „Würfel mit Löchern" könnte man als Kantenmodell interpretieren, da anstatt der Seitenflächen Löcher sind. Es könnte sich aber auch um Flächen- oder Vollmodelle handeln, die nicht mit sechs großen, sondern mit vielen kleinen Löchern versehen sind. Insofern sind diese Ausdrücke zwar für das Kantenmodell zutreffend, aber nicht ganz eindeutig.

Die Begriffe „Durchschauwürfel" bzw. „durchschaubarer Würfel" und „durchsichtiger Würfel" sind hier insofern nicht ganz falsch, da sie den Charakter des Durchschauens beim Kantenmodell betonen. Bei diesen Begriffen könnten allerdings die Seitenflächen aus durchsichtigem Material bestehen und die Begriffe würden immer noch zutreffen. Sie sind also, wie schon oben erwähnt, zutreffend für das Kantenmodell, deuten aber auf es nicht eindeutig hin.

Etwa ein Viertel der befragten Schüler benutzten bei ihrer Begriffsfindung die Flächenform „Achteck". Ihr Gedanke war, dass man beim Kantenmodell des Würfels (neben den zwölf Kanten) die acht Ecken sieht. Den Begriff „Achteck" hatten sie schon einmal gehört und benutzten ihn deshalb hier. Doch dieser Begriff ist schon in der Planimetrie verankert und deshalb hier mathematisch falsch.

Die hier völlig unlogischen Flächenformen „Quadrat" und „Viereck" wurden nicht genannt.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Mathematik-noten	**1**	**2**	**3**	**4**
Begriffe	Löcherwürfel	Gestellwürfel Durchschauwürfel durchsichtiger Würfel	Würfel mit Löchern Achteck	durchschaubarer Würfel

*Tabelle **4.4.3**.2: Übersicht: Mathematiknoten - Begriffsfindung (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Der gelungene Begriff „Gestellwürfel" wurde von einem Schüler mit der Note „Gut" (und nicht mit der Note „sehr gut") gefunden.

Die ähnlichen Ausdrücke „Löcherwürfel" bzw. „Würfel mit Löchern" verwendeten Schüler mit der Note „sehr gut" bzw. „befriedigend".

Auch die Begriffe „Durchschauwürfel" bzw. „durchschaubarer Würfel" wurden von Schülern mit je zwei Noten Unterschied gefunden („gut" bzw. „ausreichend").

Die falschen Begriffe der ebenen Geometrie wurden von Schülern mit der Mathematiknote „befriedigend" verwendet und nicht wie erwartet von der Note „ausreichend", aber auch nicht, wie erwartet, von den Noten „sehr gut" bzw. „gut".

Bei dieser kurzen Teilfrage deutet sich in dieser Klasse nur ein geringer Zusammenhang zwischen Mathematiknote und passender Begriffsfindung an.

Resumée zur 4. Klasse des Landkreises Fürstenfeldbruck

Wie in etwa für eine vierte Jahrgangsstufe zu erwarten, verwendete nur ein Viertel der befragten Schüler für diese Aufgabe falsche mathematische Begriffe der Planimetrie an, wobei es sich hier ausschließlich um den Ausdruck „Achteck" handelt, deren Einsatz eine nachvollziehbare Logik beinhaltet.

Die restlichen drei Viertel benutzten in etwa passende Wortteile der Alltagssprache, wie „Gestell…", „Löcher…", „Durchschau…" bzw. „durchsichtiger …".

4.5. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau)

4.5.1 Klassensituation

Die vierte Klasse setzt sich aus 24 Kindern, 16 Jungen und acht Mädchen zusammen. Bei 22 Schülern ist die Muttersprache deutsch, bei zwei türkisch.

Ein Schüler war am Tag der Durchführung krank.

Der Durchschnitt der Klasse im Fach Mathematik liegt bei 3,45, im Fach Deutsch bei 3,33. Somit ist die Klasse gemessen am Durchschnitt eine leistungsschwache Klasse.

Aktueller Stand der Noten in Mathematik	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	--	5	5	12	2	--

*Tabelle **4.5.1**.1: Notenspiegel Mathematik (4. Klasse, Dachau)*

Aktueller Stand der Noten in Deutsch	**sehr gut**	**gut**	**befriedigend**	**ausreichend**	**mangelhaft**	**ungenügend**
Anzahl der Schüler	--	4	8	12	--	--

*Tabelle **4.5.1**.2: Notenspiegel Deutsch (4. Klasse, Dachau)*

In der dritten Jahrgangsstufe behandelte die Klassenlehrerin bereits den Würfel. Die Kinder stellten Vollmodelle aus Knetmasse bzw. Kantenmodelle aus Knetmasse und Zahnstochern her. Dabei wurden die Begriffe Voll- bzw. Kantenmodell nicht eingeführt. Zudem wurden noch Flächenmodelle bzw. Würfelnetze eingeübt.

In der vierten Jahrgangsstufe wurde das Lehrplanthema „Quader" noch nicht besprochen.

4.5.2 Ergebnisse der schriftlichen Begriffsfindung zum Kantenmodell des Würfels

Bezeichnung der Schüler	Würfel	Mathewürfel	Würfel / Quadrat	Würfel / Viereck	Quadrat
Anzahl der Schüler	14	1	6	1	1
Mädchen; Jungen	6 8 (ein Türke)	-- 1	2 4	-- 1	-- 1 (ein Türke)
Mathematik-noten	4x N. 2 4x N. 3 5x N. 4 1x N. 5	4	1x N. 2 1x N. 3 3x N. 4 1x N. 5	4	4
Noten-durchschnitt	3,21	4,0	3,66	4,0	4,0

*Tabelle **4.5.2**.1: Schriftliche Begriffsfindung (4. Klasse Dachau)*

Für das Kantenmodell des Würfels fanden die Schüler fast ausschließlich mathematische Begriffe. Die Nennung „Mathewürfel" ist zwar kein mathematischer Begriff, setzt sich aber aus zwei mathematischen Wörtern zusammen.

Diese hohe Quote mathematischer Begriffe lässt sich auf die Rahmengeschichte zurückführen.

Über die Hälfte der Schüler verwendete zwar einen zutreffenden, mathematischen Begriff („Würfel"), doch keiner die exakte mathematische Bezeichnung „Kantenmodell eines Würfels". Das liegt daran, dass dieser Begriff von der Lehrerin in dieser Klasse nicht eingeführt wurde.

Ein Drittel der Kinder notierte eine Körper- und eine Flächenform, wie z.B. Würfel/Quadrat.

Daraus kann man aber nicht schließen, dass alle diese Kinder Körper- und Flächenformen verwechseln bzw. nicht unterscheiden können. Dies zeigt die Befragung einiger Schüler (auch leistungsschwächerer) bzgl. ihrer Notationen:

Auf die Frage *„Warum hast du beide Wörter „Würfel/Quadrat" auf den Zettel geschrieben?" antworteten einige Schüler:*

VL Versuchsleiter
S1 – S3 verschiedene Schüler

S1. (Mathematiknote vier):

S1: Weil es beides ist.
VL: Sind Würfel und Quadrat das gleiche?
S1: Würfel ist ein Körper. Quadrat ist eine Fläche.
VL: Warum hast du auch Quadrat hingeschrieben?
S1: Weil der Würfel auch Flächen hat.

S2. (Mathematiknote zwei; er hat ein Schuljahr übersprungen):
S2: Zwei Quadrate, die mit Stelzen verbunden sind, ist ein Würfel.

S3.(Mathematiknote vier):
S3: Eigentlich ist es ein Würfel und ein Quader, ähh Quadrat meine ich.
VL: Sind Würfel und Quadrat das gleiche?
S3: Ein Quadrat kann man „dreidensiminal", dann ist es überall. Es gibt sechs Quadrate. Ein Würfel ist das, wenn man es zuklebt.

Nur ein Schüler (türkischer Abstammung) lag mit seinem mathematischen Begriff falsch. Er notierte nur eine Flächenform (Quadrat), obwohl es sich um eine Körperform handelt (Würfel).

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Der beste Mathematiknotendurchschnitt von 3,21 ist beim richtigen Begriff „Würfel" zu vermerken, gefolgt von 3,66 mit der Benennung „Würfel / Quadrat" und zuletzt mit 4,0 „Mathewürfel", „Würfel / Viereck" und „Quadrat".

Wie zu erwarten liegt der beste Schnitt bei der richtigen Lösung „Würfel" und der schlechteste Schnitt u.a. beim Flächenbegriff „Quadrat".

Schüler mit den Mathematiknoten „gut" („sehr gut" gibt es in dieser Klasse nicht) verwendeten ausschließlich mathematisch korrekte Begriffe, wie „Würfel" und „Würfel / Quadrat" (Erklärung des Schülers: *„Zwei Quadrate, die mit Stelzen verbunden sind, ist ein Würfel.")*

Die Schüler mit der Note „ausreichend" waren überraschenderweise in allen fünf genannten Begriffsgruppen vertreten. Ausschließlich vertreten waren sie bei „Mathewürfel", „Würfel / Viereck" und „Quadrat", stark vertreten waren sie überraschenderweise bei „Würfel" (fünf Mal) und bei „Würfel / Quadrat" (drei Mal).

Die beiden Schüler mit der Note „mangelhaft" waren wider Erwarten nur bei der richtigen Lösung „Würfel" und bei „Würfel / Quadrat" vertreten (wobei der Schüler nicht erklären konnte, was der Unterschied zwischen Würfel und Quadrat ist), nicht wie zu erwarten, bei „Quadrat".

Bei dieser Teilaufgabe sind in dieser Klasse sowohl die leistungsstarken, als auch die leistungsschwachen Schüler in den beiden meist genannten Begriffsgruppen „Würfel" und „Würfel / Quadrat" vertreten.

Lediglich die falsche Nennung „Quadrat" betrifft ausschließlich einen leistungsschwachen Schüler.

Resumée zur 4. Klasse des Landkreises Dachau

Die Klasse setzt sich aus einem Drittel Mädchen und zwei Dritteln Jungen zusammen.

Die Mädchen sind nur bei den beiden Begriffsgruppen „Würfel" (drei Viertel) bzw. „Würfel / Quadrat" (ein Viertel) vertreten, was von einer guten Leistung zeugt.

Die Hälfte der Jungen notierten „Würfel", ein Viertel „Würfel / Quadrat" und ein weiteres Viertel die Einmalnennungen „Mathewürfel", „Würfel / Viereck" sowie den Begriff aus dem nicht zutreffenden Bereich der Flächenformen, „Quadrat".

Somit schnitten bei dieser Teilaufgabe die Mädchen besser ab.

Alle Schüler verstanden den Arbeitsauftrag.

Insgesamt notierte also nur ein Schüler falsch einen Begriff aus der Planimetrie.
Bei der Notation eines Körpers und einer Fläche kann man nicht bei allen diesen Schülern davon ausgehen, dass sie die Begriffe synonym verwenden (s.o.).

Auffällig ist bei dieser Klasse, dass es insgesamt nur fünf verschiedene Notationen gab und dass es sich dabei (bis auf die Ausnahme „Mathewürfel") um mathematische Begriffe handelt. Das hängt evtl. mit den durchschnittlich unzureichenden Kenntnissen in Mathematik und dem unflexiblen Umgang damit sowie der mangelnden Ausdrucksfähigkeit zusammen (Klassendurchschnitt in Deutsch beträgt 3,33).
Auffällig ist, dass 60% der Klasse die richtige Lösung „Würfel" angab und nur ein Schüler (also 4% der Klasse) eine Flächenform, obwohl der Klassendurchschnitt im Fach Mathematik bei 3,45 liegt.

4.5.3 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe für das Kantenmodell des Würfels

Folgende Tabelle spiegelt die notierten Begriffe im Vergleich zu den Genannten im Gespräch wider:

Name	Mathematiknote	Notierter Begriff	Begriffsnennung nach Befragung
Rico	4	Würfel / Quadrat	**Umriss eines Würfels**
Manuel	4	Würfel / Quadrat	**Lochwürfel**
Brigitte	5	Würfel	**Würfel mit Loch**
Lukas	2	Würfel / Quadrat	**Fensterwürfel**
Maxi	2	Würfel	**Modellwürfel / Papierwürfel**
Anna-Lisa	3	Würfel	**Papierwürfel**

*Tabelle **4.5.3**.1: Vergleich schriftlicher - mündlicher Begriff (4. Klasse Dachau)*

S1 (Mathematiknote zwei; er hat ein Schuljahr übersprungen)
*S1: **Fensterwürfel.** (Würfel / Quadrat). Das ist genau so, wie wenn man einen normalen Würfel aus Glas bauen würde. Durch den kann man auch durchsehen.*

S2 (Mathematiknote zwei):
*S2: **Modellwürfel** oder **Papierwürfel**. (Würfel)*
VL: Papierwürfel könnte aber auch der sein, den du von allen Seiten mit Papier zuklebst.
M: --

S3 (Mathematiknote drei):
*S3: **Papierwürfel.** (Würfel)*
VL: Papierwürfel könnte aber auch der sein, den du von allen Seiten mit Papier zuklebst.
A-L: --

Der Ausdruck „Umriss eines Würfels" beschreibt nicht explizit das Kantenmodell, es könnte sich auch um ein Flächen- oder Vollmodell handeln.

„Lochwürfel" bzw. „Würfel mit Loch" sagt hier in der Singularform aus, dass es sich nur um ein Loch handelt. (Deshalb wäre „Löcherwürfel" bzw. „Würfel mit Löchern" passender.) Es geht aber aus dem Begriff nicht hervor, ob das Loch so groß wie eine Seitenfläche ist. Deshalb sind diese Begriffe zwar passend, aber nicht ganz eindeutig.

Wie schon bei der zweiten Jahrgangsstufe erwähnt, ist „Fensterwürfel" insofern ein geschickt kreierter Begriff, da ein Fenster Rahmen hat (vergleichbar mit den Kanten des Kantenmodells) und man durch ein Fenster durchsehen kann (vergleichbar mit den fehlenden Flächen beim Kantenmodell). Allerdings könnten die Seitenflächen aus Glas, Plexiglas o. ä. sein und der Begriff würde immer noch zutreffen. Er deutet also nicht eindeutig auf ein Kantenmodell hin.

Mit den Ausdrücken „Modellwürfel" bzw. „Papierwürfel" könnte jede Art von Modell (Voll-, Flächen- und Kantenmodell) gemeint sein, da es sich bei allen dreien um Modelle handelt bzw. man alle drei Varianten aus Papier herstellen kann. Diese Ausdrücke sind unpassend.

Erstaunlicherweise benutzte niemand bei seiner Begriffsfindung eine Flächenform.

Zusammenhang Mathematiknoten – Begriffsfindung

Mathematik-noten	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
Begriffe		Fensterwürfel Modellwürfel Papierwürfel	Papierwürfel	Lochwürfel Umriss eines Würfels	Würfel mit Loch

*Tabelle **4.5.3**.2: Übersicht: Mathematiknoten - Begriffsfindung (4. Klasse)*

Ein Zusammenhang zwischen Note und passender Begriffsfindung lässt sich in dieser Klasse nicht erkennen, da die passendsten der o.g. Beiträge von Schülern mit den Notenstufen „gut", „ausreichend" und „mangelhaft" gefunden wurden bzw. die unpassendsten von den Notenstufen „gut" und „befriedigend".

Resumée zur 4. Klasse des Landkreises Dachau

Die Schüler benutzten ausschließlich Wortteile der Alltagssprache, wie „Fenster…", „Loch…", etc., die mehr oder weniger passend waren.

Niemand setzte ausschließlich mathematische Wörter zusammen oder kreierte neue Ausdrücke.

Lobenswert ist, dass keine Flächenformen auftauchten.

4.6. Ergebnisse aller Jahrgangsstufen im Vergleich

Die folgende Tabelle zeigt den Klassendurchschnitt im Fach Mathematik der jeweiligen Jahrgangsstufen auf:

Jgst.	Ort	Klassendurchschnitt im Fach Mathematik
2	Dachau	2,04
3	Dachau	2,0
3	Fürstenfeldbruck	2,37
4	Fürstenfeldbruck	2,3
4	Dachau	3,45

*Tabelle **4.6**.1: Notenspiegel Mathematik aller Klassen*

Die Notendurchschnitte der ersten vier aufgezählten Klassen liegen zwischen 2,0 und 2,37 eng beieinander und sind gut.

Auffällig ist der Durchschnitt der vierten Klasse in Dachau; er liegt um mehr als eine ganze Notenstufe unter den anderen Klassen.

4.6.1 Ergebnisse der notierten Begriffe

- **Notation des Begriffs „Kantenmodell":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	--	--
3	Dachau	--	--
3	Fürstenfeldbruck	--	--
4	Fürstenfeldbruck	1 / 21	1,0
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.1**.1: Schriftliche Begriffsfindung: Kantenmodell*

„Kantenmodell" ist der passendste Begriff, der von den Schülern genannt wurde. Die korrekte Bezeichnung „Kantenmodell eines Würfels" trat nicht auf.

Nur ein Schüler aller fünf Klassen (knapp 1%) notierte den Begriff „Kantenmodell" auf seinem Zettel. Es überrascht nicht, dass dieser Schüler in Mathematik die Note „sehr gut" hat. Er gehört der vierten Klasse in Fürstenfeldbruck an, welche die einzige Klasse ist, in der der Begriff „Kantenmodell" (ein Jahr zuvor) gefallen ist. Überraschenderweise hat aber nur ein einziger Schüler dieser Klasse „Kantenmodell" notiert. Gründe dafür könnten sein, dass der Begriff nur nebenbei gefallen ist und nicht explizit eingeführt und gefestigt wurde und dass das Ganze schon ein Jahr zurück liegt.

- **Notation des Begriffs „Würfel":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	8 / 25	1,88
3	Dachau	13 / 24	2,0
3	Fürstenfeldbruck	8 / 25	2,2
4	Fürstenfeldbruck	5 / 21	2,8
4	Dachau	14 /23	3,21

*Tabelle **4.6.1**.2: Schriftliche Begriffsfindung: Würfel*

Der Begriff „Würfel" trat, wie zu erwarten, mit Abstand am häufigsten auf. Über ein Drittel der befragten Schüler (41%) entschied sich für ihn.

Vergleicht man die Klassen bzgl. der Notation des Begriffs „Würfel", so sieht man auf den ersten Blick, dass in den Klassen aus Dachau der Begriff viel häufiger auftritt als in den Fürstenfeldbrucker Klassen. Bei den Klassen aus Dachau steigt die Nennung von Jahrgangsstufe zu Jahrgangsstufe an. Die Kinder können also mit zunehmendem Alter besser abstrahieren und erkennen nicht nur das Flächen- bzw. Vollmodell als Würfel, sondern eben auch das Kantenmodell.

Mit Einbezug der Klassen aus Fürstenfeldbruck lässt sich die Aussage mit dem Anstieg jedoch nicht mehr halten.

Der Notendurchschnitt bei diesem Begriff liegt bei vier Klassen über dem Klassendurchschnitt, bei einer, der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck, ungewöhnlicherweise weit unter dem Klassendurchschnitt. Beim Großteil der Klassen sind es also erwartungsgemäß die leistungsstärkeren Schüler, die die richtige Lösung „Würfel" notierten.

- **Notation des Begriffs „Quader":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	--	--
3	Dachau	1 / 24	4,0
3	Fürstenfeldbruck	1 / 25	1,0
4	Fürstenfeldbruck	1 / 21	--
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.1**.3: Schriftliche Begriffsfindung: Quader*

Nur drei Schüler notierten die Körperform „Quader". Diese Bezeichnung ist mathematisch richtig, doch noch zu ungenau. Hier handelt es sich um einen Sonderfall des Quaders, den Würfel. (= Stoff des Lehrplans der Grundschule)

Beim Vergleich der Durchschnittsnoten zeigt sich eine enorme Differenz (drei Notenstufen): In einer Klasse nahm ein leistungsstarker Schüler diese Nennung vor, in der anderen Klasse ein leistungsschwächerer.

- **Notation eines Körper- und eines Flächenbegriffs: (Würfel/Quadrat, Würfel/Viereck, Würfel/Achteck)**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	--	--
3	Dachau	7 / 24	2,0
3	Fürstenfeldbruck	1 / 25	2,0
4	Fürstenfeldbruck	2 */ 21	2,0
4	Dachau	7 / 23	3,71

* davon ein Schüler „Achteck"

*Tabelle **4.6.1**.4: Schriftliche Begriffsfindung: Körper-/Flächenbegriff*

Knapp 15% der befragten Schüler notierten einen Flächen- und einen Körperbegriff.

Es fällt auf, dass in der 2. Klasse niemand diese Notation vornahm. Ein Grund dafür könnte sein, dass diese Schüler noch nicht in der Lage sind, die Zusammenhänge zwischen Körper und Fläche zu erkennen.

Vergleicht man die dritten und vierten Klassen, so sieht man auf den ersten Blick, dass in den Klassen aus Dachau diese Notation viel häufiger auftritt als in den Fürstenfeldbrucker Klassen. Auffällig ist zudem, dass die Dachauer bzw. die Fürstenfeldbrucker Klassen je ähnlich viel bzw. wenig Notationen aufweisen.

Ein Unterschied zwischen den Jahrgangsstufen innerhalb der Schule ist nicht zu erkennen.

Noch am ehesten nachzuvollziehen ist die Nennung „Achteck". Nach Befragung des Schülers begründete dieser seine Aussage damit, dass das Kantenmodell des Würfels acht Ecken hat. Diesen, trotz allem falschen, Begriff notierte in dieser Kategorie nur ein Schüler.

Vergleicht man die Durchschnittsnoten zeigt sich, dass in drei Klassen die leistungsstarken Schüler diese Nennung vornahmen und in einer Klasse die leistungsschwachen.

- **Notation der Begriffe „Ecke" / „Kante":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	--	--
3	Dachau	--	--
3	Fürstenfeldbruck	--	--
4	Fürstenfeldbruck	4 / 21	2,0
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.1**.5: Schriftliche Begriffsfindung: Ecke/Kante*

Nur etwas mehr als 3% der Schüler bezeichneten das Modell als „Ecke" bzw. „Ecke / Kante". Auffällig ist, dass es nur Schüler aus einer Klasse sind.

Eventuell wurden in dieser Klasse diese Begriffe vertieft behandelt und an Modellen gezeigt. Die Kinder benannten dieses Modell nach dem, was sie sehen, nämlich nur die Ecken und die Kanten. Die Flächen sind ja nicht vorhanden.

Die Durchschnittsnote zeigt, dass die leistungsstarken Schüler diese Nennung vornahmen.

- **Notation eines Flächenbegriffs:**
(Quadrat, Viereck, Achteck, rechter Winkel)

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	6 / 25	2,0
3	Dachau	1 / 24	2,0
3	Fürstenfeldbruck	13* / 25	2,64
4	Fürstenfeldbruck	1 / 21	2,0
4	Dachau	1 / 23	4,0

* davon zwei Schüler „Achteck"

*Tabelle **4.6.1**.6: Schriftliche Begriffsfindung: Flächenbegriff*

Knapp 19% der Schüler notierten einen Flächenbegriff.

In der zweiten Jahrgangstufe treten noch häufiger Flächenbegriffe auf, da die Unterscheidung zwischen Flächen- und Körperformen noch relativ neu ist (Stoff der ersten Jahrgangsstufe sind die Flächen-, der zweiten Jahrgangsstufe die Körperformen).

Auffällig hoch ist die Notation in der dritten Klasse aus Fürstenfeldbruck. Die Palette der Nennungen ist auch sehr groß („Quadrat", „Viereck / Quadrat", „Viereck", „Viereck / Achteck", „Achteck"). Diese hohe Quote zeigt, dass viele Kinder in dieser Klasse die Thematik „Flächen- und Körperformen" noch nicht durchdrungen haben. Noch am ehesten nachzuvollziehen ist die Nennung „Achteck", die beide Schüler damit begründeten, dass das Kantenmodell des Würfels acht Ecken hat.

Vergleicht man die Durchschnittsnoten zeigt sich, dass in drei Klassen die leistungsstarken Schüler diese Nennung vornahmen und in zwei Klassen die leistungsschwachen, wobei der schlechte Durchschnitt der vierten Klasse aus Dachau extrem von den anderen abfällt.

- **Notation eines Begriffs aus der Alltagssprache bzw. Eigenkreation eines Begriffs**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	6 / 25	2,0
3	Dachau	2 / 24	2,0
3	Fürstenfeldbruck	2 / 25	3,0
4	Fürstenfeldbruck	1 / 21	2,0
4	Dachau	1 / 23	4,0

*Tabelle **4.6.1**.7: Schriftliche Begriffsfindung: Alltagsbegriff bzw. Eigenkreation*

10% der Schüler verwendeten einen Begriff aus der Alltagssprache bzw. kreierten einen eigenen Begriff.

Hier wird deutlich, dass diese Notationen mit dem Ansteigen der Jahrgangsstufe abnehmen. Jüngere Schüler gehen unbedarfter an diese Aufgabe ran - versuchen sie synthetisch zu lösen, indem sie Begriffe aus der Alltagssprache mit mathematischen

zusammen setzen (wie z.B. „Eckenzeugnis", „Freundeswürfel", „Würfelgestell") oder sogar selbst Begriffe kreativ entwerfen (wie z.B. „Qadradereran", „Quadi", „Nitroglizerinis").

Die Schüler der vierten Jahrgangsstufe gehen die Aufgabe analytisch an, d.h. sie versuchen, bereits Gelerntes anzuwenden.

Vergleicht man die Durchschnittsnoten zeigt sich, dass sich in zwei Klassen (zweite und eine dritte Klasse) der Klassendurchschnitt widerspiegelt, in zwei Klassen (dritte Klasse aus Fürstenfeldbruck und vierte aus Dachau) diese Note etwa um 0,6 schlechter ist als der Durchschnitt und in einer Klasse (vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck) um etwa 0,3 besser.

- **Rahmengeschichte nicht verstanden (z. B. Namen aufgezählt, „gemein", „lernen")**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	5 / 25	2,4
3	Dachau	2 / 24	2,0
3	Fürstenfeldbruck	--	--
4	Fürstenfeldbruck	1 / 21	2,0
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.1**.8: Schriftliche Begriffsfindung: Unkenntnis der Rahmenhandlung*

6% der Schüler verstanden die Rahmengeschichte nicht.

Von den jüngeren Schülern haben noch mehr Probleme (20% der Schüler), der Rahmengeschichte zu folgen und sie zu durchdringen. Einige hörten die Stichwörter „Freund" und „Sich einen Namen überlegen" und notierten daraufhin Namen von Freunden. Die Auffassungsgabe ist bei jüngeren Schülern noch geringer, wie man an der Tabelle oben gut erkennen kann.

In der dritten und vierten Jahrgangsstufe hatten in den vier Klassen insgesamt nur drei Schüler den Arbeitsauftrag nicht verstanden: Einer fand die Mathematiklehrerin in der Geschichte sehr gemein und notierte dies auch so („gemein"), der andere fand, dass der Schüler in der Geschichte lernen soll (und notierte „lernen"). Doch im Vergleich zu den 20% der Schüler der zweiten Jahrgangsstufe, die die Rahmengeschichte nicht verstanden haben, sind es in der dritten und vierten Jahrgangsstufe durchschnittlich nur noch 2%.

4.6.2 Ergebnisse der Befragung bzgl. alternativer Begriffe

- **Nennung der Begriffe „Gestellwürfel / offener Würfel / Offel / Loch- bzw. Löcherwürfel / Würfel mit Loch bzw. Löchern / Luftwürfel / Umriss eines Würfels":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	2 / 25	3,0
3	Dachau	--	--
3	Fürstenfeldbruck	1 / 25	2,0
4	Fürstenfeldbruck	3 / 21	2,0
4	Dachau	3 / 23	4,33

*Tabelle **4.6.2**.1: Mündliche Befragung: Lochwüfel etc.*

19% der befragten Schüler erkannten, dass es sich um einen Würfel handelt, dem die Seitenflächen fehlen, und brachten dies mit Begriffen wie „Gestellwürfel / offener Würfel / Offel / Loch- bzw. Löcherwürfel / Würfel mit Loch bzw. Löchern / Luftwürfel / Umriss eines Würfels" zum Ausdruck.

Vergleicht man die Klassen bzgl. der Notation, so sieht man, dass die vierten Klassen die häufigsten Nennungen aufweisen, gefolgt von der zweiten Klasse. In den beiden dritten Klassen tauchen diese Begriffe nicht bzw. nur sehr selten auf.

In den beiden Fürstenfeldbrucker Klassen nahmen diese Nennung die leistungsstärkeren, in den Dachauer Klassen eindeutig die leistungsschwächeren Kinder der Klasse vor (Abfall zum Klassendurchsschnitt je knapp eine Notenstufe).

- **Nennung der Begriffe „Durchschauwürfel / durchschaubarer Würfel / Schauwürfel":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	1 / 25	1,0
3	Dachau	1 / 24	1,0
3	Fürstenfeldbruck	5 / 25	2,2
4	Fürstenfeldbruck	2 / 21	3,0
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.2**.2: Mündliche Befragung: Durchschauwürfel etc.*

Ebenfalls 19% der Schüler erkannten, dass es sich um einen Würfel handelt und wollten betonen, dass man durch ihn durchsehen kann. Sie entschieden sich für die Begriffe „Durchschauwürfel / durchschaubarer Würfel / Schauwürfel".

Vergleicht man die Klassen bzgl. der Notation der o.g. Begriffe, so sieht man, dass die dritte Klasse in Fürstenfeldbruck die häufigsten Nennungen aufweist (mehr, als alle anderen Klassen zusammen).

In der dritten Klasse aus Fürstenfeldbruck nahmen diese Nennung in etwa die durchschnittlichen Schüler, in den Dachauer Klassen eindeutig die leistungssstärkeren und in der vierten Klassen aus Fürstenfeldbruck die leistungsschwächeren Kinder vor.

- **Nennung der Begriffe „Fensterwürfel / Fenster / Bilderrahmenwürfel":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	5 / 25	2,4
3	Dachau	--	--
3	Fürstenfeldbruck	--	--
4	Fürstenfeldbruck	--	--
4	Dachau	1 / 23	2,0

*Tabelle **4.6.2**.3: Mündliche Befragung: Fensterwürfel etc.*

Knapp 13% der Schüler notierten Begriffe, wie „Fensterwürfel / Fenster / Bilderrahmenwürfel".

Wenn man die einzige Nennung der vierten Jahrgangstufe vernachlässigt, haben ausschließlich die Schüler der zweiten Jahrgangsstufe diese Begriffe gefunden. Das zeigt, dass die jüngeren Schüler mathematische Objekte noch sehr stark mit Alltagsgegenständen vergleichen.

Die Nennung erfolgte in der zweiten Jahrgangstufe von Kindern mit durchschnittlichen Leistungen (in Dachau von einem Schüler mit guten Leistungen).

- **Nennung der Begriffe „Glas- / Eiswürfel / durchsichtiger Würfel":**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	1 / 25	1
3	Dachau	1 / 24	3,0
3	Fürstenfeldbruck	1 / 25	2,0
4	Fürstenfeldbruck	2 / 21	2,0
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.2**.4: Mündliche Befragung: durchsichtiger Würfel etc.*

Knapp 11% der Schüler entschieden sich für die Begriffe „Glas- / Eiswürfel / durchsichtiger Würfel".

Die Notationen verteilen sich auf alle Klassen in etwa gleich (jeweils Null bis zwei Nennungen).

In der dritten Klasse aus Dachau nahm diese Nennung im Vergleich zum Klassendurchschnitt ein leistungsschwächerer Schüler vor, in allen anderen Klassen die leistungsstärkeren Kinder.

- **Nennung von aussageschwachen Begriffen aus der Stereometrie (z.B. Papierwürfel, Modellwürfel, Symmetriewürfel…):**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	--	--
3	Dachau	--	--
3	Fürstenfeldbruck	1 / 25	1,0
4	Fürstenfeldbruck	--	--
4	Dachau	2 / 23	2,5

*Tabelle **4.6.2**.5: Mündliche Befragung: Stereometrie*

Nur in etwa 6% der Schüler notierten aussageschwache Begriffe aus dem Bereich der Stereometrie, wie z.B. Papierwürfel, Modellwürfel, Symmetriewürfel. Das ist die Gruppe mit den wenigsten Prozentanteilen.

Diese Nennungen traten nur in der dritten und vierten Jahrgangsstufe auf.

Innerhalb der Klassen waren es überraschenderweise die leistungsstarken Schüler, die diese Nennung vornahmen.

- **Nennung von Begriffen aus der Planimetrie:**

Jgst.	Ort	Anzahl der Schüler / Schüler der ges. Klasse	Notendurchschnitt
2	Dachau	3 (1) / 25	2,0
3	Dachau	2 / 24	3,0
3	Fürstenfeldbruck	8 (5) / 25	2,75
4	Fürstenfeldbruck	2 (2) / 21	3,0
4	Dachau	--	--

*Tabelle **4.6.2**.6: Mündliche Befragung: Planimetrie*

Hinweis: Bei Anzahl der Schüler bedeutet 3 (1), dass drei Schüler Begriffe aus der Planimetrie verwendeten, jedoch einer davon den missverständlichen Begriff „Achteck".

32% der Schüler notierten Begriffe aus der Planimetrie. Es ist jedoch zu beachten, dass die Hälfte dieser Schüler den Begriff „Achteck" nannte, um zu verdeutlichen, dass das Kantenmodell des Würfels acht Ecken hat.

Vergleicht man die Klassen bzgl. der Notation der Flächenbegriffe, so sieht man, dass die dritte Klasse in Fürstenfeldbruck die häufigsten Nennungen aufweist (mehr, als alle anderen Klassen zusammen), die Klassen zwei und drei aus Dachau bzw. die Klasse vier aus Fürstenfeldbruck sich in etwa die Waage halten und in der vierten Klasse aus Dachau keine Flächenbegriffe auftauchen.

In der dritten Klasse aus Fürstenfeldbruck nahmen diese Nennung die etwas leistungsschwächeren Schüler vor, ebenso in der dritten Klasse aus Dachau und der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck. Nur in der zweiten Klasse in Dachau nannten diese Begriffe die durchschnittlichen Schüler der Klasse.

4.6.3 Resumée

Bei der schriftlichen Befragung trat die Bezeichnung „Kantenmodell" nur einmal auf. Dieser Begriff ist auch nur in einer Klasse ein Jahr zuvor gefallen. Obwohl den Kindern die Begriffe „Ecke" und „Kante" geläufig sind, hat keines der Kinder von sich aus diese beiden Begriffe in ihre Bezeichnung eingebaut und Bezeichnungen, wie z.B. „Ecke-Kanten-Würfel", kreiert. Nur die Begriffe „Ecke / Kante" traten auf, jedoch ohne „Würfel".

Es überrascht nicht, dass fast alle Schüler dieses Kantenmodell als Würfel identifizierten. Auf Grund der Rahmengeschichte mit der Mathematiklehrerin ist es ebenfalls keine Überraschung, dass mehr als ein Drittel der Probanden ausschließlich „Würfel" schrieb, und somit bei einem rein mathematischen Begriff blieb (anstatt ihn „Lochwürfel" etc. zu bezeichnen). Dieser hohe Anteil an Schülern zeigt, dass viele ihn also in der Begriffsbildung nicht noch näher erläuterten (wie z.B. durch „Kantenwürfel").

Die Schüler haben also nicht das, was zu sehen ist (Ecken, Kanten) in die Begriffsbildung miteinbezogen, sondern das Fehlen der Flächen zum Ausdruck gebracht, in Form von Begriffen wie z.B. Lochwürfel, Durchschauwürfel, etc.

5. Unterrichtsversuch zur Herstellungsanleitung[3]

5.1. Vorüberlegungen

Dieser Teil des Unterrichtsversuchs zur schriftlichen Herstellungsanleitung wurde am gleichen Tag wie der im vorangegangenen Kapitel beschriebene zur Begriffsfindung, durchgeführt. Die Beschreibungen der Klassensituation der fünf Versuchsklassen finden sich in den Kapiteln 4.1.1 - 4.5.1. Der Unterrichtsversuch verlief in allen Klassen ohne Abweichungen von der in Kapitel 3 „Forschungsdesign" vorgestellten Planung. In jeder der fünf am Versuch beteiligten Klassen wurden Erhebungen durchgeführt und jeweils in den folgenden Kapiteln 5.2 - 5.6 nach stets gleich bleibender Gliederung analysiert.

Die Gliederung ergibt sich aus den drei Aufgaben, die sich die vorliegende Erhebung stellt:

- Beobachtungen des praktisch handelnden Herstellungsprozesses
- Analyse der schrifltich gegebenen Herstellungsanleitungen
- Analyse der mündlichen Herstellungsbeschreibungen

Zum ersten Punkt, Beobachtungen zum praktischen Herstellungsprozess, wird einerseits die *Vorbereitung des benötigten Materials* und andererseits die *Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells* für die einzelnen Schülergruppen dokumentiert.

Zur äußeren Situation in der Klasse während des Herstellungsprozesses ist zu sagen, dass die Schüler überwiegend in Zweiergruppen arbeiteten, bei ungerader Schülerzahl kam auch eine Dreiergruppe vor. Die Arbeit war folgendermaßen organisiert: Jede Kleingruppe erhielt ein Kuvert, mit dessen Inhalt sie ein Kantenmodell eines Würfels herstellte. Jedes Kuvert enthielt mehr Material als für die Herstellung nötig war (14 rote Tonpapierrechtecke für die Herstellung der Kanten und zehn gelbe Papierquadrate für die Herstellung der Ecken). Dadurch konnte ermittelt werden, ob die Schüler vorausschauend arbeiteten und erkennen konnten, dass sie nur 12 Kanten und acht Ecken benötigen. Die Materialvorbereitung bedeutete, dass die Schüler zunächst das im Kuvert bereitgestellte Material falten mussten (Ecken und Kanten). Zur Feststellung, ob die Kinder unbedachter- bzw. fälschlicherweise mehr Material für Ecken und Kanten als nötig ist vorbereiten, wird von jeder Gruppe das Restmaterial eigensammelt und analysiert.

Die Beobachtungen bzgl. der Anzahl führen zu folgender Klassifikation:

	8 Ecken + 12 Kanten gefaltet (wie erforderlich)	**Ecken passend, aber zu viele Kanten gefaltet**	**Kanten passend, aber zu viele Ecken gefaltet**	**Gesamtes zur Verfügung stehendes Material gefaltet (also zu viele Ecken und Kanten)**
Anzahl der Gruppen				

*Tabelle **5.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung*

[3] Auf Grund der geringen Klassenstärken sind die Prozentangaben 4% bzw. 5% gleich bedeutend mit einem Schüler.

Diese Statistik wird für jede Klasse angefertigt und auch in Prozentangaben übersetzt.

Nach der Bereitstellung des Materials wurden die Kinder bei ihrer Vorgehensweise zum Bau des Kantenmodells beobachtet. Diese qualitativen Beobachtungen lassen sich nicht in ein zahlenmäßiges Schema bringen, besonders da es nicht nur *eine* richtige Methode des Zusammensetzens gibt. In jeder der fünf Versuchsklassen wurden in etwa sechs verschiedene Vorgehensweisen beobachtet. Sie wurden beschrieben und die Anzahl ihres Vorkommens genannt. Im Anhang werden die verschiedenen Herstellungsvarianten in Bilderfolgen illustriert. *Eine* Möglichkeit sei hier genauer beschrieben:

Man klebt vier Kanten und vier Eckenverstärker zum Grundquadrat des Würfels zusammen. In den vier Ecken der Grundfläche werden die vier „Hochkanten" vertikal angefügt. Nun werden die vier restlichen Kanten und Ecken separat zum Deckquadrat des Würfels zusammen geklebt. Dieses Deckquadrat wird an den freien Enden der vertikalen Kanten befestigt. In jeder der acht Ecken stoßen nun drei Kanten zusammen.

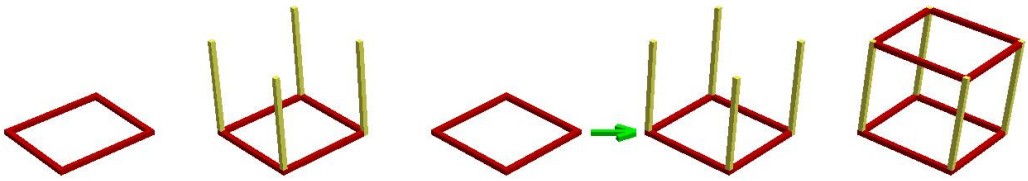


*Abbildung **5.1**.1: Mögliche Vorgehensweise bei der Herstellung*

An die Beobachtung des Herstellungsprozesses schließt sich die Analyse der schriftlichen Herstellungsanleitung an, welche von den Schülern in Einzelarbeit produziert wurden. Dabei entstanden pro Klasse zwischen 21 und 25 Aufsätze. Für die Analyse dieser großen Anzahl von Aufsätzen mussten objektivierte Beurteilungskategorien entwickelt werden. Die im Folgenden dargestellte „Musterlösung" wurde zu diesem Zweck in Teilleistungen zerlegt, denen jeweils Punkte zugeordnet wurden. Als Teilleistung gilt: Beschreibung des Materials, Herstellung der Ecken, Herstellung der Kanten und Zusammenfügen zum Kantenmodell. Zum besseren Verständnis der Punkteverteilung sind die Einzelfakten in der Tabelle jeweils unterstrichen.

	Inhalt der Herstellungsanleitung	***Punkte***
Inhalt I	**Material:** - 8 gelbe Papierquadrate für die 8 Ecken - 12 rote Tonpapierrechtecke für die 12 Kanten	**4** (je 2)
	Herstellung einer Ecke: - gelbes Papierquadrat in der Diagonale falten (und wieder öffnen) (z.B.Kopftuch) - andere Diagonale ebenfalls falten und öffnen - mit der Schere von einer Ecke bis zur Mitte entlang der Faltlinie einschneiden - die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts einklappen und aufeinander kleben („Pyramide")	**8** (je 2)
	Herstellung einer Kante: - rotes Tonpapierrechteck mittig entlang der Längsseite falten - aufklappen, so dass die beiden Seiten im rechten Winkel stehen (L-Schiene, „Bank")	**3** (2; 1)
Inhalt II	**Zusammenkleben zum Kantenmodell: (unterschiedliche Reihenfolge möglich)** - 3 rote Kanten mit einer gelben Ecke verbinden … - Segmente zum Kantenmodell des Würfels zusammen fügen (s.u. „Mögliche Methode zur Herstellung des Kantenmodells")	**6**

*Tabelle **5.1**.2: Erwartungshorizont für die Beschreibung*

Bei der Untersuchung der Sprache in stilistischer Hinsicht wird hauptsächlich das Maß der Benutzung der Fachsprache verfolgt. Die Untersuchung der Schülerproduktionen nach Satzbau und Grammatik wäre zwar ebenfalls interessant, würde aber den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Wie bereits in den Punkten 3.1.2 „Diskussion der Durchführungsmodalitäten" bzw. 3.5 „Beschreibung des Unterrichtsversuchs zur mündlichen Herstellungsanleitung" angeführt wurde, erfolgte im Rahmen des Unterrichtsversuchs zusätzlich zur Anfertigung der schriftlichen Herstellunganleitungen durch die Schüler eine mündliche Sprachaufgabe: Die Schüler erzählten am Tag *nach* der Verschriftlichung der Herstellungsanleitung den Herstellungsprozess nochmals mündlich auf Tonband. Dies sollte zeigen, ob der Wortschatz des Schülers im Schriftlichen und Mündlichen differiert. Um den Rahmen der Arbeits nicht zu sprengen, wurde dieser Teil der Untersuchung nur mit einer ausgewählten Anzahl von Schülern durchgeführt. Bei der Auswahl wurde darauf geachtet, dass jede Klassenstufe und die verschiedenen Leistungsniveaus in der Stichprobe vorhanden sind.

Im Anhang sind sowohl mündliche als auch schriftliche Herstellungsanleitungen ausgewählter Schüler exemplarisch abgedruckt.

In den folgenden Kapiteln werden Schülerzitate kursiv dargestellt und sind im Original (mit evtl. Rechtschreibfehlern) aus den schriftlichen Herstellungsanleitungen übernommen worden.

In den jeweiligen Tabellen entspricht ein Spiegelstrich jeweils der Notation eines Schülers.

5.2. Unterrichtsversuch in einer 2. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau)

5.2.1 Herstellungsprozess

- **Vorbereitung des benötigten Materials**

Die Schüler wurden wieder dabei beobachtet, wie sie das im Kuvert bereit gestellte Material vorbereiten. Besonders wurde vermerkt, ob sie die Anzahl an Ecken und Kanten beachten. Hierfür wurde sogar von jeder Gruppe das nicht verbaute Material draufhin angesehen, ob es ebenfalls gefaltet bzw. geklebt worden war.

Die folgende Tabelle klassifiziert die Probandengruppen nach der Anzahl des vorbereiteten Materials:
(insgesamt elf Gruppen)

	8 Ecken + 12 Kanten gefaltet (wie erforderlich)	**Ecken passend, aber zu viele Kanten gefaltet**	**Kanten passend, aber zu viele Ecken gefaltet**	**Gesamtes zur Verfügung stehendes Material gefaltet (also zu viele Ecken und Kanten)**
Anzahl der Gruppen	1	3	1	6
%	9	27	9	55

*Tabelle **5.2.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung (2. Klasse Dachau)*

- **Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells**

In Anhang 1 sind die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Herstellungsprozess des Kantenmodells in Partnerarbeit mit Skizzen verdeutlicht. Bei den nachfolgenden Beschreibungen der Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen steht in eckigen Klammern, wo die entsprechende Skizze im Anhang zu finden ist.

Während des Bauens stand der Demonstrationswürfel für alle sichtbar auf dem Katheder.

Fünf Gruppen stellten ihr Kantenmodell nach der in der Einleitung zu diesem 5. Kapitel beschriebenen Methode her. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a]

Zwei Schülergruppen bauten zunächst drei Kanten der Grundfläche (es entsteht ein U) und verbanden diese mit zwei Höhenkanten. Erst dann vervollständigten sie die Grundfläche durch die vierte Seite und mit zwei weiteren Kanten alle vier Höhen. Zum Schluss klebten sie die Deckfläche als Ganzes oben an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 2a]

Eine Gruppe setzte zuerst zwei Kanten der Grundfläche des Würfels mit einer Höhenkante zusammen (=„Eckendreibein"). Dann baute sie die Grundfläche fertig und ergänzte die drei fehlenden Höhen. Zum Schluss klebten sie die Deckfläche als Ganzes oben an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3a]

Eine Gruppe baute ebenfalls zuerst ein „Eckendreibein". Dann baute sie die Grundfläche zu einem U aus (drei Kanten der Grundfläche), ergänzte die drei fehlenden Höhenkanten, klebte

die zwei Kanten (obere und untere Kante) einer Seitenfläche an und ergänzte zum Schluss die letzten drei Kanten. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3b]

Eine Gruppe ging von zwei „Eckendreibeinen" aus. Nun klebten die Schüler unsystematisch an beiden Teilen weiter und merkten, dass sie nicht mehr zueinander passten. Die Kinder erkannten den Fehler und korrigierten ihn.

Eine weitere Gruppe klebte die Ecken nach außen gedreht an die Kanten und konnte das Kantenmodell nur mit vielen Hilfsimpulsen herstellen.

Auffallend war, dass zwei Gruppen die Kanten zunächst ohne Ecken verklebten und die Ecken erst nachträglich ansetzten.

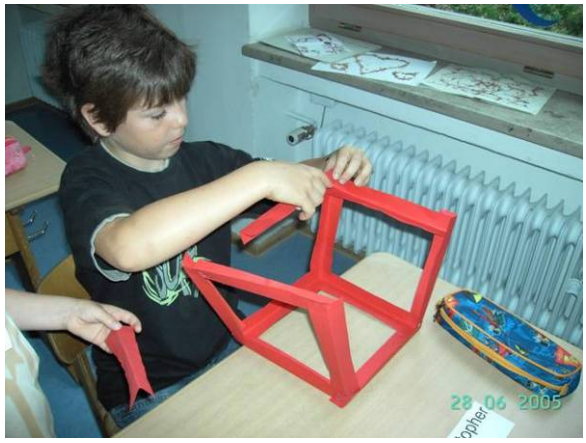


*Abbildung **5.2.1**.1 und 2: Nachträgliche Befestigung der Ecken am Kantenmodell*

5.2.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung (Kantenmodell des Würfels)

Bei der Auswertung der Bögen war auffallend, dass der Großteil der Schüler den ersten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung der Ecken und Kanten) gut beschrieben hat. Im Gegensatz dazu wurde der zweite Teil des Öfteren nur kurz und ungenau abgehandelt. Aus diesem Grund wird in der unteren Tabelle ein modifiziertes Auswertungsmodell (inhaltlich untergliedert in Teil eins und zwei) vorgestellt.

5.2.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt

- **Herstellung der Ecken und der Kanten (Vorbereitung des benötigten Materials)**

Für die Materialbeschreibung kann der Schüler maximal vier Punkte, für die Beschreibung der Eckenherstellung acht sowie für die Kantenherstellung drei Punkte erreichen.

Punkteverteilung 1. Teil	**15-14**	**13-12**	**11-10**	**9-7**	**6-4**	**3-0**
Anzahl der Schüler	--	2	2	15	5	1
%	--	8	8	60	20	4

*Tabelle **5.2.2.1**.1: Inhalt 1. Teil (2. Klasse)*

Die Kategorie 15/14 Punkte blieb in dieser Klasse unbesetzt.

Von den beiden Schülern der Kategorie 13/12 Punkte beschrieb eine Schülerin die Eckenherstellung sehr gut, vergaß dabei lediglich das wiederholte Öffnen. Bei der Kantenherstellung betonte sie die Längsfaltung, vergaß aber zwei Fakten (mittig falten bzw. aufklappen / 90°). Auffallend ist, dass die Autorin dieser Anleitung des Öfteren an den Leser appelliert:

Halo!!!!!

Du bekommst von Frau Wimmer ein Kuwer. In dem Kuwer sind die Bastelsachen die du Brauchst. Neme zuerst die kleinen Gelben Zetel. Falte einn Dreieck in eine richtung. Und in die andere richtung. Aber drehe das Papier Niemals um!!! Schneide in eine Kande die du gefaltest hast genau entlang. Aber nur bies in die Mitte!!!!! Verstanden?! 1ne lose eke nimmst du und klebst sie auf die andere lose Papireke so des es so ausit (Schülerin zeichnete Dreiecksskizze mit Mittelstrich). Mache das mit aber 8.

Neme aus dem Kuwer die Roten Schtreifen. 12 Stück brauchst du. Falte die Roten Schtreifen genau derlängs.

Eine Schülerin bekam neun Punkte, die die Eckenherstellung bis auf das Einklappen und Kleben der Seitenflächen nachvollziehbar schilderte, im Gegensatz zur Kantenherstellung:

Wir haben 8 Quadrate gebraucht und 12 Rehchteke gebraucht. Die 8 Quadrate müssen zu einem Dreiek gefaltet werden und dan wider auf gefaltet werden und dan noch ein mal aber anders rum. Danach von der faltlinie schneiden bis die ander schife faltlinie dan aufhoren zu schneiden. Dann brauchen wir die Rechteke. Die mussen wir fon Rechs nach lings und zusamen steken.

Die Schülerin, die keine Punkte auf den ersten Teil bekam, erläuterte weder das Material noch die Ecken- und die Kantenherstellung. Zudem verwendete die Schülerin mit Ausnahme des Wortes „Würfel" keinerlei Fachsprache. Folgender Text ist die gesamte Anleitung dieser Schülerin:

Wir haben erst unten angefangen. Dann haben wir aufrecht weiter gemacht. Nach dem haben wir oben weiter gemacht, dann war der Würfel fertig. Das hat spaß gemacht!

Zusammenfassend zeigt die folgende Tabelle, welche Fakten von wie vielen Schülern in ihren Beschreibungen „vergessen" wurden:

Klassenstärke: 25 Schüler

Art der Fakten	Anzahl der Schüler	%
Anzahl der Materialien:		
- 8	9	36
- 12	10	48
Beschreibung der Materialien:		
- rotes Tonpapierrechteck	--	--
- gelbes Papierquadrat	--	--
Herstellung der Ecken:		
- gelbes Papier mit quadratischer Grundfläche in der Diagonale falten (und wieder öffnen)	**17 ***	**68**
- andere Diagonale ebenfalls falten	5	20
- ebenfalls wieder öffnen	**15**	**60**
- von einer Ecke einschneiden	8	32
- bis zur Mitte	**20**	**80**
- die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts einklappen	**15**	**60**
- und kleben	**15**	**60**
Herstellung der Kanten:		
- mittig falten	**17**	**68**
- entlang der Längsseite	**18**	**72**
- aufklappen (90° / „Bank“)	**24**	**96**

* Fette Darstellung bedeutet auffallende Werte

*Tabelle **5.2.2.1**.2: Nicht erwähnte Fakten in der schriftlichen Anleitung*

(2. Klasse)

Die Beschreibung der Materialien erfolgte bei allen Schülern genau, die Anzahl der Kanten beachteten ca. die Hälfte der Schüler richtig, die Anzahl der Ecken mehr ein Drittel der Schüler.

Von fast allen Schülern wurde das Aufklappen der roten Streifen vergessen (Kanten),

etwas weniger häufig übersahen die Schüler das Einschneiden bis zur Mitte bei der Eckenherstellung zu erwähnen. Wiederum etwas weniger oft vergaßen sie das Falten entlang der Längsseite (Kante) zu erwähnen, sowie annähernd gleich oft übersprangen sie zu sagen, dass die Faltung der Kante mittig erfolgt bzw. die Faltung der Ecke diagonal. Immer noch mehr als die Hälfte der Schüler beachtete bei der Eckenherstellung das wiederholte Öffnen des gefalteten Dreiecks, das Einklappen der Seitenflächen und das Kleben als nicht erwähnenswert bzw. ließen diesen Herstellungsschritt bei ihrer Herstellungsbeschreibung aus.

- **Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten**

Die Herstellungsbeschreibung aus dem vorbereiteten Material wird bezüglich des Inhalts mit maximal sechs Punkten bewertet.

Punkteverteilung 2. Teil	**6-5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
Anzahl der Schüler	--	1	--	9	8	7
%	--	4	--	36	32	28

*Tabelle **5.2.2.1**.3: Inhalt 2. Teil (2. Klasse)*

Die Kategorie „sechs bzw. fünf Punkte" erreichte in dieser Klasse niemand.

Vier Punkte, die in dieser Klasse höchste erreichte Punktezahl, erreichte eine Schülerin:

"Man klebt die rote Papiere auf einander. So vier rote Papiere auf einander kleben: zwei rote Papiere unten dann zwei rote Papiere oben, dann wieder vier rote Papiere aufrecht. Später das gleiche wie unten mit den vier roten Papiere. Dann die gelben Papiere auf den Würfel kleben und dann bist du fertig!"

Die Kategorie „drei Punkte" bleibt ebenfalls unbesetzt, dafür gibt es neun Schüler, die zwei Punkte erhielten.

Der Großteil dieser teilte mit, dass die Rechtecke mit den Ecken zu einem Würfel verbunden werden sollen, wie z.B.

"Wenn du damit auch fertig bist tust du die gelben und die roten zusammenkleben nemlich so: "Du nimmst dein vertigen Hut eiso das dreieck mit dem roten Papier und klebst es an der spitze vom Dreieck zusamen. So lange bis du ein würfel hast. Jedz bist du fertig."

Besonders interessant ist beim folgenden, langatmigen Beispiel die Umschreibung des Kantenmodells am Ende.

"Nimmt die rotenrechtecke in die Hand. Das Gelbe Hütchen nimmt ihr auch. Also nimmt den Kleber. Klebt in das Hütchen Kleber rein. Jetzt nimmt das roterechteck in die Hand. An das Ende des rotrechteck Klebt ihr das Hütchen an das Ende. Jetzt nimmt ein anderes Zelt in die Hand. Jetzt ist es ein Balken. So mach ihr das bei den ander Stück. Wenn ihr so weiter macht würd dadraus ein Würfel. Der die Ober und Unter und an den Seiten sind ler nur der Würfel mit den Balken ist zu sen. So in schdeht ein Würfel."

Eine Schülerin hat zwar noch zusätzlich beschrieben, dass immer drei Kanten in einer Ecke sein müssen, aber sie hat dem Leser nicht mitgeteilt, dass es ein Würfel werden soll, und bekam deshalb auch nur zwei Punkte:

"Jetzt must du die roden gefaltene streifen nehmen und in die gelben tele eins nach eden an denen aber immer bei den egen reingleben und es dürfen nur drei rode gefaltene streifen drinnen reingeglebtsein. und das machst du jetzt acht mal!"

Einen Punkt erreichten acht Schüler.

Drei davon beschränkten sich bei ihrer Beschreibung auf einen einzigen Satz:

Danach alles zusamen kleben so das es ein Würfel ergibt.

bzw.

Dan mus ein Würfel rauskommen.

Die anderen vier Schüler erklärten, dass die roten Rechtecke und die gelben Ecken zusammen geklebt werden müssen, vergaßen aber, dass es ein Würfel werden soll.

"Dann die roten Streifen zu das Gestel zusamenfalten. Die Gelben Dreieke an die Ecken des Gestels festgleben. Dann ist es fertig." bzw.

"Gleich darnach klebst du die roten Rechtecke zusammen. Und an die Ecken klebst du die gelben Dreiecke. Und dann hast du es geschaft! Ende"

Insgesamt sieben Schüler bekamen keinen Punkt für den zweiten Teil.

Eine Schülerin verwechselte den Begriff „Würfel" und „Quadrat" (Stereo- und Planimetrie):

"Dann musst du versuchen ein stehendes Quadrat."

Andere Schüler verfassten Texte, die zur Vorgehensweise bei der Herstellung nichts aussagten:

"Dan klebst du zusamen pas auf es ist schwer."

und

"Dan klebs zusamen ich weis blos nicht wi ich das gemacht habe aber ich habe das zimlich genau beschriben glaube ich und hofe ich na ja es ist nichtz zu endern Schüüüs."

Drei Schüler notierten zu diesem zweiten Teil nichts, sondern beendeten Ihre Notationen mit dem ersten Teil.

5.2.2.2. Beurteilung nach der Sprache

Wie bei der Beurteilung des Inhalts berücksichtigt die Beurteilung der Sprache drei Teile der Beschreibung: die Beschreibung der Materialien, die Beschreibung der Herstellung von Ecken und Kanten und die Beschreibung der Herstellung des gesamten Kantenmodells.

- **Beschreibung der Materialien**

Entsprechend der in 3.1 aufgestellten Forschungsfrage war es für uns interessant zu wissen, ob die Schüler die Materialien mit den mathematischen Fachbezeichungen oder umgangssprachlich benennen bzw. ob und mit welchen Adjektiven sie diese beschreiben. Aus der folgenden Tabelle kann entnommen werden, mit welchem Prozentsatz die Schüler dieser zweiten Jahrgangsstufe ihre sprachliche Wahl trafen:

	Gelbe Quadrate	**%**	**Rote Rechtecke**	**%**
Flächenformen	*Quadrate* *Gelbe Quadrate*	44	*Rechtecke* *Rote Rechtecke*	20
Papiersorten *Streifen*	--	--	*Rote Streifen* *Rote lange Streifen* *Papierstreifen*	40
Papier	*Gelbe Papiere* *Gelbe kleine Papiere*	20	*Rote Papiere*	16
Blätter	*Gelbe Blätter*	8	*Rote Blätter*	4
Zettel	*Gelbe Zettel* *Kleine gelbe Zettel*	8	*Rote lange Zettel*	4
Sonstiges	*Gelbe* *Gelbe Teile*	16	*Rote* *Rote lange Dinger*	8
Adjektive	*Gelb* *Gelb + klein*		*Rot* *Rot + lang*	
Enthaltungen		4		8

*Tabelle **5.2.2.2**.1: Sprache bzgl. Beschreibung der Materialien (2. Klasse)*

Zur Beschreibung des Materials für die Eckenherstellung wählten 44% der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Weitere 20% umschrieben das Material mit Bezeichnungen aus dem Bereich „Papier", je 8% aus dem Bereich „Blätter" bzw. „Zettel".

Bei der Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung verwendeten 20% Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. 40% der Schüler bezeichneten das Material zur Kantenherstellung als „Streifen", 16% als „Papier" und 4% als „Blätter".

Bei der Beschreibung der Materialien fällt die hohe Mehrfachnennung auf; es wurden nur wenig unterschiedliche Nomen, wenig unterschiedliche Adjektive, sowie wenig unterschiedliche Kombinationen aus Nomen und Adjektiven gebraucht.

- **Herstellung der Ecken**

das zweimalige Falten in der Diagonale und wieder Öffnen:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Dreieck	- *Falte ein **Dreieck** in eine richtung, und in die andere richtung.. Aber drehe das Papier Niemals um!!!!* - *… müssen zu einem **Dreiek** gefaltet werden und dan wider auf gefaltet werden und dan noch ein mal anders rum.* - *Du Must erst das gelbe zum **dreiek** machen dann ofnest du es wieder das selbe machen jetzt hast du ein **greutz.*** - *… und Valte das Quadrat so das es ein **Dreieck** ergibt. Danach Valte es auseinander.* - *Das faltest du einmal das du ein **dreieck** hast. Dann klabst du es wieder auf.* - *Zuerst muss man das gelbe Quadrat in ein **Dreieck** falten. Dan musst du es noch mal faltest aber dies mal auf eine andere seite.* - *Du bastelst aus einem Quadrat ein **Dreieck** und das selbe noch mal.* - *Du faltest Das gelbe Papier so das ein **Dreiek** entstet. Das Gelbe Papier faltest du erst auf die obere Kante dan dan faltest du es wieder auf und dan faltest du es nach unten. Dan wider auf.* - *… und dann falten ein **dreieck** und in die ander richtung auch eins.*	36
Ecke auf Ecke bzw. Spitze auf Spitze	- *Die rechte **ecke** auf die Lienke ecke und dan die Lienke ecke auf die rechte und dann wieder aufmachen.* - *Falte die linke untere **ecke** auf die rechte obere ecke. Nun falte es wieder auf und falte die rechte untere ecke auf die linke obere ecke. Nun falte es wieder auseinander.* - *Dann falte **Eke** auf Eke. Und mach das gefaltete wieder auf. Du faltest eine andere eke auf eine andere eke.* - *Falte das Quadrat so das die **Ecke** zu euch schaut faltet es einmal dan legt es for euch hin. Dan dret es das eine andre Ecke zu euch herkukt. Faltet es ander Ecke indlank. Stel dein Quadrat wieder hin. Jetzt steht vor euch ein **X.*** - *… das gelbe Quadrat mit der unteren einen **Ecke** nach oben gefaltet. Danach haben wir es wieder aufgemacht.* - *Die undere **Ecke** nach oben. Und machst es auf. Danach drest du es. Und valtest die untere nach oben, dann machst es wieder auf.* - *Du must die eine **Eke** auf die ander eke falten. Und dan aufkniken und dan wider auf die andere eke.*	36

	- *… und nimmst die obere **ecke** faltest sie auf die untere ecke.* - *… und falte die eine **spize** zur anderen spize. Wenn du das gemacht hast valte es wider auf und die andere spize zur anderen spize wider valten. Klap es wieder auf.*	
Kante auf Kante	--	--
Diagonale	--	--
Kopf-/ Halstuch bzw. Hexenhut	- *Und dann macht man aus dem gelben Papier ein **Hütchen** und das geht so: man Faltet das eine Eck aufs andere Eck und das auch bei der anderen seite. Dann Valtet man es wieder auf dann entsteht wieder dass Quadrat dann entsteht eine gevaltene linie.* - *Dann faltet man sie zu **Hütchen.***	8
Sonstiges	- *… und hab **nach rechts** gefaltet und dann **nach lings** danach sid man da so linien.* - *Zuerst die gelben Papiere **nach links** falten dann aufmachen und **rechts** falten dann wieder aufmachen.* - *Danach must du alle gelben Quadrate **nach oben** kniken. Und wie der runter dann nach lings.* - *Du faltest die Gelben teile **nach oben** danach faltest du sie wieder auf und das selbe auf der andern seite.*	16
Enthaltungen		4

*Tabelle **5.2.2.2**.2: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Falten (2. Klasse)*

Besonderheiten:

- Beim Falten entsteht ein *„Kreuz" (1x)* bzw. ein „X" (1x).

von einer Ecke entlang der Faltlinie einschneiden bis zur Mitte:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Linie	- *Dann schneidet man an der **Linie.*** - *Direckt danach haben wir eine **Lienie** entlang geschneidet.* - *… sid man da so linien und da schneidet man bis zur **mitellinie**.* - *Danach von der **faltlinie** schneiden bis die ander schife faltlinie dan aufhoren zu schneiden.* - *Danach nimmst du dir eine Schere und Schneidest in eine **linie** ein Schnitt rein.* - *Danach in eine **linie** einschneiden.*	24
Kante	- *Schneide in eine **Kande** die du gefaltet hast genau entlang. Aber nur bies in die Mitte!!!!*	4
Knick	--	--
Ecke / Spitze	- *und dann die Lienke **ecke** rein schneiden bis zur mite.* - *Nemm deine schere und schneide eine **ecke** auseinander.* - *Und Schneide in eine **eke** rein.* - *Schneidet an die Gefaltenen **ecke** indlank.* - *… und machst einen schnit ins untere **ek.***	20
Seite	- *Und an der rechten **seite** schneidest du etwas rein.*	4
Strich	- *Jetzt schneide genau an dem **strich** von der rechten unteren ecke entlang.* - *Und schneid an einen **valt strich** bis zur mite.*	8
Sonstiges	- *Danach schneide in eine **Valtung** hinein.* - *… dann schneidest du bei einer **zake.*** - *… und rein schneiden.* - *Dann werden alle gelben Quadrate ein mal ausernannder geschniten.*	16
Enthaltungen		24

*Tabelle **5.2.2.2**.3: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Einschneiden (2. Klasse)*

Den Fakt „bis zur Mitte" führten nur fünf Schüler auf, das sind 20% der Schüler insgesamt und 21% der Schüler, die obige Notationen zum Punkt „von einer Ecke einschneiden …" machten.

die beiden Seitenflächen links und rechts einklappen und kleben:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Mit Bezeichnung des Endprodukts		4
mathematisch	- *Wo im Quadrat ein Schnit ist faltet den riss zur anderen ecke.So das eine **Püramide** indsteht.*	(davon 4)
umgangssprachlich	--	--
Ohne Bezeichnung des Endprodukts		60
Enthaltungen		36

*Tabelle **5.2.2.2**.4: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (2. Klasse)*

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Mit Bezeichnung der Seitenflächen		48
mathematisch	- *Und nun nehm ein **Dreieck** neben der geschnittenen Linie und streiche es mit Kleber ein und Klebe es auf das eck neben der geschnittenen Linie.* - *Klebe eine **seite** neben en schnit. Neme die Andere seite und sibe es an das Geklebe.* - *Dann schiebst du die beiden **Seiten** zusamen.* - *… un dann musst du die Lienke **ecke** einkleben und auf die Rechte ecke kleben.* - *1ne lose **eke** nimmst du und klebst sie auf das andere lose Papierek so das es so aussieht: (Skizze)* - *Und haben dann die eine **Ecke** daneben auf die eine **Fleche** gestriefen.* - *Danach valtes du die eine **Ecke** wo du geschnitten hast auf die gegenuberen ecke.* - *Und du must dann die untere rechte **Ecke** falten.* - *… und klebst eine **ecke** voll die andere ecke die noch nicht voll geklebt ist tust du auf die voll geklebte Seite.* - *Dann die **ecke** in die du rein geschnitten hast nach links oder nach rechts drücken.*	(davon 40)
umgangssprachlich	- *Klap das eine **ende** das du halb aus geschniten hast ein klapen und zu samen kleben.* - *Wo im Quadrat ein Schnit ist faltet den **riss** zur anderen ecke.So das eine Püramide indsteht.*	(davon 8)
Ohne Bezeichnung der Seitenflächen	- *… dann wirst du **das** zu kleben.* - *… und kleb**es** zusamen.* - *… valtet man **es** auf das andere dreieck.* - *… und festkleben.*	16
Enthaltungen		36

*Tabelle **5.2.2.2**.5: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (2. Klasse)*

- **Herstellung der Kanten**

mittig falten entlang der Längsseite:

Begriffe	Schülernotationen	%
mittig	- *… die du in der mite durch.* - *Jetzt falte den Papier streifen in der mite.* - *… in der Mitte Valtet.* - *Das faltest du es einmal in der mitte.* - *… die faltest du auch in der Mite.*	20
längs	- *… der Länge nach falten.* - *Falte die roten streifen genau derlängs.* - *Klape die eine lang seite nach oben.* - *… und dann legst du die langeseite zu die nem Körper und dann faltest du die lange seite auf die lange seite.* - *… nach der länge falten.* - *… und legst sie so hin das die lange seite zu dir kukt. Und valte sie oben.*	24
mittig + längs	--	--
Sonstiges	- *… und falte es **quer** in der mitte durch.* - *Die müssen wir **fon Rechs nach lings**.* - *Faltet sie so das ein gleich großeß **Rechteck** indsteht. Und ein dünes Rechteck.* - *… zu einem **rechteck** falten.* - *Man valtet es auf die **andere seite** des roten Papier.* - *… und haben ihn einmal auf die **andere Seite** gebogen.* - *Wir haben rote lange streifen genomen die eine seite zu der **anderen seite**.* - *Zuerst must du die roten Streifen mit der flachen Seite **nach oben** falten.* - *… faltest du die roten Streifen **nach oben**.* - *… und falltest fläche auf fläche.* - *… faltest du es aufeinander.* - *Dann die roten Papiere falten.* - *… und faltet es.*	52
Enthaltungen		4

*Tabelle **5.2.2.2**.6: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Falten (2. Klasse)*

Aufklappen um 90°:

	Schülernotationen	%
Aufklappen	- *Das faltest du es wieder auf das ein **dach** ergibt.*	**4**
Enthaltungen		**96**

*Tabelle **5.2.2.2**.7: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Aufklappen (2. Klasse)*

- **Herstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten**

Bezeichnung der gelben Ecken und roten Kanten:

Begriffe	Schülernotationen	%
Bezeichnung der Ecken		--
Mathematisch (passend): *Pyramiden*	- *Gelbe Pyramiden*	4
Mathematisch (unpassend): *Dreiecke* *Quadrate* *Kanten*	- *Dreiecke* - *gelbe Dreiecke (4x)* - *gelbe Quadrate* - *gelbe Kanten*	28
Umgangssprachlich: *Papier* *Hüte / Hütchen* *Teile* *Dinger*	- *gelbe Papiere* - *gefaltete, gelbe Hütchen* - *Hütchen (2x)* - *Hüte* - *gelbe Teile (2x)* - *gelbe Dinger*	32
Bezeichnung der Kanten		--
Mathematisch (passend):	--	--
Mathematisch (unpassend):	- *rote Rechtecke (5x)* - *gefaltete Rechtecke* - *Seiten*	28
Umgangssprachlich: *Streifen* *Papiere* *Dinger*	- *rote Streifen (4x)* - *rote gefaltene Streifen* - *rote Papiere (3x)* - *rote Dinger*	36
Sammelbegriff für Ecken und Kanten	- *Danach **ales** zusamen kleben so das ein Würfel ergibt.*	4
Ohne Bezeichnung	- *dan mus ein Würfel rauskommen.* - *Dan klebst du zusamen pas auf es ist schwer!* - *Dann klebs zusamen.* - *Dann must du fersuchen ein stehendes Quadrat.* - *Dann war der Würfel fertig.*	20
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	*3*	12

*Tabelle **5.2.2.2**.8: Sprache bzgl. Herstellung des Kantenmodells: Ecken/Kanten (2. Klasse)*

5.2.2.3. Resumee (2. Klasse aus dem Landkreis Dachau)

Inhalt:

Im ersten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung der Ecken und Kanten) erreichten nur 16% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung und demzufolge 84% die letzten drei Stufen. Übersetzt man die Punkte in Schulnoten, so ergibt sich für die Klasse ein Notendurchschnitt von 4,04.

Im zweiten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten) erreichten nur noch 4% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung [im Vergleich zum ersten Teil (16%) nur noch ein Viertel der Schüler]. Den letzten drei Stufen der Punkteverteilung gehören 96% der Schüler an. Dies ergibt für den zweiten Teil den noch schwächeren Notendurchschnitt von 4,8.

Der zweite Teil der Herstellungsanleitung wurde also um einiges lückenhafter bewältigt als der erste Teil, nämlich mit einer Notendifferenz von 0,76.

Eine Ursache könnte u.a. die im Laufe der Zeit nachlassende Konzentration bei diesen noch sehr jungen Schülern sein. Zum Teil wussten die Schüler auch nicht mehr, wie sie der Reihe nach gebastelt haben. Eine weitere Ursache könnte sein, dass viele Schüler dachten, es reiche aus, wenn der Leser weiß, das Endprodukt muss ein Würfel sein und dachten, dass sich die Vorgehensweise von selbst ergibt. (*„Dan muss ein Würfel rauskommen."*)

Zudem ist der zweite Teil wesentlich schwieriger zu erklären als der erste Teil.

Sprache:

Bei der Beschreibung der Materialien ist auffällig, dass sehr viele Schüler den Fachbegriff „Quadrat" verwendeten und niemand „Viereck". Weitaus seltener wurde der Fachbegriff „Rechteck" verwendet, sondern an dessen Stelle „Streifen".

Bei der Beschreibung der Eckenherstellung wählte der Großteil der Schüler Fachbegriffe:

Das zweimalige Falten in der Didagonale (Dreieck falten) umschrieben die Schüler häufig mit „Dreieck" bzw. „Ecke auf Ecke falten", einige wenige Schüler mit dem Begriff „Hütchen", der aus der Alltagssprache stammt, jedoch in vielen Origami-Büchern für Kinder auftaucht. Einige Kinder erklärten die Faltung mit den Fachbegriffen „rechts/links", die an dieser Stelle jedoch zu unpräzise sind. Begriffe aus der Umgangssprache tauchten selten auf.

Das Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie erklärten die meisten Schüler durch die Fachbegriffe „Linie/Faltlinie", „Ecke" und „Kante", nur sehr selten verwendeten sie die Umgangssprache, wie z.B. „Zacke".

Beim Einklappen (rechts und links) der Seitenflächen gingen sehr wenige Schüler auf das Endprodukt, das dabei entsteht, ein und bezeichneten es sehr passend als „Pyramide", wobei es sich natürlich um eine Pyramide mit fehlender Grundfläche handelt. Meist wurde dieser Herstellungsschritt duch mathematische Bezeichnungen gelöst (wie z.B. „Seite", „Ecke", etc.), nur sehr selten umgangssprachlich, wie z.B. „Ende" und „Riss".

Die Kantenherstellung beschrieben die Schüler ebenso meist fachsprachlich, wobei nicht immer eindeutig passende Fachbegriffe verwendet wurden, wie z.B. „nach oben", „Rechteck" und „andere Seite".

Bei der Fertigstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten wurden die Ecken nur selten mathematisch korrekt bezeichnet. Meist wurden sie mit mathematisch unpassenden (wie z.B. „Dreiecke") und umgangssprachlichen (wie z.B. „Teile", „Dinger") Begriffen bezeichnet. Die Kanten umschrieben die Schüler ausschließlich mit mathematisch unpassenden (wie z.B. „Rechtecke") und umgangssprachlichen (wie z.B. „Streifen", „Papiere", „Dinger") Begriffen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass die Schüler dieser zweiten Jahrgangsstufe bereits viele mathematische Fachbegriffe einbauen, die aber nicht immer passend sind. Die Herstellung der Ecken und Kanten beschrieben sie in größerem Umfang fachsprachlich als die Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten. Diese fertigen Ecken und Kanten sind aber auch weitaus schwieriger mathematisch zu benennen als deren Herstellung. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass in dieser Jahrgangsstufe der Würfel noch nicht differenziert behandelt wurde, da dies laut Lehrplan Stoff der dritten Jahrgangsstufe ist.

5.2.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung

Wie bereits in den Punkten 3.1.2 „Überlegung zu den Durchführungsmodalitäten" bzw. 3.5 „Beschreibung des Unterrichtsversuchs zur mündlichen Herstellungsanleitung" angeführt wurde, erfolgte im Rahmen des Unterrichtsversuchs zusätzlich zur Anfertigung der schriftlichen Herstellunganleitungen durch die Schüler eine mündliche Sprachaufgabe: Die Schüler erzählten am Tag nach der Verschriftlichung der Herstellungsanleitung den Herstellungsprozess mündlich auf Tonband.

So kann man erkennen, ob der Wortschatz im Schriftlichen und Mündlichen differiert.

Da es orgnisatorisch nicht zu bewältigen wäre, dies mit allen Schülern durchzuführen, wurden aus jeder Klasse einzelne Schüler unterschiedlichen Leistungsniveaus ausgewählt.

Im Anhang sind sowohl mündliche als auch schriftliche Herstellungsanleitungen exemplarisch ausgewählter Schüler abgedruckt.

Schülerzitate in schriftlicher und mündlicher Form sind im folgenden Text *kursiv* gedruckt.

Bei der leistungsstarken Schülerin Katharina sind beide Anleitungen sehr umfangreich, wobei die mündliche Anleitung die schriftliche noch an Umfang übertrifft. Grund dafür ist, dass sie zwar die Ecken- und Kantenherstellung auch im Schriftlichen sehr genau erzählt, doch die Konstruktion des Kantenmodells aus diesen fertigen Ecken kurz abhandelt, da sie (unerlaubterweise) eine Skizze anfertigt:

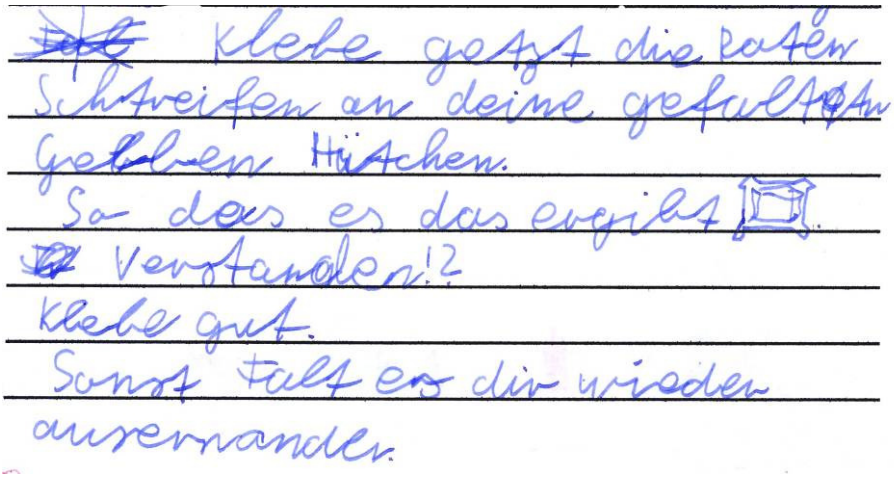


*Abbildung **5.2.3**.1: Ausschnitt der schriftlichen Herstellungsanleitung von Katharina: Kleben zum Kantenmodell*

Inhaltlich sind, abgesehen von der schriftlichen Anleitung bzgl. des Zusammenklebens, beide Ausführungen von Katharina identisch und sehr gut nachvollziehbar.

Sprachlich ist bei beiden Versionen ebenfalls kein merklicher Unterschied erkennbar. Die Schülerin verwendet dieselben Begriffe, wie Z. B. *„Falte ein Dreieck"* zu Beginn der Eckenherstellung und *„Hütchen" und „Papiereckchen"* für die Ecken.

Bei Paula, einer ebenfalls leistungsstarken Schülerin in Mathematik und Deutsch, ist die mündliche Herstellungsanleitung minimal länger.

Inhaltlich ist die mündliche Anleitung in zwei Punkten ausführlicher: Sie erklärt nur mündlich, dass man die roten Streifen nach dem Falten wieder aufklappen muss und sie führt genauer aus, wie man die Kanten an den Ecken befestigt.

Bezüglich der Wortwahl sind beide Anleitungen fast identisch, wie z.B. *„Jetzt an dem Strich von der rechten unteren Ecke entlang schneiden bis zur Mitte…"* (mündlich) / *„Jetzt schneide genau an dem Strich von der rechten unteren ecke entlang."* (schriftlich).

Marie, eine gute bis durchschnittliche Schülerin, fertigte für ihr Alter zwei extrem lange Anleitungen an, wobei sogar die schriftliche noch unwesentlich länger ist.

Vergleicht man die beiden Anleitungen bzgl. ihres Inhalts so sind die Ecken- und die Kantenherstellung gleich ausführlich dargestellt. Die Konstruktion des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten ist zwar in der schriftlichen Version länger umschrieben, doch trotzdem nicht aussagekräftiger.

Die Wortwahl ist fast identisch, wie z.B. *„Quadrat", „X", „Pyramide"* und *„rote Rechtecke"*, sprachlich versierter klingt jedoch die schriftliche Fassung.

Ein ähnliches Leistungsniveau in Mathematik und Deutsch wie Marie weist David auf. Seine beiden Anleitungen sind jedoch sehr knapp gehalten.

Inhaltlich sind beide Fassungen äußerst lückenhaft, wobei er in der schriftlichen Version zumindest noch das Kleben erwähnte.

Bezüglich der Begriffswahl ähneln sich die beiden Anleitungen in einigen Punkten, wie z.B. *„rote Streifen", „Gestell"* (Bez. Für das Kantenmodell), differieren aber auch, wie z.B. *„gelbe*

Vierecke" (mündlich) / "*gelbe Teile*" (schriftlich) bzw. *„gelbe Hütchen*" (mündlich) / *„gelbe Dreiecke*" (schriftlich), so dass die schriftliche Ausführung vergleichsweise flüssiger klingt.

Erscheinen Davids Anleitungen knapp, so sind die der etwas leistungsschwächeren Lena äußerst knapp.

In ihrer mündlichen Anleitung sind weder die Ecken- und die Kantenherstellung noch die Konstruktion des Modells nachvollziehbar. In der schriftlichen Version kann man wenigstens die Eckenherstellung erahnen.

Die Verwendung der Begriffe im Schriftlichen erfolgt auf höherem Niveau als im Mündlichen, wie z.B. *„gelbe Dinger*" (mündlich) / *„gelbe Quadrate*" (schriftlich), desweiteren tauchen im Schriftlichen noch Umschreibungen wie *„…die eine seite zu der anderen seite…*" bzw. *„…eine Eke auf die andere eke falten…* " auf, die im Mündlichen gänzlich fehlen. Doch das Wort „aufknicken" (für öffnen) zeigt, dass sich Lena auch schriftlich tendenziell mehr der Umgangssprache bedient.

Der eher leistungsschwache Schüler Daniel verfasst mündlich eine umfangreichere Anleitung als schriftlich.

Während man die schriftliche Herstellungsanleitung in keinster Weise nachvollziehen kann, ist dies in Ansätzen in der mündlichen möglich.

Auch sprachlich ist die mündliche Anleitung deutlich besser, da sich Daniel z.T. mit passenden Begriffen ausdrückt, wie *„Pyramide*", *„…knickt man einmal in der Mitte*" und *„Quadrat*".

Zusammenfassend kann man sagen, dass in dieser zweiten Klasse aus dem Landkreis Dachau die Herstellungsanleitungen der leistungsstarken Kinder sowohl mündlich als auch schriftlich sehr ausführlich sind ganz im Gegensatz zu den knappen Ausführungen der leistungsschwächeren. Vergleicht man die Arbeiten von Jungen und Mädchen lässt sich erkennen, dass die Beschreibungen der Schülerinnen länger ausfielen als die der Jungen.

Es lässt sich zudem erkennen, dass alle Kinder, die schriftlich ausführlich erzählten, dies auch mündlich in diesem Maße umsetzten und umgekehrt. Einzige kleine Ausnahme stellt der leistungsschwache Schüler dar, dessen mündliche Anleitung geringfügig umfangreicher ausfällt.

Vergleicht man alle Anleitungen bzgl. des Inhalts, fällt auf, dass von diesen sechs Schülern nur bei einem (dem Leistungsschwächeren) die mündliche Anleitung eindeutig ausführlicher ist als sie schriftliche. Bei zwei Schülern ist sie in etwa gleich (bei den beiden durchschnittlichen), bei allen andern Schülern ist die schriftliche Anleitung inhaltlich umfangreicher.

Die Verwendung von Fachbegriffen erfolgt bei allen Schülern eindeutig im schriftlichen Bereich vermehrter und gezielter – einzige Ausnahme stellt, wie zuvor auch inhaltlich, Daniel dar, dessen mündliche Anleitung in allen Bereichen hochwertiger ist.

5.3. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau)

5.3.1 Herstellungsprozess

- **Vorbereitung des benötigten Materials**

Die Schüler wurden wieder dabei beobachtet, wie sie das im Kuvert bereit gestellte Material vorbereiten. Besonders wurde vermerkt, ob sie die Anzahl an Ecken und Kanten beachten. Hierfür wurde sogar von jeder Gruppe das nicht verbaute Material draufhin angesehen, ob es ebenfalls gefaltet bzw. geklebt worden war.

Die folgende Tabelle klasssifiziert die Probandengruppen nach den Anzahlen des vorbereiteten Materials:
(insgesamt zwölf Gruppen)

	8 Ecken + 12 Kanten gefaltet (wie erforderlich)	**Ecken passend, aber zu viele Kanten gefaltet**	**Kanten passend, aber zu viele Ecken gefaltet**	**Gesamtes zur Verfügung stehendes Material gefaltet (also zu viele Ecken und Kanten)**
Anzahl der Gruppen	5	3	2	2
%	42	24	17	17

*Tabelle **5.3.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung (3. Klasse Dachau)*

- **Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells**

In Anhang 1 sind die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Herstellungsprozess des Kantenmodells in Partnerarbeit mit Skizzen verdeutlicht. Bei den nachfolgenden Beschreibungen der Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen steht in eckigen Klammern, wo die entsprechende Skizze im Anhang zu finden ist.

Während des Bauens stand der Demonstrationswürfel für alle sichtbar auf dem Katheder.

Sechs Gruppen stellten ihr Kantenmodell nach der in der Einleitung zu diesem Kapitel beschriebenen Methode her. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a]

Eine Gruppe klebte zuerst ein Quadrat. Dann fügte sie eine Seite an, indem sie zwei Höhenkanten und eine Kante der Deckfläche anklebte. Die drei restlichen Seiten wurden Zug um Zug aus jeweils einer Höhenkante und einer Kante der Deckfläche gebildet. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1e]

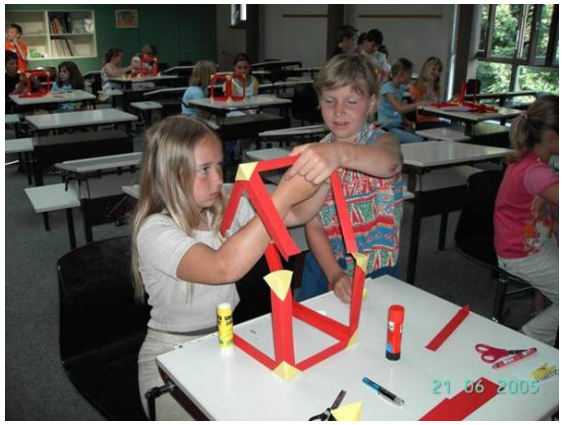
Ebenfalls von einem Grundquadrat ging eine weitere Schülergruppe aus. Alle weiteren Kanten wurden hier jedoch ohne System angefügt.

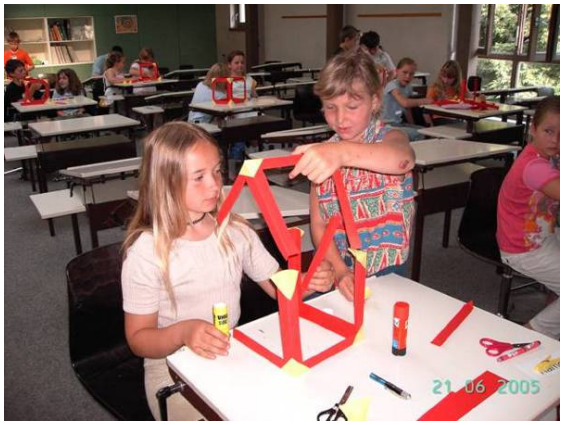
Eine Gruppe ging von einem „Eckendreibein" aus. Dann baute sie die Grundfläche fertig und ergänzte die drei fehlenden Höhen. Zum Schluss klebte sie die Deckfläche als Ganzes oben an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3a]

Eine weitere Gruppe klebte zunächst drei Kanten der Grundfläche (es entstand ein U) zusammen und verband diesen Komplex mit zwei Höhenkanten. Erst dann vervollständigte sie die Grundfläche durch die vierte Kante und mit zwei weiteren Höhenkanten alle vier Höhen. Zum Schluss klebte sie die zuvor als Quadrat zusammen gefügte Deckfläche als Ganzes oben an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 2a]

Eine Schülergruppe fertigte zwei Ausgangsgebilde: das erste Gebilde bestand aus einer unvollständigen, dreikantigen Grundfläche mit drei Höhenkanten, das zweite ebenfalls aus einer unvollständigen, dreikantigen Grundfläche, jedoch mit nur einer Höhenkante. Die Schüler setzten ihre beiden Gebilde mit Mühe zusammen und ergänzten den Rest. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 2c]

*Abbildung **5.3.1.**1: Fertigen des Kantenmodells aus zwei Teilmodellen*





*Abbildungen **5.3.1.**2-**5.3.1.**4: Probleme bei der Fertigstellung des Kantenmodells*

Nur mit vielen Hilfsimpulsen konnte die oben abgebildete Gruppe das Kantenmodell herstellen, nachdem sie viele Kanten und Ecken beliebig zusammen geklebt hatte.

Auffallend war, dass eine Gruppe die Kanten zunächst ohne Ecken verklebte und alle Ecken erst nachträglich ansetzte.

*Abbildung **5.3.1**.5: Nachträgliche Befestigung der Ecken am Kantenmodell*

5.3.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung

5.3.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt

- **Herstellung der Ecken und der Kanten**

(Vorbereitung des benötigten Materials)

Für die Materialbeschreibung kann der Schüler maximal vier Punkte, für die Beschreibung der Eckenherstellung acht, sowie die der Kantenherstellung drei Punkte erreichen.

Punkteverteilung 1. Teil	**15-14**	**13-12**	**11-10**	**9-7**	**6-4**	**3-0**
Anzahl der Schüler	1	8	8	5	1	1
%	4	33	33	22	4	4

*Tabelle **5.3.2.1**.1: Inhalt 1. Teil (3. Klasse Dachau)*

Die volle Punktezahl erreichte im ersten Teil in dieser Klasse kein Schüler, 14 Punkte ein Schüler. Ihm fehlte lediglich, dass man die roten rechteckigen Tonpapierstreifen nach dem Falten wieder halb aufklappen muss (90°; „Bank"). Der Schüler stellt seiner Anleitung eine Beschreibung der Materialvorbereitung voran, bevor er mit dem Hauptteil beginnt:

"Du brauchst:
Füller, Schere, Kleber
Anleitung:
Als erstes nimmst du 8 gelbe Vierecke, faltest sie von Spitze zu Spitze, an beiden Seiten. Nun faltest du es wieder auf. Du siehst ein Viereck mit 4 Strichen. An einer Spitze schneidest du bis in die Mitte hinein. Dann streichst du die rechte Seite von den Schnitt Kleber. Jetzt legst du die linke Seite darauf, und drückst sie fest. Das machst du 8 mal.
Nun nimmst du die roten Rechtecke, und faltest sie nach der Länge nach zusammen, das machst du 12 mal."

Mit seinem ersten Teil erreichte u.a. ein Schüler acht Punkte. Auch er begann mit einer Materialvorbereitung. Bei den Erklärungen vergaß er bei der Eckenherstellung das wiederholte Öffnen, das anschließende Schneiden von einer Ecke bis zum Mittelpunkt, sowie das Kleben der „Pyramide". Die Kantenherstellung berücksichtigte er nicht genauer:

"Wir brauchen:

8 kleine 4ecke, 12 rote streifen, einen Kleber, Schere, Fuller

nimm eins von den vierecken und falte es zu einem Dach. Nim das andere ende und falte es wieder zu einem Dach. dan Klape es zu einer Püramyde zusamen. Mache das bei den anderen auch. Dann kommen die roten streifen nim einen und falte ihn auf die andere seite. Mache das bei den anderen auch."

Eine Schülerin bekam für keinen der drei Teile ihrer Anleitung einen Punkt. Die Schülerin ist in allen Fächern sehr leistungsschwach. Zusammen mit ihrer Partnerin konnten die beiden als einzige Partnergruppe das Kantenmodell nicht ohne zusätzliche Hilfen herstellen. Die Schülerin erwähnte nicht einmal, dass es ein Würfel werden soll:

"Nim das Kower und mach es auf die sachen legst du raus dann knickst du es zu der Ecke. klebe alles zusammen."

Zusammenfassend zeigt die folgende Tabelle, welche Fakten von wie vielen Schülern in ihren Beschreibungen „vergessen" wurden:

Klassenstärke: 24 Schüler

Art der Fakten	Anzahl der Schüler	%
Anzahl der Materialien:		
- 8	4	17
- 12	6	25
Beschreibung der Materialien:		
- rotes Tonpapierrechteck	2	8
- gelbes Papierquadrat	1	4
Herstellung der Ecken:		
- gelbes Papier mit quadratischer Grundfläche in	6	25
der Diagonale falten (und wieder öffnen)	2	8
- andere Diagonale ebenfalls falten	3	13
- ebenfalls wieder öffnen	**16 ***	**67**
- von einer Ecke einschneiden	6	25
- bis zur Mitte	5	21
- die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts einklappen	**10**	**42**
- und kleben	**12**	**50**
Herstellung der Kanten:		
- mittig falten	4	17
- entlang der Längsseite	**15**	**63**
- aufklappen (90° / „Bank")	**22**	**92**

* Fette Darstellung bedeutet auffallende Werte

*Tabelle **5.3.2.1**.2: Nicht erwähnte Fakten in der schriftlichen Anleitung*

(3. Klasse Dachau)

Die Anzahl sowie die Beschreibung der Materialien erfolgte bei den meisten Schülern noch relativ genau.

Von fast allen Schülern wurde das Aufklappen der roten Streifen vergessen (Kanten), gefolgt vom wiederholten Öffnen des gefalteten Dreiecks (Ecken). Fast ebenso häufig wurde nicht erwähnt, dass die Kanten an der Längsseite gefaltet werden. Die Hälfte der Schüler vergaß das Kleben der Ecken. Knapp die Hälfte der Schüler erwähnte nicht, dass bei der Eckenherstellung die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts vor dem Kleben noch eingeklappt werden müssen.

- **Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten**

Die Herstellungsbeschreibung aus dem vorbereiteten Material wird bezüglich des Inhalts mit maximal sechs Punkten bewertet.

Punkteverteilung 2. Teil	**6-5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
Anzahl der Schüler	2	2	2	5	9	4
%	8	8	8	21	39	16

*Tabelle **5.3.2.1**.3: Inhalt 2. Teil (3. Klasse Dachau)*

Nur zwei Schüler erreichten beim zweiten Teil die Kategorie „sechs bzw. fünf Punkte". Interessant ist dabei die gleiche Methode der Herstellung: Beide Schüler stellen zuerst zwei Quadrate her (Grund- und Deckfläche des Würfels), die sie mit vier Höhenkanten verbinden. Der erste Schüler erklärte ausführlich die einzelnen Schritte, der zweite Schüler eher knapp:

"Dann schmirst du 4 kleine gelbe dreieke ein
lege einen Streifen so rein das eine Spitze nach oben ragt
dann klebst du das andere daneben es soll einen rechtenwinkel ergeben
mache es nocheinmal
dann hast du ein vierek wen du die beiden rechten winkel auch wider mit 2 Eken und Kleber befestigt hast.
jetzt machst du es (Anmerkung des Versuchsleiters: Viereck) nochamal
dann klebst du (Anm. des Versuchsleiters.: sie) mit Hilfe der 4 übrichgebliebenen Streifen aufeinander
jetzt müstest du einen Würfel haben.
Fil spas beim basteln"

bzw.

"Nun klebst du alle Teile zusammen dass unten und oben ein Quadrat ist, natürlich müssen die zwei Quadrate durch Stelzen verbunden sein! Viel Spaß beim Basteln!"

Ebenfalls zwei Schüler erreichten vier Punkte, indem sie notierten, dass in die Ecken je drei Kanten geklebt werden müssen, damit man einen Würfel erhält:

"Danach klebst du den ersten Streifen so dass er steht. Dann einen links und einen rechts kleben! Alles in die Chinesenhüte! Und das alles ringsrum! Und fertig ist der Würfel!"

bzw.

"Jetzt nimmst du ein Gelbes Dach und gelebst zwei rote Vierecke rein eins links, eins rechts. Das machst du 8 mal. Dann noch unten in jeder Ecke ein rotes Viereck nach oben und das befestigst du mit dem Gebasteltem oben. Und du hast einen Würfel aus Papier."

Etwas ungenauer beschrieben die Herstellung des Kantenmodells die beiden Schüler der Kategorie „drei Punkte": Sie teilten dem Leser lediglich mit, dass immer drei Kanten in die Ecken geklebt werden müssen. Genauer führten sie den Herstellungsprozess nicht aus.
"Jetzt klebst du die die Rechtecke in die gelben Ecken, immer 3 Rechtecke in eine gelbe Ecke, bis du einen Würfel hast. Viel spaß beim Basteln!"

Zwei Punkte erhielten die fünf Schüler, die ausschließlich mitteilten, dass die Kanten in die Ecken geklebt werden, um einen Würfel zu erhalten, wie z.B.:
"Jetzt nimmst du das rote Blatt und klebst es innen an das gelbe. Und das immer wieder bis ein Würfel entsteht."

Insgesamt neun von 24 Schülern (mehr als ein Drittel) beschränkten sich bei ihrer Beschreibung auf einen einzigen Satz, der besagte, dass ein Würfel gebaut werden soll und erhielten deshalb nur einen Punkt:
"Nun baust du das alles alls einen Würfel."
bzw.
"Klebe alles zu einem Würfel zusammen."
bzw.
"Klebt ir alles zusammen und dann habt ir ein Würfel."

Ihre Herstellungsanleitung beendeten nach der Erklärung der Ecken und Kanten vier Schüler und bekamen somit keinen Punkt.

In diesem zweiten Teil hatte nur ein Viertel der Schüler sechs bis drei Punkte erreicht, wohingegen drei Viertel der Schüler, also eindeutig der Großteil, nur zwei bis Null Punkte erreichten.

5.3.2.2. Beurteilung nach der Sprache

Diese Beurteilung ist untergliedert in die Beschreibung der Materialien, die Herstellung der Ecken, die Herstellung der Kanten bzw. die Herstellung des Kantenmodells aus dem vorbereiteten Material.

- **Beschreibung der Materialien**

Das folgende Schema zeigt auf, ob die Schüler die Materialien mathematisch (mit Flächenformen) oder umgangssprachlich (mit entsprechenden Papierarten) benennen bzw. ob und mit welchen Adjektiven sie diese beschreiben.

	Gelbe Quadrate	**%**	**Rote Rechtecke**	**%**
Flächenformen	*gelbe Vierecke (5x)* *kleine Vierecke (2x)* *kleine Vierecke, die je 4 cm lang sind* *gelbe Quadrate* *kleine Quadrate* *kleine Quadrate (gelb) (2x)*	50	*rote Rechtecke (2x)* *rote lange Vierecke* *längliche Vierecke* *rote Quadrate (!!)*	21
Papierarten *Streifen*	--	--	*Streifen* *Streifen (rot)* *rote Streifen (5x)* *große Streifen (rot)* *lange Streifen, wo 22 cm lang sind* *rote Pappstreifen*	42
Papier	*gelbes Papier* *gelbe Papierchen* *kleines Papier 4cm lang und Breite 5 cm*	13	*rotes Papier (2x)* *rote Papierchen* *21 cm langen und 5 cm breites großes Papier (2x)*	21
Blätter	*gelbe Blätter (5x)* *kleine gelbe Blätter*	25	*rote Blätter* *rote rechteckige Blätter*	8
Zettel	*gelbe Zettel* *Kleine gelbe Zettelchen*	8	*rote längliche Zettel*	4
Sonstiges	--	--	--	--
Adjektive	*Gelb* *Klein* *Klein + gelb*		*Rot* *Lang / länglich* *groß* *Rot + lang / länglich* *Rot + rechteckig*	
Enthaltungen		4		4

*Tabelle **5.3.2.2**.1: Sprache bzgl. Beschreibung der Materialien (3. Klasse Dachau)*

Zur Beschreibung des Materials für die Eckenherstellung wählte die Hälfte der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Weitere 25% umschrieben das Material mit Bezeichnungen aus dem Bereich „Blätter" und 13% aus dem Bereich „Papier".

Bei der Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung verwendeten 21% der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen, wobei die Bezeichnung (Quadrat) mathematisch falsch ist.

38% der Schüler bezeichneten das Material zur Kantenherstellung als „Streifen", 21% als „Papier" und 8% als „Blätter".

- **Herstellung der Ecken**

Die Eckenherstellung ist untergliedert in ihre einzelnen Tätigkeiten beim Herstellungsprozess: dem zweimaligen Falten in der Diagonale und wieder Öffnen, dem Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie bis zur Mitte, sowie dem Einklappen der beiden Seitenflächen und Kleben.

In den folgenden Tabellen werden die Schülernotationen (Mitte) den beinhalteten Begriffen zugeordnet (linke Spalte). In der rechten Spalte werden die Schülernotationen in Prozentwerten im Verhältnis zu ihrer Klasse angegeben.

das zweimalige Falten in der Diagonale und wieder Öffnen:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Dreieck	- *Drehe eines der gelben Blätter so dass oben und unten eine Ecke ist! Lege dann die **untere Ecke auf die obere**! Klappe das **Dreieck** wieder auf und drehe es um eine halbe Umdrehung! Falte noch mal Ecke auf Ecke und klappe wieder auf!* - *Als erstes faltest du das gelbe Blatt zu einem **Dreieck.** Dan faltest du es auseinander und nocheinmal auf die andere seite. Und noch einmal auseinander.* - *… faltest eines nach dem anderen zu einem **Dreieck** dann faltest du es auf, und faltest es in die andere richtung (nicht umdrehen!).*	13
Ecke auf Ecke bzw. Spitze auf Spitze	- *Falte die Quadrate gelb von **Ecke zu Ecke** und das gleiche machst du auch noch mal mit der anderen Ecke.* - *Falte das gelbe Viereck **von Ecke zu Ecke**, wenn du das gemacht hast klabst du es wieder auf, dann valtest du die noch nicht gefaltete Ecke auf die andere noch nicht gefaltete Ecke. Dann machst du auch das wieder auf.* - *Falte das gelbe viereck genau **von der einen Ecke in die gegen über liegenden Ecke**. Danach faltest du das Viereck an einer anderen Ecke zur überliegenden.* - *…faltest sie **von Spitze zu Spitze**, an beiden Seiten. Nun faltest du es wieder auf. Du siehst ein Viereck mit 4 Strichen.* - *… drest die Spitze nach oben. Dann faltest du die untere **Spitze nach oben**. Dann tust du die rechte Spitze nach links falten.*	*21*
Kante auf Kante	--	--
Diagonale	--	--
Kopf-/ Halstuch bzw. Hexenhut	- *Du faltest ein gelbes Viereck zum **Kopftuch**. Danach faltest du es auf und das selbe dann auf der anderen Seite.* - *Ich habe die gelben Zettel zu eine **Kopftuch** gefalten dan die andere seite zu eine Kopftuch gefaltet.* - *Die gelben Blätter klappst du 2 mal zum **Kopftuch** (einmal nach rechts einmal nach links).*	*21*

	- *Dann fallte es das es wie ein **Halstuch** ausschaut. Mache es wieder auf. Fallte es nun von der anderen Richtung wie ein Halstuch. Jetzt klappe es wieder auf.* - *Dann faltest du es zu einem **Hexenhut**. Danach klabst du den Hexenhut auseinander. Und du drehst das Quadrat und machst wieder einen Hexenhut. Dann klabst du es wieder auseinander.*	
Sonstiges	- *Falte die gelben Quadrate zu einer **Phiramyde** falte sie wieder auf und falte die Phiramyde in die andere richtung falte sie wieder auf.* - *Du legst **es** gerade hin und faltest es nach oben. Dann schiebst du es auf die andere seite rüber und faltest es noch einmal. Dann faltest du es noch einmal auf.* - *Falte **sie** zuerst in der mite. Dann dree es und falte es nochmal.* - *Du faltest als erstes **ein x** in der Mitte des kleinen Quadrats.*	*17*
Enthaltungen		*29*

*Tabelle **5.3.2.2**.2: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Falten (3. Klasse Dachau)*

von einer Ecke entlang der Faltlinie einschneiden bis zur Mitte:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Linie	- *Schneide in eine **Linie** rein bis zur Mitte. (2x)* - *Nun schneidest du von einer **linie** bis in die Mitte.* - *… schneide von einer **Linie** bis zur Mitte.* - *Dann schneidest du es an einer **Linie**.* - *Danach schneidest du sie eine halb **Faltlinie** durch!* - *Dann schneide an einer eke auf der **Faltlinie** bis zur mite.*	29
Kante	- *Dan schneidest du an eine **faltkante** in die Mitte.*	*4*
Knick	- *Nun schneidest du es einem **Knick** bist in die Mitte.* - *Schneide mit der Schere bis zur mite ein natürlich bei einen **Knick**.*	*8*
Ecke / Spitze	- *Dann schneidest du an irgeneinem **Ecke** schneides du dann bis zur Mitte.* - *Schneide nun **von der unteren Ecke** bis zur Mitte ein!* - ***An einer Spitze** schneidest du bis in die Mitte ein.*	*13*
Seite	- *… schneidest du an einer **Seite (Strich)** bis zur Hälfte ein.* - *Schneide dann an einer **Seite** bis zur Mitte ein.*	*8*
Strich	*- Mit der Schere gerade schieben. Dann nach oben bis zum **Strich**.*	*4*
Sonstiges	- *Dann habe ich ein schnitt bis zur Mitte gemacht.* - *Mit der Schere schneidest du in die Mitte.*	*8*
Enthaltungen		*25*

*Tabelle **5.3.2.2**.3: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Einschneiden (3. Klasse Dachau)*

Den Fakt „bis zur Mitte" führten 14 Schüler auf, das sind 58% der Schüler insgesamt und 78% der Schüler, die obige Notationen zum Punkt „von einer Ecke einschneiden …" machten.

die beiden Seitenflächen links und rechts einklappen und kleben:

Begriffe	*Schülernotationen*	%
Bezeichnung des Endprodukts		29
mathematisch	- *Nun faltest du eine **Pyramide (mit 3 Seiten)** und klebe es fest.* - *Klebe es nun zu einer **Pyramide**.* - *und dann zu ein **Ecke** gefaltet.*	(davon 12)
umgangssprachlich	- *Jetzt drehst du das Quadrat bis ein **dach** entsteht.* - *Lege dann die unteren Dreiecke so zusammen dass es einen **Boden** ergibt und klebe zusammen!* - *Nun pepst du die geschneidete Hälfte so zusammen dass es einen kleinen **Hut** ergibt!* - *… klebst es so dass es so aussieht wie ein **Chinesenhut**.*	(davon 17)
Ohne Bezeichnung des Endprodukts		29
Enthaltungen		42

*Tabelle **5.3.2.2**.4: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (3. Klasse Dachau)*

Begriffe	*Schülernotationen*	%
Mit Bezeichnung der Seitenflächen		42
mathematisch	- *Lege dann die unteren **Dreiecke** so zusammen dass es einen Boden ergibt und klebe zusammen!* - *Jetzt drehst du das **Quadrat** bis ein dach entsteht.* - *An die Keschnitene **Seite** Klebe ich Kleber hin.* - *Und klebst es dan auf einer **Seite** und schiebst es dan zusamenn.* - *Dann streichst du auf die rechte **Seite** von den Schnitt Kleber. Jetzt legst du die linke Seite darauf und drückst sie fest.* - *Nun schiebst du die zwei getrennten **seiten** übereinander und klebst sie.* - *Nun pepst du die geschneidete **Hälfte** so zusammen dass es einen kleinen Hut ergibt!* - *… tust du die eine **Ecke** zur anderen.*	(davon 33)
umgangssprachlich	- *Dann dreh die untere **lasche** auf die drübere Lasche und klebe sie fest.* - *… und klebst die beiden **Enden** zusammen.*	(davon 9)
ohne Bezeichnung der Seitenflächen	- *… klebst **es** so dass es so aussieht wie ein Chinesenhut.* - *Nun faltest du eine Pyramide (mit 3 Seiten) und klebe **es** fest.* - *Klebe **es** nun zu einer Pyramide.* - *und dann zu ein Ecke gefaltet.*	17
Enthaltungen		42

*Tabelle **5.3.2.2**.5: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (3. Klasse Dachau)*

- **Herstellung der Kanten**

an der zur längeren Seite parallelen Symmetrieachse falten:

Begriffe	Schülernotationen	%
mittig	- *Lege es nun Senkrecht vor dich hin. Knicke einen Knick in die Mitte.* - *… faltest du in der Mitte so das sie eine Kante hat.* - *… falte es genau in der Mitte!* - *Falte … in der Mitte zusammen.* - *Falte … in der Mitte.*	21
längs	- *…faltest sie nach der Länge nach zusammen. (2x)* - *… faltest es von der länglichen Seite auf die andere Seite.*	13
mittig + längs	- *… und faltest es der Länge nach in der Mitte.* - *Nimm die … der lenge nach in der Mitte.* - *… faltest du … der länge nach in der Mitte.* - *… knigst sie in der Mitte nach der länge um.* - *… in der länglichen mitte gefaltet.*	21
Sonstiges	- *Du falstest … auf die kurze Seite.* - *… falte ich von links nach rechts.* - *… knigst du den Streifen ab.* - *… faltest du so, dass sie si bleiben wie sie waren.*	17
Enthaltungen		29

*Tabelle **8.3.2.2**.6: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Falten (3. Klasse Dachau)*

Aufklappen um 90°:

	Schülernotationen	%
Aufklappen	- *Lege wieder auf, jetzt müsstest du die Mitte sehen!*	4
Enthaltungen		96

*Tabelle **5.3.2.2**.7: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Aufklappen (3. Klasse Dachau)*

- **<u>Herstellung des Kantenmodells aus dem vorbereiteten Material</u>**

Bezeichnung der gelben Ecken und roten Kanten:

Begriffe	Schülernotationen	%
<u>Bezeichnung der Ecken</u>		
Mathematisch (passend): *Ecken* *Pyramiden*	- *gelbe Ecken* - *Ecken* - *gelbe Pyramiden* - *Pyramiden*	17
Mathematisch (unpassend): *Dreiecke* *Quadrate*	- *gelbe Dreiecke* - *Quadrate*	8
Umgangssprachlich: *Blätter* *Dächer* *Hüte / Kopfbedeckungen*	- *gelbe Blätter (2x)* - *gelbe Dächer* - *Hüte / Kopfbedeckungen* - *gelbe Hütchen* - *Chinesenhüte*	25
<u>Bezeichnung der Kanten</u>		
Mathematisch (passend): *Kanten*	- *Kanten*	4
Mathematisch (unpassend): *Rechtecke* *Vierecke*	- *Rechtecke* - *rote Vierecke*	8
Umgangssprachlich: *Papiere* *Blätter* *Zettel* *Streifen* *Teile* *Rote*	- *rote Papiere (2x)* - *rote Blätter* - *längliche rote Zettel* - *rote Streifen* - *Streifen (2x)* - *rote Teile* - *die Roten*	38
Sammelbegriff für Ecken und Kanten	- *Nun klebst du **alle Teile** so zusammen….* - *Nun falte ich **alles** zu sammen.* - *Nun baust du das **alles** alls einen Würfel.* - *Klebe **alles** zu einem würfel zusamen.* - *Und klebe **alles** zusammen.* - *… klebt ihr **alles** zusammen …* - *Klebe **es** zu einem Würfel.* - *Dann falte **es** zu einem Würfel.* - *… und klebst du **es** zu einem Würfel.*	38
Ohne Bezeichnung	- *Und immer das gleiche bis ein Würfel heraus kommt*	4
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	*2*	8

*Tabelle **5.3.2.2**.8: Sprache bzgl. Herstellung des Kantenmodells: Ecken/Kanten (3. Klasse Dachau)*

Ein Schüler schrieb eine vorbildiche Lösung für diesen Teilschritt:
Nun klebst du alle Teile zusammen dass unten und oben ein Quadrat ist, natürlich müssen die zwei Quadrate durch Stelzen verbunden sein!

Bezeichnung des Endprodukts:

Begriffe	Schülernotationen	%
Mathematisch (passend): *Würfel*	- *Würfel (16x)* - *Würfel aus Papier*	71
Mathematisch (unpassend):	--	--
Umgangssprachlich:	--	--
ohne Bezeichnung	- *5*	21
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	- *2*	8

*Tabelle **5.3.2.2**.9: Sprache bzgl. Benennung des Endprodukts (3. Klasse Dachau)*

5.3.2.3. Resumee (3. Klasse aus dem Landkreis Dachau)

Inhalt:
Im ersten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung der Ecken und Kanten) erreichten 70% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung und demzufolge nur 29% die letzten drei Stufen. Beim Transfer der Punkteverteilung auf Schulnoten ergibt sich ein Notendurchschnitt von 3,04.

Im zweiten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten) erreichten nur noch 24% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung (im Vergleich zum ersten Teil (70%) etwa nur noch ein Drittel der Schüler). Den letzten drei Stufen der Punkteverteilung gehören 76% der Schüler an. Dies ergibt für den zweiten Teil den signifikant schwächeren Notendurchschnitt von 4,21.

Der zweite Teil wurde um über eine Notenstufe schlechter bearbeitet als der erste Teil, genau um 1,17 Notendifferenz.

Sprache:

Bei der Beschreibung der Materialien fällt auf, dass das Material zur Eckenherstellung von der Hälfte der Kinder passend mit Flächenformen bezeichnet wurde („Quadrat", „Viereck"), das Material zur Kantenherstellung nur von 21% der Schüler (z.B. „Rechteck", „Viereck"). Hier verwendeten die meisten Schüler umgangssprachliche Begriffe, wie z.B. „Streifen" und „Papier".

Bei der Beschreibung der Eckenherstellung wählte der Großteil der Schüler mathematische Begriffe:

Das zweimalige Falten in der Diagonale umschrieben über die Hälfte der Kinder passend mit den Fachbegriffen „Dreieck" und „Ecke auf Ecke" bzw. passend mit den umgangssprachlichen Begriffen „Kopftuch", „Halstuch" und „Hexenhut", die zum Teil in vorgefertigten Faltanleitungen für Kinder vorkommen.

Das Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie erklärten viele Schüler durch die Fachbegriffe „Linie" und „Kante", einige wenige durch Begriffe aus der Umgangssprache, wie „Strich". Ein Viertel der Schüler vernachlässigte diesen Teilschritt.

Beim Einklappen (rechts/links) der Seitenflächen ging ein Drittel der Schüler auf das Endprodukt ein, wobei sich die mathematischen (wie z.B. „Pyramide") und umgangsprachlichen (wie z.B. „Dach", „Chinesenhaut") Begriffe in etwa die Waage hielten. Meist wurde dieser Herstellungsschritt jedoch ohne Bezeichnung des Endprodukts nur durch mathematische Beschreibungen gelöst (wie z.B. „Seite", „Ecke"), eher selten durch umgangssprachliche (wie z.B. „Lasche", „Enden"). 42% der Schüler machten zu diesem Punkt der Herstellung keine Angaben.

Die Kantenherstellung beschrieben 21% der Schüler passend mit Begiffen „mittig" und „längs" bzw. deren Umformungen, etwa ein Drittel der Kinder nur mit einem der beiden Aspekte. Selten tauchten Bezeichnungen aus der Umgangssprache auf, wie *„…knigst du den Streifen ab...*"

Bei der Fertigstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten wurden die Ecken häufiger passend mathematisch bezeichnet (z.B. „Ecken", „Pyramiden") als die Kanten (z.B. „Kanten" explizit nur von einem Schüler verwendet). Sehr verbreitet waren hier Begriffe aus der Umgangssprache, wie z.B. „Dach", „Hut/Chinsenhut"; „Kopfbedeckung" für die Ecken und „Streifen", „Teile", „längliche Zettel" für die Kanten. Sehr oft wurde die Bezeichnung der Ecken und Kanten durch Beschreibungen, wie „klebt ihr alles zusammen", „klebst du alle Teile zusammen", umgangen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Schüler dieser dritten Klasse viele fachsprachliche Begriffe bei der Erklärung der Ecken- und Kantenherstellung verwendeten, die fertigen Endprodukte wurden jedoch meist umgangsprachlich bezeichnet. Selten wurden mathematische Begriffe falsch verwendet, wie z.b. „Rechteck" und „Viereck" für die fertigen Kanten. Auffallend ist, dass viele Kinder einige Teilschritte einfach wegließen (wie z.B. das Einklappen der Seitenflächen bei der Eckenherstellung, das von 42% der Schüler weggelassen wurde).

Zu berücksichtigen gilt, dass in dieser Klasse das Lehrplanthema 3.1.2 „Flächen- und Körperformen" bereits behandelt wurde (Herstellung von Kantenmodellen aus Knete und Zahnstochern).

5.3.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung

Im Anhang sind sowohl mündliche als auch schriftliche Herstellungsanleitungen exemplarisch ausgewählter Schüler abgedruckt.

Im folgenden Text sind Schülerzitate in schriftlicher und mündlicher Form *kursiv* gedruckt.

Bei dem leistungsstarken Schüler Robert ist die schriftliche Herstellungsanleitung länger als die mündliche, doch aufschlussreicher ist sie deshalb nicht. Im Gegensatz zur knappen schriftlichen Anleitung *(„Klebe er zu einem würfel zusammen.")*, beschreibt er die Herstellung des Modells aus den fertigen Ecken und Kanten mündlich zwar recht ausführlich, doch kaum nachvollziehbar:

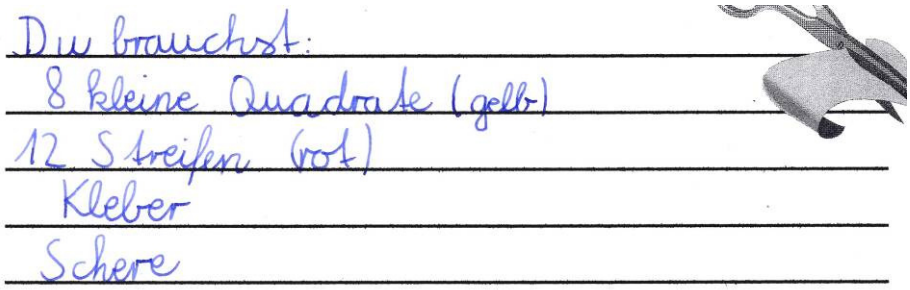
„…und dann klebst du immeer drei gefaltenen Rechtecke in die Pyramide rein, so dass eine Linie auf dem oberen Strich da ist. Und dann machst du das bei den anderen auch und dann klebst du es noch zu einem Würfel zusammen. Und dann bist du fertig."

Die Kantenherstellung ist in der kürzeren, schriftlichen Form besser aufgezeigt, in der Robert die 12 Stück aufzählt und betont, dass der Länge nach gefaltet werden muss. Diese beiden Fakten fehlen in der mündlichen Form.

Die Begriffswahl ist bei der mündlichen und schriftlichen Version ähnlich, bei beiden verwendet er die Begriffe *„Viereck"*, *„Kopftuch"*, *„rote Rechtecke*" und *„Würfel"*, lediglich *„Pyramide*" erscheint nur in der mündlichen. Sprachlich flüssiger klingt die schriftliche Anleitung, da er in der mündlichen Formulierungen wie *„…du tust die gelben Vierecke… raus*" bzw. *„Und dann machst du auf eine Seite Kleber drauf und faltest es zusammen…*" verwendet. Im Schriftlichen lautet das Pendant: *„Nun schiebst du die zwei getrennten* Seiten übereinander und klebst sie."

Vergleicht man die beiden Anleitungen der leistungsstarken Schülerin Michaela, so sind sie bzgl. des Umfangs in etwa gleich.

Michaela beschreibt die Kantenherstellung beide Male identisch, die Eckenherstellung unterschiedlich, jedoch beide Male verwirrend: In der mündlichen Version, *„…die Quadrate, die gelben, die halbierst du immer. Und dann schneidest du auf einer Linie bis zur Mitte ein und dann klebst du es zu einem Dreieck.*", ist das Falten nicht eindeutig erklärt, da beim Halbieren von Quadraten auch Rechtecke entstehen können und es fehlt das wiederholte Falten. Schriftlich erklärt sie die Eckenherstellung wie folgt:



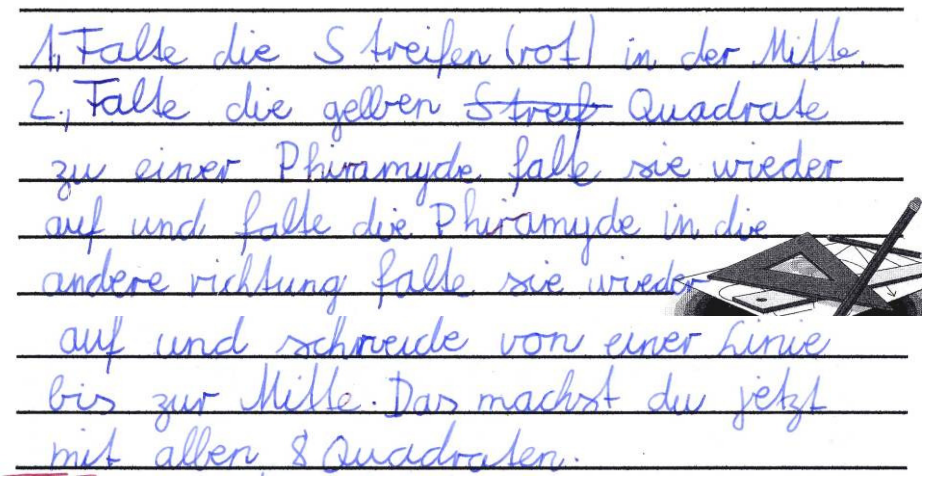

1. Falte die Streifen (rot) in der Mitte.
2. Falte die gelben ~~Strei~~ Quadrate zu einer Phiramyde falte sie wieder auf und falte die Phiramyde in die andere richtung falte sie wieder auf und schneide von einer Linie bis zur Mitte. Das machst du jetzt mit allen 8 Quadraten.

*Abbildung **5.3.3**.1: Ausschnitt der schriftlichen Herstellungsanleitung von Michaela: Eckenherstellung*

Dabei vergisst Michaela das Kleben der Ecken.

Vergleicht man die beiden Anleitungen bzgl. der Begriffswahl, so zeigt sich, dass sie beide Male gewisse mathematische Begriffe richtig anwendet (z.B. Rechteck, Quadrat, Würfel), andere falsch: Mündlich spricht sie bei der fertigen Ecke von einem „Dreieck", schriftlich spricht sie an andere Stelle von einer „Phiramyde" und meint ein Dreieck.

Insgesamt klingt die schriftliche Anleitung wortgewandter.

Bei Katharina, einer durchschnittlich begabten Schülerin, fällt die schriftliche Anleitung umfangreicher aus.

Dies spiegelt sich auch inhaltlich wider, da sich aus der schriftlichen Anleitung der Herstellungsprozess einigermaßen ableiten lässt, während dies aus der mündlichen nicht möglich ist. Nach der mündlichen Herstellungsanleitung könnte man weder die Ecken, noch die Kanten, geschweige denn das Kantenmodell bauen. Die einzige Aussage zur Eckenherstellung lautet: *„…dann muss ich die kleinen Vierecke, muss ich zwei mal in der Mitte teilen, also falten*"

Die schriftliche Version ist wortgewandter und flüssiger formuliert. Alles in allem ist das Leistungsniveau der beiden Anleitungen äußerst konträr.

Beide Herstellungsanleitungen von Anna, einer durchschnittlichen bis schwächeren Schülerin, sind in etwa gleich umfangreich.

Die Kantenherstellung ist bei beiden Versionen vergleichbar lückenhaft, ebenso die Arbeitsschritte zur Herstellung des Kantenmodells. Die Eckenherstellung ist jedoch in der mündlichen Form eindeutig ausführlicher erklärt.

Die Begriffswahl ist meist identisch, der exakte mathemtische Begriff „Faltlinie" im Schriftlichen ist durch den umgangssprachlichen Ausdruck „Balken" im Mündlichen ersetzt worden. Wortgewandter klingt die schriftliche Herstellungsanleitung.

Die leistungsschwächere Schülerin Vanessa fertigte zwei sehr knappe Anleitungen an. Die schriftliche Form fiel jedoch nicht ganz so knapp aus, da die Schülerin recht ausführlich versuchte, die Eckenherstellung zu beschreiben, während sie mündlich diesbezüglich nur

erwähnt: *„…hast du die gelben Zettelchen rausgeholt und dann musstest du die zusammen falten…und das alle 8.*"

Die Wortwahl ist bei beiden Versionen auf ähnlichem Niveau, mündlich verwendet sie z.B. „Zettelchen", schriftlich „Papierchen".

In der schriftlichen Anleitung drückt sich Vanessa noch etwas wortgewandter aus als in der mündlichen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass in dieser dritten Klasse aus dem Landkreis Dachau alle mündlichen und schriftlichen Herstellungsanleitungen dieser Schüler auffallend knapp ausfallen. Vergleicht man alle Anleitungen, ob sie in der mündlichen oder schriftlichen Version ausführlicher sind, so kann man keine einheitliche Linie erkennen: Bei zwei Kindern sind mündliche und schriftliche Anleitungen gleich lang, bei zwei weiteren ist die schriftliche ausführlicher, bei einem die mündliche. Die Anleitungen der leistungsstärkeren Schüler sind nur minimal länger, als die der übrigen Schüler.

Vergleicht man alle Herstellungsanleitungen bzgl. des Inhalts fällt auf, dass nur bei einem Schüler die mündliche ausführlicher ist, als die schriftliche. Bei einem weiteren Schüler ist sie in etwa gleich, bei allen anderen ist die schriftliche Anleitung inhaltlich umfangreicher.

Die Verwendung von Fachbegriffen erfolgt in dieser Klasse erstaunlicherweise bei drei der Schüler in beiden Versionen auf gleichem Niveau, bei den anderen beiden, wie zu erwarten, im schriftlichen Bereich. Niemand wählte erwartungsgemäß in der mündlichen Anleitung passendere mathematische Begriffe.

Auffallend war die große Diskrepanz der beiden Herstellungsanleitungen von der durchschnittlich leistungsfähigen Katharina: Während die schriftliche Version durchaus nachvollziehbar war, wirkte die mündliche lückenhaft und chaotisch.

5.4. Unterrichtsversuch in einer 3. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck)

5.4.1 Herstellungsprozess

- **Vorbereitung des benötigten Materials**

Die Schüler wurden wieder dabei beobachtet, wie sie das im Kuvert bereit gestellte Material vorbereiten. Besonders wurde vermerkt, ob sie die Anzahl an Ecken und Kanten beachten. Hierfür wurde sogar von jeder Gruppe das nicht verbaute Material draufhin angesehen, ob es ebenfalls gefaltet bzw. geklebt worden war.

Die folgende Tabelle klasssifiziert die Probandengruppen nach den Anzahlen des vorbereiteten Materials:
(insgesamt 12 Gruppen)

	8 Ecken + 12 Kanten gefaltet (wie erforderlich)	**Ecken passend, aber zu viele Kanten gefaltet**	**Kanten passend, aber zu viele Ecken gefaltet**	**Gesamtes zur Verfügung stehendes Material gefaltet (also zu viele Ecken und Kanten)**
Anzahl der Gruppen	2	4	1	5
%	17	33	8	42

*Tabelle **5.4.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

- **Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells**

In Anhang 1 sind die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Herstellungsprozess des Kantenmodells in Partnerarbeit mit Skizzen verdeutlicht. Bei den nachfolgenden Beschreibungen der Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen steht in eckigen Klammern, wo die entsprechende Skizze im Anhang zu finden ist.

Während des Bauens stand der Demonstrationswürfel für alle sichtbar auf dem Katheder.

Sechs Gruppen stellten ihr Kantenmodell nach der in der Einleitung zu diesem Kapitel beschriebenen Methode her. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a]

Eine Schülergruppe baute zunächst drei Kanten der Grundfläche (es entsteht ein U) und verband diese mit zwei Höhenkanten. Erst dann vervollständigte sie die Grundfläche durch die vierte Seite und mit zwei weiteren Kanten alle vier Höhen. Zum Schluss klebte sie die Deckfläche als Ganzes oben an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 2a]

Grundfläche und Höhe stellte eine Gruppe ebenfalls klassisch her. Die Deckfläche stellte diese Gruppe jedoch einzeln her (klebte Kante für Kante am Modell an). [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1b]

Zwei Gruppen fertigten je zwei Gebilde, die folgendermaßen aussahen: jeweils ein Quadrat mit zwei Höhenkanten. Diese klebten sie dann zusammen. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1d]

Eine Gruppe stellte zuerst ein „Eckendreibein" her. Dann baute sie die Grundfläche fertig, setzte eine zweite Höhenkante und eine Deckenflächenkante ein. Durch das abwechselnde Anfügen einer Höhen- und einer Deckflächenkante wurde das Kantenmodell fertig gestellt. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3d]

Ebenfalls von einem „Eckendreibein" ging eine weitere Gruppe aus. Die fehlenden Grundflächen- und Höhenkanten wurden ohne System angeklebt. Zum Schluss fügten die Schüler die Kanten der Deckfläche einzeln an.

5.4.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung (Kantenmodell des Würfels)

5.4.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt

- **Herstellung der Ecken und der Kanten (Vorbereitung des benötigten Materials)**

Für die Materialbeschreibung kann der Schüler maximal vier Punkte, für die Beschreibung der Eckenherstellung acht, für die Kantenherstellung drei Punkte erreichen.

Punkteverteilung 1. Teil	**15-14**	**13-12**	**11-10**	**9-7**	**6-4**	**3-0**
Anzahl der Schüler	--	5	9	4	6	1
%	--	20	36	16	24	4

*Tabelle **5.4.2.1**.1: Inhalt 1. Teil (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Die Kategorie 15/14 Punkte blieb in dieser Klasse unbesetzt.

Von den fünf Schülern der Kategorie 13/12 Punkte beschrieb eine Schülerin die Eckenherstellung sehr gut und verdeutlichte das Einklappen der beiden Seitenflächen links und rechts des Schnittes mit dem Vergleich „Filtertüte". Bei der Kantenherstellung vergaß sie zwei Fakten (längs falten bzw. aufklappen / 90°):

"Es gibt verschiedene Blätter. Es gibt acht gelbe vierecke und 12 längliche rote Blätter.

Man fängt an die Gelben Blätter zu falten und das geht so: fahlte erst ein dreieck dan fahlte es wieder auf und klape die andere Seite das Blattes auf die Seite das wieder ein dreieck entsteht das fahltest du wieder auf und schneide an einer deiner Fahltlienien bis in die mitte. Schiebe die eine Ecke dan über die andere so das es wie eine Filtertüte aus sieht damit du es nicht festhalten musst du es festkleben.

Knike alle roten Streifen in der Mitte."

Eine andere Schülerin mit derselben Punktezahl stellte bei der Eckenherstellung bzgl. des Einklappens der Seitenflächen links und rechts vom Schnitt ebenfalls einen Vergleich an: *„(…) Schneide eine Seite zur Mitte am Strich entlang, falte das Papier so zusammen, das dass Papier von oben wie ein Dreieck aussieht. (…)*" Bei der Kantenherstellung erwähnte sie die Faltrichtung, vergaß aber ebenfalls das halbe Aufklappen (90°): *„(…) Danach nimmst*

du ein Rotes Papier aus dem Umschlag raus. Faltest es lengs Kante auf Kante und das 12 mal. (…)"

Eine Schülerin mit zehn Punkten vergaß bei der Eckenherstellung, dass von einer Ecke nur bis zur Mitte geschnitten wird, bei der Kantenherstellung fehlten die beiden Fakten „Längsrichtung" und „Aufklappung um 90°". Außerdem erwähnte sie nicht die Anzahl der zu faltenden Ecken und Kanten:

"Als erstes faltet man die Gelben Vierecke Diagonal zur einen Seite und Diagonal zur anderen Seite. Dann Faltet man es wieder auf und Schneidet in eine Diagonale Linie ein. Dann nimmt man das lose dreieck und klebt es an das andere lose dreieck so das eine kleine Pyramide ensteht.

Man nimmt dann die roten Streifen und faltet sie in der Mitte."

Die geringste Punktezahl (drei) in dieser Klasse bekam der Schüler, der wegen Unlust und Konzentrationsproblemen nicht weiter schrieb, was sich bei der anschließenden Befragung herausstellte. Der Anfang war perfekt:

"Als erstes habe ich aus kleinen gelben Zetteln die Ecken gemacht dazu habe ich die Quadrahte in Dreiecke gefalltet und dann habe ich sie wieder aufgefalltet."

Zusammenfassend zeigt die folgende Tabelle, welche Fakten von wie vielen Schülern in ihren Beschreibungen „vergessen" wurden:

Klassenstärke: 25 Schüler

Art der Fakten	Anzahl der Schüler	%
Anzahl der Materialien:		
- 8	5	20
- 12	**12 ***	**48**
Beschreibung der Materialien:		
- rotes Tonpapierrechteck	2	8
- gelbes Papierquadrat	2	8
Herstellung der Ecken:		
- gelbes Papier mit quadratischer Grundfläche in	8	32
der Diagonale falten (und wieder öffnen)	5	20
- andere Diagonale ebenfalls falten	9	36
- ebenfalls wieder öffnen	**15**	**60**
- von einer Ecke einschneiden	8	32
- bis zur Mitte	**12**	**48**
- die beiden Seitenflächen links und rechts des	11	44
Schnitts einklappen		
- und kleben	**13**	**52**
Herstellung der Kanten:		
- mittig falten	3	12
- entlang der Längsseite	**20**	**80**
- aufklappen (90° / „Bank")	**25**	**100**

* Fette Darstellung bedeutet auffallende Werte

*Tabelle **5.4.2.1**.2: Nicht erwähnte Fakten in der schriftlichen Anleitung*

(3. Klasse Fürstenfeldbruck)

Die Beschreibung der Materialien, sowie die Anzahl der Ecken gelang den meisten Schülern noch relativ genau, doch die Anzahl der Kanten vergaß etwa die Hälfte der Schüler.

Von allen Schülern wurde das Aufklappen der roten Streifen vergessen (Kanten), von der großen Mehrheit auch das Erwähnen der Längsfaltung. Mehr als die Hälfte der Schüler vergaß das wiederholte Öffnen des gefalteten Dreiecks (Ecken), annähernd die Hälfte das Kleben der Ecke, sowie das vorherige Einschneiden bis zur Mitte.

- **Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten**

Die Herstellungsbeschreibung aus dem vorbereiteten Material wird bezüglich des Inhalts mit maximal sechs Punkten bewertet.

Punkteverteilung 2. Teil	**6-5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
Anzahl der Schüler	1	4	1	8	7	4
%	4	16	4	32	28	16

*Tabelle **5.4.2.1**.3: Inhalt 2. Teil (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Nur ein Schüler erreichte mit seiner Anleitung die Kategorie „sechs bzw. fünf Punkte":
"Klebe den streifen so in das dreieck das es richtig rein passt. So machst du das weiter bis ein viereck entsteht. Jetzt stehlst du einen Streifen in die dreiecke, das machst du mit vier Streifen wenn du damit fertig bist legst du die Streifen wieder wie unten auf die aufgestehlten Streifen. Und so ist der Würfel fertig."

Vier Punkte erreichten vier Schüler mit folgenden Notationen:
"Dan streichst du bei allen kleinen blettchen aber nur auf 2 Seiten Kleber eine Menge Kleber sonst hällt das nicht. Wenn du das hast klebst du die langen Streifen in die blättchen rein aber dass musst du zu einem Viereck kleben. Wen du dass hast, hast du ein Würfel mit 6 Lücken. "
bzw.
"Wenn du damit fertig bist nimmst du dir einen Stab und klebe ihn es in die Mitte. So machst du es oben und unten und an den Seiten. Verbinde die Sachen an jeder Ecke."

Noch etwas ungenauer beschrieb die Herstellung des Kantenmodells ein Schüler und bekam dafür drei Punkte:
"Danach klebst du immer 3 Streifen in eine Pyramide. Nun ist die Würfel fertig."

Zwei Punkte erhielten u.a. die Schüler, die nur mitteilten, dass die Rechtecke in die Ecken geklebt werden um einen Würfel zu erhalten, wie z.B.:
"Du legst ihn in das gelbe dreieck so das die beiden Schenkel des roten gefalteten Streifen in das gelbe Plättchen pasen. Und so machst du es zum Würfel. Versuchsmal. Viel Glück."
bzw.
"Und klebe es auf das gelbe dreieck und mache das zwölf mall und dann bekommst du einen würfel raus."

Den Vorgang des Klebens nur kurz und ungenau beschrieben hat eine Schülerin. Sie hat dann auf Grund der eigenen Erfahrungen beim Herstellungsprozess noch viele zusätzliche Zeilen geschrieben, die für die Anleitung nicht von oberster Priorität sind:

"und dann haben wir die dreiecke und die lenlichen Blätter zusammen geklebt. Dan haben wir einen Würfel gehabt, aber er ist zimlich oft ausernander gefalen also es ist sehr schwer und mann muss sehr vorsichtig mit in umgehen sonst felt er nocheinmal oder auch auch zweimal oder ofter ausernander gehen."

Insgesamt sieben Schüler beschränkten sich bei ihrer Beschreibung auf einen einzigen Satz, der besagte, dass ein Würfel gebaut werden soll, und erhielten deshalb nur einen Punkt:

"Jetzt klebst du alles so zusammen, dass es einen Würfel ergibt."

bzw.

"Dann zu einen Würfel formen."

Von den Schülern die keine Punkte erhielten, beendete nur ein Schüler die Herstellungsanleitung schon nach dem ersten Teil (Erklärung der Eckenherstellung). Die anderen Schüler notierten zwar etwas, das aber nicht Ziel führend war, wie z.B.

"Jetzt klebst du alles zusammen so dass es zusammen passt. Jetzt hast du ein Kunstwerk."

bzw.

"Als letztes müsst ihr alles zusammen gleben."

5.4.2.2. Beurteilung nach der Sprache

Diese Beurteilung ist untergliedert in die Beschreibung der Materialien, die Herstellung der Ecken, die Herstellung der Kanten bzw. die Herstellung des Kantenmodells aus dem vorbereiteten Material.

- **Beschreibung der Materialien**

Das folgende Schema zeigt auf, ob die Schüler die Materialien mathematisch (mit Flächenformen) oder umgangssprachlich (mit entsprechenden Papierarten) benennen bzw. ob und mit welchen Adjektiven sie diese beschreiben.

	Gelbe Quadrate	**%**	**Rote Rechtecke**	**%**
Flächenformen	*Gelbe Vierecke (5x)* *Kleine Vierecke (2x)* *Vierecke (2x)*	36	*Rechtecke* *Rote Quadrate (!!)*	8
Papiersorten *Streifen*	*Gelbe Streifen*	4	*Streifen* *Lange Streifen (2x)* *Rote Streifen (8x)* *Dicke Streifen*	48
Papier	*Gelbes Papier* *Gelbes Stück Papier* *Kleine Papierstücke* *Gelbes Blatt Papier* *Gelbes Tonpapier*	20	*Rotes Papier*	4
Blätter	*Gelbe Blätter* *Kleine Blätter* *Gelbe Blättchen (2x)* *Kleine Blättchen* *Gelbes karoförmiges Blatt*	24	*Rote Blätter (2x)* *Längliche Blätter* *Längliche rote Blätter* *Rote Blättchen (2x)*	24
Zettel	*Gelbe Zettel* *Kleine gelbe Zettel*	8	--	--
Sonstiges	*Gelbe Schnipsel* *Kleine viereckige Kärtchen*	8	*Rote lange Stäbe* *Rote Teile* *Großes Rotes*	12
Adjektive	*Gelb* *Klein* *Gelb + klein* *Gelb + karoförmig* *Klein + viereckig*		*Rot* *Lang bzw. länglich* *Rot + lang / länglich* *Dick* *groß*	
Enthaltungen		--		4

*Tabelle **5.4.2.2**.1: Sprache bzgl. Beschreibung der Materialien (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Zur Beschreibung des Materials für die Eckenherstellung wählten 36% der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Weitere 24% umschrieben das Material mit Bezeichnungen aus dem Bereich „Blätter" bzw. 20% als „Papier".

Bei der Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung bedienten sich nur 8% der Schüler aus dem Bereich der Flächenformen, wobei die Bezeichnung (Quadrat) mathematisch falsch ist. 48% der Schüler bezeichneten das Material zur Kantenherstellung als „Streifen", 24% als „Blätter" und 4% als „Papier".

- **Herstellung der Ecken**

Die Eckenherstellung ist untergliedert in ihre einzelnen Tätigkeiten beim Herstellungsprozess: dem zweimaligen Falten in der Diagonale und wieder Öffnen, dem

Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie bis zur Mitte, sowie dem Einklappen der beiden Seitenflächen und Kleben.

In den folgenden Tabellen werden die Schülernotationen (Mitte) den beinhalteten Begriffen zugeordnet (linke Spalte). In der rechten Spalte werden die Schülernotationen in Prozentwerten im Verhältnis zu ihrer Klasse angegeben.

das zweimalige Falten in der Diagonale und wieder Öffnen:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Dreieck	- *Fahlte erst ein **dreieck** dan fahlte es wieder auf und klape die andere Seite das Blattes auf die Seite das wieder ein dreieck entsteht das fahltest du wieder auf.* - *… und tust es einmal zu einem **Dreieck** falten, dan klappst du es einmal auf und machst das nocheinmal mit der anderen Seite. Dann besteht ein **X.*** - *… und faltest aus ihm ein **Dreieck** und falte das Dreieck wieder auf und drehe es nach rechts und falte noch mal aus ihm ein Dreieck, falte es wieder auf.* - *Wir haben aus einem gelben Blattpapier ein **Dreieck** gemacht.* - *… **Dreiecke** gemacht.* - *Man faltet das 4eck zu einem **3eck** ich falte es auf zu einem anderen 3eck. Ich falte es auf.* - *… faltest du das Viereck zu einem **Dreieck** das 2-mal in beide Richtungen.* - *Falte ein Viereck zu einem **Dreieck.** Falte es wieder auf und mache noch mal ein Dreieck.* - *… Quadrate in **Dreiecke** gefaltet und dann habe ich sie wieder aufgefaltet.*	36
Ecke auf Ecke bzw. Spitze auf Spitze	- *Du dretst ein Viereck so das es spitze Kannten ergibt. 2x du faltest **Ecke auf Ecke** und faltest es wieder auf.* - *Die gelben Vierecke so drehen, dass eine Ecke unten ist. Die untere **Ecke zu der oberen Ecke** falten. Dann auseinander falten, und so drehen, dass die nichtgefaltete Ecke unten ist.* - *… faltest du sie **von einer ecke zur anderen ecke**. 2x dan machst du sie wider auf.* - *Man faltet **Ecke auf Ecke**, so das ein **Kreutz** entsteht.* - *… und Faltest es **von Ecke zu Ecke**. Dann Faltest du es auf und wieder von Ecke zu Ecke.* - *… und faltest **Spitze zu Spitze** dann faltest du es auf, dann faltest du die andere Spitze zur anderen Spitze. Jetzt faltest du es wieder auf.*	24
Kante auf Kante	- *Falte **Kannte auf Kannte**, falte das Papier wieder auf und mache dies auf der anderen Seite auch. Jetzt hast du von jeder Ecke einen strich in der Mitte.* - *… und faltest in an **Kante zu Kante**. Und mit der anderen Ecke das gleiche.*	8
Diagonale	- *.. faltet man die gelben Vierecke **Diagonal** zur einen Seite und Diagonal*	4

	zur anderen Seite. Dann faltet man es wieder auf.	
Kopf-/ Halstuch bzw. Hexenhut	--	--
Sonstiges	- *Du faltest es in der **Mitte**. Mach es wieder auf. Dan drehst du es nach rechts und faltest es noch mal.* - *… einmal **Quadratisch** falten von oben dan müssen wir es wieder auf falten dan wieder Quadratisch falten.* - *Man faltet es wie ein kleines **Blatt.** Dann auf der anderen Seite noch mal.* - *… und falte sie zwei mal.* - *… zwei mal müsst ihr das zusammen falten.*	20
Enthaltungen		8

*Tabelle **5.4.2.2**.2: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Falten (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Besonderheiten:
Beim Falten entsteht ein *„X"* bzw. ein *„Kreutz"*.

von einer Ecke entlang der Faltlinie einschneiden bis zur Mitte:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Linie	- *Dann schneidest du es an einer **Lienie** auf bis zur Mitte.* - *Dan schneidest du auf eine **lienie** bis in die Mitte.* - *Schneide an einer deiner **Fahltlienien** bis die mitte.* - *… und schneidet in eine **Diagonale Linie** ein.* - *… und schneide an einer **Lienie** entlang.* - *Dann schneide ich sie in die **Lienie.*** - *Dann schneidest du nur einen **Strich** genau auf der **Lienie** durch bis zur nächsten anderen Lienie aber nicht alles durch schneiden.*	28
Kante	--	--
Knick	--	--
Ecke / Spitze	- *Jetzt schneidest du an der einen gefalteten **Ecke** bis zur Mitte.* - *… und schneidest du von einer der gefalteten **ecken** einen schnid bis zur mite.*	8
Seite	- *Dann schneidest du in einer **Seite** das nur bis zur Helfte.* - *… und schneidest die gelben Vierecke auf einer **seite** bis zur Mitte durch.*	8
Strich	- *Schneide eine Seite zur Mitte am **Strich** entlang.* - *… und schneidest einen **Strich** bis zur Mitte.* - *Dann schneidest du es auf dem **Strich** lang bis zur Mitte.* - *Dann mit der Schere einen **strich** schneiden.*	16
Sonstiges	- *Dann schneidest du in eine **Falte** bis zum Mittelpunkt.* - *Dann schneidest du das **Dreieck** bis in die Mitte.* - *… und schneide bis zur mite ein.*	13
Enthaltungen		28

*Tabelle **5.4.2.2**.3: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Einschneiden (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Den Fakt „bis zur Mitte" führten 13 Schüler auf, das sind 52% der Schüler insgesamt und 72% der Schüler, die obige Notationen zum Punkt „von einer Ecke einschneiden …" machten.

die beiden Seitenflächen links und rechts einklappen und kleben:

Begriffe	*Schülernotationen*	%
Mit Bezeichnung des Endprodukts		32
mathematisch	- *Dann faltest du es zu einer **Pyramide** und dass innere klebst du dann zusammen.* - *Dann nimmt amn das lose Dreieck und klebt es an das andere lose Dreieick so das eine kleine **Pyramide** entsteht.* - *… und klebe es zu einer **Pyramide**.* - *… schiebst du die ecken so das eine kleine **Püramiede** entsteht.* - *… und klebst die eine Seite an. Du nimmst dann die linkte Seite und tust sie zur rechten Seite klebst es an mit der anderen Seite. Dann siehst es fast aus wie eine **Peramide**.* - *Danach muss man die Kärdchen zu einer **Piramyde** basteln.* - *Falte das Papier so zusammen das, dass Papier von oben wie ein **Dreieck** aussieht. Klebe es danach so.*	(davon 28)
umgangssprachlich	- *Schiebe die eine Ecke dan über die andere so das es wie eine **Filtertüte** aus siet damit du es nicht festhalten musst du es festkleben.*	(davon 4)
Ohne Bezeichnung des Endprodukts		32
Enthaltungen		36

*Tabelle **5.4.2.2**.4: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
<u>Mit Bezeichnung der Seitenflächen</u>		48
mathematisch	- *Dann nimmt amn das lose **Dreieck** und klebt es an das andere lose Dreieick so das eine kleine Pyramide entsteht.* - *… und klebst die eine **Seite** an. Du nimmst dann die linkte Seite und tust sie zur rechten Seite klebst es an mit der anderen Seite. Dann siehst es fast aus wie eine Peramide.* - *…streichst eine lose **Seite** mit Kleber ein und klebst beide zusammen.* - *Du klebst die eine **Helfte** auf die andere.* - *… und klebe die aufgeschnittenen **Hälften** aufeinander.* - *Dann nimmst du dir die **Ecke** und klebst sie mit den Kleber auf die andere **Seite**.* - *Jetzt drehst du die rechte **Ecke** hinter die linke Ecke. Jetzt hast du hoffentlich eine Ecke!* - *… schiebst du die **ecken** so das eine kleine Püramiede entsteht.* - *Schiebe die eine **Ecke** dan über die andere so das es wie eine Filtertüte aus siet damit du es nicht festhalten musst du es festkleben.* - *… und dann schreck auf die andere **Ecke** legen.*	(davon 40)
umgangssprachlich	- *Danach muss man die **Kärdchen** zu einer Piramyde basteln.* - *Falte das **Papier** so zusammen das, dass Papier von oben wie ein Dreieck aussieht. Klebe es danach so.*	(davon 8)
<u>Ohne Bezeichnung der Seitenflächen</u>	- *Dann legst du **es** aufeinander und dann klebe es zusammen.* - *… und klebe **es** zusammen.* - *Dann faltest du **es** zu einer Pyramide und dass innere klebst du dann zusammen.* - *… und klebe **es** zu einer Pyramide.*	16
Enthaltungen		36

*Tabelle **5.4.2.2**.5: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

- **Herstellung der Kanten:**

mittig falten entlang der Längsseite:

Begriffe	Schülernotationen	%
mittig	- *Knike alle roten Streifen in der Mitte.* - *… faltest sie einmal in der Mitte zusammen.* - *… faltet sie in der Mitte.* - *.. falte sie in der mite.* - *… faltest du die roten Streifen einmal in der Mitte.* - *Falte die Stäbe einmal in der Mitte.* - *… und faltest es in der Mitte.* - *…den man auch in der miete faltet.* - *… faltest du in der Mitte.* - *… in der Mithe gefaltet.*	40
längs	- *Faltest es lengs Kante auf Kante.* - *… faltest du die langen Streifen einmal in der länglichen Seite.* - *… und legst ihn lengs vor dich hin und faltest ihn.*	12
mittig + längs	- *… und faltest sie lengs in der Mitte durch.* - *… und legst den roten Streifen der Länge vor dir hin. Jetzt faltest du ihn in der Mitte.*	8
Sonstiges	- … und faltest seite auf seite. - Dann Faltest du das rote Blat aufeinander. - … knigst sie zusammen. - … und faltest ihn von unten nach oben. - … und falte ich sie gegenüber. - … gefaltet. - … von der Seite falten. - … zusammen falten.	32
Enthaltungen		8

*Tabelle **5.4.2.2**.6: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Falten (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Aufklappen um 90°:

	Schülernotationen	%
Aufklappen	- *… und dann öffnen.*	4
Enthaltungen		96

*Tabelle **5.4.2.2**.7: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Aufklappen (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

- **Herstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten**

Bezeichnung der gelben Ecken und roten Kanten:

Begriffe	Schülernotationen	%
Bezeichnung der Ecken		
Mathematisch (passend): *Pyramiden*	- *gelbe Pyramieden* - *gelbe Püramiden* - *gelbe Peramide* - *Pyramiden (2x)*	20
Mathematisch (unpassend): *Dreiecke* *Vierecke*	- *Dreiecke* - *dreiecke* - *gelbe Dreiecke (2x)* - *gefalltete Dreiecke* - *gelbe Vierecke (2x)*	28
Umgangssprachlich: *Papier* *Blätter / Blättchen* *Teile* *Gelbe*	- *gelbes Papier* - *kleine blettchen* - *gelbe Blätter* - *Blätter* - *gelbe Teile* - *die Gelben*	24
Bezeichnung der Kanten		
Mathematisch (passend): *Kanten*	- *rote Kanten*	4
Mathematisch (unpassend): *Quadrate Rechtecke*	- *rote Quadrate* - *Rechtecke*	8
Umgangssprachlich: *Streifen* *Blätter* *Stäbe* *Rote*	- *rote Streifen (4x)* - *lange Streifen* - *beide Schenkel des roten, gefalteten Streifen* - *Streifen (2x)* - *Rote Blätter (3x)* - *lenlichen Blätter* - *Stäbe* - *Rote Stäbe* - *die Roten*	60
Sammelbegriff für Ecken und Kanten	- *Jetzt klebst du **alles** zusammen…* - *Jetzt klebst du **alles** so zusammen …* - *Als letztes müsst ihr **alles** zusammen gleben.* - *Dann habe ich **alle** zusammen geklebt…* - *Und dann fer Suche ich **es** zu einem Vireck zubasteln.*	20
Ohne Bezeichnung	- *Dann zu einem Würfel formen.*	4
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	*1*	4

*Tabelle **5.4.2.2**.8: Sprache bzgl. Herstellung des Kantenmodells: Ecken/Kanten (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Bezeichnung des Endprodukts:

Begriffe	Schülernotationen	%
Mathematisch (passend): *Würfel*	- *Würfel (9x)* - *Würfel mit 6 Lücken*	40
Mathematisch (unpassend): *Viereck*	- *Viereck (2x)* - *rotes Viereck mit gelben Ecken*	12
Umgangssprachlich: *Kunstwerk*	- *Kunstwerk*	4
ohne Bezeichnung	- *10*	40
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	- *1*	4

*Tabelle **5.4.2.2**.9: Sprache bzgl. Benennung des Endprodukts (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

5.4.2.3. Resumee (3. Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck)

Inhalt:

Im ersten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung der Ecken und Kanten) erreichten 56% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung und demzufolge 44% die letzten drei Stufen. Beim Transfer der Punkteverteilung auf Schulnoten ergibt sich ein Notendurchschnitt von 3,56.

Im zweiten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten) erreichten nur noch 24% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung [im Vergleich zum ersten Teil (56%) nur noch knapp die Hälfte der Schüler]. Den letzten drei Stufen der Punkteverteilung gehören 76% der Schüler an. Dies ergibt für den zweiten Teil den noch schwächeren Notendurchschnitt von 4,12.

Der zweite Teil der Herstellungsanleitung wurde also um 0,56 Notendifferenz schlechter bearbeitet.

Sprache:

Bei der Beschreibung der Materialien fällt auf, dass das Material zur Eckenherstellung von nur etwa einem Drittel der Kinder passend mit Flächenformen bezeichnet wurde und dabei nur ausschließlich der Begriff „Viereck" auftauchte – „Quadrat" wurde nie erwähnt. Das Material zur Kantenherstellung wurde nur von 8% der Schüler mathematisch beschrieben (z.B. „Rechteck", „Quadrat"), wobei „Quadrat" mathematisch falsch ist. Die meisten Schüler verwendeten sowohl für die Ecken- als auch für die Kantenherstellung umgangssprachliche Begriffe, wie z.B. „Papier" (20%) und „Blätter" (24%) bzw. „Streifen" (48%) und „Blätter" (24%).

Bei der Beschreibung der Eckenherstellung wählte der Großteil der Schüler mathematische Begriffe:

Das zweimalige Falten in der Diagonale umschrieben fast alle Kinder passend mit den Fachbegriffen „Dreieck", „Ecke auf Ecke" und „Kante auf Kante". Auffallend ist, dass niemand umgangssprachliche Begriffe wie „Kopftuch", „Halstuch" und „Hexenhut" verwendete.

Das Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie erklärten viele Schüler durch die Fachbegriffe „Linie" und „Ecke", wobei „Kante" nicht auftauchte. Einige Kinder verwendeten wenige Begriffe aus der Umgangssprache, wie „Strich". Etwa ein Viertel der Schüler vernachlässigte diesen Teilschritt.

Beim Einklappen (rechts/links) der Seitenflächen ging ein Drittel der Schüler auf das Endprodukt ein, wobei die mathematischen (wie z.B. „Pyramide") eindeutig gegenüber den umgangsprachlichen (wie z.B. „Filtertüte") Begriffen überwogen. Meist wurde dieser Herstellungsschritt jedoch ohne Bezeichnung des Endprodukts nur durch mathematische Beschreibungen gelöst (wie z.B. „Seite", „Ecke"), eher selten durch umgangssprachliche (wie z.B. „Kärtchen", „Papier"). 36% der Schüler ließen diesen Punkt der Herstellung weg.

Die Kantenherstellung beschrieben nur 8% der Schüler passend mit den Begiffen „mittig" und „längs" bzw. deren Umformungen, etwa die Hälfte der Kinder nur mit einem der beiden Aspekte. Selten tauchten Bezeichnungen aus der Umgangssprache auf, wie *„…knigst sie zusammen..."*

Bei der Fertigstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten wurden die Ecken häufiger passend mathematisch bezeichnet (z.B. „Pyramiden") als die Kanten (z.B. „Kanten" explizit nur von einem Schüler verwendet). Auffallend war in dieser Klasse die häufige Nennung mathematisch unpassender Begriffe für die Ecken, wie z.B. „Dreieck".

Sehr verbreitet waren Begriffe aus der Umgangssprache, wie z.B. „Blättchen", „Blätter"; „Teile" für die Ecken und „Streifen", „Blätter", „Stäbe" für die Kanten. Oft wurde die Bezeichnung der Ecken und Kanten durch Beschreibungen, wie „klebst du alles zusammen", umgangen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Schüler dieser dritten Klasse z.T. viele umgangsprachliche Begriffe verwendeten, wie bei der Beschreibung des Materials und der Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten.

Selten wurden mathematische Begriffe falsch verwendet, mit Ausnahme der Bezeichnung der fertigen Ecken als „Dreiecke". Auffallend ist, dass viele Kinder einige Teilschritte einfach wegließen (wie z.B. das Einklappen der Seitenflächen bei der Eckenherstellung, das von 36% der Schüler weggelassen wurde).

Zu berücksichtigen gilt, dass in dieser Klasse zum Lehrplanthema 3.1.2 „Flächen- und Körperformen der Würfel noch nicht explizit behandelt wurde, die anderen Körperformen im groben Überblick.

5.4.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung

Im Anhang sind sowohl mündliche als auch schriftliche Herstellungsanleitungen exemplarisch ausgewählter Schüler abgedruckt.
Schülerzitate in schriftlicher und mündlicher Form sind im folgenden Text *kursiv* gedruckt.

Die Schülerin Nora, die sowohl in Mathematik, als auch in Deutsch leistungsstark ist, schreibt eine umfangreiche, gut verständliche Herstellungsanleitung:

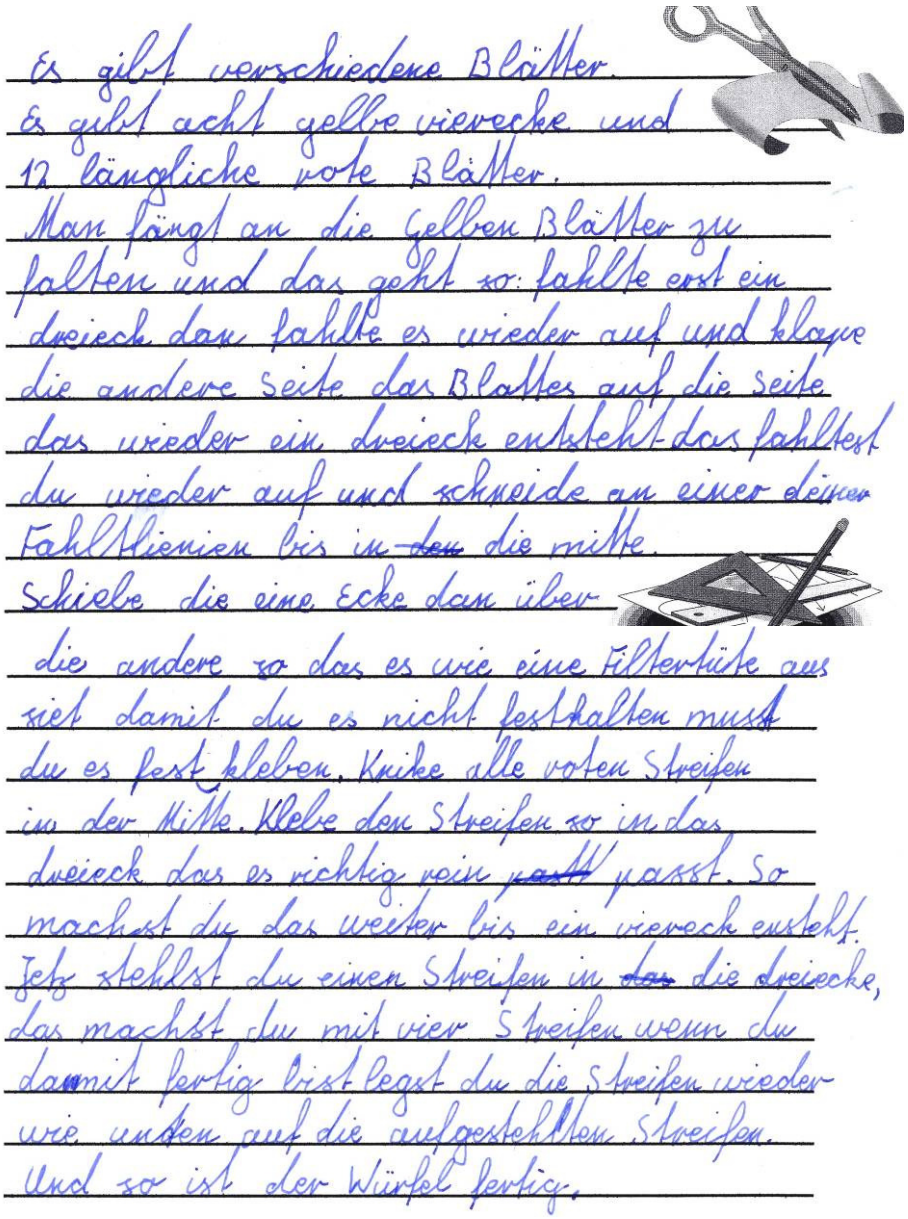

Es gibt verschiedene Blätter.
Es gibt acht gelbe viereche und
12 längliche rote Blätter.
Man fängt an die Gelben Blätter zu
falten und das geht so: fahlte erst ein
dreieck dan fahlte es wieder auf und klappe
die andere Seite das Blatter auf die Seite
das wieder ein dreieck entsteht das fahltest
du wieder auf und schneide an einer deiner
Fahllinien bis in ~~den~~ die mitte.
Schiebe die eine Ecke dan über
die andere so das es wie eine Filtertüte aus
siet damit du es nicht festhalten musst
du es fest kleben. Knicke alle roten Streifen
in der Mitte. Klebe den Streifen so in das
dreieck das es richtig rein ~~paßt~~ passt. So
machst du das weiter bis ein viereck entsteht.
Jetzt stehlst du einen Streifen in ~~den~~ die dreiecke,
das machst du mit vier Streifen wenn du
damit fertig bist legst du die Streifen wieder
wie unten auf die aufgestellten Streifen.
Und so ist der Würfel fertig.

*Abbildung **5.4.3**.1: Komplette schriftliche Herstellungsanleitung von Nora*

Bzgl. des Umfangs sind die mündliche und die schriftliche Version von Nora identisch. Auch inhaltlich sind die beiden sehr gut nachvollziehbaren Anleitungen vergleichbar. Im Mündlichen vergisst die Schülerin bei der Eckenherstellung das Kleben, im Schriftlichen das

Aufklappen zur L-Schiene. Der Bau des Kantenmodells ist in der mündlichen Anleitung jedoch verständlicher:
„…dann faltet man sie (Anm.: die Kanten) wieder auf und stellt/und legt es so in das kleine Tütchen, dass es reinpasst. Dann macht man / So macht man dann immer weiter du an alle vier Ecken kommt eins von den gelben Tütchen. Wenn dann ein Viereck entsteht, dann kommen wieder vier Streifen, die hoch gestellt werden / die ähm senkrecht in das Tütchen gestellt werden. Dann, auf die vier kommt wieder ein Viereck, wie man`s unten gemacht hat."
Nora verwendet in beiden Anleitungen identische (z.B. Dreieck, Viereck) bzw. ähnliche (z.B. Papiere und Tüte im Mündlichen / Blätter und Filtertüte im Schriftlichen) Begriffe. Sprachlich versierter klingt jedoch die schriftliche Form.

Die mündliche Anleitung von Tobias, einem guten Schüler in beiden Schulfächern, ist drei Mal so umfangreich wie die schriftliche, doch aufschlussreicher ist sie deshalb auch nicht. Tobias erzählt das Zusammenkleben des Kantenmodells verwirrend, lediglich das Grundquadrat ist zu erkennen:
„Danach muss man immer drei Streifen in ein / in ein gelbes Papier kleben und einmal werden nur streifen aneinander äh / und einmal ist / und des würde man / ich würd raten, als erstes ein Viereck zu machen und dann mit dem würde ich das zusammen falten und würd des / in des in die vier Vierecke / in die Pyramiden, dass man da das erste in die Mitte klebt, nach oben, des andere geht zum anderen Viereck über, ja und das andere geht wieder nach oben. Und dann macht man das Viereck und unten klebt man noch Mal welche ohne Viereck hinten dran. Dann macht man die andere Hälfte genauso und dann muss man das noch mal zusammen pappen."
Der entsprechende schriftliche Teil fällt dagegen sehr knapp aus:
„Dann faltest du die 12 Streifen einma in der Mitte."
Die Wortwahl ist bei beiden Versionen in etwa gleich. Flüssiger zu lesen ist die schriftliche Anleitung.

Michelle befindet sich auf demselben Leistungsniveau wie Tobias. Bei ihr sind die schriftliche und die mündliche Herstellungsanleitung gleich lang. Inhaltlich sind die beiden Versionen gleich aufschlussreich: Die Schülerin beschreibt zwar die Ecken- und Kantenherstellung relativ verständlich, das Kleben zum Kantenmodell drückt sie jedoch beide Male in nur einem Satz aus. In der schriftlichen Anleitung lautet dieser folgendermaßen:

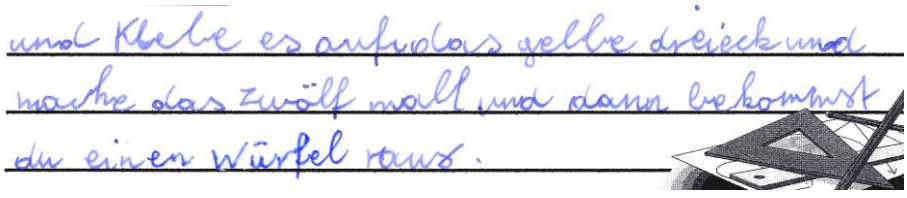


*Abbildung **5.4.3**.2: Ausschnitt der schriftlichen Herstellungsanleitung von Michelle: Kleben zum Kantenmodell*

Das Zusammenkleben ist also in beiden Anleitungen von Michelle nicht nachvollziehbar. Begriffswahl und Formulierung sind bei beiden Versionen ebenfalls vergleichbar.

Die beiden auffallend knappen Herstellungsanleitungen von Florian, einem ansonsten guten Schüler, sind mit kleinen Abweichungen im letzten Satz identisch und sagen nichts über den Herstellungsprozess aus – weder bei der Eckenherstellung, noch beim Bau des Kantenmodells.

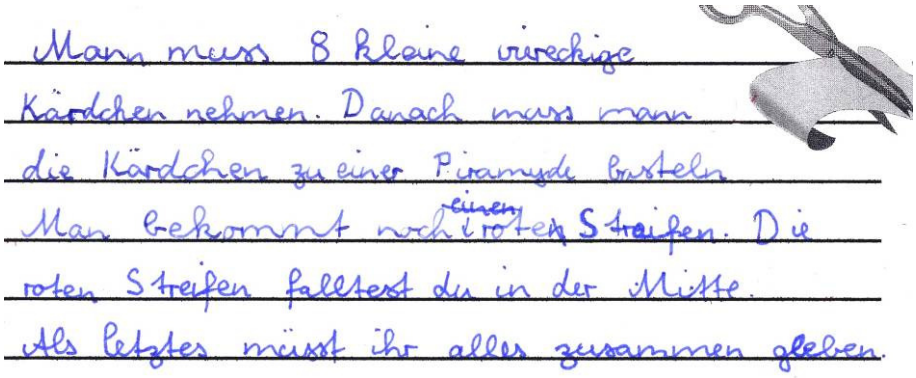

Man muss 8 kleine viereckige Kärtchen nehmen. Danach muss man die Kärtchen zu einer Pyramyde basteln. Man bekommt noch einen roten Streifen. Die roten Streifen fallteste du in der Mitte. Als letztes müsst ihr alles zusammen kleben.

*Abbildung **5.4.3**.3: Komplette schriftliche Herstellungsanleitung von Florian*

Florian verwendet im Schriftlichen und im Mündlichen identische Begriffe. Der sprachliche Ausdruck ist ebenfalls sehr ähnlich.

Die mündliche Anleitung von Marcel, einem leistungsschwächeren Schüler, fällt doppelt so lange aus wie die schriftliche. Inhaltlich ist das Schriftliche in der Eckenherstellung etwas aufschlussreicher, da nur das Einschneiden fehlt, während im Mündlichen zusätzlich dazu auch das vorherige zweimalige Falten und das Kleben vergessen wurde. Das Kleben zum Modell versucht der Schüler im Mündlichen auch ausführlicher zu schildern, trotzdem wird es nicht wesentlich klarer.
Marcel verwendet beide Male ähnliche Begriffe. Auffällig ist, dass er im Schriftlichen den Würfel als *„Vireck*" und im Mündlichen den Eckenverstärker als *„Hülle*" bezeichnet.

Bei Timo, einem leistungsschwachen Schüler, fällt die mündliche Anleitung etwas umfangreicher aus als die schriftliche. Doch inhaltlich fällt dieser Unterschied nicht ins Gewicht, lediglich den Fakt „bis zur Mitte" vergisst er beim Einschneiden nur bei der schriftlichen Form. Beide Anleitungen sind schwer verständlich.
Die Begriffswahl stammt beide Male aus der Umgangssprache, wie z.B. „Papiere" und „Blätter".

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass in dieser dritten Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck der Umfang der Herstellungsanleitungen in dieser Klasse sehr differiert, was z.B. die schriftlichen Versionen von Nora und Florian sehr deutlich zeigen (vgl. die beiden Abbildungen oben). Vergleicht man die Anleitungen der drei Schüler mit den gleichen Noten in den Fächern Mathematik und Deutsch (je Note 2), Tobias, Michelle und Florian, so ist ein enormer Unterschied bzgl. Umfang und Inhalt festzustellen: Tobias mündliche Anleitung ist etwa drei Mal so lange wie die von Florian. Während Tobias und Michelle die Eckenherstellung verständlich schildern, verrät Florian diesbezüglich so gut wie nichts. Ingesamt fällt auf, dass die Anleitungen der guten bis schwächeren Schüler sehr kurz ausfallen im Gegensatz zu denen der leistungsstarken.

Vergleicht man mündliche und schriftliche Version jedes einzelnen Schülers, so zeigt sich, dass bei je einem leistungsstarken, einem durchschnittlichen und einem leistungsschwächeren Schüler die mündlichen Anleitungen auffallend länger ausfallen als die jeweiligen schriftlichen.
Unterschiede zwischen mündlicher und schriftlicher Anleitung bzgl. Inhalt und Begriffsswahl zeigen sich in dieser Klasse so gut wie nie.
Nur geringfügig flüssiger zu lesen sind die schriftlichen Versionen.

5.5. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Fürstenfeldbruck)

5.5.1 Herstellungsprozess

- **Vorbereitung des benötigten Materials**

Die Schüler wurden wieder dabei beobachtet, wie sie das im Kuvert bereit gestellte Material vorbereiten. Besonders wurde vermerkt, ob sie die Anzahl an Ecken und Kanten beachten. Hierfür wurde sogar von jeder Gruppe das nicht verbaute Material draufhin angesehen, ob es ebenfalls gefaltet bzw. geklebt worden war.

Die folgende Tabelle klasssifiziert die Probandengruppen nach der Anzahl des vorbereiteten Materials:
(insgesamt zehn Gruppen)

	8 Ecken + 12 Kanten gefaltet (wie erforderlich)	**Ecken passend, aber zu viele Kanten gefaltet**	**Kanten passend, aber zu viele Ecken gefaltet**	**Gesamtes zur Verfügung stehendes Material gefaltet (also zu viele Ecken und Kanten)**
Anzahl der Gruppen	6	1	1	2
%	60	10	10	20

*Tabelle **5.5.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

- **Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells**

In Anhang 1 sind die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Herstellungsprozess des Kantenmodells in Partnerarbeit mit Skizzen verdeutlicht. Bei den nachfolgenden Beschreibungen der Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen steht in eckigen Klammern, wo die entsprechende Skizze im Anhang zu finden ist.

Während des Bauens stand der Demonstrationswürfel für alle sichtbar auf dem Katheder.

Keine Gruppe stellte ihr Kantenmodell nach der in der Einleitung zu diesem Kapitel beschriebenen Methode her. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a]

Grundfläche und Höhe stellte eine Gruppe ebenfalls klassisch her. Die Deckfläche stellte diese Gruppe jedoch einzeln her (klebte Kante für Kante am Modell an). [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1b]

Eine Gruppe fertigte zunächst zwei Quadrate, die sie zuletzt durch die Höhen miteinander verband. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1c]

Ähnlich verfuhr eine weitere Gruppe: Sie stellte ebenfalls zwei Teilstücke her, in diesem Fall zwei Quadrate mit je einer Höhe. Diese zwei Teilstücke wurden mit zwei weiteren Höhen ergänzt und zusammen gebaut. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1d]

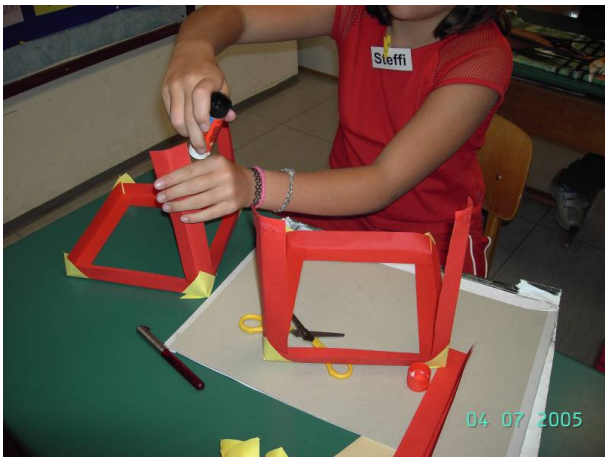


*Abbildung **5.5.1**.1: Herstellung des Kantenmodells aus zwei Teilstücken*

Zunächst drei Seiten der Grundfläche (es entstand ein U) klebten je zwei Gruppen zusammen und verbanden diesen Komplex mit zwei Höhenkanten und einer Kante der Deckfläche. Vervollständigt wurde das Kantenmodell jeweils Seite für Seite. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 2b]

Ausgehend von vier gleichen Teilstücken („Eckendreibeinen"), die zusammengesetzt wurden, stellten zwei Gruppen das Kantenmodell her. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3c]

*Abbildungen **5.5.1**.2 und 3: Herstellung des Kantenmodells durch vier „Eckendreibeine"*

Eine Gruppe setzte ein „Eckendreibein" zusammen. Dann baute sie die Grundfläche fertig und ergänzte die drei fehlenden Höhen. Zum Schluss klebten sie die Deckfläche an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3a]

Ebenfalls vom „Eckendreibein" gingen zwei weitere Gruppen aus. Eine der beiden Gruppen fügte nur die Grundflächen- und die Höhenkanten ohne System an, zum Schluss fügten sie die Kanten der Deckfläche einzeln ein. Die andere Gruppe fügte alle anderen Ecken und Kanten an das Teilstück ohne System an.

Auffallend war, dass eine Gruppe die Kanten zunächst ohne Ecken verklebte und die Ecken erst nachträglich zur Dekoration ansetzte.

5.5.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung

5.5.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt

- **Herstellung der Ecken und der Kanten (Vorbereitung des benötigten Materials)**

Für die Materialbeschreibung kann der Schüler maximal vier Punkte, für die Beschreibung der Eckenherstellung acht, für die Kantenherstellung drei Punkte erreichen.

Punkteverteilung 1. Teil	**15-14**	**13-12**	**11-10**	**9-7**	**6-4**	**3-0**
Anzahl der Schüler	1	10	4	5	1	--
%	5	48	18	24	5	--

*Tabelle **5.5.2.1**.1: Inhalt 1. Teil (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Niemand erreichte die volle Punktzahl, eine Schülerin 14 Punkte; sie vergaß das Aufklappen der roten Tonpapierstreifen um 90°:

"Nimm dir ein gelbes Zettelchen und falte es einmal wie ein Kopftuch. Dann klappe es wieder auseinander und falte es in die andere richtung auch wie ein Kopftuch, so das ein Kreuz entsteht. Nun schneidest du an einen Strich des gefalteten Kreuzes bis zur Mitte ein. Die beiden auseinandergeschnittenen Teile schiebst du ineinander und klebst sie fest. Das eine Pyramide entsteht. Das machst du nun noch mit sieben anderen.(Es sollen 8 werden.)

Jetzt nimmst du die roten Streifen und faltest einen lengs aufeinander. Das machst du nun noch 11 mal. (Es sollen 12 werden.)"

Bei der Eckenherstellung das zweite Öffnen sowie das bis zur Mitte Einschneiden und bei der Kantenherstellung das Falten der Längsseite sowie das Aufklappen um 90°, fehlten bei der Anleitung einer Schülerin, die zehn Punkte erreichte. Zudem erklärte sie das Kleben der Ecken ungenau:

"Als erstes tust du das kleine gelbe Papier einmal Falten das ein Dreieck herraus kommt. Danach widerer auffalten. Und genau in die andere Richtung falten und auf eine Linie ein schneiden. Wenn du das hast klebst du eine Kante davon ein und knikst es zu einer Ecke. Das machst du 8x!

Jetzt kommen die langen roten Streifen dran. Die knikst du einmal in der Mitte. Das machst du 12x!"

Die geringste Punktezahl (sechs) in dieser Klasse bekam ein ausländischer Schüler. Bei der Eckenherstellung ging er nicht darauf ein, wie gefaltet bzw. geklebt wird. Bei der Kantenherstellung unterschlug er die letzten beiden Fakten, die Längsfaltung und das Aufklappen um 90°:

"Ersten müssen wir die Ecken machen und das geht soh. Erst brauchen wir ein Viereck das kommt aus dem Kower. dann falten wir es zweimal. Wir schneiden aus der Ecke aus in die Mitte. Und dann kleben es zu sammen 8 mal müsst ihr dass basteln.

Da nach müsst ihr die Seiten machen. Das ist einfach, die Blätter stehn in dem Kower schon bereit ihr mraucht da fon 12 stück hir faltets in der Mitte."

Weniger als sechs Punkte erreichte kein Kind in dieser Klasse.

Zusammenfassend zeigt die folgende Tabelle, welche Fakten von wie vielen Schülern in ihren Beschreibungen „vergessen" wurden:

Klassenstärke: 21 Schüler

Art der Fakten	Anzahl der Schüler	%
Anzahl der Materialien:		
- 8	**9 ***	**43**
- 12	6	29
Beschreibung der Materialien:		
- rotes Tonpapierrechteck	1	5
- gelbes Papierquadrat	1	5
Herstellung der Ecken:		
- gelbes Papier mit quadratischer Grundfläche in der Diagonale falten (und wieder öffnen)	**11**	**52**
- andere Diagonale ebenfalls falten	4	19
- ebenfalls wieder öffnen	**9**	**43**
- von einer Ecke einschneiden	1	5
- bis zur Mitte	7	33
- die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts einklappen	5	24
- und kleben	5	24
Herstellung der Kanten:		
- mittig falten	2	10
- entlang der Längsseite	**8**	**38**
- aufklappen (90° / „Bank")	**21**	**100**

* Fette Darstellung bedeutet auffallende Werte

*Tabelle **5.5.2.1**.2: Nicht erwähnte Fakten in der schriftlichen Anleitung*

(4. Klasse Fürstenfeldbruck)

Die Beschreibung der Materialien erfolgte bei fast allen Schülern exakt, im Gegensatz zur Anzahl der Ecken, aber auch z.T. der Kanten, die häufig vergessen wurden.

Von allen Schülern wurde das Aufklappen der roten Streifen vergessen (Kanten), von der Hälfte der Schüler das Falten in der Diagonalen (Ecken). Etwas weniger als die Hälfte der Schüler vergaß das wiederholte Öffnen des gefalteten Dreiecks (Ecken), gefolgt von der Längsfaltung.

- **Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten**

Die Herstellungsbeschreibung aus dem vorbereiteten Material wird bezüglich des Inhalts mit maximal sechs Punkten bewertet.

Punkteverteilung 2. Teil	**6-5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
Anzahl der Schüler	7	4	5	4	1	--
%	33	19	24	19	5	--

*Tabelle **5.5.2.1**.3: Inhalt 2. Teil (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Sieben Schüler erreichten mit ihrer Anleitung die Kategorie „sechs bzw. fünf Punkte". In diesen Anleitungen sind unterschiedliche Herstellungsstrategien erkennbar, welche unterschiedlich ausführlich sind.

Ein Schüler geht von zwei Quadraten aus, die durch Stelzen verbunden werden:

"Nun nimmt man vier gefaltete rote Streifen und legt mit ihnen ein Viereck. Jede Ecke verbindet man mit einer gelben Ecke (mit Kleber). Das macht man zwei mal. Dann hält man ein Viereck über das andere, diese verbindet man dann mit roten Streifen, die wie Säulen stehen. Dann ist alles fertig."

Ebenfalls von einem Quadrat unten, dessen Herstellung sie genau beschreibt, geht eine Schülerin aus. Doch dann werden erst die Höhen eingesetzt und abschließend die vier oberen Kanten einzeln eingefügt:

"Dann niemst du eine Ecke und klebst sie halb ein. Dann nimmst du eines der roten langen Papierstreifen und klebst es zusammen. Dann die nächste Ecke an den roten Papiestreifen ebenfalls dran kleben und so weiter bis du 4 Ecken und 4 rote Papierstreifen zusammen geklebt hasst. Dann nimmst einen roten Papierstreifen und klebst in dran. Oben drauf kommt wieder eine Ecke! Dass machst du noch 3x und dann nimmst du jeweils einen roten Papierstreifen und klebst Ecke + Ecke zusammen. Insgesamt machst du das 4 mal. Dann schaust du ob alles gut zusammen klebt wenn nicht klebe es noch einmal zusammen. Wenn jetzt alles gut zusammen hebt bist du fertig."

Bei einer Schülerin werden im ersten Schritt vier gleiche Teilgebäude errichtet, die im nächsten Schritt zum Würfel zusammen gefügt werden. Sie will die 2 übrigen Ecken zur Stabilisierung verwenden (siehe letzter Satz ihrer Anleitung), was nicht nötig wäre:

"Dann klebst du in eine Ecke 3 Streifen von den roten und zwar folgenderweise: In der gelben Ecke sind auch kleine Ecken und in die klebst du 3 Streifen, dass machst du 4 mal. Aus diesen 4 mal 3 Ecken brobierst du einen Würfel zu errichten. 2 gelbe Ecken sind aber noch übrig die musst du so ankleben, dass der Würfel hält und stabil ist."

Vier Punkte erreichten vier Schüler, indem sie entweder notierten, dass in die Ecken je drei Rechtecke geklebt werden müssen (oben, links und rechts), damit man einen Würfel erhält, wie z.B.

"Dann klebst du einen roten streifen auf ein gelbe Eck und das auf alle Ecken du musst auf jedes Eck drei rote streifen kleben und das in verschiedene Positionen einmal oben, rechts und links."

oder durch ausführliches, jedoch z.T. verwirrendes Beschreiben, wie z.B.

"Du nimmst eine Ecke und klebst sie so fest das Kannte in Kannte liegt. Das machst du unten vier mal und klebst sie zusammen und oben machst du das selbe 4 mal nun klebst du die beiden Seiten zusamen in dem du die ersten 4 Kannten dazwischen klebst."

Noch etwas ungenauer beschrieben die Herstellung des Kantenmodells fünf Schüler und bekamen dafür je drei Punkte, wie z.B.:
"An jede Piramyde klepst du 3 Balken, wenn du des gemacht hast musst du sie verbinden, und dan kommt ein Würfel zum schluss raus."

Zwei Punkte erhielten die Schüler, die nur mitteilten, dass die Rechtecke mit den Ecken zu einem Würfel verbunden werden sollen, wie z.B.:
"Wenn du fertig bist musst du die Roten geknickten Streifen mit hilfe der gelben ecken zu verbinden mit einem Kleber. Aber verbinde sie so dass sie einen Würfel ergeben. Und jetzt wünsche ich dir fiel Spaß beim Würfeln. (deutscher Schüler)"
bzw.
"Und dann klept ihr das mit den Ecken so den wir schon früher gemacht haben zusammen wie ein Würfel. (türkischer Schüler)"

Nur ein einziger Schüler beschränkte sich bei seiner Beschreibung auf lediglich einen Satz, der besagte, dass ein Würfel gebaut werden soll und erhielt deshalb nur einen Punkt:
"Und diese Teile Klebst du so zusammen das ein Wurfel entsteht."

Null Punkte kamen in dieser Klasse nicht vor.

5.5.2.2. Beurteilung nach der Sprache

Diese Beurteilung ist untergliedert in die Beschreibung der Materialien, die Herstellung der Ecken, die Herstellung der Kanten bzw. die Herstellung des Kantenmodells aus dem vorbereiteten Material.

- **Beschreibung der Materialien**

Das folgende Schema zeigt auf, ob die Schüler die Materialien mathematisch (mit Flächenformen) oder umgangssprachlich (mit entsprechenden Papierarten) benennen bzw. ob und mit welchen Adjektiven sie diese beschreiben.

	Gelbe Quadrate	**%**	**Rote Rechtecke**	**%**
Flächenformen	*Vierecke* *Gelbe Vierecke (2x)* *Kleine Vierecke* *Gelbe Quadrate* *Kleine gelbe Papierquadrate*	29	--	--
Papiersorten *Streifen*	*Gelbe Streifen (!!)*	5	*Rote Streifen (10x)* *Große Streifen* *Lange rote Streifen (2x)* *Rote Pappstreifen*	67
Papier	*Kleine gelbe Papiere (2x)*	10	*Rote Papiere*	5
Blätter	*Gelbe Blätter (4x)* *Kleine gelbe Blätter* *Kleine gelbe viereckige Blätter* *Kleine gelbe Blättchen* *Viereckige gelbe Blättchen*	38	*Blätter* *Rote Blätter (2x)* *Rote größere Blättchen*	19
Zettel	*Gelbe Zettel (2x)* *Gelbe Zettelchen*	14	--	--
Sonstiges	*Gelbe Ecken*	5	*Lange Balken* *Lange rote Balken*	10
Adjektive	*Gelb* *Klein* *Gelb + klein* *Viereckig + gelb*		*Rot* *Groß / größer* *Lang* *Rot + Lang* *Rot + groß / größer*	
Enthaltungen		--		--

*Tabelle **5.5.2.2**.1: Sprache bzgl. Beschreibung der Materialien (3. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Zur Beschreibung des Materials für die Eckenherstellung wählten 29% der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Weitere 38% umschrieben das Material mit Bezeichnungen aus dem Bereich „Blätter", 14% aus dem Bereich „Zettel" und 10% aus dem Bereich „Papier".

Bei der Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung verwendete niemand Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. 67% der Schüler bezeichneten das Material zur Kantenherstellung als „Streifen", 19% als „Blätter" und 5% als „Papier".

- **Herstellung der Ecken**

Die Eckenherstellung ist untergliedert in ihre einzelnen Tätigkeiten beim Herstellungsprozess: dem zweimaligen Falten in der Diagonale und wieder Öffnen, dem Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie bis zur Mitte, sowie dem Einklappen der beiden Seitenflächen und Kleben.

In den folgenden Tabellen werden die Schülernotationen (Mitte) den beinhalteten Begriffen zugeordnet (linke Spalte). In der rechten Spalte werden die Schülernotationen in Prozentwerten im Verhältnis zu ihrer Klasse angegeben.

Das zweimalige Falten in der Diagonale und wieder Öffnen:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Dreieck	- *… knickst du das gelbe Blatt so dass ein **Dreieck** entsteht. Falte das Dreieck auf und falte so dass ein **Kreuz** entsteht.* - *… faltest du so das es ein **Dreieck** ergib und das auf der anderen Seite auch noch mal.* - *… und knigst es so das ein **Dreieck** raus kommt. Dann machst du es noch in die andere Richtung, jetzt machst du es auf und dan siest du ein **Kreuz.*** - *… und faltest es zu einem **Dreieck**, dann klappst du es wieder auf und faltest die andere Seite genaugleich, so dass ein **Kreuz** in der Mitte entsteht, dann klappst du es wieder auf.* - *… einmal falten, das ein **Dreieck** herraus kommt. Danach wider auffalten. Und genau in die andere Richtung falten.*	24
Ecke auf Ecke bzw. Spitze auf Spitze	- *… und legst es mit einer **Spitze** nach unten vor dich hin. Dann faltest du die eine **Ecke** die unten liegt nach oben. Nun faltest du es auseinander und drehtst es ein stück das wider eine Ecke unten ist und faltest die ecke wider nach oben.* - *… und legst sie **rautenförmig** vor dich hin. Jetzt faltest du die **untere Ecke auf die obere Ecke** und wieder auf. Nun drehst du das Blatt, so das die geknickte Linie senkrecht liegt. Jetzt knickst du wieder die untere Ecke auf die obere und faltest es wieder auf.* - *… faltest du die eine **Spitze zur anderen Spitze** (die gegenüberliegende), dann machst du es wieder auf. Es entsteht ein Strich von oben nach unten. Dann faltest du die zwei anderen Spitzen genau so und es entsteht ein **Kreuz**.* - *Man nimmt sie so, dass die **Spitzen oben und unten** sind. Nun faltet man sie so, dass sie in der Mitte einen **Stern** haben.* - *… falte das Blatt **von Eck zu Eck** und das noch mal.* - *Das gelbe Blatt muss man so nehmen, dass eine ecke zu dir zeigt. Dann knikst du die **ecke nach oben** und dann machst du es wieder viereckig. Dann musst du die andere Ecke so machen das sie zu dir zeigt und hochklappen, dann faltest du es auf.* - *… und faltet sie gegenüber dann macht mann es erst wieder auf und gnigt die anderen **eken** zusammen macht sie auf.* - *… falteten wir die gelben Ecken nach oben damit eine **Gerade** entsteht,*	38

	*dann noch einmal da muss ein **Kreuz** entstehen.*	
Kante auf Kante	- *Du legst eine **Kante auf die gegenüberliegende**! Dan legst du die andere auch wieder auf die gegenüberliegende Seite.*	*5*
Diagonale	--	--
Kopf-/ Halstuch bzw. Hexenhut	- *… und falte es einmal wie ein **Kopftuch**. Dann klappe es wieder auseinander und falte es in die andere richtung auch wie ein Kopftuch, so das ein **Kreuz** entsteht.* - *… und falte es zu einem **Kopftuch** drehe das Blatt um eine viertel umdrehung und fahlte es wieder zu einem Kopftuch.*	*10*
Sonstiges	- *… und faltest erst die eine Ecke wie eine **Pyramide** auf die andere. Nun faltest du es wieder auf und machst das gleich mit der anderen Ecke auch. Jetzt hast du ein gefaltetes **Kreuz** auf deinem Blatt. Wenn du das Kreuz auf deinem Blatt siehst hast du bis jetzt alles richtig.* - *… faltest du so, dass ein **Kreuz** im Papier ist.* - *… und knikst **er** in die eine richtung und dan die andere Seite. Dann knigts du in wider auseinander.* - *… und gefaltet. Dan haben wir **es** aufgemacht und dan haben wir es auf der anderen Seite gefaltet und wieder aufgeklapt.* - *… und falten **es** 2 mal.*	*24*
Enthaltungen		--

*Tabelle **5.5.2.2**.2: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Falten (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Besonderheiten:

- Papier rautenförmig hinlegen
- Beim Falten entsteht eine „Gerade", dann ein *„Kreuz"* *(6x)* bzw. ein „Stern".

Von einer Ecke entlang der Faltlinie einschneiden bis zur Mitte:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Linie	- *Schneide nun eine der vier **Linien** ein.* - *… schneidest du an einer **faltlinie** entlang bis zur mitte.* - *Schneide bei einer **Linie** bis zur Mitte ein.* - *Nun schneidest du an der gefaltenen **Linie** entlang bis zur Mitte.* - *… und schneidest an einer **Linie** die gefaltet wurde bis zur Mitte ein.* - *… indem du auf irgendeiner **Linie** bis zum Mittelpunkt einschneidest.* - *… schneidest du auf einer **Linie** bis zur Hälfte ein.* - *… auf eine **Linie** ein schneiden.* - *Schneide eine **Linie** bis zur Mitte ein.* - *An einer **Linie** muss man einschneiden.*	48
Kante	--	--
Knick	--	--
Ecke / Spitze	- *Jetzt schneidet man sie von einer **Spitze** bis zur mitte ein.* - *Wir schneiden aus der **Ecke** aus in die Mitte.*	10
Seite	--	--
Strich	- *Nun schneidest du an einen **Strich** des gefalteten Kreuzes bis zur Mitte ein.* - *… einen **Strich** schneidest du aus bis zum Mittelpunkt von den Kreuz.* - *Einen der vier **Striche** musst du bis zur Mitte einschneiden.* - *… und schneidet ein in den **Faltenstrich**.*	19
Sonstiges	- *Du musst sie an einem **Streifen** bis zur Mitte einschneiden.* - *Dann musst du **es** bis zur Mitte einschneiden.* - *… und schneidest **es** in der mitte bis zur mitte durch.* - *… in der Mitte eingeschnitten.*	19
Enthaltungen		5

*Tabelle **5.5.2.2**.3: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Einschneiden (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Den Fakt „bis zur Mitte" führten 16 Schüler auf, das sind 76% der Schüler insgesamt und 80% der Schüler, die obige Notationen zum Punkt „von einer Ecke einschneiden …" machten.

Die beiden Seitenflächen links und rechts einklappen und kleben:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Mit Bezeichnung des Endprodukts		48
mathematisch	- *Die beiden auseinandergeschnittenen Teile schiebst du ineinander und klebst sie fest. Das eine **Pyramide** entsteht.* - *Nun kniekst du es so dass eine **Pyramide** raus kommt und dan Kleben.* - *Dann ziehst du das Dreieck bei dem du eingeschnitten hast so über dass daneben das es einer **Pyramide** ähnelt.* - *Dann schiebst du die ecken übereinander. Wenn du alles richtig gemacht hast, musst du eine **Pyramide** haben. Dann musst du es festkleben.* - *Dann wie eine **Pyramide** falten.* - *Dann klebt man die zwei Dreiecke zusammen das es aussieht wie eine **Pyramide**.* - *Jetzt klebt man das Viertel, das rechts vom Einschnitt ist auf dass, das links vom Einschnitt ist. Jetzt hat man eine **Ecke.*** - *… und klebst die lappen an der Seite über einander, dass ergibt eine **Ecke**.* - *… klebst du eine Kante davon ein und knikst es zu einer **Ecke.*** - *Danach knickst du die eine Helfte, wo du geschnitten hast, unter die Helfte daneben. Es muss ein **Dreieck** entstehen.*	(davon 48)
umgangssprachlich	--	(davon 0)
Ohne Bezeichnung des Endprodukts		43
Enthaltungen		10

*Tabelle **5.5.2.2**.4: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
<u>Mit Bezeichnung der Seitenflächen</u>		71
mathematisch	- *Dann ziehst du das **Dreieck** bei dem du eingeschnitten hast so über dass daneben das es einer Pyramide ähnelt.* - *Dann klebt man die zwei **Dreiecke** zusammen das es aussieht wie eine Pyramide.* - *Die zwei **Dreiecke** neben dem Schnitt klebst du nun zusammen.* - *Dann legst du die beiden **Flächen** die an einer Schnittlinie sind über einander und klebst sie fest.* - *… streichst du auf die linkte **Seite** von dem Schnitt Kleber darauf und legst die rechte Seite auf die linkte Seite drauf.* - *… und glebst die losen **seiten** zusammen.* - *Dann klebt amn die eingeschnittenen **seiten** aufeinander.* - *Danach knickst du die eine **Helfte**, wo du geschnitten hast, unter die Helfte daneben. Es muss ein Dreieck entstehen.* - *Die eine **Helfte** wo wir geschnieten haben mussten wir auf die andere drauf kleben.* - *Jetzt klebt man das **Viertel,** das rechts vom Einschnitt ist auf dass, das links vom Einschnitt ist. Jetzt hat man eine Ecke.* - *Dann schiebst du die **ecken** übereinander. Wenn du alles richtig gemacht hast, musst du eine Pyramide haben. Dann musst du es festkleben.* - *Klebe das eingeschnittene **Eck** auf das nebenanliegende Eck.* - *… klebst du eine **Kante** davon ein und knikst es zu einer Ecke.*	(davon 62)
umgangssprachlich	- *Die beiden auseinandergeschnittenen **Teile** schiebst du ineinander und klebst sie fest. Das eine Pyramide entsteht.* - *… und klebst die **lappen** an der Seite über einander, dass ergibt eine Ecke.*	(davon 9)
<u>Ohne Bezeichnung der Seitenflächen</u>	- *Nun kniekst du **es** so dass eine Pyramide raus kommt und dan Kleben.* - *… und dann kleben wir **es** zusammen.* - *Dann wie eine Pyramide falten.* - *Lege zwei übereinander und klebe es fest.*	19
Enthaltungen		9

*Tabelle **5.5.2.2**.5: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

- **<u>Herstellung der Kanten</u>**

mittig falten entlang der Längsseite:

Begriffe	Schülernotationen	%
mittig	- *… rote Streifen senkrecht in der Mitte knicken.* - *… die knikst du in der Miete.* - *… knigst du alle einmal in der Mitte.* - *… knikst du einmal in der Mitte.* - *Du musst sie in der Mitte aneinander legen.* - *Ihr faltet in der Mitte.*	29
längs	- *… und faltest einen lengs aufeinander.* - *… und knicke das dann länglich.* - *… und faltest alle der Länge nach zusammen.* - *… und faltest ihn wagrecht zusammen.* - *… so falten, dass das eine Ende auf dem Anderen Längs liegt.* - *… und falte es Quer (in der Länge).* - *… und knikst sie in die Länge.* - *Als erstes knickst du die roten streifen so, dass du einen langen knick drin hast.*	38
mittig + längs	- *… und knicke ihn längs in der Mitte.* - *… und legst sie waagrecht vor dich hin. Wenn du das gemacht hast legst du die unteren Ecken auf die oberen Ecken.* - *Die roten Streifen nimmt man waagrecht und faltet es so in der mitte, dass es auf beiden Seiten 2 cm von der gefalteten Linie bis zum rand des Streifen sind. Man faltet sie also lenks.*	14
Sonstiges	- *… und knigt die Breiten seiten über einander.* - *… faltet man quer aufeinander.*	10
Enthaltungen		14

*Tabelle **5.5.2.2**.6: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Falten (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

Folgende Schülerformulierung ist besonders gut gelungen:

- *"Die roten Streifen nimmt man waagrecht und faltet es so in der mitte, dass es auf beiden Seiten 2 cm von der gefalteten Linie bis zum rand des Streifen sind. Man faltet sie also lenks."*

Aufklappen um 90°:

	Schülernotationen	%
Aufklappen	- *Lege nun einen Streifen so hin das er aussieht wie eine Bank (oder wie ein Sofa).* - *… und wieder auseinander falten.*	10
Enthaltungen		90

*Tabelle **5.5.2.2**.7: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Aufklappen (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

- **Herstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten**

Bezeichnung der gelben Ecken und roten Kanten:

Begriffe	Schülernotationen	%
Bezeichnung der Ecken		
Mathematisch (passend): *Ecken* *Pyramiden*	- *Ecken (5x)* - *gelbe Ecken (5x)* - *gelbe Ecken (Pyramiden)(2x)* - *Pyramiden (3x)* - *gelbe Pyramidne* - *gelbe Phyramiden*	82
Mathematisch (unpassend):	--	--
Umgangssprachlich: *Blättchen* *Papiere*	- *gelbes gefaltetes Blättchen* - *gelbe Papiere*	9
Bezeichnung der Kanten		
Mathematisch (passend): *Kanten*	- *Kannten*	5
Mathematisch (unpassend):	--	--
Umgangssprachlich: *(Papier-) Streifen* *Papier* *Balken* *Rote*	- *Streifen (4x)* - *rote Streifen (7x)* - *gefalltete rote Streifen* - *rote geknickte Streifen* - *rote lange Papierstreifen* - *rotes Papier* - *rote Papiere* - *Balken* - *die Roten*	86
Sammelbegriff für Ecken und Kanten	- *… und diese **Teile** klebst du so zusammen das ein würfel entsteht.* - *- … und dann Klept ihr **das** mit den Ecken so den wir schon früher gemacht haben zu sammen wie ein würfel.*	9
ohne Bezeichnung	--	
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	--	--

*Tabelle **5.5.2.2**.8: Sprache bzgl. Herstellung des Kantenmodells: Ecken/Kanten*

(4. Klasse Fürstenfeldbruck)

Bezeichnung des Endprodukts:

Begriffe	Schülernotationen	%
Mathematisch (passend): *Würfel*	- *Würfel (11x)* - *Geometrischer Würfel* - *Würfel (6 Fenster)* - *Körper*	67
Mathematisch (unpassend):	--	--
Umgangssprachlich:	--	--
ohne Bezeichnung	- *7*	33
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	--	--

*Tabelle **5.5.2.2**.9: Sprache bzgl. Benennung des Endprodukts (4. Klasse Fürstenfeldbruck)*

5.5.2.3. Resumee (4. Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck)

Inhalt:

Im ersten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung der Ecken und Kanten) erreichten 72% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung und demzufolge nur 29% die letzten drei Stufen. Beim Transfer der Punkteverteilung auf Schulnoten ergibt sich ein erfreulicher Notendurchschnitt von 2,76.

Im zweiten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten) erreichten sogar 76% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung (sogar um 4% mehr Schüler als im 1. Teil). Den letzten drei Stufen der Punkteverteilung gehören nur 24% der Schüler an. Dies ergibt für den zweiten Teil den noch etwas besseren Notendurchschnitt von 2,43.

Die Notendifferenz zwischen den beiden Teilen liegt bei nur 0,33. Hervorzuheben ist hier, dass in dieser Klasse der zweite Teil besser bearbeitet wurde als der erste Teil.

Außerdem treten in dieser Klasse die einzigen Notendurchschnitte mit einer zwei vor dem Komma auf. Diese Klasse weist die besten Notendurchschnitte auf.

Sprache:

Bei der Beschreibung der Materialien fällt auf, dass das Material zur Eckenherstellung von nur knapp einem Drittel der Kinder passend mit Flächenformen bezeichnet wurde („Quadrat", „Viereck"), das Material zur Kantenherstellung von niemandem. Hier verwendeten alle Schüler umgangssprachliche Begriffe, wie z.B. „Streifen" und „Papiere", „Blätter" und „Balken". Auffallend ist, dass für die Eckenherstellung mehr umgangssprachliche als mathematische Ausdrücke verwendet wurden (38% der Kinder bezeichneten das Material zur Eckenherstellung als „Blätter").

Bei der Beschreibung der Eckenherstellung wählte der Großteil der Schüler mathematische Begriffe:

Das zweimalige Falten in der Diagonale umschrieben 67% der Kinder passend mit den Fachbegriffen „Dreieck" und „Ecke auf Ecke / Kante auf Kante". Auffallend ist, dass nur 10% der Schüler die passenden umgangssprachlichen Begriffe „Kopftuch" und „Kreuz" verwendeten.

Das Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie erklärten 48% der Schüler durch den Fachbegriff „Linie", „Kante" tauchte nicht auf. Nur 5% der Schüler vernachlässigten diesen Teilschritt.

Beim Einklappen (rechts/links) der Seitenflächen gingen sogar knapp die Hälfte der Schüler auf das Endprodukt ein, wobei ausschließlich mathematische Begriffe (wie z.B. „Pyramide") auftauchten. Auch bei der Bezeichnung der Seitenflächen wählten 62% mathematische Begriffe und nur wenige Schüler umgangssprachliche. Nur 9% der Schüler ließen diesen Punkt der Herstellung weg.

Die Kantenherstellung beschrieben zwar nur 14% der Schüler passend mit Begiffen „mittig" und „längs" bzw. deren Umformungen und 67% mit einem der beiden Aspekte. Äußerst selten tauchten Bezeichnungen aus der Umgangssprache auf, wie *„…knigt die Breiten seiten über einander..."*

Bei der Fertigstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten wurden die Ecken fast ausschließlich mathematisch bezeichnet (z.B. „Ecken", „Pyramiden") und die Kanten fast auschließlich umgangssprachlich (z.B. „Kanten" explizit nur von einem Schüler verwendet). Sehr verbreitet waren hier die Begriffe „Streifen" und „Papiere"

aus der Umgangssprache. Auffallend war, dass die umgangssprachlichen Begriffe wie z.B. „Dach", „Hut" für die Ecken nie auftauchten.

Selten wurde die Bezeichnung der Ecken und Kanten durch Beschreibungen, wie *„und diese Teile klebst du so zusammen das ein würfel entsteht"*, umgangen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Schüler dieser vierten Klasse auffallend viele fachsprachliche Begriffe verwendeten, wie z.B. „Pyramide" für die Ecken. Zudem erklärten sie die Herstellung äußerst ausführlich und genau.

Auffallend ist ferner, dass sehr wenige Kinder Teilschritte wegließen (wie z.B. das Einklappen der Seitenflächen bei der Eckenherstellung, das nur 10% der Schüler wegließen).

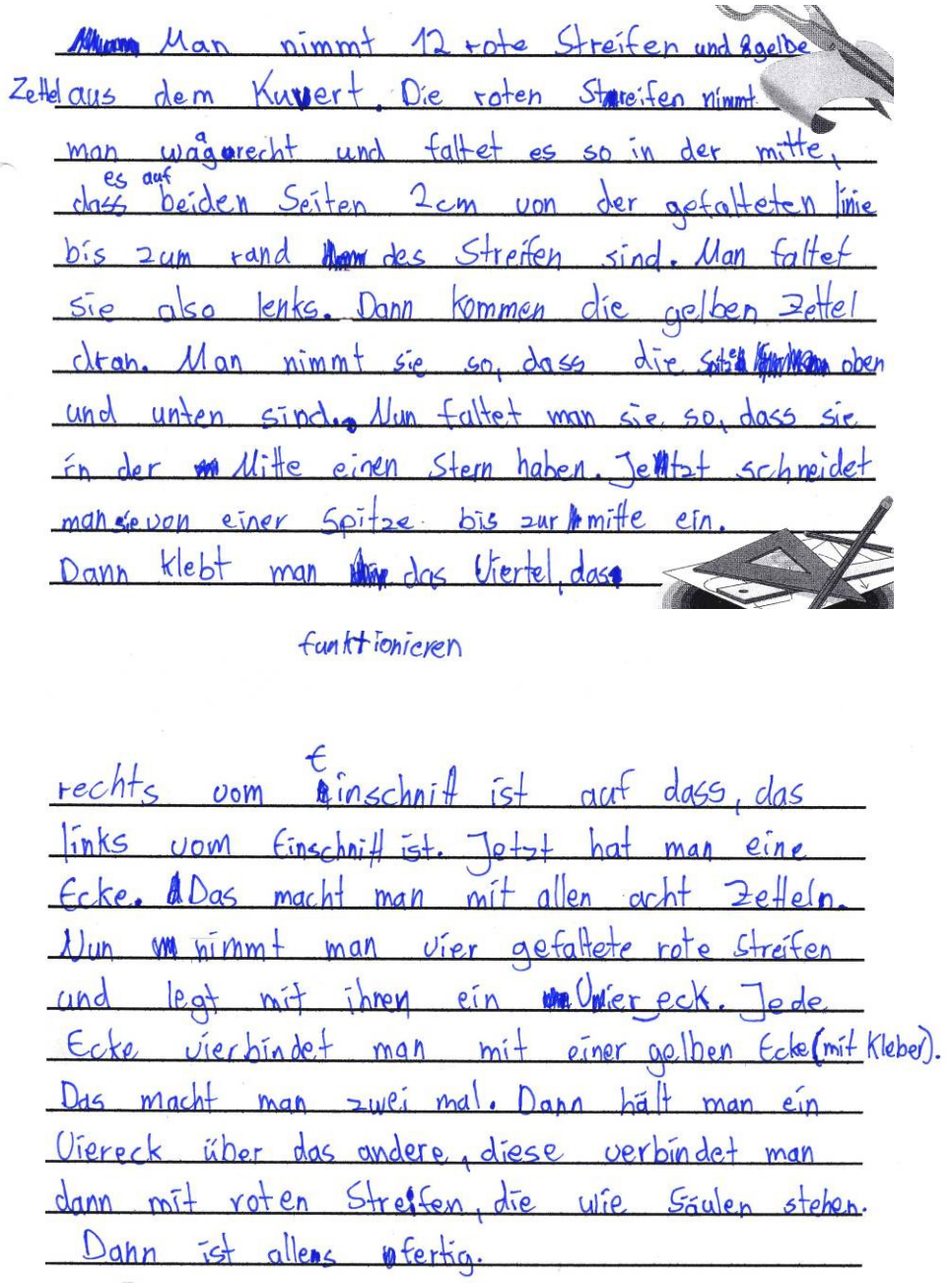
Zu berücksichtigen gilt, dass in dieser Klasse in der dritten Jahrgangsstufe das Lehrplanthema 3.1.2 „Flächen- und Körperformen" ausführlich behandelt wurde (Herstellung von Kantenmodellen mit Kunststoffrahmen, mit Eisenstangen und Magnetkügelchen, mit Strohhalmen und Pfeifenreinigern und aus Papier – jedoch eine andere Technik, als jene des Unterrichtsversuchs). In diesem Schuljahr wurde das Lehrplanthema „Quader" besprochen und Flächenmodelle aus Pappe hergestellt. Voll- bzw. Kantenmodelle wurden nicht gebaut.

5.5.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung

Im Anhang sind sowohl mündliche als auch schriftliche Herstellungsanleitungen exemplarisch ausgewählter Schüler abgedruckt.

Schülerzitate in schriftlicher und mündlicher Form sind im folgenden Text *kursiv* gedruckt.

Die beiden äußerst ausführlichen Herstellungsanleitungen des sehr leistungsstarken Schülers Timo sind inhaltlich absolut korrekt und vollständig, wie die unten abgebildete schriftliche Version zeigt und man im Anhang bzgl. der mündlichen Version nachlesen kann.



Man nimmt 12 rote Streifen und 8gelbe Zettel aus dem Kuvert. Die roten Streifen nimmt man wagerecht und faltet es so in der mitte, dass es auf beiden Seiten 2cm von der gefalteten linie bis zum rand des Streifen sind. Man faltet sie also lenks. Dann kommen die gelben Zettel dran. Man nimmt sie so, dass die oben und unten sind. Nun faltet man sie, so, dass sie in der Mitte einen Stern haben. Jetzt schneidet man sie von einer Spitze bis zur mitte ein. Dann klebt man das Viertel, dass funktionieren

rechts vom Einschnitt ist auf dass, das links vom Einschnitt ist. Jetzt hat man eine Ecke. Das macht man mit allen acht Zetteln. Nun nimmt man vier gefaltete rote Streifen und legt mit ihnen ein Viereck. Jede Ecke vierbindet man mit einer gelben Ecke (mit Kleber). Das macht man zwei mal. Dann hält man ein Viereck über das andere, diese verbindet man dann mit roten Streifen, die wie Säulen stehen. Dann ist alles fertig.

*Abbildung **5.5.3**.1: Komplette schriftliche Herstellungsanleitung von Timo*

In der mündlichen Anleitung vergleicht Timo die Faltung der Kanten mit einem Sofa:

„…die roten Streifen und legt sie wie eine Bank oder ein Sofa hin. (…) und sie sollen alle leigen wie eine Bank, so dass sie in die Mitte schauen."

Er ist der einzige Schüler der gesamten Untersuchung, der dieses Detail beachtet, dass die L-Schienen nach innen zeigen müssen.

Auch sprachlich sind beide Anleitungen hervorragend, v.a. die Verwendung der Begriffe *„Spitze"*, *„Viertel"*, *„Ecke"* und *„Einschnitt"*.

Jana, eine ebenfalls leistungsstarke Schülerin, verfasste ihre beiden Anleitungen nicht so ausführlich wie Timo. Bei ihren beiden Versionen sind Ecken- und Kantenherstellung gut beschrieben, das Kleben zum Kantenmodell jedoch weniger gut.

Die Begriffswahl ist in beiden Formen sehr ähnlich: Im Mündlichen verwendet sie *„pyramidenähnliche Dreiecke*" für die Eckenverstärker, im Schriftlichen *„das es einer „Pyramide ähnelt*". Interessant ist, dass sie in der mündlichen Anleitung das fertige Produkt als *„Würfel, in dem Löcher sind*" bezeichnet, in der schiftlichen *„geometrischer Würfel*".

Beide Herstellungsanleitungen klingen sprachlich sehr wohlformuliert, was gerade im Mündlichen hervorsticht: *„Wenn du das mit allen gemacht hast, klebst du die roten Papiere so in die kleinen gelben Pyramiden, dass die gefalteten Enden genau ineinander sitzen.*"

Die mündliche Anleitung der guten Schülerin Julia ist etwa doppelt so lang wie die schriftliche. Inhaltlich sind beide Anleitungen bzgl. Ecken- und Kantenherstellung sehr gut nachvollziehbar. Für Julias wachen Geist spricht, dass sie nach der entsprechenden Erklärung zur Herstellung den Leser darauf aufmerksam macht, nicht zu viel zu basteln*:*
„Und das machst du mit den anderen Teilen auch. Natürlich jetzt nur noch mit sieben Stück, weil du ja schon eins gemacht hast." bzw. *„Das machst du jetzt nur noch mit elf Stück, wie gesagt, weil du ja auch schon einen gemacht hast.*"
Das Kleben zum Modell ist in der schriftlichen Version besser nachzuvollziehen, obwohl diese kürzer ausfällt.
Beide Fassungen zeugen von großer sprachlicher Versiertheit der Schülerin, was vor allem auch bei der mündlichen ins Auge sticht. Julia wählt mündlich nicht nur die gleichen Begriffe wie schriftlich, auch der Satzbau und der sprachliche Ausdruck sind sehr gut. Verblüffend ist die Flüssigkeit mit der sie erzählt – sehr ausführlich und ganz ohne zu stocken oder zu wiederholen.

Ludwig, ein guter bis durchschnittlicher Schüler, fertigt zwei in etwa gleich lange Anleitungen an. Die Eckenherstellung ist beide Male gut nachvollziehbar, nur dass der Schnitt mit der Schere ausschließlich bis zur Mitte ausgeführt wird, vergisst er mündlich, als auch schriftlich. Den Bau des Modells aus den fertigen Ecken und Kanten erklärt er unpräzise – er erwähnt nur, dass drei Streifen in einer Ecke zusammenstoßen und dass es ein Würfel mit sechs Fenstern wird.
Im Mündlichen spricht er von einem „Achteck" und meint damit den Würfel, der ja acht Ecken hat.
Der sprachliche Ausdruck ist mit Ausnahme der wenigen umgangssprachlichen Umschreibungen wie z.B." wie n`Würfel", bei beiden Formen gleich.

Bei dem durchschnittlich begabten Schüler Felix sind beide Herstellungserklärungen bzgl. Umfang und Inhalt identisch. Die Erklärungen der Ecken- und Kantenherstellung sind aufschlussreich, die Erklärung zum Bau des Kantenmodells nicht.
Auffällig ist, dass er schriftlich treffendere Begriffe und Formulierungen verwendet als mündlich: Im Mündlichen spricht er von den *„gelben Vierecken*", im Schriftlichen von den *„gelben Quadraten*" bzw. im Mündlichen *„Du knickst eine Seite an die eine*", im Schriftlichen *„Du legst eine Kante auf die gegenüberliegende.*"

Die Anleitungen von Dennis, einem leistungsschwächeren Kind, fallen gleich lang, sowie inhaltlich gleich ausführlich aus. Wie schon des Öfteren bei anderen Schülern, ist auch bei

Dennis die Ecken- und Kantenherstellung logisch erklärt, das Kleben zum fertigen Modell dagegen sehr lückenhaft. Der Leser erfährt dazu lediglich, dass drei Kanten in einer Ecke zusammenstoßen bzw. dass es ein Würfel wird. Die schriftliche Erklärung ist äußerst verwirrend, da der Schüler erst die Eckenherstellung bis zur Hälfte schildert, hier die Kantenherstellung einbaut und dann wiederum mit der Eckenherstellung fortfährt:

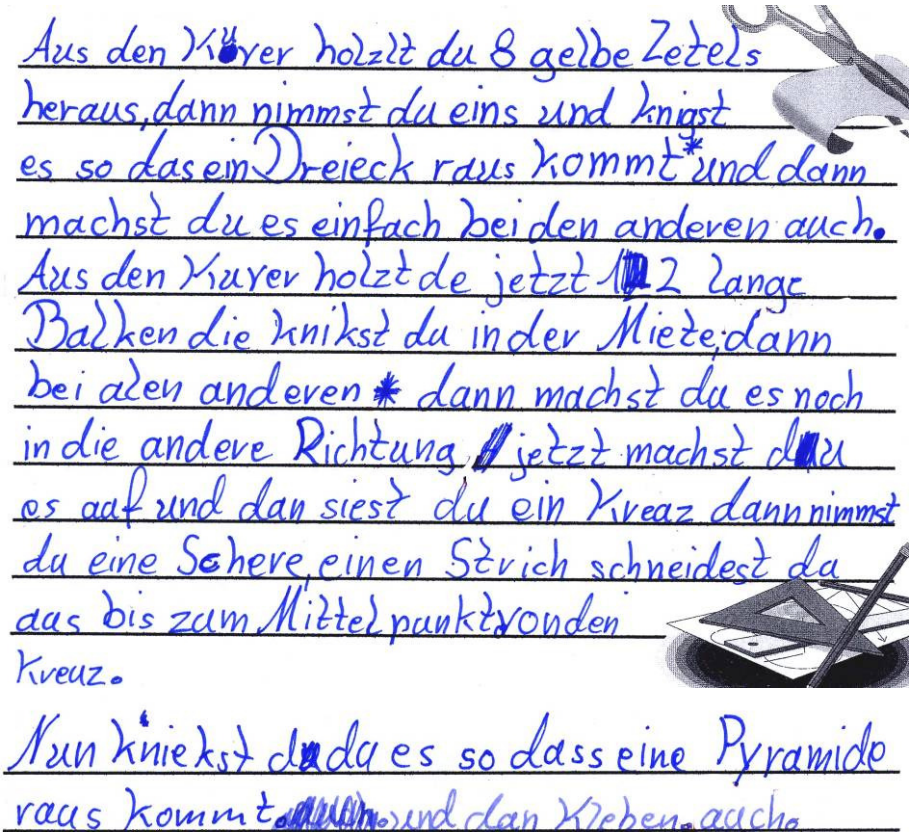


*Abbildung **5.5.3**.2: Ausschnitt der schriftlichen Herstellungsanleitung von Dennis: Ecken- und Kantenherstellung*

Sprachlich macht sich die Note fünf in Deutsch in beiden Anleitungen von Dennis bemerkbar, wobei die schriftliche noch etwas wohlklingender ausfällt, als die mündliche. Die Begriffswahl ist mündlich wie schriftlich identisch.

Zusammenfassend kann man sagen, dass in dieser vierten Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck die mündlichen und schriftlichen Herstellungsanleitungen der leistungsstarken Schüler wesentlich umfangreicher ausfallen, als jene der durchschnittlichen und schwächeren. In dieser Klasse fallen bei allen Kindern die mündliche und schriftliche Form gleich umfangreich aus.

Timo und Julia stellten zusammen in Partnerarbeit das Kantenmodell her, beschreiben aber beide eine völlig unterschiedliche Herstellungsvariante: Timo erklärte mündlich und schriftlich die klassische Vorgehensweise [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a], während Julia im Mündlichen und Schriftlichen die Methode beginnend mit dem „Eckendreibein" schilderte. Tatsächlich konnte man beobachten, dass Timo und Julia auch Julias geschilderte Vorgehensweise angewandt haben [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3a].

Vergleicht man alle Anleitungen bzgl. des Inhalts ist zu sagen, dass, mit Ausnahme des leistungsschwachen Dennis, dessen mündliche Form wesentlich besser ist, bei allen anderen Schülern mündliche und schriftliche Version gleich ausfallen.

Auffällig ist in dieser Klasse, dass die Verwendung von Fachbegriffen bei fast allen Schülern im Mündlichen und Schriftlichen auf gleichem Niveau erfolgt. Einzige Ausnahme stellt Felix dar, der im schriftlichen Bereich treffendere Ausdrücke verwendet.

Ebenfalls auffällig ist, dass es bzgl. des sprachlichen Ausdrucks bei fast allen Schülen keinen Unterschied zwischen mündlicher und schriftlicher Form gibt – einzige Ausnahme ist, wie eben zuvor, Felix.

5.6. Unterrichtsversuch in einer 4. Jahrgangsstufe (im Landkreis Dachau)

5.6.1 Herstellungsprozess

- **Vorbereitung des benötigten Materials**

Die Schüler wurden wieder dabei beobachtet, wie sie das im Kuvert bereit gestellte Material vorbereiten. Besonders wurde vermerkt, ob sie die Anzahl an Ecken und Kanten beachten. Hierfür wurde sogar von jeder Gruppe das nicht verbaute Material draufhin angesehen, ob es ebenfalls gefaltet bzw. geklebt worden war.

Die folgende Tabelle klassifiziert die Probandengruppen nach den Anzahlen des vorbereiteten Materials:
(insgesamt zwölf Gruppen)

	8 Ecken + 12 Kanten gefaltet (wie erforderlich)	**Ecken passend, aber zu viele Kanten gefaltet**	**Kanten passend, aber zu viele Ecken gefaltet**	**Gesamtes zur Verfügung stehendes Material gefaltet (also zu viele Ecken und Kanten)**
Anzahl der Gruppen	8	2	--	2
%	66	17	--	17

*Tabelle **5.6.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung (4. Klasse Dachau)*

- **Vorgehensweise bei der Herstellung des Kantenmodells**

In Anhang 1 sind die unterschiedlichen Vorgehensweisen beim Herstellungsprozess des Kantenmodells in Partnerarbeit mit Skizzen verdeutlicht. Bei den nachfolgenden Beschreibungen der Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen steht in eckigen Klammern, wo die entsprechende Skizze im Anhang zu finden ist.

Während des Bauens stand der Demonstrationswürfel für alle sichtbar auf dem Katheder.

Fünf Gruppen stellten ihr Kantenmodell nach der in der Einleitung zu diesem Kapitel beschriebenen Methode her. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a]

Grundfläche und Höhe stellte eine Gruppe ebenfalls klassisch her. Die Deckfläche stellte diese Gruppe jedoch einzeln her (klebte Kante für Kante am Modell an). [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1b]

Von zwei Quadraten gingen zwei weitere Gruppen aus, die sie dann durch die Höhen miteinander verbanden. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1c]

Eine Gruppe ging von einem „Eckendreibein" aus. Dann baute sie die Grundfläche fertig und ergänzte die drei fehlenden Höhen. Zum Schluss klebte sie die Deckfläche als Ganzes oben an. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3a]

Von vier „Eckdreibeinen" ging eine Gruppe aus, die sie anschließend zum Würfel zusammensetzte. [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 3c]

Zwei Gruppen klebten unsystematisch Kanten und Ecken zusammen und konnten nur mit Hilfsimpulsen das Modell fertig stellen.

Auffallend war, dass drei Gruppen die Kanten zunächst ohne Ecken verklebten und die Ecken erst nachträglich ansetzten.

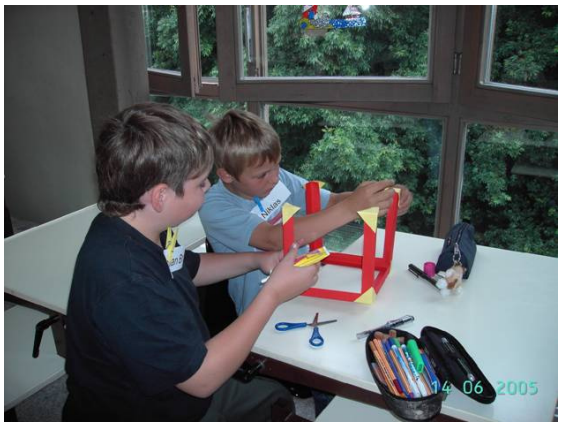


*Abbildung **5.5.1**.1 und 2: Herstellung des Kantenmodells durch einzeln verklebte L-Schienen*

*Abbildungen **5.5.1**.3 und 4: Herstellung des Kantenmodells durch das Ankleben der „Deckfläche" als ganzes „Quadrat"*

5.6.2 Ergebnisse der schriftlichen Herstellungsanleitung

*Abbildungen **5.5.2**.1 und 2: Dokumentation der Herstellungsanleitung in der Klasse*

5.6.2.1. Beurteilung nach dem Inhalt

- **Herstellung der Ecken und der Kanten (Vorbereitung des benötigten Materials)**

Für die Materialbeschreibung kann der Schüler maximal vier Punkte, für die Beschreibung der Eckenherstellung acht, sowie die der Kantenherstellung drei Punkte erreichen.

Punkteverteilung 1. Teil	**15-14**	**13-12**	**11-10**	**9-7**	**6-4**	**3-0**
Anzahl der Schüler	--	5	8	6	3	1
%	--	22	35	26	13	4

*Tabelle **5.6.2.1**.1: Inhalt 1. Teil (4. Klasse Dachau)*

Niemand erreichte die höchste Kategorie, drei Schüler 13 Punkte. Die Gemeinsamkeit aller drei ist das Vergessen, die Kanten nach der Faltung um 90 ° aufzuklappen. Die folgenden zwei Beispiele unterscheiden sich in der Länge des Textes:

"Als erstes musst du die gelben Quadrate aus dem Kover nehmen. Dann darfst du eine Ecke der Fläche bis zur gegenüberliegenden ziehen. Danach musst du die Kante mit einem Finger glattstreichen. Falte das Viereck wieder auf und mache es auch mit der anderen Seite. Jetzt musst du es wieder auffalten. Schneide nun ein Eck bis zur Mitte ein. Dann musst du bei der eingeschnittenen Seite das eine Ende über das andere kleben, jetzt muss es wie eine Pyramide aussehen. Du brauchst von ihnen 8 Stück.

Danach nimmst du die roten Streifen aus dem Kover. Suche dir einen heraus und falte ihn so, dass er keine Länge verliert aber die Hälfte der Breite. Streiche die Kante mit dem Finger glatt."

bzw.

"Du bekommst ein Kover mit 12 gelben Zettelchen und 14 roten streifen. Du brauchst nur 8 gelbe Zettel und 12 rote streifen. Falte die roten streifen lenks.

Falte zwei Ecken des gelben Zettelchens aufeinander. Falte sie wieder auf. Falte nun die anderen Ecken aufeinander. Mache sie wieder auf. Schneide eine Faltlinie bis zur Mitte ein. Klebe die nun getrennten Ecken aufeinander."

Acht Punkte erlangte ein Schüler, der Anzahl und Beschreibung der Materialien meisterte, jedoch die Eckenherstellung (Faltung, Schnitt bis zur Mitte, Einklappung), sowie die Kantenherstellung (Längsfaltung und Aufklappung um 90°) ungenau erklärte:

1. *"Wir haben ein Kuwer gegriegt.*
2. *Wir haben dieses Kuwer aufgemacht und haben 12 Streifen rotes Papier und 8 vierecke gegrickt.*
3. *Wir haben die vierecke aus dem Kuwer rausgenommen.*
4. *Wir haben die die ecke nach oben also nach rechts und nach lincks gefalltet.*
5. *Dann haben wir in eine Ecke einen Schnitt an der gefalltenen linie einschneiten und dann den eingeschnittenen Strich festgeklebt.*
6. *Wir haben die roten Streifen in der Mitte gefalltet."*

Der Schüler mit der geringsten Punktezahl (zwei) in dieser Klasse erläuterte die Ecken- und die Kantenherstellung nicht und behauptete sogar, dass beide gleich gefaltet werden:

"Als erstes haben wir gelbes Papier zurecht gefaltet. Dann haben wir das gleiche mit dem roten Papier gemacht."

Zusammenfassend zeigt die folgende Tabelle, welche Fakten von wie vielen Schülern in ihren Beschreibungen „vergessen" wurden:

Klassenstärke: 23 Schüler

Art der Fakten	Anzahl der Schüler	%
Anzahl der Materialien:		
- 8	7	30
- 12	**13 ***	**57**
Beschreibung der Materialien:		
- rotes Tonpapierrechteck	--	--
- gelbes Papierquadrat	1	4
Herstellung der Ecken:		
- gelbes Papier mit quadratischer Grundfläche in der Diagonale falten (und wieder öffnen)	**15**	**65**
- andere Diagonale ebenfalls falten	4	17
- ebenfalls wieder öffnen	**16**	**70**
- von einer Ecke einschneiden	3	13
- bis zur Mitte	5	22
- die beiden Seitenflächen links und rechts des Schnitts einklappen	9	39
- und kleben	8	35
Herstellung der Kanten:		
- mittig falten	**12**	**52**
- entlang der Längsseite	**17**	**74**
- aufklappen (90° / „Bank“)	**19**	**83**

* Fette Darstellung bedeutet auffallende Werte

*Tabelle **5.6.2.1**.2: Nicht erwähnte Fakten in der schriftlichen Anleitung (4. Klasse Dachau)*

Die Beschreibung der Materialien erfolgte bei fast allen Schülern genau, im Gegensatz zur Anzahl der Kanten und z.T. der Ecken.

19 von 23 Schülern vergaßen das Aufklappen der roten Streifen (Kanten), etwa gleich viele das vorherige Falten entlang der Längsseite. Zwei Drittel der Schüler vergaß das wiederholte Öffnen des gefalteten Dreiecks (Ecken), in etwa so viele das vorherige Falten in der Diagonale. Insgesamt wiesen die Schilderungen zur Kantenherstellung große Mängel auf.

- **Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten**

Die Herstellungsbeschreibung aus dem vorbereiteten Material wird bezüglich des Inhalts mit maximal sechs Punkten bewertet.

Punkteverteilung 2. Teil	**6-5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
Anzahl der Schüler	4	2	4	5	6	2
%	17	9	17	22	26	9

*Tabelle **5.6.2.1**.3: Inhalt 2. Teil (4. Klasse Dachau)*

Vier Schüler erreichten mit ihrer Anleitung die Kategorie „sechs bis fünf Punkte". Drei dieser Anleitungen gehen von zwei Quadraten aus, die durch Stelzen verbunden werden. Jedoch sind diese Anleitungen unterschiedlich ausführlich, wie z.B.:

"Jetzt musst du das eine Ende mit Papierkleber bestreichen. Nimm es und klebe es in die gelbe Halterung. Mache es auch mit den anderen Sachen, so lange bis du ein Viereck hast. Erstelle noch ein Viereck und verbinde die Quadrate mit den roten Papierstangen. Es muss jetzt einen Würfel ergeben."

Beim vierten Schüler ist die Basis eine Ecke mit drei roten Streifen (je nach links, rechts und oben).

Jeweils vier Punkte bekamen zwei Schüler, indem sie erklärten, wie die roten Streifen in die Ecke geklebt werden, um einen Würfel zu erhalten wie z.B.

"Dann klebt mann zuerst einen roten Streifen rein und über den in die andere Seite und nach oben und oben nach links und nachres und so das es eine Würfelform basteln und auf jede Ecke ein gelbes gefaltenes und geschnittenes Viereck."

Noch etwas ungenauer beschrieben die Herstellung des Kantenmodells fünf Schüler und bekamen dafür je drei Punkte:

"Dann haben wir das gelbe Papier an das rote geklebt. Und immer das gleiche. Man muss immer 3 rote Streifen in ein gelbes Papier. Das machst du so lange bis es einen Würfel ergibt. Danach kannst du dein Prachtstück bewundern."

bzw.

"Nun nim die Pyramiden und lege den Papierstreifen so hinein das die vordere Seite des Streifens an die Pyramidenspitze stößt nun klebe es fest nun klebst du an die gleiche Pyramide an der anderen ecke einen Streifen fest daran kommt wieder eine Pyramide wiederhole diesen Vorgang solange bis du einen Würfel zusammen hast."

Zwei Punkte erhielten die fünf Schüler, die nur mitteilten, dass die Rechtecke mit den Ecken zu einem Würfel verbunden werden sollen wie z.B.:

"Den eckigen Streifen klebst du in das gelbe Eck und genau das selbe machst du mit den anderen Streifen auch. Dann hast du einen schönen Würfel."

bzw.

"Die roten streifen zu einem Würfel legen und mit den gelben Ecken fest kleben."

Sechs Schüler bekamen nur einen Punkt.

Einige beschränkten sich bei ihrer Beschreibung auf einen einzigen Satz, der besagte z.B., dass ein Würfel gebaut werden soll:

"Und Damit bauten wir einen perfekten Würfel."

Andere schilderten lediglich, dass die roten Streifen in die gelben Ecken geklebt werden, verschwiegen aber, dass es ein Würfel werden soll:

"Dann klebt man die Ecken der streifen innen in die Ecken der gelben Papieres."

Ein Schüler schrieb zwar mehrere Sätze, doch zur Anleitung trägt hier auch nur das Wort „Würfel" bei:

"Wir zwei haben dann überlegt wie wir das zamgleben dank unserer Gedächtnis haben wir das auch noch hinausbekommen. Wir mussten jetzt nur noch alles zamkleben. Es wird ein schöner Würfel."

Zwei Schüler bekamen keine Punkte. Einer davon schrieb zum zweiten Teil nichts, der andere einen irrelevanten Satz:
"Dann setzt du alle sachen richtig ein."

5.6.2.2. Beurteilung nach der Sprache

Diese Beurteilung ist untergliedert in die Beschreibung der Materialien, die Herstellung der Ecken, die Herstellung der Kanten bzw. die Herstellung des Kantenmodells aus dem vorbereiteten Material.

- **Beschreibung der Materialien**

Das folgende Schema zeigt auf, ob die Schüler die Materialien mathematisch (mit Flächenformen) oder umgangssprachlich (mit entsprechenden Papierarten) benennen bzw. ob und mit welchen Adjektiven sie diese beschreiben.

	Gelbe Quadrate	**%**	**Rote Rechtecke**	**%**
Flächenformen	*Vierecke* *Kleine Vierecke* *Gelbe Vierecke* *Kleine gelbe Vierecke* *Gelbe Quadrate (5x)* *Kleines Quadrat*	43	*Rote Rechtecke*	4
Papiersorten *Streifen*	--	--	*Streifen* *Längliche Streifen* *Streifen rotes Papier* *Rote Streifen (9x)* *Rote Papierstreifen* *Rote längliche Papierstreifen*	61
Papier	*Gelbe Papiere (6x)* *Kleine Papierstücke* *Kleine gelbe Papierchen*	35	*Rote Papiere (5x)* *Rote Papierstücke*	26
Blätter	*Gelbe kleine Blätter* *Viereckige kleine Blätter*	9	--	--
Zettel	*Gelbe Zettel (3x)*	13	*Lange rote Zettel*	4
Sonstiges	--	--	*Rote Teile*	4
Adjektive	*Klein* *gelb* *Klein + gelb* *Viereckig + klein*		*Rot* *Länglich* *Rot + länglich / lang*	
Enthaltungen		--		--

*Tabelle **5.6.2.2**.1: Sprache bzgl. Beschreibung der Materialien (4. Klasse Dachau)*

Zur Beschreibung des Materials für die Eckenherstellung wählten 43% der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Weitere 35% umschrieben das Material mit Bezeichnungen aus dem Bereich „Papier", 9% aus dem Bereich „Blätter" und 13% aus dem Bereich „Zettel".

Bei der Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung verwendeten 4% Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. 61% der Schüler bezeichneten das Material zur Kantenherstellung als „Streifen", 26% als „Papier" und niemand als „Blätter".

- **Herstellung der Ecken**

Die Eckenherstellung ist untergliedert in ihre einzelnen Tätigkeiten beim Herstellungsprozess: Dem zweimaligen Falten in der Diagonale und wieder Öffnen, dem Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie bis zur Mitte sowie dem Einklappen der beiden Seitenflächen und Kleben.

In den folgenden Tabellen werden die Schülernotationen (Mitte) den beinhalteten Begriffen zugeordnet (linke Spalte). In der rechten Spalte werden die Schülernotationen in Prozentwerten im Verhältnis zu ihrer Klasse angegeben.

das zweimalige Falten in der Diagonale und wieder Öffnen:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Dreieck	- *Dann fallte ich ein **Dreieck** und fallte es wieder auf, das gleiche mache ich auf der Geseite auch.* - *Falte die Ecken aneinander das ein **Dreieck** entsteht. Falte das Dreieck auf und wiederhole den Vorgang nur das du die anderen Ecken aneinander faltest. Falte das Dreieck wieder auf und nun siehst du ein **Kreuz.*** - *… und faltest sie als **Dreieck** und klabst es wieder auf. Danach faltest du es noch einmal auf die andere Seite.* - *… falten wir zu einem **Dreieck** und dann faltet man es auf und faltet es auf der anderen Seite.*	17
Ecke auf Ecke bzw. Spitze auf Spitze	- *Falte die zwei **Ecken** des gelben Zettelchens aufeinander. Falte sie wieder auf. Falte nun die anderen Ecken aufeinander. Mache sie wieder auf.* - *Dann darfst du eine **Ecke** der Fläche bis zur gegenüberliegenden ziehen. Danach musst du die Kante mit einem Finger glatt streichen. Falte das Viereck wieder auf und mache es auch mit der anderen Seite. Jetzt musst du es wieder auffalten.* - *Ich faltete das gelbe papier als erstes mit der **Ecke** nach oben und faltete es wieder auf dann von rechts nach links falten. Danach wieder auffalten und es sollte ein **x** ergeben.* - *Nehme dann eine **Ecke** und falte sie zur gegenüberliegenden Ecke. So das eine Linie zwischen beiden Ecken ist, mit einer anderen Ecke machst du das selbe. Danach hast du dann zwei Linien durch das Quadrat gefaltet.* - *… **von Ecke zu Ecke** valten und aufmachen dann mit den anderen*	39

	Ecken. - *Wir haben die die **ecke** nach oben also nach rechts und nach lincks gefalltet.* - *Du faltest die gelben Zettel vom **Ecke** auf das andere Eck und das gleiche auf der anderen Seite. Danach hast du vier so drei Ecke aus dem gelben Blat gemacht.* - *Dann legst du **Spitze an Spitze** und streichst das das sich wölbt glatt, das machst du an der anderen Seite auch.* - *Dann faltest du das kleine Viereck zur **Spitze**. Dann machst du es wieder auf und faltest es zur an deren Spitze und faltest es wieder auf.*	
Kante auf Kante	--	--
Diagonale	--	--
Kopf-/ Halstuch bzw. Hexenhut	- *Zuerst faltest du die gelben Papiere zum **Kopftuch**. Dann wieder auf und anschliesend anders herum.*	4
Sonstiges	- *… in der Mitte gefalltet es haben wie kleine **Dächer** ausgeschaut.* - *Falte es so das es in der Mitte ein **Kreuz** ergibt.* - *Das gelbe knickten wir 2x schräg in der mitte so das es ein **X** ergibt.* - *Die gelben Blätter haben wir so gefaltet das es so eine art **X** ergibt.* - *… und die gelben vierecke waagrecht, senkrecht fallten.* - *Dann haben wir es gefalltet und aufgeschlagen und andersrum gefaltet.* - *… und zwei mal in verschiedene Richtungen gefaltet.* - *… das haben wir zweimal gefalten.* - *… haben wir es zurecht gefaltet.*	39
Enthaltungen		--

*Tabelle **5.6.2.2**.2: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Falten (4. Klasse Dachau)*

Besonderheiten:

- Beim Falten entsteht ein *„Kreuz" (2x)* bzw. ein „X" (3x).

von einer Ecke entlang der Faltlinie einschneiden bis zur Mitte:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
Linie	- *Schneide an einer **Linie** bis zur Mitte entlang.* - *Eine dieser **Linien** schneidest du bis zur Mitte ein.* - *Dann haben wir in eine Ecke einen Schnitt an der **gefalltenen linie** einschneiden.* - *Schneide eine **Faltlinie** bis zur Mitte ein.* - *Jetzt schneidest du eine **Faltlinie** bis zur Mitte (dort treffen alle aufeinander) auf.* - *Schneide an einer **Faltlinie** bis zur Mitte durch.*	26
Kante	--	--
Knick	--	--
Ecke / Spitze	- *Schneide nun ein **Eck** bis zur Mitte ein.* - *Schneide von einer **Spitze** nur bis in die Mitte.*	9
Seite	- *Nun schneide ich in einer **Seite** bis zur Hälfte mit der Schere.*	4
Strich	- *Schneide an einen **strich** entlang bis zur Mitte.* - *Bei einem der **striche** bis zur mitte einschneiden.* - *Dann schneidet man am **strich** entlang bis zur mitte.* - *… schneidet man an einer stelle wo ein **strich** ist ab bis zur Mitte.* - *… und schneidest auf einen **Strich der Linie** bis zur Mitte.*	22
Sonstiges	- *Du schneidest nur eine **falte** nach. Dan hast du einen schnit.* - *An einer **falltung** bis in die Mitte schneiden.* - *Wir mussten in das **gefalltete** einen Schnitt gemacht.* - *… in einer **stelle** geschnitten.* - *… schneidest du einmal bis zur Mitte ein.* - *… in die Mitte hineingeschnitten.* - *Dann haben wir einen Schnitt gemacht bis zur Mitte.*	30
Enthaltungen		9

*Tabelle **5.6.2.2**.3: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Einschneiden (4. Klasse Dachau)*

Den Fakt „bis zur Mitte" führten 17 Schüler auf, das sind 74% der Schüler insgesamt und 81% der Schüler, die obige Notationen zum Punkt „von einer Ecke einschneiden …" machten.

die beiden Seitenflächen links und rechts einklappen und kleben:

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
<u>Mit Bezeichnung des Endprodukts</u>		22
mathematisch	- *Dann musst du bei der eingeschnittenen Seite das eine Ende über das andere kleben, jetzt muss es wie eine **Pyramide** aussehen.* - *Neben der angeschnittenen Linie sind jetzt zwei ? diese legst du übereinander jetzt ist eine **Pyramide** entstanden.* - *Danach haben wir es zusammengepapt und haben eine **Ecke** gehabt.*	(davon 13)
umgangssprachlich	- *… und streiche es auf ein firtel. Nun fallte es so dass ein kleiner **Hut** entsteht.* - *Streiche eine Seite neben der geschnitenen Linie mit Kleber ein. Klebe die Seite mit der du den Kleber aufgetragen hast mit der anderen Seite neben der geschnitten Linie zusammen. Das sieht dan aus wie ein **Hut.***	(davon 9)
<u>Ohne Bezeichnung des Endprodukts</u>		57
Enthaltungen		22

*Tabelle **5.6.2.2**.4: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (4. Klasse Dachau)*

Begriffe	***Schülernotationen***	**%**
<u>Mit Bezeichnung der Seitenflächen</u>		57
mathematisch	- *Du legst die beiden **Drei Ecke** übereinander was du einen schnit gemacht hast.* - *Dann musst du bei der eingeschnittenen **Seite** das eine Ende über das andere kleben, jetzt muss es wie eine Pyramide aussehen.* - *Streiche eine **Seite** neben der geschnitenen Linie mit Kleber ein. Klebe die Seite mit der du den Kleber aufgetragen hast mit der anderen Seite neben der geschnitten Linie zusammen. Das sieht dan aus wie ein Hut.* - *Dann geht man mit der anderen **seite** rüber und papt die zu sammen.* - *… und streiche es auf ein **firtel**. Nun fallte es so dass ein kleiner Hut entsteht.* - *Klebe die nun getrennten **Ecken** aufeinander.* - *Danach schiebe die beiden **Ecken** zusammen und klebe sie.* - *Die eingeschnitene **ecke** über die andere geschnitene ecke kleben.* - *Jetzt faltest du ein **Eck** über das andere Eck, damit du eine stabile Kante hast.* - *Dann klebt man die **Ecken** aufeinander.* - *Schmiere an einer **Spitze** Kleber hin und lege die andere Darüber.*	(davon 48)
umgangs-sprachlich	- *… und dann den eingeschnittenen **Strich** festgeklebt.* - *Danach fallt man **das ein geschnittene** nach links und klebt es fest.*	(davon 9)
<u>Ohne Bezeichnung der Seitenflächen</u>	- *Danach haben wir **es** zusammengepapt und haben eine Ecke gehabt.* - *Danach haben wir **das** zusammengeklebt.* - *Neben der angeschnittenen Linie sind jetzt zwei **?** diese legst du übereinander jetzt ist eine Pyramide entstanden.* - *… und zugepappt.* - *… und dazu noch geklebt.*	22
Enthaltungen		22

*Tabelle **5.6.2.2**.5: Sprache bzgl. Eckenherstellung: Kleben (4. Klasse Dachau)*

- **Herstellung der Kanten**

mittig falten entlang der Längsseite:

Begriffe	Schülernotationen	%
mittig	- *… in der Mitte gefaltet. (2x)* - *… den musst du in der Mitte falten.* - *… und faltest sie in der Mitte.* - *… in der Mitte falten.* - *Danach fahlltet ihr die roten streifen in der Mitte durch.* - *Die faltest du in der Mitte.*	30
längs	- *Fallte sie in der längeren Seite.* - *Falte die roten streifen lenks.* - *… und falte ihn der Länge nach.*	13
mittig + längs	- *Falte ihn so, dass er keine Länge verliert aber die Hälfte der Breite. Streiche die Kante mit dem Finger glatt.* - *Falte die Papierstreifen in der Mitte aber nicht die kurzen Seiten aneinander sondern die langen.* - *… und falte es so das es der länge nach einen strich in der Mitte bildet.*	13
Sonstiges	- *Ich halbiere einen Streifen **quer**.* - *Das rote nimmt man **quär** und faltet es auch quär.* - *… und faltest sie **quer** herüber.* - *Wir haben es qwer gefalten.* - *… faltest du zusammen.* - *… einen Streifen gefalltet. (2x)* - *… faltet man nach innen.* - *… und faltest die bis zur anderen seite.*	39
Enthaltungen		4

*Tabelle **5.6.2.2**.6: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Falten (4. Klasse Dachau)*

Aufklappen um 90°:

	Schülernotationen	%
Aufklappen	- *… und falte sie auf. Du darfst sie nicht ganz auffalten sondern nur so das es in die Pyramide passt.* - *Dann faltest du ihn wieder auf. Jetzt sind die streifen nicht mehr glatt sondern eher eckig.* - *… und machst es soweit auf bis eine Ecke entsteht.* - *… und ihn noch ein bischen aufgemacht.* -	17
Enthaltungen		83

*Tabelle **5.6.2.2**.7: Sprache bzgl. Kantenherstellung: Aufklappen (4. Klasse Dachau)*

- **Herstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten:**

Bezeichnung der gelben Ecken und roten Kanten

Begriffe	Schülernotationen	%
Bezeichnung der Ecken		
Mathematisch (passend): *Ecken* *Pyramiden*	- *Ecken (3x)* - *gelbe Ecken (3x)* - *Ecken der gelben Papiere* - *Puramyden*	35
Mathematisch (unpassend): *Vierecke* *Dreiecke*	- *gelbe, gefaltete und geschnittene vierecke* - *Dreiecke* - *gelbes Dreieck*	13
Umgangssprachlich: *Papier* *Hüte / Mulden* *Kappen* *Halterungen* *Gelbe* *Teile*	- *gelbes Papier* - *Hüte / Mulden* - *Kappen* - *gelbe Halterungen* - *gelbe Teile* - *die Gelben*	26
Bezeichnung der Kanten		
Mathematisch (passend):	--	--
Mathematisch (unpassend):	--	--
Umgangssprachlich: *Streifen* *Holme* *Papierstangen* *Teile* *Rote*	- *Streifen (3x)* - *Papierstreifen* - *gefaltene Streifen (2x)* - *rote Streifen (4x)* - *eckige Streifen* - *Holme* - *rote Papierstangen* - *rote Teile (2x)* - *die gefalteten roten* - *die Roten*	74
Sammelbegriff für Ecken und Kanten	--	--
Ohne Bezeichnung	- *Zuerst habe ich und mein Nachbar Bei die streifen geklebt und fast ein halbes Würfe entstanden. Dann haben wir weiter geklebt. …I (Ecken nicht bezeichnet.)* - *Dann setzt du alle sachen richtig ein.* - *Klebe zuerst zwei vierecke und klebe sie dann mit den restlichen vier aufeinander. Wenn ein Würfel entsteht hast*	22

	du richtig gebastelt. - *… Wir mussten jetzt nur noch alles zamgleben. …* - *Und damit bauten wir einen perfekten Würfel.*	
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	*1*	4

*Tabelle **5.6.2.2**.8: Sprache bzgl. Herstellung des Kantenmodells: Ecken/Kanten (4. Klasse Dachau)*

Bezeichnung des Endprodukts

Begriffe	Schülernotationen	%
Mathematisch (passend): *Würfel*	- *Würfel (14x)* - *Papierwürfel*	65
Mathematisch (unpassend):	- *Viereck (2x)*	9
Umgangssprachlich:	*- so etwas ähnliches wie ein Würfel*	4
ohne Bezeichnung	- *2*	9
Enthaltungen (Anleitung fehlt)	- *3*	13

*Tabelle **5.6.2.2**.9: Sprache bzgl. Benennung des Endprodukts (4. Klasse Dachau)*

5.6.2.3. Resumee (4. Klasse aus dem Landkreis Dachau)

Inhalt:

Im ersten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung der Ecken und Kanten) erreichten 57% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung und 43% die letzten drei Stufen. Beim Transfer der Punkteverteilung auf Schulnoten ergibt sich ein Notendurchschnitt von 3,48.

Im zweiten Teil der Herstellungsanleitung (Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten) erreichten 43% der Schüler die ersten drei Stufen der Punkteverteilung, 57% der Schüler die letzten drei Stufen. Dies ergibt für den zweiten Teil den Notendurchschnitt von 3,57.

Die Notendifferenz zwischen den beiden Teilen liegt bei geringen 0,09. Der erste und der zweite Teil wurden in dieser Klasse also annähernd gleich bearbeitet.

Sprache:

Bei der Beschreibung der Materialien fällt auf, dass das Material zur Eckenherstellung von nur 43% der Kinder passend mit Flächenformen bezeichnet wurde („Quadrat", „Viereck"), das Material zur Kantenherstellung nur von 4% der Schüler („Rechteck"). Hier verwendeten die meisten Schüler umgangssprachliche Begriffe, wie z.B. „Streifen" (61%) und „Papier" (26%).

Bei der Beschreibung der Eckenherstellung verwendeten nur etwa die Hälfte der Schüler mathematische Begriffe:

Das zweimalige Falten in der Diagonale umschrieben über die Hälfte der Kinder passend mit den Fachbegriffen „Dreieck" und „Ecke auf Ecke", nur ein Schüler umschrieb dies passend mit dem umgangssprachlichen Begriff „Kopftuch". Mehr als ein Drittel wählte sonstige Begriffe, wie z.B. „Dach", „X", „Kreuz".

Das Einschneiden von einer Ecke entlang der Faltlinie erklärten weniger als ein Drittel der Schüler durch den Fachbegriff „Linie" („Kante" wurde nicht genannt), sehr viele Schüler durch Begriffe aus der Umgangssprache, wie „Strich", „Falte", „Stelle". Nur 9% der Schüler vernachlässigte diesen Teilschritt.

Beim Einklappen (rechts/links) der Seitenflächen gingen nur etwas mehr als Fünftel der Schüler auf das Endprodukt ein, wobei sich die mathematischen (wie z.B. „Pyramide") und umgangsprachlichen (wie z.B. „Hut") Begriffe in etwa die Waage hielten. Meist wurde dieser Herstellungsschritt jedoch ohne Bezeichnung des Endprodukts nur durch mathematische Beschreibungen gelöst (wie z.B. „Seite", „Ecke"), sehr selten durch umgangssprachliche (wie z.B. „das Eingeschnittene"). 22% der Schüler ließen diesen Punkt der Herstellung weg.

Die Kantenherstellung beschrieben nur 13% der Schüler passend mit Begiffen „mittig" und „längs" bzw. deren Umformungen, etwas weniger als die Hälfte der Kinder nur mit einem der beiden Aspekte. Sehr häufig tauchte die inhaltlich falsche Bezeichnung „quer" auf, die in den anderen Klassen so gut wie nie auftauchte.

Bei der Fertigstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten wurden die Ecken häufiger passend mathematisch bezeichnet (z.B. „Ecken", „Pyramiden") , die Kanten nie. Sie wurden ausschließlich mit Begriffen aus der Umgangssprache betitelt, wie z.B. „Streifen", „Holme", „Papierstangen", „Teile", „die Roten". Die Ecken wurden ebenfalls häufig umgangssprachlich bezeichnet, wie z.B. „Papier", „Hüte", „Mulden", „Kappen", Halterungen", „die Gelben". Oft wurde die Bezeichnung der Ecken und Kanten durch Beschreibungen, wie *„alle sachen", „klebe sie mit den restlichen…* umschrieben.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Schüler dieser vierten Klasse viele umgangssprachliche Begriffe bei der Erklärung der Ecken- und Kantenherstellung verwendeten. Dabei waren sie äußerst kreativ, wie z.B. die Bezeichnungen für die Ecken und Kanten zeigen.

Auffallend ist, dass nur wenige Kinder Teilschritte einfach wegließen (wie z.B. das Einklappen der Seitenflächen bei der Eckenherstellung, das von 22% der Schüler weggelassen wurde).

Zu berücksichtigen gilt, dass die Lehrerin mit dieser Klasse in der dritten Jahrgangsstufe den Würfel behandelte (Herstellung von Vollmodellen aus Knetmasse bzw. von Kantenmodellen aus Knetmasse und Zahnstochern). Dabei wurden die Begriffe Voll- bzw. Kantenmodell jedoch nicht eingeführt. Zudem wurden noch Flächenmodelle bzw. Würfelnetze eingeübt. In diesem Schuljahr wurde das Lehrplanthema „Quader" noch nicht besprochen.

5.6.3 Vergleich der Ergebnisse aus mündlicher und schriftlicher Herstellungsanleitung

Im Anhang sind sowohl mündliche als auch schriftliche Herstellungsanleitungen exemplarisch ausgewählter Schüler abgedruckt.

Schülerzitate in schriftlicher und mündlicher Form sind im folgenden Text *kursiv* gedruckt.

Bei dem leistungsstarken Schüler Maximilian fällt die schriftliche Herstellungsanleitung doppelt so lange aus wie die mündliche, wobei die mündliche schon sehr umfangreich ist. Die Ecken- und Kantenherstellung sind beide Male inhaltlich hervorragend erklärt, nur im Schriftlichen vergisst er das Kleben. Den Bau des Modells aus den fertigen Ecken und Kanten schildert er mündlich und schriftlich sehr ausführlich, doch wenig aussagekräftig. Im Folgenden ist dieser Teil der Anleitung zwei Mal abgedruckt, zunächst aus der mündlichen, daran anschließend aus der schriftlichen Version:

„Nun nimmst du die gefaltenen Streifen, legst das so in die Pyramide, dass es möglichst gut reinpasst, und / ja und … ne…möglichst gut reinpasst (geflüstert) … äh da / ne, du legst die Ecke an die obere / nee… stell erst die Pyramide nicht auf die Spitze, sondern auf eine Ecke, äh nun steht / ist es so eine Art aufgeklappte Pyramide. Da / Jetzt nimmst du den roten Streifen und legst ihn in das obere Eck. Jetzt klebst du das fest. Nun hast du einen / den roten Streifen und die Pyramide, die erste / halt das erste Teil des Würfels. Nun machst du das gleiche nur mit / an der anderen Ecke und machst / äh klebst du den roten Streifen wieder dahin und darin klebst du wieder eine Pyramide. Und so geht das weiter bis du einen Würfel zusammen hast."(mündlich)

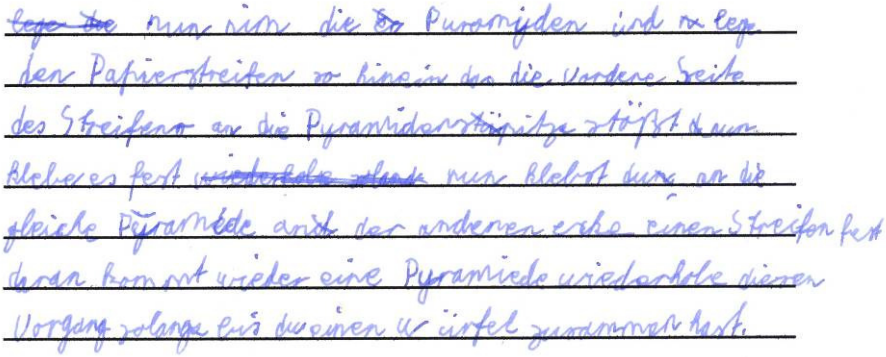


*Abbildung **5.6.3**.1: Ausschnitt der schriftlichen Herstellungsanleitung von Maximilian: Kleben zum Kantenmodell*

Sprachlich sind beide Anleitungen von Maximilian sehr versiert, sowohl die Wortwahl als auch der abwechslungsreiche Satzbau. Auffallend im Mündlichen ist jedoch, dass der Schüler an sich selbst bzgl. Inhalt und Sprache so extrem hohe Anforderungen stellt, was zu häufigen Versprechern und Wiederholungen führt.

Lukas ist ein überdurchschnittlich intelligenter Schüler, der erst zu Beginn dieses Schujahres in die Klasse kam, da er eine Klasse übersprang. Trotzdem erreichte er in dieser kurzen Zeit in Mathematik schon die Note zwei, in Deutsch die drei.

Seine beiden Anleitungen fallen gleich knapp aus und sind auch inhaltlich identisch. Beide Male besteht die Erklärung zum Kleben des Modells aus nur einem Satz:

„Klebt immer drei Rümpfe zu einer Ecke zusammen und klebt als Ecke außen ein / ein gelbes Eck auf. Fertig ist der Bastelspaß!" (mündlich) bzw. *„Klebe immer 3 Holme zu einem Eck. Klebe die gelben Ecken auf. Fertig!"* (schriftlich)

Erstaunlich ist, wie viele Fakten Lukas in seiner schriftlichen Anleitung in einen so kurzen Text packen kann.

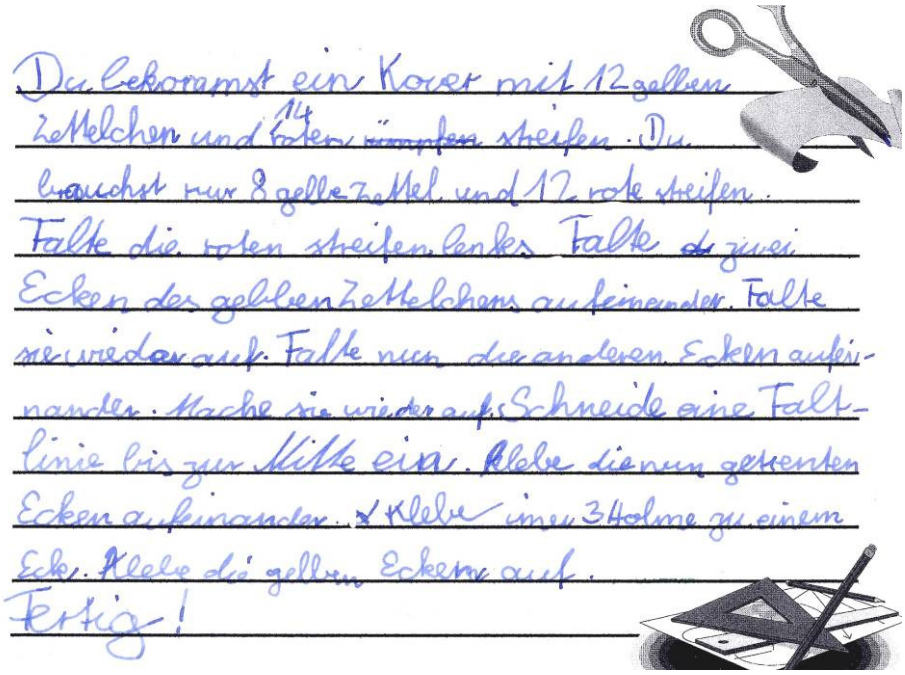

Du bekommst ein Kuvert mit 12 gelben Zettelchen und 14 roten Rümpfen streifen. Du brauchst nur 8 gelbe Zettel und 12 rote Streifen. Falte die roten Streifen links. Falte zwei Ecken des gelben Zettelchens aufeinander. Falte sie wieder auf. Falte nun die anderen Ecken aufeinander. Mache sie wieder auf. Schneide eine Faltlinie bis zur Mitte ein. Klebe diesen gefalteten Ecken aufeinander. Klebe immer 3 Holme zu einem Eck. Klebe die gelben Ecken auf. Fertig!

*Abbildung **5.6.3**.2: Komplette schriftliche Herstellungsanleitung von Lukas*

Sprachlich ist bei den beiden Herstellungsanleitungen von Lukas ebenfalls kein merklicher Unterschied erkennbar. Der Schüler drückt sich sogar im Mündlichen für sein Alter sehr gewählt und sicher aus.
Im Gegensatz zu Maximilian, der sehr nervös wirkte, schilderte Lukas seine mündliche Anleitung extrem souverän.

Die durchschnittlich begabte Schülerin Anna-Lisa fertigte zwei etwa gleich umfangreiche Herstellungsanleitungen an. Vergleicht man beide inhaltlich, so sind sie sehr ähnlich: Die Ecken- und Kantenherstellung ist logisch aufgezeigt, das Kleben des Modells nicht, wie die beiden folgenden Ausschnitte aus der mündlichen und schriftlichen Anleitung zeigen:
„Und dann haben wir die roten Papiere einmal in der Mitte zusammen gefaltet,
und die drei an die gelben Seite hingeklebt in die Mitte, und danad haben wir noch ein anderes gelbes Teil genommen und da wieder 2 hingeklebt, und das an / das an das eine rote hingeklebt und immer so weiter halt." (mündlich)

bzw.

„Danach brauchst du erstmal ein gelbes und drei rote. Die roten befestigst du an dem gelben (innen). Nun das zweite gelbe an dem du zwei gelbe anklebst, danach nimmst du dass mit drei gelben und klebst es ebenfalls an. Jetzt machst du immer so weiter wie eben dann bekommst du einen tollen Würfel." (schriftlich)

Die Begriffswahl ist mündlich und schriftlich fast identisch, doch die mündliche Anleitung ist gekennzeichnet durch einen umgangssprachlichen Satzbau sowie umgangssprachliche Redewendungen, wie z.B. *„und danad"* sowie *„und immer so weiter halt."*

Rico, ein durchschnittlicher bis leistungsschwächerer Schüler, erstellte zwei sehr kurze Anleitungen, wobei die schriftliche extrem knapp ausfiel, wie nachfolgender Text zeigt:

„Wie man einen Würfel baut
Wir falteten acht gelbe und zwölf rote Papiere.
Das gelbe knickten wir 2x schräg durch die mitte so das es ein X ergibt, dann schneidet man am strich entlang bis zur mitte. Dann klebt man die ecken auf einander.
Das rote nimmt man qwär und man faltet es auch qwär.
Dann klebt man die Ecken der streifen innen in die Ecken des gelben Papieres."

Beide Male schildert er die Eckenhersstellung verständlich, jedoch nicht ganz eindeutig (da man das Papier nach seinen Anweisungen auch Kante auf Kante falten könnte). Den Bau des Kantenmodells erläutert er in beiden Versionen kaum.

Sprachlich sind sich beide Anleitungen ebenfalls ähnlich. Auffallend bei beiden ist, dass Rico Fachbegriffe vermeidet und stattdessen Ausdrücke wie „das gelbe" und „das rote" anführt.

Die beiden Herstellungsanleitungen des leistungsschwachen Schülers Manuel sind vom Umfang her gleich. Inhaltlich ist die schriftliche Version noch etwas verständlicher, wie z.B. die Eckenherstellung zeigt. Mündlich erzählt Rico nämlich:

„Und da haben wir also die gelben Quadrate erst mal rausgenommen, dann gefaltet wie so nen Dampfer am Anfang. Und dann haben wir in so ne / irgend in einer Falte so nen Schnitt reingesetzt. Und des acht mal."

Interessant klingt die Erklärung der Eckenherstellung am Beispiel des Dampfers, vergessen wurde das Kleben der Ecken.

Das Kleben zum Modell ist weder in der schiftlichen noch in der mündlichen Anleitung nachvollziehbar.

Auffallend ist die Nummerierung der Sätze von 1-7, die keinen Sinn ergibt. Logischer wäre eine Nummerierung von 1-3: Herstellung der Ecken, der Kanten und Kleben des Modells.

Auch sprachlich ist die schriftliche Form geringfügig besser als die mündliche, in der er z.B. innerhalb der Eckenherstellung erzählt: „Irgend in einer Falte so nen Schnitt reingesetzt. Und des acht mal."

Brigitte, eine sehr leistungsschwache Schülerin, erzählte die Anleitung mündlich wie schriftlich in etwa gleich lang. Doch zunächst durchdrang sie die mündliche Sprachaufgabe nicht, was aus dem Gespräch mit der Versuchsleiterin ersichtlich wird:

„B: In der Früh kamen wir ins Klassenzimmer und da stand die Frau Wimmer und mir begrüßten sie und mir gangen dann in den Kunstraum und wir saßen uns dann hin und sie erklärte uns, wie so ein würfel gemacht wird und …
VL: Und du erklärst jetzt einem anderen Kind, wie es so etwas (VL deutet auf das Modell) basteln soll.
B: Wir bekamen einen Umschlag und da war Bastelmatrerial drin und da waren 8 gelbe Vierecke drinnen und die hab ich danad gefaltet wie es in der Anleitung steht. Da war auch noch 8 rote Streifen dabei. Die faltete ich auch, wie es in der Anleitung steht. Und …
VL: In welcher Anleitung?
B: In meiner Anleitung.

VL: Dieses Kind, das später die Kassette hört, bekommt nur die Kassette und das Kuvert, aber nicht deine geschriebene Anleitung. Die bekommt ein anderes Kind."

Erst dann startete die Schülerin mit dem Erzählen der Herstellungsanleitung.

Während man die mündliche Herstellungsanleitung in keinster Weise nachvollziehen kann, ist dies in der schriftlichen z.T. möglich, z.B. die Eckenherstellung.

Auch sprachlich ist die mündliche Anleitung deutlich schlechter fomuliert:

> *"Und die gelben Papierstücke, die faltete ich auch ähm wie n` Dreieck und das machte ich auch … acht mal und … und das baute ich dann zusammen. Und ähm da nahm ich ähm ein Dreieck, das wo ich dann zusammen geklebt hab, wo ich dann auch in der Mitte / zur Mitte eingeschnitten hab und das hab ich dann zusammen geklebt.*
>
> *Und da hab ich dann … ähm ein / einen roten Strich ähm ein rotes Papier weggenommen und habs mit eingeklebt und das machte ich auch ähm oben und unten vier mal und bei der Seite machte ich es ähm auch noch dazu, dass oben und unten verbunden wird. Und das klebte ich dann zusammen. Und das zeigten wir dann.*"

Zusammenfassend kann man sagen, dass auch in dieser vierten Klasse aus dem Landkreis Dachau die Herstellungsanleitungen der leistungsstärkeren Kinder deutlich länger sind, als jene der durchschnittlichen bis leistungschwächeren, sowohl mündlich als auch schriftlich. Zudem kann man erkennen, dass alle Schüler die schriftlich ausführlich erzählten, dies auch mündlich in diesem Maße umsetzten und umgekehrt. Einzige Ausnahme stellt der leistungsstarke Maximilian dar, der schriflich schon sehr umfangreich schilderte, dies aber mündlich noch um das Doppelte übertraf.

Vergleicht man alle Anleitungen bzgl. ihres Inhalts, so fällt auf, dass die lesitungsschwächeren Schüler auch inhaltlich lückenhafter und schwieriger nachvollziehbar erzählten. Der Inhalt ist in den Anleitungen von jedem einzelnen Schüler mündlich und schriftlich gleich ausführlich und nachvollziehbar dargestellt - einzige Ausnahme stellt die leistungsschwache Schülerin Brigitte dar, bei der die schriftliche Anleitung auffallend besser ausfällt.

Auch die Verwendung von Fachbegriffen erfolgt bei allen Schülern, außer bei Brigitte, bei beiden Anleitungen in ähnlichem Maße.

Auffallend ist in dieser Klasse, dass die mündlichen und schriftlichen Anleitungen der einzelnen Schüler sowohl bzgl. Umfang und Inhalt, als auch bzgl. Sprache nahezu identisch ausfallen, mit Ausnahme von Brigitte, deren schriftliche Anleitung in allen Teilbereichen besser ist.

6. Ergebnisse[4]

6.1. Vergleich der Ergebnisse aller am Versuch beteiligten Klassen

Wie bereits in Kapitel 3.4 und 5.1 erwähnt, bereiteten die Schüler in Partnerarbeit zunächst das Material für den Bau des Kantenmodells des Würfels vor, indem sie die Ecken und Kanten falteten. Anschließend stellten sie daraus den Würfel her.

Wie die Kinder in den jeweiligen Klassen beim Vorbereiten der Ecken und Kanten bzw. beim Bauen vorgegangen sind, wurde in Kapitel 5 für jede Klasse einzeln ausgewertet (siehe 5.2.1 – 5.6.1). In diesem Kapitel soll ein Vergleich über alle fünf beteiligten Klassen hinweg vorgenommen werden. Wiederum soll die Vorgehensweise der Kinder in den zwei Phasen des Versuchs nämlich Vorbereitung des benötigten Materials sowie Herstellen des Kantenmodells vergleichend ausgewertet werden.

6.1.1 Ergebnisse bezüglich der Vorbereitung des benötigten Materials

Jeder Schülergruppe wurde bewusst eine größere Anzahl an Papierquadraten und Tonpapierstreifen zur Verfügung gestellt, als sie für das Kantenmodell benötigte. Die Schüler sollten selbstständig erkennen, wie viele Ecken und Kanten sie für ihr Modell benötigen und genau diese Anzahl bastelnd herstellen. Für die Wertung des Ergebnisses muss jedoch erwähnt werden, dass die Kinder keinen Hinweis bekamen, dass sie bei der Herstellung der Ecken und Kanten nur genau die Anzahl an tatsächlich benötigtem Material produzieren sollen.

Die folgende Tabelle erfasst, inwiefern die passende Anzahl an Ecken und Kanten hergestellt wurde bzw. ob die Kinder einfach das komplette Material zu Ecken und Kanten verarbeiteten:

Klasse	Gruppen insgesamt	passende Anzahl gefaltet	Ecken passend, mehr Kanten als nötig	Kanten passend, mehr Ecken als nötig	alles gefaltet
2. Klasse Dachau	11	1	3	1	6
3. Klasse Dachau	12	5	3	2	2
3. Klasse Fürstenfeldbruck	12	2	4	1	5
4. Klasse Fürstenfeldbruck	10	6	1	1	2
4. Klasse Dachau	12	8	2	--	2

*Tabelle **6.1.1**.1: Klassifikation zur Materialvorbereitung*

[4] Auf Grund der geringen Klassenstärken sind die Prozentangaben 4% bzw. 5% gleich bedeutend mit einem Schüler.

Diese Tabelle zeigt, dass die Kinder der zweiten Jahrgangsstufe selten vorausschauend arbeiteten, was das benötigte Baumaterial betrifft, ausgenommen eine von elf Gruppen. Alle übrigen Schülergruppen stellten mehr Material als nötig her, auffällig viele davon, nämlich sechs von elf Gruppen, verarbeiteten sogar das gesamte Material des Kuverts.

In der vierten Jahrgangsstufe sind umgekehrte Zahlenverhältnisse zu beobachten: 14 der insgesamt 22 Arbeitsgruppen bereiteten das Material in genau passender Anzahl vor. Nur acht der 22 Gruppen falteten mehr Material als notwendig, hiervon benutzten wiederum lediglich vier Gruppen das gesamte vorgegebene Material.

Auffallend ist der Vergleich der Ergebnisse bei den beiden am Versuch beteiligten dritten Klassen. Während die Zahlenverhältnisse der dritten Klasse aus dem Landkreis Fürstenfeldbruck eher dem Niveau der zweiten Klasse entsprachen, fielen die der dritten Klasse des Landkreises Dachau wesentlich günstiger aus.

Zusammenfassend kann man obige Ergebnisse dahin gehend interpretieren, dass die Kinder mit ansteigender Jahrgangsstufe, d.h. mit steigendem Alter, vorausschauender arbeiten. Für die dritte Klasse aus Fürstenfeldbruck, die aus oben dargestellter Tendenz herausfällt, wird es interessant sein zu verfolgen, ob sie dies auch für die nächste Versuchsphase tut. Ein Rückstand in der kognitiven Reifung könnte die Erklärung für das ungünstigere Ergebnis sein.

6.1.2 Ergebnisse bezüglich der Vorgehensweisen bei der Herstellung des Kantenmodells

Nachdem die Schüler mit ihrem Partner die entsprechende Anzahl an Ecken und Kanten vorbereitet hatten, sollten sie daraus möglichst gemeinschaftlich das Kantenmodell des Würfels herstellen.

Bei der Beobachtung des praktisch handelnden Bauens sollte man vorsichtig mit einer Wertung sein. Der Erwachsene wird unter Umständen gewisse Vorgehensweisen als systematischer würdigen [vergleiche in Anhang 1, Vorgehensweise1a], andere eher als unsystematisch bewerten. Abgesehen davon, dass eine solche Bewertung von praktischen Vorgehensweisen in den wenigsten Fällen normiert wurde, sollten daraus auch keine vorschnellen Schlüsse auf die Strukturierungsfähigkeit bzw. die mathematische Begabung des Kindes vollzogen werden. Solche Abhängigkeiten sind wissenschaftlich noch nicht grundlegend erforscht.

In Kapitel fünf wurde für die einzelnen am Versuch beteiligten Klassen das Verhalten der Gruppen beim Bauen vergleichend analysiert und für jede Klasse einzeln ausgewertet (siehe 5.2.1 – 5.6.1). In diesem Kapitel sollen nun die Ergebnisse aller fünf beteiligten Klassen was die Beschreibung des Herstellungsprozesses betrifft verglichen werden.

Da man beim Bauen des Kantenmodells - wie im Anhang zu sehen - sehr unterschiedlich vorgehen kann, ist es von Interesse, ob die Kinder gewisse Vorgehensweisen bevorzugt verwenden oder ob die Vorgehensweisen sehr unterschiedlich sind. Durchschnittlich wurden in jeder Klasse fünf unterschiedliche Vorgehensweisen beobachtet: In den beiden dritten Klassen und in der vierten Klasse aus Dachau kamen fünferlei Vorgehensweisen vor, in der

zweiten Klasse vier verschiedene und in der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck sechs. Sammelt man alle Vorgehensweisen aus den fünf Klassen, so findet man 12 unterschiedliche Strategien, nach denen gebaut wurde.

In Anhang 1 sind die unterschiedlichen Vorgehensweisen bei der Herstellung des Kantenmodells mit Skizzen verdeutlicht. Bei den nachfolgenden Beschreibungen der Vorgehensweisen der einzelnen Gruppen steht in eckigen Klammern, wo die entsprechende Skizze im Anhang zu finden ist.

In fast allen Klassen waren Vorgehensweisen sämtlicher drei Arten vertreten: Beginn mit dem Quadrat, dem "U" bzw. dem "Eckendreibein" [vgl. Anhang 1]. Einzige Ausnahme stellte hier die vierte Klasse aus dem Raum Dachau dar, bei der keine der Vorgehensweisen, die mit dem "U" beginnen, vorkam.

Nach der Strategie "Beginn mit dem Grundquadrat" [siehe Anhang 1, Vorgehensweisen 1a-e] ging die Mehrheit der Schüler in fast jeder Klasse vor. Ausnahme ist hier wieder die 4. Klasse aus Fürstenfeldbruck. Die Strategien, die am zweithäufigsten vertreten waren (mit insgesamt 13 Gruppen), waren jene, die mit dem „Eckendreibein" beginnen [siehe Anhang 3, Vorgehensweisen 3a-d]. Nach den Stategien "Beginn mit dem "U" [siehe Anhang 2, Vorgehensweisen 2a-c] bauten insgesamt sieben Gruppen.

Die klassische Variante "Beginn mit dem Grundquadrat" [siehe Anhang 1, Vorgehensweise 1a], wendete der Großteil der Schüler an: In vier von fünf Klassen stellten mehr als die Hälfte der Gruppen das Kantenmodell nach dieser Vorgehensweise her. Einzige Ausnahme ist die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck: Aus dieser Klasse baute überraschenderweise niemand nach besagter Vorgehensweise.

90 % der insgesamt am Versuch beteiligten Schülerpaare waren in der Lage, das Kantenmodell aus dem selbst vorbereiteten Material zusammen zu kleben. Dies zeigt, dass die Kinder über gesichertes Handlungswissen zum Begriff Kantenmodell des Würfels verfügen. Vier der 57 Schülergruppen hatten dieses Handlungswissen nicht und benötigten Hilfsimpulse der Versuchsleiterin Diese Gruppen stammten alle aus den Dachauer Klassen - bei den Fürstenfeldbrucker Klassen war dies nicht der Fall.

6.2. Vergleich der Ergebnisse aller Klassen zur schriftlichen Herstellungsanleitung für das Kantenmodell des Würfels

Aus dem Bauen-Können muss nicht folgen, dass die Beschreibung des Bauvorganges auch vollständig und richtig gelingt. Im Versuch verfassten die Schüler, nachdem sie in Partnerarbeit das Kantenmodell des Würfels gebaut hatten, in Einzelarbeit eine schriftliche Herstellungsanleitung dazu (vgl. dazu Kapitel 3.4 und 5.1).

Was die Schüler der einzelnen Klassen bei diesen Herstellungsanleitungen leisten, wurde in Kapitel fünf in den Unterkapiteln 5.2.2 - 5.6.2 für jede Klasse bereits einzeln ausgewertet. Im Folgenden sollen nun alle fünf am Versuch beteiligten Klassen vergleichend ausgewertet werden, was die Leistungen der Kinder beim Abfassen der schriftlichen Herstellungsanleitung betrifft.

6.2.1 Vergleich bezüglich des Inhalts

Die von den Kindern verfassten Anleitungen werden in Bezug auf den Inhalt als aus zwei Teilen bestehend betrachtet: Der erste Teil enthält die Beschreibung des Materials sowie die Beschreibung der Verarbeitung, also der Herstellung der Ecken und Kanten. Im anschließenden zweiten Teil soll beschrieben sein, wie aus den fertigen Ecken und Kanten das Kantenmodell hergestellt wird. Für den Vergleich wurde in Kapitel 5.1 eine ausführliche Liste von Items, die die Beschreibung unbedingt enthalten sollte, entwickelt und ein Bewertungsschlüssel nach Punkten eingeführt.

Zunächst soll sich der inhaltliche Vergleich auf die Beschreibung des Materials (gelbe Papierquadrate und rote Tonpapierrechtecke) und die Beschreibung der Vorbereitungsarbeiten (Falten der Ecken und Kanten) beziehen. An Hand der nachfolgenden Tabelle können die Verteilungen für alle fünf Klassen für den ersten Teil der Beschreibungen miteinander verglichen werden:

Anteil der Individuen an dem Ausschnitt der Punkteskala in Prozent	**15-14**	**13-12**	**11-10**	**9-7**	**6-4**	**3-0**	**Notendurch-schnitt**
2. Klasse Dachau	--	8	8	60	20	4	4,04
3. Klasse Dachau	4	33	33	21	4	4	3,04
3. Klasse Fürstenfeldbruck	--	20	36	16	24	4	3,56
4. Klasse Fürstenfeldbruck	5	48	19	24	5	--	2,76
4. Klasse Dachau	--	22	35	26	13	4	3,48

*Tabelle **6.2.1**.1: Inhaltlicher Vergleich des 1. Teils*

Die vierte Klasse aus dem Raum Fürstenfeldbruck bearbeitete den ersten Teil der Aufgabe signifikant am besten (Notendurchschnitt 2,76), die zweite Klasse aus dem Dachauer Raum signifikant am schlechtesten (Notendurchschnitt 4,04). Zwischen den beiden Klassen ergibt sich eine Notendifferenz von 1,28.

Das Item, das im ersten Teil am häufigsten „vergessen" wurde, war das Aufklappen des längs-gefalteten roten Tonpapierrechtecks um 90°. Ein Grund hierfür könnte sein, dass es die Kinder nicht für erwähnenswert hielten. Da sich das starre Tonpapier nach dem Falten automatisch schon etwas öffnet, könnten die Kinder das Beschreiben des Aufklappens für überflüssig gehalten haben. Ein weiterer Grund für das Nicht-Erwähnen des Aufklappens könnte sein, dass man es nicht unbedingt in der Phase der Materialvorbereitung durchführen muss, sondern auch erst beim Zusammenkleben zum Kantenmodell machen kann. Hätten die Kinder einen entsprechenden Fachausdruck aus der Technik und damit zusammen hängend eine Vorstellung von sog. L-Schienen besessen, wäre dieser Teil der Beschreibung weitaus glatter zu bewältigen gewesen. Die Analogie zwischen L-Schiene aus Metall, wie sie z.B. für den Bau von Glasvitrinen zur Stabilisierung der Kanten verwendet wird, und L-Schiene aus Papier wäre dem Kind durchaus zugänglich.

Die Eckenherstellung zu beschreiben ist keine leichte Aufgabe. Beim Aufschlüsseln der "Musterlösung" in Items kommt z.B. das Falten und darauf folgende Öffnen zweimal vor, auch ist es nötig, das Einschneiden des Papierquadrats längs einer Diagonalen bis zur Mitte auszuführen. Erwartungsgemäß wurden bei so vielen schwierig zu beschreibenden Items einige vergessen oder aus Furcht vor Schwierigkeiten ausgelassen. So wurde das zweite Öffnen nach dem Falten an der Diagonalen sehr häufig ausgelassen. Eine Erklärung könnte sein, dass die Kinder das Öffnen als Selbstverständlichkeit ansahen und deshalb nicht erwähnten.

Das Einschneiden entlang der Diagonalen brachten fast alle Schüler, doch sehr häufig fehlte das Item „bis zur Mitte" (einschneiden). Nur 56% aller Schüler aus den fünf Klassen berücksichtigten dieses Item. Hier geht es um die Genauigkeit einer Handlungsbeschreibung. Dabei zeigt sich deutlich ein Zusammenhang mit dem Alter der Kinder, d.h. der Jahrgangsstufe: Während in der zweiten Klasse nur 20% der Schüler auf das Schneiden bis zur Mitte eingehen, sind es in den beiden dritten Klassen schon 58 bzw. 52%, sowie in den vierten Klassen 76 bzw. 74%. Da die Ecken von allen Kindern richtig produziert wurden, kann man schließen, dass sich alle über das Herstellungsverfahren im Klaren waren. Die Beschreibung zu liefern ist allerdings schwierig. Das Phänomen der Auslassung von wichtigen Items erklärt sich daraus, dass die Kinder sie als nicht nennenswert weil anschaulich selbstverständlich ansahen.

Der zweite Teil der Beschreibung enthält die eigentliche Herstellung des Kantenmodells aus den fertigen Ecken und Kanten. Auch diesbezüglich werden in der nachfolgenden Tabelle alle fünf Klassen miteinander verglichen:

Anteil der Individuen an der Punkteverteilung in Prozent	**6-5**	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**	**Notendurch-schnitt**
2. Klasse Dachau	--	4	--	36	32	28	4,8
3. Klasse Dachau	8	8	8	21	38	17	4,21
3. Klasse Fürstenfeldbruck	4	16	4	32	28	16	4,12
4. Klasse Fürstenfeldbruck	33	19	24	19	5	--	2,43
4. Klasse Dachau	17	9	17	22	26	9	3,57

*Tabelle **6.2.1**.2: Inhaltlicher Vergleich des 2. Teils*

Auch den zweiten Teil der Aufgabe löste die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck am besten (Notendurchschnitt 2,43), die zweite Klasse aus Dachau am lückenhaftesten (Notendurchschnitt 4,8). Hier ergibt sich die große Notendifferenz von 2,37, was in etwa mit zweieinhalb Notenstufen gleichzusetzen ist.

Fasst man die Vergleiche des ersten und zweiten Teils zusammen ergibt sich Folgendes:

Klassen	**Notendurch-schnitt 1. Teil**	**Notendurch-schnitt 2. Teil**	**Notendurchschnitt insgesamt**	**Notendifferenz der beiden Teile**
2. Klasse Dachau	4,04	4,8	4,42	0,76
3. Klasse Dachau	3,04	4,21	3,63	1,17
3. Klasse Fürstenfeldbruck	3,56	4,12	3,84	0,56
4. Klasse Fürstenfeldbruck	2,76	2,43	2,60	0,33
4. Klasse Dachau	3,48	3,57	3,53	0,09

*Tabelle **6.2.1**.3: Inhaltlicher Vergleich des 1. und 2. Teils*

Es war zu erwarten, dass die zweite Klasse die Beschreibungsaufgabe insgesamt am schlechtesten löst (Notendurchschnitt 4,42). Die Schüler der zweiten Jahrgangsstufe haben in ihrem Geometrieunterricht laut Lehrplan zwar über dreidimensionale Körper etwas gehört, den Würfel genauer zu behandeln ist jedoch erst im Lehrplan der dritten Jahrgangsstufe vorgesehen.

Ebenfalls zu erwarten war, dass die vierten Klassen die Beschreibungsaufgabe am besten lösen. Die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck löste beide Aufgabenteile mit Abstand am besten (Notendurchschnitt 2,60). Zwischen der leistungsstärksten und der leistungsschwächsten Klasse liegen somit fast zwei Notenstufen (1,82).

Die drei Klassen im Mittelfeld liegen bzgl. ihrer Notendurchschnitte sehr nah beieinander (geringe Differenz von 0,31).

Drei Klassen (die zweite und die beiden dritten Klassen) lösten den ersten Teil der Aufgabe besser als den zweiten Teil, wobei die Notendifferenzen zwischen 0,56 und 1,17 liegen. Eine Klasse (die vierte Klasse aus Dachau) löste beide Teile in etwa gleicher Qualität (Notendifferenz von nur 0,09). Nur eine Klasse (die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck) löste den ersten Teil der Aufgabe schlechter, als den zweiten Teil (um 0,33 Notendifferenz).

Erwartungsgemäß stellte für die Kinder die Beschreibung des Materials keine große Schwierigkeit dar. Auch das Falten, Schneiden und Kleben der Ecken wurde in der Regel verständlich beschrieben, wenn auch z.T. einzelne wichtige Items vergessen wurden, wie z.B. das Einschneiden nur bis zur *Mitte* der Faltlinie, (siehe oben, erster Teil).

Der erste Teil des Herstellungsvorgangs wurde vom Großteil der Schüler weitaus besser beschrieben als der zweite, das Bauen des Kantenmodells. Sogar der sehr komplexe Vorgang der Eckenherstellung im ersten Teil wurde von den Schülern um einiges verständlicher geschildert als das Zusammenkleben zum Modell im zweiten Teil. Ein Grund hierfür könnte sein, dass der Bastelprozess der Ecken von den Schülern insgesamt achtmal vollzogen wurde und deshalb als Abfolge von Handlungen sehr gründlich im Gedächtnis haften blieb, während das Kleben des Modells nur einmal stattfand.

Ein weiterer Grund könnte sein, dass die Eckenherstellung sehr gründlich präsentiert wurde: Die Versuchsleiterin demonstrierte zunächst mit großen gelben Papierquadraten die einzelnen Faltungen und hielt die einzelnen Faltstadien zusätzlich visuell mit Nummern für die Reihenfolge an der Tafel fest, und zwar während des gesamten Herstellungsprozesses (Anm.: Man beachte aber, während des Schreibvorgangs der Anleitung war diese Tafelanschrift für die Schüler nicht mehr sichtbar.). Die Schüler falteten selbst eine Ecke gleichzeitig mit der Demonstration durch die Versuchsleiterin. Die Richtigkeit wurde dabei laufend überprüft. All das wurde für das Kleben des Kantenmodells nicht angeboten. Die Kinder mussten hierbei selbst eine mögliche Vorgehensweise (er-)finden, die dann auch nur einmal erlebt wurde.

Sucht man nach weiteren Begründungen dafür, dass die Beschreibungen der Eckenherstellung besser glückten als die Herstellungsbeschreibungen für das Kantenmodell, so muss man auch an die Anzahl der unterschiedlich möglichen Vorgehensweisen bei beiden Herstellungsprozessen denken. Für die Eckenherstellung gibt es nur die eine Möglichkeit, die vorgeführt wurde, für das Kleben zum Kantenmodell dagegen gibt es sehr viele unterschiedliche Arten des Vorgehens.

Ein anderer Grund könnte sein, dass Grundschüler nicht allzu lange konzentrationsfähig sind. Innerhalb der Herstellungsanleitung findet das Beschreiben der Eckenherstellung gleich zu Beginn statt, die des Zusammenklebens zum Modell am Ende. Beim ersten Teil der Beschreibung sind die Schüler also noch konzentrationsfähiger als beim zweiten Teil.

Auch in der dem Kind adäquat erscheinenden Sprache kann ein Grund für oben genannten Unterschied liegen. Während die Demonstration der Eckenherstellung klar signalisierte, dass hier gemeinsam eine mathematische Tätigkeit ausgeführt wurde, für die Ernsthaftigkeit, Konzentration und das Verstehen und Anwenden einer speziellen Ausdruckweise nötig sind, verbinden die Kinder mit dem Zusammensetzen des Modells aus den Papierteilen die Erinnerung an Spiel und Spaß in der Freizeit. Auch wegen der geringen Schwierigkeit des Bauens wird von den Kindern möglicherweise dieses nicht genauso bewusst wahrgenommen als das Falten, Schneiden und Kleben bei der Eckenherstellung.

Wie sich der dem Kind zur Verfügung stehende Wortschatz auf die Beschreibungen auswirkt, soll die folgende Analyse der Wortwahl und des Sprachstils klären.

6.2.2 Vergleich bezüglich der Sprache

Zum Vergleich der von den Schülern verwendeten Sprache wurde die Beschreibung in vier Teile gegliedert: Der erste Teil beinhaltet die bloße Beschreibung des Materials, der gelben Papierquadrate und der roten Tonpapierrechtecke. Der zweite Teil befasst sich mit der Herstellung der Ecken. Die Beschreibung der Herstellung der Kanten stellt den dritten Teil dar, die der Herstellung des Kantenmodells aus den bereits fertigen Ecken und Kanten den vierten Teil.

Wortwahl bei der Beschreibung des Materials:

Zur Beschreibung des Materials für die Eckenherstellung wählten aus den fünf Klassen durchschnittlich 40% der Schüler mathematische Fachbegriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Die dritte Klasse aus Dachau führt hier mit 50%, die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck bildet hier mit 29% das Schlusslicht.
Bei der Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung verwendeten 11% der Schüler Begriffe aus dem Bereich der Flächenformen. Hier führt ebenfalls die dritte Klasse aus Dachau (mit 21%), die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck bildet hier ebenfalls das Schlusslicht (mit 0%). Man erinnere sich jedoch, dass gerade diese Klasse führend im passenden Beschreiben des Herstellungsvorgangs insgesamt war.

Während die meisten Schüler (40%) zur Beschreibung des Materials zur Eckenherstellung Flächenformen („Viereck", „Quadrat") verwendeten, benutzten zur Beschreibung des Materials für die Kantenherstellung die meisten Schüler die Bezeichnung „Streifen" (51%). Das Material zur Ecken- und Kantenherstellung wurde aus dem Bereich der Papiersorten häufig als „Blätter" bzw. „Papiere" bezeichnet.
Fast alle Schüler setzten vor die Subjektbezeichnungen für die Ecken und Kanten noch die Farb-Adjektive. Am häufigsten tauchten somit die Kombinationen „gelbe Quadrate" und „rote Streifen" auf.

Bei der Beschreibung der Materialien lässt sich kein Zusammenhang mit den Jahrgangsstufen erkennen. Auch regionale Unterschiede zeichnen sich nicht ab.

Wortwahl in der Beschreibung der Eckenherstellung:

- Im Item "Das Falten an beiden Diagonalen und das Wieder-Öffnen"

Den ersten Arbeitsschritt bei der Eckenherstellung, das Falten an den beiden Diagonalen und das Wieder-Öffnen nach jedem Faltvorgang, beschrieb aus den fünf Klassen nur ein Schüler (dritte Klasse aus Fürstenfeldbruck) mit dem Begriff „Diagonale". Es kann die Folgerung gezogen werden, dass dieser Begriff somit wohl nicht zum aktiven Wortschatz der Grundschüler gehört.

Fachlich korrekt konnte der Faltvorgang auch mit „Falte ein Dreieck" beschrieben werden, wodurch der Fachbegriff Diagonale vermieden wird. Dies taten, wenn man über alle Schüler aller fünf beteiligten Klassen mittelt, ca. 25% der Schüler. Aus der zweiten Klasse aus Dachau sowie der dritten Klasse aus Fürstenfeldbruck verwendeten 36% der Kinder die obige Ausdrucksweise, aus der dritten Klasse aus Dachau verwendeten sie nur 13%.

„Ecke auf Ecke", „Spitze auf Spitze" bzw. „Kante auf Kante" beschreiben nicht eindeutig das Falten an der Diagonalen. Das Falten an der Mittellinie könnte damit verwechselt werden. „Kante auf Kante" wurde in nur zwei der fünf Klassen verwendet (von 8% der Schüler aus der dritten bzw. 5% der Schüler aus der vierten Klasse in Fürstenfeldbruck), was den niedrigen Gesamtdurchschnitt von knapp 3% aus allen fünf Klassen ergibt.
„Ecke auf Ecke" bzw. „Spitze auf Spitze" verwendeten durchschnittlich 32% der Schüler aus den fünf Klassen. Die vierte Klasse aus Dachau führt mit 39%, die dritte Klasse aus Dachau bildet hier mit 21% das Schlusslicht

Beschreibungen aus dem täglichen Leben, wie z.B. „zu einem Kopftuch / Halstuch / Hexenhut falten" wurden für diesen Arbeitsschritt ebenfalls verwendet. Kopf-/ Halstuch sind passend, Hexenhut dagegen falsch, da dieser kegelförmig ist. Durchschnittlich 9% der Schüler aus den fünf Klassen bedienten sich solcher Begriffe. Die dritte Klasse aus Dachau führt hier mit 21%, die dritte Klasse aus Fürstenfeldbruck bildet hier mit 0% das Schlusslicht.

Einige wenige Schüler, jedoch gehäuft Schüler aus der vierten Klasse in Fürstenfeldbruck, erwähnten zusätzlich die Bemerkung „ein X / Kreuz / einen Stern falten". Man kann aber auch hier nicht von einer Eindeutigkeit der Beschreibung sprechen, da nicht explizit erwähnt wird, dass X / Kreuz / Stern durch diagonale Faltung entstanden sind bzw. bis in die Ecken reichen, Kreuze würden auch durch Falten an den beiden Mittellinien entstehen.

Bzgl. der Verwendung der Begriffe zeichnet sich bei diesem Teilschritt, entgegen der Erwartungen, ab, dass die zweite Klasse aus Dachau sehr gut abschneidet, besser als die dritten und vierten Klassen. Die Schüler der zweiten Klasse führen hier bzgl. der Verwendung korrekter Fachbegriffe und weisen einen sehr geringen Prozentsatz bei unpassenden und auch umgangssprachlichen Bezeichnungen auf.
Die Ausführlichkeit der Beschreibung nimmt mit der Höhe der Jahrgangsstufe stark zu.

- Im Item "Von einer Ecke entlang der Faltlinie bis zur Mitte einschneiden"

Den passenden Begriff „Faltlinie" verwendete in jeder Klasse nur je ein Schüler. Eine Ausnahme bildet die vierte Klasse aus Dachau, wo vier Schüler „Faltlinie" verwendeten. Den Begriff „Linie" gebrauchten 31% aller Schüler aus den fünf untersuchten Klassen, wobei die vierte Klasse aus Fürstenfeldbruck mit 48% den Durchschnitt anhebt, da in allen anderen Klassen der Prozentwert zwischen 21% und 29% liegt.

Die Begriffe „Kante", Knick" und „Strich" können ebenfalls akzeptiert werden, wobei jeweils die Ergänzung „Falt-„ exakter wäre. „Kante" wurde nur von einem Schüler verwendet (zweite Klasse), der den Zusatz „Falt-" umging, in dem er einen Relativsatz schrieb: *„Schneide in eine Kande die du gefaltet hast genau entlang. Aber nur bies in die Mitte!!!!*" Knick" wurde insgesamt nur von zwei Schülern verwendet (dritte Klasse aus Dachau). „Strich" wurde in

jeder Klasse verwendet und durchschnittlich von 14% aus allen fünf Klassen. Von Jahrgangsstufe zu Jahrgangsstufe steigt hier der Prozentwert an. Die Wortschöpfung „Faltstrich" fand sich in der zweiten Klasse *(„valt strich")*, in der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck verwendete ein Schüler den Ausdruck „*Faltenstrich".*

Der Ausdruck „Seite" ist in diesem Zusammenhang falsch. Die Seiten eines Vielecks, z.B. des Quadrats begrenzen dieses. Der Begriff Seite bei einem Vieleck ist mathematisch definiert.

Nur durchschnittlich 5% aller Schüler verwendeten diesen Ausdruck (in der zweiten und vierten Klasse aus Dachau je 4%, in den beiden dritten Klassen je 8%, in der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck niemand).

Wenn es heißt „an der Ecke bzw. Spitze", ist dies zu ungenau, da der Schnitt auch parallel zu einer Seite des Quadrats verlaufen kann. Der wichtige Teil der Beschreibung „entlang der Faltlinie" bzw. „diagonal" wird dadurch nicht getroffen. Insgesamt bedienten sich dieser Begriffe durchschnittlich 12%, wobei die zweite Klasse mit 20% herausragt.

Durchschnittlich 17% der Schüler gebrauchen sonstige Umschreibungen, wobei hier die vierte Klasse aus Dachau mit 30% hervorsticht. Diese Umschreibungen in der Kategorie „Sonstiges" sind u.a. umgangssprachliche Ausdrücke, wie „Faltung", „Falte" oder „das Gefaltete", bei denen der Leser sich in etwa denken kann, was der Schüler meint. Einige dieser Begriffe sind jedoch nicht sehr aufschlussreich, wie „Zacke", „Dreieck" und „Stelle". Manche Umschreibungen fallen zu knapp aus und führen im Herstellungsprozess nicht weiter, *„… und rein schneiden.", „… in der Mitte eingeschnitten.", „… in die Mitte hinein geschnitten."*

Die Enthaltungen liegen bei diesem Herstellungsschritt in den Jahrgangsstufen zwei und drei zwischen 24% und 28%, in der vierten Jahrgangsstufe bei nur noch 5 bzw. 9%.

- Im Item "Die beiden Seitenflächen links und rechts einklappen und kleben"

Dass das Endprodukt bei der Eckenherstellung wie eine dreiseitige Pyramide aussieht, schlägt sich von Jahrgangsstufe zu Jahrgangsstufe immer häufiger in den Schülerbeschreibungen nieder. Von 4% in der zweiten Jahrgangsstufe steigt sein Anteil bis zu 48% in der vierten Klasse im Raum Fürstenfeldbruck. Einzige Ausnahme stellt die vierte Klasse aus Dachau mit nur 22% dar. Bei der Eckenbeschreibung wird das Endprodukt häufiger mit einem mathematischen Fachbegriff bezeichnet („Pyramide") als umgangssprachlich (z.B. „Hut).

Die Bezeichnung der Seitenflächen erfolgt in allen Klassen in etwa gleich: Begriffe aus der Fachsprache verwendeten in der zweiten Klasse überraschenderweise 40%, in den beiden dritten Klassen 33% und 28% und in den beiden vierten je 48%. Der umgangssprachliche Anteil liegt bei allen fünf Klassen unter 10%, bei der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck sogar bei 0%. Auffallend ist, dass 43% der Schüler aus der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck keinen expliziten Begriff verwendeten, sondern Umschreibungen, wie z.B. *„und dann kleben wir **es** zusammen" bzw. „Lege zwei übereinander und klebe **es** fest."* aufführten.

Die "Enthaltungen" bei diesem Item sind bei Jahrgangsstufe zwei und drei (mit 40%, 33% und 36%) im Vergleich zur vierten Jahrgangsstufe (mit 10% und 22%) hoch.

Wortwahl in der Beschreibung zur Herstellung der Kanten:

Der Arbeitsschritt „mittig falten entlang der Längsseite" bereitete den Schülern durchgehend Probleme, da die meisten von ihnen nur eine der beiden Angaben nannten, entweder "mittig" oder "längs". Die Formulierung dieses Herstellungsschritts fiel besonders den Schülern in den niedrigeren Jahrgangsstufen schwer – kein Schüler der zweiten Klasse konnte diesen Schritt so formulieren, dass beide Aspekte (längs und mittig) darin vorkamen.

Anzuführen sind an dieser Stelle Beispiele der vierten Klasse aus dem Raum Dachau, die ein Beleg für die geschickte Wortwahl der höheren Jahrgangsstufen sind: *„Falte ihn so, dass er keine Länge verliert aber die Hälfte der Breite. Streiche die Kante mit dem Finger glatt.*" bzw*. „Falte den Papierstreifen in der Mitte aber nicht die kurzen Seiten aneinander sondern die langen.*"bzw*. „…und falte es so das es der länge nach eine strich in der Mitte bildet.*"

Das Aufklappen um 90° wurde nur von einem sehr geringen Schüleranteil aufgeführt, doch hier lässt sich eine leichte Erhöhung in der vierten Jahrgangsstufe erkennen: In den zweiten und dritten Klassen liegt der Schüleranteil bei 4%, in den beiden vierten Klassen bei 10 bzw. 17%. Bezüglich der Frage, ob bei der Wortwahl, die Fachsprache oder die Umgangssprache vorgezogen wird, lässt sich kein deutlicher Unterschied zwischen den Jahrgangsstufen erkennen, doch bzgl. des Ausdrucks und des Satzbaus können Unterschiede festgestellt werden: Ein Beispiel möge dies illustrieren. Ein Schüler der zweiten Klasse formuliert: *„Das faltest du es wieder auf das ein dach ergibt.*", einer aus einer vierten Klasse dagegen *„…und falte sie auf. Du darfst sie nicht ganz auffalten sondern nur so das es in die Pyramide passt.*"

Sprache der Beschreibung der Kantenmodellherstellung aus den bereits fertigen Ecken und Kanten:

Die mathematische Bezeichnung der Ecken ist in den höheren Jahrgangsstufen verstärkt anzutreffen. In der zweiten Jahrgangsstufe ist der umgangssprachliche Anteil in der Wortwahl („Dinger", „Teile", „Hütchen") weit höher als der fachsprachliche (nur einmal fiel die Bezeichnung „Pyramide"). Eine Ausnahme bildet hier die vierte Klasse aus Dachau, deren Schüler auffallend viele umgangssprachliche Wendungen benutzten: „Mulde", „Halterungen", „die Gelben", „Kappen", etc. Insgesamt ist bzgl. der Wortwahl für die Ecken zu beobachten, dass die Verwendung der fachsprachlichen Bezeichnungen mit steigender Jahrgangsstufe sich ebenfalls steigert.

Bei der Bezeichnung der Kanten innerhalb der Herstellungsbeschreibung des Kantenmodells ist in allen Jahrgangsstufen der umgangssprachliche Anteil (z.B. "Streifen") deutlich höher als bei der Bezeichnung der Ecken.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass mit zunehmender Jahrgangsstufe die Herstellungsanleitungen deutlich ausführlicher und besser verständlich ausfallen. Dies sei an zwei Beispielen illustriert: In der zweiten Klasse beschreibt ein Schüler das Item „Einschneiden" für die Eckenherstellung sehr knapp: *„… und machst einen schnit ins untere*

ek." Ein Schüler der vierten Klasse aus Dachau schreibt dazu ausführlicher: *„Jetzt schneidet man sie von einer Spitze bis zur mitte ein.*"

Auffallend ist auch, dass der Großteil der jüngeren Schüler das Zusammenkleben zum Modell lediglich mit einem Satz „erklärte", z.B.: „Dann klebst du alles so zusammen, dass es einen Würfel ergibt." Eine derart knappe Beschreibung gibt keinerlei praktische Hinweise zum Bau. In den höheren Klassen kann man solch knappe „Erklärungen" bei den leistungsschwächeren Schülern antreffen.

Erwartungsgemäß finden sich in den höheren Jahrgangsstufen mehr sprachlich wohlformulierte Anleitungen, die gefälliger zu lesen sind.

Die Begriffswahl ist in den unterschiedlichen Jahrgangsstufen überraschenderweise ziemlich ähnlich, wie sich bei der Wortwahl zur Beschreibung des Materials zeigt. Über alle fünf Klassen summarisch betrachtet kommen die Bezeichnungen „gelbes Quadrat" und „rote Streifen" am häufigsten vor.

Bei anderen Bereichen, wie z.B. der Herstellung der Ecken, ist die Begriffswahl aber unterschiedlich: Von Jahrgangsstufe zu Jahrgangsstufe wurde der Fachbegriff "Pyramide" häufiger verwendet, nämlich von 4% in der zweiten Klasse bis zu 48% in der vierten Klasse aus Fürstenfeldbruck.

Die Enthaltungen zu einem bestimmten Item in der Herstellungsbeschreibung nehmen mit ansteigender Jahrgangsstufe deutlich ab, wie z.B. das Einschneiden bis zur Mitte zeigt. Bei diesem Herstellungsschritt liegen die Enthaltungen in den Jahrgangsstufen zwei und drei zwischen 24% und 28%, in der vierten Jahrgangsstufe bei nur noch 5 bzw. 9%.

Ein regionaler Unterschied lässt sich lediglich in der Begriffswahl innerhalb der Umgangssprache feststellen: Im Raum Dachau bezeichnen die Schüler die Ecken häufig als „Hut", „Kopfbedeckung", o.ä. - im Raum Fürstenfeldbruck tauchten diese Begriffe jedoch nicht auf.

6.3. Vergleich der mündlichen Herstellungsanleitungen

Die Schüler fertigten, wie bereits in Kapitel 3.5 und 5.1 erwähnt, nicht nur schriftlich eine Herstellungsbeschreibung an, sondern gaben diese einen Tag später auch mündlich. Dazu wurden exemplarisch aus jeder Klasse sechs Schüler unterschiedlichen Leistungsniveaus ausgewählt. Diese erzählten auf Tonband eine Herstellungsanleitung zum Kantenmodell des Würfels.

In Kapitel fünf wurde für jede Klasse einzeln die Beschreibung des Herstellungsprozesses in schriftlicher Form mit der mündlichen verglichen. In diesem Kapitel sollen nun über alle fünf Klassen hinweg Unterschiede in der Kompetenz der Kinder im Mündlichen und in der schriftlichen Beschreibung der Herstellung aufgespürt werden.

Zunächst erfolgt ein Vergleich bzgl. des Umfangs der mündlichen und schriftlichen Herstellungsanleitung:
In allen Klassen fertigten erwartungsgemäß die leistungsstarken Schüler mündlich und schriftlich eine ausführlichere Anleitung an, als die leistungsschwächeren. Nur zwei Schüler verfassten eine längere schriftliche Anleitung, was beweist, dass die untersuchten Schüler eher "schreib-" als "mundfaul" waren. Beim Großteil der Schüler (bei drei der fünf Klassen) fielen mündliche und schriftliche Anleitung gleich umfangreich aus. Bei einer Klasse fertigten die Hälfte der untersuchten Schüler ebenfalls zwei gleich lange Anleitungen an, die andere Hälfte der Schüler eine ausführlichere mündliche Anleitung. In einer weiteren Klasse gab es bzgl. des Umfangs der schriftlichen und mündlichen Anleitung keine einheitliche Linie. In dieser Klasse verfassten alle Schüler, im Vergleich zu denen der anderen Klassen, sehr knappe Anleitungen. Überraschend war, dass die Beschreibungen der leistungsstarken Kinder nur minimal länger waren als die der leistungsschwachen.

Zum Inhalt lässt sich erwartungsgemäß sagen, dass die leistungsstärkeren Schüler im mündlichen und schriftlichen Bereich inhaltlich verständlichere und ausführlichere Anleitungen formulierten und jene der leistungsschwächeren deutlich lückenhafter und verwirrender waren. Bei drei Klassen waren, wie schon zuvor bzgl. des Umfangs, jetzt bzgl. des Inhalts die mündlichen und schriftlichen Anleitungen identisch. Bei den anderen beiden Klassen waren alle Kombinationen vertreten: Etwa zu gleichen Teilen war die mündliche Anleitung inhaltlich besser, die schriftliche Anleitung besser oder aber beide gleich gut.

Die Verwendung von Fachbegriffen erfolgte beim Großteil der Schüler im Mündlichen und Schriftlichen in ähnlicher Weise, bei den anderen vermehrt im Schriftlichen. Nur einzelne Schüler verwendeten mündlich vermehrt und gezielt Fachbegriffe.

Wie zu erwarten, waren bei den meisten Schülern die schriftlichen Herstellungsanleitungen sprachlich wohl formulierter. Dies lässt sich dadurch erklären, dass man während des Schreibens mehr Zeit hat, sich die Begriffe und Formulierungen zu überlegen und beim Durchlesen wieder zu verbessern, was im Mündlichen nicht möglich ist.

7. Fazit und Ausblick

Dem aufmerksamen Beobachter von Schule und Unterricht kann nicht entgangen sein, dass die Rolle der Sprache für das Lernen und Begriffsbilden für alle Schulfächer in letzter Zeit mehr und mehr Beachtung findet. Dies schlug sich in den Formulierungen der Bildungsstandards für die verschiedenen Schulstufen nieder. Die didaktische Forschung für die einzelnen Schulfächer widmet sich folgerichtig der Sprache des Unterrichts und der am Unterricht Beteiligten. Im Kanon der Schulfächer war es allerdings so, dass die Mathematik in ihrer didaktischen Forschung noch bis vor kurzem nicht explizit und gezielt den Auswirkungen von Kommunikation nachging. Versprachlichung wurde eher als Begleitung des Handelns beforscht. In jüngerer Zeit rückte nun Sprache als Forschungsfeld auch für die Mathematikdidaktik in den Vordergrund. Maier und Schweiger ging es dabei um einen systematisierenden Überblick und eine Bestandsaufnahme des Istzustandes. Forscher wie Marianne Franke gingen der Frage nach, wie stark das Kind Fachsprache assimiliert, beschränkten sich dabei allerdings auf den Grad des Gebrauchs von fachmathematischen Objektbegriffen durch das Kind. Als Herausforderung empfand ich es, der kindlichen Sprachkompetenz nicht nur bei der Zuordnung von Bezeichnungen für reale Modelle nachzugehen, sondern es auch dabei zu beobachten, wie es mathematische Zusammenhänge in Sprache umsetzt. Solche relationale Fachsprache wird in jedem Fall dann vom Kind gebraucht, wenn es eine Herstellungsbeschreibung für ein geometrisches Modell abgeben soll. Die Frage nach dem Anteil von Fachsprache hierbei zu erforschen war mathematikdidaktisches Neuland.

Der erste Teil der vorliegenden Untersuchung befasste sich mit der Bezeichnungsfindung für ein Objekt, das speziell im schulischen Kontext die Fachbezeichnung „Kantenmodell" trägt. Da diese Bezeichnung vom Lehrplan der bayerischen Grundschule nicht zum erwerbenden Pflichtvokabular zählt, ist es nicht gravierend, dass nur einer von 118 an der Erhebung beteiligten Schülern diesen Fachausdruck korrekt benutzte. Für Aussagen über den Anteil des vom Schüler benutzten Fachvokabulars ist es wichtiger, dass 50 von 118 Schülern mathematisch passende Fachbezeichnungen, wie „Würfel" und „Quader" wählten, während mehr als die Hälfte der Schüler (nämlich 68 von 118) mathematisch unpassende Bezeichnungen nannten. Bedenkt man die immense Wichtigkeit der Zuordnung von Begriff und Bezeichnung für die Begriffsbildung, so ist das Ergebnis von nur ca. 40% richtigen Bezeichnungen für einen so elementaren geometrischen Begriff wie den „Würfel" kein gutes Zeichen.

Der zweite Teil der Untersuchung analysierte den Grad der Präzision von Herstellungsbeschreibungen für ein Kantenmodell aus Papier. Da die Genauigkeit und Klarheit dieser Beschreibungen vom Einsatz fachsprachlicher Elemente (Substantive, Verben, Adjektive) abhängt, ergab der Vergleich der kindlichen Beschreibungen auch ein Bild über den Anteil der Fachsprache bei Verbalisierungen. Hier zeigte sich ein sehr heterogenes Bild der Sprachkompetenz bezogen auf die untersuchte Gesamtpopulation. Erwartungsgemäß verfassten die leistungsstarken Schüler bis auf ganz wenige Ausnahmen auch klare Beschreibungen, in denen sie einen recht großen Prozentsatz an fachsprachlichen Elementen benützten. Diese leistungsstarke Gruppe machte ungefähr 20% der Population aus. Die leistungsschwachen Schüler, die ebenfalls in etwa 20% der Population ausmachten, lieferten unklare und auch unvollständige Beschreibungen. Die unklare Ausdrucksweise ging mit

einem weit geringeren Benutzen der Fachsprache einher. Betrachtet man die Ergebnisse hinsichtlich der Altersabhängigkeit der Sprachkompetenz, so beobachtet man eine Steigerung dieser Fähigkeiten mit zunehmendem Alter der Schüler. Die älteren Schüler der vierten Klassen lieferten im Durchschnitt betrachtet ausführlichere, treffendere Beschreibungen als die Zweitklässler und auch in der Summe gesehen als die Drittklässler.

Im zweiten Teil der Untersuchung verfassten die Kinder Herstellungsbeschreibungen. Diese bestanden genau betrachtet aus zwei Teilen, zum einen der Beschreibung der Materialvorbereitung und zum anderen der Beschreibung des Aufbaus des Kantenmodells. Die Ergebnisanalyse für diese beiden Beschreibungsteile erbringt das interessante Ergebnis, dass in der Summe gesehen signifikant bessere sprachliche Leistungen für den ersten Teil zu beobachten waren. Wie lässt sich erklären, dass sich die Kinder für die Materialbereitstellung treffender und vollständiger ausdrücken als für die Beschreibung des Modellaufbaus, des Zusammenklebens? Dabei ist zu bedenken, dass in beiden Teilen fachsprachlich vergleichbare Ansprüche an das Kind gestellt werden, in den Aufzählungen der Materialvorbereitung sogar quantitativ mehr Fachsprache. Die Kompliziertheit des Bauvorgangs kann ebensowenig die Ursache sein, da im Zusammenhang mit der Materialbereitstellung die (acht) Eckenverstärker ebenfalls eine nicht unkomplizierte Bauvorschrift haben. Bei Erklärungsversuchen für das beobachtete Phänomen muss auf das Verbundensein der Versprachlichung mit der Handlung geachtet werden. Auf Handlungen (wie Falten der Streifen oder Ankleben der Kanten) beziehen sich beide Teile der Beschreibung, jedoch kommt es auf die Bewusstheit der Handlungsschritte an. Den Kindern waren die gesehenen und auch selbst ausgeführten Handlungen des ersten Teils bewusster als die des zweiten Teils. Dies rührt wohl daher, dass das Material im ersten Teil in demonstrativer Betontheit gezeigt wurde (pantomimisch um keine Sprachbeispiele zu liefern). Auch das im ersten Teil nötige Falten und Kleben der Ecken wurde stumm langsam und betont schrittweise vorgeführt und sogar noch durch Visualisierung an der Tafel unterstützt. So verwundert es nicht, dass das Kind diesen Teil der Beschreibung mit größerer Bewusstheit aufnahm als das von ihm selbst gesteuerte und auf rasche Fertigstellung zielende Zusammensetzen zum Kantenmodell. In zweierlei Hinsicht erfahren somit die mathematikdidaktischen Thesen Bruners und Aeblis experimentelle Bestätigung: 1. Lernen und Begriffsbildung profitieren vom gelungenen Miteinander von Handlung und Sprechen. 2. Die Handlungen müssen so gestaltet sein, dass sie in größtmöglicher Bewusstheit vom Kind erlebt werden. Gerade diese zweite Forderung wurde von der Schulpraxis nicht immer mit der nötigen Ernsthaftigkeit verfolgt. Sprache im Unterricht kann zusätzlich auch dazu dienen die Aufmerksamkeit des Schülers auf Einzelheiten der Handlung zu fokussieren, d.h. die Bewusstheit für die Handlung zu verstärken.

Zusammenfassend kann aus der Erhebung insgesamt gefolgert werden, dass die Sprachkompetenz im Fachunterricht Mathematik noch der Förderung bedarf. Bedenkt man die Wichtigkeit der Versprachlichung für die Begriffsbildung und die Bedeutung der Kommunikationskompetenz für logisches Argumentieren, so besteht in allen Schulstufen, auch in der Grundschule, unbedingt Handlungsbedarf, d.h. gezielte Stärkung dieser Fähigkeiten beim Schüler. Die konsequente Beachtung der Bildungsstandards hat dieses Ziel.

Für den Unterricht ergibt sich die Forderung, dass Sprachkompetenz in jedem Fach in mehrerlei Hinsicht gepflegt werden muss. Es ist selbstverständlich, dass die Sprache des

Lehrers während des Unterrichtsvorgehens Vorbildfunktion haben muss. Folgt der Lehrer allerdings zu stark und ausschließlich fachsprachlichen Anforderungen, wird er möglicherweise von seinen Schülern nicht verstanden. Begibt er sich allerdings gänzlich auf ein umgangssprachliches kindliches Sprachniveau, so erreicht er zu geringe fachsprachliche Sozialisation, was, wie vorliegende Arbeit zeigt, eine vergebene Chance hinsichtlich der Begriffsbildung im Unterricht bedeutet. Der Lehrer sollte andererseits nicht erwarten, dass fachsprachliche Sozialisation allein durch das geeignete „Vorsprechen" geschähe. Wiederum zeigt die vorliegende Erhebung, wie auch bereits andere Erhebungen, dass erst das wiederholte aktive Benützen des Wortschatzes durch das Kind zu einer Übernahme des Fachvokabulars führt.

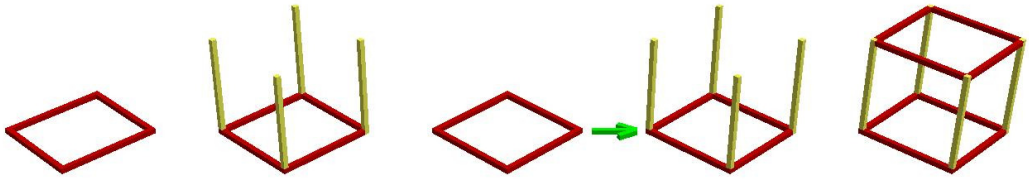
Die Sprache des Kindes zu pflegen ist für die Verständigung während des Lernprozesses wie auch für die individuelle Begriffsbildung von größter Bedeutung und zwar in jedem Schulfach. In der Grundschule ist es für das Fach Mathematik noch vergleichsweise ungewohnt, längere Phasen der mündlichen Kommunikation in den Unterricht einzuplanen oder gar ausführlichere schriftliche Äußerungen zu bestimmten Themen von den Kindern zu verlangen. Will man allerdings die Sprachkompetenz der Kinder auch in Mathematik verbessern, müssen diese Formen von sprachlicher Aktivität unbedingt in das methodische Repertoire übernommen werden. Nicht zuletzt betonen die Bildungsstandards kommunikative Fähigkeiten, wie Begründen, Beschreiben, Argumentieren, etc. stark. Neben diesen diskursiven Kompetenzen sind auch die sprachlichen Äußerungen des Mitteilens, Beschreibens, Erläuterns und Erklärens zu pflegen. Diese aktive Spracharbeit (auch im Mathematikunterricht) berücksichtigt die fremdsprachendidaktische Forderung "Sprache lernt man nur beim Sprechen". Die Forderungen der Sprachpflege stellen an die Didaktiken den Anspruch, gute Vorschläge für motivierende Sprechanlässe zu erstellen und die Lehrer mit einem Handlungsrepertoir auszustatten, wie auf Sprechsituationen geeignet zu reagieren ist. An die Bildungspolitiker stellt die sich durch die Sprachpflege geänderte Unterrichtskultur die Forderung nach einer Verbesserung der äußeren Bedingungen, wie Klassenstärke und Raumausstattung der Schulen.

Anhang 1

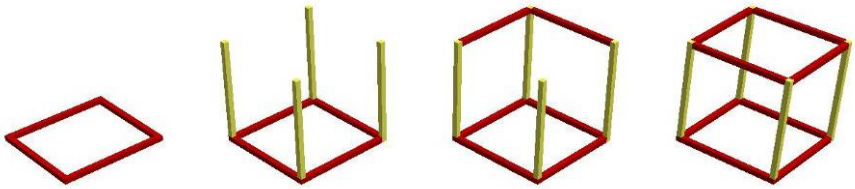
Vorgehensweisen beim Herstellungsprozess des Kantenmodells in Partnerarbeit

Vorgehensweise 1: Beginn mit dem Quadrat

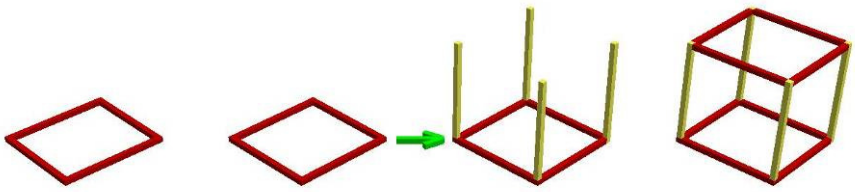
a)



b)

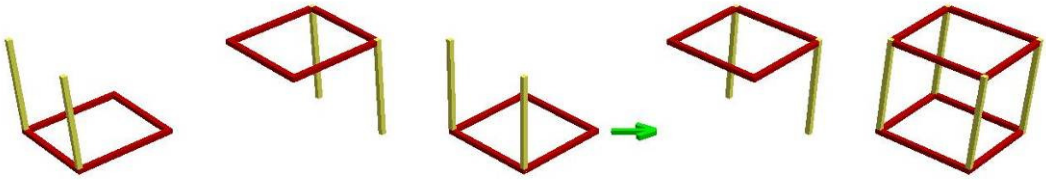


c)



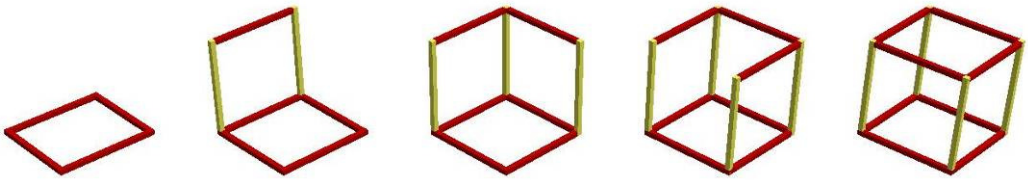
Bauen von 2 einzelnen „Quadraten"

d)



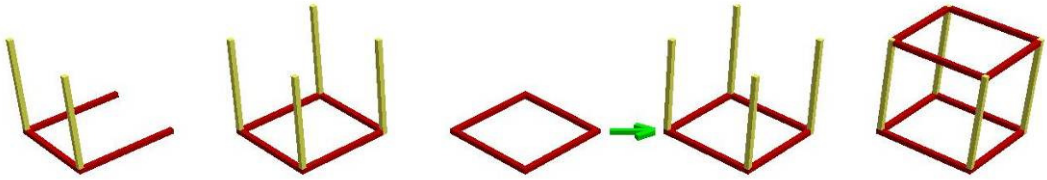
Bauen von 2 identischen Ausgangssgebilden

e)

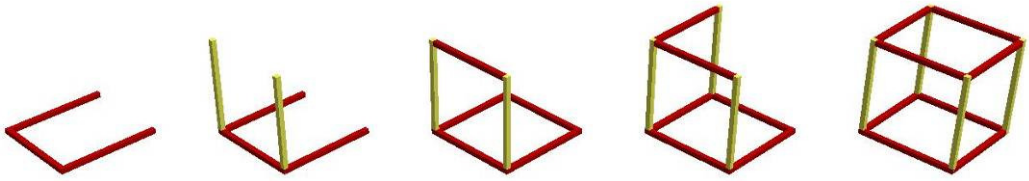


Vorgehensweise 2: Beginn mit dem U

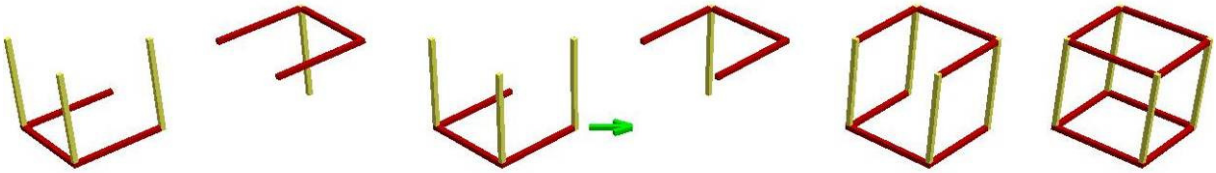
a)



b)



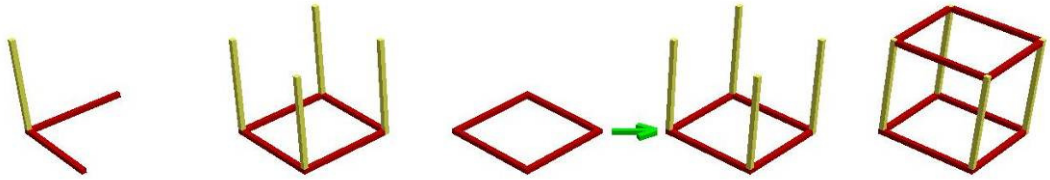
c)



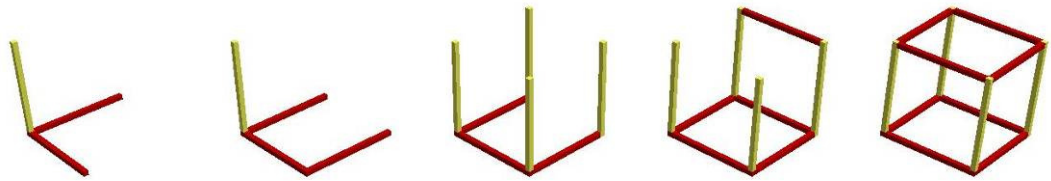
Bauen von 2 Ausgangssgebilden

Vorgehensweise 3: Beginn mit dem „Eckendreibein“

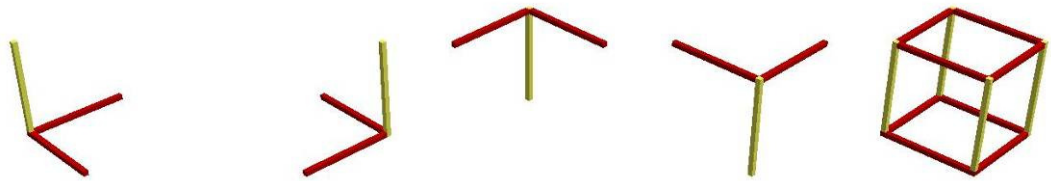
a)



b)

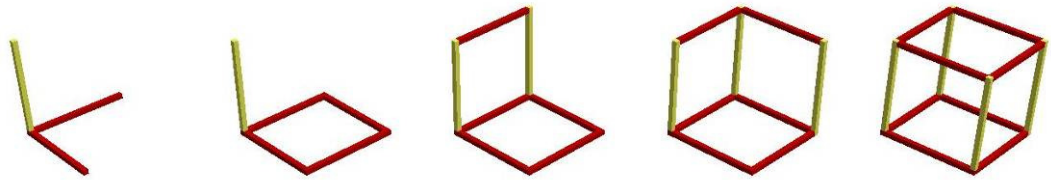


c)



Bauen von 4 „Eckendreibeinen“

d)



Anhang 2

Einige mündliche und schriftliche Herstellungsanleitungen im Vergleich

Anmerkungen zur mündlichen Herstellungsanleitung:

… entspricht Pause

/ signalisiert die Unterbrechung eines Worts / Satzteils durch ein anderes / durch einen anderen

Anmerkungen zur schriftlichen Herstellungsanleitung:

Die schriftlichen Herstellungsanleitungen sind im Original (mit evtl. Rechtschreibfehlern) aus den Schülertexten übernommen worden.

I. Herstellungsanleitungen der 2. Jahrgangsstufe (Landkreis Dachau)

Katharina (M 1, D 2)

Mündlich:

„Hallo. Zuerst kriegst du von Frau Wimmer ein Kuvert. In dem Kuvert sind Bastelsachen, die du benötigst. Nehme aus dem Kuvert die gelben, kleinen Papiereckchen. Falte sie zu einem Dreieck und danach falte es wieder auf und falte es in die andere Richtung. Aber drehe das Papier nie um. Schneide an einer gefalteten Kante entlang, die du … die du gefaltet hast. Aber nur bis zur Mitte. Dann nimmst du eine … eine Seite und klebst sie auf die andere, wo du in der Mitte durchgeschnittten hast. Und das machst du nun mit … acht /und das machst du nun mit acht Sachen / mit acht gelben Kärtchen.

Danach holst du aus dem Kuvert – da sind noch rote Streifen drin. Die holst du raus und faltest zwölf immer in der Mitte, damit derlängs zusammen, damit dünne Streifen entstehen.

Nun nimmst du die gelben Sachen / die gelben Hütchen und legst sie so hin, damit es wie ein Würfel aussiehst. Dann nimmst du die roten Streifen und klebst es jeweils vier Streifen an vier gelbe Hütchen, aber innen hinein. Ein Ende an ein Hütchen und das andere an das andere Hütchen. Aber so, damit es wie ein Strich ausschaut, der was vorne gelb ist und hinten. Das machst du nun erst einmal mit dem Boden. Danach nimmst du vier andere rote Stäbchen und klebst sie mit der gefalteten Kante in die Kante von dem Hütchen, so damit es ausschaut wie ein Unterstelldach. Danach machst du … Danach machst du genau das Gleiche wie mit dem Boden, was du gemacht hast. Aber ohne die vier Stangen, die was du an die Kanten hingeklebt hast. Und das klebst du dann auf. ... Jetzt hast du es das erste mal fast geschafft. Dann nimmst du … nimmst du den Deckel, wo … die Streifen außen an den Kanten nicht hingeklebt worden sind und die klebst du nachher auf deine untere Hälfte. So, nun ist es fertig."

Schriftlich:

Halo!!!!!!! Du bekommst von Frau Wimmer ein Kuwer. In dem Kuwer sind die Bastelsachen die Du brauchst. Neme zuerst die kleinen Gelben Zetel. Falte ein Dreieck in eine richtung, und in die andere richtung. Aber drehe das Papier Niemals um!!!!!!!!! Schneide in eine Kande die du gefaltet hast genau entlang. Aber nur bies in die Mitte!!!! Verstanden?! 1ne

Lose eke nimst du und Klebst sie auf die andere Lose Papiereke so des es so aussit (Zeichnung eines halbierten Dreiecks). Mache das mit alen 8.

Neme aus dem Kuwer die Roten Schtreifen. 12 Stück brauschst du. Falte die Roten Schtreifen genau derlängs.

Nun bist du fast fertig. Klebe jetzt die Roten Schtreifen an deine gefalteten Gelben Hütchen. So das es das ergibt (versuchte Zeichnung eines Kantenmodells). Verstanden?! Klebe gut. Sonst Falt es dir wieder ausernander.

Paula (M 1, D 1)

Mündlich:

„Also. Zuerst ein gelbes Viereck/ ähm Quadrat aus dem Umschlag nehmen und dann die linke untere Ecke auf die rechte obere Ecke falten, dann wieder auseinander falten. Und dann die rechte untere Ecke auf die linke obere Ecke falten und wieder auseinander falten. Jetzt an dem Strich von der rechten unteren Ecke entlang schneiden bis zur Mitte und dann an einem Eck neben dem geschnittenen Strich … ähm … dann ein Dreieck mit Kleber einstreichen und … dann es auf das andere Dreieck neben dem Strich kleben. Und das mit allen gelben Quadraten.

Und dann die roten langen Papiere rausnehmen und sie quer in der Mitte ähm falten und sie dann wieder halb aufklappen und das auch wieder bei allen machen.

Und dann ähm … und dann die roten gefalteten in die gelben Dreiecke reinkleben. Und immer drei in ein Dreieck / drei Enden in ein Dreieck hinein kleben. An jeder Ecke, die wo entsteht, ein Dreieck hinmachen."

Schriftlich:

Du brauschst: Eine Schere, ein Kleber, und ein Stift (am besten Füller)

So wird´s gemacht:

Nimm ein gelbes Quadrat und falte die linke untere ecke auf die rechte obere ecke. Nun falte es wieder auf und falte die rechte untere ecke auf die linkte obere ecke. Nun falte es wieder auseinander. Jetzt schneide genau an dem Strich von der rechten unteren ecke entlang. Und nun nehme ein Dreieck neben der geschnittenen Linie und streiche es mit Kleber ein und Klebe es auf das eck neben der geschnittenen Linie. Das musst du bei jedem gelben Quadrat machen.

Jetzt nimm ein rotes Rechteck und falte es quer in der mitte durch und klebe es in ein gelbes Dreieck.

Marie (M 2, D 2)

Mündlich:

„Man hat ein Kuvert. Da drin sind zwölf rote Papiere und … acht ähm … acht Vierecke drin. Du faltest die / Du nimmst ein rotes Stück in die Hand. Dann faltest du es einmal. Dann faltest du bei den anderen fünf Stücke es auch noch einmal so und dann ähm nimmst du Kleber und klebst die gelben ähm ähm / nehm erst einmal ein gelbes Quadrat, … drehe es zu dir hin, dass so eine Ecke entsteht, falte es, dass ein Dreieck rauskommt, mache es wieder auf, mach an einer anderen Ecke ein Dreieck und dann ist ähm bei / dann siehst du in dem Qua / im gelben kleinen Quadrat ein X. Und in dem / in einem so einen X, wo die gefaltete Linie ist, schneidest du dann entlang bis zur Mitte und dann nimmst du das andere, machst an das andere Kleber dran und klebst zusammen, so dass es eine Pyramide wird. So machst du es auch bei den anderen acht Stück.

Und … man nehmt dann eben diese langen roten Streifen,

nehmt die Ecke / das Ende … des Rechteck und klebt es an das gefaltene Quadrat. So machst du das auch bei den anderen. Dann entsteht ein Würfel, wo die Oberfläche frei ist."

Schriftlich:

Wir haben als erstes von Frau Wimer ein Kuver gegriegt. In dem Kuver war ein rotes rechtek aber 12 stück. Und es war 8 Quardrate drin.

Nemmt das gelbe Quartat aus dem Quver. Legt es for euch hin. Falte das Quadrat so das die Ecke zu euch schaut faltet es einmal dan legt es for euch hin. Dan dret es das eine andre Ecke zu euch herkukt. Faltet es ander ecke indlank. Stel dein Quadrat wieder hin. Jezt steht vor euch ein X. Schneidet an einer Ecke indlank die Gefaltenen ecke indlank. Wo im Quadrat ein Schnit ist faltet den riss zur anderen ecke. So das eine Püramide indsteht, die Acht Stück faltet ihr auch so.

Niemmt die rotenrechtecke legt sie for euch hin. Faltet sie so das ein gleich roßeß Rechteck indsteht. Und ein dünes Rechteck. So machst ihr das bei jedem roteneck.

Wenn ihr damit vertig seid macht dan vollgenes. Nimmt die rotenrechtecke in die Hand. Das Gelbe Hütchen nimmt ihr auch. Also nimmt den Kleber. Dret das Hütchen um. Klebt in das Hütchen Kleber rein. Jezt nimmst das roterechteck in die Hand. An das Ende des rotrechteck klebt ihr das Hütchen an das ende fest. Jezt nimmst ein andres Zelt in die Hand. Jezt ist es ein balken. So mach ihr das bei den ander Stück. Wenn ihr so weiter macht würd dadraus ein Würfel. Der die Ober und Unter und anden Seiten sind ler nur der Würfel mit den Balken ist zu sen. So in schdeht ein würfel.

<u>David (M 2, D 2)</u>

Mündlich:

„Also. Zuerst nimmt man die gelben … äh Vierecke und faltet sie/ legt sie vor sich hin und faltet sie nach oben. Danach wiederholt man diesen Durchgang mit der anderen Seite. Und das 8 mal.

Dann nimmt man die roten Streifen und faltet sie nach oben. Ja.

Und danad bastelt man daraus ein Gestell. Und die gelben Hütchen, die da entstanden sind, tut man dann auf die Ecken drauf kleben."

Schriftlich:

1. Du faltest die Gelben Teile nach Oben danach faltest du sie wieder auf und das selbe auf der anderen seite und festkleben.

Später faltest du die roten Streifen nach oben.

Dann die roten Streifen zu das Gestel zusamenfalten. Die Gelben Dreieke an die Ecken des Gestels festgleben. Dann ist es fertig.

<u>Lena (M 3, D 3)</u>

Mündlich:

„Ich hab als erstes die gelben Dinger genommen und das aus einem Dreieck gemacht.

Und da sind noch so rote lange … / lange Streifen. Die eine Seite habe ich genommen und auf die andere Seite genommen

und das hab ich alles zusammen gebastelt."

Schriftlich:

Ich und meine Freundin Sabrina haben ein Würfel gebastelt. Wir haben rote lange streifen genomen die eine seite zu der anderen seite und des must du 12 mal so das machen

und du brauchst gelbe Quardrat du must die eine Eke auf die andere eke falten. Und dan aufkniken und dan wider auf die andere eke und des machst du 8 mall.

Daniel (M 4 , D 3)

Mündlich:

„Man soll zuerst die gelben Papiere einmal / einmal längs falten und später wieder aufmachen. Und dann muss man des rechts falten und dann wieder. Und dann einmal ein bischen / und dann aufmachen und reinschneiden ein kleines Stück, und dann einmal falten, damit des / damit des wie eine Pyramide ausschaut und das dann … 8 mal.

Dann kommen die roten Papiere dran: Die knickt man einmal in der Mitte, damit die Streifen einmal richtig gerade / damit die einmal richtig gerade sind.

… Und dann muss man sie / dann muss man sie einmal nach unten, damit / viermal nach unten machen, dann viermal nach oben, damit sie stehen und dann auch viermal nach oben, damit wieder ein Quadrat raus kommt. Und das war der Schluss."

Schriftlich:

Zuerst die gelben Papiere links falten dann aufmachen und rechts falten dann wieder aufmachen und rein schneiden und das 8 mal

dann die roten Papiere falten das 12 mal

Und dann zusamen kleben 8 gelbe kanten 12 seiten

II. Herstellungsanleitungen der 3. Jahrgangsstufe (Landkreis Dachau)

Robert (M 1, D 2)

Mündlich:

„Also, du tust die gelben Vierecke aus der Tüte raus und dann faltest du sie zu einem Kopftuch. Und dann faltest du es wieder auf, dann mit der anderen Seite genauso.

… Dann schneidest du in eine Seite bis zur Mitte rein mit der Schere … Und dann machst du auf eine Seite Kleber drauf und faltest es zusammen, so dass eine Pyramide entsteht. Und so machst du es bei den anderen 7 auch.

Dann tust du die roten Rechtecke raus, faltest sie in der Mitte und dann klebst du immer drei gefaltene Rechtecke in die Pyramide rein, so dass eine Linie auf dem oberen Strich da ist. Und dann machst du das bei den anderen auch und dann klebst du es noch zu einem Würfel zusammen. Und dann bist du fertig."

Schriftlich:

Du faltest ein gelbes Viereck zum Kopftuch. Danach faltest du es auf und das selbe dann auf der anderen Seite. Schneide dann auf einer Seite bis zur Mitte ein. Nun schiebst du die zwei getrennten Seiten übereinander und klebst sie. So machst du die anderen 7 Vierecken auch.

Falte dann die 12 roten Rechtecken der Länge nach.

Klebe er zu einem würfel zusammen.

Michaela (M 1, D 2)

Mündlich:

„Du brauchst 12 rote ….Streifen, 8 gelbe ….Quadrate und dann knickst du die 12 roten Streifen alle in der Hälfte

und die … Quadrate, die gelben, die halbierst du immer. Und dann schneidest du auf einer Linie bis zur Mitte ein und dann klebst du es zu einem Dreieck.

Und dann musst du es zusammen bilden, dass es einen Würfel ergibt."

Schriftlich:

Du brauchst: 8 kleine Quadrate (gelb), 12 Streifen (rot), Kleber, Schere

1. Falte die Streifen (rot) in der Mitte.
2. Falte die gelben Quadrate zu einer Phiramyde falte sie wieder auf und falte die Phiramyde in die andere richtung falte sie wieder auf und schneide von einer Linie bis zur Mitte. Das machst du jetzt mit allen 8 Quadraten.
3. Klebe die Streifen nach und nach mit den Quadraten zusammen.
4. Am Schluss müsste ein Würfel entstehen.

Viel Spaß beim Basteln!

Katharina (M 2, D 3)

Mündlich:

„Ich brauche … 12 Streifen, ähhm, 8 kleine Vierecke

und … dann muss ich die kleinen Vierecke, muss ich zwei mal in der Mitte teilen, also falten,

und das gleiche mache ich auch mit den Streifen, bloß einmal falten

und dann muss ich das alles zusammen kleben und … hm, … als erst immer einen Streifen nehmen und dann den anderen hinkleben und dann wieder einen und dann die Vierecke, ähm draufkleben und das gleiche auch mit den anderen machen.. hm… und …

VL: Bist du fertig?

K: ja."

Schriftlich:

Man braucht für den Würfel: 8 kleine Vierecke die je 4cm lang sind, 12 Lange Streifen wo 12cm lang sind, Kleber, Schere

So geht´s: Du nimmst die 8 kleinen Vierecke und Faltest die eine Seite zur Anderen Seite. Dan legst du das Gefaltete Papier auf den Tisch und faltest es zu Anderen Seite und dan hast du das Papier 2 mal gefaltet. An einer Seite nimmst du das Papier und schneidest bis zur Mitte und das Gleiche machst du mit den Anderen.

Nun nimmst du einen Langen Streifen und Faltest ihn bis zur der Anderen Seite das Gleiche machst du auch mit den Anderen Streifen

und klebst du es zu einem Würfel. Wenn du willst kannst du ihn noch verziehren. Viell Spaß Bei dem Basteln!

Anna (M 3, D 3)

Mündlich:

„Erst muss man die Streifen nehmen, muss man sie zusammen falten.

Dann / Das sind … / Das sind 12 Stück.

Und dann muss man die kleinen Vierecke nehmen, muss man so ein Dreieck formen. Und muss man dasselbe noch mal machen, und dann muss man die an einem Balken

auseinander schneiden, bis zur Hälfte und dann zusammen kleben, dass es ein Dreieck ergibt.

Und dann muss man .. das zum Würfel formen / zum Würfel machen … kleben."

Schriftlich:

Du brauchst: 5cm breites und 21cm langes Papier und ein kleines 4eck

Du nimmst das kleine Viereck legst es so hin dass eine spitze zu deinen Bauch zeigt und dan faltest du es. Dann faltest du das selbe noch einmal. Dann schneide eine Faltlinie durch. Nun faltest Du es zusammen.

Dann nimmst du die Großen Teile und faltest sie in der Mitte durch.

Dann falte es zu einen Würfel.

Vanessa (M 4, D 4)

Mündlich:

„*V: Heißt das quer zusammen falten?*

VL: Ja.

V: Das hab ich auch hingeschrieben.

…

Mir fällt das nicht mehr ein. …

Da hast du den Umschlag gekriegt, hast du die gelben Zettelchen rausgeholt und … dann musstest du die zusammen falten … und des alle 8.

Und dann nimmst du aus dem Umschlag die roten Zettelchen raus und die faltest du dann quer zusammen.

Da draus besteht dann ein Würfel."

Schriftlich:

Zuerst valtest du die gelben Papirchen erst klabst du die Linke Seite nach oben und die rechte Seite auch dan wen du die Rechte Seite umgeklabt hast schneidest du es in der Mite durch aber nich gan dan nemt das gelbe Papierchen und prest es gegen einander dan habt ir ein hocker du must 8 stück genauso machen

wen du damit fertig bist nemst du aus denn umschlag alle roten Papierchen raus und faltest es quer und das ganz oft bis alle Papierchen fertig sind

klebt ir alles zusamen und dan habt ir ein Würfel.

III. Herstellungsanleitungen der 3. Jahrgangsstufe (Landkreis Fürsten-feldbruck)

Nora (M 1, D 2)

Mündlich:

„Es sind gelbe und rote Papiere im / in / in deinem Kuvert. Die gelben, die sollen dann die Ecken zusammen halten. Die gelben, die faltet man erst ähm zu einem Dreieck, dann faltet man es wieder auf und klappt die andere Seite wieder zu einem Dreieck. Dann faltet es man wieder auf. Dann schneidet man die eine Seite ein bis zur Mitte. Dann schiebt man die / die Drei / das zusammen und es gibt eine kleine Tüte. Und dann / Das macht man mit allen gelben.

Dann die roten … ähm klappt man in der Mitte zusammen, dann faltet man sie wieder auf

und / und stellt / und legt es so in das kleine Tütchen, dass es reinpasst. Dann macht man / So macht man dann immer weiter du an alle vier Ecken kommt eins von den gelben Tütchen. Wenn dann ein Viereck entsteht, dann kommen wieder vier Streifen, die hoch gestellt werden / die ähm senkrecht in das Tütchen gestellt werden. Dann, auf die vier kommt wieder ein Viereck, wie man`s unten gemacht hat."

Schriftlich:

Es gibt verschiedene Blätter. Es gibt acht gelbe vierecke und 12 längliche rote Blätter. Man fängt an die Gelben Blätter zu falten und das geht so: Fahlte erst ein dreieck dan fahlte es wieder auf und klape die andere Seite des blattes auf die Seite das wieder ein dreieck entsteht das fahltest du wieder auf und schneide an einer deiner Fahltlinien bis in die mitte. Schiebe die eine Ecke dan über die andere so das es wie eine Filtertüte aus siet damit du es nicht festhalten musst du es festkleben.

Knike alle roten Streifen in der Mitte.

Klebe den streifen so in das dreieck das es richtig rein past. So machst du das weiter bis ein viereck entsteht. Jetz stehlst du einen Streifen in die dreiecke, das machst du mit vier Streifen wenn du damit fertig bist legst du die Streifen wieder wie unten auf die aufgestehlten Streifen. Und so ist der Würfel fertig.

Tobias (M 2, D 2)

Mündlich:

„Also, als erstes soll man sich äh acht gelbe / acht gelbe, kleine Vierecke nehmen und soll / soll die einmal zu jeder Seite in ein Dreieck / zu einem Dreieck falten. Dann haben wir die Linien. Dann schneidet man an einer Seite bis zur Mitte rein, schmiert auf eine Seite Kleber und klebt die zwei losen Seiten so zusammen, dass es eine Pyramide gibt. Genau das macht man acht Mal.

Dann nimmt man die / Dann nimmt man zwölf rote Streifen und faltet sie einmal in der Mitte.

Danach muss man immer drei Streifen in ein / in ein gelbes Papier kleben und einmal werden nur streifen aneinander äh / und einmal ist / und des würde man / ich würd raten, als erstes ein Viereck zu machen und dann mit dem würde ich das zusammen falten und würd des / in des in die vier Vierecke / in die Pyramiden, dass man da das erste in die Mitte klebt, nach oben, des andere geht zum anderen Viereck über, ja und das andere geht wieder nach oben. Und dann macht man das Viereck und unten klebt man noch Mal welche ohne Viereck hinten dran. Dann macht man die andere Hälfte genauso und dann muss man das noch mal zusammen pappen."

Schriftlich:

Als 1. Faltest du Viereck zu einem Dreieck das 2-mal in beide Richtungen dann schneidest du in eine Falte bis zum Mittelpunkt streichst 1 lose Seite mit Kleber ein und klebst beide zusammen dies machst du 8chtmal.

Dann faltest du die 12 Streifen einma in der Mitte.

Dann klebst du immer 3 streifen in eine Pyramide. Nun ist dein würfel fertig.

Michelle (M 2, D 2)

Mündlich:

„Erst falte ich … das kleine, gelbe Viereck … zu einem … Dreieck. Dann falte ich es wieder auf und mache wieder ein Dreieck. Dann schneide ich es an einer Linie bis zur Mitte auf.

Dann klebe ich eine Seite auf die andere Seite und dann hab ich ein Dreieck. … Du musst dann noch … acht gelbe Dreiecke machen.

Dann nimmst du zwölf rote Kar / Kärtchen und faltest sie in der Mitte zusammen. Dann musst du alles zusammen kleben und dann hast du einen Würfel."

Schriftlich:

Als erstes solst du ein gelbes Blätchen aus dem Kuwär hollen und Faltest es von Ecke zu Ecke. Dann Faltest du es auf und wieder von Ecke zu Ecke. Dann Schneidest du es an einer Lienie auf bis zur Mitte. Dann legst du es aufeinander und dann Klebe es zusammen, du must acht gelbe machen.

Dann Faltest du das rote Blat aufeinander

und Klebe es auf das gelbe dreieck und mache das zwölf mall und dann bekommst du einen Würfel raus.

Florian (M 2, D 2)

Mündlich:

„Ich hab ähm so gelbe Kärtchen bekommen und die hab ich zu einer Pyramide gebastelt - ähm acht Stück. Und dann hab ich die auf die Seite gelegt.

Und ich hab noch so rote Kärtchen und die hab ich in der Mitte gefalten.

Und dann hab ich die aufgestellt und mit den gelben Kärtchen mit Kleber befestigt."

Schriftlich:

Mann muss 8 kleine viereckige Kärdchen nehmen. Danach muss mann die Kärdchen zu einer Pyramide basteln.

Man bekommt noch rote Streifen. Die roten Streifen falltest du in der Mitte.

Als letztes müsst ihr alles zusammen gleben.

Marcel (M 3, D 4)

Mündlich:

„Man muss gelbes Papier haben / kleines, gelbes Papier, muss viereckig sein.

Und man muss es dann schräg rüber falten und … dann nicht / dann wieder / und dann muss man`s kleben , dass man es so ähnlich wie ein / wie eine … Hülle hat. Dann muss man rote äh / das muss man mit acht / acht so kleine Vierecke machen. Dann nimmt man rotes Papier, faltet es gegenüber auf die andere Seite und befestigt es dann innen / in das Loch, da wo das kleine Viereck ist. Und des macht man mit allen zwölf, roten … Papierstücken. Und wenn man / Wenn man damit fertig ist, dann … tut man / tut man`s trocknen lassen mit den Kleber, und das rote Papier muss man auch an / dran kleben, nicht nur abstecken."

Schriftlich:

Mann muss 8 Kleine vierecke basteln und dan schreck auf die andere Ecke legen wen du damit vertig bist dan kanst du das auf die Seite legen.

Dann machst du dier dicke Streifen und falte ich sie gegenüber und dan fer Suche ich es zu einem Vireck zubasteln.

Timo (M 4, D 3,5)

Mündlich:

„Ich habe mir ein gelbes Papier genommen und habe es geknickt, zwei Mal in der Mitte und dann hab ich meine Schere genommen und habe es bei dem Strich ähm rein

geschnitten bis zur Mitte. Dann hab ich Kleber genommen und hab das, wo ich geschnitten habe, hab ich das zusammen geklebt.

Und dann hab ich mir ähm 16 rote ähm Blätter genommen und hab sie geknickt / in der Mitte zusammen geknickt. Dann hab ich alle geknickt und …. ähm hab alles noch Mal zusammen geklebt. Dann ähm oben hab ich alles ähm zusammen geklebt und unten die Vierecke. Ja, und dann war`s fertig!"

Schriftlich:

Ich habe acht gelbe Blätter aus dem Kufer und valte sie zwei mal und dann schneide ich sie in die Linie. Dann nehmme ich einen Kleber und glebe es zusammen. Ich glebe es bei allen alle acht.

Und nimmts du die roten Blätter knigst sie zusammen.

Und dann nimmtst du die gelben Blätter und glebst sie an die roten Blätter an. Und die gelben Blätter solen ein dereieck ergeben. Und solle dann eigentlich verdich sein.

IV. HERSTELLUNGSANLEITUNGEN DER 4. JAHRGANGSSTUFE (LANDKREIS FÜRSTENFELDBRUCK)

Timo (M 1, D 1)

Mündlich:

„Also, in dem Kuvert sind zwölf rote Streifen und acht gelbe Zettel. Man nimmt die zwölf roten Streifen und faltet sie längs. Dann nimmt die acht Zettel, gelben, und faltet sie so / nimmt sie so, dass oben und unten die Spitzen sind, und rechts und links. Dann … ja, faltet man sie einmal nach oben und einmal seitlich, dass in der Mitte ein Stern ist oder ein Kreuz. Dann schneidet man von einer Spitze und einer … / einer / also einer Linie entlang bis zur Mitte von dem Stern. Dann faltet man die / Dann legt man die / man klebt die rechte Seite / die Seite, die rechts neben dem Einschnitt ist auf die, die links neben dem Einschnitt ist. Nun entsteht automatisch eine Ecke, die man dann später hinkleben kann.

Dann nimmt man die gelben / roten Streifen und legt sie wie eine Bank oder ein Sofa hin.

Dann tut man ein andere /einen anderen roten Streifen auch so hinlegen, und das macht man noch so weiter, dass immer ein Viereck / hat man aus dem / ja ein Viereck aus den roten Streifen machen, und … ja und sie sollen alle liegen wie eine Bank, so dass sie in die Mitte schauen. Dann tut man an den Ecken die gelben Ecken drankleben und tut / nimmt / dieses Viereck macht man dann noch einmal. Und wenn man das gemacht mit den roten Streifen, hält man es über das andere und verbindet diese mit auch roten Streifen, die auch geknickt sind, wie Säulen verbindet man es dann."

Schriftlich:

Man nimmt 12 rote Streifen und 8 gelbe Zettel aus dem Kuvert. Die roten Streifen nimmt man waagrecht und faltet es so in der mitte, dass es auf beiden Seiten 2cm von der gefalteten linie bis zum rand des streifen sind. Man faltet sie also lenks.

Dann kommen die gelben Zettel dran. Man nimm sie so, dass die Spitzen oben und unten sind. Nun faltet man sie so, dass sie in der Mitte einen Stern haben. Jetzt schneidet man sie von einer Spitze bis zur mitte ein. Dann klebt man das Viertel, das rechts vom Einschnitt ist auf dass, das links vom Einschnitt ist. Jetzt hat man eine Ecke. Das macht man mit allen acht Zetteln.

Nun nimmt man vier gefaltete rote Streifen und legt mit ihnen ein Viereck. Jede Ecke verbindet man mit einer gelben Ecke (Kleber). Das macht man zwei mal. Dann hält man ein Viereck über das andere, diese verbindet man dann mit roten Streifen, die wie Säulen stehen. Dann ist alles fertig.

Jana (M 1, D 2)

Mündlich:

„Als erstes nimmst du die kleinen gelben Papierchen und faltest sie in der Mitte zu einem Dreieck. Dann klappst du es wieder auf und klappst die andere Seite so zu einem Dreieck, dass ein Kreuz in der Mitte entsteht. Dann nimmst du die Schere und schneidest an der einen angefalteten Linie einen Ritz bis in die / zum Mittelpunkt. Dann nimmst du das mmhh … / Dann nimmst du das Papier und klebst das eine Stückchen, wo du eingeschnitten hast über das andere, dass ein pyramidenähnliches Dreieck entsteht. … Das machst du mit den anderen sieben Papieren genau gleich. …

Dann nimmst du die roten langen Papiere und faltest sie der Länge nach in der Mitte durch. …

Wenn du das mit allen gemacht hast, klebst du die roten Papiere so in die kleinen gelben Pyramiden, dass der … / dass die gefalteten Enden genau ineinander sitzen. So verbindest du alle Teile, bis ein Würfel entsteht, in dem Löcher sind."

Schriftlich:

Als erstes bekommst du von der Lehrerin ein Kuver mit Bastelmaterial. Du nimmst 8 kleine gelbe Blättchen. Nun legst dass Papier vor dich hin und faltest es zu einem Dreieck, dann klappst du es wieder auf und faltest die andere Seite genaugleich so dass ein Kreuz in der Mitte entsteht dann klappst du es wieder auf. Nun schneidest du an einer gefalteten Linie entlang bis zur Mitte. Danach ziehst du dass Dreieck beidem du eingeschnitten hast so über dass daneben das es einer Pyramide ähnelt. Dass gleiche machst du mit den anderen gelben Blättchen.

Dann nimmst du 12 rote größere Blättchen und faltest alle der Länge nach zusammen.

Jetzt schmierst du auf die obere Seite des rotem Papieres ein bisschen Kleber an das eine Eck. Nun steckst du das rote Papier in die gelbe Pyramide. So das die eine Kannte genau in der anderen Kannte steckt. So kannst du die anderen Teile ebenfalls mit den kleinen Pyramiden verbinden. Dass machst du solange bis ein geometrischer Würfel daraus entsteht. Nun kannst du ihn irgenwo in dein Zimmer stellen oder aufhängen.

Julia (M 2, D 2)

Mündlich:

„Also, nimm dir Mal das kleine, gelbe Zettelchen, also eins davon aus dem Kuvert raus und leg es vor dich hin. Dann falte es einmal nach oben wie ein Kopftuch und schlage es dann wieder auf. Dann dreh es und falte es noch Mal wie ein Kopftuch. Dann falte es wieder auf. Dann siehst du, wenn du`s richtig gemacht hast, ein Kreuz auf dem gelben Zettelchen. Dann nimmst du dir eine Schere und schneidest mit der Schere einmal bis zur Mitte von dem Kreuz ein. Und dann, wenn da jetzt diese zwei auseinander geschnittenen Teile sind, die schiebst du ineinander, und schaust, dass eine Art Ecke entsteht. Und man könnte es auch Pyramide nennen, denn es ist ziemlich spitzig und unten ähm ja. Und wenn du das so gemacht hast, dann klebst du die beiden ineinander geschobenen Teile zusammen, dass es auch als Ecke hält. Und das machst du mit den anderen Teilen auch. Natürlich jetzt nur noch mit sieben Stück, weil du ja schon eins gemacht hast.

Dann nimmst du dir einen roten Streifen und faltest ihn einmal längs in der Mitte zusammen. Ähm und dann auch wieder auseinander klappen. Das machst du jetzt nur noch mit elf Stück, wie gesagt, weil du ja auch schon einen gemacht hast.

Und dann also legst du dir den roten Streifen ähm so hin, bis es so aussieht wie eine Bank, also wie ein Sofa oder wie ein Stuhl, ein sehr langer, und dann klebst du an die eine Ecke davon, also an die eine Seite, rechts und links, eine Ecke / also ein gelbes Eckchen, so dass oben eine Ecke absteht. Und da wieder in die obere Ecke klebst du wieder einen roten Streifen hinein, so dass er nach oben zeigt und sagen wir mal wie ein Hausdach aussieht, aber das geht schräg nach oben. Und so, da machst du dann wieder gelbe Hütchen drauf und so immer weiter, wie beim Ersten."

Schriftlich:

Nimm dir ein gelbes Zettelchen und falte es einmal wie ein Kopftuch. Dann klappe es wieder auseinander und falte es in die andere richtung auch wie ein Kopftuch, so das ein Kreuz entsteht. Nun schneidest du an einen Strich des gefalteten Kreuzes bis zur Mitte ein. Die beiden auseinandergeschnittenen Teile schiebst du ineinander und klebst sie fest. Das eine Pyramide entsteht. Das machst du nun noch mit sieben anderen. Es sollen 8 werden.

Jetzt nimmst du die roten Streifen und faltest einen lengs aufeinander. Das machst du nun noch 11mal. Es sollen 12 werden.

Lege nun einen roten Streifen so hin das er aussieht wie eine Bank (oder wie ein Sofa) und klebe rechts und links eine gelbe Ecke (Pyramide) daran. Bei der Ecke (Pyramide) steht jetzt eine Ecke nach oben ab. Da klebst du einen roten streifen senkrecht ein. Darauf kommt wieder eine gelbe ecke. So machst du jetzt immer weiter bis ein Würfel entsteht. Ich hoffe du hast verstanden das du alles verbinden musst, sonst funktioniert es nämlich nicht! Viel Spaß beim Finger verkleben!

<u>Ludwig Wild: (M 2, D 3)</u>

Mündlich:

„Ja, hallo erst Mal. Erst nehmt ihr die gelben Streifen aus dem Kuvert. Dann basteln wir jetzt ein Achteck. Ja, jetzt kommen erst Mal die Ecken dran. Zuerst / Zuerst faltet man`s nach oben, mit auf Ecke auf Ecke, dann klappt man`s wieder auf, dann muss eine Gerade entstehen. Dann muss man die andere Seite falten, wieder Ecke auf Ecke. Und dann muss man ein Kreuz haben. Dann schneidet man auf einer von denen Linien ein und klebt des dann zusammen, legt es übereinander, die geschnittenen Dinger, und dann klebt man es zusammen. Ja, und so macht ihr das acht Mal.

Dann nehmt ihr die roten Streifen heraus, faltet sie quer, damit`s wie ein Dach / wie ein Hausdach entsteht, rechts schief runter und links auch schief runter.

Dann klebt ihr jeweils drei von den roten Dächern in die gelbe Ecke und in jede Ecke drei Streifen. Ja, und wenn`s dann sechs Fenster hat, dann ist es richtig und wenn`s ausschaut wie n` Würfel."

Schriftlich:

Mein Freund Moritz und ich haben lange dafür gebraucht: Erstmal falteten wir die gelben Ecken nach oben damit eine Gerade entsteht, dann noch einmal da muss ein Kreuz entstehen. An einer Linie muss man einschneiden. Danach klebt man die eingeschnittenen Seiten auf einander.

Die roten Papier Streifen faltet man quer auf einander.

Nun fangen wir an mit dem kleben. In das gelbe Eck kommen jeweils drei rote Streifen auf einander. Nun müssen sechs Fenster entstehen, wenn es so aussieht wie ein würfel dann ist

es richtig. Ich hoffe, das basteln mit mir und meinem Freund Moritz hat euch Spaß gemacht, bis zum nächsten mal.

Felix (M 3, D 3)

Mündlich:

„Also, erst Mal nimmst du die gelben / gelben Vierecke aus / aus der Schachtel und … und faltest sie so: Du knickst sie / Du knickst eine Seite an die eine, die andere an die andere. Dann faltest du sie wieder auf und schneidest mit einer Schere, die / an einer / an einer … / an einer … Linie bis zur Mitte. Dann knickst du es und klebst es mit dem / mit dem Kleber aufeinander. Das machst du … acht Mal.

Dann nimmst du die roten Striche raus, knickst sie in der Mitte und faltest sie wieder auf. Das machst du … zwölf Mal.

Dann klebst du alles aneinander. Wenn es fertig ist, ergibt es einen Würfel."

Schriftlich:

Zuerst nimmst du aus dem Kurver die gelben Quadrate raus und faltest sie so: „du legst eine Kante auf die gegenüberliegende! Dann legst du die Andere auch wieder auf die gegenüberliegende Seite. Du musst sie an einem Streifen bis zur Mitte einschneiden. Das machst du 8 mal!

Danach nimmst die roten streifen heraus. Du brauchst 12 davon. Du musst sie in der mitte aneinander legen und wieder auseinander falten.

Wenn du fertig bist musst du die Roten geknickten Streifen mit hilfe der gelben Ecken zu verbinden mit einem Kleber! Aber verbinde sie so dass sie einen Würfel ergeben! Und jetzt wünsche ich dir Fiel Spaß beim Würfeln

Dennis (M 3, D 5)

Mündlich:

„Als erstes tust du dir acht gelbe Zettel raus. Einmal knickst du so, dass ein Dreieck rauskommt. Dann machst du es wieder auf, machst es in die andere Richtung, dass ein Dreieck rauskommt. Und dann nimmst du ne Schere und schneidest von einer Linie bis in zur Mitte. Dann nimmst du die / den Zettel in die Hand, schiebst ihn einfach grade aus und dann kommt eine Pyramide. Das machst du dann bei jedem Stück.

Und jetzad holst du … zwölf rote … Streifen raus und knickst sie in der Mitte.

Dann nimmst du eine Pyramide, tust ein Geknicktes in die Pyramide reinschieben, genau wo sie geknickt ist, genau auf das Eck, da wo die Pyramide auch geknickt ist, rein, dann klebst du es, und an jeder Pyramide hängen ungefähr drei Stück, und dann, wenn du das hast, klebst du alle zusammen und dann ist der Würfel fertig."

Schriftlich:

Aus den Kuver holzlt du 8 gelbe Zetels heraus, dann nimmst du eins und knigst es so das ein Dreieck raus kommt dann machst du es noch in die andere Richtung und dann machst du es einfach bei den anderen auch.

Aus den Kuver holzt de jetzt 12 lange Balken die knikst du in der Miete; dann bei alen anderen.

jetzt machst du es auf und dan siest du ein Kreuz dann nimmst du eine Schere, einen strich schneidest du aus bis zum Mittelpunkt von den Kreuz. Nun kniekst du es so dass eine Pyramide raus kommt und dan Kleben auch.

an jede Piramyde klepst du 3 Balken, wenn du des gemacht hast musst du sie verbinden, und dan kommt ein würfel zum schluss raus. Viel Glück

V. HERSTELLUNGSANLEITUNGEN DER 4. JAHRGANGSSTUFE (LANDKREIS DACHAU)

Maximilian: (M 2, D 2):

Mündlich:

„Vor dir auf dem Tisch liegt ein Kuvert. Öffne es und darin siehst du ein / äh gelbe Dreiecke und äh eine roten / viele rote, lange Streifen. Knicke die roten, langen Streifen in der Mitte durch, aber nicht die äh kurze Seite auf die kurze Seite, sondern die lange Seite auf die lange Seite. Das machst du mit allen äh roten Streifen.

Nun, wenn du das gemacht hast, nimmst du die gelben Dreiecke und faltest eine Ecke an die anderen, dass / an die andere, dass ein Dreieck entsteht. Dieses öffnest du wieder und machst das gleiche nur mit der anderen / mit den anderen Ecken. Jet.. / und faltest sie wieder auf. Jetzt hast du ein Kreuz in der Mitte.

An einer Linie bis / schneidest du bis zur Mitte / ein / äh ja schneidest du bis zur Mitte. Nun äh faltest äh du … äh legst du diese / das zerschnittene Dreieck übereinander. Und jetzt entsteht eine Art Pyramide. Diese klebst du jetzt / Jetzt klebst du die / das zerschnittene Dreieck übereinander. Nun hast du eine feste Pyramide, die nimmer aufgehen kann.

Nun nimmst du die gefaltenen Streifen, legst das so in die Pyramide, dass es möglichst gut reinpasst, und / ja und … ne…möglichst gut reinpasst (geflüstert) … äh da / ne, du legst die Ecke an die obere / nee… stell erst die Pyramide nicht auf die Spitze, sondern auf eine Ecke, äh nun steht / ist es so eine Art aufgeklappte Pyramide. Da / Jetzt nimmst du den roten Streifen und legst ihn in das obere Eck. Jetzt klebst du das fest. Nun hast du einen / den roten Streifen und die Pyramide, die erste / halt das erste Teil des Würfels. Nun machst du das gleiche nur mit / an der anderen Ecke und machst / äh klebst du den roten Streifen wieder dahin und darin klebst du wieder eine Pyramide. Und so geht das weiter bis du einen Würfel zusammen hast."

Schriftlich:

Öffne das Kuwer darin siest du Gelbe Quadrate und rote längliche Papierstreifen.

Falte die Papierstreifen in der Mitte aber nicht die Kurzen Seiten aneinander sodern die langen.

Nun nimm die Quadrate und falte die Ecken aneinander das ein Dreieck entsteht. Falte das Dreieck auf und wiederhole den Vorgang nur das du die anderen Ecken aneinander faltest. Falte das Dreieck wieder auf nun siehßt du ein Kreuzt schneide an einer Linie bis zur mitte entlang. Neben der angeschnittenen Linie sind jetz ? diese legst du übereinander jetzt ist eine Pyramide entstanden.

Nim die roten Papierstreifen und falte sie auf du darfst sie nicht ganz auffalten sondern nur so das es in die Pyramide passt. Und nun nim die Puramyden und lege den Papierstreifen so hinein das die vordere Seite des Streifens an die Pyramidenspitze stößt nun klebe es fest nun klebst du an die gleiche Pyramide an der anderen ecke einen Streifen fest daran kommt wieder eine Pyramide wiederhole diesen Vorgang bis du einen Würfel zusammen hast.

Lukas: (M 2, D 3)

Mündlich:

„Wenn ihr einen Kasten bauen wollt, dann bekommt ihr ein Kuvert, da ist n`/ davon braucht ihr zwölf rote Streifen und acht gelbe Zettelchen. Die Zettelchen faltet ihr einmal Ecke auf Ecke und faltet sie wieder auf. Dann faltet ihr die Ecken wieder aufeinander, aber dieses mal in der entgegen gesetzten Richtung. Nun wird wieder aufgefaltet. Schneidet einen

Strich bis zur Mitte ein und klebt die zwei jetzt auseinander geschnittenen Ecken wieder aufeinander. Nun entsteht ein Dreieck, das werden die Ecken für die Streifen. …

Faltet die Streifen einmal längs und so dass kleine Rümpfe entstehen.

Klebt immer drei Rümpfe zu einer Ecke zusammen und klebt als Ecke außen ein / ein gelbes Eck auf. Fertig ist der Bastelspaß!"

Schriftlich:

Du bekommst ein Kover mit 12 gelben Zettelchen und 14 roten streifen. Du brauchst nur 8 gelbe Zettel und 12 rote streifen.

Falte die roten streifen lenks.

Falte zwei Ecken des gelben Zettelchens aufeinander. Falte sie wieder auf. Falte nun die anderen Ecken aufeinander. Mache sie wieder auf. Schneide eine Faltlinie bis zur Mitte ein. Klebe die nun getrenten Ecken aufeinander.

Klebe immer 3 Holme zu einem Eck. Klebe die gelben Ecken auf. Fertig!

<u>Anna-Lisa: (M 3, D 3)</u>

Mündlich:

„Also, wir haben das / ähm das Kuvert bekommen und danad haben wir … die, die gelben Papiere genommen und sie ein mal in der Mitte zusammen gefaltet zu einem Kopftuch und dann haben wir sie wieder aufgefaltet / dann haben wir sie wieder auseinander gefaltet, ähm wieder auf der anderen Seite wieder / wieder zu einem Kopftuch gefaltet, und danad haben wir auf einer Seite eingeschnitten bis zur Mitte, und danad haben wir die zusammen geklebt, und das haben wir 8 mal gemacht.

Und dann haben wir die roten Papiere einmal in der Mitte zusammen gefaltet,

und die drei an die gelben Seite hingeklebt in die Mitte, und danad haben wir noch ein anderes gelbes Teil genommen und da wieder 2 hingeklebt, und das an / das an das eine rote hingeklebt und immer so weiter halt."

Schriftlich:

Material: Kleber, Briefkover mit roten und gelben zugeschnittenen Papieren, Schere

Zuerst faltest du die gelben Papiere zum Kopftuch. Dann wieder auf und anschliesend anders herum. Jetzt schneidest du eine Faltlinie bis zur Mitte (dort treffen alle aufeinander) auf. Das machst du jetzt acht-mal.

Nun nimmst du die roten Papierstücke und faltest sie in der mitte.

Danach brauchst du erstmal ein gelbes und drei rote. Die roten befestigst du an dem gelben (innen). Nun das zweite gelbe an dem du zwei gelbe anklebst, danach nimmst du dass mit drei gelben und klebst es ebenfalls an. Jetzt machst du immer so weiter wie eben dann bekommst du einen tollen Würfel.

<u>Rico: (M 4, D 3)</u>

Mündlich:

„Also, als erstes hab ich die gelben, kleinen Papiere zu ähm schräg durch die Mitte gefalten. Dann hab ich das gleiche noch mal / ähm das gleiche noch mal gemacht und so dass es ein X ergibt. Ähm dann hab ich an einer Seite vom / am X entlang geschnitten bis zur Mitte und die Ecken übereinander geklebt.

Dann hab ich ein rotes genommen, ähm ich hab es quer gelegt, und auch quer gefalten.

Dann hab ich die ähm äußere Ecke vom queren ähm roten Papier in die innere ähm Ecke vom gelben Papier geklebt, so dass schon mal ein erstes/ das erste entstanden ist. Und dann eigentlich immer so weiter, und bis dann ein vollständiger Würfel entstanden ist."

Schriftlich:

Wie man einen Würfel baut

Wir falteten acht gelbe und zwölf rote Papiere.

Das gelbe knickten wir 2x schräg durch die mitte so das es ein X ergibt, dann schneidet man am strich entlang bis zur mitte. Dann klebt man die ecken auf einander.

Das rote nimmt man qwär und man faltet es auch qwär.

Dann klebt man die Ecken der streifen innen in die Ecken des gelben Papieres.

Manuel: (M 4, D4)

Mündlich:

„Wir haben einen Würfel gebaut. Und da haben wir so nen / so ein Kuvert gekriegt mit / mit ähm 8 gelben Vierecken / äh Quadrate und noch so 12 / ungefähr 12 rote Papierstücke. Und da haben wir also die gelben Quadrate erst mal rausgenommen, dann gefaltet wie so nen Dampfer am Anfang. Und dann haben wir in so ne / irgend in einer Falte so nen Schnitt reingesetzt. Und des acht mal.

Und dann haben wir die roten Streifen rausgenommen und dann haben wir sie gefaltet und dann nur noch geklebt.

Und des wir / und des haben wir so geklebt, dass in ein Dreieck drei versch /äh drei verschiedene so Streifen kommen und eins kommt oben, eins kommt rechts und eins kommt links hin und des mehrmals, außer oben."

Schriftlich:

1. Wir haben ein Kuwer gegriegt.
2. Wir haben dieses Kuwer aufgemacht und haben 12 Streifen rotes Papier und 8 vierecke gegrickt.
3. Wir haben die vierecke aus dem Kower rausgenomen.
4. Wir haben die ecke nach oben also nach rechts und nach lincks gefalltet.
5. Dann haben wir in eine Ecke einen Schnitt an der gefalltenen linie einschneiten und dann den eingeschnittenen Strich festgeklebt.
6. Wir haben die roten Streifen in der Mitte gefalltet.
7. Zum Schluss haben die Dreiecke mit den roten Streifen zusammen geglebt.

Brigitte: (M 5, D 4)

Mündlich:

„B: In der Früh kamen wir ins Klassenzimmer und da stand die Frau Wimmer und mir begrüßten sie und mir gangen dann in den Kunstraum und wir saßen uns dann hin und sie erklärte uns, wie so ein würfel gemacht wird und …

VL: Und du erklärst jetzt einem anderen Kind, wie es so etwas (VL deutet auf das Modell) basteln soll.

B: Wir bekamen einen Umschlag und da war Bastelmatrerial drin und da waren 8 gelbe Vierecke drinnen und die hab ich danad gefaltet wie es in der Anleitung steht. Da war auch noch 8 rote Streifen dabei. Die faltete ich auch, wie es in der Anleitung steht. Und …

VL: In welcher Anleitung?

B: In meiner Anleitung.

VL: Dieses Kind, das später die Kassette hört, bekommt nur die Kassette und das Kuvert, aber nicht deine geschriebene Anleitung. Die bekommt ein anderes Kind.

B: Und in diesem Kuvert waren ähm acht rote Streifen und die faltete ich quer. Und dass es einen Strich gibt und das machte ich acht mal.
Und die gelben Papierstücke, die faltete ich auch ähm wie n ` Dreieck und das machte ich auch … acht mal und … und das baute ich dann zusammen. Und ähm da nahm ich ähm ein Dreieck, das wo ich dann zusammen geklebt hab, wo ich dann auch in der Mitte / zur Mitte eingeschnitten hab und das hab ich dann zusammen geklebt.
Und da hab ich dann … ähm ein / einen roten Strich ähm ein rotes Papier weggenommen und habs mit eingeklebt und das machte ich auch ähm oben und unten vier mal und bei der Seite machte ich es ähm auch noch dazu, dass oben und unten verbunden wird. Und das klebte ich dann zusammen. Und das zeigten wir dann."

Schriftlich:

Als erstes bekam ich ein Kower mit gelben und roten Papier. Ich faltete das gelbe papier als erstes mit der Ecke nach oben und faltete es wieder auf dann von rechts nach links falten. Danach wieder auffalten und es solte ein X ergeben. Bei einen der Striche bis zur mitte einschneiden, die eingeschnittene ecke über die andere geschnitene ecke kleben. Das mache ich acht mal.

Wenn ich das habe nehme ich 12 rote streifen. Ich halbiere einen Streifen quer – und das mache ich 12 mal.

Ich Klebe eine gelbe ecke auf einen roten streifen. Das mache ich oben 4 mal und unten 4 mal. Die restlichen streifen klebe ich auch noch an die Seiten. Und was ist es geworden? Finde es raus.

Literaturverzeichnis

- **Aebli**, H. (1963a): Psychologische Didaktik. Stuttgart: Klett.
- **Aebli**, H. (1963b): Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett.
- **Aebli**, H. (1983): Zwölf Grundformen des Lehrens. Stuttgart: Klett.
- **Anderson**, J. (2001): Kognitive Psychologie. Heidelberg, Berlin: Spektrum.
- **Bardy**, P. (2002): Eine Aufgabe – viele Lösungswege. In: Grundschule Heft 3, S. 28-30.
- **Bauer**, L./**Maier**, H. (1978): Zum Problem der Fachsprache im Mathematikunterricht. In: Schriftenreihe des IDM, Heft 18, S. 137-159. Bielefeld: Universität.
- **Bauersfeld**, H. (2000): Radikaler Konstruktivismus, Interaktionismus und Mathematikunterricht. In: Begemann, E.: Lernen verstehen – Verstehen lernen. In: Rienert, G.-B.: Erziehungskonzeptionen und Praxis, Band 44. Frankfurt/Main, Berlin, Bern, u.a.: Peter Lang.
- **Bauersfeld**, H. (2002): Interaktion und Kommunikation. In: Grundschule Heft 3, S. 10-14.
- **Bauersfeld**, H. (2003): Rechnenlernen im System. In: Fritz, A./Ricken, G. u.a. (Hrsg.): Rechenschwäche. Weinheim, Basel, Berlin: Beltz, S. 12-24.
- **Baumert**, J./**Lehmann**, R. u.a. (1997): TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich. Deskriptive Befunde. Opladen: Leske+Budrich.
- **Baumert**, J./**Artelt**, C. u.a. (Hrsg.) (2003): PISA 2000 – Ein differenzierter Blick auf die Länder der Bundesrepublik Deutschland. Opladen: Leske + Budrich
- **Bayerisches Staatsministerium für Unterricht und Kultus und Wissenschaft, Forschung und Kunst** (Hrsg.) (2000): Lehrplan für die Grundschulen in Bayern. München.
- **Beck**, A. (2002): Das Sammelbuch mathematischer Einsichten im Anfangsunterricht. In: Journal für Mathematikdidaktik 23 (3/4), S. 203-221.
- **Beck**, A. (2002): Das Sammelbuch als Anlass und Mittel zur Kommunikation. In: Grundschule Heft 3, S. 21-24.
- **Bender**, P. (Hrsg.) (1988): Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis: Festschrift für Heinrich Winter. Berlin: Cornelsen.

- **Berger**, A. (1986): Die Problematik des Tests der Raumvorstellung. In: Informationsblätter für Darstellende Geometrie, 5 (2), S. 23-25.

- **Besuden**, H. (1999): Raumvorstellung und Geometrieverständnis. In: Mathematische Unterrichtspraxis (3) 1999, S. 1-10.

- **Bloom**, B. (1971): Stabilität und Veränderung menschlicher Merkmale. Weinheim/Berlin/Basel.

- **Bobrowski**, S./**Grassmann**, M. (2002): Qualitativer Mathematikunterricht. In: Praxis Grundschule, Heft 2, S. 4.

- **Bönig**, D./ **Strippel-Lorfeo**, U. (2002): Auf dem Weg zu einer förderlichen Gesprächskultur. In: Praxis Grundschule Heft 2, S. 31-34.

- **Bos**, W./**Lankes**, E.M., u.a. (Hrsg.) (2003): Erste Ergebnisse aus IGLU. Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich. Zusammenfassung ausgewählter Ergebnisse. Verfügbar über: http:// www.erzwiss.uni-hamburg.de/IGLU/home.htm (Datum des Zugriffs: 01.03.2007).

- **Bos**, W./**Lankes**, E.M., u.a. (Hrsg.) (2004): IGLU – Einige Länder der Bundesrepublik Deutschland im nationalen und internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.

- **Brandenburg**, B. (2001): Geometrie: So geht´s. Mülheim an der Ruhr: Verlag an der Ruhr.

- **Brandt**, B. (1997): „Ja, wie habe ich gerechnet?" Schülerinnen und Schüler reflektieren über Rechenwege und Rechenvorteile. In: Die Grundschulzeitschrift 110, S. 45-47.

- **Bruner**, J. (1964): The Course of Cognitive Growth. Am. Psychol., 19, S. 1-15.

- **Bruner**, J./**Olver**, R. u.a. (1971): Studien zur kognitiven Entwicklung. Stuttgart: Klett.

- **Bruner**, J./**Olver**, R. u.a. (1988): Studien zur kognitiven Entwicklung: Eine kooperative Untersuchung am „Center for Cognitive Studies" der Harvard-Universität. Stuttgart: Klett.

- **Bußmann**, Hadumod (Hrsg.) (2002): Lexikon der Sprachwissenschaft. Stuttgart: Kröner.

- **Claus**, H. (1989): Einführung in die Didaktik der Mathematik. Darmstadt: Wissenschaftliche Buchgesellschaft.

- **Deutsches PISA-Konsortium** (Hrsg.) (2001): PISA 2000: Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.

- **Dörfler**, W. (1988): Begriff als Tätigkeitsstruktur – Zur Unterscheidung von empirischem und theoretischem Begriff. In: Bender, P. (Hrsg.) (1988): Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis: Festschrift für Heinrich Winter. Berlin: Cornelsen, S. 29-37.

- **Dormolen**, J. van (1978): Didaktik der Mathematik. Braunschweig: Vieweg.

- **Dürschlag**, S. (1994): Umgangssprachliche Bedeutungsinhalte als Ansatz bei der Entwicklung von Strategien bei der Begriffsbildung (Der pragmatische Aspekt für den Unterricht). In: Pickert, G. / Weidig, I. (Hrsg.): Mathematik erfahren und lehren. Festschrift für Hans-Joachim Vollrath. Stuttgart: Klett, S. 72-80.

- **Duncker**, L. (1994): Lernen als Kulturaneignung. Schultheoretische Grundlagen des Elementarunterrichts. Studien zur Schulpädagogik und Didaktik, Band 9. Weinheim, Basel: Beltz.

- **Duncker**, L. (2007): Die Grundschule. Schultheoretische Zugänge und didaktische Horizonte. Weinheim, München: Juventa.

- **Edelmann**, W. (2000): Lernpsychologie. Weinheim: Psychologie Verlags Union.

- **Ellrott**, D./**Schindler**, M. (1975): Reform des Mathematikunterrichts. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

- **Flavell**, J. (1977): Cognitive Development. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

- **Flavell**, J. (1979): Kognitive Entwicklung. Stuttgart: Klett.

- **Franke**, M. (1997): Mathematik als erste Fremdsprache. In: Sache, Wort, Zahl, 25, S. 38-40.

- **Franke**, M. (1999): Was wissen Grundschüler über geometrische Körper? In: Henning, Herbert: Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden. Oldenburg, S. 151-163.

- **Franke**, M. (2000): Didaktik der Geometrie. Heidelberg, Berlin: Spektrum.

- **Franke,** M. (2002): Strategiekonferenzen. In: Grundschule Heft 3, S. 19-20.

- **Freudenthal**, H. (1973): Mathematik als pädagogische Aufgabe. 2 Bände. Stuttgart: Klett.

- **Fritsch,** R. (1985): Vorschläge für die Raumgeometrie in der Mittelstufe - Vortrag auf der 76. Hauptversammlung des Deutschen Vereins zur Förderung des mathematischen und naturwissenschfttlichen Unterrichts in Braunschweig 1985. In: MNU 39(6), S. 339-348.

- **Fritsch**, R. (1990): Wie wird der Vierfarbensatz bewiesen? In: Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) 43(2), S. 80-87.

- **Fritsch**, R. (1994): Der Vierfarbensatz – Geschichte, topologische Grundlagen und Beweisidee. Mannheim, Leipzig, Wien, Zürich: Wissenschaftsverlag.

- **Fritsch**, R. (1998): Bemerkungen zur Viereckslehre. In: Forschungsbeiträge der Naturwissenschaftlichen Klasse (Schriften der Sudetendeutschen Akademie der Wissenschaften und Künste), Band 19, S. 69-94.

- **Fritsch**, R. (2004): Von Appolonios aus dynamisch Mathematik entdecken – Leuchten wir mit Cabri in wenig bekannte und unbekannte stille Winkel der Geometrie. In: Forschungsbeiträge der Naturwissenschaftlichen Klasse (Schriften der Sudetendeutschen Akademie der Wissenschaften und Künste), Band 25, S. 45-70.

- **Galperin**, P. J. (1969): Die Entwicklung der Untersuchungen über die Bildung geistiger Operationen. In: Hiebsch, H. (Hg.): Ergebnisse der sowjetischen Psychologie. Stuttgart: Klett, S. 367-405.

- **Gärtner**, B. (2000): Sprich dazu! Formen der Sprechtätigkeit im Mathematikunterricht. In: Neubrand, Michael (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, S. 209-212.

- **Gallagher**, J. (1993): Secondary science Teachers and Constructivist Practice. In: Tobin, K. (Hrsg.): The Practice of Constructivism in Science Education (S. 181-191). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- **Gallin**, P./**Ruf**, U./**Sitta**, H. (1985): Verbindung von Deutsch und Mathematik – ein Angebot für entdeckendes Lernen. In: Mathematik lehren 9, S. 17-27.

- **Gallin**, P./**Ruf**, U. (1993): Sprache und Mathematik in der Schule. Ein Bericht aus der Praxis. In: JMD 14 (1), S. 3-33.

- **Gallin**, P./**Ruf**, U.(1998): Sprache und Mathematik in der Schule: Auf eigenen Wegen zur Fachkompetenz. Seelze-Velber: Kallmeyer.

- **Gardner**, H. (1991): Abschied vom IQ – Die Rahmentheorie der vielfachen Intelligenzen. Stuttgart: Klett. Cotta.

- **Grassmann**, M./**Mirwald**, E. u.a. (2000a): Untersuchungen über Vorkenntnisse von Grundschulkindern zu zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts der Klasse 4 (Teil 1). In: Sache, Wort, Zahl 28 (28), S. 51-59.

- **Grassmann**, M./**Mirwald**, E. u.a. (2000b): Untersuchungen über Vorkenntnisse von Grundschulkindern zu zentralen Inhalten des Mathematikunterrichts der Klasse 4 (Teil 2). In: Sache, Wort, Zahl 28 (27), S. 56-59.

- **Graumann**, G. (2002): Mathematikunterricht in der Grundschule. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.

- **Griesel,** H. (1978): Zu den unterschiedlichen Arten von Termini und ihrer Verwendung im Mathematikunterricht. In: Schriftenreihe des IDM, Heft 18, S. 160-170. Bielefeld: Universität.

- **Grüßing**, M. (2005): Räumliche Kompetenzen und Mathematikleistung. In: Sache Wort Zahl 33 (71), S. 41-48.

- **Guilford**, J. (1967): Drei Aspekte der intellektuellen Begabung. In: Weinert, F. (Hrsg.): Pädagogische Psychologie. Köln, S. 118-136.

- **Hahn von**, Walther: Vorlesung „Fachsprache", Sommersemester 1999. Verfügbar über:http://nats-www.informatik.uni-hamburg.de/~vhahn/German/Fachsprache/vHahn/vHahn.html. (Datum des Zugriffs: 03.04.2006).

- **Hamburger Bildungsserver**: Aspekte der Lernausgangslage und der Lernentwicklung: Bericht über die Erhebung im September 1996 (LAU 5). Verfügbar über: http://www.hamburger-bildungsserver.de/schulentwicklung/lau (Datum des Zugriffs: 01.03.2007).

- **Hasemann,** K. (1999): Zur Entwicklung geometrischer und physikalischer Begriffe bei Kindern. In: Henning, H. (Hrsg.): Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden. Oldenburg: Bültmann & Gerriets, S. 145-151.

- **Heinze**, A./**Herwartz-Emden**, L./**Reiss**, K. (2007): Mathematikkenntnisse und sprachliche Kompetenz bei Kindern mit Migrationshintergrund zu Beginn der Grundschulzeit. In: Zeitschrift für Pädagogik, Heft 4, S. 562-581.

- **Henning**, H. (Hrsg.) (1999): Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden. Oldenburg: Bültmann & Gerriets.

- **Hofstätter**, P. (1971): Differentielle Psychologie. Stuttgart.

- **IPN** (Leibniz-Institut für die Pädagogik der Naturwissenschaften), u.a.: SINUS-Tranfer Grundschule. Verfügbar über: http://sinus-grundschule.de (Datum des Zugriffs: 05.03.2007).

- **Jakubowski,** E. (1993): Constructing Potential Learning Opportunities in Middle Grades Mathematics. In: Tobin, K. (Hrsg.): The Practice of Constructivism in Science Education (S. 135-144). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

- **Kahlert,** J. (Hrsg.) (1998): Wissenserwerb in der Grundschule. Perspektiven erfahren, vergleichen, gestalten. Bad Heibrunn: Klinkhardt.

- **Kahlert,** J. (2000a): Der gute Ton in der Schule. Überlegungen zum Pädagogischen Stellenwert des Zuhörens in der akustisch gestalteten Schule. In: Huber, L./Odersky, E. (Hrsg.): Zuhören – Lernen – Verstehen. Braunschweig: Westermann, S. 7-25.

- **Kahlert**, J. (2000b): Ganzheitlich lernen mit allen Sinnen? In: Grundschulmagazin, Heft 12, S. 37-40.

- **Kahlert**, J. (2001): Fächerübergreifendes Lernen in der Grundschule (2). In: Sache Wort Zahl, 29. Jahrgang, Heft 40, S. 47-51.

- **Kahlert,** J. (2002): Schule auditiv gestalten. Umgang mit der hohen Kommunikationsintensität in Schule und Unterricht. In: schulmanagement, Heft 6, S. 30-33.

- **Kahlert,** J./**Binder**, S./**Hagen**, M. u.a. (2004a): GanzOhrSein: Hören und Zuhören in der Schule. In: Grundschule, Heft 2, S. 32-33.

- **Kahlert,** J./**Hagen**, M./**Huber**, L. (2004b): Wie hört sich unsere Schule an? In: Grundschule, Heft 2, S. 41-42.

- **Kahlert**, J./**Hagen**, M. (2004c): Hören fördern. In: Die Deutsche Schule, Heft 3.

- **Kahlert,** J. (2005a): Ganz Ohr Sein. Hör- und Zuhörförderung in der Schule. In Bayerische Schule. 58. Jahrgang, Heft 1/2.

- **Kahlert,** J. (2005b): Frühe Begegnungen im Lernbereich Naturwissenschaften. Das Beispiel „Schwimmen und Sinken". In: Sache Wort Zahl, 33. Jahrgang, Heft 73, S. 15-19.

- **Kasper**, H./**Lipowsky**, F. (1997): Das Lerntagebuch als schülerbezogene Evaluationsform in einem aktiv-entdeckenden Grundschulunterricht. Beispiel aus einem Geometrie-Projekt. In: Schönbeck, J. (Hrsg.): Facetten der Mathematik-didaktik. Weinheim: Deutscher Studienverlag, S. 83-103.

- **Kesselring**, T. (1988): Jean Piaget. München: Beck.

- **Klunter**, M./**Köhler**, E. (2003): Fantasie und Geschichten im Mathematikunterricht? In: Grundschule, Heft 3, S. 28-30.

- **Künzler**, F. (1985): Arbeitsgänge an einem Körper zeichnerisch darstellen und sprachlich formulieren. In: mathematik lehren, Heft 9, S. 42-45.

- **Kultusministerkonferenz** (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Verfügbar über: http://www.kmk.org/schul/home1.htm (Datum des Zugriffs: 02.03.2007).

- **Kuntze**, S. (2005a): Also ich meine dazu… - Materialien und Lernumgebungen zum Nachdenken über Mathematik. In: mathematik lehren, 132, 4-10.

- **Kuntze**, S. (2005b): Reflexionsergebnisse bewerten. In: mathematik lehren, 132, S. 52-56.

- **Kuntze**, S./**Prediger**, S. (2005): Ich schreibe also denk ich – Über Mathematik schreiben. In: Praxis der Mathematik in der Schule (PM), 47(5), S. 1-6.

- **Lauter**, J. (Hrsg.) (1976): Der Mathematikunterricht in der Grundschule. Donauwörth: Auer.

- **Lauter**, J. (1991): Fundament der Grundschulmathematik. Donauwörth: Auer.

- **Leuders**, T. (Hrsg.) (2003): Mathematik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Berlin: Cornelsen.

- **Linn**, M./**Petersen**, A. (1985): Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis. In: Child Development, 56(6), S. 1479-1498.

- **Lohaus**, A./**Schumann-Hengsteler**, R. u.a. (1999): Räumliches Denken im Kindesalter. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe.

- **Lorenz**, J.H. (1997): Über Mathematik reden – Rechenstrategien von Kindern. In: Sache Wort Zahl, Heft 10, S. 22-32.

- **Lorenz**, J.H. (2002): Kinder reden über ihre Rechenwege. In: Grundschule Heft 3, S. 25-27.

- **Luchtenberg**, S./**Kahlert**, J. (2000): Unterschiede zur Sprache bringen. In: Sache Wort Zahl, 28. Jahrgang, Heft 27, S. 17-24.

- **Maier**, H. (1986): Empirische Arbeiten zum Problemfeld Sprache im Mathematikunterricht. In: Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, Heft 4, S. 137-147.

- **Maier**, H. (1988): „Verstehen" im Mathematikunterricht – Explikationsversuch zu einem vielverwendeten Begriff. In: Bender, P. (Hrsg.): Mathematikdidaktik: Theorie und Praxis. Festschrift für Heinrich Winter. Berlin, S. 131-142.

- **Maier**, H. (1991): Verstehen als individueller Prozeß der Sinnkonstruktion. In: Mathematik lehren 49, S. 55-60.

- **Maier**, H. (1998a): Zu fachsprachlicher Hyper- und Hypotrophie im Fach Mathematik oder Wie viel Fachsprache brauchen Schüler im Mathematikunterricht? Journal für Mathematikdidaktik 25 (2), S. 153-166.

- **Maier**, H. (1998b): Zur Interpretation textlicher Eigenproduktionen von Schülern. In: Peter-Koop, A. (Hrsg.): Das besondere Kind im Mathematikunterricht der Grundschule. Offenburg: Mildenberger.

- **Maier**, H./**Schweiger**, F. (1999): Mathematik und Sprache. Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht. In: Reichel, H.-C. (Hrsg.): Mathematik für Schule und Praxis, Band 4, Wien: HPT.

- **Maier**, H. (1999): Wie viel Fachsprache brauchen die Schüler im Mathematikunterricht? In: Neubrand, Michael (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, S. 19-26.

- **Maier**, P. (1999): Räumliches Vorstellungsvermögen. Donauwörth: Auer.

- **Maier**, H. (2000): Schreiben im Mathematikunterricht. In: mathematik lehren, Heft 99, S. 10-13.

- **Maier**, H. (2004): Zu fachsprachlicher Hyper- und Hypotrophie im Fach Mathematik oder Wie viel Fachsprache brauchen Schüler im Mathematikunterricht? In: Journal für Mathematikdidaktik, 25(2), S. 153-166 (Neufassung).

- **Meersmann**, W. (Hrsg.) (1994): Mathematiklexikon. Frankfurt am Main: Scriptor.

- **Mehrtens**, H. (1990): Moderne Sprache Mathematik. Eine Geschichte des Streits um die Grundlagen der Disziplin und des Subjekts formaler Systeme. Frankfurt am Main: Suhrkamp.

- **Meyer**, H. (1987): Unterrichtsmethoden I: Theorieband. Frankfurt am Main: Scriptor.

- **Miller**, L. (1992): Teacher Benefits from Using Impromptu Writing Prompts in Algebra Classes. In: Journal for Research in Mathematics Education, Heft 4, S. 329-340.

- **Möller**, A. (2002): Anwenden mathematischer Kenntnisse beim selbstständigen Lösen von Problemen. In: Grundschulunterricht, Heft 6, S. 37-42.

- **Morgan**, C. (2001): The Place of Pupil Writing in Learning, Teaching and Assessing Mathematics. In: Gates, P. (Hrsg.): Issues in Mathematics Teaching. London: Rouledge Falmer, S. 232-244.

- **Mückenhoff**, E. (1980): Mathematik und Sprache. Berlin: Carl Marhold.

- **Niederdrenk-Felgner**, C. (2000): Wir schreiben ein eigenes Mathelexikon! In: mathematik lehren, Heft 99, S. 14-16.

- **Niederdrenk-Felgner**, C. (2000): Algebra oder Abrakadabra? Das Thema „Mathematik und Sprache" aus didaktischer Sicht. In: mathematik lehren, Heft 99, S. 4-9.

- **Oerter**, R./**Montada**, L. (Hrsg.) (1998): Entwicklungspsychologie. Weinheim: Beltz.

- **Piaget**, J. (1974): Psychologie der Intelligenz. München: Kindler.

- **Piaget**, J. (1967): Six Psychological Studies. New York.

- **Piaget**, J./**Inhelder**, B. (1971): Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde. Stuttgart: Klett.

- **Pimm**, D. (1987): Speaking Mathematically. Communication in Mathematics Classroom. London / New York: Routledge & Keagan Paul.

- **Powell**, A./**Ramnauth**, M. (1992): Beyond Questions and Answers: Prompting Reflections and Deepening Understandings of Mathematics Using Mutiple-Entry Logs. In: For the Learning of Mathematics, Heft 2, S. 12-18.

- **Radatz**, H./**Rickmeyer**, K. (1991): Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Hannover: Schroedel.

- **Ratzka**, N. (2003): Was können deutsche Grundschüler in Mathematik? In: Sache Wort Zahl, Heft 31, S. 46-50.

- **Reinhold**, S. (2002): Geschichten als Kommunikationsanlass im Mathematikunterricht. In: Praxis Grundschule, Heft 2, S. 26-30.

- **Reiss**, M./**Haussmann**, K. (1990): Mathematische Lehr-Lern-Prozesse. In: Knapp, A./Rost, D.H. (Hrsg.): Ergebnisse der Pädagogischen Psychologie. Band 9, Göttingen, Toronto, Zürich: Hogrefe.

- **Reiss**, K. (2002): Beweisen, Begründen, Argumentieren. Wege zu einem diskursiven Mathematikunterricht. In: Peschek, W. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2002, Hildesheim: Franzbecker, S. 39-46.

- **Reiss**, K. (2004): Bildungsstandards und die Rolle der Fachdidaktik am Beispiel der Mathematik. In: Zeitschrift für Pädagogik, Heft 5, S. 635-649.

- **Reiss,** K./**Heinze,** A. (2001): Aspekte des Wissensaufbaus beim Argumentieren, Begründen und Beweisen. In: Kaiser, G. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2001, Hildesheim: Franzbecker, S. 500-503.

- **Rosin**, H. (1999): Paare von Sechslingen – als Übungs- und Arbeitsmittel. In: Henning, Herbert: Mathematik lernen durch Handeln und Erfahrung. Festschrift zum 75. Geburtstag von Heinrich Besuden. Oldenburg, S. 165-175.

- **Ruf**, U./**Gallin**, P. (1999a): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 1: Austausch unter Ungleichen. Seelze-Velber: Kallmeyer.

- **Ruf**, U./**Gallin**, P. (1999b): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Band 2: Spuren legen – Spuren lesen. Seelze-Velber: Kallmeyer.
-
- **Schmidt-Thieme**, B. (2003): Die Funktion der Sprache als Lehr- und Lernmedium im Mathematikunterricht. In: Sache Wort Zahl, 31. Jahrgang, Heft 53, S. 41-47.

- **Schmidt-Thieme**, B. (2002): Reflexion über Mathematik in Briefen. In: Neubrand, Michael (Hrsg.):Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, S. 439-442.

- **Schnell**, R./**Hill**, P./**Esser**, E. (1989): Methoden der empirischen Sozialforschung. München / Wien.

- **Schütte**, S. (1994): Mathematiklernen in Sinnzusammenhängen. Probleme und Perspektiven der Grundschulmathematik heute. Stuttgart, Düsseldorf, Berlin, Leipzig: Klett.

- **Schütte**, S. (2002): Das Lernpotenzial mathematischer Gespräche nutzen. In: Grundschule, Heft 3, S. 16-18.

- **Schütz**, P. (1994): Forscherhefte und mathematische Konferenzen. In: Die Grundschulzeitschrift, Heft 74, S. 20-22.

- **Selter**, C. (1994): Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe. Wiesbaden: Deutscher Universitätsverlag.

- **Siebel**, F. (1999): Zur Sprache der elementaren Algebra und ihrem Gebrauch. In: Neubrand, M. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, S. 485-488.

- **Siebel**, F. (2002): „Variable kann man mit beliebigen Buchstaben schreiben." Explizite und implizite fachsprachliche Begriffe. In: Neubrand, M. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, S. 455-458.

- **Siebel**, F. (2003): Leitvorstellungen stiften Sinn! Entwicklung eines übergreifenden Konzepts! In: Neubrand, M. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht. Hildesheim, S. 597-600.

- **Steiner**, G. (1973): Mathematik als Denkerziehung. Eine psychologische Untersuchung über die Rolle des Denkens in der mathematischen Früherziehung. Stuttgart: Klett.

- **Stückrath**, F. (1968): Kind und Raum – Psychologische Voraussetzungen der Raumlehre in der Volksschule. München: Kösel.

- **Swinson**, K. (1992): Writing Activities as Strategies for Knowledge Construction and the Identification of Misconceptions in Mathematics. In: Journal of Science and Mathematics Education in Southwest Asia, Heft 2, S. 7-14.

- **Thiel**, R. (1975): Mathematik – Sprache – Dialektik. Berlin: Akademie-Verlag.

- **Thurstone**, L. (1938): Primary Mental Abilities. Chicago: University of Chicago Press.

- **Uhr**, H. (1976): Begründung, Inhalte und Durchführung des propädeutischen Geometrieunterrichts. In: Lauter, J. (Hrsg.): Der Mathematikunterricht in der Grundschule. Donauwörth: Auer, S. 189-224.

- **Van Hiele**, P./**Van Hiele-Geldorf**, D. (1978): Die Bedeutung der Denkebenen im Unterrichtssystem nach der deduktiven Methode. In: Steiner, H. (Hrsg.): Didaktik der Mathematik. Darmstadt, S. 127-139.

- **Vollrath,** H.-J. (1978): Lernschwierigkeiten, die sich aus dem umgangssprachlichen Verständnis geometrischer Begriffe ergeben. In: Schriftenreihe des IDM, Heft 18, Bielefeld: Universität, S. 57-73.

- **Vygotsky**, L. S. (1962): Thought and Language. New York: Wiley.

- **Wygotski**, L.S. (1993): Denken und Sprechen. Frankfurt/Main: Fischer.

  Anmerkung: Bei dem Autor Wygotsky bzw. Vygotsky handelt es sich um dieselbe Person. Das Werk ist 1934 in Moskau erschienen, wurde aus politischen Gründen unterdrückt und erst 1956 (nach Stalins Tod) neu aufgelegt.

- **Waywood**, A. (1992): Journal Writing and Learning Mathematics. For the Learning of Mathematics, Heft 2, S. 34-43.

- **Weinert**, F./**Helmke**, A. (Hrsg.) (1997): Entwicklung im Grundschulalter. Weinheim: Beltz.

- **Winter**, H. (1978): Umgangssprache – Fachsprache im Mathematikunterricht. In: Schriftenreihe des IDM, Heft 18, Bielefeld: Universität, S. 5-56.

- **Winter**, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. Mitteilungen für Didaktik der Mathematik, Heft 61, S. 37-46.

- **Zwölfer**, A. (2000): Geheimnisvolles Land – geheimnisvolle Sprache. In: mathematik lehren, Heft 99, S. 55-58.

Schulbuchliteratur

- **Maier**, H. (Hrsg.) (2002): Denken und Rechnen 3. Schulbuch. Braunschweig: Westermann.

- **Maier**, P. (Hrsg.) (2007): Nussknacker 3. Schuljahr. Schulbuch. Stuttgart: Klett.

- **Rinkens**, H./**Hönisch**, K. (Hrsg.) (2002): Welt der Zahl 3. Praxisbegleiter. Hannover: Schrödel.

- **Schmidt**, J. (Hrsg.) (2007): Mein Mathebuch 3. Schulbuch. München, Düsseldorf, Stuttgart: Bayerischer Schulbuch Verlag.

- **Wittmann**, E./**Müller**, G. (Hrsg.) (2007): Das Zahlenbuch 3. Schulbuch. Leipzig, Stuttgart: Klett.

Augustenfelder Str. 12
85 221 Dachau

Geburtsdatum: 01.05.1973

Lebenslauf Michaela Wimmer

Beruflicher Werdegang

seit 02/2008	Stellvertretung der Schulleitung
seit 09/2007	Betreuungslehrerin einer LAA Klassenlehrerin einer 4. Klasse
2003 - 2007	Wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik an der Ludwig-Maximilians-Universität in München bei Prof. Dr. Fritsch bzw. bei seiner Nachfolgerin Prof. Dr. Reiss
2005	Überarbeitung eines Schulbuches für das Fach Mathematik an Grundschulen
2003 – 2005	Gastdozentin in der Lernwerkstatt am Lehrstuhl für Grundschuldidaktik bei Prof. Dr. Kahlert, Ludwig-Maximilians-Universität München
2003 – 2005	Gastdozentin in den Ausbildungsseminaren für Lehramtsanwärter im Landkreis Dachau
2002 – 2003	Lehrauftrag am Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik an der Ludwig-Maximilians-Universität in München bei Prof. Dr. Fritsch
1999 – 2003	Lehrerin an der Grund- und Hauptschule Hebertshausen (Landkreis Dachau)

Studium und Ausbildung

25.01.08	Disputation
2004 - 2007	Promotionsstipendium des Bayerischen Ministeriums für Unterricht und Kultus
2003 - 2007	Promotionsstudium und Dissertation am Lehrstuhl für Grundschuldidaktik bei Prof. Dr. Joachim Kahlert-Reby in Zusammenarbeit mit Prof. (em.) Dr. Rudolf Fritsch (ehemals Lehrstuhl Didaktik der Mathematik)
1997 – 1999	Lehramtsanwärterin in Hebertshausen (Landkreis Dachau)
1992 – 1996	Studium des Lehramtes Grundschule an der Universität Passau

Schulbesuch

1983 - 1992	Gymnasium Landau / Isar
1979 - 1983	Grundschule Wallersdorf