

Resonator-QED-Experimente mit einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Birgit Lange aus Leonberg

München, 20. Dezember 2006

1. Gutachter: Prof. Dr. W. Lange

2. Gutachter: Prof. Dr. T. Hänsch

Tag der mündlichen Prüfung: 5. März 2007

Zusammenfassung

Die Kombination eines optischen Resonators und einer Ionenfalle erlaubt QED-Versuche mit einzelnen oder wenigen Teilchen, die mit einer Mode des elektromagnetischen Feldes wechselwirken (Cavity-QED). Am Max-Planck-Institut für Quantenoptik werden seit 1997 Experimente mit einer linearen Paulfalle zur Speicherung von Kalziumionen durchgeführt. Dabei wurde eine ausgezeichnete Lokalisierung des Ions in der Mode eines UV-Resonators demonstriert [1], und mit einem IR-Resonator gelang die Realisierung einer deterministischen Einzelphotonenquelle [2].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde mit dem gleichen System die Langzeit-Stabilität der Kopplung zwischen Ion und elektromagnetischem Feld weiter untersucht. Sie ist eine wichtige Voraussetzung für den Einsatz der Einzelphotonenquelle in der Quanteninformationsverarbeitung. Dazu wurde die Resonatoremision eines einzelnen Ions über einen Zeitraum von 30 min gemessen und statistisch mit Hilfe der Allan-Varianz ausgewertet. Im verwendeten Aufbau war auf einer Zeitskala unterhalb von 30 Sekunden die Schwankung des Photonensignals allein durch die Photonenstatistik aufgrund endlicher Emissions- und Detektionseffizienz bestimmt, während sich erst oberhalb von 200 Sekunden eine geringe Drift des Systems bemerkbar machte.

Ein weiterer entscheidender Parameter der Photonenquelle ist die Emissionswahrscheinlichkeit für Einzelphotonen, die für praktische Anwendungen möglichst hoch sein sollte. Es wurden in der Arbeit deshalb Untersuchungen und experimentelle Verbesserungen des Aufbaus vorgenommen, um Wege zur Erhöhung der Effizienz der Photonenquelle zu finden. Dabei spielen Resonatordämpfung und Kopplung zwischen Ion und Feld eine entscheidende Rolle.

Um eine geringere Dämpfung des Resonatorfeldes zu erreichen, wurde ein Resonator mit kleinerer Transmissivität des Auskoppelspiegels aufgebaut. Der Austausch des Spiegels machte eine neue Halterung notwendig, da die größere Finesse eine höhere mechanische Stabilität erfordert. Gleichzeitig wurde ein neues Diodenlaser-System bei 920 nm entwickelt, das optisch auf einen Z-Resonator stabilisiert ist. Die Länge des Experimentalresonators wird mit diesem Laser nach dem Pound-Drever-Hall-Verfahren konstant gehalten.

Um die Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld so weit zu erhöhen, daß sie zum bestimmenden Faktor für die Dynamik des Systems wird (starke Kopplung), muß der Abstand der Spiegel verringert werden. Allerdings haben experimentelle Untersuchungen und begleitende Berechnungen des Einflusses der dielektrischen Spiegelsubstrate auf das Speicherfeld der Falle mit einem Finite-Elemente-Programm gezeigt, daß sich eine Resonatorlänge unter 6 mm, und damit starke Kopplung, nur mit Hilfe eines miniaturisierten Aufbaus der Falle realisieren läßt.

Die im Experiment verwendete lineare Falle erlaubt es, auch mehrere Ionen mit dem Resonatorfeld wechselwirken zu lassen und auf diese Weise mehr als ein Photon pro Pumpuls zu emittieren. Dies wurde in der Arbeit mit zwei Io-

nen im Resonator untersucht. Dabei wurde die Kreuzkorrelation der emittierten Photonen nach dem Verfahren von Hanbury Brown-Twiss gemessen. Anders als bei einer Einzelphotonenquelle treten bei zwei Ionen im Resonator Photonenkoinzidenzen auf, aus denen sich Rückschlüsse auf die Dynamik der Ionen ziehen lassen. Eine mögliche Anwendung der Speicherung mehrerer Teilchen ist die Verschränkung von Ionenpaaren im Resonator.

Summary

Combining an optical resonator with an ion trap provides the possibility for QED experiments with single or few particles interacting with a single mode of the electro-magnetic field (Cavity-QED). At the Max-Planck-Institute for Quantum Optics, experiments with calcium-ions in a linear Paul-trap were carried out since 1997. Excellent localization of the ion in the mode of an UV-resonator has been demonstrated [1], and a deterministic single-photon-source was realized [2] with an IR-resonator.

Using the same system, the long-term stability of the coupling between ion and electromagnetic field was examined. This stability is an important precondition for the use of the single photon source in quantum information processing. To this end, the resonator emission of a single ion was measured over a period of 30 min and statistically evaluated by means of the Allan variance. In the present setup, fluctuations in the count rate on a time scale below 30 seconds were purely determined by the photon statistics due to finite emission and detection efficiency, whereas a marginal drift of the system was noticeable above 200 seconds.

Another crucial parameter of the photon source is the single-photon emission probability, which should be as high as possible for practical applications. To find methods to increase the efficiency of the photon source, investigations were conducted and experimental improvements of the setup implemented in the frame of this thesis. Damping of the resonator field and coupling of ion and field were considered as the most important factors.

To reduce the damping of the resonator field, a resonator with a smaller transmissivity of the output mirror was set up. The higher finesse of the new cavity required a mount with better mechanical stability. At the same time a new diode-laser system at 920 nm was built, which is optically stabilized to a Z-resonator. The length of the experimental resonator is kept constant with the help of this reference laser according to the Pound-Drever-Hall-method.

To increase the coupling between ion and resonator field far enough to make it govern the system's dynamics (strong coupling), the separation of the cavity mirrors has to be reduced. However, experimental studies and finite-element calculations of the influence of the dielectric mirror substrates on the trap's confining field showed that a resonator length below 6 mm, as required for strong coupling, can only be realized with a miniaturized trap setup.

The linear trap used in the experiment allows for the interaction of multiple ions with the resonator field, so that more than one photon may be emitted per pump pulse. This was investigated in this thesis with two ions coupled to the resonator. The cross correlation of the emitted photons was measured with the Hanbury Brown-Twiss method. While for a single photon source two-photon coincidences are never observed, with two ions in the resonator they can occur, in correspondence with the experimental results. From the temporal structure of the correlation function, information on the ions' dynamics may be gained. A

potential application is the entanglement of ion pairs in the resonator.

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 2 | Speicherung von Ionen | 7 |
| 2.1 | Grundlagen der Paul-Falle | 8 |
| 2.2 | Die Lineare Falle | 13 |
| 2.3 | Nichtideale Falle | 15 |
| 2.4 | Laserkühlung | 17 |
| 3 | Optische Resonatoren | 21 |
| 3.1 | Grundbegriffe | 21 |
| 3.2 | Einkopplung in den Resonator | 26 |
| 4 | Wechselwirkung von Licht mit Materie | 29 |
| 4.1 | Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Atoms mit der Mode eines Strahlungsfeldes | 30 |
| 4.2 | Berücksichtigung dissipativer Prozesse | 33 |
| 4.3 | Dichtematrixformalismus | 36 |
| 4.4 | Kopplung an die Grundmode des Resonators | 38 |
| 5 | Kalzium | 41 |
| 5.1 | Photoionisation von ^{40}Ca | 42 |
| 5.2 | Niveaustuktur von $^{40}\text{Ca}^+$ | 42 |
| 6 | Die Laser | 47 |
| 6.1 | Titan:Saphir-Laser mit Frequenzverdopplung | 47 |
| 6.2 | Diodenlaser | 50 |
| 6.3 | Laserstabilisierung | 54 |
| 7 | Experimenteller Aufbau | 69 |
| 7.1 | Aufbau der linearen Ionenfalle | 69 |
| 7.2 | Präparation und Detektion der Ionen | 71 |
| 7.3 | Mikrobewegungskompensation | 73 |
| 7.4 | Der Resonator | 76 |
| 7.5 | Einfluß der Resonatorspiegel auf das Speicherfeld | 82 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 8 | Messungen mit ein und zwei Ionen im Resonatorfeld | 89 |
| 8.1 | Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld | 90 |
| 8.2 | Messungen bei gepulster Ionenanregung | 100 |
| 9 | Ausblick | 115 |
| 9.1 | Kopplung zweier Ionen durch das Resonatorfeld | 116 |
| 9.2 | Quantencomputer mit $^{43}\text{Ca}^+$ | 118 |

Kapitel 1

Einleitung

Kurz nach Vollendung der nichtrelativistischen Quantenmechanik führten Dirac, Heisenberg und Pauli eine quantenfeldtheoretische Beschreibung der Elektrodynamik ein. Obwohl sie oft keine geschlossenen, analytischen Ergebnisse liefert, ist die Quantenelektrodynamik (QED) unübertroffen in der Übereinstimmung zwischen Theorie und Messung – oder wie W. Heitler 1953 im Vorwort seines Buches 'The Quantum Theory of Radiation' bemerkte: 'It appears therefore that the theory as it stands now must be strangely near to the final solution, yet it cannot possibly be correct, as the mathematical procedure used to extract these results is plainly unacceptable' [3].

Die Resonator-Quantenelektrodynamik (CQED) untersucht die Wechselwirkung von Licht und Materie in Resonatoren. Die erhöhte Modendichte des elektromagnetischen Feldes um die Resonanzfrequenz des Resonators ermöglicht eine starke Kopplung zwischen Atom und Lichtfeld. Das bedeutet, daß bereits ein einzelnes Atom die quantenstatistischen Eigenschaften des Feldes im Resonator beeinflussen und sich umgekehrt ein Photon im Resonator auf das Verhalten eines oder mehrerer Atome auswirken kann.

Experimente auf dem Gebiet der CQED wurden nach Entwicklung von Lasern in verschiedenen physikalischen Gebieten durchgeführt, hauptsächlich in der Atom- und Festkörperphysik. Erste Untersuchungen in der Atomphysik fanden mit Rydberg-Atomen im Mikrowellenbereich statt: Aufgrund des großen Dipolmomentes und der Verfügbarkeit von supraleitenden Resonatoren hoher Güte läßt sich hier leichter als im optischen Bereich eine starke Kopplung des Systems erreichen. Die von Purcell vorausgesagte Änderung der spontanen Emissionsrate in einem Resonator aufgrund der Änderung der Modendichte [4] wurde zuerst in einem solchen Aufbau nachgewiesen [5], 1985 gelang Meschede et al. die Realisierung eines Ein-Atom-Masers [6].

Ein Vorteil optischer Wellenlängen ist die direkte Nachweisbarkeit der Strahlung. Sowohl verstärkte wie unterdrückte Emissionsraten eines thermischen Ytterbium-Strahles, der einen konfokalen optischen Resonator durchquert,

konnte von Heinzen et al. 1987 gemessen werden [7]. Der Strahl wird dabei soweit abgeschwächt, daß sich zu einer bestimmten Zeit jeweils nur ein Atom zwischen den Spiegeln befindet. So können auch andere interessante Atom-Resonator-Effekte, wie z.B. die Aufspaltung der Transmissionskurve, beobachtet werden [8, 9].

1975 wurde von Hänsch, Schawlow, Wineland und Dehmelt vorgeschlagen, die kinetische Energie von Teilchen durch den Strahlungsdruck von Laserlicht zu verringern [10, 11]. Die Entwicklung dieser Laserkühlung und der Speicherung neutraler Atome verbesserte die Experimente mit abgeschwächten Atomstrahlen, da die Atome in kontrollierterer Weise in Resonatoren kleinen Volumens gebracht werden konnten: Sie werden z.B. aus einer magneto-optischen Falle (MOT) 'fallengelassen' [12] oder in einer Art 'Atomspringbrunnen' in den Resonator 'gestoßen' [13]. Inzwischen ist es möglich, einzelne Atome unter Verwendung des Resonatorfeldes bis zu 3 s im Resonator zu halten und zu kühlen [14, 15]. Dipolfallen für neutrale Atome können auch dazu benutzt werden, die Atome wie auf einem Fließband in den Resonator zu befördern [16].

Auf dem Gebiet der Festkörperphysik ermöglichten schnelle Fortschritte in der Halbleitertechnologie in den 90iger Jahren eine alternative Herangehensweise an CQED-Experimente: Bettet man ein Halbleitermaterial mit wenigen zehn Kubiknanometern Volumen in ein anderes ein, erhält man einen 0D-Quantenpunkt. Dieses 'künstliche Atom' besitzt aufgrund der reduzierten Dimensionen diskrete Energieniveaus. Mit entsprechenden Halbleiterwachstums- und Ätzmethode lassen sich auch Resonatorstrukturen hoher Güte in verschiedenen Formen wie ebene Bragg-Reflektor-Resonatoren [17], Mikroscheiben [18, 19] und -säulen [20] und Photonic-Crystal-Defect-Resonatoren [21] herstellen. Aufgrund der kleinen Resonatordimensionen ist eine starke Kopplung zwischen 'Atom' und Lichtfeld möglich – allerdings muß dazu der Quantenpunkt in der Resonatormode richtig plaziert sein. Dies ist mit heutigen Mitteln nicht deterministisch machbar, so daß aus einer produzierten Menge die am besten geeigneten Quantenpunkte ausgewählt werden müssen.

Die Lokalisierung im Resonator läßt sich im Fall geladener Teilchen wesentlich einfacher und genauer realisieren: Zur gleichen Zeit wie die oben genannten ersten Experimente der CQED wurde die Speicherung von Ionen mit einem im Radiofrequenzbereich oszillierenden elektrischen Quadrupolpotential (Paul-Falle) eingeführt [22]. Auch hier kommt der Laserkühlung eine entscheidende Rolle zu – zuerst wurde sie an einer Wolke von gespeicherten Teilchen demonstriert [23, 24], doch bereits kurz darauf gelang es, ein einzelnes Ion zu speichern und optisch nachzuweisen [25]. Damit wurde eines der grundlegenden experimentellen Systeme zur Untersuchung der Wechselwirkung von Licht und Materie realisiert: Viele Quantenphänomene werden bei einer größeren Anzahl

von Atomen 'ausgewaschen'. Auch wenn sich bei einem Atomstrahlexperiment im Mittel nur ein Teilchen im Resonator befindet, wird dem Ergebnis eine zusätzliche Statistik aufgeprägt. Durch Untersuchung der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen Ions konnten nichtklassische Eigenschaften wie Antibunching und Sub-Poisson-Zählstatistik der emittierten Photonen bestätigt und Quantensprünge beobachtet werden [26]. Höffges et al. realisierten einen Aufbau, der neben der Messung der Intensitätskorrelation auch die Spektroskopie am Fluoreszenzlicht durch ein Heterodyn-Verfahren ermöglichte [27].

Einzelne Ionen mehr oder weniger zeitlich unbegrenzt speichern und kühlen zu können hat auch neue Möglichkeiten für die optische Spektroskopie eröffnet: In der Metrologie z.B. ist die Anregung eines frequenzscharfen Übergangs eines Einzelions eine vielversprechende Möglichkeit, die Genauigkeit von Frequenzstandards zu erhöhen [28].

Eindruckvollstes Beispiel für die Leistungsfähigkeit von Experimenten in Ionenfallen ist das g_2 -Experiment von Dehmelt. Damit wurde der g -Faktor des freien Elektrons an einem einzelnen Teilchen in einer Penningfalle mit einer Genauigkeit von 10^{-12} gemessen [29].

Eine wichtige Anwendung der CQED ist eine Atom-Photon-Schnittstelle, wie sie in der Quanteninformationsverarbeitung benötigt wird.

Bereits 1982 stellte Feynman fest, daß ein Computer, der den Gesetzen der Quantenmechanik folgt, für die Simulation eines Quantensystems weniger Aufwand benötigt als ein konventioneller Rechner [30]. David Deutsch legte dann wenige Jahre später mit seiner Arbeit die Grundlagen für den sogenannten Quantencomputer [31]. Zu dessen Realisierung werden einzelne Quantensysteme benötigt, in denen die Quanteninformation (z.B. als Qubit analog dem klassischen Bit) sehr lange gespeichert werden kann, sowie ein Satz universeller Quantengatter, die auf einzelne Qubits wirken oder verschiedene Qubits verknüpfen [32]. Dies ist mit verschiedenen physikalischen Systemen möglich – so wurden bereits mehrere einfache 2-Bit-Gatter durchgeführt [33–37] und mit Hilfe der Kernspinresonanz der Grover-Algorithmus demonstriert [38, 39].

Vielversprechend ist nach einem Vorschlag von Cirac und Zoller die Verwendung einer Ionenfalle, in der eine Kette von Teilchen gespeichert ist [40]. Die Information befindet sich jeweils in zwei Energiezuständen der Ionen, für die Kopplung dieser Qubits sorgt die kollektive Schwingungsmode der Ionenkette im harmonischen Speicherpotential. Ein Vorteil dieses Modells ist die Skalierbarkeit, d.h. es kann im Prinzip auf beliebig viele Qubits ausgedehnt werden.

Ein Grundbaustein der Quanteninformationsverarbeitung, der sich mit Hilfe der CQED realisieren läßt, ist die Verschränkung von Zuständen. Zwei zusammengesetzte Zustände nennt man verschränkt, wenn der Gesamtzustand nicht als Produkt der Eigenzustände dargestellt werden kann. Diese Verschränkung wird in der Quantenkryptographie [41–43], der Teleportation [44] und auch in der Quantenkommunikation [45, 46] ausgenutzt.

Als Träger von Quanteninformation eignen sich einzelne Photonen – ihr Vorteil ist, daß sie über weite Entfernungen transportiert werden können. Die Information kann in einem Superpositionszustand der Photonenzahl einer einzelnen Mode, der Polarisierung oder dem Weg der Photonen gespeichert werden. In der Quantenkryptographie werden einzelne Photonen zur abhörsicheren Datenkommunikation verwendet [47].

Einzelphotonen bilden auch ein ideales Medium, um Quanteninformation zwischen entfernten Punkten eines Netzwerkes von stationären Quantencomputern zu übertragen. Zur Realisierung dieser Quantenkommunikation werden Schnittstellen zwischen stationären und mobilen Qubits benötigt [32]. Einzelphotonenquellen bilden eine derartige Schnittstelle zwischen emittierendem Quantenobjekt und Photon. In Zukunft soll es möglich sein, den Zustand des Systems auf ein Photon zu übertragen. Bei einem unitären Emissionsprozeß kann dieselbe Anordnung durch Umkehrung des zeitlichen Ablaufs auch als Empfänger verwendet werden. Cirac et al. schlagen eine adiabatischen Ramanprozeß, der durch das Vakuumfeld eines optischen Resonators stimuliert wird, zur Übertragung von Quanteninformation zwischen zwei entfernten Atomen vor [48].

Alle deterministischen Einzelphotonenquellen verbindet die gepulste Anregung eines einzelnen Quantensystems, das daraufhin seine Anregungsenergie innerhalb eines kleinen Zeitfensters als einzelnes Photon abstrahlt. Da die verschiedenen Applikationen unterschiedliche Anforderungen an die Einzelphotonenquelle stellen, wird an einer Vielzahl verschiedener Systeme geforscht. Diese unterscheiden sich in der Natur des Quantensystems und des Anregungsmechanismus. Allgemein gewünscht sind eine hohe Effizienz, eine hohe Repetitionsrate und eine gute Unterdrückung von Mehr-Photonenemissionen.

Die erste Realisierung einer deterministischen Erzeugung einzelner Photonen gelang 1999 Kim [49] nach einer von Imamoglu und Yamamoto [50] vorgeschlagenen Methode. Sie verwendeten einen Halbleiter-p-i-n-Übergang als Quelle, mit einem intrinsischen Quantenfilm als aktive Schicht. Außerdem werden Quantenpunkte [51–57], Farbzentren in Kristallen [58–61] und Moleküle [62] [63–65] als Quantensysteme eingesetzt. Alle diese Systemen haben allerdings eine geringe Effizienz oder hohe spektrale Breite der Pulse.

Law und Kimble [66] schlugen deshalb vor, Atome in optischen Resonatoren einzusetzen: diese Methode liefert mit hoher Effizienz Fourier-limitierte Einzelphotonenpulse mit geringer spektraler Bandbreite. Der Resonator dient als Schnittstelle zur Außenwelt: er erhöht die Emissionswahrscheinlichkeit in eine bestimmte Richtung. Die Emission in die Hermite-Gauß-Mode des Resonators führt außerdem zu einer hohen Strahlqualität. Kuhn et al. gelang es 2000 [67, 68], diesen Vorschlag umzusetzen, indem sie Atome aus einer magnetooptischen Falle durch einen Resonator fallen ließen. Dabei war die Repetitionsrate allerdings noch gering, da pro Atom nur im Schnitt 7 Photonen erzeugt werden, und die

MOT dann wieder geladen werden muß. Daneben ist die Effizienz von Atom zu Atom unterschiedlich, weil die Bahn des Atoms im Resonator nicht kontrolliert werden kann. Auch ist die Ankunftszeit der Atome im Resonator statistisch verteilt, so daß die Quelle nicht im eigentlichen Sinn deterministisch ist. Einige dieser Nachteile wurden 2004 von McKeever et al. [69] beseitigt, die die Atome mittels einer Dipolfalle im Resonator hielten.

Am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching wird seit 1997 an einem CQED-Experiment mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in einer linearen Paulfalle gearbeitet. $^{40}\text{Ca}^+$ wurde gewählt, weil neben einem Resonanzübergang im Ultravioletten auch ein metastabiles D-Niveau vorhanden ist – dieses ist mit dem oberen P-Niveau über einen Übergang im nahen Infraroten (866 nm) verbunden. Für diesen Wellenlängenbereich können, im Gegensatz zum UV-Bereich, Spiegel mit minimalen Verlusten hergestellt werden [70], was für eine starke Kopplung zwischen Ion und Lichtfeld unerlässlich ist.

Die Falle erlaubt eine Kontrolle der Ionenposition im nm-Bereich, so daß eine deterministische Kopplung von Ion und Resonatorfeld möglich ist. Dies wurde durch dreidimensionale 'Vermessung' der Struktur der Resonatormoden mit einem Einzelion demonstriert [1]. Die stabile Kopplung wohldefinierter Stärke von Ion und Feld kann über einen langen Zeitraum (mehrere Stunden) gehalten werden.

Mit einem einzelnen gespeicherten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion ist aufgrund seiner Niveaustuktur eine deterministische Einzelphotonenquelle realisierbar, die einen kontinuierlichen Betrieb erlaubt [2]. Die Anregung erfolgt mit einem Raman-Triggerpuls, dessen Form in den Eigenschaften der erzeugten Photonen widergespiegelt wird. Die Effizienz (hinter dem Auskoppelspiegel) liegt bei 8% [71].

Ein wichtiges Ziel auf dem Gebiet der CQED ist die gleichzeitige Kopplung zweier oder mehrerer Ionen an eine Resonatormode. Aufgrund der linearer Geometrie unserer Falle können mehrere Ionen innerhalb des Modenvolumens mikrobewegungsfrei gespeichert werden. Ein Zwei-Ionen-Kristall wurde bereits mit den zwei Maxima einer TEM_{01} -Mode in Übereinstimmung gebracht [71]. In einer solchen Konfiguration ist eine Verschränkung der Teilchen über das Resonatorfeld möglich. Dies ist eine vielversprechende Alternative zu Ansätzen, die die Bewegungsfreiheitsgrade der Ionen beinhalten, da in diesem Fall die Vibrationszustände der Kette bis unter die Dopplertemperatur gekühlt werden müssen. Den Resonator dazu zu benutzen, Quantenoperationen auf benachbarte Paare von Ionen in einer langen Kette auszuführen, ist auch ein gangbarer Weg hin zu einem skalierbaren Quantenrechner [72–74].

Die vorliegende Arbeit geht in Kapitel 2 zuerst auf die Grundlagen der Speicherung mit elektromagnetischen Feldern sowie die Kühlung der Ionen ein. Kapitel 3 gibt einen kurzen Überblick über die wichtigsten Größen und Begriffe von optischen Resonatoren. Die Wechselwirkung von Materie und Licht wird dann in Kapitel 4 für den einfachsten Fall eines Zwei-Niveau-Atoms in einer Resona-

tormode mit dem Jaynes-Cummings-Modell beschrieben. Die Berücksichtigung dissipativer Prozesse erfolgt im Dichtematrixformalismus.

Nach diesem theoretischen Teil wird in den Kapiteln 6 und 7 der experimentelle Aufbau und die eingesetzten Laser (mit Stabilisierungstechniken) vorgestellt.

Um die Rate der Einzelphotonenerzeugung zu erhöhen, wurde ein Resonator höherer Finesse (Ausgangsspiegel mit 150 ppm Transmissivität, Länge 4 mm) getestet. Simulationen zeigen, daß Einzelphotonen mit einer 5mal höheren Rate als im alten Aufbau erzeugt werden würden, was die Untersuchung von Interferenz zwischen nacheinander emittierten Photonen und die Verschränkung des Quantenzustandes des Ions und Photons mit hoher Fidelity erlaubt. Die schmale Linienbreite des Resonators macht die Entwicklung eines verbesserten Schemas zur Stabilisierung der Resonatorlänge und deshalb auch eine Erweiterung des Lasersystems notwendig.

Abschnitt 7.5 geht auf die Schwierigkeit der Erhöhung der Kopplungsstärke durch Verkleinerung der Resonatorlänge ein – das dielektrische Material verändert das Speicherfeld, die Mikrobewegung ist nur ab einer gewissen minimalen Resonatorlänge kompensierbar.

Die Vermessung des Resonatorfeldes mit einem oder wenigen Ionen als Probe des elektrischen Feldes und die Erzeugung von Einzelphotonen wurden bereits in [75] bzw. [71] vorgestellt. Kapitel 8 gibt nur einen kurzen Überblick über diese Ergebnisse, da sie für die örtliche und zeitliche Kontrolle der Kopplung von Bedeutung sind. Auf dieser Grundlage wurde die zeitliche Stabilität des Systems im Einzelphotonenbetrieb untersucht.

Ein wichtiger Aspekt der linearen Falle ist, wie oben bereits erwähnt, die simultane Speicherung mehrerer Teilchen und deren Kopplung an die Resonatormode. Die Messung der Kreuzkorrelation mit einem Hanbury-Brown-Twiss-Aufbau wurde deshalb mit zwei Ionen im Resonator durchgeführt. Hier treten, wie zu erwarten, im Gegensatz zum Einzelionenfall [71] Photonenkoinzidenzen auf. Aus der Form der Korrelationsfunktion lassen sich Rückschlüsse auf die Dynamik der Ionen in der Falle ziehen.

Kapitel 9 schließt mit einem Ausblick auf mögliche künftige Experimente.

Kapitel 2

Speicherung von Ionen

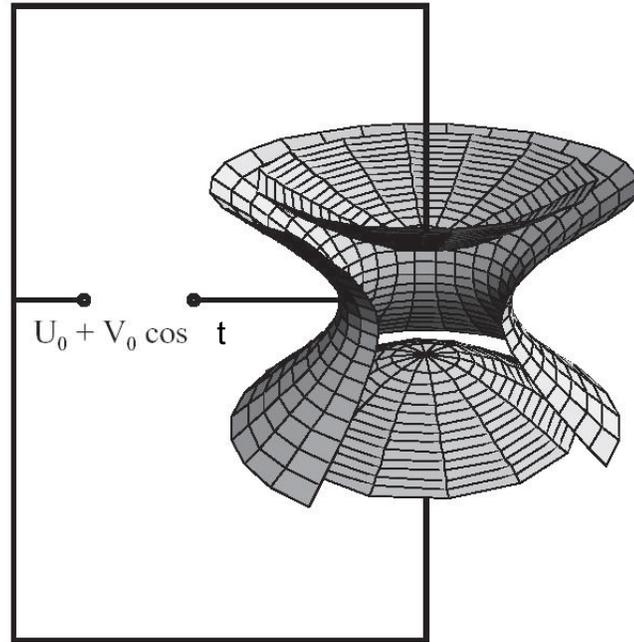
Die Idee der Speicherung von geladenen Teilchen durch elektrische Felder stammt vom W. Paul aus dem Jahr 1958 [22]. Grundsätzlich wird zwischen zwei Arten der Speicherung unterschieden: In einer Penning-Falle werden die Ionen in radialer Richtung durch ein starkes Magnetfeld gehalten, in axialer Richtung liegt ein elektrisches Gleichspannungsfeld an. In einer Paul-Falle erzeugen dagegen elektrische Wechselfelder (im Idealfall ein Quadrupolfeld) im Zeitmittel zum Fallenmittelpunkt rücktreibende Kräfte in allen drei Raumrichtungen.

Inzwischen werden Ionenfallen in vielen Bereichen wie Spektroskopie, Quantenoptik und Frequenzstandards eingesetzt - mit ihrer Hilfe lassen sich unter anderem Massenmessungen und Experimente mit Elektronen sowie Ionen (auch molekularen) durchführen. Der große Erfolg führte 1989 zur Vergabe des Nobelpreises an Wolfgang Paul und Hans Dehmelt 'für die Entwicklung der Technik zur Ionen-speicherung'.

Experimente mit Teilchen in Ionenfallen erlauben aus mehreren Gründen eine hohe Präzision: Die Fallen werden im UHV betrieben, so daß kaum Kollisionen mit anderen Teilchen auftreten, wie dies etwa in Gaszellen der Fall ist. Die lange Speicherdauer (typischerweise mehrere Stunden) ist für viele Messungen vorteilhaft - dies wird z.B. bei der Messung des Zerfalls von langlebigen Zuständen ausgenutzt und begründet den Einsatz von Paulfallen bei der Entwicklung neuer Frequenzstandards [76-78]. Die Störung der atomaren Energieniveaus durch die elektrischen Speicherfelder ist klein, außerdem können die Ionen so weit gekühlt werden, daß der Doppler-Effekt erster Ordnung vernachlässigt werden kann (Lamb-Dicke-Bereich - siehe Abschnitt 2.4).

Die Speicherung eines einzelnen Teilchens gelang zum ersten Mal Neuhauser et al. 1980 [25], 1981 folgten Wineland und Itano [79]. Experimente dieser Art liefern neue Einblicke in die Quantenmechanik und Präzisionsspektroskopie: Durch die Beobachtung der Fluoreszenz eines einzelnen Ions konnten die nichtklassische Natur des emittierten Lichts (Antibunching) [26], Quantensprünge [80, 81] sowie die Kohärenz der elastischen Streukomponente zum anregenden Lichtfeld [82] nachgewiesen werden.

Abbildung 2.1:
Elektrodenkonfiguration
einer Paul-Falle.

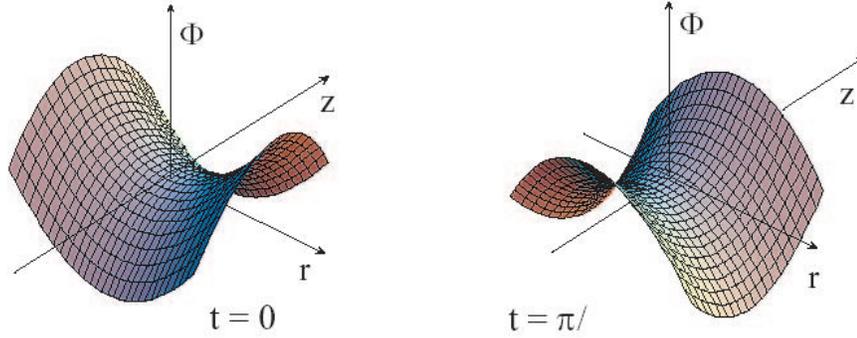


2.1 Grundlagen der Paul-Falle

Damit ein Teilchen in einem elektrischen Feld gespeichert werden kann, müssen zwei Bedingungen gegeben sein: Zum einen muß das Potential bei $\vec{r} = 0$ ein Minimum besitzen, d.h. $\nabla\Phi = 0$ und $\Delta\Phi > 0$ erfüllen. Zum anderen muß das Zentrum der Falle ohne die Anwesenheit eines geladenen Partikels ladungsfrei sein (Laplace-Gleichung: $\Delta\Phi = 0$). Da dies offensichtlich einen Widerspruch darstellt, ist eine zeitlich dauerhafte Speicherung mit elektrostatischen Feldern unmöglich. Ein elektrodynamisches Wechselfeld kann jedoch beide Bedingungen im zeitlichen Mittel über eine Periode erfüllen. Die einfachste mathematische Lösung für ein Potential mit den geforderten Eigenschaften ist ein Quadrupol-Potential der Form $\Phi(x, y, z, t) = 1/2 \alpha (x^2 + y^2 - 2z^2) \cos(\Omega t)$.

Aus diesem Potential folgt direkt die hyperboloide Geometrie, welche die Elektroden der klassischen Paul-Falle besitzen: Durch zwei Metallelektroden mit der Oberfläche $x^2 + y^2 - 2z^2 = -r_0^2$ im Abstand $2z_0$ voneinander wird ein zweisechali-ger Rotationshyperboloid gebildet (siehe Abb. 2.1). Innerhalb dieser Endkappen liegt eine Ringelektrode mit Innenradius $r_0 = \sqrt{2}z_0$, die als einschali-ger Rotationshyperboloid geformt ist (Oberfläche $x^2 + y^2 - 2z^2 = r_0^2$). An diese Elektroden wird eine Wechselspannung der Amplitude V_0 angelegt, der im allgemeinen Fall noch eine Gleichspannung U_0 überlagert ist. Innerhalb der Falle entsteht dadurch ein mit der Fallenfrequenz Ω oszillierendes Quadrupolpotential

$$\Phi(x, y, z, t) = (U_0 + V_0 \cos(\Omega t)) \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{4r_0^2}. \quad (2.1)$$

Abbildung 2.2: Sattelpotential zur Zeit $t = 0$ bzw. $t = \pi/\Omega$.

Der Betrag der Feldstärke nimmt linear mit der Entfernung von der Strahlachse zu. Das gespeicherte (geladene) Teilchen liegt im Ursprung eines Sattelpotentials, das nach der Zeit π/Ω sein Vorzeichen wechselt – zu einer bestimmten Zeit ist das Potential in radialer Richtung abstoßend, entlang der z -Achse anziehend, eine halbe Periode später umgekehrt. Dieser Wechsel von anziehendem und abstoßendem Potential ermöglicht eine stabile Speicherung in allen drei Raumrichtungen, da sich im Zeitmittel eine resultierende Kraft in Richtung des Fallenzentrums ergibt. Allerdings ist dies nur der Fall, wenn die Parameter r_0, V_0, U_0, Ω geeignet gewählt werden – für ein Teilchen der spezifischen Ladung e/m muß dazu die Bewegungsgleichung im Potential (2.1) betrachtet werden [22, 83]:

$$m \frac{d^2}{dt^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + e \frac{U_0 + V_0 \cos(\Omega t)}{2r_0^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix} = 0. \quad (2.2)$$

Diese lineare, homogene Differentialgleichung 2. Ordnung ist in dimensionsloser Form eine Mathieusche Differentialgleichung

$$\frac{d^2}{d\tau^2} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} + (a + 2q \cos(2\tau)) \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix} = 0, \quad (2.3)$$

die durch die zwei Konstanten

$$a \equiv \frac{4eU_0}{m\Omega^2 r_0^2}, \quad (2.4)$$

und

$$q \equiv \frac{2eV_0}{m\Omega^2 r_0^2} \quad (2.5)$$

sowie die dimensionslose Zeit

$$\tau = \frac{\Omega t}{2} \quad (2.6)$$

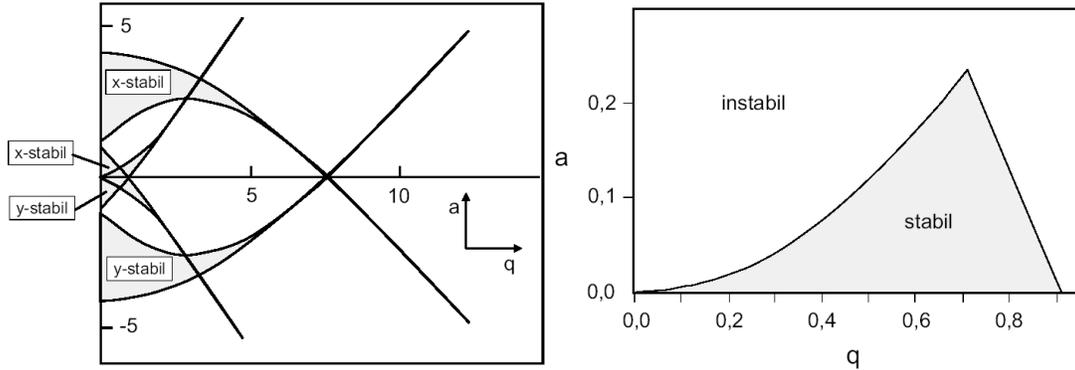


Abbildung 2.3: Links: Stabilitätsdiagramm der Mathieschen Differentialgleichung für die x - und y -Richtung. Im Schnittbereich der schraffierten Bereiche kommt es zum radialen Einschluß der Ionen. Rechts: Der Stabilitätsbereich bei $a < 1$, $q < 1$ ist experimentell am einfachsten zugänglich.

charakterisiert ist. Da die Stabilität der Lösungen nicht von den Anfangsbedingungen (Startpunkt und Anfangsgeschwindigkeit), sondern nur von a und q abhängt, werden sie Stabilitätsparameter genannt.

Der zweidimensionale Parameterraum der a - q -Werte ist in zwei Bereiche unterteilt (siehe Abb. 2.3): Bei Werten im stabilen Bereich führt das Teilchen eine quasiperiodische Schwingung aus, seine gemittelte kinetische Energie bleibt konstant. Außerhalb dieser Bereiche wächst die Energie (und damit die Koordinaten) des Teilchens exponentiell an, es bewegt sich in einem abstoßenden Potential. Experimentell am einfachsten zugänglich ist der Stabilitätsbereich in der Nähe von $a = q = 0$.

Die allgemeine stabile Lösung der Mathieschen Differentialgleichung (2.3) läßt sich in der Form [22]

$$x_i(\tau) = A_i \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} c_{n_i} \cos(2n_i + \beta_i)\tau + B_i \sum_{n_i=-\infty}^{\infty} c_{n_i} \sin(2n_i + \beta_i)\tau. \quad (2.7)$$

schreiben. Die Integrationskonstanten A_i und B_i hängen nur von den Anfangsbedingungen, die Amplitudenfaktoren c_{n_i} und die Frequenzfaktoren β_i dagegen von den Parametern a und q ab. Das Frequenzspektrum der Ionenbewegung nimmt die Werte

$$\omega_{n_i} = \left(n_i \pm \frac{\beta_i}{2} \right) \Omega; \quad n_i \in \mathbf{Z} \quad (2.8)$$

an.

In dem Gebiet nahe des Ursprungs des ersten Stabilitätsbereichs kann man die Ionenbewegung mit einer adiabatischen Näherung beschreiben, da hier für die dimensionslosen Wechsel- und Gleichspannungsamplituden $a \ll 1$ und $q \ll 1$

gilt – das bedeutet, daß sich die Koordinate des Teilchens während einer Periode $2\pi/\Omega$ des Speicherfeldes nur wenig ändert [84]:

$$(1. \text{ Näherung}) \quad x(0) \simeq x(\tau) \simeq x_0 \quad \text{für } 0 \leq \tau \leq \pi . \quad (2.9)$$

(Die Bewegung des Teilchens wird im folgenden exemplarisch in der x-Richtung behandelt.)

Setzt man diese Näherung (2.9) in (2.3) ein, erhält man

$$\ddot{x} + 2qx_0 \cos 2\tau = 0 . \quad (2.10)$$

Zur Vereinfachung wird der Spezialfall $a = 0$ angenommen. Die Lösung von (2.10) mit der Anfangsbedingung $\dot{x}(0) = 0$ ist:

$$(2. \text{ Näherung}) \quad x(\tau) = x_0 \left(1 + \frac{q}{2} \cos 2\tau \right) . \quad (2.11)$$

Gl. (2.11) ist nun die erste Korrektur zu Gl. (2.9). Der mit der Speicherfrequenz oszillierende Term in (2.11) wird als Mikrobewegung bezeichnet. Einsetzen von (2.11) in (2.3) liefert die entsprechende Korrektur der Bewegungsgleichung:

$$\ddot{x} + 2qx_0 \cos(2\tau) \left(1 + \frac{q}{2} \cos 2\tau \right) = 0 . \quad (2.12)$$

Ausmultiplizieren ergibt:

$$\ddot{x} + 2qx_0 \cos 2\tau + \frac{q^2}{2}x_0 + \frac{q^2}{2}x_0 \cos 4\tau = 0 . \quad (2.13)$$

In einem homogenen Feld ergibt sich keine Rückwirkung auf die mittlere Teilchenposition \bar{x}_i – in dem oszillierenden, inhomogenen elektrischen Feld gilt dagegen für die Kraft $F_i(\tau)$ im zeitlichen Mittelwert (Mittelung über eine Oszillationsperiode) $\overline{F}_i = \langle F_i(\tau) \rangle \neq 0$.

Die über eine Periode der Mikrobewegung gemittelte Kraft ergibt sich durch Mittelung von Gl. (2.13):

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(\ddot{x} + 2qx_0 \cos 2\tau + \frac{q^2}{2}x_0 + \frac{q^2}{2}x_0 \cos 4\tau \right) d\tau = 0 . \quad (2.14)$$

Folglich gilt

$$\langle \ddot{x} \rangle + \frac{q^2}{2}x_0 = 0 . \quad (2.15)$$

Die Cosinus-Terme in (2.14) mitteln sich zu Null, während der von der Mikrobewegung herrührende Term (2. Näherung, Gl.(2.11)) eine Kraft hervorruft, die im Mittelungsprozeß (Gl.(2.14)) nicht verschwindet. Diese Kraft ist proportional

zum Abstand vom Fallenzentrum und bewirkt deshalb eine harmonische Schwingung des Teilchens in x-Richtung mit der sogenannten Säkularfrequenz

$$\omega_{s,r} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q^2}{2}} \Omega . \quad (2.16)$$

Das Gleichspannungspotential a überlagert sich linear diesem Pseudopotential, so daß die radiale Säkularfrequenz im allgemeinen Fall durch

$$\omega_{s,r} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{q^2}{2} + a} \Omega \equiv \frac{1}{2} \mu_r \Omega \quad (2.17)$$

gegeben ist. Dabei ist $\mu_r \equiv \sqrt{\frac{q^2}{2} + a}$ der radiale Säkularparameter. Wie man an den Bewegungsgleichungen (2.2) sieht, erhält man die entsprechende Säkularfrequenz in z-Richtung, indem man die Vertauschungen $a \rightarrow -2a$ und $q \rightarrow -2q$ vornimmt:

$$\omega_{s,z} = \frac{1}{2} \sqrt{2q^2 - 2a} \Omega \equiv \frac{1}{2} \mu_z \Omega . \quad (2.18)$$

Hier ist $\mu_z \equiv \sqrt{2q^2 - 2a}$ der axiale Säkularparameter. Die Bewegung des Teilchens kann als Bewegung in einem effektiven Potential aufgefaßt werden, das Pseudopotential genannt wird. Das Pseudopotential Ψ_{pseudo} läßt sich schreiben als

$$\Psi_{\text{pseudo}}(r, z) = \frac{m}{2} (\omega_{s,r}^2 r^2 + \omega_{s,z}^2 z^2) . \quad (2.19)$$

Definiert man die Potentialtiefe Ψ_0 als

$$\Psi_0 = \frac{eV_0^2}{4m\Omega^2 r_0^2} = \frac{1}{8} qV_0 , \quad (2.20)$$

gilt

$$\Psi_{\text{pseudo}} = \frac{e|\nabla\Phi|^2}{4m\Omega^2} = \Psi_0 \frac{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 - 2z^2}{r_0^2} + \frac{1}{2} U_0 \frac{x^2 - y^2 + 2z^2}{r_0^2} . \quad (2.21)$$

Man kann zeigen, daß die kinetische Energie der Mikrobewegung $1/2m\langle\dot{x}_i^2\rangle$ am Ort $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ der Energie des Pseudopotentials $e\Psi$ an diesem Ort entspricht [85]. Die höherfrequente Mikrobewegung überlagert sich der harmonischen Schwingung im Pseudopotential, und die Bewegung des Teilchens lautet näherungsweise

$$x(t) = x_0 \cos(\omega_s t) \left(1 + \frac{q}{2} \cos(\Omega t)\right) . \quad (2.22)$$

Die Gesamtbewegung $x_i(\tau)$ wird dabei in eine mit der Fallenfrequenz $\Omega \pm \omega_s$ angetriebene Schwingung, die Mikrobewegung ξ_i , und einen langsam oszillierenden Anteil, die Säkularbewegung (Makrobewegung) X_i , aufgeteilt [86]:

$$x_i(\tau) = X_i + \xi_i \quad \text{mit} \quad \xi_i = \xi_{0i} \cos 2\tau . \quad (2.23)$$

Einsetzen von (2.23) in die Bewegungsgleichung (2.3) liefert nach Mittelung über eine Periode 2τ die Amplitude der Mikrobewegung

$$\xi_{0i} = \frac{q_i}{2} X_i \propto \frac{eV_0}{m\Omega^2} . \quad (2.24)$$

Die mittlere kinetische Energie des Teilchens setzt sich aus der kinetischen Energie der Säkularbewegung und der Mikrobewegung zusammen.

Die oben aufgeführten Ergebnisse gelten streng nur für ein einzelnes Teilchen. Bei mehreren Ionen treten durch die Coulomb-Wechselwirkung Raumladungseffekte auf.

2.2 Die Lineare Falle

Bei der klassischen Paulfalle, wie sie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben wurde, gibt es nur einen feldfreien Punkt in der Mitte der Falle. Das bedeutet, daß bei der Speicherung mehrerer Ionen die Teilchen außerhalb der Fallenmitte dem Speicherfeld ausgesetzt sind und eine getriebene Bewegung (Mikrobewegung) ausführen. Außerdem kommt es zu spektroskopischen Linienverschiebungen durch den Stark-Effekt.

Diese Probleme können umgangen werden, wenn die Geometrie der Elektroden geändert wird: Eine lineare Paulfalle ist eine langgestreckte, zweidimensionale Falle analog dem aus der Massenspektroskopie bekannten Quadrupolmassenspektrometer [87], bei der zusätzliche statische Potentiale für eine Speicherung in der verbleibenden Dimension sorgen. So entsteht eine RF-feldfreie Linie entlang der FalLENachse, auf der mehrere Ionen in Form einer Kette gespeichert werden können. Dies wurde zum ersten Mal in der Gruppe von Wineland demonstriert [88].

2.2.1 Radiale Speicherung

Die Speicherung in radialer Richtung (x - und y -Richtung, siehe Abb. 2.4) erfolgt durch Anlegen einer elektrischen Spannung $U_0 + V_0 \cdot \cos(\Omega t)$ an die beiden gegenüberliegenden Elektrodenpaare zweier Elektroden mit hyperbolischem Querschnitt mit Abstand $2r_0$. Dies führt zu einem Potential

$$\Phi = (U_0 + V_0 \cos(\Omega t)) \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2} . \quad (2.25)$$

Die Bewegungsgleichungen der Ionen

$$m\ddot{x} + 2e(U_0 + V_0 \cos(\Omega t)) \frac{x}{2r_0^2} = 0 \quad (2.26)$$

$$m\ddot{y} - 2e(U_0 + V_0 \cos(\Omega t)) \frac{y}{2r_0^2} = 0 \quad (2.27)$$

$$m\ddot{z} = 0 \quad (2.28)$$

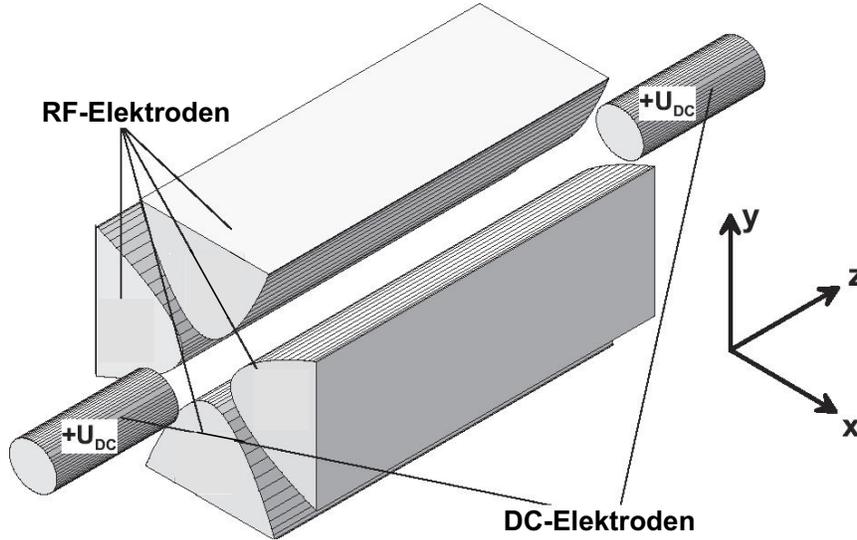


Abbildung 2.4: Aufbau einer linearen Ionenfalle: Die Wechselspannung der RF-Elektroden sorgt für den radialen Einschluss, die Gleichspannung an den DC-Elektroden lokalisiert die Teilchen auf der Fallenchse.

sind in den drei kartesischen Raumrichtungen vollständig entkoppelt. In der radialen Ebene (xy -Ebene) entspricht die lineare Falle bis auf ein Vorzeichen der Paulfalle und alle in Abschnitt 2.1 abgeleiteten Ergebnisse können übernommen werden. Aus Gleichung (2.28) folgt aber, daß die Bewegung entlang der Fallenchse nicht vom Quadrupol-Speicherfeld beeinflusst wird, d.h. die Teilchen sind in axialer Richtung nicht gebunden.

2.2.2 Speicherung in axialer Richtung

Um die Teilchen auch in axialer Richtung zu lokalisieren, werden zusätzliche Elektroden an den Enden der Falle eingesetzt. Diese können verschiedener Form sein [89, 90], müssen aber am Ort der Ionen in guter Näherung ein statisches, harmonisches Potential erzeugen [88]:

$$\Phi_{\text{DC}} = \frac{\kappa U_{\text{DC}}}{z_{\text{DC}}^2} \left(z^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2) \right). \quad (2.29)$$

z_{DC} ist dabei die halbe Länge der Falle in axialer Richtung, κ ein Faktor, der von der Geometrie der Elektroden abhängt, die das statische Speicherpotential erzeugen, und U_{DC} die an den Elektroden anliegende Spannung. Dieses Potential führt zu einer harmonischen Schwingung des Ions mit der Kreisfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2\kappa q U_{\text{DC}}}{m z_{\text{DC}}^2}}. \quad (2.30)$$

Während das radiale Pseudopotential keinen Anteil in axialer Richtung besitzt, hat das statische Speicherpotential auch eine Komponente in radialer Richtung, die abstoßend wirkt. Im Pseudopotentialmodell entsteht folgendes Speicherpotential in radialer Richtung:

$$\Phi_{\text{DC},r} = \frac{m}{2q} \left(\omega_s^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2 \right) (x^2 + y^2). \quad (2.31)$$

Dadurch wird die in Abschnitt 2.1 angegebene Kreisfrequenz der Makrobewegung $\omega_{s,r}$ reduziert zu einem Wert

$$\omega'_{s,r} = \sqrt{\omega_{s,r}^2 - \frac{1}{2}\omega_z^2}. \quad (2.32)$$

Im Normalfall ist diese Reduktion des radialen Speicherpotentials aufgrund des Verhältnisses von axialer zu radialer Frequenz allerdings vernachlässigbar.

Werden mehrere Ionen gespeichert, ordnen sich diese bei geeignet gewählten Fallenparametern und ausreichender Kühlung (siehe Abschnitt 2.4) in einem Kristall entlang der Fallenachse an – dann nimmt jedes Teilchen eine feste Gleichgewichtsposition ein. Der Ionenabstand d läßt sich aus der Ladungsabstoßung und dem axialen Einschluß berechnen. Im Fall eines Zwei-Ionen-Kristalles gilt [91]

$$d = \sqrt[3]{\frac{e^2}{2\pi\epsilon_0 m \omega_z^2}}. \quad (2.33)$$

Hier ist ω_z die axiale Schwingungsfrequenz eines einzelnen Ions im Fallenpotential.

2.3 Nichtideale Falle

Um einen besseren optischen Zugang zum Fallenzentrum zu bekommen (offenere Geometrie) bzw. die Falle leichter miniaturisieren zu können (einfacher herzustellende Elektroden), kann eine Abweichung von der Hyperboloidform notwendig sein. Im Prinzip kann fast jede Elektrodenform, die ein lokales Minimum eines schnell oszillierenden Feldes erzeugt, dazu verwendet werden, geladene Teilchen zu speichern. In diesem Fall tritt eine Abweichung vom idealen Potentialverlauf auf und meist wird die azimuthale Symmetrie gebrochen, d.h. die Säkularfrequenz ist auch für $a = 0$ in x - und y -Richtung unterschiedlich [92].

Nur für wenige, spezielle Elektrodenformen kann man den Feldverlauf analytisch darstellen, ansonsten muß das Problem numerisch gelöst werden. Entwickelt man das Fallenpotential in den ersten drei signifikanten Termen (nahe am Fallenzentrum, entlang einer der Symmetrieachsen)

$$\Phi(x_i) = V_0 \left[c_0 + c_{i2} \left(\frac{x_i}{r_0} \right)^2 + c_{i4} \left(\frac{x_i}{r_0} \right)^4 + c_{i6} \left(\frac{x_i}{r_0} \right)^6 \right], \quad (2.34)$$

folgt ein Pseudopotential

$$\bar{\Phi}_{\text{pseudo}}(\bar{x}_i) = \frac{1}{2}m\omega_i^2 \left(\bar{x}_i^2 + \frac{\bar{c}_{i4}}{r_0^2}\bar{x}_i^4 + \frac{\bar{c}_{i6}}{r_0^4}\bar{x}_i^6 \right). \quad (2.35)$$

V_0 ist das an die Elektroden angelegte Potential, und die Parameter c_{in} müssen so gewählt werden, daß für jede Ordnung n die Laplace-Gleichung erfüllt ist. Die Säkularfrequenz in Richtung x_i ist

$$\omega_i = \sqrt{2} e c_{i2} V_0 / (m\Omega r_0^2). \quad (2.36)$$

Die Anharmonizitätskoeffizienten beschreiben die Abweichung des Potentials von dem einer idealen Quadrupolfalle, bei der $c_{x2} = c_{y2} = 0.5$ (radiale Richtung), $c_{z2} = 1$ (axiale Richtung) und $\bar{c}_{i4} = \bar{c}_{i6} = 0$ gilt. Die Terme höherer Ordnung verursachen Anharmonizitäten in der Säkularbewegung des Ions. Alle Koeffizienten hängen nur von der Form (Längenverhältnissen) der Falle ab und sind unabhängig von deren absoluter Größe.

Der Spannungsverlustfaktor L gibt an, um wieviel höher die Spannung V_0 sein muß, um im Zentrum der Falle das gleiche Quadrupolpotential zu erhalten wie in einer idealen Falle. Er ist für viele Geometrien gegeben durch

$$L = \left| \frac{1}{c_{z2}} \right|, \quad (2.37)$$

typische Werte liegen zwischen 2 und 20 [92].

Neben der Abweichung von der Quadrupolform können weitere Faktoren zu einer zusätzlichen Mikrobewegung führen [93]: Verunreinigungen durch Ofenmaterial oder unterschiedliche Kristallebenen auf der Oberfläche der Elektroden führen in der Praxis häufig zu Kontaktpotentialen und damit zusätzlichen statischen Dipolfeldern. Dann ist der Mittelpunkt der Oszillation des Ions um x_1 aus dem Ursprung des Pseudopotentials verschoben. Die näherungsweise Lösung der Bewegungsgleichung (2.22) muß dann um einen Term erweitert werden und besitzt eine Resonanz mit der Fallenfrequenz Ω [86]:

$$x(t) = (x_1 + x_0 \cos(\omega_s t)) \left(1 + \frac{q}{2} \cos(\Omega t) \right). \quad (2.38)$$

Je stärker die Auslenkung vom Fallenmittelpunkt (Ursprung des Quadrupolpotentials), desto größer ist diese zusätzliche Mikrobewegung (siehe Abb. 2.5). Da diese Bewegungskomponente ständig vom Fallenfeld angetrieben wird, kann sie nicht durch Kühlung verringert werden. Auch Phasenunterschiede zwischen den Wechselspannungspotentialen, die z.B. bei unterschiedlichen Kabelimpedanzen auftreten, sind die Quelle zusätzlicher Mikrobewegung [93]. Um die getriebene Bewegung möglichst klein zu halten, werden die Störfelder durch Anlegen zusätzlicher Gleichspannungen an die Fallenelektroden kompensiert (siehe Abschnitt 7.3).

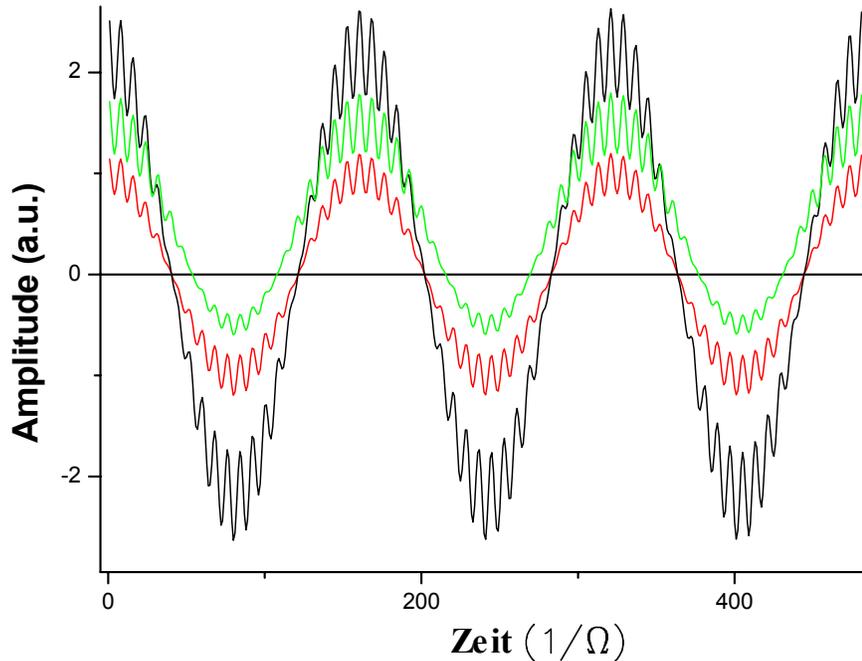


Abbildung 2.5: Bewegung eines Ions nach adiabatischer Näherung (schwarze Linie). Wird die Säkularbewegung gekühlt, nimmt die Mikrobewegung ab, da sich das Teilchen nicht mehr so weit vom Ursprung des Quadrupolpotentials bewegt (rote Linie). Bei einem zusätzlichen statischen Potential tritt eine Auslenkung des Ions vom Fallenursprung auf, mit der eine größere Amplitude der Mikrobewegung einhergeht (grüne Linie).

2.4 Laserkühlung

Um bei hochgenauer Spektroskopie im optischen Regime und bei quantenoptischen Untersuchungen die nötige Genauigkeit zu erreichen, müssen die Bewegungsamplituden der Teilchen soweit reduziert werden, daß sie kleiner als die Wellenlänge des Überganges sind (Lamb-Dicke-Bereich). Für optische Frequenzen wird dies erst bei Millikelvin-Temperaturen erreicht.

Geht man vom idealen Fall ohne zusätzliche Mikrobewegung aus, ist die kinetische Energie des Ions zwischen der Mikro- und der Säkularbewegung gleichverteilt (siehe Abschnitt 2.3). In Paul-Fallen gespeicherte Ionen besitzen unmittelbar nach dem Ladevorgang eine kinetische Energie, die dem Pseudopotential am Ort der Ionisation entspricht und üblicherweise bei einigen eV liegt (1 eV entspricht 11600 K). Durch Puffergas (z.B. Helium) kann die Ionenbewegung auf typischerweise 600-1000 K gedämpft werden.

Laserkühlung von freien Atomen wurde zuerst 1975 von Hänsch und Schawlow vorgeschlagen [10]. Die enorme Bedeutung zeigte sich in der Vergabe des Nobelpreises 1997 an Steven Chu, Claude Cohen-Tannoudji und William Phillips 'für

die Entwicklung von Methoden zur Kühlung und Speicherung von Atomen mit Laserlicht'. Das Grundprinzip ist folgendes: Jedes Photon, das aus einem Laserstrahl absorbiert wird, überträgt seinen Impuls $\hbar k$ auf das Atom und verlangsamt es damit, falls sich das Atom in Richtung des Lasers bewegt. Um letzteres sicherzustellen, strahlt man Laserlicht ein, welches gegenüber der atomaren Übergangsfrequenz rotverstimmt ist und deshalb von entgegenlaufenden Atomen absorbiert wird, da sie durch die Dopplerverschiebung die Resonanzbedingung am besten erfüllen. Die Reemission des Photons erfolgt in eine zufällige Richtung, so daß dabei im Mittel über viele Ereignisse keine Impulsänderung des Atoms erfolgt. Diese Technik kann auch bei gespeicherten Teilchen angewendet werden, wie dies von Wineland und Dehmelt vorgeschlagen wurde [11]. 1978 wurden so zum ersten Mal Barium-Ionen in einer Paul-Falle gekühlt [25]. Im Fall der schwachen Bindung, d.h. wenn die Säkularfrequenz des Ions kleiner ist als die natürliche Linienbreite des Kühlübergangs ($\omega_s \ll \Gamma$), besteht das Anregungsspektrum des Ions aus einer Doppler-verbreiterten Linie, die Bewegungsseitenbänder werden nicht aufgelöst. Die Laserkühlung erfolgt dann analog der Dopplerkühlung bei freien Teilchen.

Für das Laserkühlen mit einem ideal schmalbandigen Laser an einem Teilchen mit 2-Niveau-System, das in einem harmonischen Potential gespeichert ist, existiert eine ausführliche theoretische Beschreibung [94, 95]. Diese Theorie deckt auch die Kühlung von Ionen in einer Paul-Falle ab, da bei entsprechend niedriger Temperatur die Mikrobewegung vernachlässigt werden kann.

Pro gestreutem Photon wird die kinetische Energie des Ions durch den Impuls des Photons um $\hbar\Delta$ ($\Delta =$ Verstimmung des Lasers von der Übergangsfrequenz) verringert, was typischerweise einer Geschwindigkeitsänderung von einigen wenigen cm/s entspricht. Um niedrige Temperaturen zu erreichen, werden also in der Größenordnung 10^4 Photonen und damit nur kleine Laserleistungen benötigt.

Die Reemission der Photonen führt zwar im Mittel zu keinem Impulsübertrag, wohl aber zu einer Diffusion des Teilchens im Impulsraum, die die minimale durch Dopplerkühlung erreichbare kinetische Energie $m\langle v^2 \rangle/2$ festlegt. Diese kann mit Hilfe des Äquipartitionstheorems $m\langle v^2 \rangle/2 = k_B T/2$ als Temperatur ausgedrückt werden. Die erreichbare Endtemperatur ergibt sich aus der Gleichgewichtsbedingung zwischen Kühl- und konkurrierenden Heizprozessen durch den Photonenrückstoß und errechnet sich bei niedrigen Laserintensitäten zu [96]:

$$T = \frac{\hbar\Gamma}{4k_B} \left[\frac{\Gamma}{2|\Delta|} + \frac{2|\Delta|}{\Gamma} \right]. \quad (2.39)$$

Γ ist die natürliche Linienbreite des Kühlübergangs. Sie bestimmt die minimale Temperatur, die sogenannte Dopplertemperatur T_{Dop} , welche bei einer Verstimmung von $\Delta = -\Gamma/2$ erreicht wird:

$$T_{\text{Dop}} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}. \quad (2.40)$$

Da eine Kühlung nur in der dem Laserstrahl entgegengesetzten Richtung erfolgt, benötigt man zur Kühlung eines freien Teilchens in allen drei Dimensionen mindestens vier Laserstrahlen in einer Tetraederanordnung. Die dreidimensionale Kühlung eines in einer Falle gespeicherten Ions kann dagegen bereits mit einem Laserstrahl realisiert werden, solange er Komponenten in Richtung aller drei Hauptachsen des Pseudopotentials besitzt.

Kapitel 3

Optische Resonatoren

Optische Resonatoren finden verschiedenste Anwendung: Sie können z.B. als optische Spektrumanalysatoren dienen oder, wenn sie geometrisch sehr stabil sind, als Frequenzreferenzen (z.B. zur Laserstabilisierung). Im Laser selbst befindet sich das Lasermedium zur Aufrechterhaltung der Lichtemission in einem optischen Resonator. Auch die Effizienz nichtlinearer Prozesse kann durch Überhöhung des Feldes in einem Resonator gesteigert werden, und bei geeigneter Dimensionierung erhält man am Resonatorausgang einen 'gereinigten' Strahl, der nur aus einer TEM₀₀-Mode besteht (Modecleaning).

All das ist möglich, weil sich in optischen Resonatoren nur Felder mit bestimmter örtlicher Verteilung und Frequenz aufbauen können [97].

Im in dieser Arbeit vorgestellten Experiment befinden sich die gespeicherten Ionen innerhalb eines Resonators, so daß fundamentale Wechselwirkungen von Atomen mit einer einzelnen Mode des elektromagnetischen Feldes untersucht werden können.

3.1 Grundbegriffe

Ein optischer Resonator besteht aus zwei oder mehr gekrümmten oder ebenen Spiegeln, die so angeordnet sind, daß ein Lichtstrahl auf dem Weg von Spiegel zu Spiegel mehrfach denselben geometrischen Weg durchläuft und es dadurch zu Vielstrahlinterferenz kommt. Bestimmte Kombinationen von Spiegelkrümmungen und -abständen ergeben dabei sogenannte stabile Resonatoren [98]: Ein Resonator ist dann stabil, wenn sich ein stationäres Strahlungsfeld einstellt, d.h. wenn Amplitude und Phase des elektromagnetischen Feldes auf den Spiegeloberflächen nach jedem Umlauf reproduziert werden.

Betrachtet man die axiale Richtung (längs der Resonatorachse) kann dies nur erfüllt sein, wenn die Resonatorlänge ganzzahlige Vielfache der halben Wellenlänge beträgt, da sich Knotenpunkten an den Spiegeloberflächen befinden

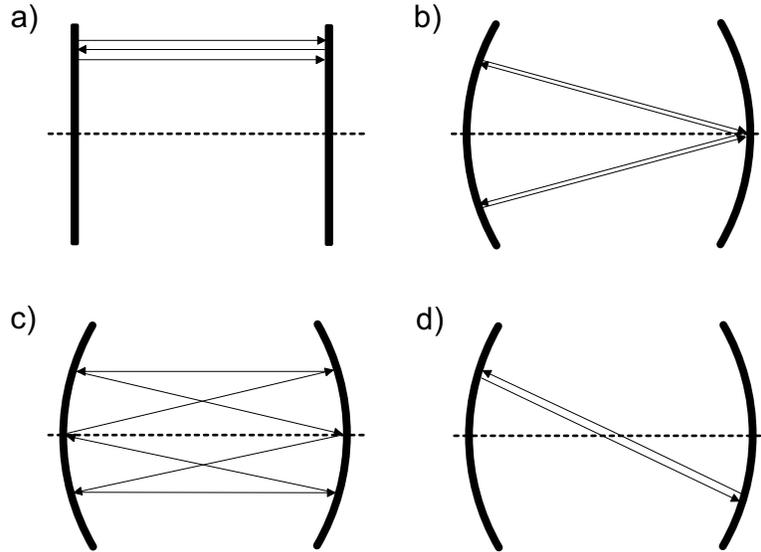


Abbildung 3.1: Beispiele für verschiedene Resonatoren: a) planar; b) konfokal; c) fokal; d) sphärisch (konzentrisch).

müssen [99]:

$$\lambda_q = \frac{2L}{q} \quad (3.1)$$

λ_q ist die Vakuumwellenlänge, $L = L_0 n$ die optische Weglänge zwischen den Spiegeln, L_0 der geometrische Spiegelabstand und n der Brechungsindex des Resonatormediums. Die Ordnungszahl der axialen Mode q gibt die Anzahl der Schwingungsbüchel im Resonator an. Ein Resonator besitzt demnach eine periodische Folge von Resonanzfrequenzen $\nu_q = c_0/\lambda_q$, deren Frequenzabstand $\Delta\nu$ gegeben ist durch

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = \frac{c_0}{\lambda_{q+1}} - \frac{c_0}{\lambda_q} = \frac{c_0}{2L}. \quad (3.2)$$

Diese Größe wird auch Dispersionsbereich oder freier Spektralbereich (FSR) genannt (c_0 ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit).

Für Resonatoren aus zwei Spiegel mit Krümmungsradien ρ_1 und ρ_2 im geometrischen Abstand L_0 kann die Stabilitätsbedingung für die transversale Ebene daraus abgeleitet werden, daß eine geometrisch-optische Beschreibung von Kugelwellen, die sich im Resonator reproduzieren, gefunden werden kann.

Durch Einführung der g -Parameter der Spiegel

$$g_i = 1 - L/\rho_i; \quad i = 1, 2 \quad (3.3)$$

lassen sich stabile Resonatoren dadurch kennzeichnen, daß sie

$$0 < g_1 g_2 < 1 \quad (3.4)$$

erfüllen. Nur dann ist ein Gaußstrahl Eigenlösung des (seitlich) unbegrenzten Resonators. Die Laserstrahlung in- und außerhalb des Resonators läßt sich durch eine sphärische Wellenfront beschreiben [97].

Eine stationäre Feldverteilung, die im Resonator anschwingt, wird als Mode des Resonators bezeichnet. Die Moden haben die Bezeichnung TEM_{plq} bzw. TEM_{mnq} , wobei die Abkürzung TEM angibt, daß elektrisches und magnetisches Feld senkrecht zueinander und zur Ausbreitungsrichtung schwingen (Transversal-Elektromagnetisch). Dies ist nur näherungsweise der Fall: Aufgrund der Beugung besitzt das elektrische Feld auch eine Komponente in Ausbreitungsrichtung. Nur im Grenzfall großer Strahldurchmesser und Spiegelabmessungen, die groß im Vergleich zum Strahldurchmesser sind, ist das Feld im Resonator rein transversal. Die ersten beiden Indizes (p, l bei Kreissymmetrie; m, n bei Rechtecksymmetrie) geben die Anzahl der Knotenlinien in der transversalen Modenstruktur an. q ist der bereits eingeführte axiale Ordnungsparameter, auf den aber meistens verzichtet wird.

Für eine stationäre Feldverteilung in transversaler Richtung müssen sich, wie bereits erwähnt, Amplitude und Phase nach jedem Umlauf reproduzieren. Mit Hilfe einer Matrizendarstellung der optischen Elemente des Resonators [100] läßt sich die Suche nach den Resonanzfrequenzen in ein Eigenwertproblem überführen. Die Resonanzfrequenzen sind

$$\nu_{mnq} = \frac{c_0}{2L} \left(q + \frac{2m + n + 1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right) \quad (3.5)$$

(Bzw. p, l statt m, n in Kreissymmetrie.) Die Resonanzfrequenzen hängen also sowohl von der axialen als auch von der transversalen Ordnung der Mode ab. Im Gegensatz zum planparallelen FPI ($g_1 = g_2 = 1$), bei dem die Resonanzfrequenzen nur durch die axiale Ordnungszahl q gegeben sind, spaltet durch die Krümmung der Spiegel die Resonanzfrequenz einer axialen Mode zusätzlich auf. Im Grenzfall des konfokalen Resonators ($g_1 = g_2 = 0$) entspricht dieser Frequenzunterschied genau dem halben axialen Modenabstand $c_0/4L$. Alle Moden, die die Bedingung (3.5) erfüllen, besitzen deshalb die gleiche Resonanzfrequenz. Man spricht in diesem Fall von Frequenzentartung.

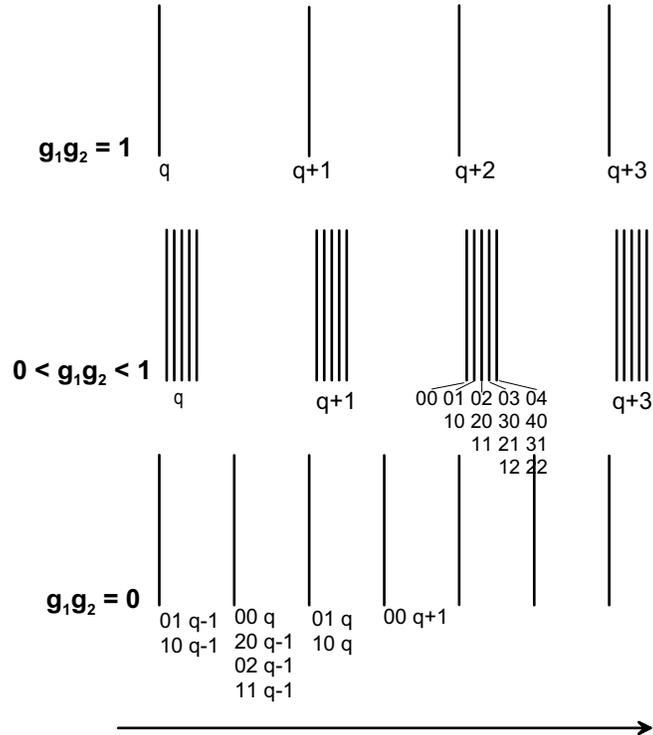
In Kreissymmetrie (r, ϕ Radial- bzw. Azimutalkoordinate) ist die Modenstruktur in transversaler Richtung

$$E_{pl}^{(i)}(r, \phi) = E_0 \exp\left(-\frac{r^2}{w_i^2}\right) \left(\frac{\sqrt{2}r}{w_i}\right)^l L_p^{(l)}\left(\frac{2r^2}{w_i^2}\right) \begin{cases} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{cases} \quad (3.6)$$

mit $L_p^{(l)}$, den Laguerre-Polynom der Ordnung p, l , wobei $p, l \in \mathbf{Z}$.

In Rechtecksymmetrie (kartesische Koordinaten) wird das transversale elektrische Feld der TEM_{mn} -Mode mit den Hermite-Polynomen der Ordnung m ($m, n \in \mathbf{Z}$)

Abbildung 3.2:
Resonanzfrequenzen der Moden stabiler Resonatoren (Rechtecksymmetrie; die Indizes m, n sind nur für einige Frequenzen angegeben).



wiedergegeben:

$$E_{mn}^{(i)}(x, y) = E_0 \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_i^2}\right) H_m\left(\frac{\sqrt{2}x}{w_i}\right) H_n\left(\frac{\sqrt{2}y}{w_i}\right) \quad (3.7)$$

Die transversale Ausdehnung der Moden auf dem Resonatorspiegel i ist durch den Radius w_i der TEM₀₀-Mode bestimmt, die auch als Grundmode bezeichnet wird. Ihr Radius auf den Spiegelflächen hängt von den Resonatorparametern ab und ist gegeben durch:

$$w_i^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \sqrt{\frac{g_j}{g_i(1 - g_1 g_2)}} \quad (3.8)$$

mit $i, j = 1, 2$, $i \neq j$. Die Grundmode hat eine gaußförmige Intensitätsverteilung. Im Abstand $r = w_i$ vom Symmetriezentrum sinkt die Intensität auf den $1/e^2$ -ten Teil ab. Innerhalb des Radius w_i sind 86.5% der Strahlungsleistung eingeschlossen. Die Ausdehnung der Intensitätsverteilung der transversalen Modenstruktur nimmt mit wachsender transversaler Ordnung der Mode zu.

Die Welle propagiert in axialer Richtung mit einem Verlauf

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2 n} \right)^2 \right] = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2} \right). \quad (3.9)$$

$w(z)$ gibt den Radius an, bei dem die Feldamplitude um den Faktor $1/e$ verglichen mit ihrem Wert auf der Achse gefallen ist. Die Rayleighlänge

$$z_0 \equiv \frac{\pi\omega_0^2 n}{\lambda} \quad (3.10)$$

ist der Abstand vom Ort der Strahltaile, bei dem sich der Strahlradius um den Faktor $\sqrt{2}$ vergrößert hat.

Die Grundmode (TEM₀₀) eines symmetrischen Resonators ($\rho_1 = \rho_2 := \rho$) hat einen minimalen Radius

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}} [L(2\rho - L)]^{1/4}. \quad (3.11)$$

Mit dieser Strahltaile w_0 am Ort $z = 0$ ist die Feldverteilung $E(x, y, z)$ eindeutig bestimmt.

Der Krümmungsradius der nahezu sphärischen Wellenfront ist [97]

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi\omega_0^2 n}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (3.12)$$

($R(z)$ ist positiv, wenn der Krümmungsmittelpunkt sich links der Wellenfront befindet, negativ im umgekehrten Fall.)

Der Phasenfaktor $\eta(z)$ ist gegeben durch

$$\eta(z) = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2 n} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{z}{z_0} \right). \quad (3.13)$$

Der Strahl weitet sich unter dem Winkel

$$\theta_{\text{beam}} = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda}{\pi\omega_0 n} \right) \simeq \frac{\lambda}{\pi\omega_0 n} \quad (3.14)$$

auf.

Eine wichtige Größe für Experimente mit Atomen in Resonatoren ist das Modenvolumen (siehe Abschnitt 4.4). Sie ist ein Maß für die räumliche Ausdehnung der Feldverteilung. Für die TEM₀₀-Mode eines symmetrischen Resonators gilt:

$$V = 2\pi \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^\infty r |u(r, z)|^2 dr dz = \frac{\pi\omega_0^2 L}{4} \quad (3.15)$$

Das bedeutet, daß das Modenvolumen vom Spiegelabstand und deren Krümmung bzw. der dadurch gegebenen Strahltaile abhängt.

Eine weitere charakteristische Größe eines Resonators ist seine Finesse \mathcal{F} – je größer diese ist, desto schärfer ist die Resonanz der Transmission. Die Finesse ist

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}, \quad (3.16)$$

mit r_i den Amplitudenreflexionskoeffizienten der Spiegel. Für große Reflektivitäten, d.h. für r_i nahe bei 1 kann man die Finesse durch das Verhältnis von freiem Spektralbereich ν_{FSR} zu der Resonanzbreite $\delta\nu$ des Resonators ausdrücken:

$$\mathcal{F} = \frac{\nu_{\text{FSR}}}{\delta\nu}. \quad (3.17)$$

Mit der Finesse kann auch die Resonatorfeldzerfallskonstante κ berechnet werden, die definiert ist durch

$$\kappa = \frac{c\pi}{2\mathcal{F}L}. \quad (3.18)$$

Die Intensität berechnet sich aus dem Quadrat der Feldamplitude – die Photonenzahl im Resonator nimmt daher mit der Rate 2κ ab.

3.2 Einkopplung in den Resonator

Um möglichst viel Leistung in die Grundmode einkoppeln zu können, müssen zum einen die Parameter des externen Strahles an die Parameter der Resonatormode angepaßt werden: Man muß den äußeren Strahl so transformieren, daß Durchmesser und Strahltaile mit dem Strahlverlauf im Resonator übereinstimmen. In den meisten Fällen ist dafür eine dünne Linse ausreichend (siehe z.B. [101]).

Zum anderen muß die gewählte Lichtfrequenz eine Eigenfrequenz des Resonators sein. Dann kommt es zur konstruktiven Interferenz der Wellenzüge zwischen den Spiegeln und die umlaufende Leistung beträgt ein Vielfaches der eingestrahlenen. Je nach Transmissivität der Spiegel wird ein Strahl bestimmter Leistung emittiert. Im Experiment hat einer der Spiegel eine deutlich höhere Transmission und stellt deshalb den Ausgang des Resonators dar. Zur Optimierung der Leistungseinkopplung muß die Impedanz angepaßt werden: Auch am Einkoppelspiegel wird ein Strahl nach außen transmittiert, dieser interferiert destruktiv mit dem teilweise reflektierten einfallenden Strahl. Im Resonanzfall wird also insgesamt weniger Licht am Einkoppelspiegel reflektiert. Im verlustfreien resonanten Fall kann die volle eingestrahelte Lichtleistung am Ausgang des Resonators zur Verfügung stehen. Ist der Resonator jedoch nicht auf die Frequenz des eingestrahlenen Lichts abgestimmt, wird fast die volle Leistung am Einkoppelspiegel reflektiert.

Zur Herleitung der Bedingungen für die Impedanzanpassung werden im folgenden auch Verluste im Resonator (bzw. in den Spiegeln) berücksichtigt: Zusätzlich zu den Amplitudenreflexionskoeffizienten r_i kommt es bei nichtidealen Spiegeln zu Verlusten durch Streuung und Absorption. Pro Umlauf kommt es zu einer Erniedrigung der Amplitude um den Faktor $\exp(-\alpha_0 L)$, wobei α_0 der Verlustkoeffizient ist, so daß insgesamt die Amplitude um den Faktor [102]

$$\tilde{g}_{rt} = r_1 r_2 \exp(-\alpha_0 L) \quad (3.19)$$

abnimmt. Die Welle unterliegt außerdem einer Phasenänderung bei jedem Umlauf im Resonator mit $\delta\phi = kL$. Die Feldamplitude E_{res} im Resonator ergibt sich aus

der Summe aller Umläufe:

$$E_{\text{res}} = \sum_{k=0}^{\infty} E_0 \exp(-k\alpha_0 L) \exp(-ik\delta\phi), \quad (3.20)$$

wobei $E_0 = \sqrt{T_{\text{ein}}} \cdot E_{\text{ein}}$ und T_{ein} die Intensitätstransmission des Einkoppelspiegels ist. Die aufgebaute Intensität im Resonator ist proportional zu:

$$P_{\text{res}} \propto |E_{\text{res}}|^2 = \frac{|E_0|^2}{(1 - \tilde{g}_{rt} \exp(i\delta\phi))^2} = \frac{|E_0|^2}{(1 - \tilde{g}_{rt})^2 + 4\tilde{g}_{rt} \sin^2(\delta\phi/2)} \quad (3.21)$$

Das Verhältnis von transmittierter zu eingekoppelter Leistung ist gegeben durch:

$$\left| \frac{E_{\text{trans}}}{E_{\text{ein}}} \right|^2 = \frac{T_{\text{max}}}{1 + (2\mathcal{F}/\pi)^2 \sin^2(\delta\phi/2)}. \quad (3.22)$$

T_{max} ist die Peak-Transmission durch das Fabry-Perot und \mathcal{F} die Finesse, für die bei Berücksichtigung von Verlusten

$$\mathcal{F} \equiv \frac{\pi \sqrt{\tilde{g}_{rt}}}{1 - \tilde{g}_{rt}} \approx \frac{\Delta\nu_{\text{FSR}}}{\Delta\nu_{\text{res}}} \quad (3.23)$$

gilt.

Ist der Resonator impedanzangepaßt, geht die reflektierte Leistung bei Resonanz auf null zurück. Dies ist der Fall, wenn [103]

$$r_1^2 = \exp(-2\alpha_0 L) r_2^2. \quad (3.24)$$

Die ganze eingestrahlte Leistung verteilt sich dann auf die Verluste im Resonator und die austretende Lichtleistung. Ansonsten wird vom Resonator in Resonanz Licht am Einkoppelspiegel zurückreflektiert. Der impedanzangepaßte Fall ist nicht leicht zu erreichen, da man dazu das Verhältnis von Reflektivität zu Verlusten exakt einstellen muß.

Kapitel 4

Wechselwirkung von Licht mit Materie

Die Wechselwirkung von Licht und Materie beruht auf fundamentaler Ebene auf der Kopplung zwischen einem quantisierten Strahlungsfeld und einem atomaren Zwei-Niveau-System. 1917 gelang es Einstein, diese konsistent mit den Ergebnissen Plancks (Plancksche Strahlungsformel) zu beschreiben. Er betrachtete ein 2-Niveau-Atom im Gleichgewicht mit einem thermischen elektromagnetischen Feld (Schwarzkörperstrahlung) und fand unter der Annahme, daß Licht aus Teilchen besteht (Lichtquanten oder Photonen) Beziehungen zwischen den Koeffizienten der stimulierten Emission und Absorption und spontanen Emission. Letztere wird dabei allerdings phänomenologisch postuliert. In der semiklassischen Theorie wird das Atom quantenmechanisch behandelt, während das Feld noch durch die klassischen Maxwell-Gleichungen beschrieben wird. Als die Quantenmechanik in den 20er Jahren weiterentwickelt wurde, konnte das Problem der spontanen Emission in einer konsistenteren Art behandelt werden: Im vollständig quantenmechanischen Modell wird auch das Feld quantisiert. Dies wurde von Jaynes und Cummings berücksichtigt, deren Modell der Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Atoms mit einer Mode des Strahlungsfeldes Grundlage vieler Arbeiten in der Quantenoptik ist [104]. Die experimentelle Untersuchung des Prozesses wurde erst nach Entwicklung der Laser (kohärente Strahlung) und durch den Einsatz von Resonatoren (Reduzierung der Eigenmoden des Feldes auf die Resonatormode) möglich. Resonator-QED-Experimente wurden anfangs mit Atomstrahlen durchgeführt (siehe Kapitel 1), allerdings hat die Speicherung der Teilchen in einer Ionenfalle den Vorteil, die Kopplung zwischen Atom und Lichtfeld kontrollieren zu können, da deren Stärke von der Position in der elektromagnetischen Welle abhängt (siehe Abschnitt 4.1).

4.1 Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Atoms mit der Mode eines Strahlungsfeldes

Das Jaynes-Cummings-Modell nimmt eine zentrale Stellung in der Quantenoptik ein [104]. Es behandelt ein Zwei-Niveau-Atom, das an eine ideale, verlustfreie Strahlungsmode gekoppelt ist und liefert Aussagen über die Eigenzustände, Eigenwerte und Dynamik des Systems.

Der Hamiltonoperator des Gesamtsystems setzt sich aus den Operatoren der ungekoppelten Systeme ($H_A + H_C$) und dem der Wechselwirkung H_{ww} zwischen Atom und elektromagnetischer Strahlung zusammen:

$$H = H_C + H_A + H_{\text{ww}} . \quad (4.1)$$

Die einzelnen Terme werden im folgenden beschrieben.

Der Resonator reduziert die Eigenmoden des elektromagnetischen Feldes im freien Raum auf die Resonatormoden. Da nur Moden, deren Frequenz in der Nähe des atomaren Übergangs liegt, für die Beschreibung der Wechselwirkung von Bedeutung sind, kann man sich auf zwei Moden mit orthogonaler Polarisation beschränken. Der quantisierte Feldoperator für eine einzelne Mode ist [105]

$$\hat{E}(r, t) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \vec{\epsilon} \{ \hat{a} \exp(-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r}) + \hat{a}^\dagger \exp(i\omega t - i\vec{k} \cdot \vec{r}) \} . \quad (4.2)$$

V entspricht dem Modenvolumen (siehe Gl. (3.15)), $\vec{\epsilon}$ dem Einheitsvektor, der die Polarisationsrichtung angibt. \hat{a} und \hat{a}^\dagger sind die Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren der Photonen der Feldmode. Der Zustandsvektor des Feldes ist im allgemeinen eine Superposition von Zuständen fester Photonenzahl $|n\rangle$ (Fockzustände). Der äquidistante Abstand der Energieniveaus erlaubt es, den Resonator analog einem harmonischen Oszillator zu behandeln. Demnach läßt sich sein Hamiltonoperator mit Hilfe von \hat{a}^\dagger und \hat{a} schreiben als

$$\hat{H}_C = \hbar\omega_C \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right) . \quad (4.3)$$

Für n Photonen in der Mode beträgt die Gesamtenergie $\hbar\omega_C(n + \frac{1}{2})$, mit ω_C der Resonanzfrequenz des Resonators und der Nullpunktsenergie $\frac{1}{2}\hbar\omega_C$. Dieser Hamiltonoperator berücksichtigt allerdings weder Verluste noch thermische Anregungen – in einem realen Resonator läuft die Besetzung der Photonenzustände auf ein thermisches Gleichgewicht mit der Umgebung zu (siehe Abschnitt 4.2). Im optischen Regime sind bei Zimmertemperatur praktisch keine thermischen Photonen vorhanden, entsprechend dem Vakuumzustand $|0\rangle$.

Der Hilbertraum des Atoms wird durch die atomaren Niveaus g (Grundzustand) und e (angeregter Zustand) aufgespannt. In Matrixschreibweise wird das System durch [106]

$$u(g) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad u(e) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

dargestellt. Im Schrödingerbild ist der Hamiltonoperator der atomaren Niveaus

$$H_A = \frac{1}{2} \hbar \omega_A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \equiv \frac{1}{2} \hbar \omega_A \hat{\sigma}_z . \quad (4.5)$$

ω_A ist die Übergangsfrequenz der Niveaus, der Energienullpunkt wurde in die Mitte der beiden gelegt.

Im Fall eines Dipolüberganges kann die Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld beschrieben werden durch

$$\begin{aligned} H_{\text{ww}} &= \vec{d} \vec{E}(\vec{r}) \\ &= \hbar g(\vec{r}) (\hat{\sigma}^+ + \hat{\sigma}^-) (a + a^\dagger) . \end{aligned} \quad (4.6)$$

Die Auf- und Absteigeoperatoren $\hat{\sigma}^+$ und $\hat{\sigma}^-$ für das Atom lauten in Matrixform

$$\hat{\sigma}^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \quad (4.7)$$

\vec{d} ist der Dipoloperator, der die Stärke der Kopplung zwischen Feld und Atom angibt. In der Schreibweise der zweiten Zeile wird die Wechselwirkung mit der Mode des elektromagnetischen Resonatorfeldes am Ort \vec{r} ist durch die Atom-Resonator-Kopplungskonstante

$$g(\vec{r}) = g_0 \psi(\vec{r}) , \quad \text{mit} \quad g_0 = \sqrt{\frac{\mu^2 \omega}{2 \hbar \epsilon_0 V}} \quad (4.8)$$

bestimmt, wobei hier von $\omega_A = \omega_C = \omega$ ausgegangen wird. $\mu = |e \cdot \langle e | \vec{d} | g \rangle|$ ist das elektrische Dipolmoment, $\psi(\vec{r})$ die Modenfunktion der Stehwelle im Resonator (siehe Kapitel 3). Das Modenvolumen V ist definiert durch Gl. (3.15). Aus (4.8) folgt, daß Amplitude und Phase der Wechselwirkung je nach Aufenthaltsort des Atoms im Resonator variieren. Für eine TEM₀₀-Mode wird die Stärke der Kopplung in Abschnitt 4.4 hergeleitet.

Der Übergang zwischen den Energieniveaus findet auf der Zeitskala von 10^{-7} s statt, das elektromagnetische Feld oszilliert dagegen mit 10^{15} s^{-1} . Das bedeutet, daß Terme im Hamiltonoperator, die eine Frequenz größer als 2ω beinhalten, nicht berücksichtigt werden müssen, da sie im Mittel null ergeben. Für die zeitliche Entwicklung der Besetzung der Niveaus sind nur die Differenzen zwischen der atomaren Übergangsfrequenz und der anregenden Laserfrequenz relevant. Diese Vereinfachung wird als Rotating Wave Approximation bezeichnet [105]. Der Wechselwirkungsterm läßt sich damit schreiben als:

$$H_{\text{ww}} = \hbar g(\vec{r}) (\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}^- + \hat{a} \hat{\sigma}^+) . \quad (4.9)$$

(In einem abgeschlossenen System ist aufgrund der Energieerhaltung die Anregung des Atoms immer begleitet von der Absorption eines Photons aus der Resonatormode, bzw. eine Abregung des Atoms von einer Emission eines Photons

in die Mode.)

Der Wechselwirkungs-Operator verknüpft den Zustand mit $n+1$ Photonen in der Resonatormode und dem Atom im Grundzustand ($|g, n+1\rangle$) mit dem Zustand, in dem das Atom angeregt ist und sich n Photonen im Resonator befinden ($|e, n\rangle$). Da $H_A + H_C$ und H_{ww} kommutieren ($[H_A + H_C, H_{\text{ww}}] = 0$), können die Eigenzustände von H nach Einführung der n -Photonen-Rabifrequenz

$$\Omega_n = 2g(\vec{r})\sqrt{n+1} \quad (4.10)$$

als Linearkombination der entarteten Eigenzustände von $H_A + H_C$ geschrieben werden:

$$H_{\text{ww}} \begin{pmatrix} |e, n\rangle \\ |g, n+1\rangle \end{pmatrix} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \Omega_n \\ \Omega_n & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |e, n\rangle \\ |g, n+1\rangle \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Berücksichtigt man eine Verstimmung $\Delta = \omega_A - \omega_C$ des Resonators bezüglich der atomaren Resonanz, gilt für die Rabifrequenz

$$\Omega_n = \sqrt{\Delta^2 + 4g^2(n+1)} \quad (4.12)$$

und

$$H_n = \hbar\omega_C \left(n + \frac{1}{2} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & 2g\sqrt{n+1} \\ 2g\sqrt{n+1} & -\Delta \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Die Energieeigenwerte des Systems sind gegeben durch [104]:

$$E_n^\pm = \hbar\omega_C \left(n + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{\hbar}{2}\Omega_n, \quad (4.14)$$

die entsprechenden Eigenzustände sind

$$|\psi^+\rangle = \cos\theta_n |e, n\rangle + \sin\theta_n |g, n+1\rangle \quad (4.15)$$

$$|\psi^-\rangle = -\sin\theta_n |e, n\rangle + \sin\theta_n |g, n+1\rangle; \quad (4.16)$$

sie werden auch als 'dressed states' bezeichnet [107]. Für den Mischungswinkel θ_n gilt

$$\cos\theta_n = \frac{2g\sqrt{n+1}}{\sqrt{(\Omega_n - \Delta)^2 + 4g^2(n+1)}}. \quad (4.17)$$

Die Energieniveaus von Atom und elektromagnetischem Feld und die Energieniveaus der Eigenzustände des Wechselwirkungsoperators sind für verschiedene Photonenzahlen in Abb. 4.1 dargestellt. Hier ist zu bemerken, daß der Abstand der Eigenzustände der Wechselwirkung mit wachsender Photonenzahl zunimmt. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten P_g und P_e der Zustände $|g, n+1\rangle$ und $|e, n\rangle$ sind gegeben durch [71]

$$P_g = \sin^2(\Omega_n t) \quad (4.18)$$

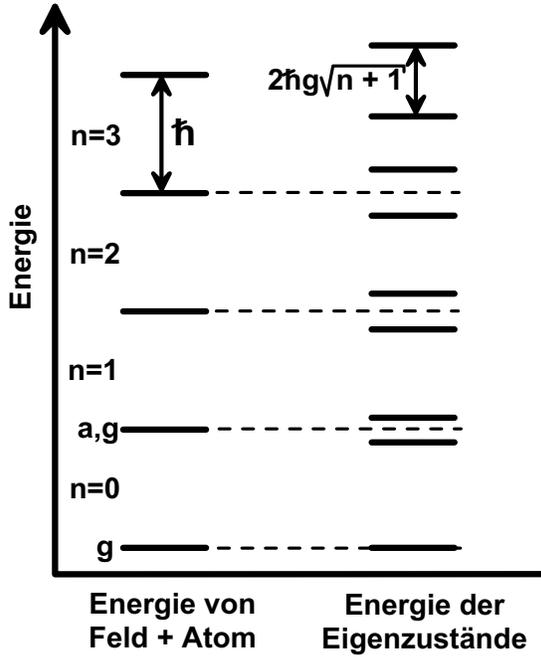


Abbildung 4.1: Links: Energieniveaus von Atom und elektromagnetischem Feld. Rechts: Energieniveaus der Eigenzustände des Wechselwirkungsoperators für verschiedene Photonenzahlen n ('Jaynes-Cummings-Leiter'). Die Kopplung führt zu einer Aufspaltung der Niveaus proportional zur Kopplungsstärke und Wurzel aus $(n + 1)$.

bzw.

$$P_e = \cos^2(\Omega_n t) , \quad (4.19)$$

d.h. bei einer Gesamtenergie entsprechend n Photonen im Resonatorfeld oszilliert das System mit der n -Photonen-Rabifrequenz zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand. Dieser Prozeß kann schon mit einem angeregten Atom im leeren Resonator stattfinden. Die dabei auftretende Oszillation zwischen $|e, 0\rangle$ und $|g, 1\rangle$ wird Vakuum-Rabioszillation genannt.

4.2 Berücksichtigung dissipativer Prozesse

Bisher wurde nur die Wechselwirkung des Atoms mit dem Resonatorfeld, nicht aber die mit den Moden des elektromagnetischen Feldes außerhalb des Resonators betrachtet. Letztere führt zu einem spontanen Zerfall des angeregten Niveaus mit der Zerfallsrate $\gamma_{\parallel} = A$ (atomarer Dämpfungsfaktor; $A =$ Einstein-Koeffizient) und der Polarisation des Atoms mit der Rate γ_{\perp} . Außerdem koppelt ein reales Atom-Feld-System auch durch den Zerfall des Resonatorfeldes durch die endliche Transmission der Spiegel mit der Rate κ (Dämpfungsfaktor des Strahlungsfeldes) an die Umgebung. Formal kann die Dämpfung durch Einführung eines effektiven nicht-hermiteschen Hamilton-Operators berücksichtigt werden:

$$H_{\text{eff}} = H_{\text{ww}} - i\hbar(\gamma_{\perp}\hat{\sigma}^{+}\hat{\sigma}^{-} + 2\kappa\hat{a}^{\dagger}\hat{a}) . \quad (4.20)$$

Im folgenden wird die Wechselwirkung des Zwei-Niveau-Atoms mit der Mode des Resonatorfeldes bei gleichzeitiger Einstrahlung eines schwachen externen Feldes

ϵ betrachtet. Die Jaynes-Cummings-Wechselwirkung läßt sich in diesem Fall am besten im Heisenberg-Bild behandeln, d.h. es werden die Bewegungsgleichungen für den Atomoperator $\hat{\sigma}^+(t)$ und Feldoperator $\hat{a}(t)$ bestimmt. Der Erwartungswert der atomaren Inversion bei einem schwachen externen Feld ist $\langle \hat{\sigma}_z \rangle \approx -1$, da sich das Atom fast immer im Grundzustand befindet. Die Heisenbergschen Bewegungsgleichungen gelten dann auch für den Erwartungswert des Feldoperators $\langle \hat{a} \rangle$ und des Atomoperators $\langle \hat{\sigma}^- \rangle$. Unter Berücksichtigung der Dämpfungsfaktoren γ_\perp und κ lauten sie [108]:

$$\frac{d\langle \hat{a} \rangle}{dt} = -(\kappa + i\Theta)\langle \hat{a} \rangle + g\langle \hat{\sigma}^- \rangle + \epsilon \quad (4.21)$$

$$\frac{d\langle \hat{\sigma}^- \rangle}{dt} = -(\gamma_\perp + i\Delta)\langle \hat{\sigma}^- \rangle - g\langle \hat{a} \rangle \quad (4.22)$$

Die Gleichungen sind in einem mit der Frequenz ω_{ext} des externen Feldes rotierenden Bezugssystem notiert. $\Theta = \omega_C - \omega_{\text{ext}}$ ist die Verstimmung des Resonators, $\Delta = \omega_A - \omega_{\text{ext}}$ die des Atoms. Für die Zerfallsrate γ_\perp der atomaren Polarisation gilt für den Fall, daß Strahlung der einzige Zerfallsprozeß ist: $\gamma_\perp = \gamma_\parallel/2$.

Wenn keine Verstimmung vorliegt ($\omega_A = \omega_C = \omega_{\text{ext}}$), sind die Eigenwerte der Zeitentwicklung des Systems durch

$$\lambda_\pm = -\frac{\gamma_\perp + \kappa}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa - \gamma_\perp}{2}\right)^2 - g^2} \quad (4.23)$$

gegeben. Der Imaginärteil von λ repräsentiert die Oszillationsfrequenz, also die energetische Struktur des Systems, während der Realteil die Zerfallsraten beschreibt.

Die Dynamik hängt stark von den Systemparametern (γ_\perp, κ, g) ab: Ist hauptsächlich der Resonatorzerfall bestimmend ($\kappa \gg g^2/\kappa \gg \gamma_\perp$), sind λ_\pm reell mit $\lambda_+ \approx -\gamma_\perp$ sowie $\lambda_- \approx -\kappa$. Aufgrund der schwachen Atom-Resonator-Kopplung können in diesem Fall Atom und Resonator noch als individuelle Komponenten des Systems identifiziert werden. Da das System stark gedämpft ist, spricht man auch vom 'bad cavity'- oder 'weak-coupling regime'. Dieses ist der für diese Arbeit relevante Bereich.

Mit wachsender Kopplung g zeigt sich im Imaginärteil von λ eine Aufspaltung der Energieeigenwerte, die sich in ihrem Verhalten asymptotisch dem linearen Verlauf der Energieeigenwerte E_1^\pm des Jaynes-Cummings-Modells annähern. Der oszillatorische Energieaustausch zwischen Atom und Resonatorfeld manifestiert sich für zunehmende Kopplung in einer gemeinsamen Zerfallsrate des Systems, die mit $(\kappa + \gamma_\perp)/2$ gerade dem Mittelwert der Zerfallsraten von Atom und Feld entspricht.

In Abb. 4.4 ist die Rabioszillation zwischen atomarer Anregung und Resonatoranregung für anfänglich $n = 1$ (1 Photon im Resonator) mit und ohne Dämpfung dargestellt.

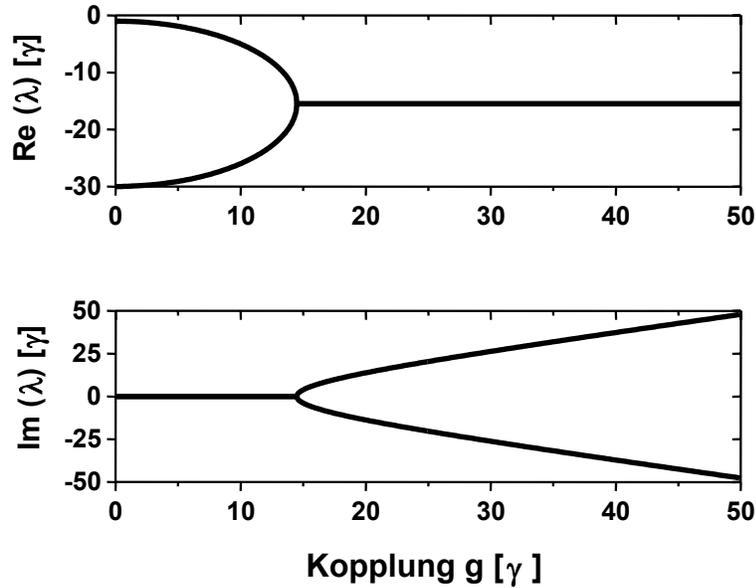


Abbildung 4.2: Real- und Imaginärteil der Eigenwerte des gekoppelten Atom-Resonator-Systems als Funktion der Kopplung g für $\Theta = \Delta = 0$ (Darstellung in willkürlichen Einheiten).

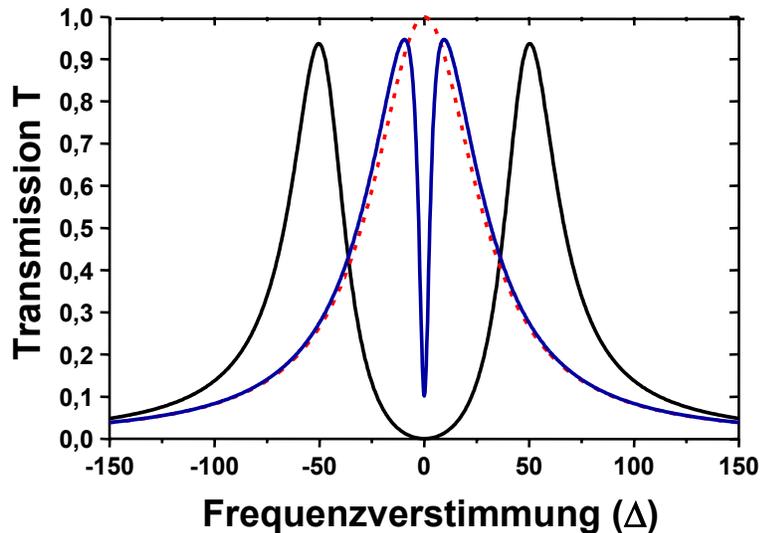


Abbildung 4.3: Transmissionsspektrum des schwach angeregten Atom-Resonator-Systems: Die gestrichelte rote Kurve ist die Transmission ohne Kopplung ($g = 0$), bei schwacher Kopplung ($\kappa \gg g^2/\kappa \gg \gamma_{\perp}$) ergibt sich der blaue Verlauf. Im Bereich der starken Kopplung kommt es zur Aufspaltung der Transmission in zwei getrennte Maxima (schwarze Kurve; $g \gg \kappa, \gamma_{\perp}$).

4.3 Dichtematrixformalismus

Bisher wurden nur reine Zustände des Systems betrachtet, d.h. es wurde nur die Wechselwirkung des Atoms mit dem eingestrahlten Strahlungsfeld quantenmechanisch berücksichtigt. Der Zerfall von Atom und Resonator wurde nur im Rahmen der im Abschnitt 4.2 aufgestellten Gleichungen für die Mittelwerte der atomaren und Feldoperatoren behandelt. Die Quantenzustände des Systems gehen unter dem Einfluß von Zerfallsprozessen in ein Zustandsgemisch über. Eine exakte Beschreibung der Wechselwirkung des Atoms mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld würde die Berücksichtigung sämtlicher Moden des Feldes erfordern, um weiterhin in einem reinen Zustand zu bleiben. Mit Hilfe des Dichtematrixformalismus ist es möglich, die Feldmoden außerhalb des Resonators aus der Betrachtung zu eliminieren: Die Dichtematrix des Gesamtsystems, bestehend aus den atomaren Niveaus und den Feldmoden, kann reduziert werden, indem man die Spur über die externen Moden bildet. Die Wirkung der einzelnen Vakuummoden wird in diesem Fall summiert und als gesamte Wirkung des Feldes betrachtet.

Der resultierende Dichteoperator [109] läßt sich mit Hilfe der Eigenzustände von Atom und Resonator darstellen:

$$\hat{\rho} = \sum_k p_k |\Psi_k\rangle \langle \Psi_k|, \quad (4.24)$$

wobei $\sum_k p_k = 1$ sein muß. k bezeichnet die Zustände des Systems, die mit einer Wahrscheinlichkeit von p_k auftreten, $|\Psi_k\rangle$ ist der entsprechende Zustandsvektor. Den Erwartungswert eines Operators \hat{A} erhält man durch Bildung der Spur

$$\langle \hat{A} \rangle = \text{Sp}(\hat{\rho} \hat{A}). \quad (4.25)$$

Die zeitliche Entwicklung der Dichtematrix für einen hermiteschen Hamiltonoperator ist gegeben durch

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{\rho} = [\hat{H}(t), \hat{\rho}(t)]. \quad (4.26)$$

Koppelt man das Atom an ein Kontinuum externer Moden, so können Übergänge stattfinden, deren Wahrscheinlichkeit mit Hilfe der Störungsrechnung berechnet werden kann. Verwendet man 'Fermi's Goldene Regel', die eine Summation über alle möglichen Moden, die das Feld nach einem Zerfall einnehmen kann, beinhaltet, läßt sich die spontane Emissionrate berechnen. Diese ergibt sich zu [110]

$$\Gamma_{eg} = \frac{8\pi^2}{3\epsilon_0 \hbar \lambda_{eg}^3} |\vec{d}_{eg}|^2 \quad (4.27)$$

mit dem Dipolmatrixelement $\vec{d}_{eg} = \langle e | \vec{d} | g \rangle$ und der Übergangswellenlänge λ_{eg} . Werden die externen Moden des Strahlungsfeldes aus der Beschreibung des Systems eliminiert, ist der verbleibende Hamiltonoperator nicht mehr hermitesch.

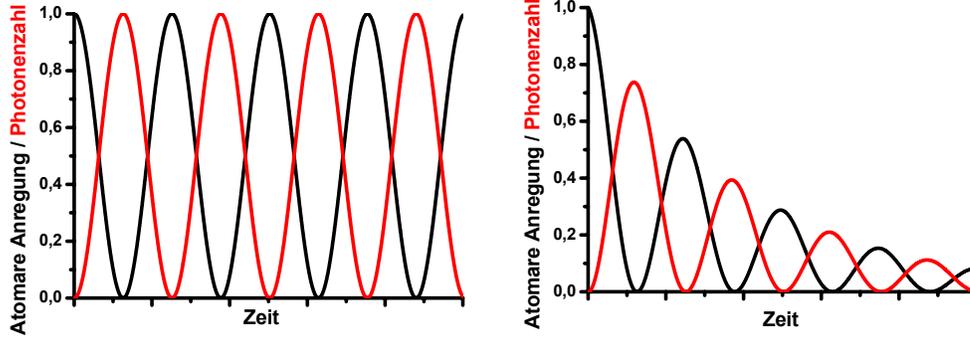


Abbildung 4.4: Rabioszillation zwischen atomarer Anregung und Resonatoranregung. Anfangs ist jeweils ein Photon im Resonator und das Atom im Grundzustand. In der Abbildung rechts wird der spontane Zerfall des Resonatorfeldes berücksichtigt.

Wenn man die Dichtematrix mit der zeitlichen Entwicklung nach Gleichung (4.26) berechnen würde, würde die Spur der Dichtematrix nicht erhalten bleiben [111]. Betrachtet man ein abgeschlossenes System, dann muß aber die Summe der Wahrscheinlichkeiten, das System in einem bestimmten Zustand zu finden, eins ergeben [109]. Die Spur der Dichtematrix muß also für alle Zeiten eins sein, da die Diagonalelemente der Dichtematrix die Wahrscheinlichkeit für die Besetzung der einzelnen Niveaus angeben.

Eine Form der Dichtematrix, die auch für dissipative Prozesse die Spur erhält, ist die Lindbladform der Mastergleichung [106]:

$$\dot{\rho} = \mathcal{L}\rho = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] + \frac{1}{2} \sum_j \left(2A_j \rho A_j^\dagger - \rho A_j^\dagger A_j - A_j^\dagger A_j \rho \right) \quad (4.28)$$

mit H dem hermiteschen Hamiltonoperator und A_j einem beliebigen Operator, der einen dissipativen Prozeß beschreibt. Der Hamiltonoperator H wird in dieser Formel wie in Gleichung (4.6) angegeben verwendet, er enthält also keine Dämpfungsterme. Der Liouvilleoperator \mathcal{L} ist ein Superoperator, da er sowohl Operatoren enthält, die von links auf die Dichtematrix wirken, aber auch Terme, die von rechts wirken.

Die Mastergleichung für das Atom-Resonator-System lautet

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & -\frac{i}{\hbar}[H, \rho] \\ & + \frac{\Gamma}{2} (2|e\rangle\langle g|\rho|g\rangle\langle e| - |e\rangle\langle e|\rho - \rho|e\rangle\langle e|) \\ & + \frac{\kappa}{2} (2\hat{a}\rho\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\rho - \rho\hat{a}^\dagger\hat{a}) . \end{aligned} \quad (4.29)$$

4.4 Kopplung an die Grundmode des Resonators

Für die selektive Kopplung atomarer Niveaus an das elektromagnetische Feld können optische Resonatoren verwendet werden. Im einfachsten Fall werden die Parameter des Resonators so gewählt, daß nur die Grundmode (TEM₀₀) angeregt wird. Im folgenden wird die Kopplungskonstante für diese Mode hergeleitet.

Der Hamiltonoperator für die Wechselwirkung eines Atoms, das an der Position \vec{r}_0 mit einem Strahlungsfeld $\vec{E}(\vec{r}_0)$ über eine Dipolwechselwirkung koppelt, kann nach [105] auch geschrieben werden als (vgl. (4.6)):

$$H_{\text{ww}} = \hbar g(\vec{r}_0)[\hat{a}^\dagger \sigma^- + \hat{a} \sigma^+] = \vec{d} \cdot \vec{E}(\vec{r}_0) . \quad (4.30)$$

Die Stehwelle in einem optischen Resonator ist in paraxialer Näherung [112]

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{\epsilon} E_0 \phi(\vec{r}) \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}) (\hat{a} \exp(-i\omega t) - \hat{a}^\dagger \exp(i\omega t)) . \quad (4.31)$$

$\vec{\epsilon}$ ist die Polarisation des elektrischen Feldes, $\phi(\vec{r})$ beschreibt die Struktur der transversalen Mode. Für die TEM₀₀-Mode eines Gauß'schen Strahls, mit einem Taillendurchmesser w_0 , in einem Resonator der Länge L , ist das transversale Profil durch

$$\phi(\vec{r}) = \phi_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{w_0^2}\right) \quad (4.32)$$

gegeben, wobei ρ den Abstand vom Zentrum des Resonators beschreibt. Der Normalisierungsfaktor ϕ_0 wird über die Energie eines n -Photonen-Fock-Zustandes berechnet. Die Moden-Energie eines Fockzustandes erfüllt die Beziehung:

$$\int dV \epsilon_0 \langle n | \vec{E}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) | n \rangle = \hbar \omega \left(n + \frac{1}{2} \right) . \quad (4.33)$$

Durch Einsetzen erhält man

$$\begin{aligned} & \int dV \epsilon_0 \langle n | \vec{E}(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) | n \rangle = \\ & \epsilon_0 \langle n | \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a} | n \rangle E_0^2 \int dV \cos^2(kz) \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_0^2}\right) \\ & = \epsilon_0 (2n + 1) \frac{E_0^2 L \pi w_0^2}{4} . \end{aligned} \quad (4.34)$$

Daraus folgt für die die Feldamplitude E_0 eines Photons im Resonator:

$$E_0 = \sqrt{\frac{2\hbar\omega}{\epsilon_0 \pi L w_0^2}} , \quad (4.35)$$

und somit gilt nach Gl. (4.30) wegen $\vec{d}E_0 = g_0\hbar$

$$g_0 = \sqrt{\frac{2d^2\omega}{\epsilon_0\hbar\pi Lw_0^2}}. \quad (4.36)$$

Der Hamiltonoperator für die Dipolwechselwirkung H_{ww} schreibt man damit:

$$H_{\text{ww}} = i\hbar g(\vec{r})(\sigma_+ + \sigma_-) (\hat{a} \exp(-i\omega t) - \hat{a}^\dagger \exp(i\omega t)) \quad (4.37)$$

mit

$$g(\vec{r}) = \frac{eg_0}{\hbar} \vec{e} \vec{d}_{eg} \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r}) \quad (4.38)$$

Es ist leicht ersichtlich, daß die Kopplungsstärke g stark von der Position in der Stehwelle abhängt: Die Kopplung erreicht in einem Bauch des elektrischen Feldes ihr Maximum und verschwindet bei einer Positionierung in einem Knoten.

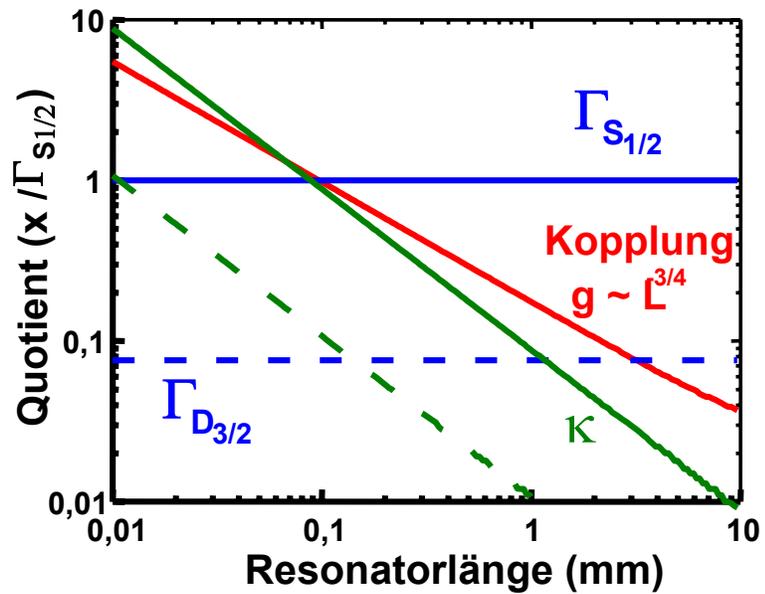
Die Kopplungskonstante g_0 ist für eine TEM₀₀-Mode proportional zu $L^{-3/4}$, da die Modentaille

$$w_0 = \sqrt[4]{\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 (2R - L) L} \quad (4.39)$$

ist. R ist hier der Krümmungsradius des Spiegels und λ die Wellenlänge des Lichtes. Das bedeutet, daß die Kopplung durch eine kleinere Resonatorlänge gesteigert werden kann.

Zur Untersuchung der Kopplung zwischen Ion und Resonatormode ist es wünschenswert, daß die Resonator-Ionen-Kopplung g größer oder zumindest gleichgroß wie die spontanen Prozesse des Systems ist. Das bedeutet, daß g größer als der atomare spontane Zerfall Γ und die Dämpfung des Resonatorfeldes κ sein muß. Ist $g \gg \kappa, \Gamma$, befindet man sich im Bereich starker Kopplung, wohingegen der Fall $g \approx \kappa, \Gamma$ als intermediäre Kopplung bezeichnet wird. Anders als der atomare Zerfall sind sowohl die Kopplung als auch die Resonatordämpfung von der Resonatorlänge L abhängig. Beide nehmen mit abnehmender Resonatorlänge zu. Dabei steigt die Dämpfung des Resonatorfeldes stärker an als die Kopplung. Der Fall starker Kopplung kann also durch eine Verkürzung der Resonatorlänge (wie oben beschrieben) oder Verwendung von Spiegeln höherer Reflektivität erreicht werden. In Abb. 4.5 ist der Verlauf von Dämpfung und Kopplung im Verhältnis zur Zerfallsrate $\Gamma_{S_{1/2}}$ des UV-Überganges eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions über der Resonatorlänge aufgetragen. Auf die Zerfallskonstanten $\Gamma_{S_{1/2}}$ und $\Gamma_{D_{3/2}}$ des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions wird in Kapitel 5 näher eingegangen.

Abbildung 4.5:
 Abhängigkeit der
 Kopplung und der
 spontanen Prozesse
 von der Resona-
 torlänge, dargestellt
 im Verhältnis zur
 Zerfallsrate des $\Gamma_{S_{1/2}}$ -
 Überganges eines
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions.



Kapitel 5

Kalzium

Kalzium wurde 1808 von Sir Humphrey Daye entdeckt. In reinem Zustand ist es ein silberweiß glänzendes Leichtmetall, das an der Luft infolge Oxidation blaugrau anläuft. Als 20. Element des Periodensystems gehört es mit drei abgeschlossenen Elektronenschalen und zwei Valenzelektronen zur Gruppe der Erdalkalimetalle. Es liegt in sechs verschiedenen stabilen (und 3 instabilen) Isotopen vor. Den größten Anteil nimmt ^{40}Ca mit 96,94% ein. Neben ^{40}Ca haben ebenso ^{42}Ca , ^{44}Ca , ^{46}Ca und ^{48}Ca Kernspin 0, von den stabilen Isotopen weist lediglich ^{43}Ca eine Hyperfeinstruktur auf (Kernspin 7/2).

Das einfach positiv geladene Kalziumion besitzt eine Argon-Konfiguration mit nur einem zusätzlichen Valenzelektron (siehe Abschnitt 5.2). Aufgrund des wasserstoffähnlichen Spektrums ist es ein interessanter Kandidat für verschiedene quantenmechanische Experimente [113]. Das Niveauschema ist Λ -förmig – neben einem starken Kühlübergang für Doppler-Laserkühlung gibt es ein metastabiles Niveau, das nur über einen Quadrupolübergang in den Grundzustand zerfallen kann (Linienbreite ~ 1 Hz). Dies entspricht einem Q -Faktor von $\approx 10^{15}$ und ermöglicht die Verwendung von Kalzium als optischem Frequenzstandard [114, 115].

Kalzium ist auch für die Kern- und Astrophysik interessant: Durch den Einfluß der Kerne auf die Elektronenhülle ist es möglich, aus atomphysikalischen Messungen Rückschlüsse auf die Atomkerne zu ziehen. Die Besonderheit des Elementes liegt darin, daß zum einen mit ^{43}Ca ein stabiles Isotop und mit ^{41}Ca ein Isotop mit langer Lebensdauer, die beide einen Kernspin ungleich Null haben, existieren. Zum anderen besitzt das am häufigsten vorkommende Isotop ^{40}Ca einen sogenannten 'doppelt-magischen' Kern.

Ca^+ -Ionen kommen nachweisbar auch in fernen Sternsystemen, z.B. in der Beta-Pictoris-Scheibe, vor [113]. Aus dem Verhältnis der vorkommenden Linien können Abschätzungen über Temperatur und Elektronendichte in den entsprechenden astronomischen Objekten durchgeführt werden.

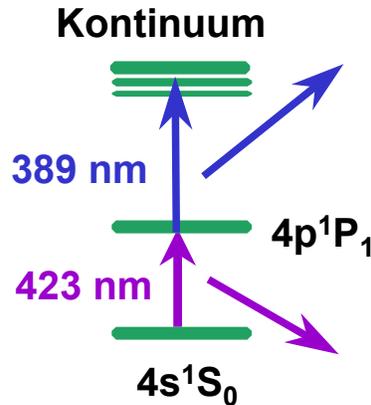


Abbildung 5.1: Niveauschema von atomarem Kalzium.

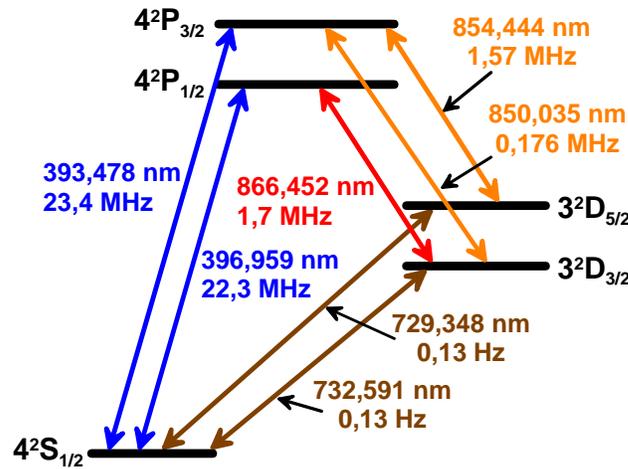
5.1 Photoionisation von ^{40}Ca

Die technisch einfachste Methode, ein Valenzelektron zu entfernen, ist die Elektronenstoßionisation. Bei dieser Methode werden allerdings alle Kalzium-Isotope und andere Atome oder Moleküle des Restgases ionisiert, die dann auch gespeichert, aber nicht mit den Lasern angeregt werden ('dunkle' Ionen). Außerdem kann es durch den Elektronenstrom zu Aufladungen verschiedener Isolationsteile kommen. Die Methode hat nur eine geringe Effizienz, was zu langen Ofenheizzeiten und damit größere Kalziumablagerungen auf den Fallenelektroden und somit Kontaktpotentialen führt.

Mittlerweile stehen auch Laserdioden im UV-Wellenlängenbereich zur Verfügung, so daß Kalzium in einem zweistufigen Prozeß photoionisiert werden kann. Dies ermöglicht ein isotopenselektives Laden der Falle mit hoher Effizienz [116, 117]. In Abb. 5.1 ist das Niveauschema von atomarem ^{40}Ca dargestellt. Die Ionisationsenergie des äußersten Elektrons liegt bei 6,11 eV. Zuerst wird das Elektron vom $4s^1S_0$ -Grundzustand in den $4p^1P_1$ -Zustand angeregt (natürliche Linienbreite $\Gamma_{\text{nat}} = 34,7$ MHz). Im eigentlichen Ionisationsschritt wird das Elektron entweder direkt ins Kontinuum oder in einen Rydbergzustand angeregt, der wiederum im elektrischen Feld der Ionenfalle autoionisiert. Letztgenannte Methode ist resonanzverstärkt und hat deshalb einen größeren Wirkungsgrad.

5.2 Niveaustuktur von $^{40}\text{Ca}^+$

$^{40}\text{Ca}^+$ ist aus verschiedenen Gründen für quantenoptische Anwendungen prädestiniert: Im Bereich optischer Energien finden keine Mehr-Elektronenanregungen statt, da die abgeschlossenen Elektronenschalen wesentlich tiefer als die unteren Anregungszustände des Valenzelektrons liegen. Aufgrund der geraden Massenzahl ist der Kernspin 0, es gibt also keine Hyperfeinstruktur und damit ein

Abbildung 5.2: Niveauschema eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions

relativ einfaches Niveauschema. Die fünf niedrigsten Niveaus sind in Abb. 5.2 dargestellt: Die D-Niveaus mit einer Hauptquantenzahl von 3 sind aufgrund des großen Abstandes der Wellenfunktion vom Zentrum schwächer gebunden als das S-Niveau mit einer Hauptquantenzahl von 4. Der spontane Zerfall aus dem $\text{P}_{3/2}$ -Niveau besetzt die niederen $\text{S}_{1/2}$ - bzw. $\text{D}_{5/2}$ -Niveaus in einem Verhältnis von $\sim 15:1$, das Verzweungsverhältnis von $\text{P}_{3/2}$ nach $\text{S}_{1/2}$ bzw. $\text{D}_{3/2}$ ist $\sim 133:1$. Die D-Niveaus sind mit dem S-Niveau durch einen elektrischen Quadrupol-Übergang mit einer Übergangsrate von ungefähr $0.13 \times (2\pi)$ Hz gekoppelt. Das entspricht einer Lebensdauer der D-Niveaus von ~ 1 s.

Vernachlässigt man die Zeemanstruktur des Ions, bilden $\text{S}_{1/2}$, $\text{P}_{1/2}$ und $\text{D}_{3/2}$ ein abgeschlossenes Λ -System. Dieses System ist das 'Arbeitspferd' des Experimentes: Auf dem schnellen Übergang dieses 3-Niveau-Systems ('Kühlübergang' $\text{S}_{1/2} \rightarrow \text{P}_{1/2}$, $\Gamma = 22 \times (2\pi)$ MHz) findet das Laserkühlen statt (siehe Abschnitt 2.4). Zusätzlich wird auf dem Rückpumpübergang mit geringerer Verzweigungsrate ($\text{P}_{1/2} \rightarrow \text{D}_{3/2}$) ein Laser eingestrahlt, um optisches Pumpen in das metastabile Niveau zu verhindern – das Kühlen findet dann analog zum 2-Niveau-System statt und führt zu einer Dopplertemperatur von $T_{Dop} = 0.5$ mK. Die räumliche Ausdehnung des Vibrationszustands des harmonisch gebundenen Ions ist in diesem Fall wesentlich kleiner als die Wellenlänge des atomaren Übergangs, d.h. das Ion befindet sich im Lamb-Dicke-Bereich. Abhängig von Verstimmung und Leistung von Kühl- und Rückpumpelaser können die Temperaturen des Ions sowohl über wie unter dem Dopplerkühllimit liegen [71].

Das obere Λ -System wird von $\text{S}_{1/2}$, $\text{P}_{3/2}$ und $\text{D}_{5/2}$ gebildet, wobei $\text{D}_{5/2}$ auch metastabil ist. $\text{P}_{3/2}$ kann spontan in das Niveau $\text{D}_{3/2}$ zerfallen, wodurch das obere mit dem unteren Λ -System verbunden wird. In dieser Arbeit wird deshalb nur das System $\text{S}_{1/2}$, $\text{P}_{1/2}$, $\text{D}_{3/2}$ verwendet.

Ein Vorteil von Kalziumionen ist, daß alle relevanten Übergänge mit kompakten

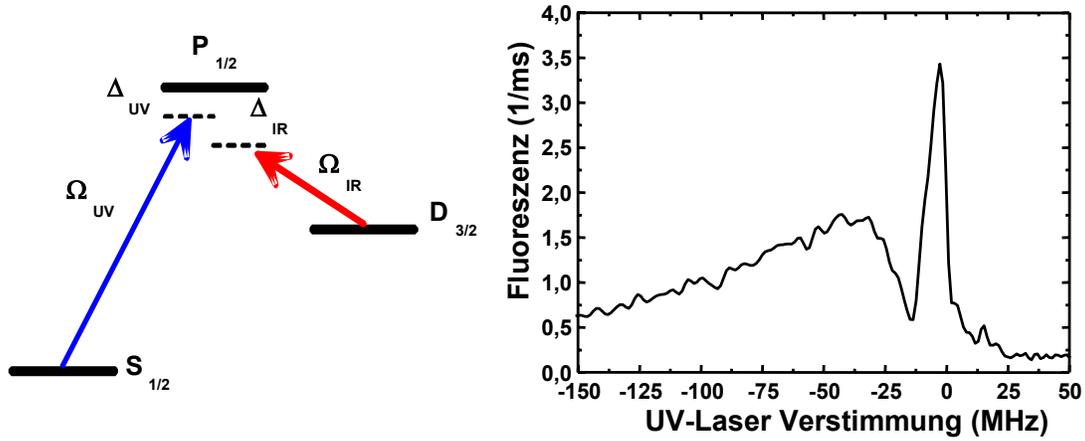


Abbildung 5.3: Zur Spektroskopie von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen wird die Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang gemessen, während die Parameter des UV- und des IR-Lasers verändert werden. Rechts: Anregungsspektrum des UV-Lasers eines einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions für rotverstimmtten IR-Laser. Man erkennt deutlich das Auftreten einer Dunkelresonanz.

und einfach zu handhabenden Diodenlasern realisierbar sind. Daneben sind für die 866nm-Wellenlänge hochwertige Spiegel mit geringen Verlusten und hoher Reflektivität verfügbar, so daß ein Resonator mit hoher Finesse realisiert werden kann. Genaueres über die spektroskopischen Eigenschaften von $^{40}\text{Ca}^+$ findet sich in [71].

Eine wichtige Eigenschaft von Λ -Systemen ist das Auftreten sogenannter Dunkelresonanzen, wie in Abb. 5.3 im Anregungsspektrum des UV-Lasers bei einer Verstimmung um -15 MHz zu sehen. Zur Dunkelresonanz kommt es dann, wenn die Verstimmung des IR-Lasers und des UV-Lasers bezüglich des $P_{1/2}$ -Niveaus gleich ist ($\Delta_{\text{UV}} = \Delta_{\text{IR}}$). In diesem Fall besitzt das Gesamtsystem (Ion + Laserfelder) einen Eigenzustand, der nicht an das $P_{1/2}$ -Niveau koppelt, den Dunkelzustand $|\psi\rangle$ [118]. In Abb. 5.4 erkennt man deutlich die Abnahme des $P_{1/2}$ -Anteils im entsprechenden Zustand des Systems bei Annäherung der Verstimmungen an die Raman-Bedingung. Der Dunkelzustand $|\psi\rangle$ setzt sich aus dem Grundzustand $|S_{1/2}\rangle$ und aus dem metastabilen $|D_{3/2}\rangle$ -Zustand zusammen. Die Mischung hängt von der Rabi-Frequenz Ω_{UV} des UV-Lasers und Ω_{IR} des IR-Lasers ab [71]:

$$|\psi\rangle = c_S |S_{1/2}\rangle + c_D |D_{3/2}\rangle = \frac{\Omega_{\text{IR}}}{\sqrt{\Omega_{\text{IR}}^2 + \Omega_{\text{UV}}^2}} |S_{1/2}\rangle + \frac{\Omega_{\text{UV}}}{\sqrt{\Omega_{\text{IR}}^2 + \Omega_{\text{UV}}^2}} |D_{3/2}\rangle. \quad (5.1)$$

Da die Überlagerung keinen Anteil des $P_{1/2}$ -Niveaus enthält, emittiert das Ion im Dunkelzustand keine Fluoreszenz. Als Eigenzustand des Systems zeigt $|\psi\rangle$ keine Entwicklung in andere Zustände, wird jedoch durch spontane Prozesse aus

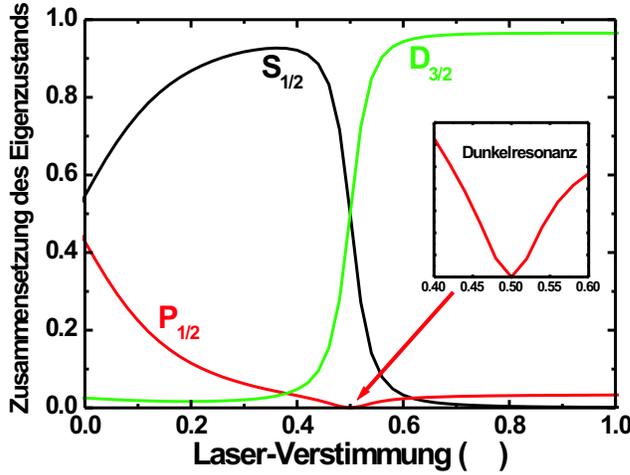


Abbildung 5.4: Zusammensetzung eines Eigenzustands des Systems in Abhängigkeit von der Verstimmung eines Lasers. Nähert sich die Laserverstimmung der Ramanbedingung, so verschwindet der Anteil des $P_{1/2}$ -Niveaus. Der Eigenzustand stellt dann einen Dunkelzustand dar.

den beiden anderen (nicht dunklen) Zuständen bevölkert.

Ein äußeres Magnetfeld induziert eine Aufspaltung der Elektronenniveaus aufgrund des Zeeman-Effektes. Die Niveaus haben bei einem Magnetfeld der Stärke B einen Energieunterschied von

$$\Delta E = g_j \mu_B B m_j . \quad (5.2)$$

Hier ist μ_B das Bohr'sche Magneton, B die Stärke des angelegten Magnetfeldes, m_j die magnetische Quantenzahl und g_j der Landé'sche g -Faktor. Dieser kann mit der Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses J , des Bahndrehimpulses L und des Spins S durch die Formel [119]

$$g_j = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (5.3)$$

berechnet werden. Für das Kalzium-Ion sind die Werte für die niedrigsten fünf Niveaus in Tabelle 5.2 angegeben.

Das untere Λ -System von $^{40}\text{Ca}^+$ geht bei Aufspaltung im Magnetfeld in ein 8-Niveau-System über: $S_{1/2}$ und $P_{1/2}$ besitzen je 2 Zeeman-Unterniveaus (Magnetquantenzahl $m = \pm 1/2$), der $D_{3/2}$ -Zustand 4 Unterniveaus ($m = \pm 3/2, \pm 1/2$) (siehe Abb. 5.5). Die Energiedifferenz zwischen dem $P_{1/2}$ - und den $S_{1/2}$ - bzw. $D_{3/2}$ -Zuständen im Magnetfeld B ist

$$\hbar\omega_{m_i, m_j} = \hbar\Delta\omega_{P_{1/2}, \beta} + B\mu_B (g_{P_{1/2}} m_i - g_{\beta} m_j) . \quad (5.4)$$

| | $S_{1/2}$ | $P_{1/2}$ | $P_{3/2}$ | $D_{3/2}$ | $D_{5/2}$ |
|-------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| g_j | 2 | 2/3 | 4/3 | 4/5 | 6/5 |

Tabelle 5.1: Landé'sche g -Faktoren für die ersten fünf Niveaus von Kalzium.

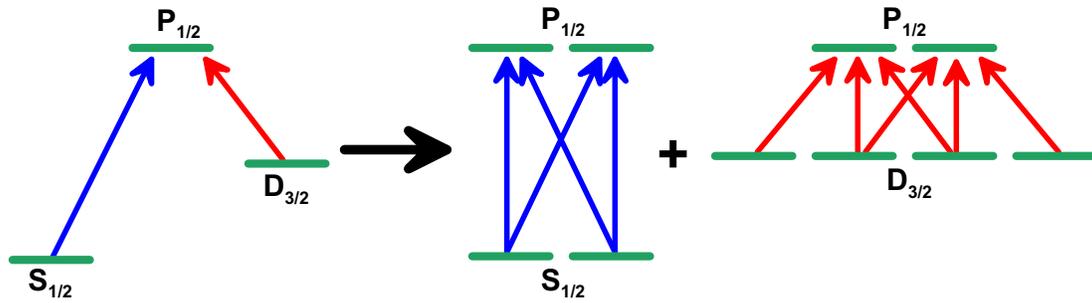


Abbildung 5.5: Durch die Zeeman-Unterniveaus geht das Λ -System des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in ein 8-Niveau-System über

β steht hier für den $S_{1/2}$ - oder $D_{3/2}$ -Zustand.

Zur Beschreibung der Wechselwirkung dieses Systems mit den Laserfeldern des UV- und IR-Lasers muß die Polarisation der Laser berücksichtigt werden: Übergänge mit $\Delta m = 0$ sind π - (lineare Polarisation), mit $\Delta m = \pm 1$ σ -Übergänge (zirkulare Polarisation). Eine genauere Beschreibung findet sich in [71].

Kapitel 6

Die Laser

Im Experiment wird Licht zur Erzeugung der $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen (Photoionisationslaser), zur Detektion und Kühlung ($S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang bei 397 nm), zum Rückpumpen aus dem metastabilen $D_{3/2}$ -Niveau (866 nm) und zum 'Zählen der Ionen' (Quantensprunglaser bei 850 nm, siehe Abschnitt 6.2.2.2) benötigt. Die Linienbreiten der Laser sollten kleiner als die Linienbreiten der betreffenden Übergänge sein. Um ihre Frequenzdrift ausgleichen zu können, wird ein weiterer Diodenlaser eingesetzt, der auf eine atomare Linie absolut frequenzstabilisiert werden kann (siehe Abschnitt 6.3.1 bzw. 6.3.2.2).

Tabelle 6.1 ist eine Übersicht der verwendeten Laser: Da die Länge des Experimentalresonators aktiv ohne Unterbrechung stabilisiert werden muß, wurde neben den bereits aufgezählten Lasern ein weiterer mit einer Wellenlänge von 894 nm aufgebaut, der nicht an die Übergänge des Ions koppelt. Er wird mit dopplerfreier Sättigungspektroskopie der Cs-D1-Linie absolut frequenzstabil gehalten. Die Linienbreite dieses Lasers und eines 866 nm-Lasers wurde mit optischem Feedback eines konfokalen Resonators auf unter 400 kHz gebracht [71].

Eine Schwierigkeit dieses Systems ist, daß der freie Spektralbereich des Experimentalresonators so gewählt werden muß, daß gleichzeitig der 866 nm-Laser mit der Grundmode und der 894 nm-Laser mit einer höheren Mode resonant sind. Zur Vereinfachung wurde deshalb ein weiterer Laser mit 920 nm aufgebaut und optisch auf einen Z-Resonator großer Länge stabilisiert, der über einen kleineren freien Spektralbereich verfügt. Dieser Laser dient nun zur Längenstabilisierung des Experimentalresonators.

6.1 Titan:Saphir-Laser mit Frequenzverdopplung

Inzwischen gibt es auch Laserdioden bei 397 nm. Diese sind aber nicht besonders langzeitstabil und haben einen breiten Untergrund in der Frequenzverteilung, der durch verstärkte Spontanemission entsteht. Zur Detektion und Kühlung ($S_{1/2} \rightarrow$

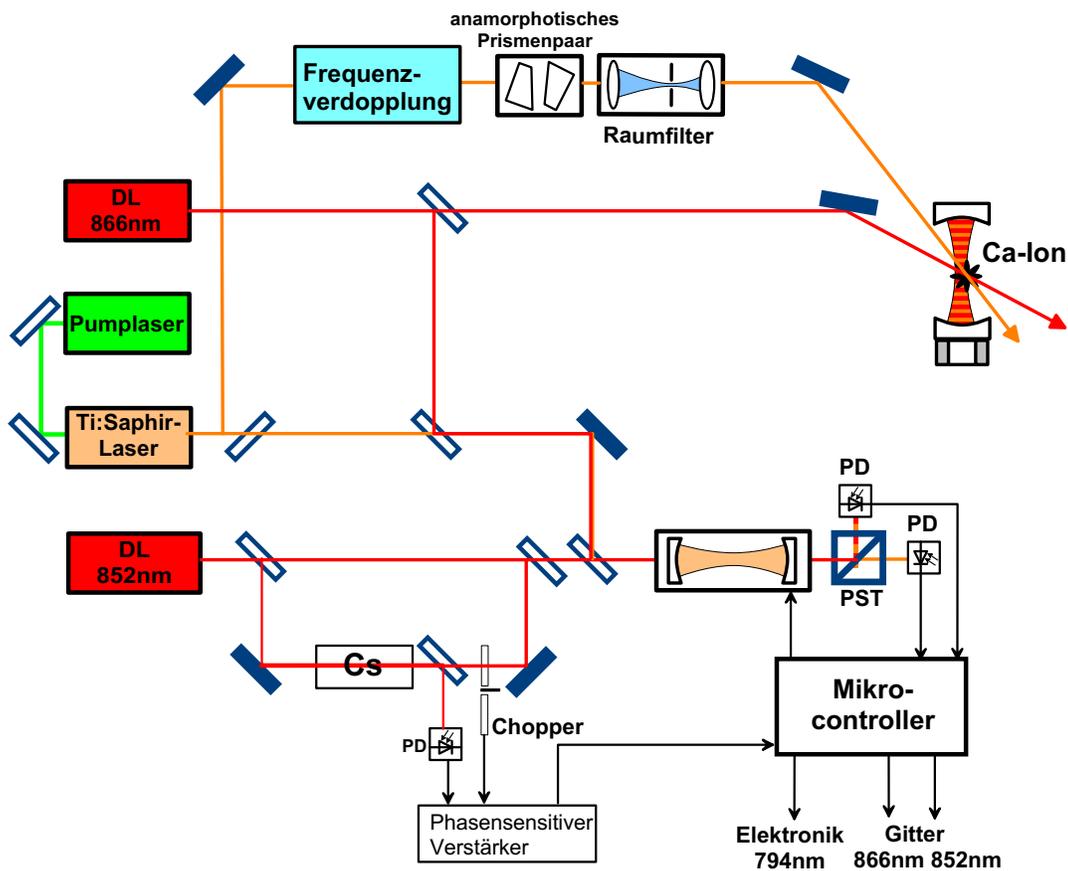


Abbildung 6.1: Schematischer Aufbau des Lasersystems für den $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang. Der unten dargestellte Resonator dient zusammen mit dem Diodenlaser bei 852 nm der Driftkompensation (siehe Abschnitt 6.3.1).

| | System I | System II |
|--|---|-----------------------------|
| $^{40}\text{Ca}^+$ - Erzeugung | DL 423nm DL 389nm | wie System I |
| $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ (397nm) | FK-Laser \rightarrow Ti:Sa-Laser (794 nm) \rightarrow Verdopplung (LBO) | wie I |
| $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ (866nm) | DL 866nm | wie I |
| $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ | DL 850nm | wie I |
| Stabilisierungs- Laser | DL 852nm DL 894nm | DL 894nm DL 920nm |
| Stabilisierung Exp.-Resonator | Far-detuned-Lock (894nm) | Far-detuned-Lock (920nm) |

Tabelle 6.1: Übersicht über die eingesetzten Laser (DL = Diodenlaser).

$P_{1/2}$ -Übergang bei 397 nm) besser geeignet ist daher ein IR-Diodenlaser, der frequenzverdoppelt wird. Im bestehenden Experiment wird allerdings kein Diodenlaser, sondern ein Titan-Saphir-Laser verdoppelt.

Der Ti:Sa-Laser (Coherent 899-21) wird von einem diodengepumpten Festkörperlaser (Spectra Physics Millennia X) mit 5 - 6,5 W gepumpt. Er liefert bei 794 nm mehrere hundert mW Ausgangsleistung mit einer Linienbreite von ≈ 500 kHz und läßt sich modensprungfrei über 10 GHz durchstimmen.

Die Halbierung der Wellenlänge erfolgt durch einen LBO-Kristall (Lithiumtriborat), der in einem Doppel-Z-Resonator justiert ist. Dieser Verdopplungsresonator ist nach dem Hänsch-Couillaud-Verfahren auf den Ti:Sa-Laser stabilisiert und hat am Ausgang eine Leistung von mehreren mW, allerdings mit elliptischem Strahlprofil. Deshalb befindet sich hinter diesem Aufbau ein anamorphotisches Prismenpaar und ein Raumfilter bestehend aus einer Linsen-Blenden-Kombination, nach deren Durchlaufen der Strahl annähernd einer gaußschen Grundmode entspricht (siehe Abb. 6.1).

Die Intensitätsschwankungen betragen weniger als 3%, die Linienbreite liegt bei einigen 100 kHz und ist damit für den $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang ausreichend. Ohne weitere Stabilisierung tritt allerdings eine Frequenzdrift von mehreren zehn MHz pro Stunde auf [71], der Ti:Sa-Laser ist deshalb mit Hilfe des in Abschnitt 6.3.1 beschriebenen Referenzresonators an einen absolut frequenzstabilen Laser (siehe Abschnitt 6.2.2.3) gekoppelt.

6.2 Diodenlaser

Diodenlaser wurden bereits in den frühen 80er-Jahren in der Atomphysik eingesetzt [120] und sind inzwischen wichtiger Bestandteil vieler Experimente: Sie sind günstig, klein, können mittels elektrischem Strom mit gutem Wirkungsgrad gepumpt werden und weisen bei relativ einfacher Handhabung eine hohe Zuverlässigkeit auf. Dioden im IR-Bereich haben außerdem eine hohe Lebensdauer von bis zu 100 000 Stunden.

Das Verstärkungsprofil einer IR-Laserdiode ist typischerweise 10 nm breit. Die Emissionswellenlänge wird durch den Wettbewerb zwischen den longitudinalen Moden des Laserresonators, die 100 - 200 GHz auseinanderliegen, bestimmt. Der Laser läuft auf der Mode, die die größte Verstärkung erfährt.

Eine Änderung der Temperatur verursacht eine Änderung der Resonatorlänge (und somit eine andere Resonanzfrequenz der longitudinalen Moden). Deshalb kann die Wellenlänge des Lasers mit der Temperatur eingestellt werden. Da sich aber auch das Verstärkungsprofil mit der Temperatur verschiebt, springt der Laser an einem bestimmten Punkt in eine andere Mode (sogenanntes Modehopping). Es gibt also eine Reihe von Frequenzbereichen, die nicht erreicht werden können; deren Breite ist normalerweise ein Bruchteil des freien Spektralbereiches der Lasercavity (mehrere zehn GHz), ihr Abstand ein Vielfaches davon. Durch Regelung der Temperatur kann ein Wellenlängenbereich von der Größenordnung von einigen zehn nm abgedeckt werden, wobei sich die Wellenlänge typischerweise um 0,3 nm/K ändert.

Die Änderung des Injektionsstromes führt ebenfalls zu einer anderen Emissionswellenlänge: Eine Stromänderung verursacht eine Temperaturänderung und eine andere Ladungsträgerdichte, also einen anderen Brechungsindex des Halbleitermaterials. Auch hier treten Modensprünge auf. Die Änderung der Wellenlänge ist normalerweise nur 4 GHz/mA über einen Bereich von einigen zehn GHz.

Die Linienbreite eines freilaufenden Ein-Moden-Diodenlasers beträgt normalerweise wenige MHz.

Die schlechten spektralen Eigenschaften freilaufender Diodenlaser (Modehopping und große Linienbreite) können stark verbessert werden, wenn man sich ihre Empfindlichkeit gegenüber optischem Feedback zunutze macht: Im Littrow-Aufbau (ausführliche Beschreibung in [121] und [122]) wird ein Gitter so justiert, daß die erste Beugungsordnung (typischerweise etwa 10% der Ausgangsleistung) direkt in den Laser zurückreflektiert wird. Die nullte Ordnung wird zum Experiment ausgekoppelt. Man spricht von einem 'Extended-Cavity-Diodenlaser' (ECDL), da der eigentliche Resonator, der durch die Laserdiode selbst gebildet wird, durch das Gitter verlängert wird. Aufgrund der frequenzselektiven Rückkopplung kann man bei IR-Lasern die Wellenlänge des ECDL durch Verkippen des Gitters über einen relativ großen Bereich von etwa $\Delta\lambda = \pm 10$ nm verstellen (im UV-Bereich nur etwa 1 - 2 nm). Wird eine extrem große Durchstimmbarkeit benötigt, kann zusätzlich noch die Frontfacette der Laserdiode entspiegelt werden, um den Einfluß des in-

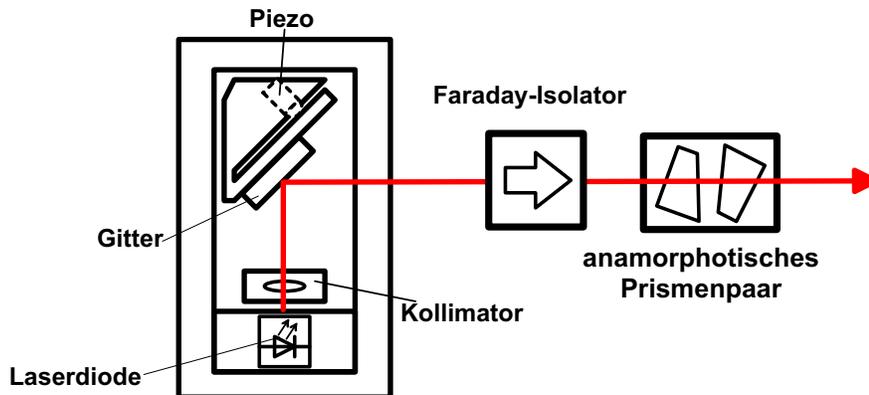


Abbildung 6.2: Gitterrückgekoppelter Diodenlaser im Littrow-Aufbau.

ternen Resonators zu reduzieren. Durch die Gitterrückkopplung wird nicht nur die Durchstimmbarkeit verbessert, sondern außerdem die Kurzzeitlinienbreite auf unter ein MHz reduziert.

Ein Nachteil des Littrow-Aufbaus ist, daß sich der Winkel des ausgekoppelten Strahles mit dem Kippwinkel des Gitters ändert. Während beim Durchstimmen dieser Strahlversatz normalerweise vernachlässigt werden kann (nur einige zehn μm), ist dies beim Nejustieren auf eine bestimmte Wellenlänge nicht mehr der Fall, da hierbei das Gitter um wesentliche Winkel gedreht wird.

Der kontinuierlich durchstimmbare Spektralbereich ist dadurch begrenzt, daß die vom Gitter vorgegebene Zentralfrequenz und die Frequenz der externen Resonatormode nicht in gleichem Maße verstellt werden. Bei wachsender Auslenkung des Gitters läuft die Mode des externen Resonators aus der Linienbreite des Gitters und ein Modensprung erfolgt. Der modensprungfreie Bereich ist somit auf die Größenordnung der Linienbreite des Gitters beschränkt (einige zehn GHz).

Alle im Experiment eingesetzten Diodenlaser sind wie in [120] beschrieben aufgebaut (siehe Abb. 6.2). Da die Laserfrequenz stark von der Länge des externen Resonators abhängt, ist eine hohe passive Stabilität und deshalb eine kompakte Bauweise wichtig. In die Grundplatte sind ein L-geformter Metallblock zur Halterung der Laserdiode, ein Halter für eine Kollimationslinse und ein verstellbarer Halter für das Diffraktionsgitter geschraubt. Aufgrund des kleinen Aufbaus ist es möglich, das Lasersystem durch ein Peltier-Element, das unter der Platte angebracht wird, auf $\pm 5\text{mK}$ temperaturzustabilisieren. Ein äußeres Gehäuse aus Plexiglas schützt vor akustischen Schwingungen und ist zur weiteren Schwingungsisolierung auf Gummifüßen gelagert. Das Gitter kann beim Aufbau des Lasers im unbefestigten Zustand praktisch um beliebige Winkel gedreht werden. Später dient eine Feingewindeschraube der Grobjustage, während die Feinabstimmung bzw. Durchstimmung des Lasers mit einem Stapelpiezo erfolgt.

Ein Nachteil von Diodenlasern ist ihre schlechte Strahlqualität. Um den stark

elliptischen Strahl auf einen annähernd runden Querschnitt zu bringen, läßt man ihn ein anamorphotisches Prismenpaar durchlaufen.

Da die Laserdioden auf alle Arten von optischem Feedback empfindlich reagieren, befindet sich möglichst nahe hinter dem Laseraufbau außerdem ein Faraday-Isolator, der zurückreflektierte Strahlung um etwa 60 dB abschwächt.

6.2.1 Photoionisationslaser

Die Photoionisation von Kalzium ist in Abschnitt 5.1 beschrieben. Für den ersten Ionisationsschritt benötigt man einen Laser mit 422 nm Wellenlänge. Dieser ist wie oben ausgeführt mit einem Gitter (3600 Striche/mm) in Littrow-Anordnung aufgebaut und liefert eine Ausgangsleistung von 1.5 mW. Da die Laserwellenlänge resonant mit dem $4s^1S_0 \rightarrow 4p^1P_1$ -Übergang im atomaren Kalzium sein muß, erfolgt die genaue Abstimmung über das optogalvanische Signal einer Kalzium-Hohlkathodenlampe [71].

Der Laser für den eigentlichen Ionisationschritt von $4p^1P_1$ ins Kontinuum hat eine Ausgangsleistung von 3 mW bei einer Wellenlänge von 389 nm. Hier reicht die Genauigkeit des Wellenlängenmeßgerätes (0,001 nm – Burleigh WA-1000) zur Abstimmung aus.

Die Laser werden nur während des Ladevorganges betrieben, weshalb keine Driftkompensation erforderlich ist.

6.2.2 IR-Laser

Das Kalzium-Ion besitzt Übergänge im infraroten Bereich zwischen angeregten Niveaus (siehe Niveauschema Abb. 5.2). Am wichtigsten für die durchgeführten Experimente ist dabei der $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang: Um optimal auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (397 nm) dopplerkühlen zu können, muß mit einem Laser bei 866 nm das Elektron aus dem metastabilen $D_{3/2}$ -Niveau in das $P_{1/2}$ -Niveau zurückgepumpt werden. Gleichzeitig ist dies der Übergang, an den das Feld des Experimentalresonators gekoppelt ist.

Zum 'Abzählen' der Ionen mittels 'electron shelving' wird ein Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang eingesetzt (Quantensprunglaser).

Als Frequenzreferenz dient ein weiterer Laser im infraroten Bereich, der auf die D2-Linie von Cäsium bei 852 nm stabilisiert wird. Wie in Abschnitt 6.3.1 beschrieben, wird die Stabilität dieses Lasers über einen Referenzresonator auf andere übertragen.

6.2.2.1 $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang: 866 nm

Im Littrow-Aufbau hat der Rückpumpulaser mit einer Wellenlänge von 866 nm (Übergang $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$) eine Linienbreite von 1 - 2 MHz, die Intensitätsschwankungen liegen unter 2%. Dies ist für erste Experimente bei einer Breite

des Übergangs von 1.7 MHz ausreichend. Aber auch hier tritt wie bei dem Ti:Sa-Laser das Problem der Frequenzdrift auf. Die Driftkompensation erfolgt wie in Abschnitt 6.3.1 beschrieben. Diese Stabilisierungsmethode liefert eine Driftstabilität von besser 1 MHz für langsame Zeitskalen (>1 s).

6.2.2.2 $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang: 850 nm (Quantensprunglaser)

Da es nicht möglich ist, eine bestimmte Anzahl von Ionen zu laden, muß man von einer Ionenwolke ausgehend die Zahl der Teilchen schrittweise durch Anlegen eines a -Wertes an die Falle (siehe Kapitel 7.2) reduzieren. Um bei kleiner Ionenzahl feststellen zu können, wie viele sich noch in der Falle befinden, benötigt man einen zusätzlichen Laser: Aufgrund der Niveaustuktur des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions ist es nicht möglich, anhand der Fluoreszenz die Anzahl der gefangenen Ionen zu bestimmen [71]. Stattdessen wird ein Laser auf dem $P_{3/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang (Quantensprung-Übergang) eingestrahlt [123]. Das $P_{3/2}$ -Niveau kann spontan in das metastabile $D_{5/2}$ -Niveau zerfallen – während dessen Lebensdauer von ca. 1,0 s wird vom Ion keine Fluoreszenz emittiert. Bei geeigneter gewählter Leistung des Quantensprung-Lasers sind bei wenigen Ionen Sprünge in deren Fluoreszenzsignal sichtbar – die Anzahl der Sprungstufen entspricht der Ionenzahl (siehe Abb. 7.5).

6.2.2.3 Laser zur absoluten Frequenzstabilisation: 852 nm

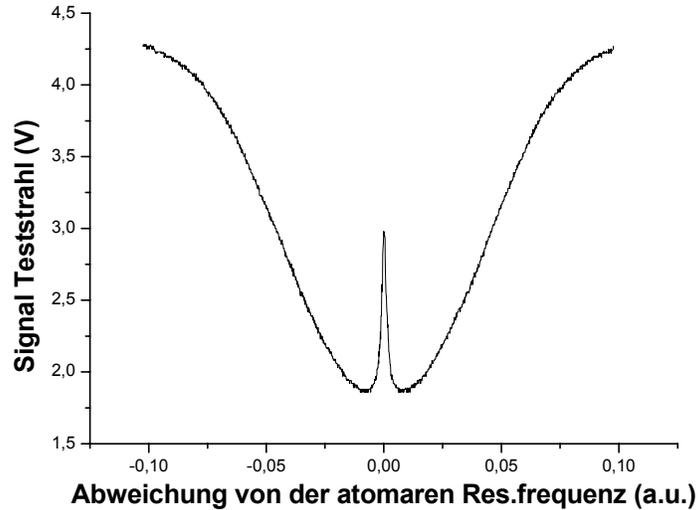
Um die Driftkompensation über das Signal einer dopplerfreien Sättigungsspektroskopie durchführen zu können, wird ein weiterer Diodenlaser mit 852 nm eingesetzt (siehe Abschnitt 6.3.1) [124]. Die Absolutfrequenz dieses Lasers wird auf der Cäsium-D2-Linie konstant gehalten [71]. Der Aufbau der Cs-Spektroskopie ist in Abb. 6.1 unten zu sehen: Der Laserstrahl wird in einen starken Sättigungs- und einen schwachen Teststrahl aufgespaltet und gegenläufig durch eine Cs-Gaszelle geschickt.

Die Laserstrahlung mit Frequenz ω_L wird von den Atomen absorbiert, deren Geschwindigkeit v im Bereich

$$|\omega_L - \omega_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)| < \gamma \quad (6.1)$$

der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung liegt. ω_0 ist die Übergangsfrequenz des Atoms in Ruhe, γ ist von der Größenordnung der natürlichen Linienbreite. Für Atome mit $v = 0$ sind Sättigungs- und Teststrahl gleichzeitig resonant. Bereits durch den Strahl höherer Intensität angeregte Atome können den Teststrahl nicht mehr absorbieren – in seinem Absorptionsspektrum tritt deshalb ein Peak auf. Daneben können bei Atomen mit mehreren Niveaus sogenannte 'Crossover-Linien' auftreten: In diesem Fall sind Pump- und Probelaser resonant mit zwei

Abbildung 6.3:
Dopplerfreie Messung
einer Cs-Linie: Der Peak
zeigt die verminderte Ab-
sorption des Teststrahls
– die Atome mit $v = 0$
sind bereits durch den
Sättigungsstrahl angeregt.



verschiedenen atomaren Übergängen des sich bewegenden Atoms, die ein gemeinsames oberes oder unteres Niveau haben. Die gemessene Breite liegt aufgrund der Linienbreite des Lasers über der natürlichen Linienbreite des Überganges (gemessen wurden 14 MHz für die F=3,4 Crossover-Linie des D2-Übergangs von Cs – die natürliche Linienbreite ist 5 MHz). Der Zerhacker (Chopper) moduliert den Sättigungsstrahl – so kann auch ein schwaches Signal mit einer phasensensitiven Messung detektiert werden.

6.3 Laserstabilisierung

Die Linienbreite (Kurzzeitstabilität) eines Lasers ist nach unten durch Rauschquellen wie die spontane Emission in den Laserresonator begrenzt. Reale Laser unterliegen außerdem technischem Rauschen wie z.B. thermischen und akustischen Schwankungen und Vibrationen – ihre Linienbreite liegt deutlich über dem fundamentalen Limit. Durch verschiedene Stabilisierungsverfahren kann das Frequenzrauschen des Lasers aber minimiert werden. So führt bereits der Einsatz des Gitters im Littrow-Aufbau zu einem schmalbandigeren Laser (siehe Abschnitt 6.2). Für einige der durchgeführten Experimente war diese Linienbreite ausreichend, so daß nur die langsame Frequenzdrift eliminiert werden mußte. Dies geschieht mit Hilfe eines Referenzlasers, der auf eine Cs-Linie bei 852 nm stabilisiert wird (siehe Abschnitt 6.2.2.3 und 6.3.1).

Falls schmalbandigere IR-Diodenlaser benötigt wurden, wurden deren Linienbreite mit der Methode der optischen Rückkopplung weiter verringert. Die Driftkompensation erfolgte in diesem Fall über Cs-Spektroskopie mit einem 894 nm-Laser (siehe Abschnitt 6.3.2).

6.3.1 Driftkompensation mit Referenzresonator

Die Driftkompensation erfolgt, indem die Langzeitfrequenzstabilität eines Lasers mit Hilfe eines Referenzresonators auf andere Laser übertragen wird. Die Absolutfrequenz dieses 'Referenzlasers' wird über ein dopplerfreies atomares Signal konstant gehalten. Die für $^{40}\text{Ca}^+$ benötigten Referenzfrequenzen würde man mit einer optogalvanischen Hohlkathodenlampe erhalten. Diese Methode liefert aber ein schlechteres Signal/Rausch-Verhältnis als eine dopplerfreie Sättigungsspektroskopie. Deshalb wird ein 852 nm-Diodenlaser verwendet, der auf die Cäsium-D2-Linie stabilisiert wird (siehe Abschnitt 6.2.2.3) [71, 75].

Die 25 cm lange Referenzcavity mit einem freien Spektralbereich von 300 MHz ist konfokal, d.h. die transversalen Moden sind entartet – dadurch können leicht Strahlen mit verschiedenen Wellenlängen und Strahlprofilen eingekoppelt werden. Ein Resonatorspiegel läßt sich mit einem Piezoaktor bewegen, so daß durch Anlegen einer Sägezahnspannung mit einer Frequenz von 16 Hz die Länge über einen freien Spektralbereich gescannt wird. Die Spannung wird dabei so gewählt, daß zwei benachbarte Transmissionmaxima des Referenzlasers durchlaufen werden. Das mit einer Photodiode gemessene Transmissionssignal wird an einen Mikrocontroller (ADWIN) weitergeleitet, der die Lage der Transmissionsmaxima und deren Abstand L_{852} berechnet. Um eine mögliche thermische Drift des Resonators zu eliminieren, wird der Abstand zwischen dem Anfang der Durchstimmung der Resonatorlänge und dem Auftreten des ersten Maximums konstant gehalten, indem der Spannungsrampe für die Längendurchstimmung ein Regelsignal überlagert wird.

Der Ti:Saphir-Laser (794 nm) wird mit zum 852 nm-Laser orthogonaler Polarisation in den Resonator eingestrahlt und das Transmissionssignal nach einem Polarisationsstrahlteiler mit einer zweiten Photodiode gemessen. Daraus wird der Abstand ΔL zum ersten Transmissionsmaximum des 852 nm-Lasers ermittelt. Die Stabilisierung erfolgt auf den Quotienten $\Delta L/L_{852}$ und nicht auf ein konstantes ΔL – das trägt Nichtlinearitäten des Piezos und thermischen Schwankungen des Resonators Rechnung. Das vom Mikrocontroller berechnete Regelsignal wird an den Regeleingang der Elektronik des Ti:Sa-Lasers gelegt.

Auch die Drift des Diodenlasers für den $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (866 nm) wird über den Referenzresonator kompensiert (siehe Abschnitt 6.2.2.1). Er hat die gleiche Polarisation wie der 852 nm-Laser und wird von diesem aufgrund der Intensität des Transmissionsmaximums unterschieden. Das Regelsignal des Mikrocontrollers wird an den Steuereingang der Verstärkerbox gelegt, die die Spannung des Gitterpiezos liefert.

Ohne Stabilisierung weisen der Diodenlaser und der Titan-Saphir-Laser eine Drift von etwa 1 MHz/min auf. Mit der Stabilisierung gelingt es, beide in einem Bereich von ± 500 kHz relativ zum Referenzlaser zu halten (siehe Abb. 6.4).

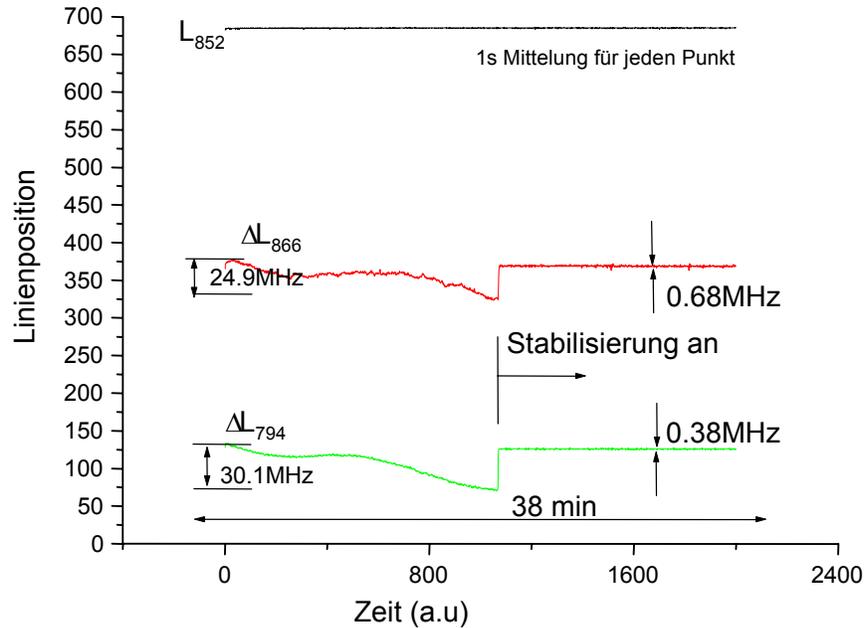


Abbildung 6.4: Messung der Driftstabilität des Ti:Saphir- und 866 nm-Lasers: Aufgetragen ist die Lage der Transmissionspeaks der Laser relativ zum Peak des Cs-Lasers über einen Zeitraum von mehr als einer halben Stunde. Die Drift der freilaufenden Laser von mehreren zehn MHz/h wird durch die Stabilisierung verhindert.

6.3.2 Stabilisierung durch optische Rückkopplung

Für die ersten Messungen (Mode-Mapping auf dem UV-Übergang, [1]) war die Linienbreite der Diodenlaser im Littrow-Aufbau ausreichend. Die weiteren Experimente auf dem IR-Übergang wurden jedoch mit Resonatorspiegeln mit höherer Reflektivität durchgeführt – bei einer Finesse von 40 000 entspricht eine Länge von $L = 4 \dots 9$ mm einer Linienbreite $\delta\nu_R = 2 \dots 4.7$ MHz. Die Linienbreite des Lasers, der zur Stabilisierung des Experimentalresonators verwendet wird, muß kleiner sein, genau wie die Stabilität seiner Absolutfrequenz. Da die im Rahmen der Arbeit durchgeführten Experimente eine kontinuierliche Längenstabilisierung erfordern, muß dazu eine Wellenlänge benutzt werden, die nicht an die Übergänge des Ions koppelt. Deshalb wurde ein Laser bei 894 nm gewählt – hier steht die Cäsium-D1-Linie als absolute Referenzfrequenz zur Verfügung.

Der $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Laser (866 nm) muß ebenso frequenzstabil sein und eine Linienbreite $< \delta\nu_R$ aufweisen, um die Verstimmung der Resonatormode relativ zum atomaren Übergang bestimmen und optimieren zu können. Die Driftstabilität sollte sich in der gleichen Größenordnung (wenige hundert kHz) bewegen.

Aufgrund der niedrigen Finesse des Laserresonators und einer starken Kopplung von Phase und Amplitude des elektrischen Feldes treten bei einem gitterstabi-

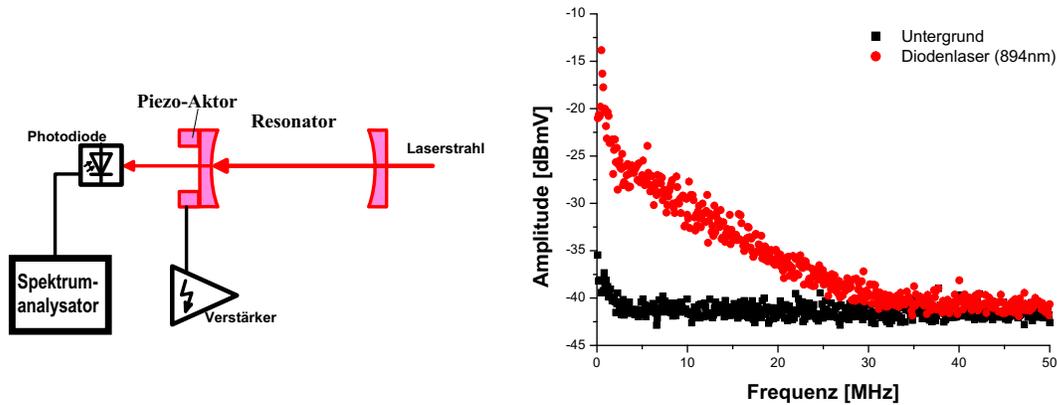


Abbildung 6.5: Das Rauschen des Diodenlasers mit 894 nm. Das Transmissionssignal eines Resonators niedriger Finesse wurde dazu auf einen Spektrumanalysator gegeben.

lisierten Diodenlaser schnelle Frequenzfluktuationen auf. Ihre spektrale Breite wurde mit Hilfe des Transmissionssignals eines Resonators niedriger Finesse für die im Experiment verwendeten Laser zu 20 MHz bestimmt (siehe Abb. 6.5). Die Linienbreite (1-2 MHz) kann z.B. mittels schneller Regelelektronik verkleinert werden. Für diese Arbeit wurde eine alternative Methode realisiert, die auf optischer Rückkopplung beruht. Im folgenden wird erst kurz auf die Grundlagen dieser Methode eingegangen [125] und dann die Stabilisierungssysteme im einzelnen vorgestellt.

6.3.2.1 Grundlagen der Laserstabilisierung mit optischem Feedback

Resonante optische Rückkopplung (Feedback) ist eine Methode zur Verringerung der Linienbreite eines Diodenlasers [126, 127]. Die Laserfrequenz wird automatisch auf die Resonanzfrequenz eines Referenzresonators hoher Finesse stabilisiert, indem man einen kleinen Teil des Laserstrahles ($< 10\%$) einkoppelt und den Strahlengang dabei so wählt, daß nur im Resonanzfall eine Rückreflexion in den Laser auftritt. Dieses 'optische Feedback' gleicht schnelle Fluktuationen des Laserfeldes aus. Dahmani et al. gelang es, die Linienbreite der Frequenz eines Diodenlasers so um einen Faktor 1000 von 20 MHz auf 20 kHz zu senken [127]. Die Stärke der optischen Rückkopplung ist proportional zum Verhältnis der Finesse des Referenzresonators zur Finesse des Laserresonators [125]. Weil die Finesse eines Extended-Cavity-Diodenlasers immer noch viel kleiner ist als die eines Fabry-Perot-Resonators hoher Finesse, funktioniert das optische Feedback auch bei einem ECDL [128]. Die Durchstimmbarekeit ist identisch mit der des freilaufenden Lasers.

In Abb. 6.6 ist ein möglicher Aufbau zur Stabilisierung mittels optischem Feedback nach [125] dargestellt. Im konfokalen Feedback-Resonator (CFP) kann auf-



Abbildung 6.6: Schematischer Aufbau zur optischen Stabilisierung eines Diodenlasers auf einen konfokalen Resonator.

grund der Entartung der transversalen Moden eine V-Mode angeregt werden, die eine Überlagerung mehrerer transversaler Moden ist. Die Cavity wird schräg in den einfallenden Strahl gestellt, so daß keine direkte Rückreflexion auftritt. Nur im Resonanzfall läuft ein Teil des im Resonator umlaufenden Strahls in den Laser zurück.

Die zeitliche Entwicklung der Amplitude des elektrischen Feldes des Diodenlasers kann nach Integration über das ganze Medium geschrieben werden als [125]:

$$\frac{d}{dt} (E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))}) = \left[i\omega_N + \frac{1}{2}(G - \Gamma)(1 + i\alpha) \right] E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))} \quad (6.2)$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} K_m E(t - \tau_m) e^{i(\omega(t - \tau_m) + \phi(t - \tau_m))}. \quad (6.3)$$

ω ist hier die Laserfrequenz, $\phi(t)$ die Phase.

(6.2) beschreibt die Änderung des Feldes des freilaufenden Diodenlasers mit $\omega_N = N\pi c / \eta l_{dl}$, der Frequenz der Mode des Laserdiodenresonators, und ηl_{dl} dessen optischer Länge. G gibt die Rate der stimulierten Emission an, Γ die Photonenzerfallsrate inklusive Verlusten an der Frontfacette der Laserdiode, und α ist der Phasen-Amplituden-Kopplungsfaktor, wie in [129] definiert:

$$\alpha = -\frac{d(\text{Re}\chi)/dn}{d(\text{Im}\chi)/dn} = 2\frac{\omega_N}{\eta} \frac{(d\eta/dn)}{(dg/dn)}. \quad (6.4)$$

χ ist hier die Suszeptibilität, n die Ladungsträgerdichte, η der Realteil des Brechungsindex und g die Netto-Verstärkung.

Der Term (6.3) beschreibt den Beitrag des vom konfokalen Resonator reflektierten Feldes im Fall schwacher Rückkopplung. Dieser setzt sich aus den Feldern nach $m = 0$ bis $m = \infty$ Umläufen im Stabilisierungsresonator zusammen. Wegen der Laufzeit zum und im Resonator muß hier die Retardierungszeit $\tau_m = \tau_{frei} + (2m + 1)\tau_{cfp}$ berücksichtigt werden (τ_{frei} ist die für die Strecke vom Diodenlaser zum konfokalen Fabry-Perot (CFP) benötigte Zeit, τ_{cfp} die Umlaufzeit im CFP).

Die Koeffizienten K_m

$$K_m = \frac{c}{2\eta l_{dl}} \sqrt{\beta} \frac{(1 - r_{dl}^2)}{r_{dl}} r (1 - r^2) (r^4)^m \quad (6.5)$$

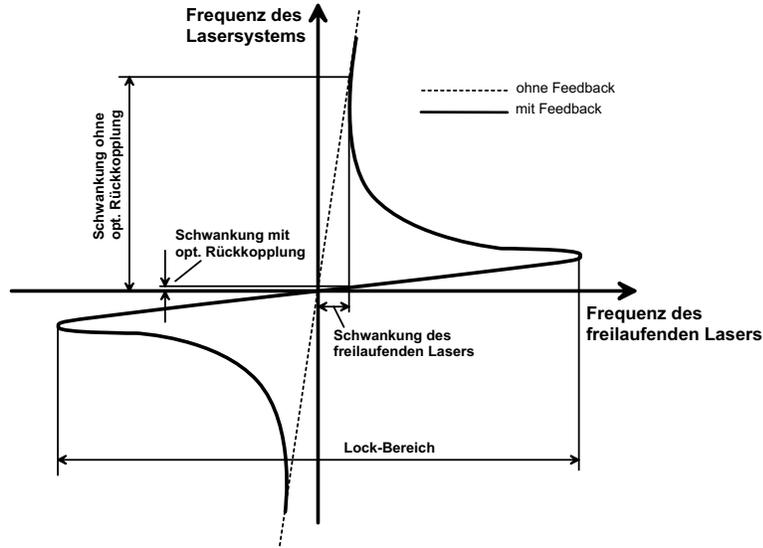


Abbildung 6.7: Frequenz des stabilisierten Lasers in Abhängigkeit der Frequenz des freilaufenden Lasers. Durch die Rückkopplung werden Frequenzschwankungen des Lasers im Fang-Bereich stark reduziert.

geben die Kopplungsrate des Feedbacks an: $c/2\eta l_{\text{dl}}$ ist der Modenabstand des Diodenresonators, β der Faktor der Leistungskopplung in die Mode. r ist die Reflektivität der CFP-Spiegel (unter der Annahme identischer Spiegel) und r_{dl} die Reflektivität der Laserdiodenfacetten. Mit $(1 - r_{\text{dl}}^2)/r_{\text{dl}}$ wird also die Reflektivität an der Austrittsfläche des Lasers berücksichtigt, während die letzten Faktoren in Gl. (6.5) zusammen mit $\sqrt{\beta}$ die Aus- und Einkopplung des Feldes am Stabilisierungsresonator und die Verluste während des m -maligen Umlaufs darstellen. Im Gleichgewicht erfüllt

$$\omega_N = \omega + K \cdot \frac{\sin[\omega(\tau_{\text{frei}} + \tau_{\text{cfp}}) + \phi] - r^4 \sin[\omega(\tau_{\text{frei}} - \tau_{\text{cfp}}) + \phi]}{1 - \mathcal{F}^2 \sin^2 \omega \tau_{\text{cfp}}}, \quad (6.6)$$

die Gleichung (6.2), wobei

$$\mathcal{F} = \frac{2r^2}{(1 - r^4)}. \quad (6.7)$$

Die Konstante K ergibt sich im Fall eines Fabry-Perots hoher Finesse \mathcal{F}_{cfp} (also für $r \cong 1$) zu [125]

$$K = (1 + \alpha^2)^{1/2} \sqrt{\beta} \frac{c}{2\eta l_{\text{dl}}} \frac{1}{2} \frac{\mathcal{F}_{\text{cfp}}}{\mathcal{F}_{\text{dl}}}. \quad (6.8)$$

\mathcal{F}_{dl} ist die Finesse des Laserresonators.

Abbildung 6.7 verdeutlicht das Verhalten des CFP-Laser-Systems nahe der Frequenz ω_0 - dargestellt ist die Frequenz des Gesamtsystems ω als Funktion der Frequenz des freilaufenden Lasers ω_N . Für eine gegebene Abweichung der Frequenz ω von ω_N wird die Abweichung des optisch rückgekoppelten Lasers um

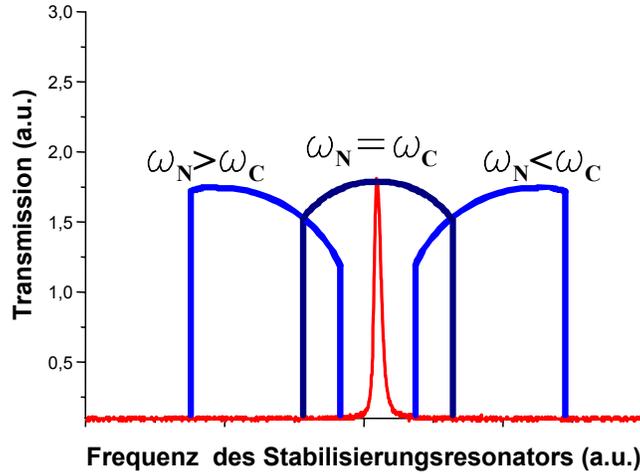


Abbildung 6.8: Verlauf der Transmission des Stabilisierungsresonators für verschiedene Weglängen zwischen Resonator und Laser. Die helle Kurve ist das Transmissionssignal ohne optisches Feedback.

den Steigungsfaktor P reduziert:

$$\begin{aligned}
 P = \frac{d\omega_N}{d\omega} &= 1 - 2K\tau_{\text{cfp}} \\
 &= 1 + (1 + \alpha^2)^{1/2} \sqrt{\beta} \frac{l_{\text{cfp}}}{\eta l_{\text{dl}}} \frac{\mathcal{F}_{\text{cfp}}}{\mathcal{F}_{\text{dl}}} .
 \end{aligned} \tag{6.9}$$

Eine höhere Feedback-Intensität führt sowohl zu einem größeren Steigungsfaktor als auch zu einem breiteren Fangbereich der Stabilisierung, wohingegen eine größere CFP-Finesse lediglich in einem besseren Steigungsfaktor resultiert.

Während Amplitudenschwankungen nicht durch das optische Feedback beeinflusst werden, wird das Frequenzrauschen um den Faktor $1/(1 + 2K\tau_{\text{cfp}})^2$ reduziert, was zu einer Linienbreite

$$\begin{aligned}
 \Delta\nu &= \frac{\Delta\nu_{\text{dl}}}{(1 + 2K\tau_{\text{cfp}})^2} \\
 &= \frac{\Delta\nu_{\text{dl}}}{\left(1 + (1 + \alpha^2)^{1/2} \sqrt{\beta} \frac{l_{\text{cfp}}}{\eta l_{\text{dl}}} \frac{\mathcal{F}_{\text{cfp}}}{\mathcal{F}_{\text{dl}}}\right)^2}
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

führt. $\Delta\nu_{\text{dl}}$ ist hier die Linienbreite des freilaufenden Diodenlasers. In Abb. 6.8 ist die Transmission des Stabilisierungsresonators über der Frequenz des Lasers für verschiedene Weglängen zwischen Diode und Resonator und damit verschiedene Phasen der Rückkopplung aufgetragen. Sowohl die Änderung der Phase wie auch die Drift der freilaufenden Laserfrequenz führen zu denselben Effekten bei der Transmission des Stabilisierungresonators: Zum einen ändert sich die Höhe des Transmissionssignals, zum anderen dessen Form. Für den

optimalen Fall einer Phase $\phi = 0$ und $\omega_N = \omega_{\text{cfp}}$ erhält man ein symmetrisches Transmissionssignal und somit einen symmetrischen Fangbereich.

Die optische Rückkopplung allein hält den Laser für mehrere Minuten auf der Sollfrequenz. Um die Kurzzeitstabilität zu verbessern, muß zusätzlich die Phase des zurückreflektierten Feldes, also der Abstand zwischen Laser und Stabilisierungsresonator, geregelt werden (1f-Lock, siehe nächster Abschnitt). Das optische Feedback greift nur, solange die Frequenz des Diodenlasers nicht aus dem Fangbereich driftet - deshalb wird für die Stabilisierung über einen längeren Zeitraum (mehrere Stunden) auch die Laserfrequenz nachgeregelt (3f-Lock, siehe nächster Abschnitt). Beide Regelsignale werden aus dem Transmissionssignal des CFP gewonnen.

6.3.2.2 Stabilisierung mit einem konfokalen Resonator (894 nm- und 866 nm-Laser)

Zur Stabilisierung des Experimentalresonators wurde bei den Experimenten zur Einzelphotonenerzeugung ein Laser mit 894 nm verwendet (siehe Kapitel 7.4.2). Die Wellenlänge ist so gewählt, daß einerseits der Abstand zum $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang so groß ist, daß kein Einfluß auf die Ionen ausgeübt wird, andererseits aber die Beschichtung der Resonatorspiegel noch eine ausreichend hohe Reflektivität hat. Letzteres ist wichtig, da mit sinkender Reflektivität die Linienbreite steigt und eine höhere Leistung benötigt wird, um bei schlechterem Signal-/Rauschverhältnis den Resonator adäquat stabilisieren zu können bzw. eine Stabilisierung gar nicht mehr möglich ist. Außerdem steht mit der Cäsium-D1-Linie bei 894 nm ein atomares Signal zur absoluten Frequenzstabilisierung zur Verfügung. Während der konfokale Stabilisierungsresonator (CFP) durch optisches Feedback schnelle Frequenzfluktuationen des Lasers ausgleicht, kann die atomare Referenz dazu benutzt werden, die Länge des Stabilisierungs-Fabry-Perots auf einer langsameren Zeitskala, wie sie für die Längenfluktuationen bzw. -driften zu erwarten ist, zu stabilisieren.

Wie bereits besprochen, muß die Linienbreite des 866 nm-Lasers auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang schmaler sein als die Linienbreite des Experimentalresonators. Deshalb war der Littrow-Aufbau ohne weitere Kurzzeit-Stabilisierung nicht mehr ausreichend, und ein weiterer 866 nm-Diodenlaser wurde ebenfalls durch optische Rückkopplung auf den konfokalen Resonator stabilisiert und so die Linienbreite reduziert [71].

Der Aufbau des Lasersystems ist in Abb. 6.9 schematisch dargestellt. Etwa 10% der Leistung des Diodenlasers (ECDL) werden durch einen Strahlteiler abgeteilt und über eine Linse ($f=100$ mm) und eine Blende in den Stabilisierungsresonator eingekoppelt. Der auf einen Piezo montierte Einkoppelspiegel (PZ- ϕ) wird dazu verwendet, die optische Feedbackphase anzupassen. Der konfokale Resona-

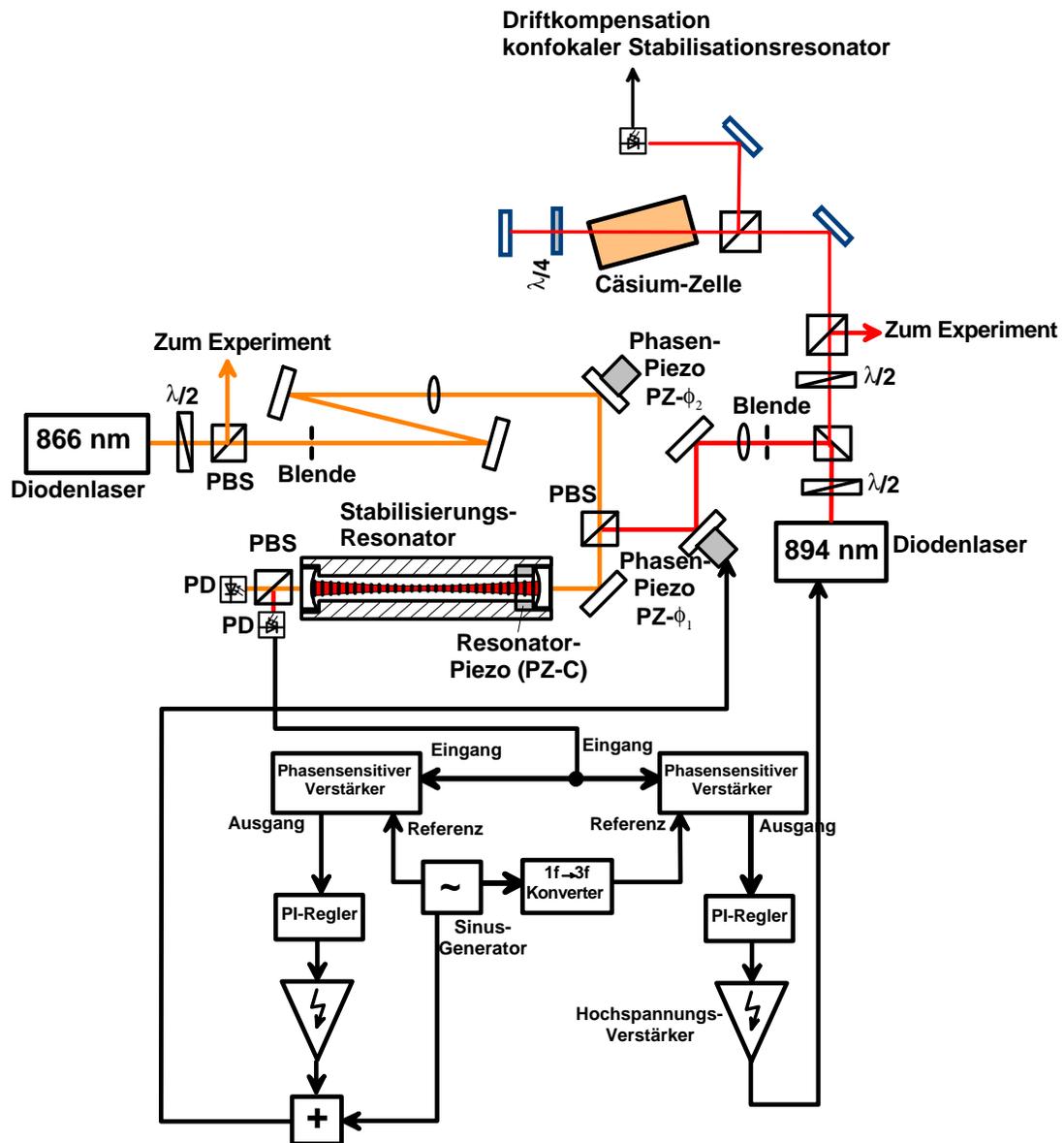


Abbildung 6.9: Aufbau der optischen Stabilisierung des 866 nm- und 894 nm-Lasers. Die Elektronik ist nur für den 894 nm-Laser dargestellt.

tor besteht aus zwei hoch-reflektierenden Spiegeln mit einem Krümmungsradius von 100 mm. Der freie Spektralbereich ist 750 MHz, die Finesse ~ 265 . Einer der Resonatorspiegel (PZ-C) ist auf einen Piezo montiert, um die Resonatorfrequenz abzustimmen.

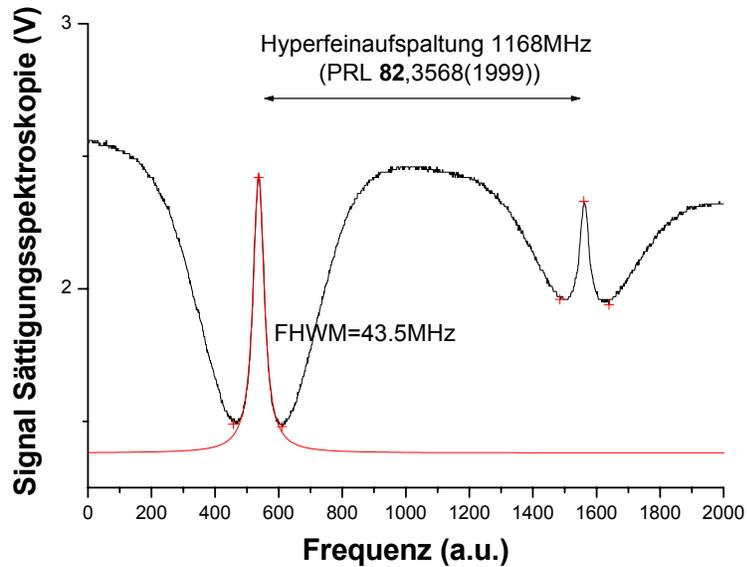
Die Resonatorachse ist relativ zum eingehenden Strahl verkippt, so daß der direkte Rückreflex nicht in den Laser zurückläuft und Feedback nur in Resonanz auftritt [127]. Der 894 nm- sowie der 866 nm-Laser und der Stabilisierungsresonator befinden sich auf einer auf Gummifüßen gelagerten VA-Stahlplatte in einer Abdeckung aus BaryVam, um akustische und thermische Störungen zu dämpfen. Da sich die Feedback-Phase (d.h. die Weglänge von den beiden Lasern zum CFP) leicht aufgrund thermischer Fluktuationen ändert, muß sie mit der sogenannten 1f-Elektronik auf ihrem optimalen Wert gehalten werden. Dazu legt man an den Hochspannungs-Verstärker des Resonator-Piezos (PZ-C) ein Modulationssignal ($\nu = 40$ kHz) an. (Dies hat gegenüber der Modulation der Piezos PZ- ϕ_1 und PZ- ϕ_2 den Vorteil, daß beide Laser gleichzeitig moduliert werden.) Die Strahlengänge der optischen Rückkopplung und der Detektion der beiden Laser werden durch Verwendung orthogonaler Polarisierung und polarisierender Strahlteiler überlagert und getrennt. Aus der modulationsphasensensitiven Messung der CFP-Transmissionssignale erhält man das Fehlersignal. Ein PI-Regler erzeugt daraus ein Regelsignal, das über einen Hochspannungsverstärker an PZ- ϕ_1 und PZ- ϕ_2 angelegt wird.

Sobald die Laserfrequenz aus dem Fangbereich der Phasenstabilisierung driftet, wird die optische Rückkopplung unwirksam und der Laser ist nicht mehr stabilisiert. Aus der CFP-Transmission läßt sich jedoch ein Regelsignal gewinnen, mit dem die Diodenlaser-Frequenz im Fangbereich gehalten wird. Das Fehlersignal dieser Driftkompensation wird bei einer anderen Frequenz als die Phasenstabilisierung gewonnen, um eine gegenseitige Beeinflussung zu vermeiden: Die CFP-Transmission wird phasensensitiv zur dritten Harmonischen der Modulationsfrequenz detektiert. Das aus dem Fehlersignal gewonnene Regelsignal wird an den Hochspannungsverstärker des Gitters der Laserdiode im Littrow-Aufbau gegeben.

Beide Parameter (Phase und Laserfrequenz) wirken sich auf die Symmetrie des Transmissionspeaks aus – neben der Detektion der Fehlersignale bei unterschiedlichen Frequenzen muß deshalb auch die Regelung mit unterschiedlichen Zeitkonstanten erfolgen. Dies stellt kein Problem dar, weil die Phasenfluktuationen auf einer wesentlich kürzeren Zeitskala stattfinden als die Drift des Lasers (Zeitkonstante PZ- ϕ -Regelung: 100 ms, PZ-Diodenlasergitter: 1 s).

Um absolute Frequenzstabilität zu gewährleisten, muß auch die Länge und damit die Frequenz des Stabilisierungsresonators aktiv geregelt werden. Dazu wird mit dem 894 nm-Laser sättigungsfreie Dopplerspektroskopie an der D1-Linie von Cäsium durchgeführt (siehe Abb. 6.10). Die Messung der Intensität des Teststrahls erfolgt phasensensitiv zur Modulation des Lasers bei der Frequenz

Abbildung 6.10: Sättigungsspektroskopie an der Cs-D1-Linie, die zur Driftstabilisierung des konfokalen Resonators dient. Die natürliche Linienbreite des Überganges liegt bei 5 MHz [130].



der Phasenmodulation. Zur Längenstabilisierung wird das Signal der Cäsium-Spektroskopie über einen PI-Regler und einen Hochspannungs-Verstärker an den CFP-Piezo angelegt. Aufgrund der Kopplung der Frequenz des Lasers an die Frequenz des Stabilisierungsresonators wird über den Laser der Resonator aktiv geregelt. Drift und akustische Schwankungen werden so ausgeglichen.

Mit dem dargestellten Aufbau wurde die Linienbreite des 894 nm-Lasers und des 866 nm-Lasers auf 400 kHz verringert, wie in Abb. 6.12 zu sehen ist [71]. Diese Messung erfolgte mit einem weiteren Resonator mit einer Linienbreite von 4 MHz – aus den Fluktuationen des Transmissionssignals kann die Linienbreite bestimmt werden. Auf einer Zeitskala von <10 ms liegt der Wert sogar unter 100 kHz. Das läßt darauf schließen, daß die Länge des Stabilisierungsresonators noch akustischen Schwankungen unterliegt. Die periodische Oszillation auf dem Transmissionssignal ist die Modulation der Phase, die zur Regelung der Weglänge und zur Kompensation der Frequenzdrift der Laser benötigt wird.

Vor der Einkopplung in den Experimentalresonator durchläuft der Laserstrahl (866 nm-Laser) zweimal einen AOM (120-220 MHz). So kann die Wellenlänge auf den gewünschten Wert verschoben werden. Damit wird zwar nicht der freie Spektralbereich des Experimentalresonators abgedeckt, aber wenn man auch höhere transversale Moden des Resonators nutzt und dessen Länge mittels der Slip-Stick-Piezos leicht verändert, läßt sich immer eine Mode der passenden Frequenz finden.

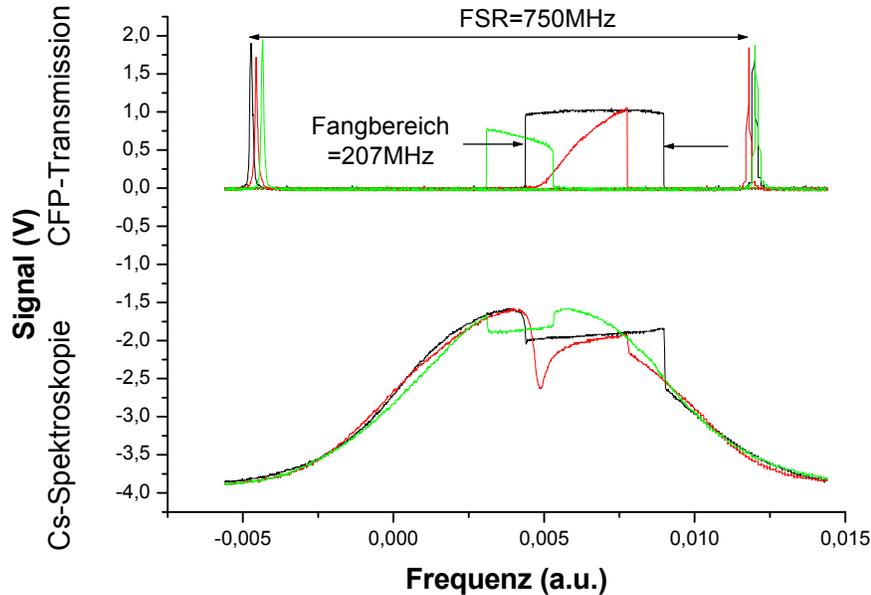


Abbildung 6.11: Oberer Teil: Transmissionsignal des Stabilisierungsresonators für verschiedene Phasen. Unten ist entsprechende Signal der Cäsium-Sättigungsspektroskopie aufgetragen.

6.3.2.3 Stabilisierung mit Z-Resonator (920nm-Laser)

Der Experimentalresonator muß gleichzeitig resonant mit dem Stabilisierungslaser und dem Laser für den Ionenübergang bei 866 nm sein. Die Spiegel dieses Resonators können in der neuen Halterung (siehe Abschnitt 7.4.1) nur um wenige μm verschoben werden. Da der 894 nm-Laser auf eine Cs-Linie stabilisiert ist, kann er lediglich durch einen AOM verstimmmt werden, was ohne größeren Intensitätsverlust nur in einem Bereich von ± 50 MHz möglich ist. Das Auffinden einer gemeinsamen Resonanz mit dem Experimentalresonator von 894 nm-Laser und 866 nm-Laser wird dadurch erschwert, daß die Laserwellenlängen jeweils nur um einen freien Spektralbereich des CFP, auf das sie optisch stabilisiert sind, d.h. 750 MHz, verschoben werden können. Um eine bessere Anpassung der Frequenz zu erreichen, wurde ein Stabilisierungsresonator mit einem kleineren FSB aufgebaut. Gleichzeitig wurde als Wellenlänge für den Stabilisierungslaser 920 nm gewählt, um den Einfluß dieses Lasers auf den Ionenübergang bei 866 nm weiter zu verringern. Ein Diodenlaser (Leistung: 50 mW) mit Wellenlänge $\lambda = 920$ nm wurde deshalb optisch auf einen Z-Resonator mit einer Länge von 1210 mm stabilisiert: Dies entspricht einem freien Spektralbereich von ≈ 125 MHz. Der Z-Konfiguration wurde gegenüber der konfokalen zum einen aufgrund der größeren Kompaktheit und zum anderen aufgrund der kleineren Linienbreite der Vorzug gegeben: Nur im exakt konfokalen Fall entarten die transversalen Moden 'vollständig', andernfalls ist die Linienbreite aufgrund der Überlagerung mehre-

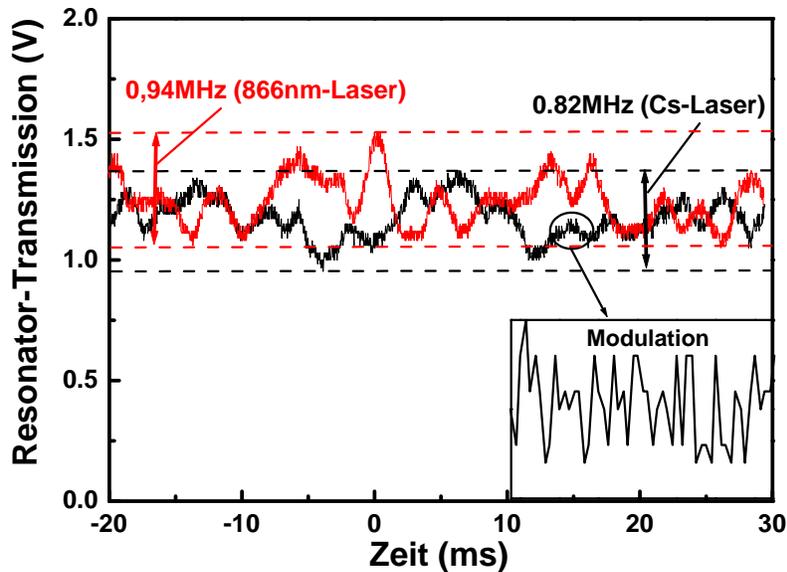


Abbildung 6.12: Frequenzanalyse der beiden optisch stabilisierten Laser (894 nm und 866 nm).

rer leicht versetzter höherer Moden breiter als erwartet.

Der Feedback-Z-Resonator besteht aus zwei ebenen und zwei gekrümmten ($r=250$ mm) Spiegeln. Der Strahlengang ist in einen 105 mm hohen VA-Stahlblock gefräst (Aufsicht siehe Abb. 6.13). Drei Spiegel wurden mit Klebstoff am Metall fixiert. Metallplatten, die gegen den VA-Block verschraubt werden, drücken die Spiegel über Vitonringe leicht an und stabilisieren zusätzlich. Der vierte Spiegel ist auf einen Piezoaktor montiert, der wiederum mit der Halteplatte verbunden ist. Damit können mehrere freie Spektralbereiche durchfahren werden. Ein 20 mm starker Deckel sorgt für die Abschirmung thermischer bzw. akustischer Störungen.

Da das Licht im Z-Resonator nur in einer Richtung läuft, ist ein externes reflektierendes Element notwendig, um auf der Resonanz Rückkopplung zu bekommen. Dazu wird ein Spiegel verwendet, der ebenfalls einen Krümmungsradius von 250 mm hat und sich etwa 20 mm hinter einem der Resonatorspiegel befindet (siehe Abb. 6.13). Zur optischen Stabilisierung über einen Fangbereich von mehr als 25 MHz reichen weniger als 2 mW der Laserausgangsleistung (siehe Abb. 6.14).

Durch Modulation des Laserstroms gewinnt man aus der phasensensitiven Messung des Resonatortransmissionsignals bei einfacher und dreifacher Frequenz das Fehler-, bzw. nach den PI-Reglern das Regelsignal zur Stabilisierung der Phase ($1f$) und der Laserfrequenz ($3f$). Die Modulationstiefe muß dabei so gewählt werden, daß sie auf dem Maximum des Transmissionssignals noch ausreichend groß ist, um ein Fehlersignal gewinnen zu können. Allerdings sollte sie andererseits

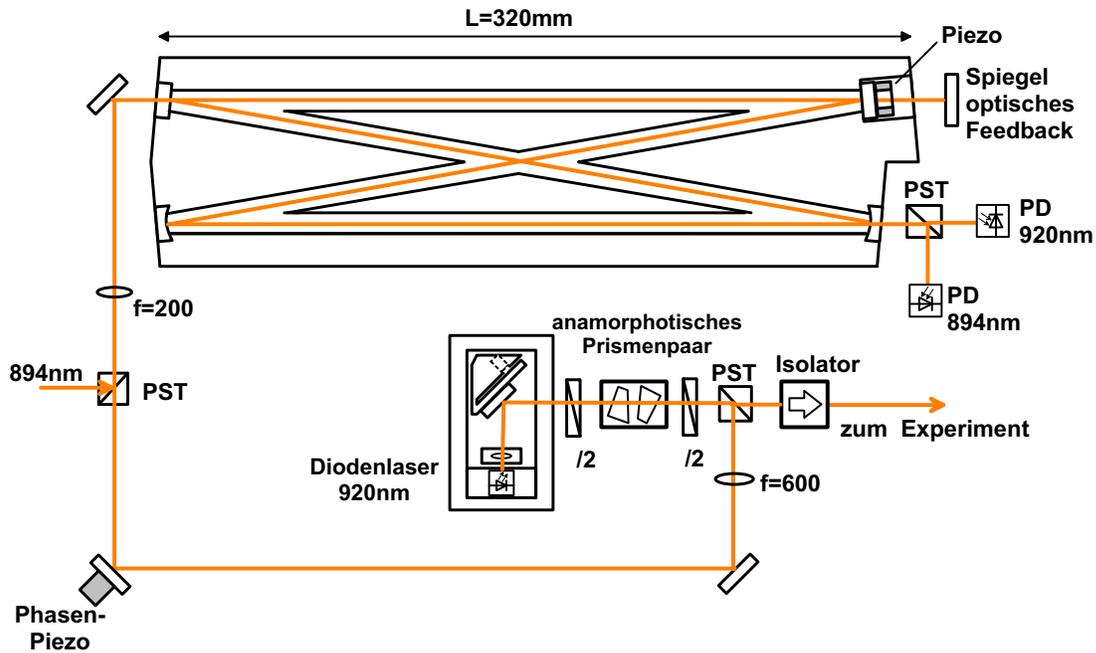


Abbildung 6.13: Aufbau des optischen Locks für den Diodenlaser mit 920 nm.

möglichst klein sein, da der Laser bei zu starker Modulation nicht mehr optisch stabilisiert werden kann.

Die Phasenstabilisierung erfolgt analog den Lasern bei 866 und 894 nm über die Regulierung der Weglänge bis zum Resonator (einer der Einkoppelspiegel ist auf einen Piezoaktor montiert). Das 3f-Signal regelt den Winkel des Gitters im Littrow-Aufbau.

Der Stabilisierungresonator besitzt aufgrund seiner großen Masse eine gute passive Stabilität, muß aber dennoch auch aktiv längenstabilisiert werden. Dazu wird der absolut frequenzstabilisierte 894 nm-Laser mit orthogonaler Polarisation in den Resonator eingekoppelt. Die phasensensitive Messung seines Transmissionssignals (Referenz ist die Modulation dieses Lasers mit der Modulationsfrequenz seines konfokalen Stabilisierungresonators) liefert das Fehlersignal, das über einen PI-Regler an den Hochspannungsverstärker für den Piezo des Z-Resonatorspiegels gegeben wird.

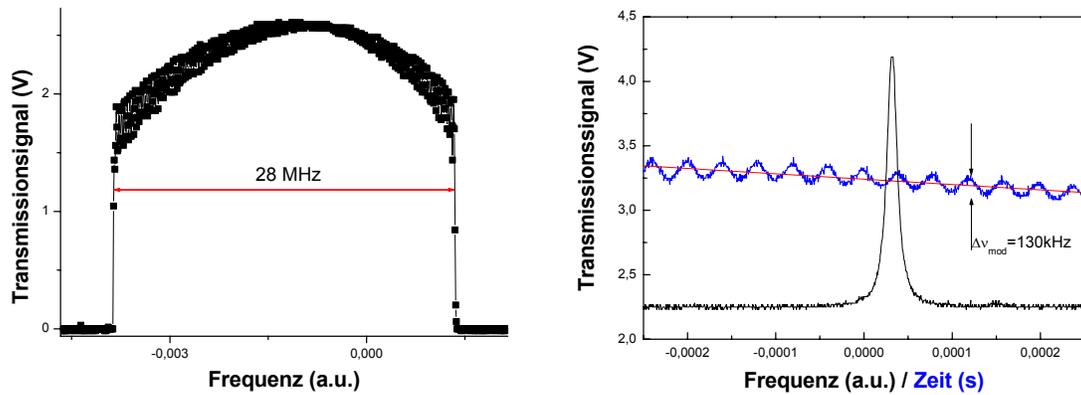


Abbildung 6.14: Links: Transmission des Z-Resonators. Die Breite des Signals wird durch die Strommodulation des Lasers verursacht. Rechts: Transmission eines Testresonators mit Linienbreite 0.95 MHz. Die Modulationsstiefe des 920 nm-Lasers ist 130 kHz. Der langsame Abfall des Signals ist auf die Drift der Testcavity zurückzuführen.

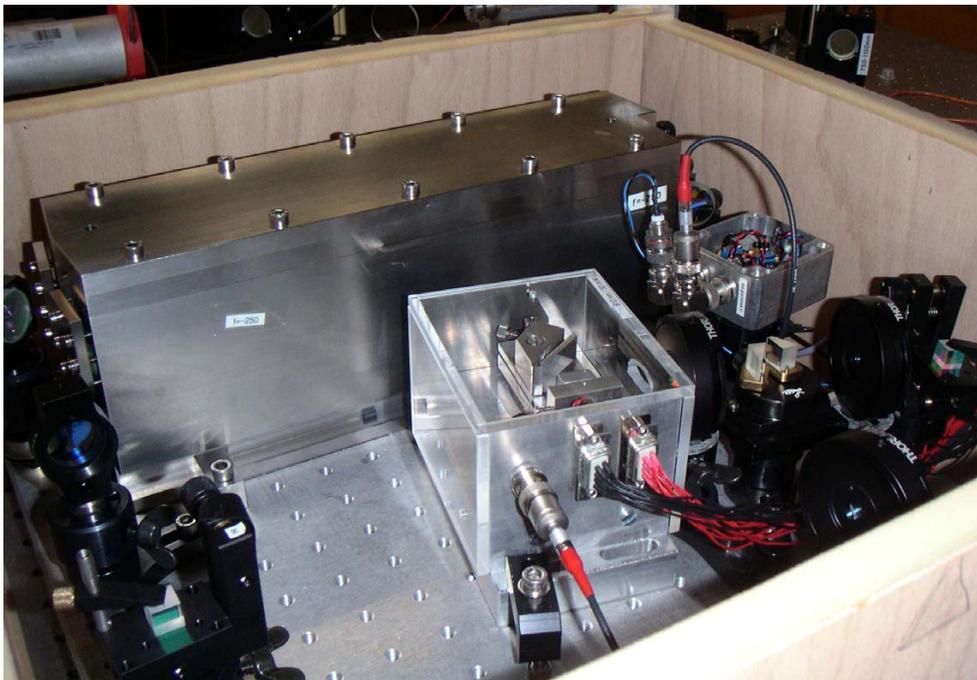


Abbildung 6.15: Aufbau zur Stabilisierung des Diodenlaser mit 920 nm: Der Laser in Littrow-Konfiguration befindet sich unter der Plexiglasabdeckung im Vordergrund, der Z-Resonator ist dahinter zu sehen.

Kapitel 7

Experimenteller Aufbau

Auf die Grundlagen der Ionenspeicherung wurde bereits in Kapitel 2 eingegangen. Hier wird deshalb nur kurz der Aufbau der verwendeten Falle vorgestellt und erklärt, wie die Ionen präpariert, gekühlt und detektiert werden. Näher erläutert wird die Methode der Mikrobewegungskompensation, d.h. wie die Ionen auf die RF-feldfreie Fallachse gebracht werden.

Die Halterung der Spiegel des Experimentalresonators ist nicht trivial, da sie trotz der durch den Fallenaufbau in gewisser Weise beschränkten Geometrie größtmögliche Stabilität bieten muß. In Abschnitt 7.4.1 werden zwei verschiedene Versionen vorgestellt. Auch bei guter passiver Stabilität ist eine aktive Längenstabilisierung erforderlich, die in Abschnitt 7.4.2 beschrieben wird.

Wie sich im Experiment herausgestellt hat, ist der Einfluß des Dielektrikums der Spiegel auf das Fallfeld nicht vernachlässigbar. Simulationen dazu finden sich in Abschnitt 7.5.

7.1 Aufbau der linearen Ionenfalle

Die vier 32 mm langen RF-Elektroden der Falle (siehe Abb. 7.1) haben einen dreieckigen Querschnitt und sind durch präzise Nuten und Keramikstäbe auf einer Halterung montiert. An den diagonal gegenüberliegenden Elektroden liegt Spannung mit gleichem Vorzeichen an: Ein Synthesizer erzeugt Wechselspannung mit 12.7 MHz, die über einen Hochfrequenzverstärker in den Resonanzschwingkreis eingekoppelt wird. Bei einem Scheitelwert von 400 V werden die Teilchen in radialer Richtung mit einer Säkularfrequenz von 1.1 MHz eingeschlossen.

Zwischen den oberen und unteren RF-Elektroden befinden sich jeweils fünf quaderförmige DC-Elektroden, die einen axialen Einschluß in vier verschiedenen Segmenten ermöglichen. Sie sind durch Quarzplättchen von den RF-Elektroden isoliert. Mit einer DC-Spannung von 20 V wird ein harmonischer axialer Potentialtopf mit einer Schwingungsfrequenz von 300 kHz erreicht. Die Gleichspannung an den DC-Elektrodenpaaren kann dynamisch so geändert werden, daß die Ionen in-

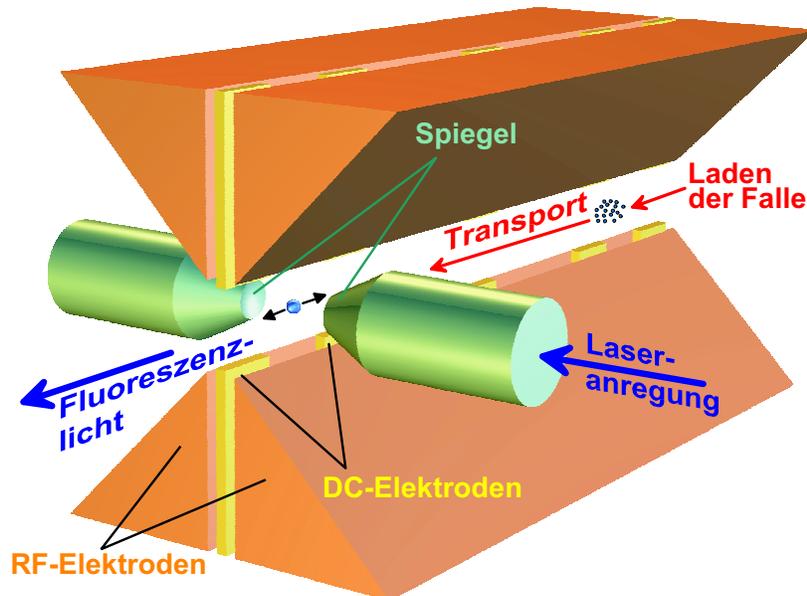


Abbildung 7.1: Schematische Darstellung der linearen Ionenfalle und des Resonators. Die Form der RF-Elektroden ermöglichen optimalen seitlichen Zugang für Laserstrahlen und Spiegel. Ihre Länge beträgt 32 mm, der Abstand zwischen der oberen und unteren DC-Elektrode eines Paares ist 1.79 mm. Die RF-Elektroden, zwischen denen die DC-Elektroden liegen, haben 0.88 mm Abstand.

nerhalb eines oder von Segment zu Segment verschoben werden (siehe Abschnitt 7.2). Diese axiale Mobilität erlaubt die Trennung von Lade- und Resonatorregion, so daß die Ablagerung von Kalzium aus dem Atomstrahl auf den Resonatorspiegeln verhindert wird. Durch den linearen Aufbau ist die Erzeugung von Ionenkristallen auf der Fallennachse mikrobewegungsfrei möglich. Da die DC-Elektroden auch eine Kontrolle der Ionenposition auf kleiner Skala erlauben, kann die Kopplung an die Resonatormode deterministisch erfolgen [75].

An die einzelnen RF-Elektroden kann zusätzlich zum RF-Feld eine Gleichspannung angelegt werden. Dies dient zum einen dazu, die Falle instabil zu machen und so die Ionenzahl in der Falle zu reduzieren (Anlegen eines α -Wertes, siehe Abschnitt 7.2), zum anderen müssen Störfelder kompensiert werden (Kompensation der Mikrobewegung, siehe Abschnitt 7.3).

Der Aufbau der Fallenelektronik ist schematisch in Abb. 7.2 dargestellt. Wie man sieht, sind alle Elektroden durch Koppelkondensatoren voneinander getrennt, außerdem liegt ein Tiefpaß zwischen den RF-Elektroden und der DC-Spannungsquelle. Die Falle wurde bereits genauestens in [71] charakterisiert.

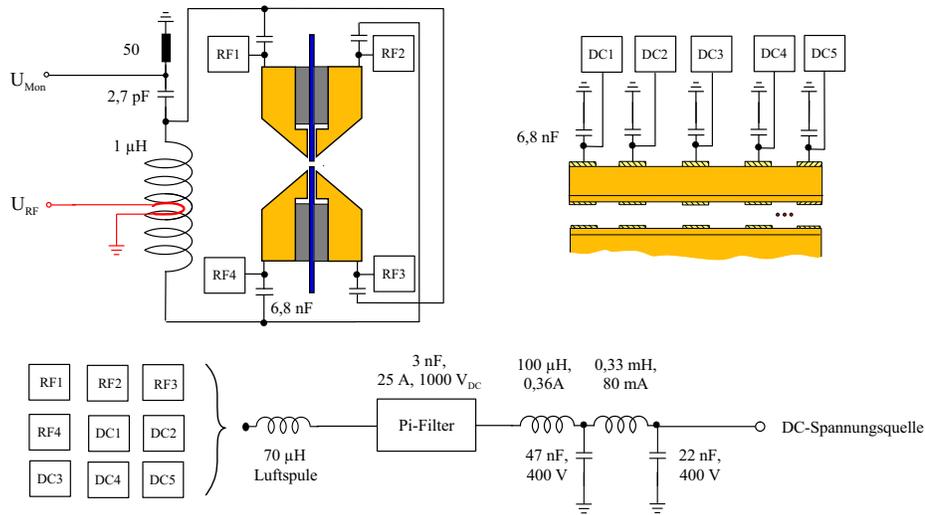


Abbildung 7.2: Beschaltung der Fallenelektroden. Der Resonanzkreis verstärkt das RF-Signal. Diese Hochspannung wird über Kondensatoren eingekoppelt, um die RF- wie die DC-Elektroden mit entkoppelten Gleichspannungsquellen auf unabhängige Potentiale setzen zu können.

7.2 Präparation und Detektion der Ionen

Da das Speicherpotential konservativ ist, können die Ionen nicht von außen in die Falle gebracht, sondern müssen in ihr erzeugt werden. Dazu überlagern in der Laderegion zwischen den ersten DC-Elektrodenpaaren zwei Photoionisationslaser einen Kalzium-Atomstrahl (Abschnitt 5.1). Letzterer wird erzeugt, indem man ein mit Kalzium gefülltes Tantalröhrchen ($L \approx 20$ mm, Durchmesser 1.02 mm) resistiv heizt.

Während des Ladevorgangs liegen an den DC-Elektrodenpaaren 1 und 2 20 V an (siehe Abb. 7.3). Der Transfer der erzeugten Ionenwolke in die Resonatorregion erfolgt, indem man zuerst an die Elektrodenpaare 1 und 5 20 V Spannung anlegt, während die anderen (2 bis 4) geerdet sind und dann sukzessive das Potential der ersten drei Paare auf 400 V erhöht. Nach dem Verschieben liegen die Paare 4 und 5 auf 20 V. Eine Transfersequenz über die 25 mm lange Strecke dauert ~ 40 ms, die Effizienz liegt bei etwa 40%. Zu den Verlusten kommt es aufgrund unerwünschter Potentialminima entlang der Fallennachse durch Streufelder (Kontaktpotentiale).

Um die Anzahl der Ionen in der Resonatorregion zu verringern, erhöht man bei einem festen q -Wert kurzzeitig den a -Wert der Falle: Die Falle wird instabil, so daß einige Ionen verlorengehen. Bei einer Ionenwolke geschieht dies schon nahe am Rand des Stabilitätsbereichs, da die Raumladung die Stabilität reduziert. Dadurch ist ein schrittweises, wenn auch nicht deterministisches Verkleinern der Wolke möglich.

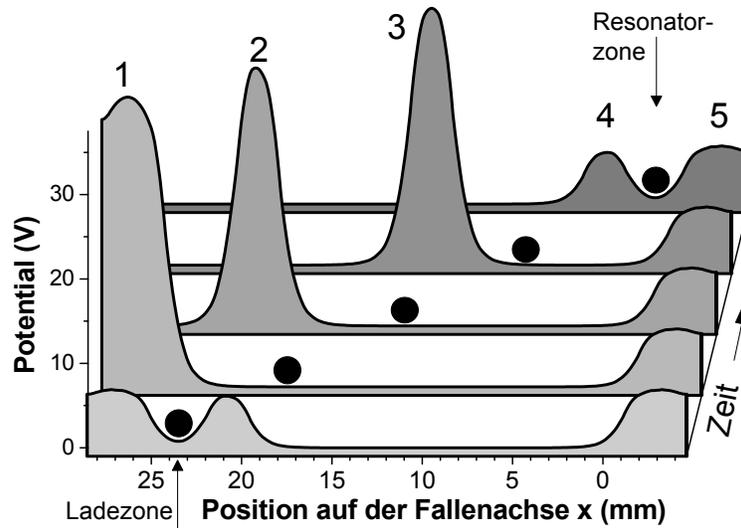


Abbildung 7.3: Schematische Darstellung der Verschiebung der Ionen von der Lade- in die Resonatorregion.

Die Ionen lassen sich einfach über die auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (397 nm, Zerfallskonstante 22 MHz) emittierte Fluoreszenz detektieren. Dafür werden Photomultiplier (PMT) verwendet, die auf die Laderegion und die Resonatorregion gerichtet sind. Sie besitzen eine aktive Fläche mit 5 mm Durchmesser, die Dunkelzählrate liegt bei 10/s, die Effizienz bei ca. 23%.

In der Resonatorregion ermöglicht ein Einstülpfenster, ein Objektiv mit einem Arbeitsabstand von 50 mm einzusetzen. Die Abbildung der Fluoreszenz erfolgt in in Abb. 7.4 dargestellten Aufbau mit einer Kombination aus einem kommerziellen Objektiv, einer Blende und eine Linse. Das Signal-Streulich-Verhältnis ist 60, d.h. ein einzelnes Ion gibt ein Signal von 12/ms bei einer Streulichrate von

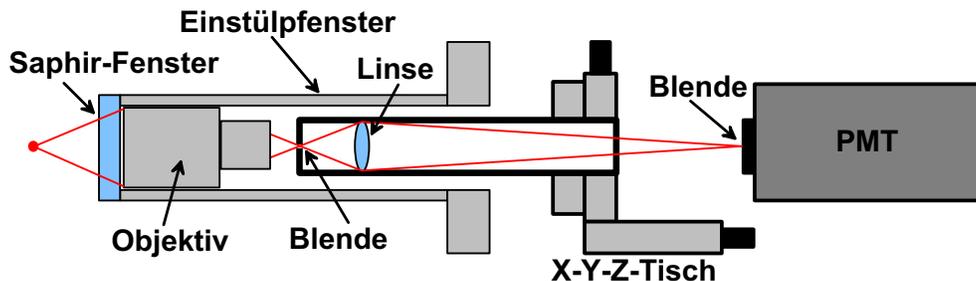


Abbildung 7.4: Optik zum Nachweis der Ionenfluoreszenz: Die Abbildung der Ionen auf den PMT erfolgt mit einem Objektiv, einer Blende und einer Linse. Das Signal-Untergrund-Verhältnis liegt bei 60.

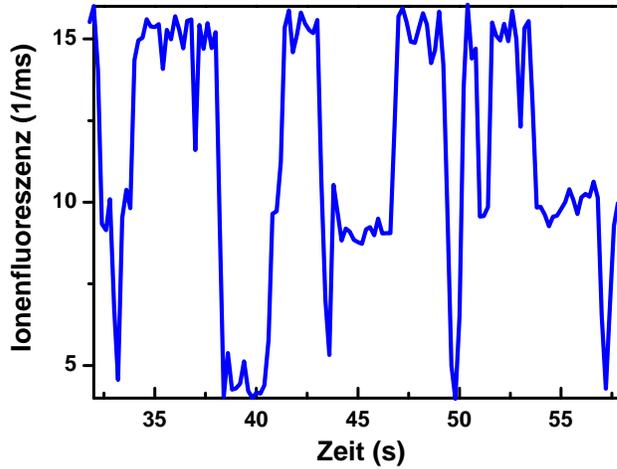


Abbildung 7.5: Messung der Ionenzahl mittels der Quantensprungmethode. Hier befinden sich zwei Ionen in der Falle.

0.2/ms.

Die Kühlung der Ionen erfolgt wie in Kapitel 2.4 beschrieben: In die Speicherregion wird horizontal und vertikal ein gegenüber dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang rotverstimmter UV-Laser eingestrahlt. Die erreichte Temperatur wurde aus der Lokalisierung eines Ions in der longitudinalen Feldverteilung eines UV-Resonators berechnet und liegt mit $600 \mu\text{K}$ nur etwas über dem Dopplerlimit (0.5 mK) [71]. Um die Anzahl der Ionen in der Falle zu bestimmen, wird ein Laser auf dem Übergang $P_{3/2} \rightarrow D_{3/2}$ eingestrahlt [131]: $P_{3/2}$ kann spontan nach $D_{5/2}$ zerfallen. Die Lebensdauer dieses Zustands ist ca. 1 s – während dieser Zeit gibt das Ion kein Fluoreszenzsignal ab. Da die Ionen unabhängig voneinander zerfallen, ändert sich das Fluoreszenzsignal in Stufen entsprechend der Zählrate eines Ions. Bei kleiner Ionenzahl kann bei geeignet gewählter Intensität des Lasers aus der Anzahl der Sprungstufen die Ionenzahl abgelesen werden, wie in Abb. 7.5 zu sehen. Dies ist allerdings nur der Fall, wenn die Anregung nicht zu häufig stattfindet (d.h. die Leistung des 850 nm-Lasers nicht zu groß ist), andernfalls sind die Stufen nicht ausgeprägt genug.

7.3 Mikrobewegungskompensation

Wenn sich die Ionen nicht auf der (RF-)feldfreien Fallenachse befinden, führen sie erzwungene Schwingungen aus (Mikrobewegung, siehe Kapitel 2). Um diese Ionenbewegung zu verhindern, müssen alle Störfelder, die eine Verschiebung der Ionen aus dem Minimum des Pseudopotentials verursachen, durch Anlegen zusätzlicher DC-Spannungen an die RF-Elektroden ausgeglichen werden. Zur Kompensation der Mikrobewegung muß diese natürlich detektiert werden, weshalb im folgenden auf ihren Einfluß auf das Ionenspektrum (bei starker Mikrobewegung) bzw. auf eine Möglichkeit der Messung der Mikrobewegung mit kleiner Amplitude eingegangen wird.

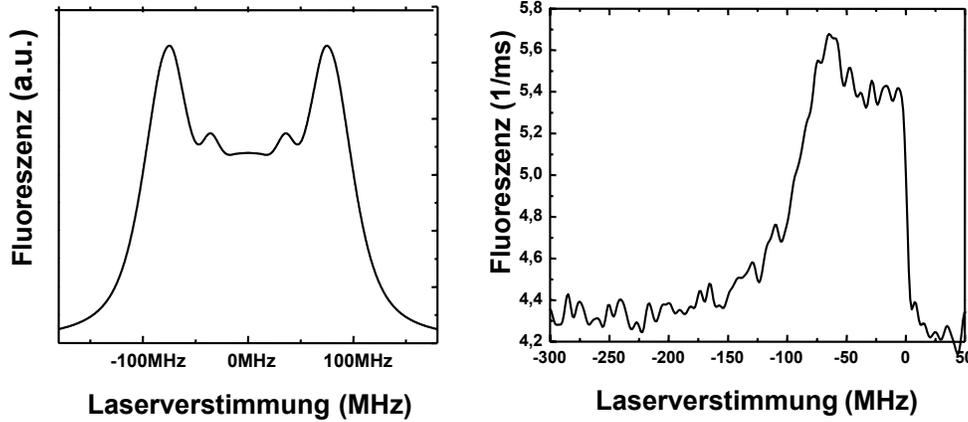


Abbildung 7.6: Spektrum eines Ions mit starker Mikrobewegung bei schwacher Bindung. Die linke Kurve wurde berechnet, die rechts dargestellte gemessen. Der Abfall hier tritt wegen des Aufheizens der Ionen bei blauverstimmtem UV-Laser auf.

Das lorentzförmige Spektrum der Breite Γ eines einzelnen Ions wird durch die Säkularbewegung verbreitert. Die Mikrobewegung des Teilchens führt in seinem Ruhesystem zu einer Frequenzmodulation des Laserlichts, die Anregung erfolgt nicht nur mit der Trägerfrequenz ω_l , sondern auch mit Seitenbändern der Frequenzen $\pm n\Omega$ (Ω ist die Fallenfrequenz). Die dadurch resultierenden Seitenbänder im Anregungsspektrum werden bei schwacher Bindung ($\Gamma \gg \Omega$) nicht aufgelöst, das Spektrum besteht aus einer Überlagerung sättigungsverbreiteter Lorentzlinien [71]:

$$I(\Delta) = A \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_{th}^2}\right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(M)}{(\Delta - kv + n\Omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 (1 + S)} \cdot dv \quad (7.1)$$

S ist dabei der Sättigungsparameter des Ruhespektrums, J_n die Besselfunktion n -ter Ordnung und $M = kx_0$ der Modulationsindex. k ist der Betrag des Wellenvektors des Übergangs und x_0 die Amplitude der Mikrobewegung. Der Parameter A ist eine Normierungskonstante. v ist die Geschwindigkeit des Ions entlang des Laserstrahls und σ_{th} die mittlere thermische Geschwindigkeit des Ions mit $\sigma_{th} = \sqrt{\frac{2k_B \cdot T}{m}}$. Allerdings ist es nur bei einer Mikrobewegungsamplitude von mehr als 100 nm möglich, aus der Form des Anregungsspektrums auf letztere zu schließen. Bei kleiner Mikrobewegung wird direkt die Modulation der Fluoreszenzintensität gemessen, die aufgrund des Dopplereffekts auftritt (die Modulation der Verstimmung muß dabei klein im Vergleich zur Verstimmung des Lasers und der Breite des Spektrums sein) [71]:

$$I_{\text{kor}}(\Delta\nu_0, t) = I(\Delta\nu_0) + \left. \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\Delta\nu_0} \cdot \vec{k} \cdot \vec{x} \Omega \cos(\Omega t). \quad (7.2)$$

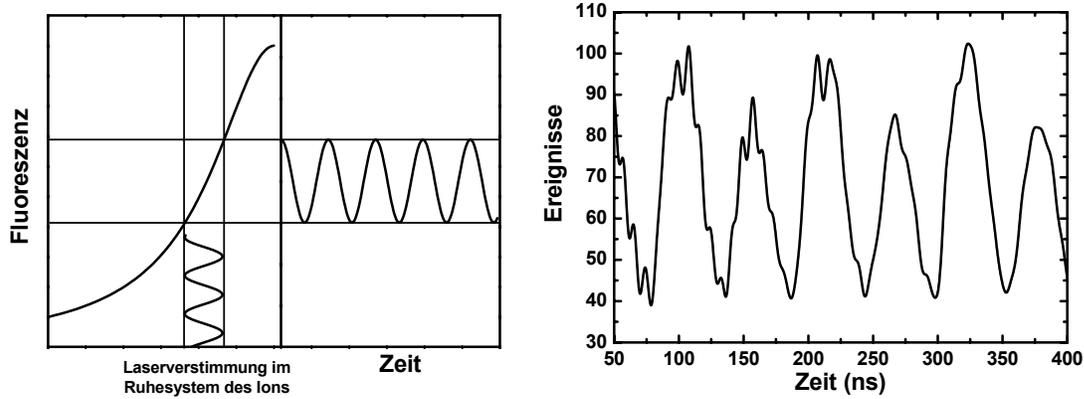


Abbildung 7.7: Auf der linken Seite ist schematisch die Ursache der Modulation der Fluoreszenz dargestellt: Die Mikrobewegung führt im Ruhesystem des Ions zu einer periodischen Laserverstimmung, die wiederum zu einer Intensitätsmodulation führt. Rechts ist ein gemessenes Histogramm mit dieser Modulation abgebildet.

$\Delta\nu_0$ ist die Verstimmung des Lasers gegenüber der Resonanzfrequenz des ruhenden Ions, $I(\Delta\nu_0)$ das Frequenzspektrum. Der Dopplereffekt moduliert die Verstimmung $\Delta\nu(t)$ der Resonanz relativ zum Laser, wobei

$$\Delta\nu(t) = \vec{k} \cdot \vec{x} \Omega \cos(\Omega t) \quad (7.3)$$

gilt.

Bei einem lorentzförmigen Spektrum ist die optimale Verstimmung zur Messung der Mikrobewegungsamplitude $\Delta\nu_0 = \frac{\Gamma}{2}$, da hier die Flanke am steilsten ist. Weil die Mikrobewegung im Gegensatz zur Säkularbewegung oder thermischen Bewegung an die Phase des Fallenfeldes gekoppelt ist, ist auch die durch sie verursachte Intensitätsmodulation der Fluoreszenz und somit die Wahrscheinlichkeit, ein Photon zu detektieren, damit korreliert. Gemessen wird also die Fluoreszenzrate des Ions in Abhängigkeit der Phase des Fallenfeldes, wobei ein Time-to-Digital-Konverter (ACAM) durch ein vom Photomultiplier nachgewiesenes Photon gestartet und bei einer festen Phase des Fallenfeldes gestoppt wird. Die Zeiten zwischen Start- und Stop-Signalen werden in ein Histogramm eingetragen und zeigen aufgrund der Mikrobewegung eine Modulation (siehe Abb. 7.7 – durch Einsatz eines Frequenzteilers (Abb. 7.8) können mehrere Perioden gemessen werden). Für die Amplitude A dieser Modulation gilt [71]

$$A = \Delta t \frac{T_{\text{Mess}}}{\pi} \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 I_{\text{max}} \Delta\nu_0}{\left[\Delta\nu_0^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right]^2} \cdot \vec{k} \cdot \vec{x} \Omega^2 \quad (7.4)$$

T_{Mess} ist die Dauer der Messung, Δt die Breite eines Kanals des Histogramms. Gl. (7.4) gilt auch für sättigungsverbreiterte Spektren, wobei dann Γ durch $\Gamma\sqrt{1+S}$

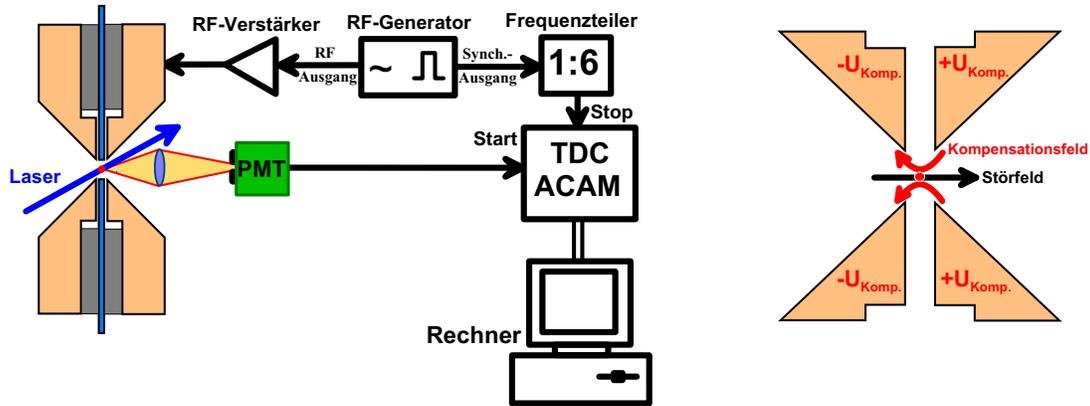


Abbildung 7.8: Links: Aufbau zur phasensensitiven Messung der Fluoreszenz. Rechts: Zur Kompensation der Störfelder werden an die RF-Elektroden zusätzlich entsprechende Gleichspannungen angelegt.

(S ist der Sättigungsparameter) ersetzt werden muß.

Die Genauigkeit der Messung hängt lediglich von der Meßzeit ab; im Experiment wird allerdings nicht über einen bestimmten Zeitraum gemessen, sondern es wird eine feste Anzahl an Start-Stop-Ereignissen vorgegeben. Bei einer Fallenfrequenz von $\frac{\Omega}{2\pi} = 12$ MHz und einer gemessenen Breite des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs von $\Gamma_{\text{Mess}} = 30$ MHz kann die Mikrobewegungsamplitude für 20000 Ereignisse mit einer Genauigkeit von 15 nm bestimmt werden.

Der Punkt mit minimaler Mikrobewegung wird bestimmt, indem man die Messung an drei verschiedenen Positionen wiederholt: Das Ion wird dazu durch Anlegen von DC-Spannungen an die RF-Elektroden in Richtung des Laserstrahles verschoben. Der durch lineare Interpolation bestimmte Nulldurchgang der Bewegungsamplitude stellt den Punkt mit optimal kompensierter Mikrobewegung dar. Da die Methode auf dem Dopplereffekt erster Ordnung beruht, kann nur die Mikrobewegung in Richtung der Achse des anregenden Laserstrahls gemessen und dann kompensiert werden. Für eine vollständige Mikrobewegungskompensation benötigt man somit drei Laserstrahlen aus unterschiedlichen Richtungen – bei einer idealen linearen Falle reichen aufgrund der Translationssymmetrie entlang der Fallenachse zwei Laser mit nicht kollinear Projektion auf die Ebene senkrecht zur Fallenachse aus.

7.4 Der Resonator

7.4.1 Aufbau

Die Spiegel bestehen aus zylinderförmigen Quarzsubstraten mit 3 mm Durchmesser und einer Länge von 10 mm. Ein Ende ist konisch auf einen Durchmesser von

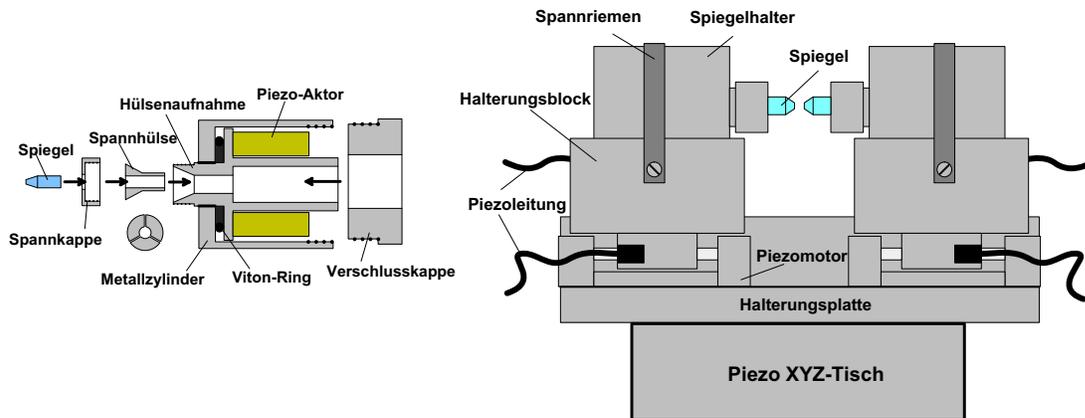


Abbildung 7.9: Aufbau des Resonatorhalters mit den Piezomotoren zur Verschiebung der Spiegel. Im linken Teil ist die Spiegelaufnahme genauer dargestellt. Die Spiegelhalter sind über Spannbänder in den V-Nuten der Halteblöcke fixiert.

1 mm reduziert, die Endfläche konkav mit einem Krümmungsradius von 10 mm poliert und reflektionsbeschichtet. Das gegenüberliegende Ende ist mit einer Antireflexbeschichtung versehen. Durch diese Substratform können zum einen die Spiegel gut gehalten werden, zum anderen ermöglicht die Anpassung an die Fallengeometrie sehr kleine Resonatorlängen bis zu 0.8 mm. Auf die Probleme bei kleinen Spiegelabständen wird in Abschnitt 7.5 eingegangen.

Bei den in Kapitel 8 vorgestellten Messungen mit zwei Ionen hatte der Einkoppelspiegel für $\lambda = 866$ nm eine Transmissivität von 5 ppm, der Auskoppelspiegel 600 ppm. Bei einer Finesse von $\mathcal{F} = 10\,000$ und $\lambda = 866$ nm muß die Resonatorlänge auf 8 pm konstant gehalten werden (dies entspricht $1/10$ der Linienbreite des Resonators). Die Halterung für diesen Experimentalresonator ist ausführlich in [71] beschrieben. Hier sei deshalb nur kurz auf die wichtigsten Aspekte eingegangen:

Um den Einfluß mechanischer Schwingungen zu reduzieren, sind Falle und Resonator auf einer passiven Vibrationsisolation gelagert, die aus vier sechsstufigen Dämpfungsgliedern aus Viton-Ringen und Edelstahlplatten besteht.

Der Auskoppelspiegel kann durch Anlegen einer Spannung an einen Piezo-Aktor verschoben werden (67 nm/V). Damit ist eine Durchstimmung um mehrere freie Spektralbereiche möglich. Der Piezoaktor des Einkoppelspiegels hat einen Ausdehnungskoeffizienten von 0.67 nm/V, das Regelsignal der Längenstabilisierung des Resonators (siehe Abschnitt 7.4.2) liegt also deutlich über dem elektronischen Rauschen.

Die Halterungsblöcke der Spiegel sind jeweils auf einen Piezomotor montiert, der um 4.8 mm verfahren werden kann. Die Resonatorlänge ist so von 0.8 bis 10.4 mm variierbar, wobei der kleinstmögliche Abstand durch die Fallenelektroden nach unten begrenzt ist (siehe Abb. 7.9).

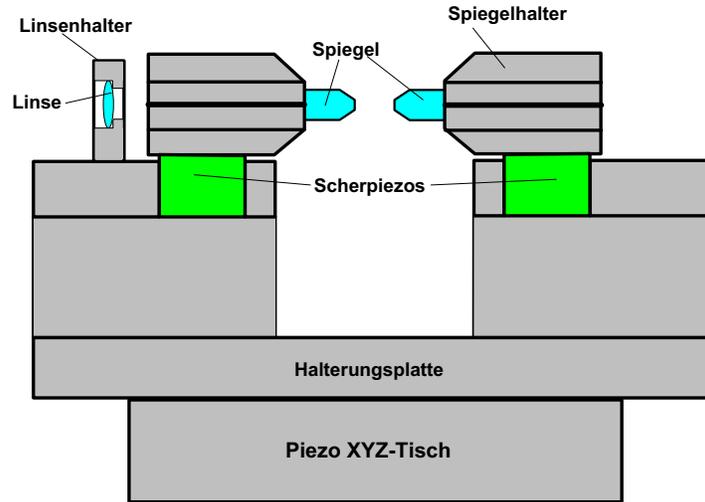


Abbildung 7.10: Bei dieser Halterung wurde aus Stabilitätsgründen auf die Piezomotoren verzichtet. Eine Linse hinter dem Auskoppelspiegel fokussiert das Licht aus dem Resonator.

Der gesamte Resonator befindet sich auf einem XYZ-Piezo-Tisch mit einem Verschiebeweg von $100 \mu\text{m}$ in alle drei Raumrichtungen. Dadurch kann die Position des Resonators relativ zur Lage der Ionen in der Falle verändert werden. Dies ist wichtig, da die Teilchen selbst nur axial in der Falle verschoben werden können, ohne Mikrobewegung anzuregen.

Wie in Kapitel 8 beschrieben, erfordert die Unterdrückung der Spontanemission wegen $\Gamma_{\text{eff}} \sim 1/\Delta^2$ eine große Ramanverstimmung. Damit die effektive Kopplung $g_{\text{eff}} \sim 1/\Delta$ nicht unter die Resonatorzerfallsrate $\kappa \sim 1/\mathcal{F}$ sinkt, ist ein Resonator größerer Finesse notwendig. Deshalb wurde der Auskoppelspiegel durch einen mit einer kleineren Transmissivität (150 ppm statt bisher 600 ppm) ersetzt. Damit steigt natürlich, wie bereits erwähnt, auch die Anforderung an die Längenstabilisierung. Bei der neu implementierten Spiegelhalterung wurde daher auf die Slip-Stick-Piezomotoren verzichtet, um bessere passive Stabilität zu erhalten. Die Resonatorlänge wird damit bis auf den Verschiebeweg der Scherpiezos unter den Spiegelhaltern (wenige μm) beim Einbau festgelegt. Der Aufbau ist in Abb. 7.10 schematisch dargestellt. Auch dieser Resonator ist auf dem XYZ-Tisch montiert (Verschiebeweg jeweils $100 \mu\text{m}$).

7.4.2 Längenstabilisation des Resonators

Wie bereits im letzten Abschnitt besprochen, ist eine Längenstabilisierung auf 2 pm erforderlich. Durch passive Stabilisierung kann dies nicht erreicht werden. Deshalb muß die Resonatorlänge auf einen Referenzlaser aktiv stabilisiert werden. Dabei ist darauf zu achten, daß der Stabilisierungslaser so weit gegenüber

der Resonanz des Ionenübergangs verstimmt ist, daß er keinen Einfluß auf die Messung ausübt. Allerdings darf seine Wellenlänge auch nicht zu weit entfernt sein, da die Reflektivität der Resonatorspiegel für den Stabilisierungslaser noch hoch genug sein muß – sie legt die Linienbreite des Experimentalresonators für den Stabilisierungslaser und damit die erreichbare Genauigkeit fest.

7.4.2.1 Stabilisierung mit dem 894 nm-Laser

Der Stabilisierungslaser bei 894 nm ist 28 nm gegen den $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang verstimmt. Der Einfluß auf das Ion ist deshalb zu vernachlässigen. Die Stabilisierung des Lasers wurde bereits in Abschnitt 6.3.2.2 beschrieben.

Vor der Einkopplung in den Experimentalresonator durchläuft der Strahl einen AOM, mit dem man die Frequenz des Lasers in Resonanz mit einer transversalen Mode höherer Ordnung des Resonators bringen kann.

Aufgrund der Phasenmodulation der optischen Rückkopplung der Laserstabilisierung tritt eine Frequenzmodulation auf, die das Transmissionsignal des Resonators moduliert. Wird dieses Signal phasensensitiv verstärkt (wobei die Referenz das Modulationssignal der Laserstabilisierung ist), erhält man auf der Resonanz des Resonators ein Fehlersignal, das über einen PI-Regler an den Piezo-Aktor des Experimental-Resonators gegeben wird und dessen Länge stabilisiert.

Für die Resonatorstabilisierung ist eine transmittierte Leistung von 1 nW ausreichend, was bei den verwendeten Spiegeln (600 ppm und 5 ppm Transmissivität) einer Leistung von 1.5 μ W im Resonator entspricht.

Eine vierstufige Filteranordnung trennt hinter dem Resonator das 866 nm- und 894 nm-Signal (siehe Abb. 7.11), so daß auf die Avalanche-Photodiode 78% der 866 nm-Photonen auftreffen, die Intensität der 894 nm-Strahlung aber um einen Faktor 10^{-11} abgeschwächt wird [71].

Die Stabilität dieses Verfahrens wurde in [71] aus den Schwankungen des Fehlersignals vor dem PI-Regler bestimmt: Die Abweichung dieses Signals von 0 V erlaubt eine Aussage über die Längenfluktuationen des Resonators. Gemessen wurde eine Frequenzstabilität von 46 kHz gegenüber dem Referenzlaser.

7.4.2.2 Stabilisierung mit dem 920 nm-Laser

Diese Stabilisierung ist nicht analog zu der des 894 nm-Laser möglich – die Modulationstiefe des 920 nm-Lasers durch das optische Feedback (siehe Kapitel 6.3.2.3) auf der Resonanz ist zu klein. Deshalb wird der Laserstrahl vor der Einkopplung in den Experimentalresonator durch einen EOM phasenmoduliert, um dann mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren ein Fehlersignal zu liefern [132] [133]. Allerdings kann dieses nicht, wie im Normalfall, aus dem Reflektionssignal vor dem Resonator gewonnen werden: Aufgrund der schlechten Impedanzanpassung (5ppm

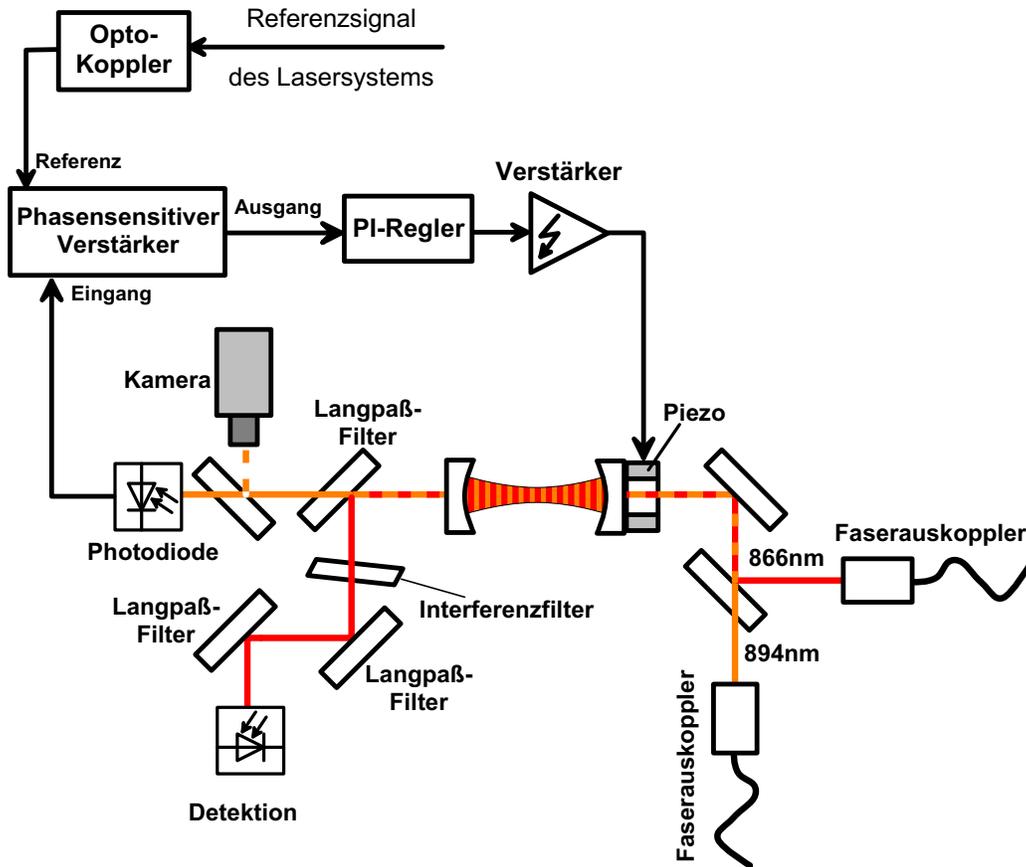


Abbildung 7.11: Längenstabilisierung des Resonators im 'far detuned'-Lock. Eine vierstufige Filteranordnung trennt das Licht des 894 nm-Stabilisierungslasers vom 866nm-Laser.

Einkoppelspiegel) gibt es auf der Resonanz einen hohen Reflektionsuntergrund gegenüber einem relativ kleinen Dip der Seitenbänder. Dieses Problem tritt beim Transmissionssignal nicht auf. Hier muß aber beachtet werden, daß ein Phasenunterschied von 180 Grad zwischen den Seitenbändern nur bei großem Abstand der Seitenbänder vom Träger gegeben ist, dann deren Transmissionssignal aber kleiner ist. Bei Annäherung der Seitenbänder an den Träger nimmt der Phasenunterschied ab, daraus resultiert ein kleineres Fehlersignal.

Abb. 7.12 zeigt das Transmissionssignal des Experimentalresonators (Auskoppelspiegel 150 ppm) für verschiedene Wellenlängen mit dem ersten Seitenband der EOM-Modulation. Die Linienbreite δ_{res} nimmt, wie aufgrund der Reflektionsbeschichtung der Spiegel zu erwarten, im Bereich > 900 nm stark mit der Wellenlänge zu. Für 934 nm ist $\delta_{\text{res}}=9.5$ MHz, für 924 nm gilt $\delta_{\text{res}}=6.8$ MHz und bei 919 nm nimmt die Linienbreite auf 3.6 MHz ab. Das Leistungsspektrum der Laserdiode zeigt aber ab ~ 920 nm zu kürzeren Wellenlängen hin einen Leistungseinbruch. Auch bei an sich ausreichender Absolutleistung ist dann die optische

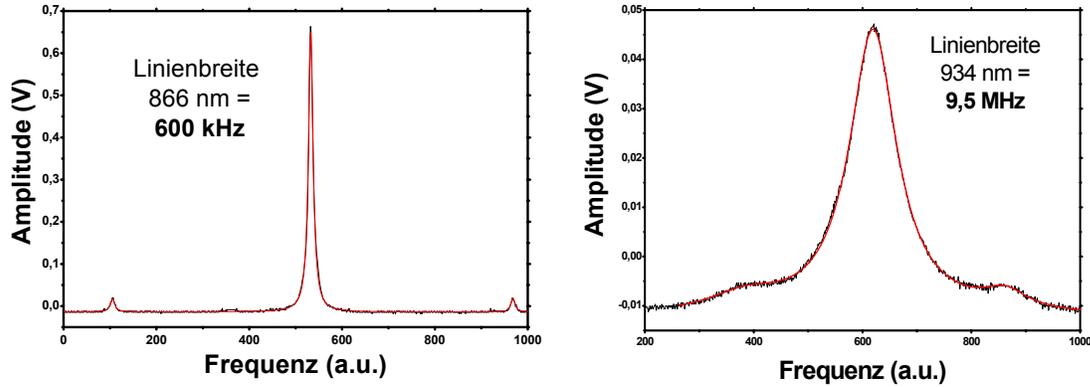


Abbildung 7.12: Transmissionssignal des Experimentalresonators für 866 und 934 nm. Neben dem Träger sind die Seitenbänder 1. Ordnung der EOM-Modulation mit 22 MHz zu sehen.

Rückkopplung instabil. Es wurde deshalb ein Kompromiß knapp über 920 nm gewählt.

Die Phasenmodulation durch den EOM erfolgt mit der Frequenz Ω und dem Modulationsindex δ , für das elektrische Feld gilt danach $E(t) = E_0 \exp(i(\omega t + \delta \sin \Omega t))$. Dies kann nach einer Entwicklung in einer Fourierreihe auch geschrieben werden als

$$E(t) = E_0 \sum_{n \in \mathbb{Z}} J_n(\delta) e^{i(\omega + n\Omega)t}. \quad (7.5)$$

Die Besselfunktionen $J_n(\delta)$ wachsen für kleines δ wie δ^n , so daß für geringen Modulationsindex $\delta \ll 1$ nur der Träger (ω) und die nächstliegenden Seitenbänder ($\omega \pm \Omega$) betrachtet werden müssen. Das durch den Resonator transmittierte Feld ist

$$E_{\text{trans}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1-R}{1-(R \cdot e^{i\delta(\Delta)})} J_0 + \frac{1-R}{1-(R \cdot e^{i\delta(\Delta+\Omega)})} J_1 e^{i\Omega t} - \frac{1-R}{1-(R \cdot e^{i\delta(\Delta-\Omega)})} J_1 e^{-i\Omega t} \right), \quad (7.6)$$

wobei $R = r_1 r_2$ die Spiegelreflektivität und Δ die Verstimmung der Laserfrequenz gegenüber der Resonatorfrequenz ist.

Von der Photodiode wird $|E_{\text{trans}}|^2 = E_{\text{trans}}^* E_{\text{trans}}$ detektiert. Die phasenempfindliche Demodulation am Mischer (siehe Abb. 7.13) entspricht einer Multiplikation des Signals mit $\sin(\Omega t + \phi)$. Der Gleichstromanteil des Fehlersignals ist

$$U_{\text{trans}} = J_0 J_1 |E_{\text{trans}}|^2 \cos \phi, \quad (7.7)$$

wobei ϕ die Phasenverschiebung zwischen den Seitenbändern ist. Das Regelsignal wird vom PI-Regler über einen Hochspannungsverstärker an den Piezoaktor (Ausdehnung 0.67 nm/V) des Einkoppelspiegels gegeben (siehe Abb. 7.13).

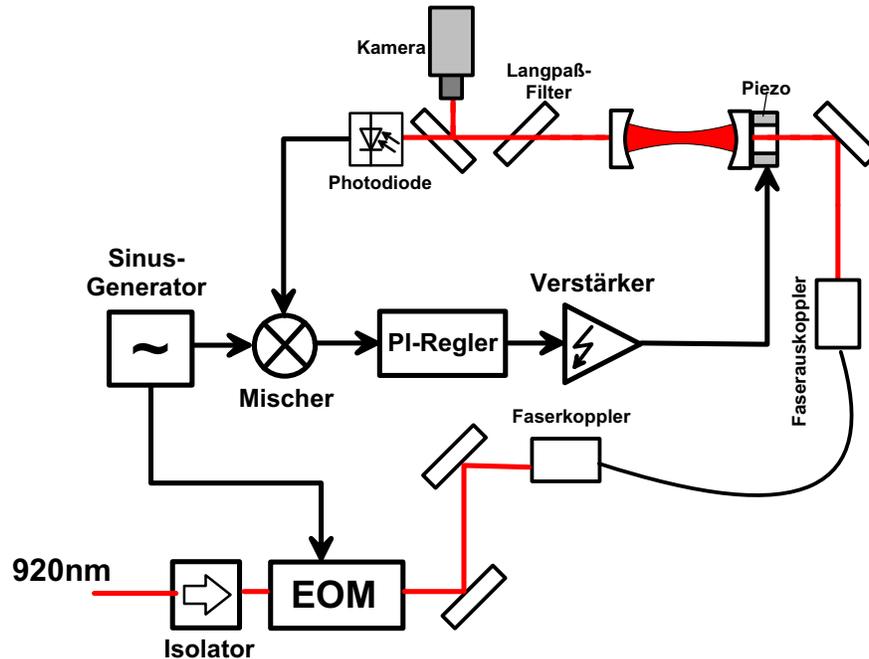


Abbildung 7.13: Längenstabilisierung des Experimentalresonators mit einem Laser bei 920 nm.

Abb. 7.14 zeigt Transmissions- und Fehlersignal gemessen mit einer Laserleistung von $\sim 10 \mu\text{W}$ bei einer Wellenlänge $\lambda = 924 \text{ nm}$. Die Darstellung ist nicht maßstäblich: Der Transmissionspeak ist 1.6 V hoch, das über jeweils zehn Meßwerte geglättete Fehlersignal ist 15 mVpp groß.

Die Stabilität der Längenstabilisierung wird aus der Schwankung des Fehlersignals bestimmt (siehe Abb. 7.15): Die über einen Zeitraum von 10 s gemessene Breite der Verteilung des Fehlersignals liegt bei 1.1 mV. Die Linienbreite des Resonators ist für $\lambda = 924 \text{ nm}$ 6.8 MHz, d.h. die Breite entspricht einer Stabilität von 500 kHz.

7.5 Einfluß der Resonatorspiegel auf das Speicherfeld

Durch Trennung von Lade- und Resonatorregion in der linearen Falle und Photoionisation des atomaren Kalziums wird eine Aufladung der Resonatorspiegel verhindert. Trotzdem kann ein Einfluß der Spiegel auf die Speicherung des Ions beobachtet werden: Wird ein Spiegel näher zur Fallenachse gebracht, vergrößert sich die Amplitude der Mikrobewegung. Das bedeutet, daß das Ion sich nicht mehr im Minimum des Pseudopotentials befindet. Um das Ion wieder in den Ursprung des Potentials zu bringen, wird eine DC-Spannung an die

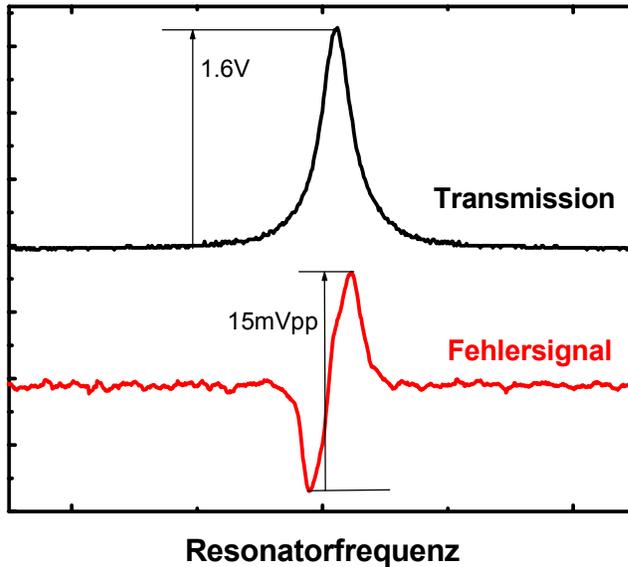


Abbildung 7.14: Transmissions- und Fehlersignal des 920 nm-Lasers aus dem Experimentalresonator. Das Fehlersignal (15 mVpp) ist gegenüber der Transmission (max. 1.6 V) stark vergrößert dargestellt.

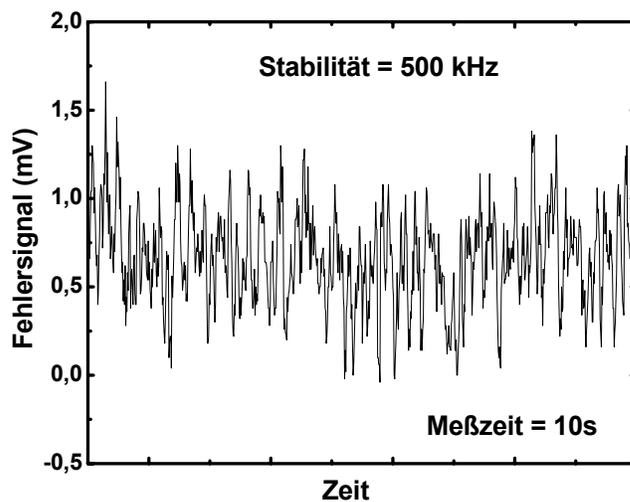


Abbildung 7.15: Schwankung des Fehlersignals, aus dem die Längenstabilität bestimmt wird.

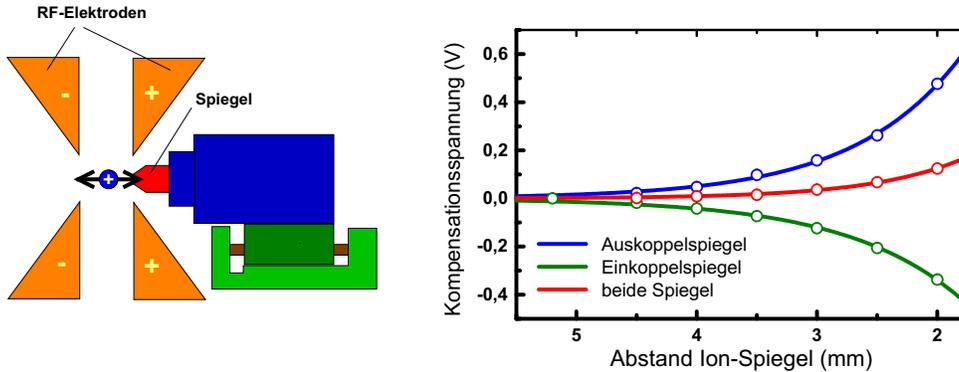


Abbildung 7.16: Änderung der Mikrobewegungskompensation in Abhängigkeit vom Abstand der Spiegel zum Fallenzentrum.

RF-Elektroden angelegt. Diese Kompensationsspannung ist in Abb. 7.16 in Abhängigkeit vom Spiegelabstand aufgetragen. Wird nur einer der Spiegel (Ein- oder Auskoppelspiegel) zur Fallennitte bewegt, steigt die benötigte Ausgleichsspannung bei einem Abstand unter 3 mm stark an. Selbst bei Verschiebung beider Spiegel verschiebt sich das Potential meßbar, da keine absolute Symmetrie gewährleistet werden kann.

Spiegelladungseffekte können als Ursache ausgeschlossen werden. Das Ion vor dem Spiegel stellt zwar eine Punktladung vor einer dielektrischen Oberfläche dar – schätzt man allerdings das aus der Spiegelladung resultierende elektrische Feld ab, stellt sich heraus, daß es gegenüber dem Feld der angelegten Kompensationsspannung vernachlässigt werden kann: In einem Abstand von 2 mm vom Spiegel beträgt die Feldstärke der Spiegelladung auf der Fallennachse $E = 6 \cdot 10^{-12}$ V/m, eine Kompensationsspannung von 100 mV erzeugt bereits ein Feld von etwa 50 mV/m.

Einen weit größeren Einfluß hat die Deformation des Fallenfeldes durch das Dielektrikum. Dieser wurde mit Hilfe des Finite-Elemente-Programms FEMLAB untersucht. Dazu gibt man einen Ausschnitt der Fallenelektroden um die Resonatorregion im Programm als 3D-Modell ein und legt die Randbedingungen fest (siehe Abb. 7.17). Die DC-Elektroden werden geerdet, die RF-Elektroden liegen auf ± 400 V. Das Pseudopotential wird aus dem statischen Potentialverlauf über $V_{\text{pseudo}} = (e|\nabla\Phi|^2)/(4m\Omega^2)$ (Gl. (2.21)) berechnet. Um den Ursprung läßt es sich durch eine Parabel $V_{\text{pseudo}} = a(x - x_{01})^2$ nähern.

Jetzt wird zusätzlich ein Dielektrikum, das der Form des vorderen Spiegelstücks entspricht, von der Seite in das Feld gebracht und immer näher an das Fallenzentrum geschoben. Wie in Abb. 7.18 zu sehen ist, ändert sich die Lage des Pseudopotentialminimums: Es bewegt sich zum Spiegel hin.

Auch die abstoßende radiale Komponente des statischen Speicherpotentials der DC-Elektroden (zur Speicherung in axialer Richtung – siehe Abschnitt 2.2.2) wurde bei der Berechnung des Effektes der Spiegel auf das Fallenfeld untersucht.

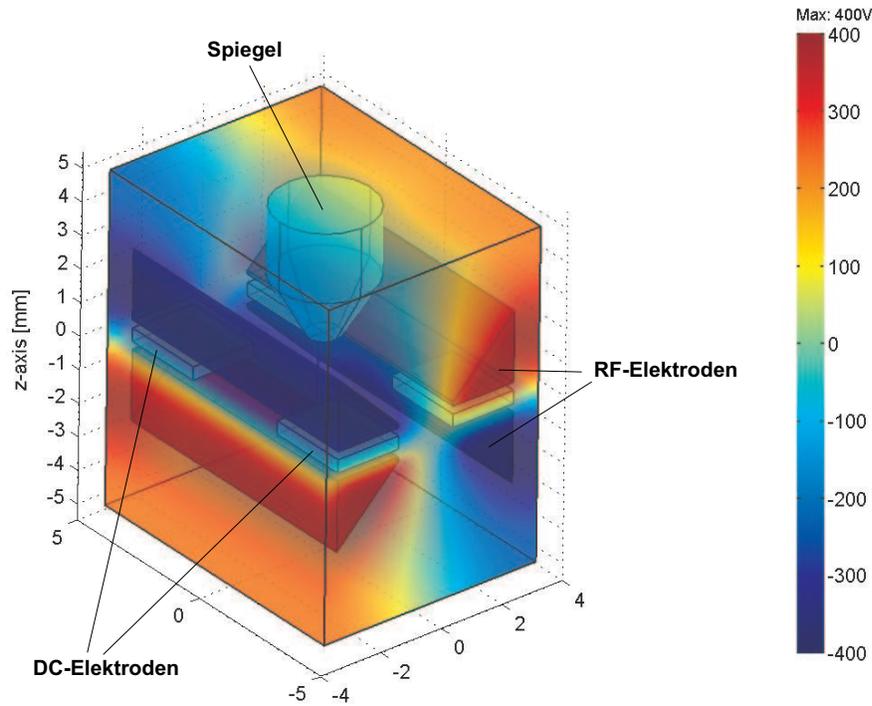


Abbildung 7.17: Modell der Falle zur Berechnung der Speicherfelder mit dem Finite-Elemente-Programm FEMLAB.

Die Geometrie bleibt unverändert, jetzt werden die RF-Elektroden auf 0 V und die DC-Elektroden auf 20 V Gleichspannung gelegt. Das 'antspeichernde Potential' folgt in der Nähe des Fallenzentrums dem Verlauf $V_{DC} = -b(x - x_{02})^2 + c$. Auf der rechten Seite von Abb. 7.18 erkennt man, daß sich das Maximum der Parabel des DC-Potentialsverlaufs in radialer Richtung vom Spiegel weg verschiebt.

Das Minimum des Gesamtpotentials ($V_{ges} = V_{pseudo} + V_{DC}$) bewegt sich mit abnehmendem Spiegelabstand zum Dielektrikum hin, allerdings nicht so stark wie das Pseudopotential. Durch Anlegen der Kompensationsspannung wird das Gesamtpotential so geändert, daß das Maximum des DC-Potentials und das Minimum des Gesamtpotentials wieder mit dem Minimum des Pseudopotentials zusammenfällt – das Ion wird durch die zusätzliche Spannung vom Spiegel 'weggeschoben'. In Abb. 7.19 ist die simulierte Verschiebung des Potentialminimums in Abhängigkeit des Spiegelabstandes aufgetragen – unter einem Spiegelabstand von ≤ 1.5 mm kommt es zu einer exponentiellen Zunahme. Im Experiment kam es bereits bei einem Abstand von < 4 mm zum Verlust des Ions.

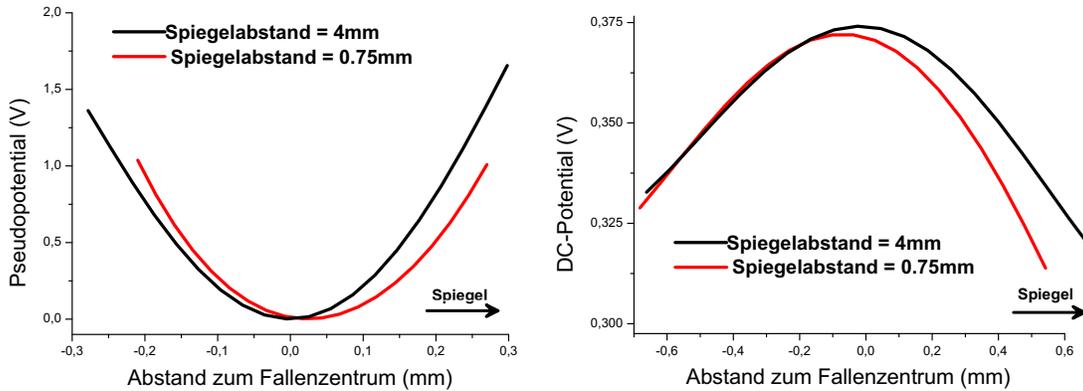


Abbildung 7.18: Simulation des Fallenfeldes für zwei unterschiedliche Spiegelabstände: Links ist das Verhalten des Pseudopotentials (radialer Einschluß), rechts der radiale Anteil der axialen Speicherung (DC-Potential) dargestellt.

Werden beide Resonatorspiegel symmetrisch in das Fallenfeld geschoben, sollte sich ihr Einfluß aufheben. Allerdings steigt die erforderliche Genauigkeit stark mit abnehmender Resonatorlänge. Experimentell wurde die symmetrische Verschiebung beider Spiegel realisiert, indem während der Lageänderung die Mikrobewegung gemessen wurde. Die Position eines der Spiegel wird so korrigiert, daß diese minimal bleibt. Aber selbst mit dieser Vorgehensweise ist die Mikrobewegung nur bei einer Resonatorlänge > 6 mm gut kompensierbar.

Ein weiteres Problem ergibt sich entlang der Fallenachse: Auch in axialer Richtung verzerrt das Dielektrikum das Speicherfeld. Abb. 7.20 stellt den Verlauf des Gesamtpotentials in horizontaler Ebene in einem (4x2) mm großen Ausschnitt dar. Bei dieser Simulation des Pseudopotentials sind die Spannungen an den Elektroden ± 400 V, was zu einem Potenzialverlauf im dargestellten Bereich von 0 V bis 5 V führt. Befindet sich das Teilchen genau auf der Achse, ist die Amplitude der Mikrobewegung immer null. Abseits der Fallenachse hängt der radiale Einschluß und die Mikrobewegung nun aber von der axialen Position des Ions ab.

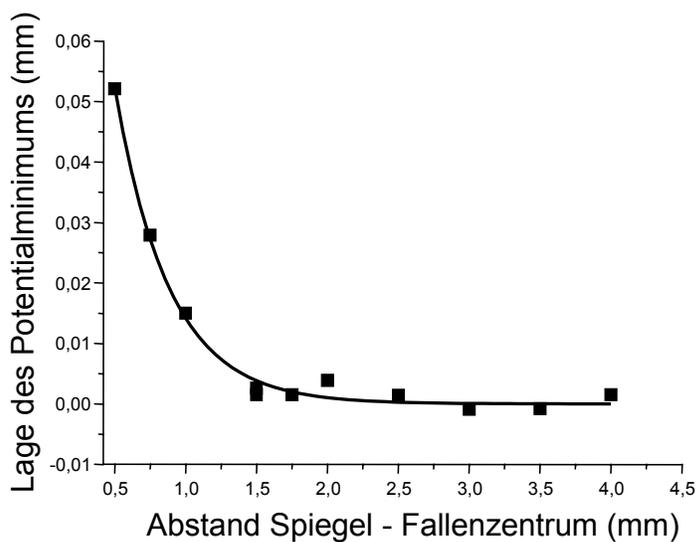


Abbildung 7.19: Änderung der Lage des Potentialminimums in Abhängigkeit des Spiegelabstandes. Unter 1.5 mm nimmt die Verschiebung exponentiell zu.

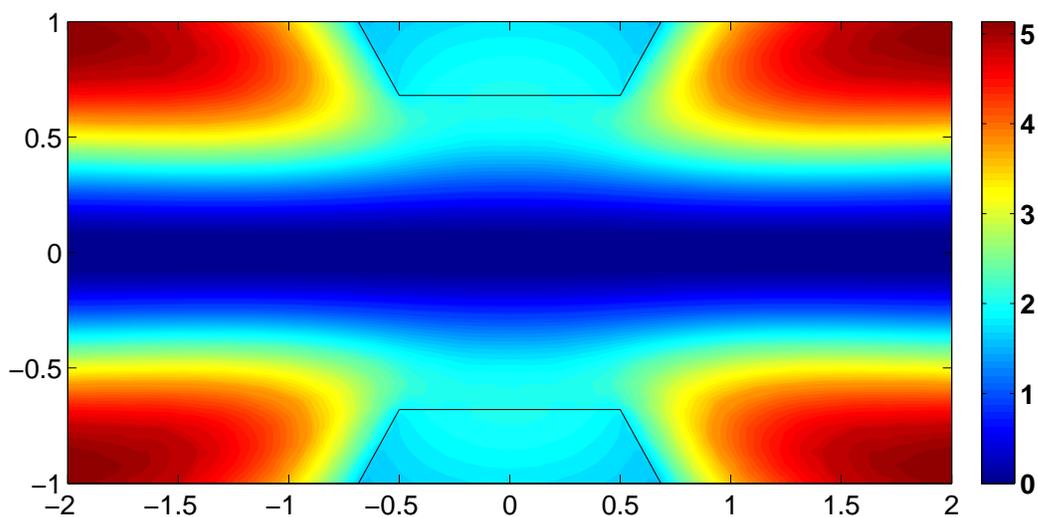


Abbildung 7.20: Änderung der Lage des Fallenpotentialminimums entlang der Fallenasse für einen Spiegelabstand von 0,68 mm in einem Bereich von 4 mm x 2 mm. Die Spiegel sind als schwarze Linien skizziert. Das Potential liegt zwischen 0 V und 5 V.

Kapitel 8

Messungen mit ein und zwei Ionen im Resonatorfeld

Der im vorangegangenen Kapitel vorgestellte Aufbau ermöglicht grundlegende Experimente zur Wechselwirkung von Licht und Materie. Wichtiger Vorteil gegenüber Systemen mit neutralen Atomen ist das hohe Maß an räumlicher und zeitlicher Kontrolle der Kopplung: Durch Messungen der Intensitätsverteilung in einem UV-Resonator (397 nm) mit einem einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion als 'Sonde' des elektrischen Feldes ('Mode Mapping') konnte bereits 2001 gezeigt werden, wie gut die Lokalisierung des Ions im Resonatorfeld ist, d.h. mit welcher Genauigkeit ein bestimmter Kopplungsfaktor g 'eingestellt' werden kann [1, 71, 75]. Messungen der stimulierten Emission in eine IR-Resonatormode bei 866 nm wiesen außerdem die zeitliche Stabilität des Systems nach [71, 134]. Aufgrund der Niveaustuktur des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions wird bei gepulster Anregung auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang nur ein IR-Photon ($P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang) in die Resonatormode emittiert. Die Implementierung und Eigenschaften dieser Einzelphotonenquelle sind in [71] beschrieben. Hier sollen nur kurz die wichtigsten Aspekte wiederholt und dann die zeitliche Stabilität im Einzelphotonenmodus vorgestellt werden.

Zum Nachweis der Unterdrückung von Mehrphotonenereignissen wurde in [71] die Kreuzkorrelation der von einem Einzelion emittierten IR-Photonen ermittelt. Da ein für verschiedene Anwendungen wichtiger Aspekt der linearen Falle die Möglichkeit, mehrere Ionen als 'Kette' mikrobewegungsfrei zu speichern und mit dem Resonatorfeld wechselwirken zu lassen, ist, wurde im Rahmen dieser Arbeit die gleiche Messung mit zwei gespeicherten Ionen wiederholt.

8.1 Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld

8.1.1 Lokalisierung des Ions im Resonatorfeld

Die maximale Kopplung g_0 zwischen Ion und Resonatorfeld wird erreicht, wenn sich das Teilchen in einem Bauch der elektromagnetischen Stehwelle befindet. Wie in Kapitel 4 für die Grundmode hergeleitet, ist

$$g_0 = \sqrt{\frac{\omega d^2}{2\hbar\epsilon_0 V_{\text{Mode}}}}. \quad (8.1)$$

In den Knoten des elektrischen Feldes verschwindet die Kopplung dagegen vollständig. Für eine Hermite-Gauß-Mode der Ordnung n, m (Feldverteilung siehe Kapitel 3) gilt für den Kopplungsfaktor $g(\vec{r})_{n,m}$:

$$g(\vec{r})_{n,m} = g_0 H_n\left(\sqrt{2}\frac{x}{w_0}\right) H_m\left(\sqrt{2}\frac{y}{w_0}\right) \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{w_0^2}\right) \cos(z|\vec{k}|). \quad (8.2)$$

H_i sind die Hermite-Gauß-Polynome, w_0 die Modentaille und $|\vec{k}|$ der Betrag des Wellenvektors. Da sowohl Vorzeichen wie auch Stärke der Kopplung von der Position des Ions in longitudinaler und transversaler Richtung abhängen, muß diese zum Maximieren der Wechselwirkung ermittelt und optimiert werden. Eine ungenügende Lokalisierung des Ions führt zu einer Schwankung der Kopplungsstärke.

Zur Bestimmung der Lage des Teilchens in der Feldverteilung bietet sich die Fluoreszenzmessung des durch das Resonatorfeld angeregten Ionenüberganges an – mit dieser Methode kann atomare Auflösung erreicht werden [71].

Dazu wird in den Resonator ein schwacher Laserstrahl eingekoppelt. Die Mode wird über die Resonatorlänge gewählt, da die Frequenz durch das Ion festgelegt wird: Ist der Laser resonant zum Ionenübergang, wird das Teilchen durch das Resonatorfeld angeregt und fluoresziert. Verschiebt man das Teilchen im Resonator bzw. den Resonator relativ zur Falle (siehe Kapitel 7.4.1) und mißt die Fluoreszenzintensität als Funktion der Ionenposition, erhält man eine Abbildung der Modenverteilung im Resonator mit einer Auflösung, die durch die Breite der Wellenfunktion des Ions gegeben ist. Das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion übernimmt die Aufgabe einer 'near field probe', die die lokale Feldstärke bei minimaler Beeinflussung detektiert. Die Anregungsrate, und damit die Fluoreszenz, ist proportional zur Intensität des elektrischen Feldes, also zu g^2 , d.h. das Vorzeichen der Kopplung kann nicht bestimmt werden.

Für schwache Eingangsleistung I_{in} gilt

$$I_{\text{flu}}(\vec{r}) \sim \frac{\eta_m g(\vec{r})^2}{\kappa^2((\Gamma/2)^2 + \Delta^2)} I_{\text{in}}, \quad (8.3)$$

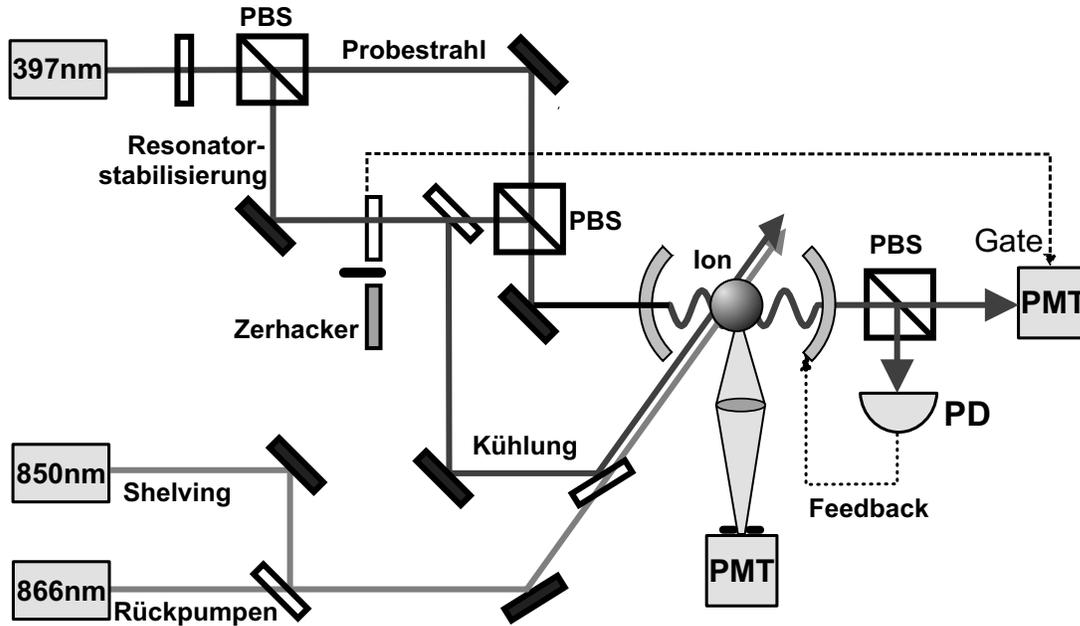


Abbildung 8.1: Schema des Aufbaus zur Messung der Intensitätsverteilung im Resonator auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions. Die Längienstabilisierung des Experimentalresonators ($L = 6$ mm, $\mathcal{F} = 3000$) erfolgt mit einem 'chopped lock' (397 nm) [71]. Um die longitudinale Stehwellenverteilung zu vermessen wird der Resonator relativ zum Ion verschoben.

mit der Resonatorzerfallskonstante κ und der Effizienz der Modenanpassung η_m (= Effizienz der Einkopplung des anregenden Laserstrahles in den Resonator). Γ ist die Zerfallsrate des Überganges, Δ die Verstimmung des Lasers von der Resonanz.

In Richtung der Resonatorachse (z-Richtung) ist die Feldverteilung eine Sinus-Welle, deren räumliche Struktur (eine stehende Welle mit der Periode $\lambda/2$) vergleichbar mit der Größe des Ionen-Wellenpaketes ist. Die Messung der Intensitätsverteilung entlang der longitudinalen Achse kann deshalb auch dazu genutzt werden, die Lokalisierung des Ions in der Falle zu bestimmen [1, 135]: Aus dem Kontrast der Stehwellenverteilung läßt sich die Ausdehnung des Wellenpaketes des Ions in der Falle berechnen. Die Genauigkeit ist umso höher, je kleiner die Wellenlänge ist. Deshalb wurde diese Messung auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (397 nm) durchgeführt [75].

Abb. 8.2 zeigt die so gemessene longitudinale Intensitätsverteilung – der Kontrast ist nicht 100%, da das Teilchen aufgrund der Breite des Ionenwellenpaketes auch dann einen gewissen Anteil des Resonatorfeldes 'sieht', wenn es sich mit seinem Schwerpunkt in einem Knoten befindet. Der Kontrast V ist also direkt mit der gemittelten Ortsausdehnung $a_z = \sqrt{\langle z^2 \rangle}$ des Teilchens in dieser Richtung

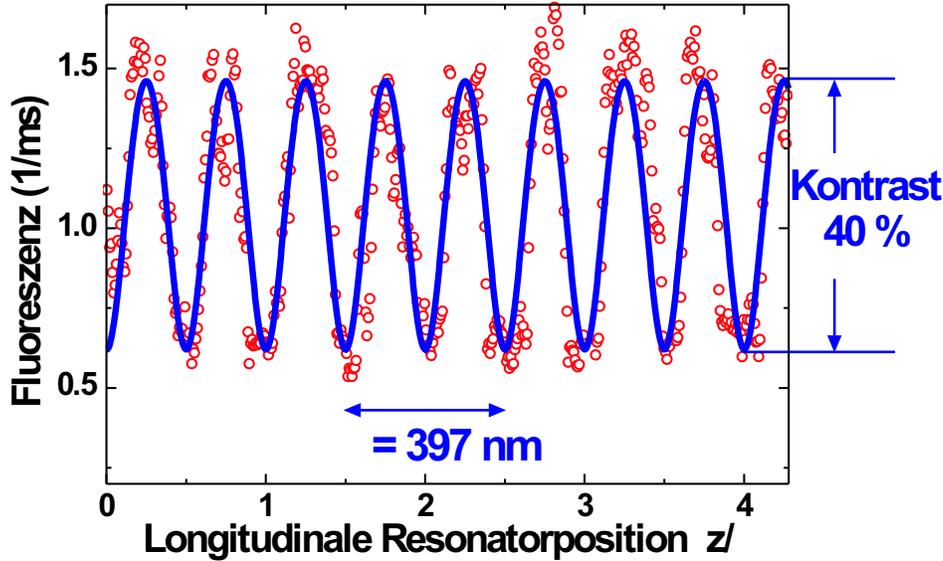


Abbildung 8.2: Longitudinale Intensitätsverteilung einer TEM_{00} -Mode. Die thermische Bewegung des Teilchens führt zu einem reduzierten Kontrast, aus dem sich die Lokalisierung des Ions bestimmen läßt.

(z-Richtung) verbunden:

$$V = \exp \left\{ -2(2\pi a_z / \lambda)^2 \right\} . \quad (8.4)$$

Der gemessene Kontrast von $V = 40\%$ entspricht $a_z = 42$ nm, was eine Unsicherheit der Ionen-Feld-Kopplung von weniger als 2% bedeutet [71]. Nimmt man ein thermisches Gleichgewicht an, liegt die Iontemperatur damit bei $600 \mu\text{K}$ und damit nur wenig über dem Dopplerkühllimit ($500 \mu\text{K}$, siehe Kapitel 5.2).

8.1.2 Stärke der Kopplung

Zur Realisierung von CQED-Experimenten wird ein Experimentalresonator eingesetzt, der mit dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang (866 nm) resonant ist. In diesem Wellenlängenbereich weisen die dielektrischen Beschichtungen der Spiegel sehr kleine Absorptions- und Streuverluste auf. Der Resonator hat Einfluß auf das Emissionsverhalten des Ions, da er die Modendichte des elektromagnetischen Feldes modifiziert. In Resonanz ist die Emissionswahrscheinlichkeit in die Resonatormode erhöht, während außerhalb der Resonanz kein Zerfallskanal zur Verfügung steht, was zur Erhöhung der Lebensdauer des Zustandes führt (Purcell-Effekt) [4]. Die endliche Transmissivität des Auskoppelspiegels ermöglicht die Untersuchung der Kopplung zwischen Ion und Lichtfeld durch die Rate, mit der Photonen aus dem Resonator emittiert werden.

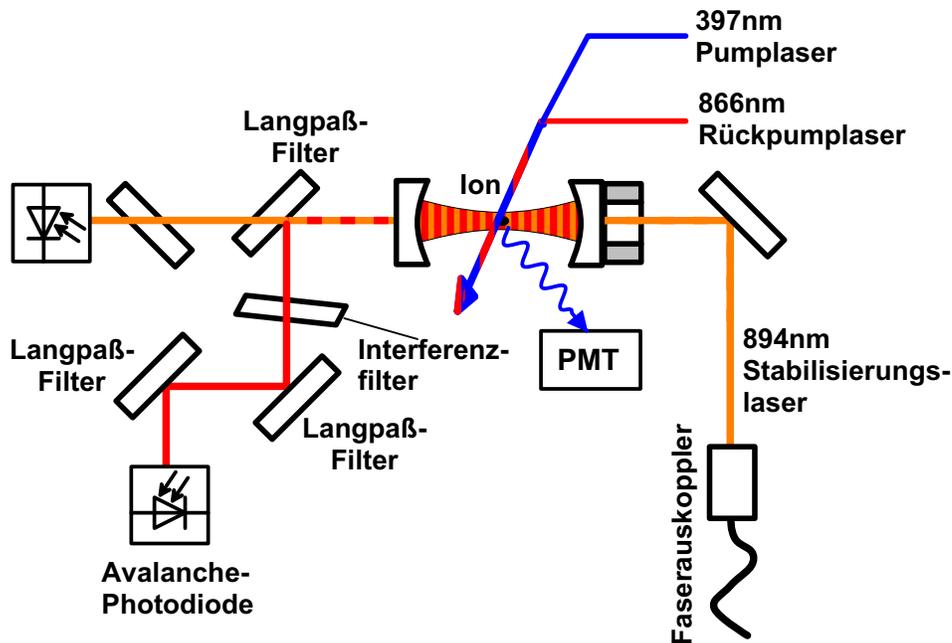
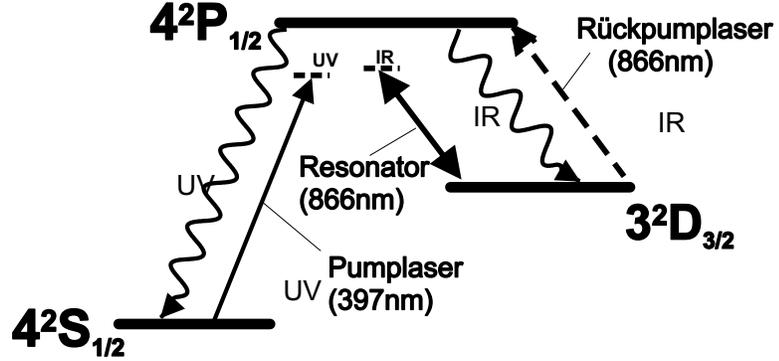


Abbildung 8.3: Das 866 nm-Licht aus dem Resonator wird nach einem Filtersystem mit einer Avalanche-Photodiode detektiert. Ein Photomultiplier fängt einen Teil des seitlich austretenden Fluoreszenzlichtes (397 nm) auf.

In [71] wurden die Raten der IR-Emission aus dem Resonator (R_{Res}) sowie der seitlich emittierten UV-Fluoreszenz (R_{UV}) gemessen. Der Resonator bestand aus einem Spiegel mit einer Transmissivität von 600 ppm (Auskoppelspiegel) und einem 5ppm-Spiegel im Abstand $L=8$ mm, was eine Linienbreite von 2.4 MHz ergibt. Der frequenzverdoppelte Ti:Sa-Laser (397 nm, Pumplaser) wurde schräg von der Seite eingestrahlt. Diesem Strahl wurde der Rückpumplaser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (866 nm) überlagert, um das langlebige $D_{3/2}$ -Niveau zu entleeren und so eine kontinuierliche Emission aus dem Resonator aufrechtzuerhalten. Die Länge des Experimentalresonators wurde wie in Abschnitt 7.4.2 beschrieben mit einem 894 nm-Laser stabilisiert.

Das austretende Licht wurde durch eine Linse fokussiert und mit weiterer Optik auf eine Avalanche-Photodiode (APD) mit einer Dunkelzählrate von 50 Hz abgebildet. Ihre Effizienz liegt für Licht mit 866 nm bei ca. 30%. Der Laser für die Längenstabilisierung des Resonators wird durch 3 Langpaß- und einen Bandpaßfilter um einen Faktor 10^{-11} abgeschwächt (siehe Abb. 8.3). Der Bandpaßfilter unterdrückt gleichzeitig auch Streulicht so stark, daß dessen Intensität unter der Dunkelzählrate der APD liegt. Dies ist wichtig, da die Diode in einem Bereich von 300 - 1100 nm empfindlich ist. Neben der Detektionseffizienz der APD führen Verluste auf der optischen Wegstrecke, insbesondere im Filteraufbau, dazu, daß insgesamt nur $\eta_{\text{Res}} = 4.6\%$ der Photonen, die den Resonator verlassen, detektiert

Abbildung 8.4:
Niveauschema
von $^{40}\text{Ca}^+$ mit
den für CQED-
Experimente wichti-
gen Übergängen.



werden. Neben der IR-Emission aus dem Resonatorausgang wird gleichzeitig auch die seitlich aus dem Resonator austretende UV-Fluoreszenz gemessen. Die Nachweiseffizienz der UV-Photonen liegt mit dem verwendeten Photomultiplier und unter Berücksichtigung des erfaßten Raumwinkels bei $\eta_{\text{UV}} = 0,08\%$.

Pumpstrahl und Resonator sind vom oberen $P_{1/2}$ -Niveau typischerweise zwischen 10 und 30 MHz um den gleichen Wert verstimmt ($\Delta_{\text{UV}} = \Delta_{\text{IR}} = \Delta$), d.h. Pumpfeld und Resonatorfeld sind in Ramanresonanz bezüglich der Niveaus $S_{1/2}$ und $D_{3/2}$. Der Ramanübergang ist nicht resonant mit dem $P_{1/2}$ -Niveau, um spontane Raman-Streuung zu unterdrücken (siehe Abb. 8.4). Durch die Rotverstimmung dient der Pumplaser gleichzeitig auch als Kühllaser (siehe Abschnitt 2.4). Die AC-Stark-Verschiebung der Ramanresonanz durch den Pumplaser kann im Vergleich zur Breite der Ramanresonanz vernachlässigt werden. Die effektive Kopplung zwischen Atom und Feld auf diesem Übergang ist dann

$$g_{\text{eff}} = \frac{g\Omega_{\text{UV}}}{2\Delta}, \quad (8.5)$$

wobei Ω_{UV} die Rabi-Frequenz des Pumplasers ist und g die Kopplungsstärke zwischen Teilchen und Feld. Die Größe g_{eff} gibt die Rate an, mit der Ion und Resonatorfeld kohärent ihre Anregung austauschen, sie ist deshalb ein wichtiger Parameter für die Dynamik des Systems. Sie muß verglichen werden mit der Zerfallsrate κ der Resonatorfeldamplitude. Typische Werte (bei einer Resonatorlänge von 8 mm) sind $(\Omega_{\text{UV}}, g, \Delta, \kappa)/2\pi = (9, 0.9, 20, 1.2)$ MHz, so daß die effektive Kopplung von der Größenordnung 0.2 MHz ist.

Da $g_{\text{eff}} < \kappa$ gilt, befindet man sich im 'bad cavity regime'. Unter diesen Umständen ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein im Ramanprozeß erzeugtes Photon im Resonator wieder vom Ion absorbiert wird, klein. Stattdessen ist das häufigste Ereignis die Emission des Photons durch den Auskoppelspiegel.

Unter der Annahme, daß der Rückpumplaser intensiv genug ist, um die Besetzung des $D_{3/2}$ -Niveaus effektiv in den Grundzustand zurückzupumpen, und für eine Pumpintensität $|\Omega_{\text{UV}}|^2$, die nicht zur Sättigung führt, ist die Rate der Resonatoremission auf der Ramanresonanz, abgeleitet aus der effektiven Ramankopp-

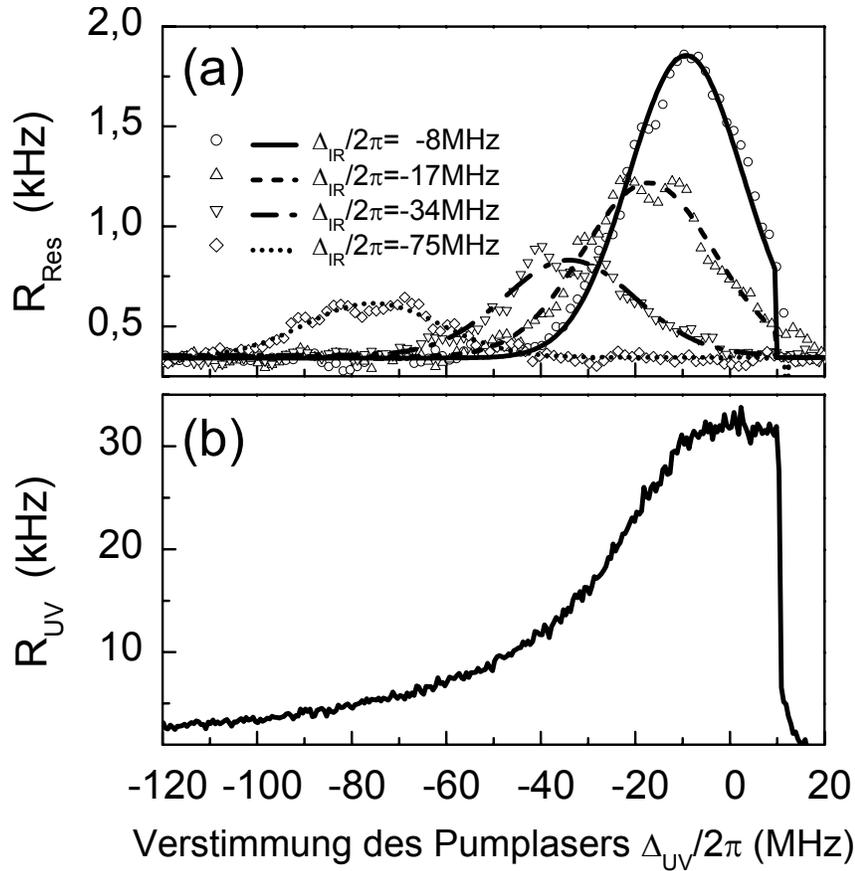


Abbildung 8.5: (a) Resonatoremmissionsrate als Funktion der Verstimmung des Pumplasers Δ_{UV} für vier verschiedene Verstimmungen des Resonators Δ_{IR} . (b) Zur Seite emittierte UV-Fluoreszenz als Funktion der Verstimmung des Pumplasers.

lung (8.5)

$$R_{Res} \sim \frac{g_{eff}^2}{\kappa} = \frac{g^2 \Omega_{UV}^2}{4\kappa \Delta^2}. \quad (8.6)$$

Abb. 8.5 zeigt die Messung dieser Rate. Die Raman-Resonanz der Resonatormode und des Pumplasers wurde untersucht, indem die Laserverstimmung Δ_{UV} für vier verschiedene Werte der Resonatorverstimmung Δ_{IR} variiert wurde. Die Maxima in der Resonatoremmission entsprechen der Ramanresonanz. Die abnehmende Amplitude der Resonatoremmission in Ramanresonanz für größere Verstimmungen Δ läßt sich klar durch Vergleich der vier Meßkurven in Abb. 8.5 bestätigen, in Übereinstimmung mit Gl. (8.5). Neben den Verstimmungen sind die Intensitäten des Pump- und Rückpumplasers wichtige Parameter für die Emissionscharakteristik. Ihr Einfluß auf die Resonatoremmissionsrate ist in Abb. 8.6 dargestellt. Nach Abb. 8.6 (a) nimmt die Resonatorausgangsrate monoton als Funktion der UV-Pumpleistung zu und sättigt bei großen Inten-

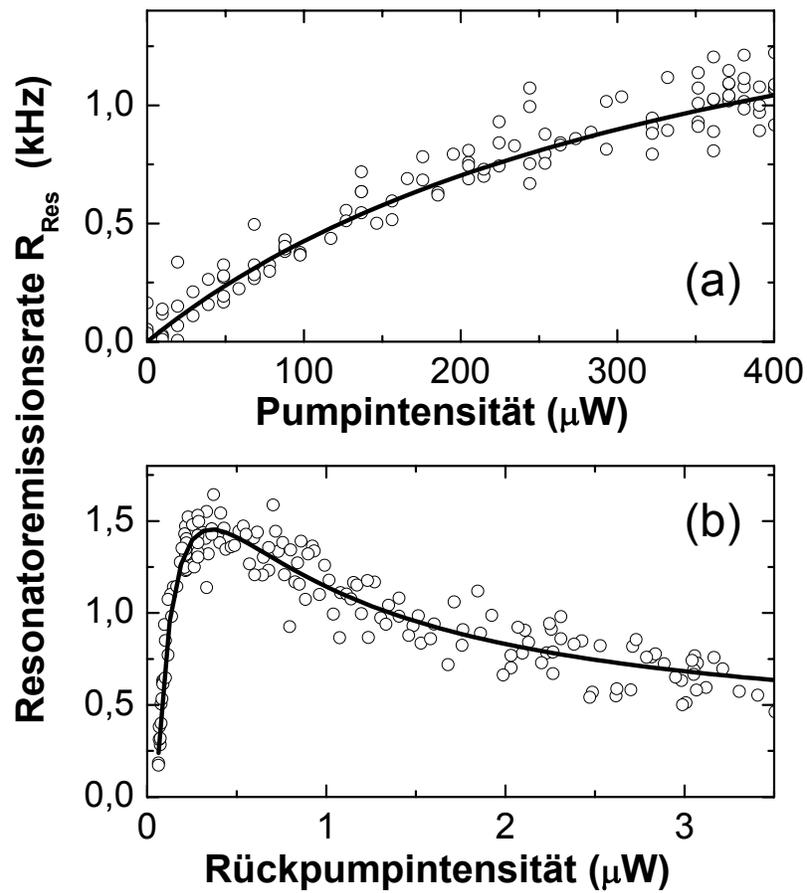


Abbildung 8.6: Resonatoremmissionsrate als Funktion (a) der Leistung des Pumpasers und (b) der Leistung des Rückpumpasers.

sitäten. Im Gegensatz dazu zeigt die Resonatoremision bei einer Änderung der IR-Rückpumpleistung ein ausgeprägtes Maximum. Der Abfall der Ausgangsrate bei größerer Rückpumpintensität (Abb. 8.6 (b)) ist eine Konsequenz der AC-Stark-Verschiebung, die durch den Rückpumplaser verursacht wird. Sie stimmt den Resonator und den Pumplaser aus der Ramanresonanz, was zu einer abnehmenden Photonenproduktion und damit abnehmender Resonatoremision führt. Die durchgezogenen Linien in beiden Meßreihen stellen eine Anpassung an ein 3-Niveau-Modell des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions dar, daß sowohl die Kopplung des UV- und IR-Lasers an das Ion als auch die Detektionseffizienz als freie Parameter benutzt [118].

Ein Prozess, der im Wettbewerb mit der Erzeugung von Resonatorphotonen im Ramanprozess steht, ist die nichtresonante Anregung des $P_{1/2}$ -Niveaus, der die spontane Emission eines Fluoreszenzphotons nach sich zieht. Diese kann entweder auf dem UV-Übergang, der in den Grundzustand führt, oder auf dem IR-Übergang in das metastabile Niveau ($D_{3/2}$) stattfinden. Im Grenzbereich großer Verstimmung der Ramanresonanz ($\Delta \gg \Gamma_{UV} \gg \Gamma_{IR}$) und einem Rückpumpstrahl nahe der Resonanz, sind die jeweiligen effektiven Zerfallsraten

$$\Gamma_{\text{eff}}^{\text{UV}} \approx \Gamma_{\text{UV}} \frac{\Omega_{\text{UV}}^2}{4\Delta^2}, \quad (8.7)$$

$$\Gamma_{\text{eff}}^{\text{IR}} \approx \Gamma_{\text{IR}} \frac{\Omega_{\text{UV}}^2}{4\Delta^2}. \quad (8.8)$$

Im Experiment sind die spontanen Emissionsraten $\Gamma_{\text{UV}}/2\pi = 22.3$ MHz und $\Gamma_{\text{IR}}/2\pi = 1.7$ MHz. Der UV-Übergang ist also der dominante Zerfallskanal. Besonders für kleine Verstimmungen Δ können mehrere UV-Photonen emittiert werden, bevor eine Emission in die Resonatormode stattfindet. Die Abhängigkeit der UV-Fluoreszenzintensität von der Verstimmung des Pumplasers ist in Abb. 8.5(b) dargestellt. Berücksichtigt man, daß die Detektionseffizienz der UV-Photonen unter 1% liegt, bestätigt der Vergleich von Abb. 8.5(a) und (b) den starken Beitrag der UV-Streuung, die auf der Resonanz 50mal wahrscheinlicher als die Resonatoremision ist. Doch obwohl die UV-Streuung die Rate der Photonenemission aus dem Resonator reduziert, wird die Skalierung der Resonatorauskopplungsrate mit den Systemparametern immer noch korrekt durch Gleichung (8.6) beschrieben.

8.1.3 Zeitliche Stabilität der Kopplung

Um die zeitliche Stabilität der Ionen-Feld-Kopplung zu überprüfen, wurde ein $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion für eine Dauer von 30 min an das Maximum der TEM_{00} -Mode des Resonators gekoppelt. Wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, erhält man eine kontinuierliche Emission in die Resonatormode, wenn der UV-Pumpstrahl und

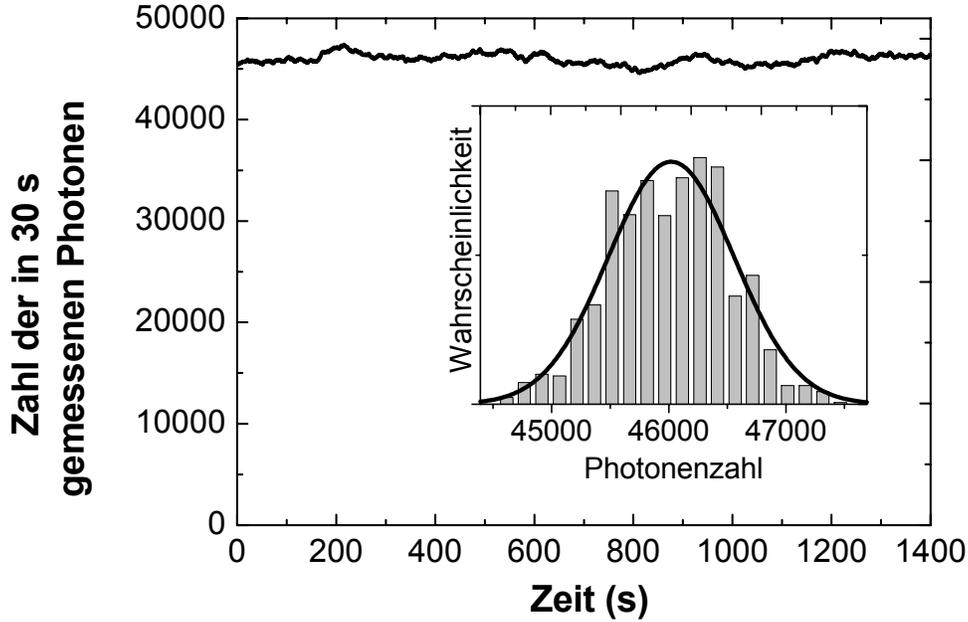


Abbildung 8.7: Zählrate am Resonatorausgang, aufgenommen über einen Zeitraum von 1400 s. Die hier dargestellten Meßpunkte stellen jeweils einen Durchschnitt von $\tau = 30$ s dar. Das kleine Diagramm zeigt die statistische Verteilung der Photonenzählrate für 150 Meßpunkte.

der Rückpumpstrahl (866 nm) kontinuierlich von der Seite her eingestrahlt werden. Die Frequenz des Pumpstrahl und die der Resonatormode werden um etwas weniger als die natürliche Linienbreite des UV-Übergangs ($\Delta_{\text{IR}} = \Delta_{\text{UV}} \leq \Gamma_{\text{UV}}$) relativ zum $P_{1/2}$ -Niveau rotverstimmt, um Ramanresonanz sicherzustellen. Die gemessene Photonenzählrate, im laufenden Mittel über 30 s, ist in Abb. 8.7 dargestellt. Ihre Konstanz zeigt die Stabilität der Resonatoremision und somit die Langzeitstabilität der Ionen-Resonator-Kopplung auf einer Zeitskala oberhalb 30 s.

Um auch auf anderen Zeitskalen die Stabilität der Resonatoremissionsrate R_{Res} quantifizieren zu können, wird die Allan-Varianz herangezogen. Dazu benutzt man eine Serie von N aufeinanderfolgenden Meßwerten y_k , die jeweils über einen bestimmten Zeitraum τ gemittelt wurden und bestimmt die Varianz für zwei Nachbarwerte \bar{y}_k und \bar{y}_{k+1} . Die Allan-Varianz ist der Mittelwert aus diesen $(N - 1)$ -Paar-Varianzen [136]:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^{N-1} (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \quad (8.9)$$

Die Allan-Standardabweichung ist $\sigma(\tau)$.

Mit einer Photonenzählrate von 1.5 kHz und einer gesamten Meßzeit von

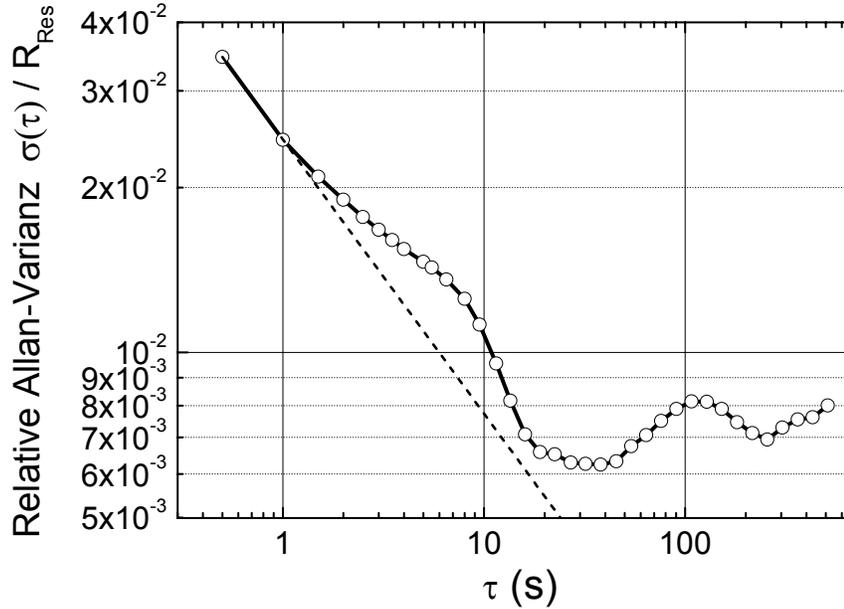


Abbildung 8.8: Relative Allan-Standardabweichung der Resonatoremmissionsrate R_{Res} . Mit der Avalanche-Photodiode werden in einem 500 ms-Intervall durchschnittlich 770 Ereignisse gezählt. Die gestrichelte Linie entspricht dem Schrottrauschen der Photonenzählrate.

30 Minuten wurden die Daten unter Verwendung von Integrationsfenstern von 500 ms bis 500 s statistisch ausgewertet. Die relative Allan-Standard-Abweichung $\sigma(\tau)/R_{Res}$ in diesem Bereich ist in Abb. 8.8 gezeigt. Unter $\tau = 20$ s nimmt $\sigma(\tau)$ grob gemäß der Funktion $\tau^{-1/2}$ ab. Das entspricht dem Spektrum weißen Rauschens bei Frequenzen über 0.05 Hz, welches durch das Schrottrauschen der gemessenen Photonenzählrate verursacht wird. Aufgrund der relativ hohen Photonenzählrate im kontinuierlich gepumpten System hat das Schrottrauschen keinen Einfluß auf Zeitskalen über 20 s.

In Abb. 8.8 tritt zusätzliches Rauschen bei einer Zeitskala von 8 s auf, das zu einer Abweichung vom erwarteten $\tau^{-1/2}$ -Verhalten führt, und ein zusätzliches Maximum in der Standardabweichung um $\tau \approx 100$ s. Beide Beiträge haben technische Ursachen und wurden bei der Langzeitmessung der Einzelphotonenemission (siehe Abschnitt 8.2.1) nicht mehr beobachtet. Gleichzeitig ist oberhalb von 30 s eine graduelle Zunahme der Allan-Varianz festzustellen, die auf eine langsame Drift der Resonatoremmissionsintensität hinweist.

Die untere Grenze der relativen Allan-Standardabweichung, die bei $\tau = 30$ s erreicht wird, entspricht $\sigma_{min}/R_{Res} \approx 6 \times 10^{-3}$. Unter der Annahme, daß die Fluktuationen in R_{Res} allein von Fluktuationen der Kopplung g verursacht werden, die quadratisch in Gleichung (8.6) auftaucht, erhält man eine obere Grenze

für die minimale relative Standardabweichung von g , gemittelt über 30 s:

$$\frac{\sigma_{\min}^g}{g} \leq \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\min}}{R_{\text{Res}}} = 3 \times 10^{-3}. \quad (8.10)$$

Es ist jedoch anzunehmen, daß die tatsächliche Größe der Fluktuationen von g kleiner ist, da andere Rauschquellen die gemessenen Allan-Varianz der Ausgangsintensität erhöhen. Fluktuationen der Pumplaserintensität sind eine Hauptquelle des Rauschens in R_{Res} , welches im Grenzfall kleiner Pumpintensitäten nach Gleichung (8.6) proportional zu $|\Omega_{UV}|^2$ ist. Da die Pumpintensität im Experiment nicht stabilisiert wird, unterliegt sie einer langsamen Drift, die konsistent mit der Zunahme von $\sigma(\tau)$ für $\tau > 30$ s ist. Frequenzfluktuationen tragen nicht signifikant zum Rauschen bei, da die Kurz- und Langzeitstabilität des Pumplasers und des Resonators die Breite der Ramanresonanz übertreffen.

Die kleinen Fluktuationen des zeitlich gemittelten Kopplungsfaktors g zeigen den Grad an Kontrolle, den man über die Ionen-Feld-Kopplung auf Zeitskalen oberhalb 10 s hat. Aufgrund der begrenzten Photonenzählrate, die zu großen Schrottrauschen führt, kann für sehr viel kürzere Zeiten keine Abschätzung der Stabilität von g mit Hilfe des Resonatorausgangssignals gemacht werden. g fluktuiert hier hauptsächlich aufgrund der Unsicherheit der Lokalisierung des Teilchens, das untersucht wird – dies ist eine signifikante Schwierigkeit in CQED-Experimenten mit neutralen Atomen. Mit Ionen läßt sich eine bessere Lokalisierung und somit stabilere Kopplung erreichen [1].

8.2 Messungen bei gepulster Ionenanregung

8.2.1 Zeitliche Stabilität der Kopplung im 'Einzelphotonenmodus'

Wird ein einzelnes im Grundzustand präpariertes $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion nicht kontinuierlich gepumpt, sondern einem UV-Puls bei 397 nm ausgesetzt, kann aufgrund der Λ -Niveaustruktur (siehe Kapitel 5) eine deterministische Einzelphotonenquelle realisiert werden [71]. Der elektronische Zustand des Ions wird dann auf einen photonischen Zustand des Resonatorfeldes abgebildet. Einzelphotonen bilden z.B. die Basis für sichere Quantenkommunikation [137], da jeder Versuch einer Messung ihren Quantenzustand zerstört. Bei optischen Quantencomputern werden einzelne Photonen als Träger von Quanteninformation eingesetzt [34, 138].

Resonator und Pumplaser sind wie bei der Messung der kontinuierlichen stimulierten Emission in die Resonatormode gegenüber dem $P_{1/2}$ -Niveau rotverstimmt, d.h. das Photon wird durch einen nicht-resonanten Ramanprozeß erzeugt. Zunächst werden der 397 nm-Laser ($S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$) und der 866 nm-Laser ($P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$) seitlich für 3 μs eingestrahlt, um das Ion zu kühlen und so eine gute

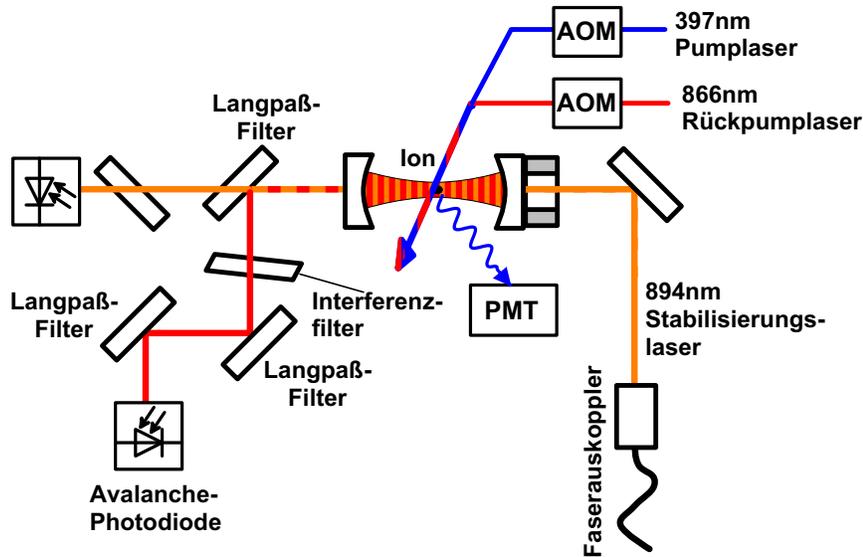
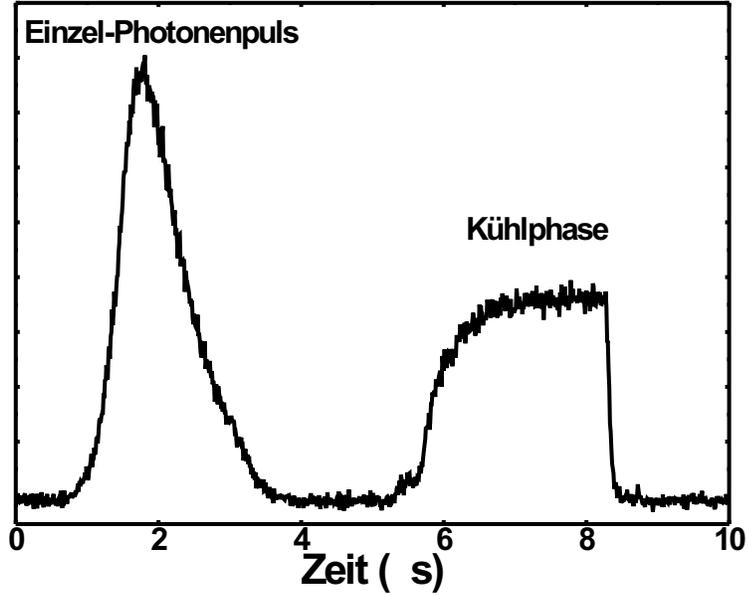


Abbildung 8.9: Bis auf die akusto-optischen Modulatoren, die zur Pulsformung von Pump- und Rückpumplaser dienen, ist der Aufbau zur Messung der Resonatoremission identisch mit dem im kontinuierlich gepumpten Fall.

Lokalisierung zu gewährleisten. Anschließend wird das Ion in $0.5 \mu\text{s}$ durch optisches Pumpen mit dem IR-Laser (866 nm) in den Grundzustand transferiert. Ein Pumpimpuls mit 397 nm und einem bestimmten Intensitätsprofil, der eine Dauer von bis zu $66 \mu\text{s}$ hat, regt den Ramanübergang an in dessen Verlauf der Photonenpuls erzeugt wird. Durch die Parameter des Pumpimpulses kann die zeitliche Struktur und damit auch die spektralen Eigenschaften des Ein-Photonenpulses nahezu beliebig beeinflusst werden [71]. Nach dem Pumpimpuls muß das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion über den $P_{1/2}$ -Zustand in den Grundzustand gebracht werden (Rückpumplaser bei 866 nm), bevor ein weiteres Photon emittiert werden kann. Im vorgestellten Experiment liegt die Repetitionsrate bei 100 kHz. Die maximale Rate für die Photonenemission ist durch den für das Rückpumpen notwendigen spontanen Zerfall des oberen Rückpumpniveaus gegeben ($(22 \cdot 2\pi) \text{ MHz}$).

Die Emission eines Photons aus einem bestimmten atomaren Niveau heraus kann als Quantenschnittstelle zwischen Ionen-Qubits und photonischen Qubits benutzt werden. Eine wichtige Voraussetzung dafür ist die Langzeitstabilität der Einzelphotonenemission, die im wesentlichen durch die Stabilität der Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld bestimmt ist. Dies ist sowohl für die Erzeugung von Einzelphotonen wichtig als auch für den umgekehrten Fall, in dem ein von außen in den Resonator gesendetes einzelnes Photon vom Ion im Resonator absorbiert wird, wie es zur Realisierung eines Quantennetzwerkes erforderlich ist: Ein eintreffendes Photon kann nur 'aufgenommen' werden, wenn sich jederzeit ein Ion mit wohldefinierter Kopplung an das Resonatorfeld zwischen den Spiegeln befindet. Die im letzten Abschnitt beschriebene Langzeitmessung der Reso-

Abbildung 8.10:
Zeitliche Verteilung der Photonenemission mit einem einzelnen Ion im Resonator während eines vollen Pump-/Kühlzyklus. In der Kühlphase geht die Rate der Emission in die Resonatormode gegen einen konstanten Wert.



natoremission wurde deshalb im Einzelphotonenbetrieb wiederholt, da dies den Bedingungen in Anwendungen zur Quanteninformationsverarbeitung entspricht. Wie im kontinuierlich gepumpten Fall sind Pumplaser und Resonatorfeld um einen gewissen Betrag Δ_{UV} bzw. Δ_{IR} vom $P_{1/2}$ -Niveau verstimmt. Im allgemeinen Fall $\Delta_{UV} \neq \Delta_{IR}$ unterscheidet man zwischen der Verstimmung δ von der Ramanresonanzbedingung

$$\delta = \Delta_{IR} - \Delta_{UV} \quad (8.11)$$

und der mittleren Verstimmung

$$\Delta = \frac{1}{2}(\Delta_{IR} + \Delta_{UV}) . \quad (8.12)$$

Ist die Ramanverstimmung groß ($\Delta \gg \Gamma = \Gamma_{UV} + \Gamma_{IR}$) und die Rabifrequenz des Pumpstrahles klein ($\Omega_{UV} \ll \Delta$), kann die Emissionswahrscheinlichkeit analytisch ausgerechnet werden. Die Resonatoremmissionsrate nach Gaußschen Anregungspulsen der zeitlichen Breite T und Amplitude Ω_{UV} ist durch [139]

$$I_{Res} \sim \frac{(2g\Omega_{UV})^2}{\Delta^2 - \Gamma^2} \frac{\kappa T}{(2\kappa)^2 + \delta^2} R_{trig} \quad (8.13)$$

gegeben. R_{trig} ist die Rate, mit der die Pumppulse ausgelöst werden. Die Formel gilt unter der Annahme, daß die Intensität des Rückpumpulses ausreicht, um die Besetzung vollständig in den $S_{1/2}$ -Zustand zu bringen. Bei stärkerem Pumpen und kleinerer Verstimmung müssen die Bewegungsgleichungen numerisch gelöst werden [140]. Stärkere Pumpfelder verändern die Ramanresonanzbedingung aufgrund der AC-Stark-Verschiebung der beteiligten Niveaus [141]. Da jedoch die

Ramanbedingung immer experimentell bestimmt wird, kann angenommen werden, daß jedwede Niveaushiftungen bereits in der Verstimmung δ von der Ramanresonanz im oberen Modell berücksichtigt sind.

Gleichung (8.13) ist eine Verallgemeinerung der effektiven Ramankopplung des Resonators für ein Λ -System, das von einem klassischen Feld mit der Rabi-Frequenz Ω_{UV} und Verstimmung Δ kontinuierlich getrieben wird (Gleichung (8.5)).

Nach Gleichung (8.13) erwartet man eine Lorentz-Linienform der Resonatoremissionsrate als Funktion der Verstimmung δ . Die Messung der Resonatoremision als Funktion der Pumplaserverstimmung Δ_{UV} ist in Abb. 8.11 (a) für eine feste Resonatorverstimmung dargestellt. Die Linienform entspricht der Erwartung, die Breite von 4 MHz liegt allerdings etwas über der vom Modell vorhergesagten.

Auch bei gepulster Anregung ist der UV-Übergang der vorherrschende Zerfallskanal. Besonders für kleine Δ können einige Pump-Zerfallszyklen auf dem UV-Übergang stattfinden, bevor ein Resonatorphoton erzeugt wird. Die gemessene UV-Fluoreszenzintensität als Funktion der Pumplaserverstimmung ist in Abb. 8.11 (b) dargestellt.

Wie in Abschnitt 8.1.3 wurde die Resonatoremision über einen Zeitraum von 30 min überwacht, während die Resonatormode und die Frequenz des UV-Pumpstrahles auf die Ramanresonanz gestimmt waren (siehe Abb. 8.4). Die Resonatoremissionsrate ist in diesem Fall durch Gleichung (8.13) mit $\delta = 0$ gegeben. Der Pumpimpuls hatte für diese Meßreihe ein Gaußsches Intensitätsprofil der Breite $2 \mu\text{s}$. In Abb. 8.12 ist die Zählrate jeweils über 10 s integriert aufgetragen. Die Einzelphotonenzählrate lag mit 230 Hz deutlich unter der im kontinuierlich gepumpten Fall (1.5 kHz). Die Daten wurden statistisch unter Verwendung von Integrationsfenstern von 125 ms bis 900 s ausgewertet – die Allan-Standardabweichung $\sigma(\tau)$ von I_{Res} ist für diesen Bereich in Abb. 8.13 dargestellt. Das Signal der Avalanche-Photodiode in Abb. 8.12 und 8.13 enthält auch Beiträge durch Dunkelimpulse. Deshalb ist in beiden Diagrammen auch eine separate Kurve für die Auswertung der Dunkelzählrate eingezeichnet.

Die Analyse von $\sigma(\tau)$ zeigt eine klare $\tau^{-1/2}$ -Abhängigkeit für $\tau < 30$ s. Dies entspricht dem Spektrum weißen Rauschens mit Frequenzen über 1/15 Hz, wie es für das Schrotrauschen bei einer Zählrate von 250 Hz erwartet wird. Für Mittelungszeiten über 30 s treten zusätzliche Rauschbeiträge auf, so daß die Standard-Abweichung nicht weiter abfällt. Über 400 s kommt es zu einer langsamen Drift der Resonatorausgangsintensität. Das untere Limit der Allan-Standardabweichung wird bei $\tau = 30$ s erreicht und ist $\sigma_{\text{min}} \approx 0.3$. Unter der Annahme, daß die Fluktuationen in I_{Res} ausschließlich durch Fluktuationen in der Kopplung g verursacht werden, die quadratisch in Gleichung (8.13) eingeht, erhält man als oberes Limit für die Standardabweichung σ_g von g , gemittelt über

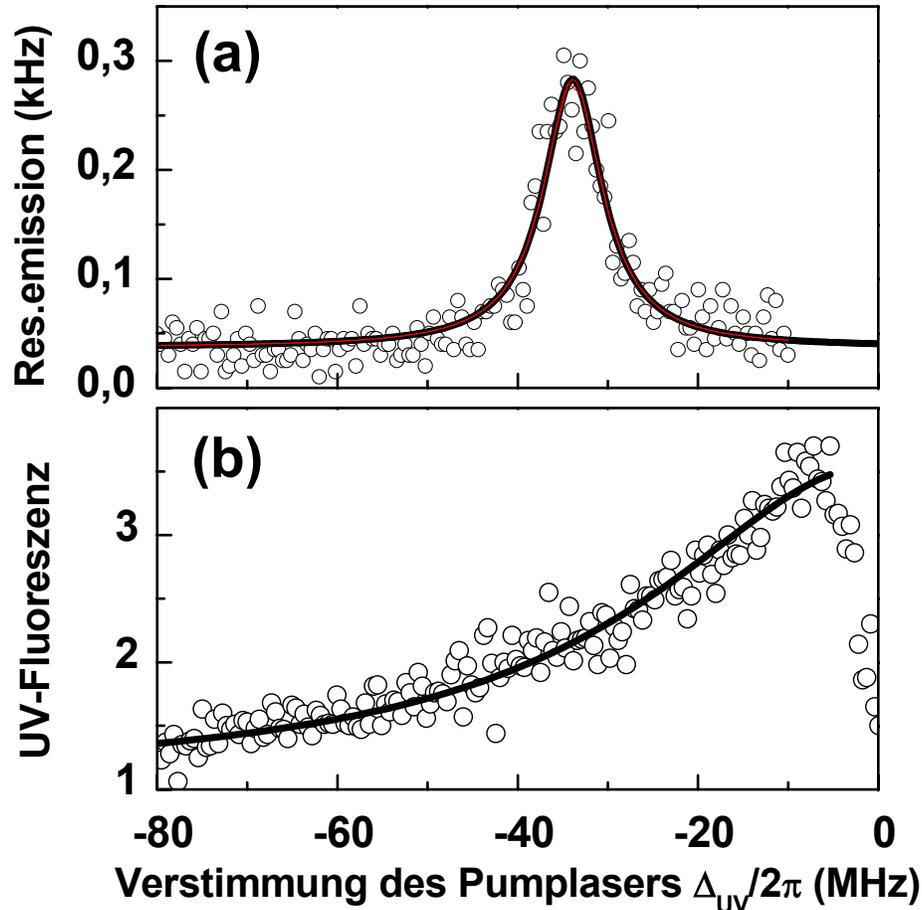


Abbildung 8.11: (a) Resonatoremissionsrate I_{Res} als Funktion der Pumplaser-
 verstimmung Δ_{UV} . Die Resonatorverstimmung $\Delta_{\text{IR}}/2\pi = -34$ MHz legt die Position
 der Ramanresonanz fest. (b) Seitlich emittierte UV-Fluoreszenz als Funktion der
 Pumplaser-
 verstimmung. Der Intensitätseinbruch nahe der atomaren Resonanz wird durch das Pumpen in den Dunkelzustand des Systems und durch Aufheizen der Ionenbewegung verursacht, wenn der Pumplaser gegenüber der Resonanz blauverstimmt wird.

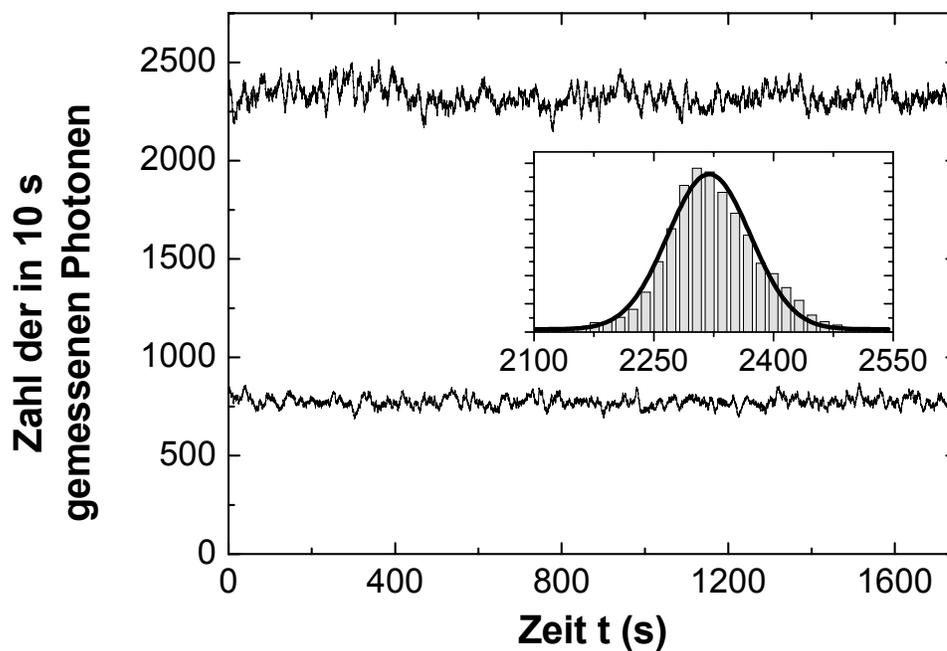


Abbildung 8.12: Resonatoremision, aufgenommen über einen Zeitraum von 1400 s. Die obere Kurve stellt die Zahl der in einem Intervall von $\tau = 10$ s gemessenen Photonen dar, die untere Kurve ist eine entsprechende Messung der Dunkelzählrate. Das kleine Diagramm zeigt die statistische Verteilung der Photonenergebnisse in 10 s.

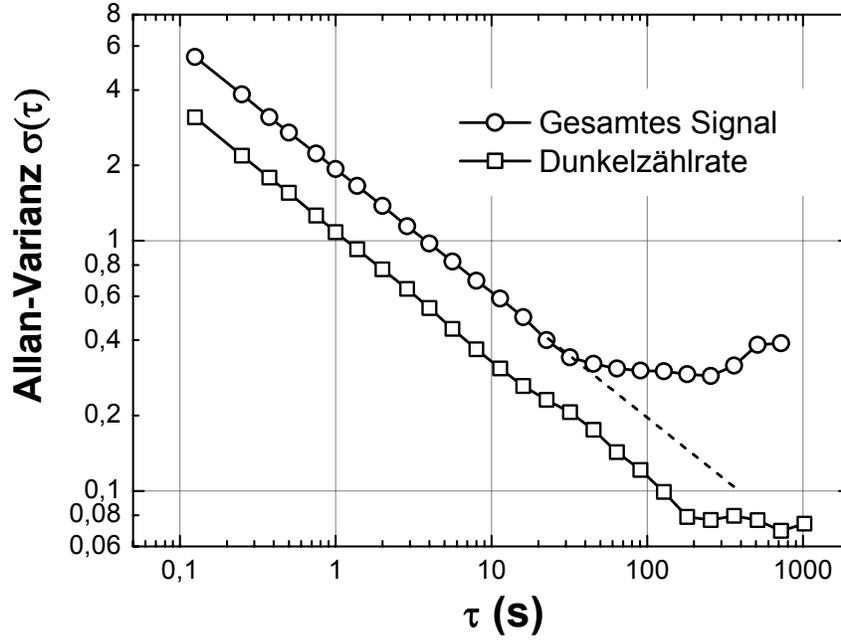


Abbildung 8.13: Allan-Standardabweichung der Resonatoremission I_{Res} . Die untere Kurve ist die Allan-Standardabweichung der Dunkelzählrate.

30 s:

$$\frac{\sigma_g}{g} \leq \frac{1}{2} \frac{\sigma_{\min}}{I_{\text{Res}}} = 6 \times 10^{-3}. \quad (8.14)$$

Wie in 8.1.3 bereits beschrieben, ist jedoch davon auszugehen, daß die tatsächliche Größe der Fluktuationen von g wesentlich kleiner ist, da auch andere Rauschquellen Beiträge zur gemessenen Allanvarianz der Ausgangsintensität liefern. Nach Gleichung (8.13) hängt I_{Res} von der durchschnittlichen Resonator- und Pumpserverstimmung Δ , wie auch von der Verstimmung von der Ramanresonanz δ ab. Aufgrund der erreichten Stabilität der Laser (siehe Kapitel 6) ist aber nicht zu erwarten, daß Frequenzfluktuationen signifikant zum Rauschen beitragen. Die Pulsbreite T und die Triggerrate R_{trig} , die auch in Gleichung (8.13) auftauchen, werden durch stabile Frequenz-Synthesizer kontrolliert und können deshalb als mögliche Rauschquellen ausgeschlossen werden. Signifikante Beiträge zum Rauschen sind deshalb in den gleichen Ursachen wie im kontinuierlich gepumpten Fall zu suchen: Da die Pump Laserintensität im Experiment nicht stabilisiert ist, unterliegt sie Fluktuationen. Fluktuationen der Intensität des Pump Lasers sind proportional zu $|\Omega|^2$ und gehen deshalb linear in Gl. (8.13) ein. Ebenso wird die Position des Ions relativ zur stehenden Welle im Resonator nicht aktiv kontrolliert, so daß sich das Ion aus der ursprünglich optimalen Position wegbewegen kann. Dadurch ändern sich die Werte von g und I_{Res} . Beide Effekte sind konsistent mit der Zunahme der Allanvarianz für Zeiten länger als 400 s in der in Abb.

8.13 dargestellten Messung.

Aufgrund der niedrigen Detektionsrate und dem damit verbundenen Schrotrauschen kann man aus der Allanvarianz nur die Kopplungsstabilität auf Zeitskalen länger als 10 s bestimmen. Man kann jedoch indirekt auf eine vergleichbare Stabilität der Kopplung auf der Skala des Pumpimpulses ($2 \mu\text{s}$) schließen, da die Messungen der Photonenpulsform exakt mit den theoretisch berechneten Resultaten übereinstimmen [71].

Die langsame Drift der Resonatoremissionsrate ist ein Zeichen für die ausgezeichnete Lokalisierung des Kalziumions im Resonator und die damit verbundene Stabilität der Kopplung. Dies ist ein wichtiger Vorteil gegenüber Resonator-QED-Experimenten mit neutralen Atomen.

8.2.2 Statistische Messungen mit dem Hanbury-Brown-Twiss-Aufbau

Die Messung von Korrelationen zwischen Photonen auf kurzen Zeitskalen erfordert schnelle Detektoren. Die verwendeten Avalanche-Photodioden haben allerdings eine Totzeit von 60 ns. Um Photonen auch in kurzen zeitlichen Abständen erfassen zu können, werden die aus dem Resonator emittierten Photonen auf die beiden Ausgänge eines 50:50-Strahlteiler aufgeteilt, hinter denen je ein Detektor plaziert ist (siehe Abb. 8.14) [142]. Die 30 ns langen Ausgangspulse der APDs werden von einem Diskriminator in $1 \mu\text{s}$ lange NIM-Pulse konvertiert, die an einen Multiscaler weitergegeben werden. Dieser speichert die Photonenankunftszeiten beider Detektoren in getrennten Listen ab. Mit diesem Aufbau, der dem des Experimentes von Hanbury-Brown und Twiss entspricht, läßt sich beispielsweise nachweisen, daß ein einzelnes im Resonator gespeichertes Ion pro Pumpimpuls jeweils nur ein Photon emittiert.

Um einen Einfluß unterschiedlicher Detektionseffizienzen und Totzeiten beider APDs auf die berechnete Korrelation zu unterdrücken, wird die Kreuzkorrelation verwendet. Zunächst werden aus den Ankunftslisten des Multiscalers die Meßereignisse in der Kühlphase (siehe Abb. 8.10) gelöscht. Aus den Ankunftszeiten der Detektoren wird die Anzahl an Korrelationsereignissen als Funktion der Zeitverzögerung τ unter Verwendung von Zeitfenstern von 100 ns bestimmt, wobei die Kreuzkorrelation definiert ist als

$$N(\tau) = \frac{1}{T_M} \int_{-T_M/2}^{T_M/2} x_1(t) \cdot x_2(t + \tau) dt . \quad (8.15)$$

Dabei ist $x_i(t)$ die Anzahl der zur Zeit t im Detektor i registrierten Ereignisse, die entweder 0 oder 1 sein kann, da eine APD keine Mehrfachpulse auslösen kann. T_M ist die Gesamtdauer der Messung, die normalerweise lang gegenüber der Korrelationszeit τ ist.

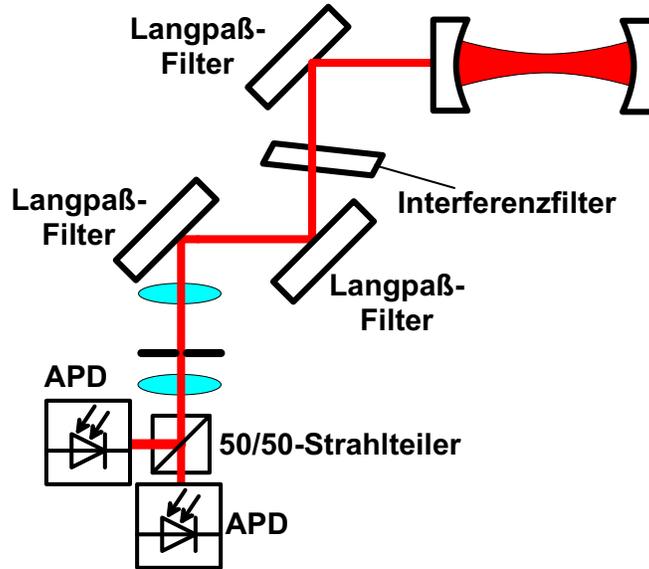


Abbildung 8.14: Hanbury-Brown-Twiss-Aufbau zur Messung einzelner (bzw. weniger) Photonen. Der Filteraufbau dient der Unterdrückung des Lichts des Stabilisierungslasers.

8.2.2.1 Kreuzkorrelation eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions im 'Einzelphotonenmodus'

Die Anwendungen bei der Übertragung von Quanteninformation erfordern eine Einzelphotonenquelle hoher Effizienz und Wiederholungsrate und einer starken Unterdrückung von Zwei-Photonen-Ereignissen. Der Nachweis, daß eine Einzelphotonenquelle auch wirklich nur jeweils ein Photon emittiert, kann mit der oben beschriebenen Messung der Kreuzkorrelation erfolgen. Aus einem Wert von $N = 0$ bei $\tau = 0$ kann man schließen, daß die Quelle nie zwei Photonen gleichzeitig emittiert.

Zur Gesamtzählrate von 150 Hz tragen auch die sogenannten Dunkelpulse bei, bei denen die APD einen Signalpuls ohne ein eintreffendes Photon abgibt. Die Dunkelzählrate beträgt 50 Hz und muß daher bei der Berechnung der Kreuzkorrelation berücksichtigt werden. Die Dunkelpulsrate der APDs wird durch eine Messung ohne Ion unter ansonsten identischen Bedingungen ermittelt [71]. Zusammen mit der Einzelphotonen-Messung, die sowohl echte Photonenpulse als auch Dunkelpulse enthält, läßt sich daraus statistisch ein Wert für die Kreuzkorrelation ohne Dunkelpulse berechnen. Zum einen ist die Kreuzkorrelation der Dunkelpulse beider Detektoren zu berücksichtigen, die mit $N_{DD}(\tau)$ bezeichnet wird. Daneben muß aber auch die Korrelation für den Fall Photon-Dunkelpuls bzw. Dunkelpuls-Photon (N_{1P2D} , N_{2P1D}) durch korrelieren der Messung mit Ion von Detektor 1 (bzw. 2) und der Messung ohne Ion von Detektor 2 (bzw. 1) bestimmt werden. Dabei wird angenommen, daß die statistische Verteilung der Dunkelpulse zeitunabhängig ist, so daß Photonen und Dunkelereignisse kor-

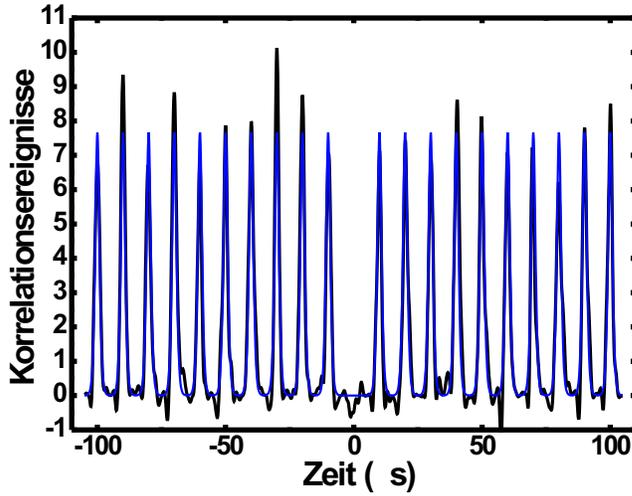


Abbildung 8.15:
Kreuzkorrelation einer Einzelphotonenquelle.

reliert werden können, obwohl die Messungen zu unterschiedlichen Zeiten durchgeführt wurden. Wurde die Dunkelpulsmessung über einen Zeitraum T_D und die Einzelphotonenmessung für die Dauer T_P durchgeführt, ist die Anzahl der echten Photonen-Korrelationsereignisse zwischen den Detektoren [71]

$$N_{\text{kor}}(\tau) = N(\tau) - \frac{T_P}{T_D} \left(N_{1P2D}(\tau) + N_{2P1D}(\tau) - \frac{T_P}{T_D} N_{DD}(\tau) \right). \quad (8.16)$$

In Abb. 8.15 ist dieser Wert für $\tau = -100 \dots 100 \mu\text{s}$ dargestellt.

Die Kammstruktur hat ihre Ursache in der gepulsten Anregung der Photonemission: die Periodizität von $10 \mu\text{s}$ spiegelt den Pulszyklus wider. Die Breite der Peaks hängt von der Form des Pumpimpulses ab. Am wichtigsten ist die Region um $\tau = 0$, da ein Beitrag hier nur bei gleichzeitiger Messung zweier Photonen in Kanal 1 und Kanal 2 auftritt. Dies kann nur der Fall sein, wenn mehr als ein Photon pro Pumpimpuls emittiert wird. Um die Zwei-Photonenunterdrückung zu quantifizieren, gibt man das Verhältnis der Zweiphotonenemissionswahrscheinlichkeit einer Lichtquelle mit Poisson-Statistik zur entsprechenden Wahrscheinlichkeit der betrachteten Quelle an:

$$R_0 = \frac{P_1^2}{2P_2}. \quad (8.17)$$

P_1 ist dabei die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines einzelnen Photons während eines Pumpimpulses, P_2 die Wahrscheinlichkeit für die Emission zweier Photonen. Somit entspricht R_0 dem Verhältnis der Höhen der Maxima bei $\tau = 0$ und dem nächsten Pumpimpuls. Die Wahrscheinlichkeiten für Ein- und Zweiphotonenemission können auch direkt aus den Listen der Detektionszeiten des Multiscalers aus der Statistik der Detektionsereignisse innerhalb eines Pumpimpulses bestimmt werden. So ergibt sich ein minimaler Wert von $R_0 \approx 26$ [71]. Berücksichtigt man den statistischen Fehler der Messung, ist der Mittelwert mit $P_2 = 0$ verträglich. Dies ist aufgrund der Art der Photonenerzeugung zu erwarten: Von

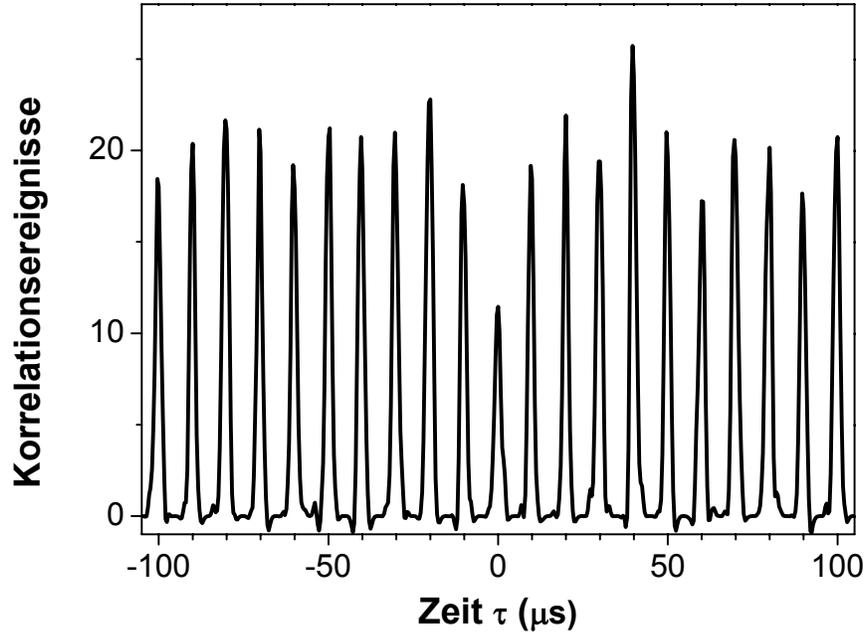


Abbildung 8.16:
Kreuzkorrelation gemessen mit zwei Ionen im Resonator. Hier treten im Gegensatz zum Einzelion Photonenkoinzidenzen auf.

einem einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion kann während eines Pumpimpulses nur ein IR-Photon emittiert werden.

8.2.2.2 Kreuzkorrelation zweier Ionen bei gepulster Anregung

Die gleichzeitige oder sukzessive Kopplung mehrerer Ionen an die Resonatormode hat eine Reihe von Anwendungen (siehe Kapitel 1 und 9). In [71] wurde bereits die Vermessung der TEM_{01} -Resonatormode mit zwei gespeicherten Ionen beschrieben. Der Abstand der zwei Ionen im Kristall liegt mit den verwendeten Fallenparametern bei $12.5 \mu\text{m}$ und stimmt mit dem durch Gleichung (2.33) gegebenen theoretischen Wert überein. Auch wurden ähnlich gute Lokalisierungseigenschaften der beiden Ionen wie für ein einzelnes Ion nachgewiesen.

Betrachtet man nun die Kreuzkorrelation der Emission eines Zwei-Ionen-Kristalles bei gepulster Anregung (siehe Abb. 8.16), verschwindet der Peak am Ursprung ($\tau = 0$) im Gegensatz zur Messung mit einem Einzelion nicht, da beide Ionen zur selben Zeit je ein Photon emittieren können.

In Abb. 8.17 wird das zentrale Maximum in der Korrelationsfunktion, entsprechend Koinzidenzen zwischen Photonen, die während eines Pumpimpulses emittiert werden, mit den übrigen Maxima verglichen, die durch Korrelationen zwischen unabhängig emittierten Photonen entstehen. Dabei wurde über alle Maxima außerhalb des zentralen gemittelt. Das Verhältnis der Flächen unter den beiden

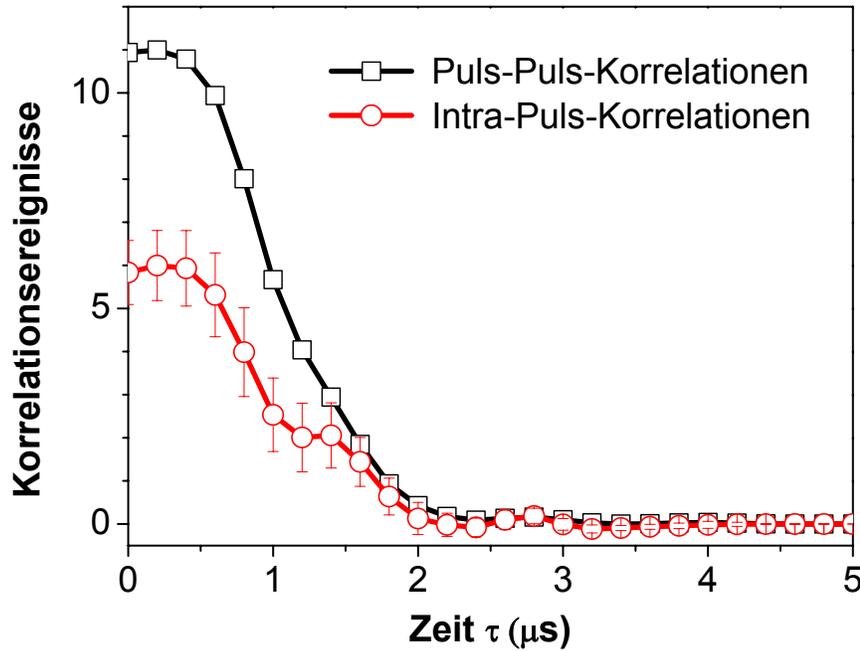


Abbildung 8.17: Vergleich der Maximume in der Korrelationsfunktion innerhalb eines Pumpimpulses und für verschiedene Pumpimpulse.

Kurven beträgt 0.53, was im Rahmen des statistischen Fehlers von 28% einem Faktor 1/2 entspricht. Innerhalb eines Pulses treten Korrelationen also halb so häufig auf wie zwischen Photonen aus unterschiedlichen Pulsen. Dies entspricht genau der Erwartung für Ionen, die unabhängig in den Resonator emittieren.

Der Grenzfall unabhängiger Kopplung der Ionen an den Resonator ist nur für schwache Ion-Feld Kopplung gegeben. Bei einer Erhöhung der Kopplung g in zukünftigen Experimenten tritt dagegen stimulierte Emission des zweiten Ions durch das erste in den Resonator abgegebene Photon auf. Die Größe des zentralen Maximums wird dadurch relativ zu den umliegenden Maxima erhöht. Theoretische Rechnungen lassen außerdem eine Änderung der Form des zentralen Maximums erwarten.

Im Falle sehr gut gekühlter Ionen (mittlere Ausbreitung des Wellenpaketes ≈ 40 nm [135]) variiert der Kopplungsfaktor in longitudinaler Richtung bei Lokalisierung um das Maximum der Stehwelle (d.h. in transversaler Richtung relativ zur Falle) lediglich um 2% [1]. Die Koinzidenzereignisse des Zwei-Ionen-Kristalls um $\tau = 0$ s weisen keine Unterstruktur auf. Ist die Bewegungsenergie der Teilchen aber so groß, daß sie nicht mehr kristallin vorliegen, führt die Säkularbewegung zu einer periodischen Variation des Kopplungsfaktors g , die im zentralen Peak sichtbar werden kann (siehe Abb. 8.18).

Die Variation von g in Richtung der Fallenachse (hier: z-Richtung) ist wesent-

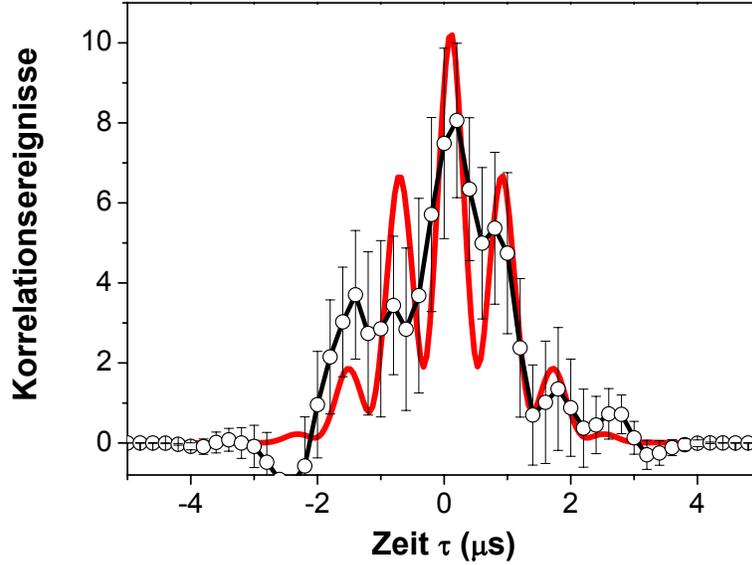


Abbildung 8.18:
Zentrales Maximum der Kreuzkorrelation zweier Ionen im nicht-kristallinen Zustand. Die helle Kurve zeigt eine Simulation (siehe Text).

lich kleiner ($g \sim \exp(-z^2/w_0^2)$, $w_0 = 37 \mu\text{m}$) und findet auf einer langsameren Zeitskala statt (Säkularfrequenz $\omega_z/2\pi = 300 \text{ kHz}$), weshalb im folgenden nur die transversale Bewegung in Richtung der Resonatorachse betrachtet wird.

Die transversale Oszillation der beiden Ionen im Fallenpotential kann als harmonische Schwingung zweier voneinander unabhängiger Normalmoden A und B mit Amplituden a und b beschrieben werden, wobei in Mode A die Ionen im Gleichtakt schwingen, in Mode B dagegen im Gegenteil. Die Position der Ionen zur Zeit t ist dann:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= a \sin \omega(t - t_0) + b \sin \omega(t - t_0) + x_0 \\ x_2(t) &= a \sin \omega(t - t_0) - b \sin \omega(t - t_0) + x_0 \end{aligned} \quad (8.18)$$

Die Konstante t_0 beschreibt den Zeitpunkt relativ zum Maximum des Pumpulses, an dem sich die Ionen am Punkt der stationären Lösung befinden, der gegenüber der Fallachse um x_0 verschoben sein kann. Die Größe ω ist die in 2.1 eingeführte Säkularfrequenz ω_s . Eigentlich sind die Schwingungsfrequenzen der beiden Moden leicht unterschiedlich (ω_s für A und $\sqrt{\omega_s^2 - \omega_z^2}$ für B) [143]. Für $\omega_s \gg \omega_z$ kann dieser Unterschied jedoch vernachlässigt werden.

Die Kopplung der beiden Ionen an den Resonator wird durch die Stehwellenverteilung räumlich moduliert: $g_i \sim \cos kx_i$, $i = 1, 2$ und $k = 2\pi/\lambda$. Die Einzelphotonen-Emissionsrate ist gemäß [66] proportional zur Intensität des Pulses und g^2 . Die Form des zentralen Maximums in der Korrelationsfunktion ergibt

sich als Faltung der Emissionsraten aufgrund zweier gaußförmiger Pumpulse, wobei für $\tau > 0$ angenommen wird, daß das erste Photon von Ion 1, das zweite Photon von Ion 2 stammt.

$$N(\tau, t_0, x_0) \sim \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2/T^2} \cos^2(kx_2(t)) e^{-(t+\tau)^2/T^2} \cos^2(kx_1(t+\tau)) dt. \quad (8.19)$$

Die relative Lage von Pumpuls und Schwingung variiert zufällig, weshalb N über eine Periode der Säkularschwingung gemittelt werden muß. Außerdem soll der Einfachheit halber angenommen werden, daß im Verlauf der Messung die relative Lage der Ionen gegenüber der Stehwelle über eine volle Periode driftet. Man erhält also

$$\bar{N}(\tau) \sim \int_0^{2\pi/\omega} dt_0 \int_0^\lambda dx_0 N(\tau, t_0, x_0). \quad (8.20)$$

Nach Auswertung des Doppelintegrals ergibt sich folgender Ausdruck für die Form des zentralen Maximums:

$$\bar{N}(\tau) \sim \frac{1}{4} e^{-\tau^2/2T^2} \left[1 + \frac{1}{2} J_0 \left(4k \sqrt{a^2 \sin^2 \frac{\omega\tau}{2} + b^2 \cos^2 \frac{\omega\tau}{2}} \right) - \frac{1}{2} J_0 \left(4k \sqrt{a^2 \cos^2 \frac{\omega\tau}{2} + b^2 \sin^2 \frac{\omega\tau}{2}} \right) \right]. \quad (8.21)$$

Die oszillierenden Terme innerhalb der Besselfunktionen nullter Ordnung führen zu einer Modulation des zentralen Maximums, wenn die beiden Moden mit unterschiedlichen Amplituden ($|a| \neq |b|$) angeregt werden. Dies ist verständlich, da nach Gl. (8.18) gleiche Amplituden der beiden Moden bedeuten, daß eines der Ionen sich nicht bewegt. In diesem Fall tritt zwar bei individuellen Emissionsereignissen eine Modulation auf, durch die Mittelung über t_0 verschwindet diese aber. Dagegen gibt es bei reiner Bewegung in Mode A oder B keine derartige Auswaschung.

Die in Abb. 8.18 hell dargestellte Kurve zeigt einer Simulation des zentralen Maximums für eine Säkularfrequenz $\omega_s/2\pi = 1.18$ MHz bei Schwingung beider Ionen im Gleichtakt (Amplitude $a = 0.8$, $\lambda = 693$ nm). Daß die berechnete Korrelationsfunktion die Meßwerte nicht genau widerspiegelt, hat mehrere Ursachen: Zum einen liefert die geringe Anzahl an Ereignissen eine schlechte Statistik. Zum anderen liegen die Ionen nicht kristallin vor, d.h. sie führen nicht nur eine kleine Bewegung um eine feste Gleichgewichtsposition aus. Außerdem können Stöße mit Restgasionen die Schwingungsrichtung während der Messung ändern. Allerdings zeigt die Meßkurve, daß die Schwerpunktsmode (d.h. beide Ionen schwingen parallel) dominiert. Dies entspricht der Erwartung, da sie durch Fluktuationen eines homogenen elektrischen Feldes angeregt werden kann. Die antiparallele Schwingung der Ionen erfordert dagegen ein Feld, das einen starken Gradienten auf der Skala des Ionenabstands aufweist [143].

Kapitel 9

Ausblick

Die im vorangegangenen Kapitel vorgestellten Messungen der Lokalisierung des Ions im Resonator und der zeitlichen Stabilität der Kopplung des Teilchens an die Resonatormode haben gezeigt, daß ein Ionenfallen-Resonator-Aufbau ausgezeichnet für CQED-Experimente geeignet ist: Aufgrund der guten örtlichen und zeitlichen Kontrolle der Position des Ions im Resonatorfeld läßt sich die Ionenfeld-Kopplung optimieren und über einen praktisch beliebig langen Zeitraum stabil halten.

Allerdings setzt die mit dem vorgestellten Aufbau mögliche minimale Resonatortlänge der erreichbaren Kopplungsstärke eine Grenze: Wie in Kapitel 7.5 beschrieben, müssen die Spiegel einen Abstand von mindestens 8 mm haben. Auch im neuen Resonatoraufbau (Auskoppelspiegel 150 ppm Transmissivität) ist der spontane Zerfall des P-Niveaus der limitierende Faktor, so daß trotz höherer Finesse keine starke Kopplung erreicht werden kann.

An der Universität von Sussex wird deshalb zur Zeit ein miniaturisiertes Fallen-Resonator-System aufgebaut, in dem eine wesentlich stärkere Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld erreicht werden kann.

Im folgenden werden zwei Typen von Experimenten skizziert, die damit realisierbar sind: Die starke Kopplung mehrerer Ionen an eine Resonatormode erlaubt es, deren interne Zustände miteinander zu verschränken, was eine lokale Qubit-Verarbeitung (Quantengatter) möglich macht. Außerdem kann im Fall starker Kopplung in den Ionen gespeicherte Quanteninformation in Anregungen der Resonatormode, d.h. in photonische Qubits umgewandelt werden. Dieser Prozeß ist reversibel. Eine solche Schnittstelle zwischen Ionen und Photonen spielt eine wichtige Rolle bei der Realisierung eines Quantennetzwerkes, das getrennte Quantenprozessoren durch photonische Kanäle verbindet.

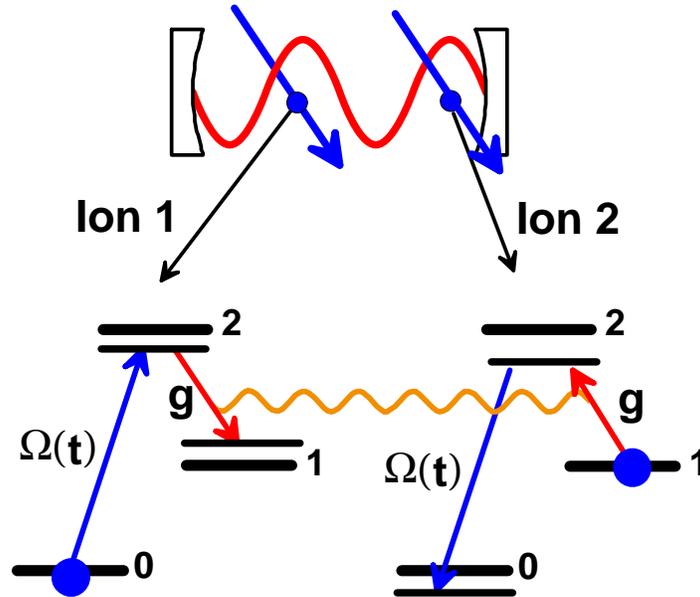


Abbildung 9.1: Sind zwei Ionen in einer Mode des Resonators gespeichert, kann über die Resonatoranregung der Zustand von Ion 1 auf Ion 2 transferiert werden. Da spontane Zerfälle einen Verlustmechanismus darstellen, sind sowohl Pumplaser wie Resonator gegenüber Zustand 2 verstimmt.

9.1 Kopplung zweier Ionen durch das Resonatorfeld

Pellizzari et al. veröffentlichten 1995 einen Vorschlag für die Realisierung eines Quantengatters mittels zweier in einem optischen Resonator gespeicherten Ionen [144]. Das Schema läßt sich auch zur Verschränkung der internen Zustände zweier $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen einsetzen. Grundzustände und metastabiler Zustand des Λ -Systems werden als Basiszustände verwendet (0 und 1, siehe Abb. 9.1). Der Resonator ist auf den $1 \rightarrow 2$ -Übergang abgestimmt, ein Pumplaser auf den Übergang $0 \rightarrow 2$. Sind zwei Ionen im Resonator gespeichert, von denen sich eines im 0- und eines im 1-Zustand befindet, läßt sich die Verschränkung der beiden Teilchen erreichen: Das Ion im Grundzustand (0) wird angeregt und kann über einen Ramanprozeß ein Photon in den Resonator emittieren. Absorbiert das andere Teilchen (im Zustand 1) dieses Photon, geht es durch den umgekehrten Raman-Übergang in den Grundzustand über. Durch geeignete Wahl der Intensität und Länge des Pumplulses, entsprechend einem $\pi/2$ -Raman-Puls, endet das System im Zwei-Ionen-Zustand $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle)$, d.h. die Teilchen sind verschränkt ($|10\rangle = \text{Ion 1 im Zustand 1 und Ion 2 im Zustand 0}$).

Verluste durch den spontanen Zerfall des Zustandes 2 und die Dämpfung des Resonatorfeldes verkleinern die Fidelity und müssen unterdrückt werden. Um

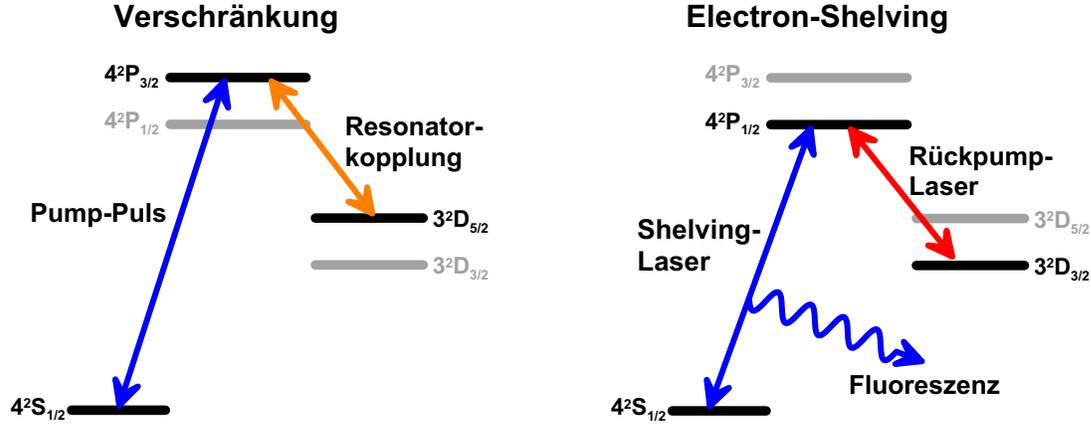


Abbildung 9.2: Werden zwei $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen über das obere Λ -Niveau verschränkt (links), kann das untere Λ -System zum Nachweis mittels Electron-Shelving genutzt werden (rechts).

atomaren Zerfall zu vermeiden, werden Resonator und Pumplaser gegenüber der Raman-Resonanz verstimmt, und damit ein nicht-resonanter Raman-Übergang getrieben. Um zusätzlich auch Resonatorverluste zu reduzieren, kann man den für die Verschränkung der Ionen notwendigen Austausch der atomaren Anregung über ein virtuelles Photon erreichen. Dazu werden die Verstimmung Δ_{Res} und Δ_{Laser} leicht unterschiedlich gewählt, so daß die Resonanzbedingung verletzt ist. Der gewünschte Übergang kann dennoch als Drei-Photonen-Prozeß stattfinden (mit zwei Pump-Photonen und einem virtuellen Resonatorphoton), mit einer effektiven Kopplung [71]

$$g_{\text{eff}} = \frac{\Omega^2 g^2}{8\Delta_{\text{Laser}}\Delta_{\text{Res}}(\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}})}. \quad (9.1)$$

Der Ramanprozeß wird also proportional zu $1/\Delta_{\text{Res}}\Delta_{\text{Laser}}(\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}})$ unterdrückt. Die Zerfallsraten verringern sich dagegen proportional zu $1/\Delta_{\text{Res}}^2$, bzw. $1/\Delta_{\text{Laser}}^2$ für die jeweiligen spontanen Übergänge und $\frac{1}{(\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}})^2}$ für den Resonator, als Folge der virtuellen Anregung. Die Fidelity nimmt nicht monoton mit der Verstimmung zu, sondern fällt nach Erreichen eines Maximums wieder ab.

Im Fall von $^{40}\text{Ca}^+$ ist die Ausführung des Schemas auf dem oberen Λ -Niveau ($S_{1/2} - P_{3/2} - D_{5/2}$) gegenüber dem unteren Λ -System vorteilhafter, obwohl dann der Zerfall des $P_{3/2}$ -Niveaus ins $D_{3/2}$ -Niveau als weiterer (unterdrückter) Verlustprozeß hinzukommt. Der Grund ist, daß dann das untere Λ -System zum Nachweis der Niveaubesetzungen zur Verfügung steht: Da dieses System nur über den $S_{1/2}$ -Zustand mit dem oberen Λ -System koppelt, kann die Besetzung des Grundzustands mittels Electron-shelving nachgewiesen werden, ohne den $D_{5/2}$ -Zustand zu beeinflussen (siehe Abb. 9.2). Dagegen ist durch den Zerfall des $P_{3/2}$ -Niveaus

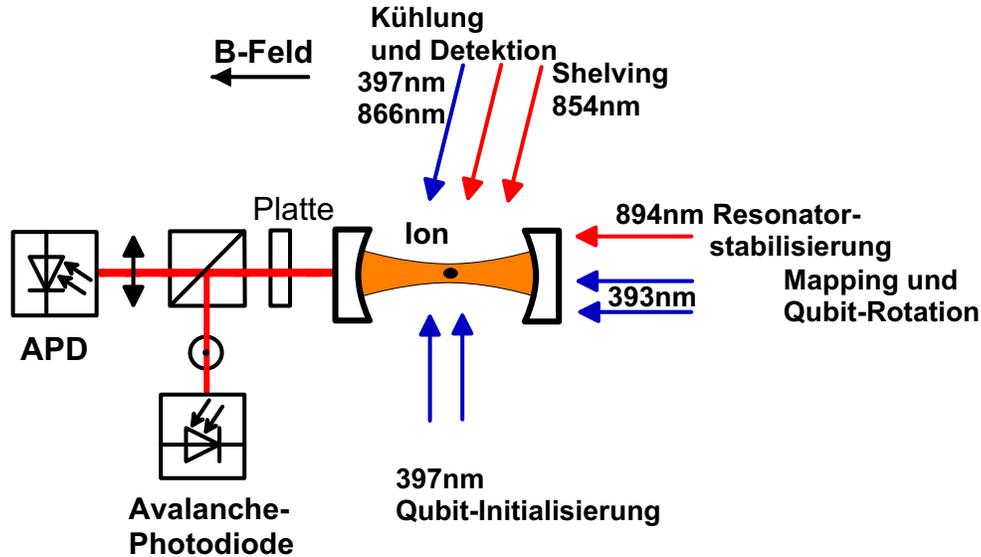


Abbildung 9.3: Experimenteller Aufbau für die Abbildung des ionischen Zustandes auf einen photonischen (Polarisationszustand).

ins $D_{3/2}$ -Niveau auf dem oberen Λ -System kein Electron-shelving möglich.

9.2 Quantencomputer mit $^{43}\text{Ca}^+$

Ein Ionenfallen-Resonator-System kann zur Umwandlung von stationären Qubits in 'fliegende' Qubits (Photonen) eingesetzt werden, da sowohl Ionen als auch Photonen als Träger binärer Information geeignet sind. Damit werden zwei der erfolgreichsten Gebiete der Quanteninformationsverarbeitung – Ionenfallenquantencomputer und Einzelphotonen-Quantenkommunikation – vereint [145–150]: Mit gespeicherten Ionen ist eine kontrollierte und effiziente 'Bearbeitung' von Quantenzuständen möglich, während Photonen zur Übertragung von Quanteninformation über große Distanzen dienen.

An der Universität von Sussex wird eine neue, miniaturisierte Falle aufgebaut, die eine kleinere Resonatorlänge und damit stärkere Kopplung erlaubt. Außerdem wird statt $^{40}\text{Ca}^+$ das Isotop $^{43}\text{Ca}^+$ verwendet. $^{43}\text{Ca}^+$ ist das einzige stabile Kalziumisotop mit Kernspin, so daß Quanteninformation in zwei gegenüber magnetischen Feldern nicht sensitiven Hyperfeingrundzuständen gespeichert werden kann. Das stellt optimale Phasenstabilität und Detektionseffizienz sicher. Das Photon trägt die Quanteninformation in seinem Polarisationszustand. Im vorgesehenen Schema wird rechts- und linkszirkularpolarisiertes Licht benutzt, d.h. die Zustände $|\sigma_+\rangle$ und $|\sigma_-\rangle$. Diese können einfach durch Verwendung einer $\lambda/4$ -Platte und eines Polarisationsstrahlteilers separiert werden (siehe Abb. 9.3). Die ebenfalls mögliche Kodierung von Quanteninformation über die Photonen-

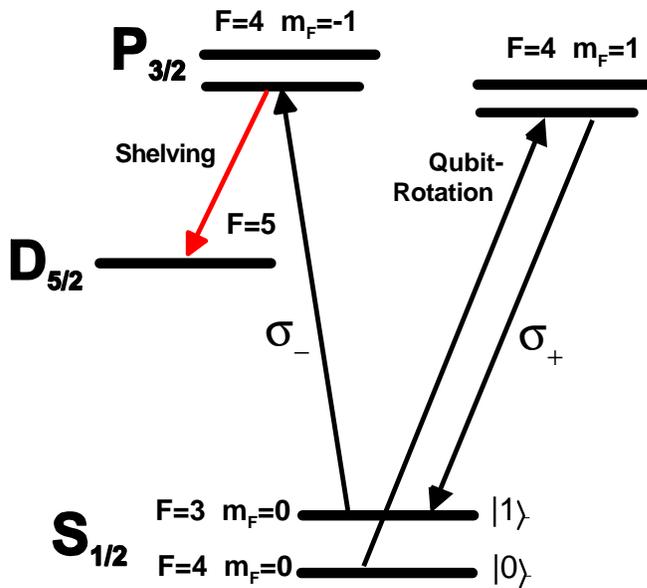


Abbildung 9.4: Übergänge im $^{43}\text{Ca}^+$ -Niveauschema für Qubit-Rotationen (rechts) und Elektron-shelving (links).

zahl in einem Puls (0 oder 1) ist dagegen nicht geeignet, da hier die begrenzte Detektionseffizienz zu Fehlern beim Auslesen der Quanteninformation führt.

Die atomaren Qubits werden durch $|0\rangle = |S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle$ und $|1\rangle = |S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle$ repräsentiert (siehe Abb. 9.4), d.h. innerhalb jedes Hyperfein-Multipletts werden die Untere Zustände mit $m = 0$ genutzt, da diese in erster Ordnung insensitive gegenüber Fluktuationen des magnetischen Feldes sind. Dies ist wichtig, da ein solches Feld in der vorgestellten Methode der Ionen-Photonen-Zustands-Abbildung benötigt wird. Das Qubit kann einfach in den $|0\rangle$ -Zustand durch optisches Pumpen mit π -polarisiertem Licht auf den $F = 3 \rightarrow F = 4$ und $F = 4 \rightarrow F = 4$ -Hyperfeinkomponenten des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Überganges initialisiert werden (siehe Abb. 9.5). Eine kohärente Rotation des Qubit-Zustandes kann durch Raman-Pulse der gleichen Polarisation erreicht werden, die die beiden Hyperfein-Grundzustände verbinden, aber nicht resonant zum Zwischen-Zustand $|P_{3/2}, F = 4, m_F = 1\rangle$ sind.

Der Resonator wird auf dem $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang (854 nm) betrieben, wobei er leicht gegenüber der atomaren Resonanz verstimmt ist. Eine kontrollierte Verbindung zwischen atomaren und photonischen Zuständen wird durch Zwei-Photonen-Raman-Pulse zwischen den beiden Hyperfein-Grundzuständen von $^{43}\text{Ca}^+$ und dem metastabilen $D_{5/2}$ -Niveau (siehe Abb. 9.6) erreicht. Der erste Teil der Ramanprozesse ist ein Pumpimpuls auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang (393 nm), der rotverstimmt ist, um Einzelphotonen-Resonanz mit dem $P_{3/2}$ -Niveau zu vermeiden. Der Raman-Übergang wird durch die Erzeugung eines einzelnen Photons bei 854 nm komplettiert, das im Verlauf des Pumpimpulses in die Resonatormode abgegeben wird, während das Ion den Übergang in den $D_{5/2}$ -Zustand macht.

Die Quanteninformation wird vom Ion auf das Photon durch Kopplung zweier

Abbildung 9.5: Niveauschema zur Qubit-Initialisierung (π -polarisiertes Licht pumpt das Elektron in den Zustand $F=4, m_F=0$), zum Dopplerkühlen und Rückpumpen aus dem $D_{3/2}$ -Niveau.

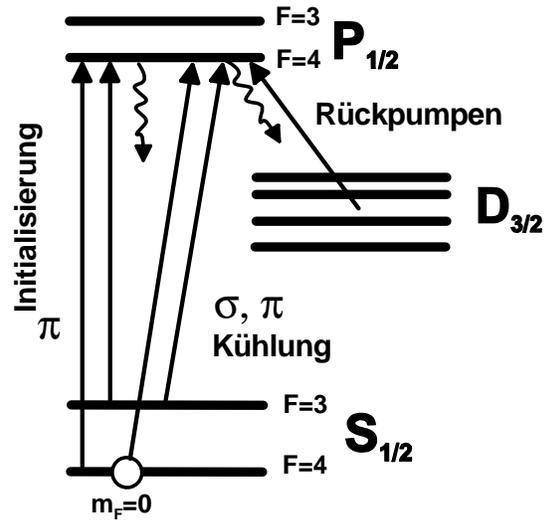
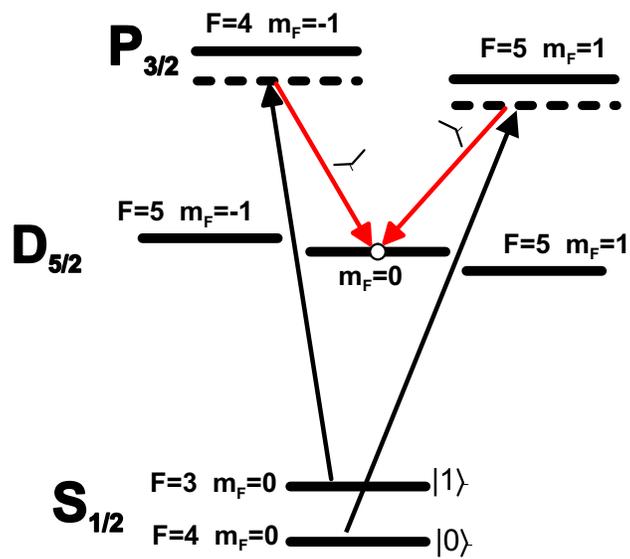


Abbildung 9.6: Niveauschema mit den relevanten Übergängen zur Abbildung des ionischen auf einen photonischen Zustand.



Qubit-Zustände an orthogonale Polarisationszustände des Resonators abgebildet. Dazu werden getrennte Raman-Pumpimpulse mit unterschiedlicher zirkularer Polarisation verwendet. Die Abstimmung jedes Pumpstrahles ist so an die Resonatorabstimmung angepaßt, daß beide Raman-Übergänge in einem gemeinsamen Endzustand $|D_{5/2}, F=5, m_F = 0\rangle$ enden. Um sicherzustellen, daß nur eine einzelne Polarisationsmode des Resonators für jeden Basiszustand angeregt wird, wird der Zeeman-Effekt genutzt, um die magnetischen Unterniveaus $|D_{5/2}, F=5, m_F = \pm 1\rangle$ gegenüber dem Endzustand außer Resonanz zu schieben. Aufgrund der kleinen Resonatorlinienbreite von unter 1 MHz reicht zu diesem Zweck ein magnetisches Feld von einigen wenigen Gauß, das nicht die Phasenstabilität der Qubit-Zustände mit $m_F = 0$ gefährdet. Wählt man die Polarisation der Pumpstrahlen wie in Abb. 9.4 dargestellt, wird der Qubit-Zustand $|0\rangle$ auf ein rechtszirkular-polarisiertes Photon abgebildet, während der Qubit-Zustand $|1\rangle$ zu einem links-zirkularpolarisierten Photon führt. Die etwas unterschiedliche Kopplungsstärke der zwei Übergänge kann dadurch kompensiert werden, daß der Übergang, der in $|1\rangle$ startet, intensiver gepumpt wird, so daß die effektive Raman-Kopplung gleich ist. Um beliebige Überlagerungen der Basiszustände kohärent abzubilden, werden die zwei Raman-Pumpplaser phasenstabil aneinander gekoppelt, indem ihr Schwebungssignal mit einem stabilen RF-Synthesizer mit 3.2 GHz, entsprechend der Aufspaltung der Hyperfein-Grundzustände, verglichen wird. Die Ionen-Photonen-Schnittstelle führt also die folgende Abbildung der Hyperfein-Zustände auf die Photonen-Polarisation aus:

$$\alpha|S_{1/2}, F = 4, m_F = 0\rangle + \beta|S_{1/2}, F = 3, m_F = 0\rangle \rightarrow |D_{5/2}, F = 5, m_F = 0\rangle (\alpha|\sigma_+\rangle + \beta|\sigma_-\rangle) .$$

Hier kann der atomare Teil des Endzustandes ausfaktoriert werden, d.h. Ion und Photon sind nicht verschränkt. Werden jedoch die Pumpstrahlen so abgestimmt, daß den beiden Polarisierungen unterschiedliche Endzustände entsprechen, liegt eine Verschränkung von Ion und Photon vor.

Aufgrund der endlichen Transmissivität des Ausgangsspiegels verläßt das Photon den Resonator als perfekter Einzelphotonen-Puls und kann zur Langstreckentransmission in eine optische Faser eingekoppelt oder, wie in Abb. 9.3 dargestellt, mit einem Polarisationsstrahlteiler analysiert werden.

Das atomare Qubit wird durch 'shelving' des unteren HF-Zustandes ($|0\rangle$) im Zustand $D_{5/2}$ mit einem Paar von Raman-Strahlen (auch in Abb. 9.4 gezeigt) ausgelesen und die Fluoreszenz der verbleibenden Grundzustandsbevölkerung beobachtet, indem das geschlossene System $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2} \rightarrow D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ resonant getrieben wird (Abb. 9.5). Dabei müssen alle Hyperfeinkomponenten gepumpt werden.

Ist eine geringere Phasenstabilität akzeptabel, kann eine Ionen-Photonen-Zustands-Abbildung auch mit $^{40}\text{Ca}^+$ durchgeführt werden. Dazu wird das Qubit nicht im HF-Zustand, sondern im Zeeman-Unterniveau des $S_{1/2}$ -Grundzustandes gespeichert, der in einem magnetischen Feld aufgespaltet wird. Da die erreichbare Aufspaltung kleiner als die Hyperfeinaufspaltung ist, ist das Ausle-

sen des Qubits ineffizienter. Erste Abbildungsmessungen werden in Sussex mit $^{40}\text{Ca}^+$ durchgeführt werden.

Das langfristige Ziel des Experimentes ist es, den Zustand des Photons auf den Zustand eines anderen, weit entfernten Ions abzubilden. Dafür wird eine bidirektionale Schnittstelle benötigt. In der Umkehrung des oben beschriebenen Prozesses muß das eintreffende Photon vom Resonator aufgenommen und dabei vom Ion absorbiert werden. Nach Cirac und Zoller ist diese Umkehrung nur möglich, wenn der Photonenpuls ein zeitlich symmetrisches Profil aufweist [48]. Daraus ergibt sich die Bedeutung der in [71] beschriebenen Pulsformung für Einzelphotonen: Durch Formung des Intensitätsprofils des Pumpulses kann eine gewünschte zeitliche Struktur des Photons erzielt werden. Da die Position des Ions und damit die Ionen-Feld-Kopplung fixiert ist, werden Einzelphotonen-Pulse in einer vollständig deterministischen Art erzeugt. Mit dieser präzisen Abrufbarkeit und Formung der Einzelphotonen-Pulse ist eine grundlegende Voraussetzung für die Realisierung einer bidirektionalen Ionen-Photonen-Schnittstelle in einem Quantennetzwerk, wie sie von Cirac und Zoller vorgeschlagen wurde, erfüllt.

Literaturverzeichnis

- [1] G. R. Guthöhrlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, *Nature* **414**, 49 (2001).
- [2] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, *Nature* **431**, 1075 (2004).
- [3] W. Heitler, *The Quantum Theory of Radiation* (Oxford University Press, Oxford, 1954).
- [4] E. Purcell, *Phys. Rev.* **69**, 681 (1946).
- [5] P. Goy, J. Raimond, M. Gross und S. Haroche, *Phys. Rev. Lett.* **50**, 1903 (1983).
- [6] D. Meschede, H. Walther und G. Müller, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 551 (1985).
- [7] D. Heinzen, J. Child, J. Thomas und M. Feld, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 1320 (1987).
- [8] M. Raizen, R. Thompson, R. Brecha, H. Kimble und H. Carmichel, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 240 (1989).
- [9] R. Thompson, G. Rempe und H. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1132 (1992).
- [10] T. Hänsch und A. Schawlow, *Opt. Commun.* **13**, 68 (1975).
- [11] D. Wineland und H. Dehmelt, *Bull. Am. Phys. Soc.* **20**, 637 (1975).
- [12] C. Hood, T. Lynn, A. Doherty, A. Parkins und H. Kimble, *Science* **287**, 1447 (2000).
- [13] P. Münstermann, T. Fischer, P. Maunz, P. Pinsky und G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3791 (1999).
- [14] J. McKeever, J. Buck, A. Boozer, A. Kuzmich, H.-C. Nägerl, D.M. Stamper-Kurn und H.J. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 133602 (2003).

- [15] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P. Pinkse und G. Rempe, *Nature* **428**, 50 (2004).
- [16] S. Kuhr, W. Alt, D. Schrader, I. Dotsenko, Y. Miroshnychenko, W. Rosenfeld, M. Khudaverdyan, V. Gomer, A. Rauschenbeutel und D. Meschede, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 213002 (2003).
- [17] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa und Y. Arakawa, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314 (1992).
- [18] B. Gayral, J.-M. Gerard, B. Sermage, A. Lemaître und C. Depuis, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 2828 (2001).
- [19] A. Kiraz, P. M. anc C. Becher, B. Gayral, A. Imamoglu, L. Zhang, E. Hu, W. Schoenfeld und P. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3932 (2001).
- [20] J. Gérard, B. Sermage, B. Gayral, B. Legrand, E. Costard und V. Thierry-Mieg, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1110 (1998).
- [21] T. Happ, I. Tartakovskii, V. Kulakovskii, J.-P. Reithmaier, M. Kamp und A. Forchel, *Phys. Rev. B* **66**, 041303(R) (2002).
- [22] O. O. u. E. F. W. Paul, Forschungsbericht des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums NRW Nr. 415 (1958).
- [23] D. Wineland, R. Drullinger und F. Walls, *Phys. Rev. Lett.* **40**, 1639 (1978).
- [24] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek und H. Dehmelt, *Phys. Rev. Lett.* **41**, 233 (1978).
- [25] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek und H. Dehmelt, *Phys. Rev. A* **22**, 1137 (1980).
- [26] F. Diedrich und H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 203 (1987).
- [27] J. Höffges, H. Baldauf, T. Eichler, S. Helmfrid und H. Walther, *Opt. Commun.* **133**, 170 (1997).
- [28] H. Dehmelt, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **31**, 83 (1981).
- [29] H. Dehmelt, *Adv. in atom. and mol. Phys.* **3**, 53 (1967).
- [30] R. Feynman, *Int. J. Theor. Phys.* **21**, 467 (1982).
- [31] D. Deutsch, *Proc. Royl. Soc. Lond. A* **400**, 97 (1985).
- [32] D. DiVincenzo, *Fortschr. Phys.* **48**, 771 (2000).

- [33] C. Monroe, D. Meekhof, B. King, W. Itano und D. Wineland, Phys. Rev. Lett. **75**, 4714 (1995).
- [34] Q. Turchette, C. Hood, W. Lange, H. Mabuchi und H. Kimble, Phys. Rev. Lett. **75**, 4710 (1995).
- [35] E. Hagley, X. Maitre, G. Nogues, C. Wunderlich, M. Brune, J. Raimond und S. Haroche, Phys. Rev. Lett. **79**, 1 (1997).
- [36] N. Gershenfeld und I. Chuang, Science **275**, 350 (1997).
- [37] D. Cory, A. Fahmy und T. Havel, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **94**, 1634 (1997).
- [38] J. Jones, M. Mosca und R. Hansen, Nature **393**, 344 (1998).
- [39] I. Chuang, N. Gershenfeld und M. Kubinec, Phys. Rev. Lett. **80**, 3408 (1998).
- [40] I. Cirac und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995).
- [41] A. Ekert, J. Rarity, P. Tapster und G. Palma, Phys. Rev. Lett. **69**, 1293 (1992).
- [42] R. Hughes, D. Alde, P. Dyer, G. Luther, G. Morgan und M. Schauer, Contemp. Phys. **36**, 149 (1995).
- [43] H. Zbinden, J. Gautier, N. Gisin, B. Huttner, A. Muller und W. Tittle, Elect. Lett. **33**, 586 (1997).
- [44] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibel, H. Weinfurter und A. Zeilinger, Nature **390**, 575 (1997).
- [45] H.-J. Briegel, W. Dur, J. Cirac und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **81**, 5932 (1998).
- [46] W. Dur, H.-J. Briegel, J. Cirac und P. Zoller, Phys. Rev. A **59**, 169 (1999).
- [47] D. Bouwmeester, A. Ekert und A. Z. (Hrsg.), *The Physics of Quantum Information* (Springer, Heidelberg, 2000).
- [48] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble und H. Mabuchi, Phys. Rev. Lett. **78**, 3221 (1997).
- [49] J. Kim, O. Benson, H. Kan und Y. Yamamoto, Nature **397**, 500 (1999).
- [50] A. Imamoglu und Y. Yamamoto, Phys. Rev. Lett. **72**, 210 (1994).

- [51] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. Schoenfeld, P. Petroff, L. Zhang, E. Hu und A. Imamoglu, *Science* **290**, 2282 (2000).
- [52] C. Santori, M. Pelton, G. Solomon, Y. Dale und E. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1502 (2001).
- [53] E. Moreau, I. Robert, J. Gérard, I. Abram, L. Maniv und V. Thierry-Mieg., *Appl. Phys. Lett.* **79**, 2865 (2001).
- [54] R. Thompson, R. Stevenson, A. Shields, I. Farrer, C. Lobo, D. Ritchi, M. Leadbeater und M. Pepper, *Phys. Rev. B* **64**, 201302 (2001).
- [55] V. Zwiller, H. Blorn, P. Jonsson, N. Panev, S. Jeppesen, T. Tsegaye, E. Goobar, M.-E. Pistol, L. Samuelson und G. Björk, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 2476 (2001).
- [56] Z. Yuan, B. Kardynal, R. Stevenson, A. Shields, C. Lobo, K. Cooper, N. Beattie, D. Ritchie und M. Pepper, *Science* **295**, 102 (2002).
- [57] M. Pelton, C. Santori, J. Vuckovic, B. Zhang, G. Solomon, J. Plant und Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 233602 (2002).
- [58] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda und H. Weinfurter, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 290 (2000).
- [59] R. Brouri, A. Beveratos, J.-P. Poizat und P. Grangier, *Opt. Lett.* **25**, 1294 (2000).
- [60] A. Beveratos, S. Kuhn, R. Brouri, T. Gacoin, J. Poizat und P. Grangier, *Eur. Phys. J. D* **18**, 191 (2002).
- [61] F. Jelezko, A. Volkmer, I. Popa, K. Rebane und J. Wrachtrup, *Phys. Rev. A* **67**, 041802 (2003).
- [62] F. DeMartini, G. DiGiuseppe und M. Marrocco, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 900 (1996).
- [63] C. Brunel, B. Lounis, P. Tamarat und M. Orrit, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 2722 (1999).
- [64] B. Lounis und W. Moerner, *Nature* **407**, 491 (2000).
- [65] F. Treussart, R. Alléaume, V. LeFloc'h, L. Xiao, J. Courty und J. Roch., *Phys. Rev. Lett.* **89**, 093601 (2002).
- [66] C. K. Law und H. J. Kimble, *J. Mod. Opt.* **44**, 2067 (1997).

-
- [67] M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn und G. Rempe, Phys. Rev. Lett. **85**, 4872 (2000).
- [68] A. Kuhn, M. Hennrich und G. Rempe, Phys. Rev. Lett. **89**, (2002).
- [69] J. McKeever, A. Boca, A. Boozer, R. Miller, J. Buck, A. Kuzmich und H. Kimble, Science **303**, .
- [70] C. Hood, H. Kimble und J. Ye, Phys. Rev. A **64**, 033804 (2001).
- [71] M. Keller, Doktorarbeit, LMU München, 2004.
- [72] T. Pellizzari, S. Gardiner, C. J. I und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **75**, 3788 (1995).
- [73] S. B. Zheng und G. C. Guo, Phys. Rev. Lett. **85**, 2392 (2000).
- [74] M. Shahriar, J. Bowers, B. Demsky, P. Bhatia, S. Lloyd, P. Hemmer und A. Craig, Opt. Commun. **195**, 411 (2001).
- [75] G. Guthöhrlein, Doktorarbeit, LMU München, 2001.
- [76] R. Rafac, B. Young, J. Beall, W. Itano, D. Wineland und J. Bergquist, Phys. Rev. Lett. **85**, 2462 (2000).
- [77] C. Tamm, D. Engelke und V. Bühner, Phys. Rev. A **61**, 053405 (2000).
- [78] T. Becker, J. v. Zanthier, A. Nevsky, C. Schwedes, M. Skvortsov, H. Walther und E. Peik, Phys. Rev. A **63**, 051802(R) (2001).
- [79] D. Wineland und W. Itano, Phys. Rev. Lett. **82A**, 75 (1981).
- [80] W. Nagourney, J. Sandberg und H. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. **56**, 2797 (1986).
- [81] E. P. G. Hollemann und H. Walther, Phys. Rev. A **49**, 402 (1994).
- [82] J. Höffges, H. Baldauf, T. Eichler, S. Helmfrid und H. Walther, Opt. Commun. **133**, 170 (1997).
- [83] F. Würcker, H. Shelton und R. Langmuir, J. Appl. Phys. **30**, 342 (1959).
- [84] H. Dehmelt, Adv. in Atom. and Mol. Phys. **3**, 53 (1967).
- [85] H. Baldauf, Doktorarbeit, LMU München, 1998.
- [86] E. Peik, J. Abel, T. Becker, J. von Zanthier und H. Walther, Phys. Rev. A **60**, 439 (1999).

- [87] W. Paul, H. Reinhard und U. v. Zahn, *Z. Phys.* **152**, 143 (1958).
- [88] M. Raizen, J. Gilligan, J. Bergquist, W. Itano und D. Wineland, *Phys. Rev. A* **45**, 6493 (1992).
- [89] P. Fisk, M. Sellars, M. Lawn und C. Coles, *Appl. Phys. B* **60**, 519 (1995).
- [90] H. Nägerl, W. Bechter, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler und R. Blatt, *Appl. Phys. B* **66**, 603 (1998).
- [91] R. Blümel, C. Kappler, W. Quint und H. Walther, *Phys. Rev. A* **40**, 808 (1989).
- [92] N. Yu und W. Nagourney, *J. Appl. Phys* **77**, 3623 (1995).
- [93] D. Berkeland, J. D. Miller, J. Bergquist, W. Itano und D. Wineland, *J. Appl. Phys.* **83**, 5025 (1998).
- [94] J. Javanainen und S. Stenholm, *Appl. Phys.* **21**, 283 (1980).
- [95] S. Stenholm, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 699 (1986).
- [96] W. Phillips, *Fundamental Systems in Quantum Optics. Les Houches, Session LIII. 1990* (Elsevier, Amsterdam, 1992).
- [97] A. Yariv, *Quantum Electronics* (Wiley, New York, 1975).
- [98] A. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Kalifornien, 1986).
- [99] N. Hodgson und H. Weber, *Optische Resonatoren* (Springer, Heidelberg, 1992).
- [100] H. Kogelnik und T. Li, *Appl. Opt.* **5**, 1550 (1966).
- [101] D. Schaudel, Diplomarbeit, LMU München, 1999.
- [102] H. Bachor, *A Guide to Experiments in Quantum Optics* (Wiley-VCH, Weinheim, 1998).
- [103] D. Maaß, Doktorarbeit, Universität Hannover, 2001.
- [104] E. Jaynes und F. Cummings, *Proc. IEEE* **51**, 89 (1963).
- [105] R. Loudon, *Quantum Theory of Light* (Oxford University Press, London, 2000).
- [106] C. Gardiner und P. Zoller, *Quantum Noise* (Springer, Heidelberg, 2000).
- [107] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roch und G. Grynber, *Atom-photon interactions* (Wiley, New York, 1992).

- [108] R. Thompson, Q. Turchette, O. Carnal und H. Kimble, *Phys. Rev. A* **57**, 3084 (1998).
- [109] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloe, *Quantenmechanik I* (deGruyter, Berlin, 1997).
- [110] T. Mayer-Kuckuck, *Atomphysik* (Teubner, Stuttgart, 1994).
- [111] Y. Yamamoto und A. Imamoglu, *Mesoscopic quantum optics* (Wiley, New York, 1999).
- [112] B. Saleh und M. Teich, *Fundamentals of Photonics* (Wiley, New York, 1991).
- [113] E. Biémont und C. Zeippen, *Comments. At. Mol. Phys.* **33**, 29 (1196).
- [114] G. Werth, NATO ASI Series B **241**, .
- [115] P. Gill, G. Barwood, H. Klein, G. Huang, S. Webster, P. Blythe, K. Hosaka, S. Lea und H. Margolis, *Meas. Sci. Technol.* **14**, 1174 (2003).
- [116] S. Gulde, D. Rotter, P. Barton, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt und W. Hoger-vorst, *Appl. Phys. B* **73**, 861 (2001).
- [117] N. Kjærgaard, L. Hornekær, A. Thommesen, Z. Videsen und M. Drewsen, *Appl. Phys. B* **71**, 207 (2000).
- [118] W. N. G. Janik und H. Demelt, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1251 (1985).
- [119] T. Mayer-Kuckuck, *Atomphysik* (B.G. Teubner, Stuttgart, 1994 (4. Auflage)).
- [120] L. Ricci, M. Weidenmüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. Hänsch, *Opt. Commun.* **117**, 541 (1995).
- [121] K. MacAdam, A. Steinbach und C. Wieman, *Am. J. Phys.* **60**, 1098 (1992).
- [122] J. Camparo, *Rev. Sci. Instrum.* **57**, 370 (1986).
- [123] S. Urabe, K. Hayasaka, M. Watanabe, H. Imajo und R. Ohmukai, *Jpn. J. Appl. Phys* **33**, 1590 (1994).
- [124] W. Zhao, J. Simsarian, L. Orozco und G. Sprouse, *Rev. Sci. Instrum.* **69**, 3737 (1998).
- [125] P. Laurentand, A. Clairon und C. Breant, *IEEE J. Quantum Elektron.* **25**, 1131 (1989).
- [126] K. Hayasaka, *Opt. Commun.* **206**, 401 (2002).

- [127] B. Dahmani, L. Hollberg und R. Drullinger, *Opt. Lett.* **12**, 876 (1987).
- [128] H. Patrick und C. Wieman, *Rev. Sci. Instrum.* **62**, 2593 (1991).
- [129] K. Vahala und A. Yariv, *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-19**, 1096 (1983).
- [130] T. Udem, J. Reicher, R. Holzwarth und T. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3568 (1999).
- [131] S. Urabe, K. Hayasaka, M. Watanabe, H. Imajo, R. Ohmukai und R. Hayashi, *Appl. Phys. B* **57**, 367 (1993).
- [132] R. Pound, *Rev. Sci. Instrum.* **17**, 490 (1946).
- [133] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Fotd, A. Munley und H. Ward, *Appl. Phys. B* **31**, 97 (1983).
- [134] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, *Europ. Phys. Journ. D* **32**, 161 (2005).
- [135] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, *Appl. Phys. B* **76**, 125 (2003).
- [136] D. W. Allan, *Proc. IEEE* **54**, 221 (1966).
- [137] C. Bennett und G. Brassard, in *Proc. IEEE Int. Conf. on Computers, Systems and Signal Processing* (IEEE, New York, 1984), S. 175–179.
- [138] E. Knill, R. Laflamme und G. Milburn, *Nature* **409**, 46 (2001).
- [139] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, angenommen von *J.Mod.Opt.* (unveröffentlicht).
- [140] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, *New Journal of Physics* **6**, 95 (2004).
- [141] H. Häffner, S. Gulde, M. Riebe, G. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler und R. Blatt, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 143602 (2003).
- [142] R. Hanbury-Brown und R. Twiss, *Nature* **177**, 27 (1956).
- [143] B. King, C. Wood, C. Myatt, Q. Turchette, D. Leibfried, W. Itano, C. Monroe und D. Wineland, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1525 (1989).
- [144] T. Pellizzari, S. Gardiner, J. Cirac und P. Zoller, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3788 (1995).
- [145] I. Marcikic, H. de Riedmatten, W. Tittel, H. Zbinden, M. Legré und N. Gisin, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 180502 (2004).

-
- [146] F. Schmidt-Kaler, H. Häffner, M. Riebe, S. Gulde, G. Lancaster, T. Deutschle, C. Becher, C. F. Roos, J. Eschner und R. Blatt, *Nature* **422**, 408 (2003).
- [147] D. Leibfried, B. DeMarco, D. Lucas, M. Barrett, J. Britton, W. Itano, B. Jelenkovic, C. Langer, T. Rosenband und D. Wineland, *Nature* **422**, 412 (2003).
- [148] M. Riebe, C. Roos, W. Hänsel, J. Benheim, G. Lancaster, T. Körber, C. Becher, F. Schmidt-Kaler, D. James und R. Blatt, *Nature* **429**, 734 (2004).
- [149] M. Barrett, J. Chiaverini, T. Schätz, J. Britton, W. Itano, J. Jost, E. Knill, C. Langer, D. Leibfried, R. Ozeri und D. Wineland, *Nature* **429**, 737 (2004).
- [150] C. Roos, M. Riebe, H. Häffner, W. Hänsel, J. Benhelm, G. Lancaster, C. Becher, F. Schmidt-Kaler und R. Blatt, *Science* **304**, 1478 (2004).

Danksagung

Diese Arbeit wurde am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in der Gruppe von Professor Herbert Walther durchgeführt, der leider im Juli 2006 verstorben ist. Prof. Walther initiierte 1997 den Aufbau der linearen Ionenfalle durch Dr. Gerhard Guthörlein, mit dem ich noch eine kurze zeitliche Überschneidungsphase hatte. Vielen Dank für die grundlegende 'Aufbauarbeit'!

Prof. Wolfgang Lange war ebenfalls seit Beginn des Projektes dabei und hat es als Betreuer dieser Arbeit wirklich zu keiner Zeit an aufklärenden Diskussionen und praktischer Unterstützung fehlen lassen. Besten Dank!

Mit Dr. Kazuhiro Hayasaka stand dem Experiment mehrere Wochen im Jahr ein Experte, nicht nur auf dem Gebiet der Laserstabilisierung, zur Seite, was den Fortgang des Unternehmens sehr beschleunigt hat! Herzlichen Dank!

Ein besonderer Dank geht an Dr. Matthias Keller: Er brachte den Versuch entscheidend voran, war für einen großen Teil meiner Einarbeitung und weiteren Betreuung zuständig und weilte so manche Stunde mit mir im Labor. Dies machte ihn natürlich, genau wie die beiden zuvor genannten Herren, zu einem entscheidenden Faktor der hervorragenden Arbeitsatmosphäre. Freundlicherweise stand er, genau wie Wolfgang Lange, auch nach seinem Umzug nach England zur Lösung diverser Fragen und Probleme zur Verfügung.

Dr. Thomas Becker ist in der Schlußphase der Arbeit als 'Postdoc vom Dienst' eingesprungen – vielen Dank für diesen nicht zu unterschätzenden Beitrag!

Ohne eine ausgezeichnete Werkstatt ist ein Experiment wie dieses zum Scheitern verurteilt. Neben den Mitarbeitern der Hauptwerkstatt unterstützte uns Herr Schönauer bei technischen Aufgaben. Vielen Dank!

Den anderen Mitglieder der Laserphysik- und weiterer Arbeitsgruppen möchte ich für eine ausgezeichnete Arbeitsatmosphäre danken. Hier seien namentlich, ohne Anspruch auf Vollständigkeit, nur Dr. Wolfgang Stremme, Dr. Michael Schätzl, Dr. Fabrizio Lindner, Michael Klembovsky, Dr. Wolfgang Krieger, Dr. Christian Schwedes, Dr. Alexander Nevsky, Tibor Wittmann, Pierre Thoumany, Linas Urbonas, Dr. Gernot Stania, Monika Wild, Ingrid Hermann und Rosemarie Lechner genannt. Außerdem soll nicht unerwähnt bleiben, daß das MPQ die netteste Tür Münchens hat!