

Selbstkonsistente Modelle  
strahlungsdruckgetriebener Winde  
heißer Sterne  
unter Mitberücksichtigung der Rotation

---

**DISSERTATION**

der Fakultät für Physik

der Ludwig-Maximilians-Universität

vorgelegt von

**Peter Petrenz**

aus München

München, den 19. Mai 1999

1. Gutachter: Prof. Dr. R.-P. Kudritzki
2. Gutachter: Prof. Dr. T. Gehren

Datum der mündlichen Prüfung: 30.07.1999

*Meinen Eltern*

# Inhaltsverzeichnis

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>Winde heißer Sterne</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Die Theorie im Rahmen des Standardmodelles . . . . .                          | 2         |
| 1.2      | Anwendungen . . . . .   | 4         |
| 1.3      | Asphärische und nichtstationäre Sternwinde . . . . .                          | 7         |
| 1.3.1    | Beobachtungen . . . . .   | 7         |
| 1.3.2    | Bisherige theoretische Untersuchungen . . . . .                               | 15        |
| 1.4      | Analyse von Sternwinden . . . . .   | 19        |
| 1.4.1    | Strukturierte Winde – Klumpungen . . . . .                                    | 19        |
| 1.4.2    | Rotation . . . . .  | 19        |
| <b>2</b> | <b>Zielsetzung der Arbeit</b>   | <b>21</b> |
| <b>3</b> | <b>Rotation und Windtheorie</b>   | <b>25</b> |
| 3.1      | Das Modell . . . . .  | 25        |
| 3.1.1    | Berücksichtigte physikalische Effekte . . . . .                               | 25        |
| 3.1.2    | Näherungen . . . . .  | 27        |
| 3.2      | Geometrie und Koordinatensysteme . . . . .                                    | 28        |
| 3.3      | Die hydrodynamischen Gleichungen . . . . .                                    | 30        |
| <b>4</b> | <b>Grundlegende physikalische Effekte</b>                                     | <b>33</b> |
| 4.1      | Windkompression . . . . .   | 33        |
| 4.1.1    | Das Windkompressions-Modell . . . . .   | 33        |
| 4.1.2    | Modellergebnisse für O-Überriesen-Winde . . . . .                             | 38        |
| 4.2      | Die Strahlungsbeschleunigung . . . . .  | 44        |
| 4.2.1    | Kontinuumsstrahlungsbeschleunigung . . . . .                                  | 45        |
| 4.2.2    | Die Linenstrahlungsbeschleunigung . . . . .                                   | 46        |
| 4.2.3    | Grenzfälle . . . . .  | 49        |
| 4.2.4    | Die nichtradialen Komponenten der Strahlungsbeschleunigung . . . . .          | 51        |
| 4.2.4.1  | Polare Linienstrahlungsbeschleunigung $g_{\Theta}^{\text{lines}}$ . . . . .   | 51        |
| 4.2.4.2  | Azimutale Linienstrahlungsbeschleunigung $g_{\Phi}^{\text{lines}}$ . . . . .  | 55        |
| 4.3      | Gravity Darkening . . . . .   | 61        |
| 4.3.1    | Deformation der Sternoberfläche . . . . .                                     | 61        |
| 4.3.2    | Polarwinkelabhängigkeit des Strahlungsflusses . . . . .                       | 64        |
| 4.3.3    | Ergebnisse für Modelle mit Gravity Darkening . . . . .                        | 68        |
| 4.3.4    | Konsequenzen des Gravity Darkening auf die Kontinuumsbeschleunigung . . . . . | 70        |
| 4.3.5    | Das „ $\Omega$ -Limit“ . . . . .  | 74        |
| 4.4      | Ionisationsgleichgewicht und Besetzungszahlen . . . . .                       | 76        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 4.4.1    | Näherungen . . . . .   | 76         |
| 4.4.2    | Die Ionisationsgleichung . . . . .   | 78         |
| 4.4.3    | Besetzung der Niveaus . . . . .  | 79         |
| 4.4.4    | Die atomaren Daten . . . . .   | 80         |
| 4.5      | Die Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung . . . . .                                    | 81         |
| 4.5.1    | Das Konzept des force multipliers . . . . .  | 81         |
| 4.5.2    | Eigenschaften des force multipliers . . . . .  | 82         |
| 4.5.3    | Der allgemeine Fall – Näherungen . . . . .   | 93         |
| 4.5.4    | Größen des Strahlungsfeldes . . . . .  | 94         |
| 4.5.4.1  | Frequenzunabhängige lokale Effektivtemperaturen . . . . .  | 97         |
| 4.5.4.2  | Der Verdünnungsfaktor . . . . .  | 101        |
| 4.5.5    | Tiefenabhängige Parametrisierung des force multipliers . . . . .                                     | 102        |
| 4.5.6    | Lokale Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung für zweidi-<br>mensionale Winde . . . . . | 106        |
| <b>5</b> | <b>Skalierungsrelationen</b>   | <b>111</b> |
| 5.1      | Skalierungsrelationen für $\dot{M}$ und $v_\infty$ . . . . .   | 111        |
| 5.2      | Die Windimpuls-Leuchtkraft-Relation . . . . .  | 114        |
| <b>6</b> | <b>Numerische Hydrodynamik</b>   | <b>117</b> |
| 6.1      | Das Lösungsprinzip . . . . .   | 117        |
| 6.2      | Der numerische Code . . . . .  | 120        |
| 6.3      | Randbedingungen . . . . .  | 121        |
| 6.3.1    | 1-D Winde . . . . .  | 123        |
| 6.3.2    | 2-D Winde . . . . .  | 125        |
| 6.4      | Weitere Aspekte . . . . .  | 133        |
| 6.4.1    | Anfangsbedingungen . . . . .   | 133        |
| 6.4.2    | Wahl der numerischen Gitter und Parameter . . . . .  | 135        |
| 6.5      | Zusammenfassung . . . . .  | 136        |
| <b>7</b> | <b>Modelle mit konstanten Force Multipliern</b>  | <b>139</b> |
| 7.1      | Die Modelle . . . . .  | 139        |
| 7.2      | Windkompressionszonen und Scheiben . . . . .   | 142        |
| 7.2.1    | B2-Hauptreihenstern (B2-MS): <i>wind compressed disk model</i> . . . . .                             | 142        |
| 7.2.2    | O-Überriese (O4): <i>wind compressed zone model</i> . . . . .  | 150        |
| 7.3      | Nichtradiale Strahlungsbeschleunigungen . . . . .  | 155        |
| 7.3.1    | Numerische Resultate . . . . .   | 155        |
| 7.3.1.1  | B2-Hauptreihenstern (B2-MS) . . . . .  | 155        |
| 7.3.1.2  | O-Überriese (O4, MIII) . . . . .   | 158        |
| 7.3.2    | Die nichtradiellen Komponenten $g_\odot^{\text{lines}}$ und $g_\Phi^{\text{lines}}$ . . . . .        | 158        |
| 7.4      | Gravity Darkening . . . . .  | 163        |
| 7.5      | Zusammenfassung . . . . .  | 170        |

|           |  |            |
|-----------|--|------------|
| <b>8</b>  | <b>Selbstkonsistente Windmodelle</b>   | <b>175</b> |
| 8.1       | Spezifische numerische Aspekte . . . . .   | 175        |
| 8.2       | 1-D Windmodelle . . . . .  | 176        |
| 8.3       | 2-D Modelle . . . . .  | 178        |
| 8.3.1     | Modelle für B-Sternwinde . . . . .   | 179        |
| 8.3.1.1   | Bestrahlung durch Kurucz-Flußverteilungen . . . . .  | 179        |
| 8.3.1.2   | Beleuchtung durch Plancksch strahlende Sternoberfläche . . . . .                             | 195        |
| 8.3.1.3   | Ein Vergleichsmodell mit mittleren globalen $k_{\text{CAK}}$ , $\alpha$ , $\delta$ . . . . . | 198        |
| 8.3.2     | Weitere B-Sternwind-Modelle . . . . .  | 199        |
| 8.3.3     | Modell für einen O-Überriesen-Wind . . . . .   | 203        |
| 8.4       | B[e]-Sternwinde . . . . .  | 207        |
| 8.5       | Zusammenfassung . . . . .  | 215        |
| <b>9</b>  | <b>H<math>_{\alpha}</math>-Linienprofilbildung</b>   | <b>219</b> |
| 9.1       | Die H $_{\alpha}$ -Linie . . . . .   | 219        |
| 9.1.0.1   | Annahmen und Vereinfachungen für den Strahlungstransport . . . . .                           | 219        |
| 9.1.0.2   | Optische Tiefe . . . . .   | 220        |
| 9.2       | Das Windmodell . . . . .   | 221        |
| 9.3       | Linienbildung . . . . .  | 222        |
| 9.3.1     | Geometrie und projizierte Geschwindigkeiten . . . . .  | 222        |
| 9.3.2     | Konsequenzen der differentiellen Rotation für die optische Tiefe . . . . .                   | 222        |
| 9.3.3     | Berechnung der Linienprofile . . . . .   | 224        |
| 9.4       | Linienprofile - Allgemeine Effekte . . . . .   | 225        |
| 9.4.1     | Gravity Darkening . . . . .  | 225        |
| 9.4.2     | Grundlegende Effekte der differentiellen Rotation . . . . .                                  | 227        |
| 9.4.3     | 2-D Dichteschichtung . . . . .   | 229        |
| 9.4.3.1   | Grundlegende Effekte . . . . .   | 229        |
| 9.4.3.2   | Parameterstudie . . . . .  | 233        |
| 9.4.3.3   | Implikationen für die Bestimmung von $\dot{M}$ . . . . .                                     | 236        |
| 9.5       | Zusammenfassung und Diskussion . . . . .   | 238        |
| <b>10</b> | <b>Zusammenfassung und Ausblick</b>  | <b>243</b> |
| <b>11</b> | <b>Literaturverzeichnis</b>  | <b>255</b> |
| <b>A</b>  | <b>Anhang</b>  | <b>269</b> |
| A.1       | Die Sobolevnäherung . . . . .  | 269        |
| A.2       | Analytische Ausdrücke . . . . .  | 270        |
| A.2.1     | Zu Kapitel 4.1: $\Phi'$ und $d\mu/d\mu_0$ . . . . .  | 270        |
| A.2.2     | Zu Kapitel 4.2.2: Lösung von Integralen . . . . .  | 271        |
| A.3       | Charakteristiken und Randbedingungen . . . . .   | 272        |
| A.3.1     | Charakteristische Analyse . . . . .  | 272        |
| A.3.2     | Nichtreflektierende Randbedingungen . . . . .  | 275        |
| A.4       | Modifizierte force multiplier-Parametrisierung . . . . .                                     | 276        |



# Einleitung

## Winde heißer Sterne – Theorie und Beobachtungen

Seit ihrer Entdeckung (Morton 1967) sind kontinuierliche Masseabströmungen der äußeren photosphärischen Schichten heißer Sterne, die sogenannten *Sternwinde*, ein Objekt vielfältigen astrophysikalischen Interesses. Massereiche heiße Sterne mit Massen  $M_* \gtrsim 10 M_\odot$  auf der Hauptreihe des Hertzsprung-Russell-Diagramms (HRD) am Anfang ihrer Entwicklung (*zero age main sequence*) besitzen aufgrund der Masse-Leuchtkraft-Relation  $M_*^\alpha \sim L_*$ , mit  $\alpha = 3 \dots 4$  auf der Hauptreihe, eine sehr hohe Leuchtkraft  $L_* = 10^4 \dots 10^6 L_\odot$ . Aufgrund ihres Strahlungsmaximums im UV betragen ihre Massenverlustraten  $\dot{M} = 10^{-8} \dots 10^{-5} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , was den solaren Wert von  $\dot{M}_\odot \approx 10^{-14} M_\odot \text{yr}^{-1}$  um viele Größenordnungen übertrifft. Das abströmende Gas wird dabei auf Endgeschwindigkeiten von 150 ... 3000 km/s beschleunigt, und die in der expandierenden Gashülle entstehenden spektralen Erscheinungen können aufgrund der extremen Leuchtkraft dieser Objekte über weite Entfernungen hin beobachtet werden.

Im astrophysikalischen Kontext spielen sie eine entscheidende Rolle bei der Ionisation von (extra)galaktischen HII-Regionen und des interstellaren Mediums (O-, B- und A-Überriesen). In Gebieten mit hohen Sternentstehungsraten, den sogenannten *starburst*-Galaxien (Leitherer et al. 1992) sind sie mitverantwortlich für das Entstehen sogenannter „galaktischer Superwinde“, die man um diese Galaxien herum beobachtet hat (z.B. McCarthy et al. 1987).

Als Zentralsterne planetarischer Nebel bestimmen sie in diesen das Ionisationsgleichgewicht. Im Laufe ihrer Entwicklung tragen sie durch Abgabe nuklear prozessierten Materials an das interstellare Medium neben den Supernovae entscheidend zur chemodynamischen Entwicklung von Galaxien bei (siehe z.B. Leitherer et al. (1996)).

Auch für die Kosmologie sind heiße Sterne ein wichtiges Instrument: Steidel et al. (1996) spektroskopierten sogenannte „ $z > 3$ “-Galaxien (siehe auch Giavalisco et al. (1996)), die eine kosmologische Rotverschiebung von  $z = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0 > 3$  besitzen und somit in einer frühen Epoche des Universums beobachtet werden. Nach dem Standardmodell der Kosmologie entspricht ihr Alter etwa 1.9 Milliarden Jahre nach dem Urknall. Ihre Spektren gleichen denen heutiger starburst-Galaxien und lassen daher auf eine rege Sternentwicklung und Entstehung von OB-Assoziationen schließen. Die in diesen Galaxien beobachteten Metalllinien deuten auf eine Metallicität  $Z \approx 0.01 \dots 0.1 Z_\odot$  hin, weshalb bereits *vor der Entstehung dieser Galaxien* Sterne einer anderen Population (möglicherweise Population III) existiert haben müssen, um das interstellare Medium (ISM) mit Metallen anzureichern.

Mit absoluten Helligkeiten (im Optischen) von  $-7 \dots -10$  können O-/B-/A-Überriesen und LBVs (*Luminous Blue Variables*) in der Lokalen Gruppe (z. B. in M31, M33) mit Teleskopen der 4m-Klasse mit ausgezeichnetem Signal-zu-Rausch-Verhältnis quantitativ spektroskopiert werden. Mit modernen Großteleskopen der 8m-Klasse, im Optischen allen voran das *Very Large Telescope (VLT)* der *ESO*, wird es möglich sein, heiße Sterne z.B. im Virgo- oder Fornax-



Haufen als Standardkerzen für astronomische Untersuchungen zu verwenden und insbesondere die Methoden der *quantitativen Spektroskopie* auf die *extragalaktische Stellarastonomie* (siehe Kudritzki 1997 (Ku97)) anzuwenden.

Somit bieten heiße Sterne ein sehr wichtiges Instrument zur Untersuchung der Physik von Galaxien.

Wir wollen in diesem Kapitel einen Überblick über den derzeitigen Stand der theoretischen Beschreibung von Sternwinden und die wichtigsten Beobachtungsbefunde geben.

## 1.1 Die Theorie im Rahmen des Standardmodelles

Als der für die Initiierung des Massenverlustes und die anschließende Beschleunigung der Strömung grundlegende Mechanismus wird die Absorption/Reemission hochenergetischer Photonen des stellaren Strahlungsfeldes im ultravioletten Spektralbereich durch Metallionen (v.a. C, N, O, Si, Ar, Fe, Ni) angesehen. Diese übertragen den Impuls der Photonen durch Coulombstöße auf das restliche Windmaterial und beschleunigen dadurch dieses im Mittel in radialer Richtung nach außen (siehe z.B. Castor et al. 1976). Als eine geeignete theoretische Beschreibung des zeitlich und auf kleinen räumlichen Skalen gemittelten Windes hat sich das sogenannte *Standardmodell strahlungsdruckgetriebener Winde* erwiesen (für eine detaillierte Diskussion siehe z.B. Puls 1993 (Pu93), Pauldrach et al. 1994 (Pa94)). Dieses geht von einem sphärisch-symmetrischen, stationären und monoton anwachsenden Geschwindigkeitsfeld aus und erlaubt aufgrund seiner geometrischen Einfachheit die numerisch äußerst aufwendige *simultane selbst-konsistente* Berechnung der atomaren Besetzungszahlen im nicht-lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (statistische Gleichungen im NLTE) mit der stationären eindimensionalen Hydrodynamik (Kontinuitäts-, Bewegungs- und Zustandsgleichung). Im folgenden seien kurz die wichtigsten Stationen bei der Entwicklung dieses Modelles aufgeführt, bei der schrittweise die physikalische Beschreibung verfeinert wurde.

Ausgehend von grundlegenden Untersuchungen zur Linienstrahlungsbeschleunigung (Lucy & Solomon 1970, Castor 1974) berechneten Castor, Abbott & Klein (1975, CAK) unter Berücksichtigung der Linienstrahlungsbeschleunigung durch ein repräsentatives Modellion (CIII) erstmals Modelle für strahlungsdruckgetriebene Winde von Of-Sternen. Die Autoren gingen noch von einer punktförmigen stellaren Strahlungsquelle aus (*point star approximation*). Die dabei resultierenden Massenverlustraten waren im Vergleich zu den beobachteten Werten noch um einen Faktor drei zu hoch und die Endgeschwindigkeiten um einen Faktor vier zu gering. Jedoch gestattete dieser Ansatz erstmals eine qualitativ vielversprechende theoretische Beschreibung dieser Winde. (Eine eingehende physikalische Interpretation findet sich bei Abbott (1980).) Ein weiterer wesentlicher Aspekt dieser Arbeit ist, daß sich die Linienstrahlungskraft für das Ensemble der treibenden Linien in sehr einfacher Form mittels der sogenannter *force multiplier - Parameter* ( $k, \alpha, \delta$ ) darstellen läßt (vgl. Abbott 1982, Puls et al. 1999 (Pu99)). Diese erlauben eine globale (d.h. für den gesamten Windbereich gültige) Parametrisierung des *force multipliers*, der das Verhältnis der Linienstrahlungsbeschleunigung zur Thomsonbeschleunigung (Streue von Photonen an Elektronen) angibt.

Der entscheidende Durchbruch zur Aufhebung der Diskrepanz zwischen theoretischen und beobachteten Massenverlustraten und Endgeschwindigkeiten gelang Pauldrach, Puls & Kudritzki (1986, PPK), und unabhängig von diesen Autoren Friend & Abbott (1986, FA), mit der kor-

rekten Mitberücksichtigung der endlichen Ausdehnung der Sternscheibe bei der Berechnung des Strahlungsdruckes (*finite cone-angle effect*). Dies verhinderte eine Überschätzung des stellaren Strahlungsfeldes in der Nähe des Sternes und die damit verbundenen zu hohen Massenverlusten und führte aufgrund des nun dünneren Windes zu höheren Endgeschwindigkeiten. (Interessanterweise waren sich CAK durchaus dieser Näherung bewußt, unterschätzten aber die Bedeutung dieses Effektes auf die resultierende Strömung.)

Das erste selbstkonsistente Modell für O-Sterne wurde von Pauldrach (1987) vorgestellt, bei dem er dem Ansatz von Abbott (1982) folgend über 100000 Linienübergänge in 133 Ionisationsstufen der dreißig häufigsten Elemente (H mit Zn) zur Berechnung des statistischen Gleichgewichts und der Hydrodynamik mitberücksichtigte. Dadurch gelang die Lösung des Problems der sogenannten *Superionisation* mehrerer Elemente, deren Hauptionisationsstufen über denen liegen, die man an sich aufgrund der stellaren Effektivtemperaturen erwarten würde. Dieser Effekt ist durch das optisch dicke Ionisationskontinuum und die im unteren Windbereich aufgrund der hohen Dichten wirksamen Elektronenstöße bedingt.

Puls (1987) erweiterte diesen Ansatz in Bezug auf die *Mehrfachstreuung* der durch den Wind propagierenden Photonen: Diese erleiden bei Streuvorgängen Energieverluste und können dadurch auf ihrem Weg durch den Wind in mehreren Doppler-verschobenen Spektrallinien prozessiert werden und dabei jeweils Impuls an die streuenden Ionen übertragen. Für den O4f-Überriesen  $\zeta$  Puppis ( $R_* = 19R_\odot$ ,  $\dot{M} = 6 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$ ) stellte sich heraus, daß dieser Effekt von nur sekundärer Bedeutung ist, da der zusätzliche Impulsübertrag durch Mehrfachstreuungen durch den Verlust an Beschleunigung aufgrund der Abschattung sich im Wind überlagernder Linien in etwa kompensiert wird. Dagegen sind (semiempirische) Modelle unter Berücksichtigung des Impulsübertrages aufgrund der Mehrfachstreuung im Fall der wesentlich dichteren Winde von Wolf-Rayet-Sternen ( $\dot{M} \leq 10^{-5} M_\odot \text{yr}^{-1}$ ,  $R_* \approx 2 R_\odot$ ) in der Lage, die beobachteten Massenverlusten zumindest größenordnungsmäßig zu erklären (Lucy & Abbott 1993, Springmann 1997 (S97)).

Die künstliche Trennung von Photosphäre und Wind (*Core-Halo-Modell*) wurde in Arbeiten von Gabler et al. (1989), Gabler (1991) und Gabler (1994) durch eine gesamtatmosphärische Beschreibung, den sogenannten *unified model atmospheres*, ersetzt. Bei diesen handelt es sich im Gegensatz zu den „klassischen“ planparallelen hydrostatischen um sphärisch ausgedehnte NLTE-Modellatmosphären mit Einschluß hydrodynamischer Effekte aufgrund des Windes, wobei subsonische „photosphärische“ Schichten nahtlos in supersonische Windbereiche übergehen. Im Rahmen dieses Modelles gelang es, die beobachteten Infrarot-Flüsse („IR-Exzeß“) zu erklären, die im Wind entstehenden HeII 4686, H $\alpha$ - und IR-Linien verbessert und rein photosphärische Linien gut zu reproduzieren. Darüber hinaus führten diese Rechnungen zu einer Anhebung des Strahlungsflusses kurzwellenlängig der HeII-Ionisationskante (228 Å) bis zum tausendfachen gegenüber den planparallelen Modellen, was erhebliche Konsequenzen für die Ionisation von Gasnebeln in der Umgebung heißer Sterne („Zanstra-Diskrepanz“) und extragalaktische HII-Regionen hat.

Die Einführung von Schockemissions- und -absorptionskoeffizienten ermöglichte es Pa94, den Einfluß möglicher Schocks (s. u.) und des in ihnen entstehenden diffusen Röntgenstrahlungsfeldes auf die atomaren Besetzungszahlen und die deshalb vor allem im Außenbereich des Windes resultierenden hohen Ionisationsstufen zu studieren.

Das Standardmodell wurde im Laufe der letzten Jahre u.a. durch eine wesentlich erweiterte

Linienliste (das derzeitige Modell von Pauldrach et al. basiert auf einer Datenbank mit über 2.5 Millionen Linienübergängen) verbessert und wird in den verschiedenen Arbeitsgruppen vor allem in Hinblick auf das sogenannte *line blocking*, d.h. der Abschattung des stellaren Strahlungsfeldes durch hunderttausende Metalllinien (vor allem von Fe) und die selbstkonsistente Behandlung ihrer Rückwirkung auf die Temperaturschichtung (*line blanketing*) weiterentwickelt (Schaerer et al. (1996a,1996b), Sellmaier 1996, Hubeny et al. 1998, Pauldrach et al. 1998).

## 1.2 Anwendungen

Das Standardmodell hat sich sehr erfolgreich als grundlegendes Werkzeug der quantitativen Spektroskopie heißer Sterne mit Winden bewährt und Anwendung in vielerlei Hinsicht erfahren. Mit ihm lassen sich zahlreiche beobachtete stationäre Eigenschaften in einem weiten Bereich von Spektraltypen unterschiedlicher Metallizität reproduzieren (Kudritzki et al. 1987; O/Of-Sterne: Pauldrach et al. 1990, 1994; Zentralsterne planetarischer Nebel: Pauldrach et al. 1988; P Cygni (Luminous Blue Variables): Pauldrach & Puls 1990, LBVs: Najarro 1995). Der aktuelle Stand ist in Kudritzki 1997 (Ku97) dargestellt.

Im besonderen bietet die Beobachtung der Winde heißer Sterne mit Winden aufgrund der *in ihnen enthaltenen Information über den Radius* ein *unabhängiges* Werkzeug zur *extragalaktischen Entfernungsbestimmung*, das (im Gegensatz zu den meisten anderen empirischen Methoden der Entfernungsbestimmung) eine auf “first principles” basierende physikalische Theorie besitzt.

So können zum einen aus theoretischer Sicht die Massenverlustrate  $\dot{M}$  und die Windendgeschwindigkeit  $v_\infty$  als Funktionen der Sternparameter (Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}$ , photosphärische Schwerebeschleunigung  $\log g$  und Sternradius  $R_*$ ) sowie der Metallizität  $Z$  ausgedrückt werden und auf diesem Weg der Sternradius und damit die Entfernung bestimmt werden (Kudritzki et al. 1992). Allerdings erfordert die Formulierung dieser Funktionen äußerst detaillierte und zeitaufwendige Berechnungen, die aufgrund bestimmter getroffener Annahmen und verwendeter Näherungen in Bezug auf quantitative Aussagen noch Schwachpunkte aufweisen können.

Zum anderen formulierten Kudritzki et al. (1995, Ku95) auf der Basis rein empirischer Untersuchungen die sogenannte *Windimpuls-Leuchtkraft-Relation (WLR)*, die den mit der Wurzel des Sternradius multiplizierten Windimpuls  $\dot{M} v_\infty R_*^{1/2}$  mit der Leuchtkraft  $L_*$  in Zusammenhang stellt. Diese Relation hängt im wesentlichen von der Metallizität ab und ist vom theoretischen Standpunkt her prinzipiell verstanden, wenngleich momentan der Vergleich beobachteter mit theoretisch vorhergesagten Windimpulsen eine systematische Diskrepanz aufweist. Derzeit bemüht man sich, die Ursachen dieser Abweichungen in der nur unzureichenden Berücksichtigung von Vielfachstreuungen und der nur vereinfachten Beschreibung des Lineblockings und der Linienkraft zu finden (vgl. Puls et al. 1996 (Pu96), Puls et al. 1998 (Pu98), Kudritzki et al. 1998 (Ku98)). Die Kalibration dieser Relation in Abhängigkeit der Metallizität für die verschiedenen Spektraltypen stellt ein derzeit zentrales Arbeitsgebiet der Münchener Sternwindgruppe dar. (Für eine ausführliche Diskussion der WLR siehe Ku97.) Die Gültigkeit der WLR wurde mittlerweile in mehreren Arbeiten bestätigt, so z.B. für A-Überriesen in M33 (McCarthy et al. 1995) und M31 (McCarthy et al. 1997) und für galaktische A- und B-Überriesen (Kudritzki et al. 1999). Wie eingangs erwähnt, wird man mit Hilfe des VLT in der Lage sein, diese Objekte aufgrund ihrer hohen Leuchtkraft im Optischen weit über unsere Galaxie hinaus (z.B. im

Virgo-Haufen) detailliert zu analysieren und mittels der gewonnenen Ergebnisse eine Methode der *unabhängigen extragalaktischen Entfernungsbestimmung* zur Verfügung haben. Darin bietet sich eine der wichtigsten Perspektiven für das Gebiet der „*extragalaktischen Stellarastronomie*“. Durch die Analyse der Metalllinien in Spektren Blauer O-/B-/A-Überriesen lassen sich mit hoher Genauigkeit *Elementhäufigkeiten* bestimmen (vgl. Ku97, Kapitel 3.6). Da im Falle der O-Sterne nur wenige optische Linien existieren, ist man auf die Untersuchung von UV-Linien angewiesen, die allerdings im fernen UV (FUV) bei hohen Säulendichten des interstellaren Mediums die Mitberücksichtigung zahlreicher Blends molekularer, atomarer oder ionischer Linien erfordert (siehe z.B. Taresch et al. 1997).

Die Beobachtung und quantitative Spektroskopie massereicher heißer Sterne besitzt aber nicht nur große Bedeutung für die (extragalaktische) Entfernungsbestimmung, sondern man hat in den letzten Jahren auch erkannt, daß die *Massenverlustrate* einen entscheidenden Parameter für die *Theorie der Sternentwicklung* darstellt.

Wie Maeder (1991) zeigt, hängen die theoretischen Entwicklungswege im Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) in entscheidendem Maße vom Massenverlust ab. So verliert beispielsweise ein Stern mit  $85 M_{\odot}$  am Anfang seiner Entwicklung während des zentralen H-Brennens innerhalb von  $3.5 \cdot 10^6$  Jahren etwa  $18 M_{\odot}$ . Dadurch verlängert sich seine Verweildauer auf der Hauptreihe, und die Endphase des zentralen Wasserstoffbrennens liegt bei niedrigeren Effektivtemperaturen und höheren Leuchtkräften (d.h. größeren Radien). Insgesamt hängt die theoretische Entwicklungsphase im oberen HRD nicht nur von der Masse am Anfang der Entwicklung, sondern auch empfindlich von der Masse am Ende der jeweiligen Entwicklungsstadien ab. In diesem Punkt liegt die größte Schwäche der Sternentwicklungsrechnungen: Die für die jeweiligen Entwicklungsphasen angenommenen verschiedenen Werte von  $\dot{M}$  basieren im allgemeinen auf einfachen Skalierungsrelationen, die man aus der Beobachtung abzuleiten versucht. Jedoch kann eine Fehleinschätzung der tatsächlichen Massenverlustrate in einem bestimmten Entwicklungsstadium um nur einen Faktor 2 bis 3 bereits entscheidene Konsequenzen für die weitere Entwicklung bedingen.

Die Bedeutung von  $\dot{M}$  wird noch stärker betont, wenn diese Größe auch nur schwach von der Metallizität  $Z$  abhängt. Vom Standpunkt der Theorie strahlungsdruckgetriebener Winde ist dies einsichtig, da eine erhöhte Metallizität zu einer größeren effektiven Anzahl treibender Linien (v.a. von Fe- und Ni-Ionen) und damit veränderten Linienstrahlungsbeschleunigung führt (vgl. Pu98, Pu99).

Langer et al. (1994) berechneten für massereiche Sterne (mit Hauptreihenmassen  $\gtrsim 40 M_{\odot}$  am Beginn ihrer Entwicklung) Entwicklungswege im HRD, wobei sie die jeweiligen Massenverlustraten in den verschiedenen Entwicklungsphasen als äußere Randbedingung berücksichtigten. Der wesentliche Punkt in der Untersuchung von Langer et al. ist die besondere Behandlung des Massenverlustes, wenn die Sterne dasjenige Gebiet im HRD durchlaufen, in dem diese Objekte eine *starke Instabilität gegen „strange mode“ Pulsationen* besitzen. Wie Kiriakidis et al. (1993) für  $60 M_{\odot}$ -Sterne zeigen, unterliegen diese Objekte im Temperaturintervall [22000 K, 42000 K] starken Pulsationsinstabilitäten, die während dieser Entwicklungsphase zu einem Anstieg der Massenverlustrate um mehrere Dekaden führt und die gesamte weitere Entwicklung stark beeinflusst (s.o.). Dabei gelangen die Autoren zu einem Ergebnis, das den ursprünglichen Entwicklungsweg O-Stern  $\rightarrow$  LBV  $\rightarrow$  WR-Stern (z.B. Maeder & Meynet 1987) in Frage stellt und

schlagen als Alternative die Entwicklung über mehrere WR-Stadien, die von einer LBV-Phase unterbrochen werden, bis hin zur Supernova-Explosion (SN) vor. Die Autoren weisen darauf hin, daß dieses Szenario gegebenenfalls nicht auf andere Galaxien angewendet werden kann, da nicht nur die strahlungsdruckgetriebenen Winde von der Metallizität abhängen (siehe Pu98) sondern auch die Pulsationsinstabilität (Kiriakidis et al. 1993). So könnte die Entwicklung in den Magellanschen Wolken also ganz anders als in unserer Galaxie verlaufen.

Es ist also festzustellen: **Sowohl die zuverlässige Verwendung der WLR als auch die theoretische Berechnung der Entwicklung heißer Sterne hängt maßgeblich von der abgeleiteten Meßgröße  $\dot{M}$  ab.** Das gilt folglich auch für die von diesen stellaren Objekten beeinflussten starburst-Galaxien.  $\dot{M}$  ist diejenige Größe, deren verlässliche Bestimmung eine genaue Kenntnis der physikalischen Bedingungen im Wind voraussetzt. Die anderen für die Anwendung der WLR benötigten Größen lassen sich im Gegensatz dazu in folgender Weise bestimmen:  $R_*$ ,  $T_{\text{eff}}$ ,  $\log g$  und insbesondere die Metallizität  $Z$  folgen entweder aus einer photosphärischen Analyse (beispielsweise aus Linien der Eisenelementgruppe, wie FeIV, FeV, FeVI (Becker & Butler 1995a/92/95b), für kühlere A-Überriesen FeII, TiII (Becker 1998)) bzw. aus der quantitativen UV-Spektroskopie (Haser et al. 1998). Die Endgeschwindigkeit  $v_\infty$  resultiert aus einer routinemäßig durchführbaren Untersuchung von UV-Resonanzlinienprofilen (z.B. Groenewegen & Lamers 1989, Haser 1995) oder (in kühleren Sternen) optischen Metalllinien.

Zur Bestimmung der Massenverlustrate gibt es zwei etablierte Methoden: Zum einen die Analyse des gebunden-frei und frei-frei-Exzesses des Infrarot- und Radiokontinuums (Wright & Barlow 1975, Panagia & Felli 1975, Lamers & Waters 1984, Blomme & Runacres 1997) und zum anderen die Analyse der  $H_\alpha$ -Emissionslinie (Leitherer 1988a, Pu96, Petrenz & Puls 1996 (PP96)). Die Untersuchung des IR/Radio-Exzesses wurde z.B. angewendet von Barlow & Cohen (1977), Lamers (1981), Abbott et al. (1980,1981, 1984), Bieging et al. (1989), Leitherer & Robert (1991), Runacres & Blomme (1996) und Scuderi et al. (1998). Aufgrund der äußerst niedrigen Strahlungsflußdichte im Radio- und Infrarotbereich **ist man bei der Analyse extragalaktischer Objekte auf die  $H_\alpha$ -Analyse angewiesen.** Diese Methode wurde bisher zur Bestimmung der Massenverlustrate von O-/B-Sternen (Leitherer 1988a/b, Scuderi et al. 1992, Lamers & Leitherer 1993, Pu96) und A-Überriesen (Stahl et al. 1991, McCarthy et al. (1995,1997)) verwendet.

Für sehr dünne Winde ( $\dot{M} \lesssim 10^{-8} M_\odot \text{yr}^{-1}$ ) ist die Bestimmung der Massenverlustrate sowohl von der Beobachtung als auch der theoretischen Beschreibung her mit großen Unsicherheiten behaftet. Bei geringen Dichten ist es möglich, daß der Impulsübertrag durch Coulombstöße zwischen den Ionen und dem Restplasma nicht mehr ausreicht, dieses auf die gleiche Geschwindigkeit zu beschleunigen. Dies führt zu einer „Abkoppelung“ der Ionen vom Wind und zu deutlich niedrigeren Werten von  $v_\infty$  (Springmann & Pauldrach 1992). Niedrige Massenverlustraten bewirken nur eine schwache  $H_\alpha$ -Emission, die auf den Linienkern begrenzt ist und allenfalls nur eine größenordnungsmäßige Bestimmung von  $\dot{M}$  erlaubt.

Alle bisher aufgeführten Entwicklungen und Anwendungen wurden unter Annahme des Standardmodelles bzw. empirischer Modelle, die die sphärische Symmetrie des Windes voraussetzen, durchgeführt. Dies könnte sich aber in vielerlei Hinsicht als eine fragliche Näherung erweisen, denn die Beobachtungsbefunde der letzten Jahre sprechen in vielen Fällen für die *Asphärizität* und/oder *Nichtstationarität* der Winde heißer Sterne.

Im nächsten Abschnitt wollen wir einen Überblick über die Beobachtungen und ihre empirischen

Interpretationen geben.

### 1.3 Asphärische und nichtstationäre Sternwinde

Die detaillierte Modellierung strahlungsdruckgetriebener Winde kann zumindest für den O-Sternbereich praktisch alle *globalen* Eigenschaften über einen weiten Spektralbereich (von EUV bis Infrarot) sehr zufriedenstellend wiedergeben. Das EUV läßt sich allerdings nur dann reproduzieren, wenn man bei der Berechnung des Ionisationsgleichgewichts das diffuse Röntgenstrahlungsfeld mitberücksichtigt (zu möglichen Mechanismen seiner Erzeugung siehe Kap. 1.3.1). Jedoch ergeben zahlreiche Beobachtungsbefunde und theoretische Untersuchungen ein wesentlich differenzierteres Bild der Winde, als man ursprünglich angenommen hatte: **Auf kleinen wie auf großen räumlichen Skalen weicht die Geometrie der Sternwinde von der sphärischen Symmetrie ab, und zahlreiche spektrale Erscheinungen sind zeitlich variabel.** Auch ist noch nicht endgültig abgesichert, ob der Strahlungsdruck der alleinige antreibende Mechanismus von B-/A-Sternwinden ist.

#### 1.3.1 Beobachtungen

##### Röntgenstrahlung

Der erste Nachweis von OB-Sternen als diskrete Röntgenquellen wurde von Harnden et al. (1979) mit Hilfe des EINSTEIN-Satelliten am Beispiel der Cygnus OB2-Assoziation erbracht und von Seward et al. (1979) für den  $\eta$  Carina-Nebel. Eine Zusammenstellung aller mit EINSTEIN als Röntgenstrahler detektierten Sterne findet sich bei Chlebowski et al. (1989). Neueste Beobachtungen stützen sich auf ROSAT mit seiner höheren Energieauflösung und Empfindlichkeit im Spektralbereich von 0.1 bis 2.5 keV (siehe Hillier et al. 1993).

Die Röntgenleuchtkraft  $L_x$  ist grob mit der bolometrischen Leuchtkraft korreliert:  $\log(L_x/L_{\text{bol}}) \approx -7 \pm 1$ , wobei diese Relation stark streut, was auf die Abhängigkeit von zusätzlichen Parametern schließen läßt. Die Existenz der Röntgenstrahlung ist insofern bemerkenswert, da der Beitrag von O-Sternen zur Röntgenemission von Galaxien von beträchtlicher Bedeutung sein kann (z.B. im Balken der Kleinen Magellanschen Wolke (SMC), vgl. Ku97).

Vor allem bei kühlen O- und heißen B-Sternen ( $T_{\text{eff}} \approx 25000 - 35000$  K) dient der Einfluß der Röntgenstrahlung auf das Ionisationsgleichgewicht der Erklärung der Superionisation von Metallionen (vgl. Pa94).

Die Röntgenemission muß ihre Ursache in einem Mechanismus haben, der lokal zu einer starken Aufheizung und anschließenden Kühlung (durch Strahlung oder Stöße) des emittierenden Materials führt. Derzeit favorisiert man diesbezüglich im Wind entstehende Schocks (Lucy & White 1980, Lucy 1982, Lucy 1984, Cassinelli & Swank 1983, MacFarlane & Cassinelli 1989, Hillier et al. 1993, Cassinelli et al. 1994). Ein wirksamer Mechanismus zu ihrer Erzeugung ist die hydrodynamische Instabilität, der Winde mit Linienstrahlungsbeschleunigung unterworfen sind (siehe z. B. Lucy & Solomon 1970, Carlberg 1980, Owocki & Rybicki 1984, Rybicki, Owocki & Castor 1990). Zeitabhängige eindimensionale strahlungshydrodynamische Simulationen bestätigen diese Möglichkeit zumindest prinzipiell (Owocki, Castor & Rybicki 1988, Owocki 1991, Feldmeier 1995). Dabei zeigt sich, daß nur ein äußerst geringer Bruchteil der Materie auf hohe Geschwindig-

keiten beschleunigt und danach abrupt in einer Schockfront abgebremst wird. Bei diesem Prozeß wird der hauptsächliche Materieanteil in dichte, räumlich begrenzte „Klumpen“ (1-D Simulation  $\rightarrow$  Schalen) komprimiert, die von breiten Bereichen dünnen Gases voneinander getrennt im Mittel dem stationären Geschwindigkeitsfeld des Windes folgen. Führt man eine räumliche Mittelung der Massenverteilung durch, so resultiert die durch das Standardmodell beschriebene Dichteverteilung. In diesem Bild entsteht die Röntgenstrahlung durch Stoßionisation und Strahlungskühlung in den Schocks, und die Linien aus dem UV, Optischen und Infrarot werden in dem Material gebildet, das sich im kühlen Hintergrundwind (ungestörte oder abgekühlte Post-shock-Materie) befindet.

Da sich die konsistente Behandlung des Non-LTE simultan mit der Lösung der (mehrdimensionalen) Hydrodynamik mit derzeitigen Rechnerkapazitäten noch nicht realisieren läßt, ist man bei der theoretischen Synthese des Röntgenspektrums vorerst auf semiempirische Methoden angewiesen. Hillier et al. (1993) gelang es mit einem Zweikomponenten-Modell unter Annahme zweier verschiedener isothermer „Schockfamilien“ mit unterschiedlichen Temperaturen  $T$  und Volumenfüllfaktoren  $f$  das Röntgenspektrum für drei O-Sterne zu synthetisieren (z. B.  $\zeta$  Puppis:  $\log T = 6.64/6.20$ ,  $f = 6.8 \cdot 10^{-3}/4.4 \cdot 10^{-3}$ ). Dieses Modell wurde von Feldmeier et al. (1997a) dahingehend verbessert, daß radiative bzw. adiabatische Schockkühlzonen mit *gleichen* Temperaturen und Füllfaktoren im kühlen Hintergrundwind in geeigneter Art und Weise verteilt werden, um die Synthese des Spektrums auf zwei freie Parameter zu beschränken. Die Qualität der erreichten Fits entspricht dabei im wesentlichen der von Hillier et al. erreichten ( $\zeta$  Puppis:  $\log T = 6.75$ ,  $f = 4.3 \cdot 10^{-3}$ ).

Mit eindimensionalen strahlungshydrodynamischen Simulationen zeigen Feldmeier et al. (1997b), daß die in individuellen Schocks entstehende Röntgenemission zwar ein bis zwei Größenordnungen unterhalb der beobachteten liegt, allerdings im Wind *kollidierende Schalen* durchaus in der Lage sind, größenordnungsmäßig die beobachtete Röntgenemission zu erzeugen. Allerdings weist das theoretische im Gegensatz zum realen Spektrum eine starke zeitliche Variabilität auf, die die Autoren als Artefakt der 1-D Näherung diskutieren. Als Ausweg schlagen sie vor, daß die Summe der Beiträge einzelner in Raumwinkelkegeln nach außen wandernder und miteinander kollidierender Schalenfragmente eine im Mittel zeitunabhängige Röntgenemission erzeugen könnte.

Seitens der Beobachtung gibt es nur wenige *indirekte* Indizien für eine gegebenenfalls durch das Wirken der Linieninstabilität entstehenden Klumpung in O-Sternwinden, so die Existenz „schwarzer Tröge“ im blauen Absorptionsteil von P Cygni-Profilen (siehe Puls, Owocki & Fullerton 1993). Diese werden als Hinweis auf vielfache monotone Geschwindigkeitsfelder und damit als ein indirekter Indikator für Klumpungen interpretiert. Im Falle von  $\zeta$  Puppis schlagen Eversberg et al. (1998) für die durch das Emissionsprofil der He II 4686 Å - Linie vom Linienkern nach außen wandernden Linienprofilvariationen („*bumps*“) räumlich diskrete Klumpungen als Erklärung vor. Diese Erscheinung ähnelt den in Emissionslinien von Wolf-Rayet-Winden beobachteten Profilvariationen, die als Indizien für Inhomogenitäten im äußeren Teil des Windes interpretiert werden (vgl. Robert & Moffat 1990, Lepine et al. 1996).

Es stellt sich auch die Frage, in welchen Windregionen die Klumpungen überhaupt auftreten können. Hydrodynamische 1-D Simulationen *selbsterzeugter* Windinstabilitäten zeigen, daß sich deutliche Inhomogenitäten erst außerhalb von  $\sim 1.5 \dots 2 R_*$  bilden (Feldmeier 1995, Owocki 1994). Dieser Befund stimmt mit der Ergebnis von Hillier et al. (1993) überein, daß die beobach-

teten Röntgenstrahlen höchstwahrscheinlich im äußeren Windbereich entstehen. Auch können die schwarzen Tröge in gesättigten UV-Resonanzlinienprofilen durch das Auftreten kleinskaliger Strukturen im äußeren Wind interpretiert werden (Owocki et al. 1994).

Sollten *photosphärische* Mechanismen Störungen im Wind angeregen (siehe dazu Kap. 1.3.1, S. 11), wäre eine geklumpfte Struktur in unmittelbarer Sternnähe nicht auszuschließen. Allerdings liefern auch strahlungshydrodynamische 1-D Simulationen unter Mitberücksichtigung photosphärischer Störungen erst ab  $1.5 R_*$  ausgeprägte inhomogene Windstrukturen.

### Discrete absorption components

Unter *discrete absorption components* (DACs) versteht man Absorptionerscheinungen, die in den blauverschobenen Absorptionströgen von P Cygni-Profilen auftreten und 20-50 % der lokalen Absorption bedingen. Im Laufe der Zeit wandern sie von Blauverschiebungen von  $0.3 v_\infty$  bis maximal  $0.9 v_\infty$  im Profil und werden umso schmaler, je weiter sie im Wind nach außen propagiert sind ( $\Delta v \sim 0.3 v_\infty$  bis  $\lesssim 0.1 v_\infty$ , siehe z.B. Prinja 1998). Da ihre Beschleunigung maximal 50% des Wertes beträgt, den strahlungshydrodynamische Rechnungen für einen ungestörten sphärisch-symmetrischen Wind liefern, ist davon auszugehen, daß es sich um Störungen im Wind handelt, durch die das umgebende Windmaterial strömt. Man verfolgt somit keine masseerhaltender Phänomene, die sich mit dem Wind bewegen, also beispielsweise Blasen oder (fraktionierte) Schalen. Die Wiederkehrzeit der DACs ist korreliert mit der projizierten Rotationsgeschwindigkeit  $v_{\text{rot}} \sin i$  (Prinja 1988, Prinja 1992, Henrichs et al. 1988, Kaper 1993), d.h. sich schnell entwickelnde und häufig auftretende DACs zeigen sich bevorzugt bei Sternen mit großem  $v_{\text{rot}} \sin i$ . Das läßt vermuten, daß sie ein mit der Rotationsperiode verknüpftes Phänomen darstellen.

Ein möglicher Erklärungsansatz beruht auf der Vorstellung, daß aufgrund starker lokaler Temperaturdifferenzen auf der Sternoberfläche (z.B. durch Magnetfelder bedingt) von dieser Windströmungen mit verschiedener Dichte und Geschwindigkeit starten und aufgrund der Rotation in Analogie zu einem Rasensprenger eine Spiralform gewinnen. Die Störungszonen im Wind würden in diesem Bild dann dadurch entstehen, daß schnelle dünne Strömungen auf dichte langsame treffen und dadurch das Windmaterial an diesen Orten lokal komprimiert und die optische Tiefe erhöht wird. Da das Material weiterhin nach außen strömt, würde diese Störung der optischen Tiefe im Geschwindigkeitsraum von kleinen Blauverschiebungen bis  $v_\infty$  laufen. Dieses Prinzip der corotierenden Wechselwirkungszonen (*corotating interaction regions* (CIR)) wurde erstmals von Mullan (1984) für den Sonnenwind und in Analogie dazu für Winde heißer Sterne von Mullan (1986) vorgeschlagen.

Allerdings könnte die Linienstrahlungsinstabilität (siehe oben) dieses Modell, welches auf einer an sich stabilen Störungszone basiert, wieder in Frage stellen.

### Zyklische Windmodulation

Im Rahmen des IUE-Mega-Projektes (Massa et al. 1995) wurden fünf klassische Vertreter der O-/B-Sterne über einen langen Zeitraum hinweg nahezu ununterbrochen spektroskopiert (circa 70 Spektren pro Stern mit Intervallen zwischen einzelnen Beobachtungen von 8.5 bis 10.5 Stunden, siehe z.B. Prinja 1998). Auf diese Weise fand man bei den Objekten ( $\zeta$  Puppis (O4I f(n)),



HD9384 (O5 III),  $\xi$  Persei (O7.5 III((f))), HD 91969 (B0 Ia) und HD 64760 (B0.5 Ib)) neben den bereits erwähnten DACs deutliche *zyklische sinusförmige Windmodulationen* in der Intensität der UV-Linien (SiIV, CIV, NV) mit Perioden zwischen 1.2 und 7.8 Tagen. Diese liegen deutlich über den charakteristischen radialen Strömungszeiten dieser Winde ( $\sim R_*/v_\infty \sim$  mehrere Stunden bis zu einem Tag), weshalb es unwahrscheinlich ist, daß ihr Ursprung ausschließlich in Prozessen liegt, die im Wind verankert sind. Die Abschätzung der maximalen Rotationsperioden ergab zwischen 2.6 und 18 Tage (siehe Prinja 1998), wobei bei zwei Objekten ( $\zeta$  Puppis und HD 93843) diese Periode mit der Modulationsperiode übereinstimmt. Dies deutet auf eine *Verknüpfung der Windmodulation mit der Rotation* hin. Für  $\xi$  Per findet sich eine 2d-Periode sowohl in UV-Windlinien, die über den ganzen Wind hinweg gebildet werden, als auch in der im sternnahen Bereich entstehenden  $H_\alpha$ -Linie, was als Indiz für die das Gesamtsystem beeinflussende Rotation als erzeugenden Mechanismus gewertet werden kann (Henrichs et al. 1998). Entsprechend der im Rahmen der IUE-Mega-Kampagne festgestellten Rotationsmodulationen der UV-Resonanzlinien fanden Kaper et al. (1998, „ $H_\alpha$ -Projekt“) für ein großes Sample von 71 O-Sternen (Einzel- und Doppelsterne) bei 75% der beobachteten Objekte auch in der  $H_\alpha$ -Linie zyklische Variabilität, wobei für 40% der Einzelsterne die Modulationsperioden ganzzahligen Bruchteilen der (geschätzten) Rotationsdauer entspricht.

Für B- und A-Überriesen interpretieren Kaufer et al. (1997a,b,c) die z.T. extremen Schwankungen des V/R-Verhältnisses der Windlinienprofile als deutliches Indiz für die Variabilität und Asphärizität der Hüllen dieser Sterne. (Hierbei definieren sie das V/R-Verhältnis als den Quotienten der Maxima der Emission im relativ zur Ruhewellenlänge blau(V)- bzw. rot(R)-verschobenen Frequenzbereich des Profils. Diese Emission ist den konstanten photosphärischen und/oder Windlinienprofilen an den Rändern des Hauptvariabilitätsbereichs bei  $\pm 100 \text{ km s}^{-1}$  ( $\lesssim 0.5 v_\infty$ ) überlagert.) Zur Erklärung der  $H_\alpha$ -Variabilität werden ebenfalls Rotationsmodulationen vermutet (Kaufer et al. 1997a). So gelang es Kaufer et al. (1997b), für HD 96919 anhand der gemessenen Corotationsperiode einer plötzlich erscheinenden starken hochblauverschobenen Absorptionssignatur (HVA, *high-velocity absorption*) den Zeitpunkt ihrer Wiederkehr mit hoher Genauigkeit erfolgreich vorherzusagen.

Nur bei  $\xi$  Per können die beobachteten Profilvariationen „klassischen“ DACs zugeordnet werden, die in den blauwärtigen Bereich wandern; dagegen liegt die Ursache der zyklischen Variabilität bei  $\zeta$  Puppis und HD 64760 an einem anderen Phänomen, *obwohl* auch ihre Spektren DACs aufweisen.

Für HD 64760 interpretierten Fullerton et al. (1997) die neben den DACs auftretenden sinusförmigen Variationen der Intensität in den Resonanzlinien von SiIII, SiIV, CIV und NV als das Resultat corotierender spiralenförmiger Strukturen, die die lokale optische Tiefe des Windes modulieren und deren 2.4- bzw. 1.2-tägigen Perioden nahezu der halben bzw. der viertelten geschätzten Rotationsperiode entspricht. Auch liefert die Beobachtung, daß im Falle von HD 91969 Linien niedriger Ionisationsstufen (z.b. AlIII), die vermutlich nahe der Photosphäre entstehen, mit höherer Regelmäßigkeit variieren, ein Indiz dafür, daß der *Ursprung* der modulierenden „Uhren“ letztendlich *in der Photosphäre* liegt (Massa et al. 1998).

Ein geeigneter Kandidat als Modulationserzeuger wären eventuell Magnetfelder an der Sternoberfläche. Allerdings ist derzeit **wenig bekannt über die Stärke und Geometrie von Magnetfeldern in normalen O-/B-Sternen**, sofern sie überhaupt existieren. Die Beobachtungen liefern bisher nur minimale obere Grenzen von 100-300 G (Bohlender 1994) bzw. 70 G

(Donati 1998), und Sternentwicklungsrechnungen unter Mitberücksichtigung von Magnetfeldern führen zu einer maximal möglichen Feldstärke von etwa 100 G. Andernfalls wäre die Zeitskala zur Abbremsung der stellaren Rotation am Anfang der Entwicklung vom Hauptreihenstern zum Überriesen zu kurz, um das von Fukuda (1982) ermittelte statistische Mittel von  $\langle v_{\text{rot}} \sin i \rangle$  am Anfang des Überriesenstadiums theoretisch nachvollziehen zu können (Friend & MacGregor 1984, MacGregor et al. 1992). Eine einfache Abschätzung (Owocki 1994) ergibt, daß bereits geringe Magnetfelder von 10 G erhebliche Konsequenzen für die Windstruktur haben könnten! Die Interpretation der Messungen geht von *globalen* Magnetfeldern aus, was allerdings lokal deutlich stärkere Felder keineswegs ausschließt. Eine Perspektive zur Senkung der Detektionsgrenze um eine Größenordnung bietet sich eventuell in spektropolarimetrischen Experimenten, wie in Donati et al. (1997) beschrieben, oder der Nutzung des Hanle-Effekts (Ignace et al. 1997) durch Messung der Polarisierung von Resonanzlinien.

Der präzise Mechanismus, der letztendlich photosphärische und Windmodulation miteinander koppelt, ist momentan noch völlig unverstanden.

### Pulsationen

Sowohl radiale als auch nichtradiale Pulsationen (NRP) könnten bei einer Vielzahl von O-, B- und A-Sternen entscheidend zur Strukturbildung des Windes beitragen.

Die Identifikation nichtradialer Pulsationen erfolgt durch eine Analyse der Linienprofilvariationen (LPV) in photosphärischen Linien, d.h. der frequenzabhängigen systematischen Abweichung der Linienintensität vom zeitlichen Mittelwert, die man als Folge einer oder mehrerer überlagerter NRP auf das Geschwindigkeitsfeld des absorbierenden photosphärischen Materials interpretiert. Durch detaillierte Modellrechnungen (siehe z.B. Telting & Schrijvers 1998) wird die quantitative Gültigkeit des NRP-Modelles beeindruckend bestätigt. Im Grenzfall der langsamen Rotation beschreibt man NRP-Moden durch Kugelflächenfunktionen, wobei die azimutale Ordnung  $m$  die Anzahl der Pulsationsmaxima am Äquator und die Ordnung  $l$  die Variation der Pulsationsamplitude mit der stellaren Co-Breite  $\Theta$  ( $\Theta = 0$  am Nordpol) beschreibt. Telting & Schrijvers (1998) demonstrieren, daß derzeit der Nachweis von NRP für Sterne bis zur Mode  $l \leq 20$  mit Ordnungen  $m \leq 10$  prinzipiell möglich ist. (Nach Glatzel (1999) sollten massereiche Sterne vom theoretischen Standpunkt aus merklich instabiler gegen strange mode-Oszillationen (vgl. Kap. 1.2, S. 5) wesentlich höherer Ordnung ( $\gtrsim 400$ ) sein, was eine außerordentliche Herausforderung für die Beobachtung darstellt.)

Im Falle der „normalen“ B-Sterne (Spektraltyp B0-B5, eventuell bis B8, siehe Baade (1989)) bereitet die Interpretation der LPV als Folge von NRP keine Probleme (vgl. Fullerton et al. 1995). Darüber hinaus liegen die Objekte, deren Photosphärenprofile LPV zeigen, in der Gegend des HRD, die sich dem Instabilitätsstreifen der  $\beta$  Cephei-Pulsation anschließt (vgl. Cox et al. 1992).

Für die **schnell rotierenden Be-Sterne** ( $v_{\text{rot}} \sin i \leq 400$  km/s) wird der Ursprung der LPV kontrovers diskutiert, da sowohl nichtradiale Pulsationen als auch die Rotationsmodulation (d.h. die Modulation von Linienprofilen, deren beobachtete Perioden sich statistisch nicht von der geschätzten Rotationsperiode unterscheiden lassen; im weiteren RM) aufgrund photosphärischer fixierter „Flecken“ (*spots*) die beobachteten Profilvariationen erklären könnten. Letztere könnten beispielsweise durch geordnete Magnetfelder entstehen.

Obwohl die physikalische Basis der NRP und RM grundverschieden ist, ähneln sich beide Prozesse insofern, da durch sie die Sternoberfläche in mehrere unterschiedliche Segmente eingeteilt wird und sich die resultierenden LPV durch die Summe der Einzelbeiträge der Flächenelemente bei der Profilbildung ergeben. Die entscheidende Größe zur Unterscheidung beider Interpretationen ist die Periode der LPV. Im RM-Modell muß sie sich mit der Rotationsperiode vertragen, im NRP-Modell sollte die sogenannte Superperiode, mit der das aus mehreren überlagerten NRP-Moden erzeugte Pulsationsmuster entlang des Äquators wandert, schneller (langsamer) bei prograden (retrograden) Moden sein. Um diese beiden Szenarien unterscheiden zu können, braucht man eine verlässliche Einschätzung der *absoluten Rotationsgeschwindigkeit*  $v_{\text{rot}}$  des rotierenden Sternes, da die maximale Rotationsperiode aufgrund der Projektion mit  $\sin i$  nur abgeschätzt werden kann.

Für eine kontroverse Diskussion beider Hypothesen verweisen wir auf Baade & Balona (1994). Einen ersten Hinweis für die Beeinflussung der Windstruktur von Be-Sternen durch NRP liefern Rivinius et al. (1997a,b), indem sie die Periode regelmäßiger Emissionausbrüche des Be-Sternes  $\mu$  Cen\* mit der Schwebungsfrequenz zweier nachgewiesener sich überlagernder NRP-Moden identifizieren.

Im Gegensatz zu den B-Sternen erweist sich die Situation im Fall der **O-Sterne** als deutlich unklarer. Fullerton et al. (1995) führten eine umfangreiche Studie über die LPV in O-Stern-Absorptionsprofilen durch mit besonderem Hinblick auf die Detektion möglicher Pulsationen von Sternen dieses Spektraltyps. Sie stellten fest, daß die LPV in O-Sternen bevorzugt bei (größeren) leuchtkräftigeren O-Sternen auftreten, die für  $\log L_* \gtrsim 5.2 \log L_{\odot}$  allesamt in dem von Kiriakidis et al. (1993) vorhergesagten Instabilitätsstreifen für Pulsationen (*strange-mode Oscillationen*, vgl. S. 5) liegen. Die Interpretation der LPV im Rahmen der Pulsationshypothese werfen jedoch Probleme auf, da die theoretisch vorhergesagten Amplituden etwa 150 km/s, die gemessenen aber nur circa 3...5 km/s betragen. Diese Diskrepanz könnte aber ein Artefakt unzureichender Modelle sein: Zum einen berücksichtigen die Pulsationsrechnungen weder den stellaren Massenverlust (was zu einer Schwingungsdämpfung führen könnte) noch den möglichen Einfluß der Rotation, und zum anderen sind die zur photosphärischen Analyse verwendeten optischen Linien (Civ 5801 Å, vor allem aber HeI 5876 Å) mit hoher Wahrscheinlichkeit durch Beiträge des stellaren Windes kontaminiert (vgl. Fullerton et al. 1995).

Einen indirekten Hinweis auf mögliche nichtradiale Pulsationen bei **Of-Überriesen** liefert im Falle von  $\zeta$  Puppis eine 8.5 stündige Modulationsperiode, die nicht in den UV-Linien sondern *ausschließlich* bei photosphärischen optischen Linien auftritt (vgl. Baade 1991, Reid & Howarth 1996).

Auch gibt es erste Indizien für NRP von **B-/A-Überriesen**: Multiperiodische Variationen photosphärischer Linien werden bei den von Kaufer et al. analysierten B-/A-Überriesen als Folge identifizierter nichtradialer Pulsationen erklärt (Kaufer et al. 1997c).

Pulsationen sind somit eine für B-Sterne sicher nachgewiesene und für O-/A-Sterne wahrscheinliche Eigenschaft, die die dynamischen Eigenschaften des Windes beeinflussen könnte. Derzeit kann man noch nicht für alle Sterne frühen Spektraltyps die NRP klar von der RM abgegrenzen, da dies die Kenntnis der absoluten Rotationsrate  $v_{\text{rot}}$  erfordert. Die mögliche Wechselwirkung beider Mechanismen mit der zirkumstellaren Hülle heißer Sterne ist bisher noch nicht untersucht worden (vgl. Baade, 1998).

### Asphärizität strahlungsdruckgetriebener Winde

Im Gegensatz zu den oben beschriebenen zeitlich variablen bzw. räumlich begrenzten Phänomenen liefern die Beobachtungen auch Evidenz für *globale, großskalige* Abweichungen von der Sphärizität, die sich über den *gesamten* Windbereich erstrecken können.

Die in dieser Beziehung meistdiskutierte Frage betrifft die Ausbildung rotationssymmetrischer Zonen im Wind, die eine gegenüber dem restlichen Windmaterial deutlich erhöhte Dichte aufweisen, also *Kompressionszonen* oder, im Extremfall, *Scheiben*.

In jüngster Zeit gelingt der *direkte* Nachweis asphärischer Winde durch die sich noch in ihrem Anfangsstadium befindende optische Long-baseline-Interferometrie (OLBI, für einen Review siehe Vakili et al. 1994, 1999). Mit dieser Technik ist es möglich, Objekte im Sub-Millibogensekundenbereich aufzulösen. So lösten z.B. Vakili et al. (1994) die Hüllen mehrerer Be-Sterne auf und stellten fest, daß diese eine deutliche Abweichung von der Sphärizität zeigen. Eine analoge Analyse des Be-Shell-Sternes  $\zeta$  Tauri mit dem GI2T (*Grand Interferometre a 2 Telescopes*) (Vakili et al. 1998) ergab, daß sich das langperiodisch variierende V/R-Verhältnis in der  $H_\alpha$ -Emissionslinie durch die zeitlich variable axiale Asymmetrie der Hülle um den Stern erklären läßt. Die Abweichung von der Axialsymmetrie wird von den Autoren als eine prograde einarmige Oszillation der äquatorialen Scheibe interpretiert (vgl. Okazaki 1991, Hanuschik et al. 1996a).

Der *indirekte* Nachweis für die Asphärizität erfolgt durch spektropolarimetrische Methoden. So stellten z.B. Harries & Howarth (1996) für  $\zeta$  Puppis fest, daß die beobachtete Polarisierung in  $H_\alpha$  dann am besten theoretisch synthetisiert werden kann, wenn man ein empirisches asphärisches Windmodell mit einem Dichtekontrast zwischen Äquatorebene und Pol von 1.3 annimmt. In gleicher Weise analysierten Harries et al. (1998) sechzehn WR-Sterne. Dabei zeigten sich bei vier Objekten aufgrund der Polarisierung in ihren Emissionslinien Hinweise auf die Asphärizität des Windes. Um die Polarisierung durch Strahlungstransportrechnungen unter Verwendung empirischer Modelle reproduzieren zu können, mußte bei diesen ein Dichtekontrast im Wind zwischen Äquator- und Polregionen von 2 bis 3 angenommen werden.

Ein anderes, über Jahrzehnte hinweg beobachtetes und vieldiskutiertes (aber auch weitgehend unverstandenes) Paradeobjekt ist der Homunculus-Nebels um den LBV  $\eta$  Carinae, der eine deutliche Dichtekonzentration in der Äquatorebene und eine starke Ausbuchtung über den Polen zeigt (für einen Review siehe Davidson & Humphreys, 1997). Man vermutet, daß der Nebel die Folge eines eruptiven Ausbruchs sein könnte, bei dem der Linienstrahlungsdruck eine entscheidende Rolle gespielt haben könnte.

Generell läßt sich auf (zeitlich variable) globale Asymmetrien in der Hülle von Sternwinden schließen, wenn sich in Emissionslinienprofilen über einen weiten Frequenzbereich die Intensität mit der Zeit ändert (siehe z.B. Prinja & Fullerton 1994, Prinja et al. 1996, Pasquali 1998). (Diese Variationen mit rein sphärisch-symmetrischen Windmodellen zu erklären, kann insbesondere dann problematisch sein, wenn die Variabilität in diskreten Frequenzbereichen auftritt.)

Das wohl prominenteste Phänomen auf dem Gebiet der heißen Sterne in Bezug auf die Asphärizität der Hülle stellen die **Be-Sterne** (Spektraltyp B0-B9, Leuchtkraftklasse III-V) dar. Zahlreiche Beobachtungsbefunde lassen darauf schließen, daß diese Objekte von einer zirkumstellaren Hülle umgeben sind, die aus mehreren Komponenten besteht. Der Stand unserer Kenntnisse über Be-Sterne ist zusammengefaßt in z. B. Bjorkman & Cassinelli (1993, BC) und Hummel (1992, mit Referenzen darin).

Klassische Be-Sterne zeigen im Optischen variable Balmerlinien des Wasserstoffs in Emission (auch oftmals FeI) mit Breiten von wenigen hundert km/s (für die bisher ausführlichsten Beobachtungen bei hoher Auflösung siehe Hanuschik et al. 1996). Viele ihrer Spektren kennzeichnen sich durch schmale Absorptionserscheinungen (sogenannte “shell features”, die man als Indiz für dünne Schalen im Wind interpretiert) in den Spektrallinien niedriger Ionisationsstufen. Im langwelligen Spektralbereich weisen Be-Sterne einen starken Exzeß auf (nahes IR (Gehrz et al. 1974), fernes IR (IRAS-Daten, Coté et al. 1987) und Radio (Taylor et al. 1987)). Insgesamt deuten diese Beobachtungen auf eine dichte, langsam expandierende niedrig ionisierte Komponente der Hülle hin, wobei die gute Korrelation des IR-Exzesses bei  $12\ \mu\text{m}$  und der optischen Polarisation für eine asphärische Gestalt derselben spricht (nur für  $v_{\text{rot}} \sin i \gtrsim 200\ \text{km/s}$  zeigen die IRAS-Daten einen IR-Exzeß, d.h. das Auftreten des IR-Exzesses ist mit hohen Rotationsraten gekoppelt). Angesichts der hohen Rotationsgeschwindigkeit dieser Objekte ( $v_{\text{rot}} \sin i$  bis zu  $400\ \text{km/s}$ ) ist es naheliegend, die Existenz einer dichten äquatorialen Scheibe anzunehmen. Anhand eines semiempirischen Modelles schätzten Waters et al. (1987) die dem IR-Exzeß entsprechenden Massenverlustraten auf  $10^{-9} \dots 10^{-7} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ .

Über diese Scheibe hinaus deutet die blauverschobene Absorption in UV-Resonanzlinien von CII(1550 Å) und SiIV(1400 Å) auf die Präsenz eines stellaren Windes mit Massenverlustraten von  $10^{-11} \dots 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  (Snow 1981) und Endgeschwindigkeiten um  $1000\ \text{km/s}$  hin. Die zugehörige  $L_{\star} - \dot{M}_{\text{UV}}$ -Relation (Snow 1982) stellt nahezu eine Verlängerung des Potenzgesetzes für O-Sterne (Abbott et al. 1980, Garmany et al. 1981) dar und läßt den Linienstrahlungsdruck als plausiblen antreibenden Mechanismus erscheinen.

Die aus der IR-Analyse ermittelte Massenverlustrate ist um einen Faktor  $10^2 \dots 10^4$  größer als die aus der UV-Analyse gewonnene und weist eine weit schwächere Abhängigkeit von der Leuchtkraft auf (Waters et al. 1987). Überdies beträgt die maximale Breite der  $H_{\alpha}$ -Emission einige hundert km/s, wogegen der Wind auf bis zu  $1000\ \text{km/s}$  beschleunigt wird. Diese unterschiedlichen Ergebnisse aus UV- und IR-/Radioanalyse führen letztendlich zum Zwei-Komponentenmodell, mit einem schnellen und dünnen hochionisierten polaren Wind und einer dichten, langsam ausströmenden niedrig ionisierten Scheibe in der Äquatorebene. In diesem Bild entstehen die UV-Linien im Wind und der IR/Radio-Exzeß in der Scheibe. Die Korrelation des letzten mit der optischen Polarisation wäre somit eine unmittelbare Folge der Streuung der Photonen an der asymmetrischen Elektronenverteilung.

Über die Beobachtung dieser zwei vermuteten Komponenten hinaus gibt es auch Anzeichen für eine mögliche Wechselwirkung zwischen dem polaren Wind und der äquatorialen Scheibe: Doazan et al. (1985) stellten bei einer Variabilitätsstudie an 59 Cyg fest, daß die Linie des superionisierten CII-Ions sowohl mit der Äquivalentbreite der  $H_{\alpha}$ -Linie als auch mit deren V/R-Verhältnis variiert. (Der Begriff „V/R-Verhältnis“ wurde ursprünglich für diese *reinen* Emissionslinienprofile mit einem blau- und einem rotverschobenen Maximum eingeführt.) Diese Hinweise auf eine mögliche Wechselwirkung zwischen Wind und Scheibe werden verstärkt durch Untersuchungen von Bjorkman (1989), Grady et al. (1987, 1989), die eine *äquatoriale* Konzentration von CII vermuten lassen. Das heißt, es muß auch eine Gegend in Scheibennähe geben, in der langsames dichtes Material mit hochionisiertem koexistiert.

Das für die Be-Sterne naheliegende Zwei-Komponentenmodell könnte auch der Erklärung der wesentlich leuchtkräftigeren **B[e]-Sterne** dienen (vgl. Zickgraf et al. 1986, Zickgraf 1999), die sehr ähnliche Beobachtungsbefunde aufweisen wie die Be-Sterne: Im Infrarot Moleküllinien

(TiO und CO), im mittleren Infrarot ein starker Exzeß, im Optischen zahlreiche Emissionslinien, vor allem Balmerlinien, mit Breiten von 10 - 100 km/s und im UV Linien von z.B. SiIV und CIV mit Breiten bis zu 1000 km/s. Entgegen ursprünglicher Annahmen, daß das B[e]-Phänomen auf Überriesen (Leuchtkraftklasse I) beschränkt sei, stellten Gummersbach et al. (1995) fest, daß in den Magellanschen Wolken B[e]-Sterne bis zu Leuchtkräften  $\log L_* \gtrsim 4.0 L_\odot$  (Leuchtkraftklasse II) existieren, sich also im HRD in unmittelbarer Nachbarschaft der Be-Sterne (Leuchtkraftklasse III-V) befinden.

Zusammenfassend charakterisieren diese Beobachtungen ein sehr komplexes Bild der Winde strahlungsdruckgetriebener Winde. Die Spektren hängen offensichtlich von Phänomenen ab, die sowohl auf kleinen als auch auf großen räumlichen Skalen auftreten und offensichtlich durch ihre **direkte oder indirekte Abhängigkeit von der Rotation** zu einem (gegebenenfalls zeitlich variablen) deutlich nichtsphärischem Wind führen können.

In den vergangenen Jahren wurden erste Versuche unternommen, auch ein theoretisches Verständnis für die diversen physikalischen Mechanismen zu gewinnen. Darauf wollen wir im nun folgenden Abschnitt eingehen.

### 1.3.2 Bisherige theoretische Untersuchungen

Der Überblick über die Beobachtungen verdeutlicht, daß sowohl die *Rotation* als auch *Klumpungen* (d. h. kleinskalige räumliche Dichtekonzentrationen im homogenen Hintergrundwind) eine entscheidende Rolle bei der Entstehung von Windstrukturen, die von der sphärisch-symmetrischen glatten Schichtung abweichen, spielen sollten. Dabei kann aus der Beobachtung im Grunde genommen nur die Rotation als existierende physikalische Eigenschaft des *Sternes* festgestellt werden (aus der Rotationsverbreiterung photosphärischer Linien, die ihrerseits allerdings durch Mikroturbulenzen oder Windeffekte (Mihalas 1979, Kudritzki 1992) bzw. Makroturbulenzen (Conti & Ebbets 1977) kontaminiert sein könnten). Die Klumpung im Wind hingegen könnte auf kleinsten Skalen durchaus vorhanden sein, aber aufgrund der Unzulänglichkeit verwendeter Analysemethoden (siehe 1.4) als solche gar nicht explizit auffallen, da es in nur sehr wenigen Fällen eine direkte Beobachtungsevidenz gibt (vgl. Kap. 1.3.1, S. 8).

Die Behandlung von Rotations- bzw. Klumpungseffekten besitzt einen prinzipiellen Unterschied. Kann man grundlegende Klumpungsmechanismen in 1-D Simulationen untersuchen (d. h. in diesem Falle entarten die fraktionierten Dichtestörungen des Windes zu Schalen), so zeichnet die Rotation das Gesamtsystem Stern-Wind durch die Rotationsachse eindeutig aus, und das Problem wird (mindestens) zweidimensional. Bei Aufgabe der Azimutalsymmetrie um die Rotationsachse (z.B. bei Mitberücksichtigung wandernder Pulsationsmuster des Sternes) wird die Problemstellung letztlich dreidimensional.

Um ein grundlegendes Verständnis der Bedeutung der Rotation für die Winddynamik zu gewinnen, lösten PPK und FA (in einer 1-D Simulation) die hydrodynamischen Gleichungen in der Äquatorebene unter Mitberücksichtigung der Zentrifugalbeschleunigung. Auf diese Weise schätzten sie den *globalen* Einfluß der *differentiellen* Rotation  $v_{\text{rot}}(r)$  auf die Massenverlustrate und die Windendgeschwindigkeit ab, wobei die *tatsächliche Massenverlustrate* zwischen den Werten über dem Pol ( $v_{\text{rot}} = 0$ ) und dem Äquator liegt. Dabei stellten sie fest, daß die Rotation

erst ab  $\Omega = v_{\text{rot}}/v_{\text{crit}} \gtrsim 0.5$  bedeutsam wird ( $v_{\text{crit}}$ : kritische Rotationsgeschwindigkeit, bei der sich am Äquator Zentrifugal- und Gravitationskraft gerade gegenseitig kompensieren). Diese Erkenntnis führte gemeinsam mit der Tatsache, daß man noch keine stellaren Magnetfelder im Falle heißer massereicher Sterne gemessen hatte, zum weiteren zielstrebigem Ausbau des oben beschriebenen Standardmodelles.

Die von PPK und FA angenommene 1-D Näherung wurde erstmals von Bjorkman & Cassinelli (1993, BC) aufgegeben, indem sie unter Annahme einer *rein radialen Linienstrahlungskraft* die hydrodynamischen Gleichungen (einschließlich der polaren Terme) im Überschallbereich des Windes analytisch lösten und einfache Ausdrücke für die Dichteschichtung und die radiale, polare und azimutale Geschwindigkeitskomponente angaben. Dabei beschrieben sie die Linienkraft vereinfacht durch *globale force multiplier - Parameter*  $k, \alpha, \delta$ , die den Fits an die Resultate *ein-dimensionaler* NLTE-Rechnungen anderer Autoren entnommen wurden. Das heißt, die force multiplier-Parameter wurden als im gesamten Wind konstante Größen angenommen, also unabhängig von der Abweichung des Windes von der sphärischen Symmetrie und den tatsächlichen lokalen physikalischen Bedingungen (vgl. Kap. 1.1, S. 2).

Durch das Zusammenwirken von Zentrifugal-, Gravitations- und Linienstrahlungskraft erfährt das Windmaterial eine *polare Beschleunigung in Richtung der Äquatorebene*, wodurch bei gleichem Abstand  $r$  die Winddichte vom Pol zum Äquator hin anwächst und dieser Dichtekontrast mit  $r$  zunimmt. Im Falle der extremen Rotation mit  $\Omega \gtrsim 0.9$  (O-Sterne) bzw.  $\Omega \gtrsim 0.5$  (B-Sterne) ist dann die Bildung einer Scheibe in der Äquatorebene zu erwarten. Das Material erreicht dabei eine polare Geschwindigkeit  $v_{\Theta}$  von  $\lesssim 5 v_{\text{sound}}$  ( $v_{\text{sound}}$ : (isotherme) Schallgeschwindigkeit) und wird in der Äquatorebene abrupt durch die Kollision mit Material aus der anderen Hemisphäre gebremst. Nachkommende Materie trifft auf eine Schockzone am Rand der Scheibe und strömt dann mit verminderter Geschwindigkeit nach außen weiter, so daß sich eine stationäre Strömung einstellt. Mit detaillierten strahlungshydrodynamischen Simulationen (ebenfalls unter Annahme einer global parametrisierten radialen Linienstrahlungskraft) bestätigten Owocki et al. (1994, OCB) diese Resultate prinzipiell, wobei sich bei OCB noch einige zusätzliche interessante Effekte herausstellten, so z.B. ein Einfall der Scheibenmaterie auf die Sternoberfläche für  $r/R_{\star} \lesssim 2$ . Die resultierenden Öffnungswinkel der Scheibe bei BC ( $0.5^{\circ}$ ) und OCB ( $1 \dots 3^{\circ}$ ) stimmen im Vergleich mit den aus der Kombination von optischer Polarisation und dem IR-Exzeß gewonnenen empirischen Werten (entweder  $\sim 50^{\circ}$  oder  $\lesssim 15^{\circ}$ , siehe BC, Kap. 4.2) mit dem Modell einer dünnen Scheibe höchstens qualitativ überein. BC schätzen die in der Schockzone entstehende Temperatur auf  $10^5 \dots 10^6$  K, bei der die in der Scheibengegend vermuteten Ionisationsstufen CIV und SiIV eventuell durch Stoßionisation erzeugt werden könnten.

Das analytische BC-Modell fand mehrere Anwendungen bei der Beschreibung zirkumstellarer Hüllen, z.B. für die Erzeugung windkomprimierter Zonen (*wind-compressed zone, WCZ*) bei Wolf-Rayet-Sternen (Cassinelli et al. 1995), zur Erklärung des Homunculus-Nebels um  $\eta$  Carinae (MacLow et al. 1996), als unterliegende hydrodynamische Beschreibung der Windstruktur für die  $H_{\alpha}$ -Linienprofilsynthese in O-Sternwinden (Petrenz & Puls 1996 (PP96)) und für die Untersuchung von Windkompressions-Effekten in verschiedenen Gebieten des HRD (Ignace et al. 1996).

Ignace et al. (1998) erweitern das analytische BC-Modell, indem sie die Wirkung der Windkompression auf Magnetfelder im Wind untersuchten. Dabei beschränkten sie sich auf den Grenzfall schwacher Magnetfelder, bei dem diese für die dynamische Windstruktur unerheblich sind, und

stellten fest, daß bereits für  $\Omega \approx 0.2$  die äquatoriale Windkompression zu einem Anstieg der Magnetfeldstärke in der Äquatorgegend um eine Größenordnung führen kann (da die Magnetfeldlinien der Strömung des Materials folgen).

In Erweiterung des ursprünglichen BC-Modelles untersuchten Owocki et al. (1997, 1998a) den Einfluß nichtradialer Linienkräfte (d.h. einer zusätzlichen polaren und azimuthalen Linienstrahlungskraft) und des *Gravity Darkening* (d.h. der Temperaturvariation von heißen Polen hin zu einem kühleren Äquator aufgrund des von Zeipel-Theorems; siehe Kippenhahn & Weigert 1990). Die Parametrisierung der einzelnen Komponenten der Linienstrahlungskraft erfolgt in diesem Modell immer noch mit globalen Werten für  $k, \alpha, \delta$ . Dabei resultiert aufgrund einer letztendlich *polwärts* gerichteten polaren Komponente der Linienstrahlungskraft eine *Abbremsung* und *Umkehrung* der Teilchenbewegung, was zu einer *Dichtekonzentration über den Polen* führt, also zu einer Physik, die im völligen Gegensatz zu der des BC-Modelles steht. So vielversprechend der Scheibenbildungsmechanismus *im Falle strahlungsdruckgetriebener Winde* durch Windkompression im BC-Modell ist, durch diese Untersuchungen wird er gravierend in Frage gestellt. Die Untersuchungen von Owocki et al. sagen jedoch nichts darüber aus, ob der Windkompressions-Mechanismus nicht doch für Ausströmungen wirksam sein könnte, deren antreibende Physik eine andere als der Linienstrahlungsdruck ist.

Die Beobachtungen von Be- und B[e]-Sternen lassen sich jedoch nur durch ein Hüllenmodell mit Äquatorscheibe in einem vereinheitlichten Bild verstehen (Kap. 1.3.1, S. 14). Ein alternativer Scheibenbildungsmechanismus im Falle strahlungsdruckgetriebener Winde wurde von Lamers & Pauldrach (1991) und Lamers et al. (1999) vorgeschlagen. Da das Lyman-Kontinuum bei genügend hohen Massenverlustraten und einer Temperatur kleiner als etwa 20000 K optisch dick wird, kann sich der sogenannte Bistabilitätseffekt (Pauldrach & Puls 1990) bei einem schnell rotierenden Stern mit einer mittleren Effektivtemperatur von 20000 K wie folgt bemerkbar machen: Aufgrund der Zentrifugalbeschleunigung nimmt der Massenverlust am Äquator deutlich zu, und der Wind wird dort optisch dick im Lyman-Kontinuum. Dadurch sollte sich ein zusätzlicher deutlicher Anstieg des Massenverlustes ergeben und sich eine langsam ausströmende Scheibe bilden. Durch repräsentative Berechnung von 1-D Non-LTE-Winden für mehrere polare Breiten zeigen die Autoren, daß sich (in dieser einfachen Näherung, bei der in den 1-D Non-LTE Rechnungen keinerlei Zentrifugal- oder nichtradiale Kräfte berücksichtigt worden sind) bei Werten von  $\Omega = 0.8 \dots 0.9$  im Falle der B[e]-Überriesen ( $\dot{M} \approx 10^{-6} \dots 10^{-5} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ , Zickgraf et al. 1986) eine dichte Scheibe mit einem Öffnungswinkel von  $30^{\circ} \dots 45^{\circ}$  bildet, wobei der Dichtekontrast zwischen Pol und Äquator etwa 100 beträgt. Allerdings vernachlässigen die Autoren in ihrer Untersuchung das Gravity Darkening und die daraus resultierende Absenkung der Oberflächentemperatur am Äquator. Diese führt zu einer Verringerung des Strahlungsdruckes und einer entsprechend kleineren lokalen Massenverlustrate.

Für Be-Sterne ist der von Lamers & Pauldrach vorgeschlagene Mechanismus in dieser einfachen Form allerdings nicht wirksam, da bei keiner Breite die beobachtete Massenverlustrate hoch genug ist, um das Lyman-Kontinuum optisch dick werden zu lassen.

Der Einfluß der Rotation auf nichtstationäre großskalige Strukturen in Winden heißer Sterne wurde erstmals von Cranmer & Owocki (1996) studiert, indem sie strahlungshydrodynamische Simulationen in der Äquatorebene durchführten. Dabei simulierten sie Temperaturvariationen auf der Sternoberfläche durch gleichmäßig verteilte Flecken (*spots*) mit erhöhter Temperatur.



Diese sorgen für einen lokal erhöhten Massenverlust, der dann einen dichteren langsameren Windstrom bedingt. Durch die Rotation gewinnt das Strömungsmuster eine Spiralenform, und im Wind kollidieren die schnelleren dünnen Ströme mit den langsameren dichten und erzeugen dadurch corotierende Störungszonen. Diese sind in der Lage, in theoretisch synthetisierten Resonanzlinienprofilen Intensitätsvariationen zu erzeugen, deren Signaturen allerdings zu komplex sind, um im Rahmen eines einfachen empirischen Modelles, wie von Fullerton et al. (1997) vorgeschlagen, erklärt werden zu können (Owocki 1998b). Ein weiteres interessantes Ergebnis dieser Studie ist die Ausbildung von dichten, stark lokalisierten Bereichen im Wind, die mit geringerer Geschwindigkeit als der ungestörte Wind nach außen strömen und möglicherweise zur Interpretation der DACs (Kap. 1.3.1, S. 9) dienen könnten.

Nicht nur bezüglich der hydrodynamischen Struktur strahlungsdruckgetriebener Winde, sondern auch für Gebiete der stellaren Astrophysik, die aus Sternwindrechnungen gewonnene Größen zu ihrer Beschreibung benötigen, kann eine genaue Kenntnis der Eigenschaften der Sternwinde von großer Bedeutung sein. So hat man erkannt, daß neben der Massenverlustrate auch die *absolute Rotationsrate in Verbindung mit dem stellaren Massenverlust* ein wichtiger Eingabeparameter für die *Theorie der Entwicklung massereicher Sterne* ist. Aufgrund der Rotation wird die effektive Schwerkraft im Sterninnern reduziert, was sich auf das hydrostatische Gleichgewicht und die Oberflächeneigenschaften (Form, Effektivtemperatur, polarwinkelabhängiger Massenverlust) auswirkt. Im Laufe der Entwicklung erfolgt aufgrund von Prozessen wie der meridionalen Zirkulation, der Scherinstabilitäten und turbulenten Diffusion eine verstärkte Rotationsmischung der Elemente und gleichzeitig Transport von Drehimpuls. Dadurch kann die Sternentwicklung entscheidend beeinflusst werden (siehe Langer & Heger 1998, Maeder 1998, Meynet 1998). Der Massenverlust an der Oberfläche geht dabei als äußere Randbedingung in die Beschreibung des Sterninneren ein und sorgt ebenfalls für den Abtransport von Drehimpuls. Wie Langer (1998) in 1-D Rechnungen am Beispiel eines massereichen Hauptreihensternes (mit  $60 M_{\odot}$  am Anfang seiner Entwicklung) zeigt, kann der äquatoriale Massenverlust Werte von  $10^{-5} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  erreichen und so eine *beträchtliche Abbremsung der absoluten stellaren Rotationsrate* bedingen. Allerdings vernachlässigt der Autor in seiner 1-D Näherung des Einflusses der Rotation die Tatsache, daß nach von Zeipel (1924) der Strahlungsfluß (und damit die Kontinuumsbeschleunigung) an der Sternoberfläche eine Funktion der effektiven Oberflächenbeschleunigung ist, was die Ergebnisse merklich beeinflussen könnte (vgl. Glatzel 1998 und die Diskussion in Kapitel 4.3.5).

Ein weiterer, sehr wesentlicher Gesichtspunkt ist die Konkurrenz zwischen *meridionaler Zirkulation* und *Scherturbulenzen*. Der erste Prozeß transportiert Material vom Kern entlang der polaren Rotationsachse an die Oberfläche und entlang dieser zurück zur Äquatorebene, wodurch das zirkulierende Material Drehimpuls gewinnt. Anschließend strömt es in der Äquatorebene in das Sterninnere zurück und trägt den Drehimpuls in den Kern (cf. Maeder 1998). Durch diesen Vorgang entstehen verstärkte Drehimpulsgradienten in radialer Richtung, wodurch *Scherinstabilitäten* an Effizienz gewinnen. Letztere sorgen durch Erzeugung von Turbulenzen für einen Drehimpulstransport nach außen, *wirken also der meridionalen Zirkulation entgegen*. An dieser Wechselwirkung entzündet sich die derzeitige Kontroverse zwischen Langer auf der einen und Maeder und Meynet auf der anderen Seite. Während sich in Langers Modellen beide Prozesse im wesentlichen kompensieren, überwiegt bei Meynet (1998) der einwärts gerichtete Drehimpulstransport durch die meridionale Zirkulation deutlich. Diese augenblickliche Diskrepanz könnte

an der unterschiedlichen numerischen Behandlung der verschiedenen Prozesse durch die Autoren liegen (vgl. die Diskussion in Meynet 1998).

## 1.4 Konsequenzen für die Analyse von Sternwinden

Der in den vorangegangenen Abschnitten gegebene Überblick über Beobachtung und Theorie zeigt, daß sowohl die Rotation als auch mögliche Instabilitäten von entscheidender Bedeutung für die hydrodynamische Struktur strahlungsdruckgetriebener Winde sein können. Da nun die quantitative Analyse der Winde anhand ihrer Spektren nicht nur einer adäquaten Beschreibung der unterliegenden Hydrodynamik sondern auch der Spektralsynthese bedarf, ist auch der Einfluß von Rotation und Klumpung auf den *Strahlungstransport* zu untersuchen. Bei den in 1.2 beschriebenen Anwendungen (WLR, Bestimmung von  $\dot{M}$  als charakteristische Windgröße) wurden Rotation und Klumpung – wenn überhaupt – nur in grober Näherung mitberücksichtigt.

### 1.4.1 Strukturierte Winde – Klumpungen

Der Einfluß möglicher Klumpungen auf den Strahlungstransport ist vor allem dann von Interesse, wenn es sich bei den untersuchten Vorgängen um solche handelt, die vom Quadrat der Dichte  $\rho^2$  abhängen, also beispielsweise Rekombinationsprozesse wie die  $H_\alpha$ - oder Infrarot- und Radioemission, die proportional zum Produkt aus Ionen- und Elektronendichte sind. Berechnet man deren Dichteabhängigkeit, so ist es ein entscheidender Unterschied, ob man im Falle geklumpfter Winde das Quadrat der über kleine räumliche Skalen gemittelten Dichte  $\langle \rho \rangle^2$  (diese Formulierung entspräche einem glatten Wind!) oder den über kleine räumliche Skalenlängen gemittelten Wert des Quadrats der *tatsächlichen* lokalen Dichte  $\langle \rho^2 \rangle$  in die Beschreibung der optischen Tiefe eingehen läßt.

Lamers & Waters (1984b) untersuchten den Einfluß von Klumpungen auf das IR-/Radiokontinuum für verschiedene Windmodelle, wobei sie die Überschätzung der resultierenden Massenverlustrate im Falle eines geklumpften Windes durch eine mit Hilfe eines ungeklumpften Modelles durchgeführte Analyse mit einem Faktor  $\lesssim 3$  angeben. Blomme & Runacres (1997) schätzen den entsprechenden Faktor für  $\zeta$  Puppis auf 1.7. Moffat & Robert (1994) zeigten, daß dieser Faktor bei Wolf-Rayet-Winden in der Größenordnung 3...4 liegen kann.

(Für eine eingehende Diskussion dieser Problematik sei auch auf Pu93, S. 260 ff. verwiesen.)

Puls, Owocki & Fullerton (1993) demonstrierten unter Verwendung strahlungshydrodynamischer Modelle strukturierter Winde, daß lokale Dichtekonzentrationen, die durch den Wind propagieren, zu einer erhöhten lokalen Absorption in Resonanzlinienprofilen führen können, die Ähnlichkeit mit dem DAC-Phänomen aufweist. Die *mittlere* Form der Profile entspricht im wesentlichen der stationären, und die schwarzen Tröge werden qualitativ besser wiedergegeben.

### 1.4.2 Rotation

Auf den Einfluß der Rotation auf den Strahlungstransport ist bisher in nur wenigen Arbeiten eingegangen worden: Bei der  $H_\alpha$ -Linienprofilsynthese geht der konventionelle Ansatz, die stellare Rotation mitzubersichtigen, davon aus, daß der Hauptteil der  $H_\alpha$ -Emission aus dem sternnahen Windbereich stammt, d.h. man nimmt vereinfacht an, daß das emittierende Material mit der

Sternoberfläche corotiert. Somit vernachlässigt man entweder die Rotation völlig (bei Methoden, die auf der unter der Rotation erhaltenen Äquivalentbreite basieren) oder man berechnet zuerst die  $H_\alpha$ -Emission eines sphärisch-symmetrischen Sternwindes, um das resultierende Linienprofil anschließend mit dem Rotationsprofil der Breite  $v_{\text{rot}} \sin i$  zu falten (vgl. Pu96). Der zweite Ansatz erscheint hierbei sehr fraglich, da sich (im Falle der Drehimpulserhaltung) die *differentielle* Rotation  $v_{\text{rot}}(r)$  reziprok zum Abstand  $r$  verhält und dadurch sehr schnell mit  $r$  abfällt und die Emission aus nicht unmittelbarer Sternnähe eine geringere Rotationsverbreiterung als die photosphärische erfährt. Aus diesem Grunde sollte die *Deformation der Teilchenstromlinien aufgrund der differentiellen Rotation* in die Profilsynthese eingehen.

Bis jetzt wurde dies durchgeführt z. B. für die  $H_\alpha$ -Emission in Be-Sternhüllen (Hummel 1992) und die durch Photonenstreuung erzeugten UV P Cygni-Profile in Winden heißer Sterne, die im gesamten Wind gebildet werden und daher nur gemäßigt durch diesen Prozeß beeinflußt werden (Mazzali 1990, Bjorkman et al. 1994, Cranmer 1996; siehe auch Shlosman & Vitello 1993 bzgl. der UV-Linienbildung in Winden von Akkretionsscheiben kataklysmischer Variablen).

Der Effekt auf die  $H_\alpha$ -Linienprofilbildung, verbunden mit den Konsequenzen für die Bestimmung von Massenverlustraten, wurde erst von Petrenz & Puls (1996, PP96) untersucht. Das zum damaligen Zeitpunkt favorisierte Windmodell war das analytische Windkompressionsmodell von BC, auf dessen Grundlage diese Studie durchgeführt wurde.

Bei einem ersten Vergleich theoretisch synthetisierter mit beobachteten  $H_\alpha$ -Linienprofilen mehrerer O-Sterne, deren spektrale Signaturen auf Rotationseffekte hinweisen, zeigte sich, daß die eindimensionale Beschreibung des Windes in fast allen Fällen Fits ähnlicher Qualität erlaubt wie die 2-D Synthese unter Annahme des analytischen Windkompressionsmodelles. Allerdings ergab bei  $\zeta$  Puppis der 2-D Fit eine deutlich niedrigere Massenverlustrate und wesentlich langsamere radiale Beschleunigung als die 1-D Analyse ( $\dot{M}_{2-D} = 3.0 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$ ;  $\dot{M}_{1-D} = 5.90 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$  (vgl. Pu96)). Zu diesem Zeitpunkt wurden von Owocki et al. (1996) die ersten numerischen hydrodynamischen Windmodelle unter Mitberücksichtigung nichtradialer Linienstrahlungsbeschleunigungen und des Gravity Darkening vorgestellt, die (wie oben erwähnt) eine zum BC-Modell deutlich verschiedene Geometrie besitzen und demzufolge die  $H_\alpha$ -Linienemission in unterschiedlicher Weise beeinflussen. Aus diesem Grund wurde seitens des Verfassers vorliegender Arbeit der Entschluß gefaßt, vor einer weiteren Anwendung der Profilsynthese auf die Beobachtung dem Studium der Winddynamik auf der Grundlage detaillierter strahlungshydrodynamischer Simulationen Vorrang zu geben.

Diese Untersuchungen bilden den Schwerpunkt vorliegender Arbeit, deren Ziele wir im folgenden Kapitel formulieren wollen.

## Zielsetzung der Arbeit

In der einleitenden Gegenüberstellung von Beobachtung und Theorie strahlungsdruckgetriebener Winde haben wir festgestellt, daß sich die Rotation als offenkundige Eigenschaft des Systems Stern-Wind in zahlreichen spektralen Signaturen des Windes widerspiegelt, im Gegensatz zur Klumpung, die sich – wenn überhaupt – weit weniger bemerkbar macht. In vorliegender Arbeit konzentrieren wir uns deshalb auf die *theoretische Untersuchung des Einflusses der Rotation auf die hydrodynamische Struktur strahlungsdruckgetriebener Winde*.

Dazu sollen grundlegende Untersuchungen das Verständnis spezieller physikalischer Mechanismen ermöglichen. Erstmals soll die *Wechselwirkung der 2-D Non-LTE-Physik mit der Linienstrahlungsbeschleunigung in zweidimensionalen Winden* (in Abhängigkeit des Radius und der Breite) analysiert werden.

In einem ersten Schritt sollen bisherige hydrodynamische Simulationen anderer Autoren überprüft und mögliche Verbesserungen hierzu erarbeitet werden. Im Gegensatz zu diesen Modellen soll dann die vereinfachte, aus sphärisch-symmetrischen Rechnungen übernommene globale Parametrisierung der Linienstrahlungskraft durch eine Beschreibung ersetzt werden, die die tatsächlichen physikalischen lokalen Verhältnisse und die Eigenschaften des nichtlokalen stellaren Strahlungsfeldes zur Berechnung der Besetzungszahlen am jeweiligen Ort im Wind konsistent berücksichtigt. *Somit sollen in dieser Arbeit erstmals selbstkonsistente zweidimensionale strahlungshydrodynamische Modelle der Winde heißer Sterne unter Berücksichtigung der Rotation vorgestellt werden.*

Im zweiten Teil sollen die *prinzipiellen Konsequenzen der Rotation für die Linienstrahlungsemission in  $H_\alpha$*  (einen Indikator zur Bestimmung der Massenverlustrate) untersucht werden.

Zu diesem Zweck sollen ein hydrodynamisches Rechnerprogramm auf die vorliegende Problemstellung adaptiert und effiziente Algorithmen zur Berechnung der selbstkonsistenten hydrodynamischen 2-D Windmodelle entwickelt werden. Dabei sollen die grundlegenden physikalischen Effekte in vertretbaren Näherungen beschrieben werden, die bei angemessener Rechenzeit eine Aussage über die prinzipiellen Mechanismen im Wind erlauben.

Der für die Linienprofilsynthese bereits vorhandene Code soll für unsere Fragestellung verallgemeinert und optimiert werden.

Dazu gehen wir in folgenden Schritten vor:

In Kapitel 3 werden die physikalischen Gleichungen eingeführt und das Modell für den Wind mit seinen Näherungen vorgestellt.

In Kapitel 4 folgt eine Diskussion der grundlegenden physikalischen Effekte (Windkompression, nichtradiale Kräfte, Gravity Darkening, Ionisationsgleichgewicht und Besetzungszahlen).

Unter Berücksichtigung des Verhaltens der Linienstrahlungsbeschleunigung von Ionisationsgleichgewicht und Besetzungszahlen werden wir eine verbesserte lokale Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung einführen.

In Kapitel 5 geben wir einfache Skalierungsrelationen an, die hilfreich für das Verständnis der Ergebnisse numerischer Simulationen sind.

Kapitel 6 dient der Beschreibung des hydrodynamischen Programmes, wobei wir vor allem auf die Problematik der Randbedingungen eingehen werden.

In Kapitel 7 werden bisherige hydrodynamische Simulationen anderer Autoren mit Hilfe des unabhängigen Codes überprüft und die hydrodynamischen Effekte aufgrund der Windkompression, nichtradialer Kräfte und des Gravity Darkening unter Annahme der vereinfachten globalen  $(k, \alpha, \delta)$ -Parametrisierung der Linienkraft untersucht.

Kapitel 8 widmet sich schließlich den selbstkonsistenten Modellen, die eine simultane Lösung von Besetzungszahlen und Hydrodynamik liefern. Dabei sollen die wichtigsten physikalischen Konsequenzen aus der selbstkonsistenten Beschreibung diskutiert und erstmalig 2-D Non-LTE-Effekte in strahlungsdruckgetriebenen Winden studiert werden.

Die selbstkonsistenten zweidimensionalen Windmodelle unter Annahme der Rotationssymmetrie sollen klären, ob nun aus theoretischer Sicht Scheiben oder Kompressionszonen außerhalb der Äquatorebene in strahlungsdruckgetriebenen Winden existieren sollten.

Abbildung 2.1 verdeutlicht noch einmal den theoretischen Gesamtzusammenhang, in dem sich vorliegende Arbeit befindet.

In Kapitel 9 wollen wir den Einfluß der Rotation auf die  $H_\alpha$ -Linienprofilsynthese unter Annahme eines exemplarischen 2-D Windmodelles untersuchen und die wichtigsten Effekte auf die Profilmorphologie aufgrund der asphärischen Dichtestruktur und der Deformation des Geschwindigkeitsfeldes verstehen.

Diese Untersuchung soll der Abschätzung dienen, in welchem Maße die Rotation die Bestimmung der Massenverlustrate aus  $H_\alpha$  beeinflusst und inwieweit dies relevant für die Windimpuls-Leuchtkraft-Relation ist.

In Kapitel 10 werden die neuen Ergebnisse zusammenfassend diskutiert und ein Ausblick auf noch offene Fragestellungen, die wir im Rahmen vorliegender Arbeit nicht behandelt haben, gegeben.

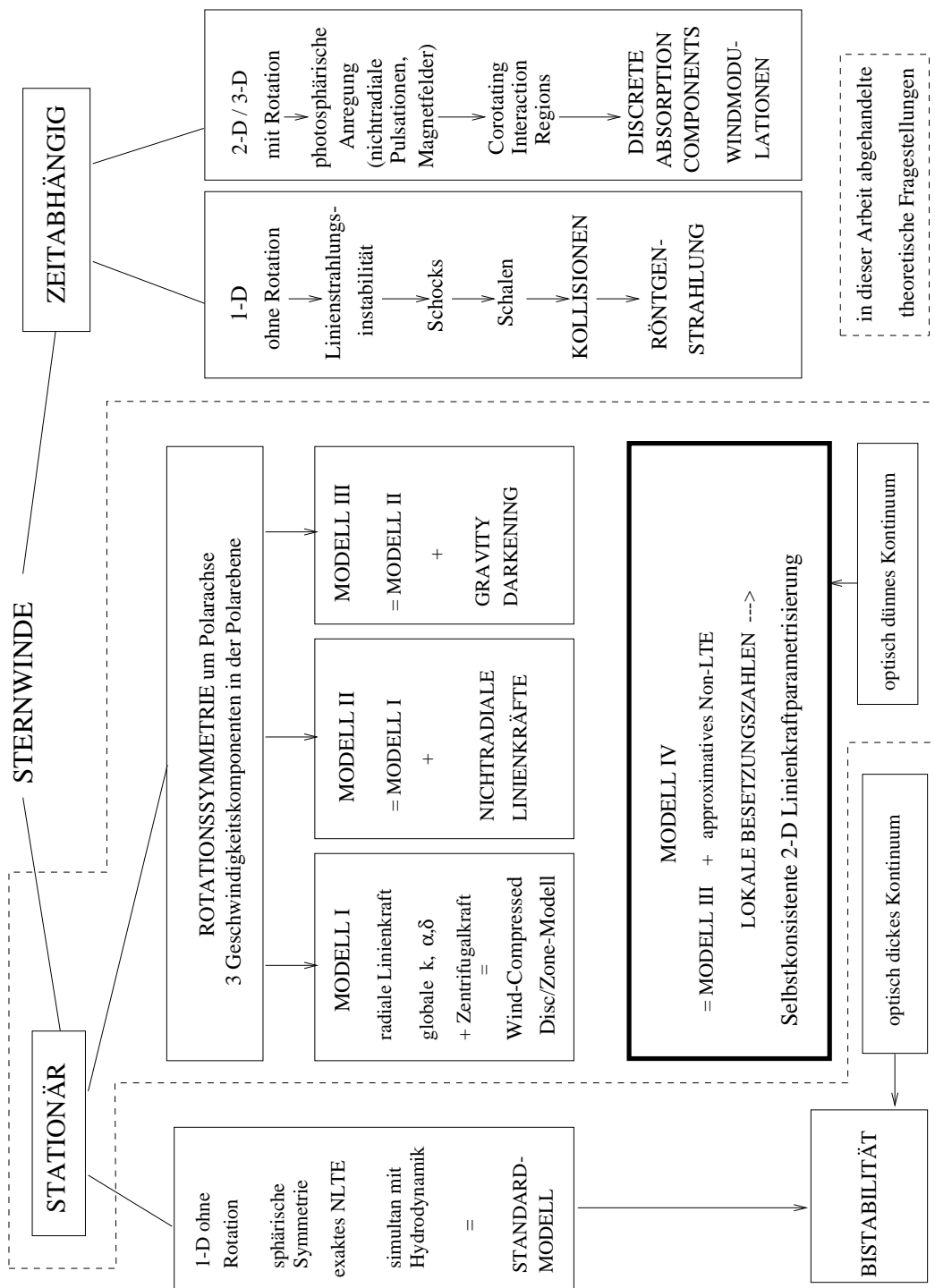


Abbildung 2.1: Überblick über die theoretischen Ansätze zur Beschreibung von Sternwinden



# Die Rotation im Rahmen der Theorie strahlungsdruckgetriebener Winde

In diesem Kapitel stellen wir unser Windmodell in seinen Grundzügen vor und geben einen Überblick über die Näherungen, die im Rahmen dieser Arbeit angenommen werden sollen. Anschließend werden die Geometrie und die verwendeten Koordinatensysteme beschrieben und die hydrodynamischen Gleichungen formuliert.

Unsere prinzipielle Vorgehensweise zur Bearbeitung der Problemstellung ist in Abb. 3.1 dargestellt.

## 3.1 Das Modell

Ausgehend vom stationären, sphärisch-symmetrischen Standardmodell wird das Modell schrittweise durch Hinzunahme mehrerer physikalischer Effekte verfeinert, um eine *differentielle* Analyse der jeweiligen Konsequenzen für die Morphologie und hydrodynamische Struktur des Windes zu ermöglichen.

### 3.1.1 Berücksichtigte physikalische Effekte

Im einzelnen werden in unserem Modell folgende Effekte berücksichtigt:

- *Zentrifugalunterstützung (Modell I)*: Wie BC gezeigt haben, ist aufgrund der Zentrifugalunterstützung und des Zusammenwirkens der radialen Linienstrahlungskraft und der Gravitation eine Windkompression zu erwarten. Im ersten Schritt soll in 4.1 das semianalytische BC-Modell diskutiert und auf O-Überriesen angewendet werden, um die grundlegenden Effekte auf die Dichteschichtung und das Geschwindigkeitsfeld zu verstehen. Dies wird auch eine Abschätzung der wichtigsten Größenordnungen für Kompressionsverhältnisse und Geschwindigkeiten ermöglichen.
- *Abplattung der Sternoberfläche*: Eine weitere Konsequenz der Rotation ist die Abplattung der Sternoberfläche (Collins 1963, 1965): der *Sternradius nimmt von Pol zu Äquator zu*, was für eine quantitativ korrekte Berechnung der Druckschichtung und des sternnahen Geschwindigkeitsfeldes von Bedeutung ist (vgl. OCB). Aus diesem Grunde wird dieser Effekt in den *numerischen* hydrodynamischen Simulationen bei der Formulierung der unteren Randbedingung explizit berücksichtigt.
- *Nichtradiale Linienstrahlungskräfte (Modell II)*: In einem zweitem Schritt werden nichtradiale Linienstrahlungskräfte, die nach Owocki et al. (1997, 1998) zu einer Aufhebung und Umkehr der Windkompression führen sollten, in die Dynamik miteinbezogen.



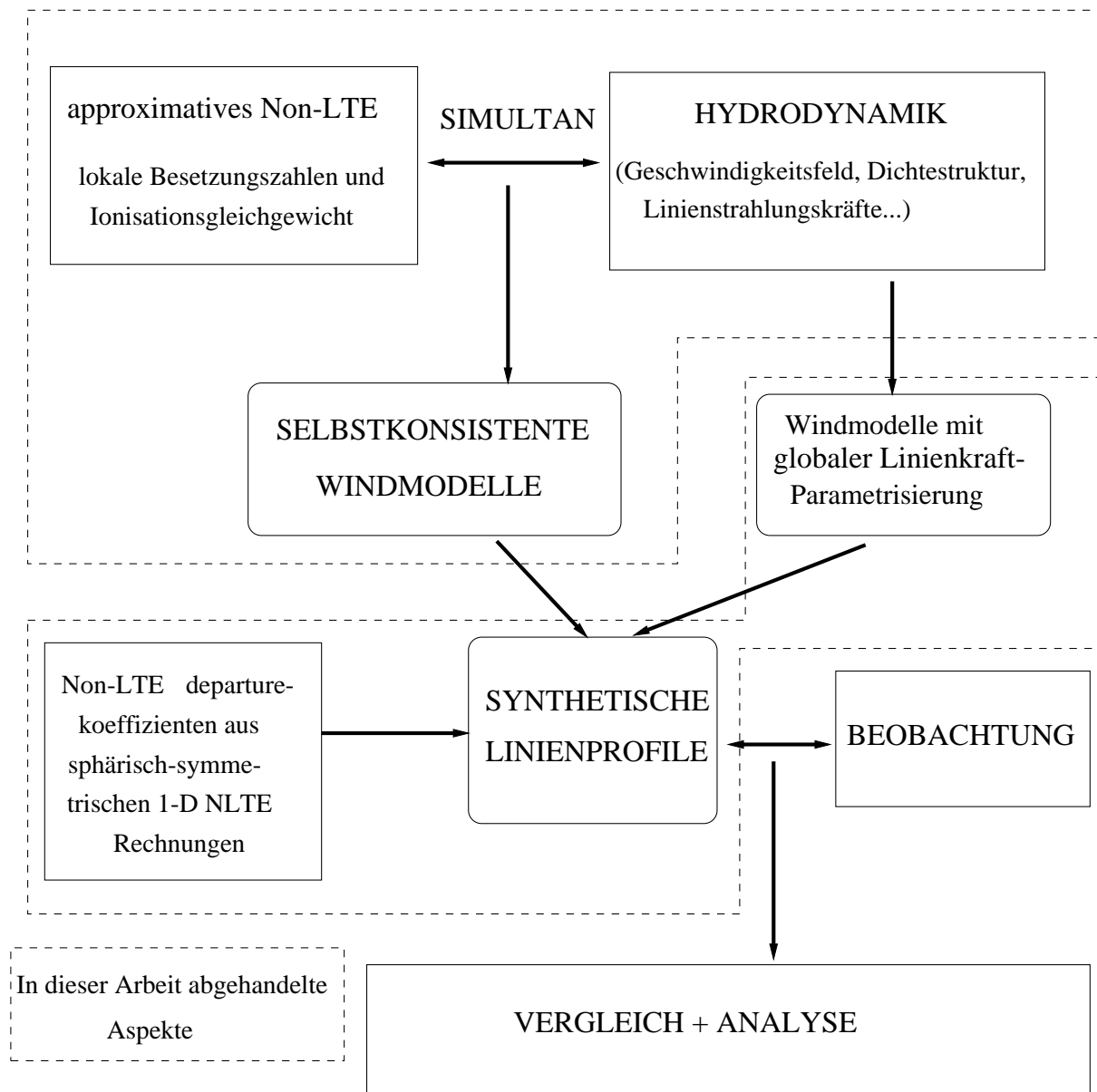


Abbildung 3.1: Vorgehensweise: Für unterschiedliche theoretische hydrodynamische Modelle für die Dichtestruktur und das Geschwindigkeitsfeld des Windes werden unter Verwendung sogenannter Non-LTE *departure*-Koeffizienten (siehe Kap. 9.1) theoretische H $\alpha$ -Linienprofile berechnet. Diese werden dann differentiell untereinander verglichen, um die Konsequenzen der verschiedenen jeweils berücksichtigten Prozesse auf den Linienbildungsprozeß zu untersuchen. Auf der Grundlage dieser Untersuchungen kann man einen Vergleich der theoretischen mit beobachteten Profilen durchführen, um den Fehler abzuschätzen, den die Annahme sphärisch-symmetrischer Winde bei Anwendung der H $\alpha$ -Liniensynthese für das jeweilige Objekt bedingen kann.

- *Gravity Darkening (Modell III)*: Aufgrund der stellaren Rotation erwartet man einen polaren Gradienten in der stellaren Oberflächentemperatur von heißeren Polen zum kühleren Äquator. Dieser Effekt sollte zu einer reduzierten (erhöhten) Linienstrahlungsbeschleunigung über dem Äquator (den Polen) führen und soll in Kap. 7 unabhängig erneut untersucht werden.
- *Selbstkonsistente lokale Besetzungszahlen (Modell IV)*: Wie in 1.3.2 erwähnt, wurde in allen bisherigen 2-D Modellen strahlungsdruckgetriebener Winde nur eine globale Parametrisierung der Linienkraft aus 1-D NLTE-Rechnungen übernommen. Diese Näherung soll nun aufgegeben und das Ionisationsgleichgewicht mit den Besetzungszahlen bezüglich der *lokalen* physikalischen Verhältnisse (Dichte und Strahlungstemperaturen) berechnet werden.

### 3.1.2 Näherungen

Um die Komplexität des Modelles in einem überschaubaren Rahmen zu halten, werden folgende Näherungen angenommen:

- *Approximatives Non-LTE*: Bei der Bestimmung der Ionisationsstruktur und der Besetzungszahlen wird ein vereinfachter Ansatz gewählt, der es (im Gegensatz zum „exakten“ Non-LTE) erlaubt, *Ionisation und Anregung voneinander unabhängig* zu behandeln. Für eine weitere Diskussion sei auf Kap. 4.4 verwiesen.
- *Linienstrahlungsinstabilitäten*: Sie werden nicht mitberücksichtigt, d.h. es soll von einer prinzipiell „glatten“ Windstruktur ausgegangen werden. Dies ist eine insofern vertretbare Näherung, da die über kleine räumliche Skalen gemittelten Werte von Dichte und Geschwindigkeit der makroskopischen Beschreibung durch einen glatten Wind entsprechen. Darüber hinaus stellen hydrodynamische 3-D Simulationen unter Mitberücksichtigung der Linienstrahlungsinstabilität zum gegenwärtigen Zeitpunkt noch nicht erfüllbare Anforderungen an die vorhandenen Rechnerkapazitäten.
- *Thomson-Beschleunigung*: Bei Berechnung der durch die stellare Rotation abgeplatteten Sternoberfläche wird die Thomson-Beschleunigung aufgrund der Streuung von Photonen an Elektronen nur in einer vereinfachten Mittelung mitberücksichtigt. Die aufgrund des polaren Temperaturgradienten gegebene Variation der Thomson-Beschleunigung mit der polaren Breite wird dabei vernachlässigt. Da dieser Effekt nur im Falle schnell rotierender O-/B-Überriesen eine Bedeutung besitzt und gerade für diese Objekte eine deutliche Diskrepanz bezüglich der Oberflächeneigenschaften bei verschiedenen Modellen der Sternentwicklungstheorie herrscht (vgl. Kap. 1.3.2, S. 18), wollen wir uns (auch im Hinblick auf den andernfalls notwendigen erheblichen technischen Aufwand) auf die vereinfachte Beschreibung der Form der Sternoberfläche beschränken. Diese ermöglicht auf jeden Fall eine prinzipielle Studie des Abplattungseffektes. Für eine weitere Diskussion verweisen wir auf Kap. 4.3.2, S. 67.
- *Magnetfelder*: Wie in 1.3.1 dargestellt worden ist, gibt es derzeit noch keinen aussagefähigen Beobachtungsbefund über die Existenz von Magnetfeldern auf der Oberfläche bzw. in

den Winden heißer massereicher Sterne, weshalb wir in Erweiterung der bisherigen theoretischen Beschreibung diesen Aspekt nicht untersuchen werden.

- *Kontinuum:* Das Kontinuum wird als optisch dünn angenommen. Diese Näherung ist sicher gut vertretbar für Sterne mit einer nicht zu hohen Massenverlustrate. So ist im Fall der B-Sterne (v. a. für Objekte auf der Hauptreihe), bei denen das Lyman-Kontinuum kurzwellenlängig von 911 Å erst ab einer Massenverlustrate von  $\dot{M} \gtrsim 10^{-7} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$  optisch dick werden sollte (siehe Kap. 8.4), die Frage nach der Existenz dünner Scheibenwinde ( $\dot{M} \approx 10^{-9} \dots 10^{-7} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ) durch diesen Effekt nur unwesentlich berührt. In Bezug auf die B[e]-Sterne ( $\dot{M} \approx 10^{-7} \dots 10^{-5} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ) ist allerdings zu erwarten, daß das optisch dicke Kontinuum von erheblicher Bedeutung für die äquatoriale Massenverlustrate sein und eine korrekte Beschreibung des Kontinuums notwendig machen könnte. Ein analoges Problem tritt für O-Überriesen kurzwellenlängig der HeII-Kante auf (vgl. Kapitel 8.3.3, S. 203).
- *Nichtstationäre Prozesse:* Obwohl zahlreiche Beobachtungen eine deutliche Nichtstationarität von Sternwinden aufweisen (vgl. 1.3.1), werden mögliche erzeugende Mechanismen (nichtradiale Pulsationen, Rotationsmodulation durch Magnetfelder auf der Sternoberfläche etc.) nicht mitberücksichtigt, da wir in erster Linie an den Konsequenzen der Rotation für die *großskalige* Morphologie des Windes interessiert sind und zahlreiche Beobachtungen vermuten lassen, daß sich nichtstationäre Effekte vor allem in räumlich eng begrenzten Windbereichen auf die Dynamik auswirken (vergl. 1.3.1). Darüber hinaus erforderte eine detaillierte Berechnung derartiger nichtstationärer Effekte eine 3-D Simulation, da in diesem Fall die Rotationssymmetrie aufgehoben wäre.

## 3.2 Geometrie und Koordinatensysteme

Die Rotation zeichnet das zu beschreibende System durch die Polarachse bevorzugt aus, weshalb es sinnvoll ist, die hydrodynamischen Gleichungen in Kugelkoordinaten (sphärische Polarkoordinaten  $(\Theta, \Phi, r)$ ) auszudrücken (siehe Abb. 3.2). Hierbei bezeichnet  $\Theta$  den Polarwinkel (am Pol:  $\Theta = 0$ , am Äquator:  $\Theta = \pi/2$ ),  $\Phi$  den Azimutalwinkel und  $r$  den Abstand des Ortes  $\vec{R}$  von der Sternmitte. Die kartesischen Koordinaten des stellaren Systems lauten in den Kugelkoordinaten  $(\Theta, \Phi, r)$ :

$$\vec{R} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = r \begin{pmatrix} \sin \Theta \cos \Phi \\ \sin \Theta \sin \Phi \\ \cos \Theta \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

An jedem Aufpunkt  $\vec{r}$  ist ein lokales rechtshändiges orthonormales Dreibein  $(\vec{e}_{\Theta}, \vec{e}_{\Phi}, \vec{e}_r)$  definiert, das sich durch Ableitung von  $\vec{R}$  nach den Variablen  $(\Theta, \Phi, r)$  und anschließende Normierung ergibt und dessen Achsen in die polare, azimutale und radiale Richtung zeigen:

$$\vec{e}_{\Theta} = \begin{pmatrix} \cos \Theta \cos \Phi \\ \cos \Theta \sin \Phi \\ -\sin \Theta \end{pmatrix} \quad \vec{e}_{\Phi} = \begin{pmatrix} -\sin \Phi \\ \cos \Phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{e}_r = \begin{pmatrix} \sin \Theta \cos \Phi \\ \sin \Theta \sin \Phi \\ \cos \Theta \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

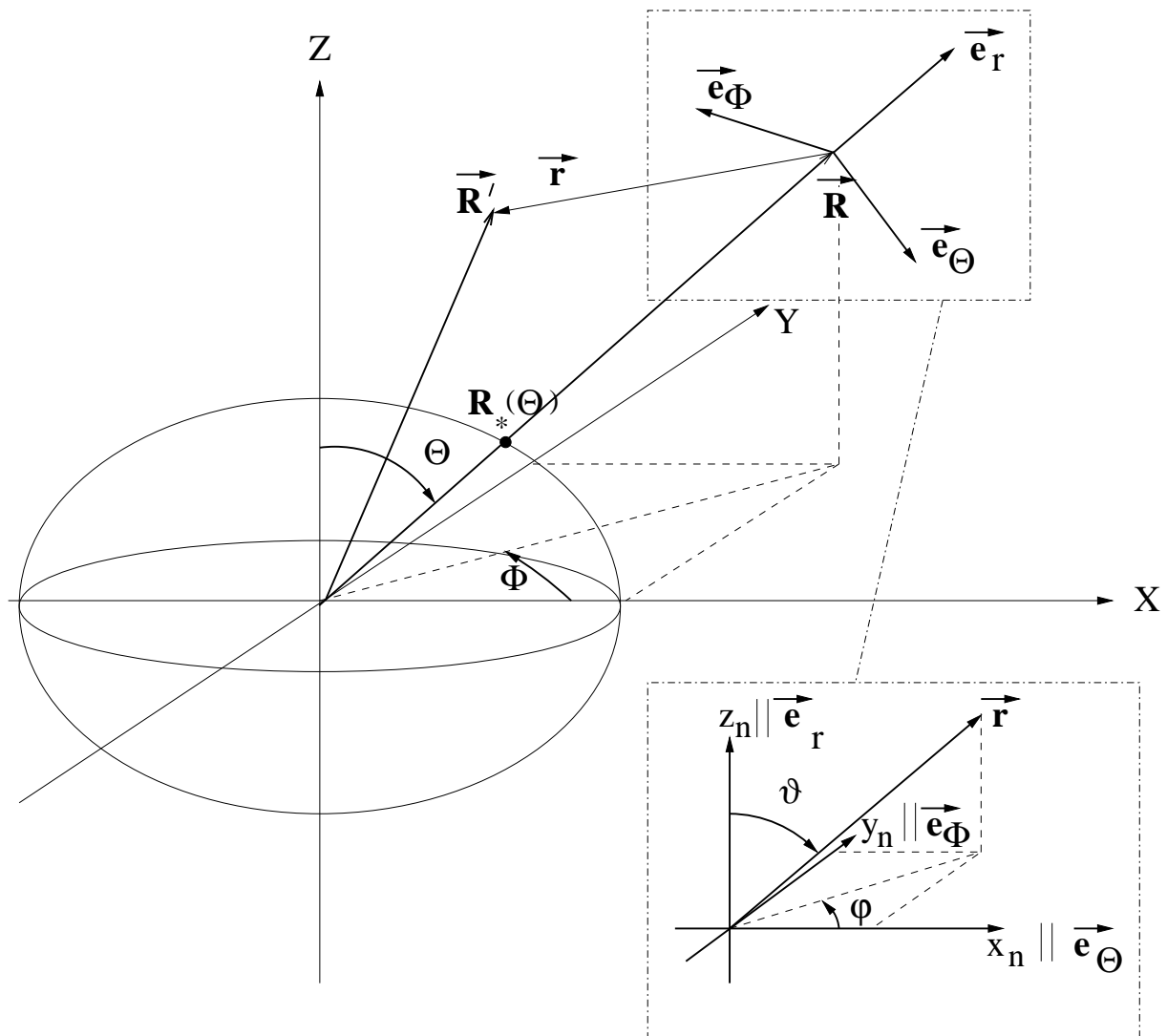


Abbildung 3.2: Verwendete Koordinatensysteme

In diesem lokalen „natürlichen“ Koordinatensystem  $(x_n, y_n, z_n)$  ( bzw.  $(\vec{e}_\Theta, \vec{e}_\Phi, \vec{e}_r)$ ) lautet die Definition des *lokalen Ortsvektors*  $\vec{r}$ :

$$\vec{r}(\Theta, \Phi, r) = r \cdot (n_\Theta \vec{e}_\Theta + n_\Phi \vec{e}_\Phi + n_r \vec{e}_r) = r \cdot \begin{pmatrix} \sin \vartheta \cos \varphi \\ \sin \vartheta \sin \varphi \\ \cos \vartheta \end{pmatrix} \equiv r \cdot \vec{n} = \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Damit ist der Richtungsvektor  $\vec{n}$  durch die im lokalen System  $(x_n, y_n, z_n)$  definierten Polarwinkel  $(\vartheta, \varphi)$  festgelegt. Die Sternoberfläche selbst wird durch den polarwinkelabhängigen Sternradius  $R_*(\Theta)$  beschrieben.

Beliebige Orte im Wind  $\vec{R}'$  ergeben sich durch vektorielle Addition zu

$$\vec{R}' = \vec{R} + \vec{r}.$$

### 3.3 Die hydrodynamischen Gleichungen

Wir folgen dem Vorschlag von OCB und lösen anstatt der stationären die *zeitabhängigen* Gleichungen für das Geschwindigkeitsfeld und die Dichtestruktur des Windes mit Hilfe eines hydrodynamischen Codes (siehe Kap. 6.2) und lassen die Lösung (sofern sie existiert) auf den stationären Endzustand konvergieren. Dies hat den Vorteil, daß man von einer „beliebigen“ Startnäherung für die hydrodynamische Struktur (abgesehen von bestimmten Bedingungen, die in Kap. 6.3 diskutiert werden) ausgehend sowohl stationäre als auch zeitabhängige Probleme numerisch behandeln kann. Letztere können beispielsweise durch zeitlich variable Randbedingungen beschrieben werden.

Im Rahmen vorliegender Arbeit wird von der *Rotationssymmetrie* um die Polarachse ausgegangen, womit sich die Lösung der hydrodynamischen Gleichungen auf die Polarebene  $(\Theta, \Phi \equiv 0, r)$  reduzieren läßt und damit von nur zwei Ortskoordinaten  $(\Theta, r)$  abhängt, d.h. sämtliche Ableitungen bezüglich  $\Phi$  sind gleich Null zu setzen.

In dieser vereinfachten Form lauten die hydrodynamischen Gleichungen in ihrer Eulerschen Form:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial r^2 \rho v_r}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \Theta} \frac{\partial \rho v_\Theta \sin \Theta}{\partial \Theta} = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\Theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \Theta} = \frac{v_\Theta^2 + v_\Phi^2}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + g_r^{\text{ext}} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial v_\Theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\Theta}{\partial r} + \frac{v_\Theta}{r} \frac{\partial v_\Theta}{\partial \Theta} = \frac{\cot \Theta v_\Phi^2}{r} - \frac{v_r v_\Theta}{r} - \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \Theta} + g_\Theta^{\text{ext}} \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial v_\Phi}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\Phi}{\partial r} + \frac{v_\Theta}{r} \frac{\partial v_\Phi}{\partial \Theta} = -\frac{\cot \Theta v_\Theta v_\Phi}{r} - \frac{v_r v_\Phi}{r} + g_\Phi^{\text{ext}} \quad (3.7)$$

$$p = v_{\text{sound}}^2 \cdot \rho \quad (3.8)$$

$$\vec{g}^{\text{ext}} = \vec{g}^{\text{grav}} + \vec{g}^{\text{lines}} + \vec{g}^{\text{Th}} \quad (3.9)$$

( $t$ : Zeit,  $(v_\Theta, v_\Phi, v_r)$ : Geschwindigkeitskomponenten in polarer, azimuthaler und radialer Richtung,  $\rho$ : Winddichte,  $p$ : Druck,  $v_{\text{sound}}$ : isotherme Schallgeschwindigkeit,  $\vec{g}^{\text{ext}}$ : externe Beschleunigungen,  $\vec{g}^{\text{grav}}$ : Gravitationsbeschleunigung,  $\vec{g}^{\text{lines}}$ : Linienstrahlungsbeschleunigung,  $\vec{g}^{\text{Th}}$ : Thomson-Beschleunigung).

Die erste Gleichung beschreibt die Massenerhaltung (*Kontinuitätsgleichung*), und die zweite mit der vierten die Impulserhaltung in allen drei Richtungen (*Bewegungsgleichungen*). Das System für die fünf Unbekannten ( $\rho, v_\Theta, v_\Phi, v_r, p$ ) wird durch die fünfte Gleichung (*isotherme Zustandsgleichung*), die den Druck  $p$  bei isothermer Schallgeschwindigkeit  $v_{\text{sound}}$  mit der Dichte verbindet, geschlossen.

Da wir keine Linienstrahlungsinstabilitäten, die starke Schocks erzeugen können, berücksichtigen und die Zeitskalen radiativer Heiz- und Kühlprozesse deutlich unterhalb der Strömungszeitskalen liegen sollten, nehmen wir einfachheitshalber einen isothermen Wind an. Darüber hinaus ist die „wirkliche“ Temperaturschichtung im Wind ein Problem, das im Rahmen detaillierter 1-D Non-LTE-Rechnungen noch keineswegs vollständig gelöst ist.

Die geschwindigkeitsabhängigen Terme auf der rechten Seite der Bewegungsgleichungen repräsentieren fiktive Inertialbeschleunigungen (*Pseudobeschleunigungen*, z.B. Zentrifugalterme) und sind durch die Wahl der krummlinigen Orthogonalkoordinaten bedingt (für eine Herleitung sei z.B. auf Batchelor (1967, Appendix) verwiesen). Die einzigen *wirklichen externen* Körperbeschleunigungen sind (abgesehen von den Drucktermen) die Linienstrahlungs-, Kontinuums- und Gravitationsbeschleunigung.

Spezifiziert man nun noch die *Randbedingungen* (siehe Kap. 6.3) für dieses partielle Differentialgleichungssystem (gegebenenfalls unter Mitberücksichtigung der Rotationsabplattung der Sternoberfläche), so ist die Lösung dieses Systems klar festgelegt.

Diese Formulierung der Geometrie, in der die drei Geschwindigkeitskomponenten ( $v_\Theta, v_\Phi, v_r$ ) von nur zwei Ortskoordinaten ( $\Theta, r$ ) abhängen, hat in der Literatur zum Begriff der „2.5-D Hydrodynamik“ geführt.

Nachdem nun das Modell für den Sternwind samt seinen Näherungen vorgestellt und die entsprechenden physikalischen Gleichungen formuliert worden sind, werden im folgenden Kapitel die wichtigsten physikalischen Effekte aufgrund der Rotation detailliert untersucht.



# Grundlegende physikalische Effekte

In diesem Abschnitt sollen nun die wichtigsten physikalischen Aspekte beleuchtet werden, die von der Rotation auf verschiedene Weise abhängen. Im einzelnen sind dies der Windkompressions-Mechanismus, nichtradiale Linienstrahlungs- und Thomsonbeschleunigung, das Gravity Darkening und die Ionisationsstruktur mit den lokalen Besetzungszahlen im Wind.

Da ein Verständnis der beschriebenen Effekte eine bisweilen sehr detaillierte Darstellung erfordert, sei der in erster Linie an den Resultaten interessierte Leser auf die kurzen Zusammenfassungen in Kap. 4.1.2 (S. 43) und 4.2.4.2 (S. 59) bzw. die Kapitel 4.3.3 und 4.3.4 verwiesen.

## 4.1 Windkompression

Als erster Effekt soll der von BC vorgeschlagene Windkompressions-Mechanismus diskutiert werden und auf O-Überriesen angewandt werden. Um die Arbeit in angemessenem Rahmen zu halten, seien im folgenden nur die physikalischen Ideen dargestellt und bezüglich längerer Herleitungen auf BC verwiesen. Diverse Näherungen (siehe unten) in dieser ersten Studie werden später für die „exakten“ numerischen Simulationen aufgegeben.

### 4.1.1 Das Windkompressions-Modell

**Näherungen** In das analytische Windmodell gehen folgende Näherungen ein: Wir nehmen der Einfachheit halber eine sphärisch-symmetrische Sternoberfläche an, die an allen Co-Breiten  $\Theta_*$  eine gleichförmige Temperatur  $T_{\text{eff}}$  besitzt. Die Strömung des Windes wird als glatt vorausgesetzt (d. h. Klumpungen und Schocks werden nicht berücksichtigt). Die Linienstrahlungsbeschleunigung wird als rein radial nach außen gerichtet vorausgesetzt. Da wir in diesem Abschnitt ein kinematisches Windmodell vorstellen, wird ihre explizite Formulierung noch nicht benötigt. Wir verweisen diesbezüglich auf Kap. 4.2.

**Die Überschallnäherung** Wie die Lösung der hydrodynamischen Gleichungen sphärisch-symmetrischer Winde verdeutlicht, wird der Schallpunkt im Falle der heißen massereichen Sterne bereits sehr nahe der Sternoberfläche erreicht ( $r \approx 1.01R_*$ , vgl. PPK, FA), d.h. für größere Radien werden die Druckterme in Gl. (3.5, 3.6) für den Verlauf der vom Sternrand nach außen führenden Teilcentrajektorien unbedeutend. Unter Vernachlässigung der Druckterme verhalten sich die Windpartikel wie freie wechselwirkungsfreie Teilchen und folgen den Newtonschen Gesetzen, und die Beschreibung der Strömungslinien reduziert sich auf einen Satz von Trajektorien freier Teilchen, die durch die *externen Kräfte* bestimmt sind. Als einzige externe Beschleunigungen werden im folgenden die *Gravitations- und die Linienstrahlungsbeschleunigung* ( $g^{\text{grav}}$  bzw.  $g^{\text{lines}}$ ), die beide (entgegengesetzt) in *rein radialer Richtung* wirken, mitberücksichtigt.



Hierbei ist

$$\vec{g}^{\text{grav}} = g_r^{\text{grav}} \cdot \vec{e}_r = -\frac{GM_*(1-\Gamma)}{r^2} \cdot \vec{e}_r, \quad (4.1)$$

die effektive Gravitationsbeschleunigung, mit dem Verhältnis der Thomson- zur Gravitationsbeschleunigung:

$$\Gamma = \frac{g^{\text{Th}}}{|g_r^{\text{grav}}|} = \frac{s_E L_*}{4\pi c G M_*}, \quad (4.2)$$

wobei  $\rho_{sE} = \sigma_{\text{Th}} \cdot n_e$ , die Elektronenstreuopazität mit dem Thomsonstreuquerschnitt  $\sigma_{\text{Th}}$ ,  $n_e$  die Elektronenanzahldichte und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit bezeichnen.

$n_e$  berechnet sich gemäß:

$$n_e = \frac{\rho}{m_p} \left( \frac{1 + I_{\text{He}} Y_{\text{He}}}{1 + 4Y_{\text{He}}} \right), \quad (4.3)$$

mit der relativen Heliumhäufigkeit  $Y_{\text{He}} = n_{\text{He}}/n_{\text{H}}$ , der Protonenmasse  $m_p$  und der Anzahl der freien Elektronen pro Heliumatom  $I_{\text{He}}$  (O-Sterne:  $I_{\text{He}} \approx 2$ , B-Sterne:  $I_{\text{He}} \approx 1$ , A-Sterne:  $I_{\text{He}} \approx 0$ ).

Im Rahmen dieser *Überschallnäherung* lassen sich die Teilcentrajektorien auf elegante Weise analytisch darstellen.

Die Lösung der 1-D Bewegungsgleichung in der Äquatorebene ( $\Theta = \pi/2$ ) kann mit folgenden Fits an das numerische Modell als Funktion von  $v_{\text{rot}}$  angegeben werden (vgl. FA, wobei wir für das radiale Geschwindigkeitsfeld eine etwas modifizierte Form annehmen):

$$v_{\infty} = \zeta v_{\text{esc}} \left( 1 - \frac{v_{\text{rot}}}{v_{\text{crit}}} \right)^{\gamma} \quad (4.4)$$

$$v_r(r) = v_{\infty} \left( 1 - \frac{b}{x} \right)^{\beta} \quad \text{mit: } x \equiv \frac{r}{R_*}, \quad b = 1 - \left( \frac{v_{\text{min}}}{v_{\infty}} \right)^{1/\beta}, \quad (4.5)$$

$v_{\text{min}}$  : Windgeschwindigkeit am äußeren Rand der Photosphäre

$$v_{\Phi}(r) = v_{\text{rot}} \left( \frac{R_*}{r} \right) \quad (4.6)$$

$$v_{\Theta}(r) = 0 \quad (4.7)$$

$$\dot{M} = \frac{1}{2} \dot{M}_{\text{CAK}} \left( 1 - \frac{v_{\text{rot}}}{v_{\text{crit}}} \right)^{\xi}. \quad (4.8)$$

Hierbei ist  $\xi \approx 2.2 \alpha / (1 - \alpha)$  ( $\alpha$ : force multiplier-Parameter, siehe Kapitel 4.5.1),  $\beta = 0.8 \dots 1.3$ ,  $\gamma = 0.35$ ,  $\xi = -0.43$ . (FA geben in ihrer Studie  $\beta = 0.8$  an. Die Analyse eines großen Samples von O-Sternen der Galaxis und der LMC/SMC von Puls et al. (1996) liefert den oben angegebenen Wertebereich für  $\beta$ .)

$v_{\text{esc}}$  bezeichnet die photosphärische Entweichgeschwindigkeit,  $\dot{M}_{\text{CAK}}$  die von CAK (Gl. 46) ursprünglich hergeleitete Massenverlustrate und  $v_{\text{crit}}$  die kritische Rotationsgeschwindigkeit, mit  $v_{\text{crit}} = [GM_*(1-\Gamma)/R]^{\frac{1}{2}} = v_{\text{esc}}/\sqrt{2}$ . Bei den Definitionen von  $v_{\text{crit}}$  und  $\Gamma$  ist die Rotationsabplattung des Sternes nicht mitberücksichtigt. (In Kapitel 4.3.1 geben wir die kritische Rotationsgeschwindigkeit im Falle deformierter Stern an.)

$v_{\Theta} = 0$  ergibt sich aus der Annahme einer bezüglich der Äquatorebene spiegelsymmetrischen Strömung.

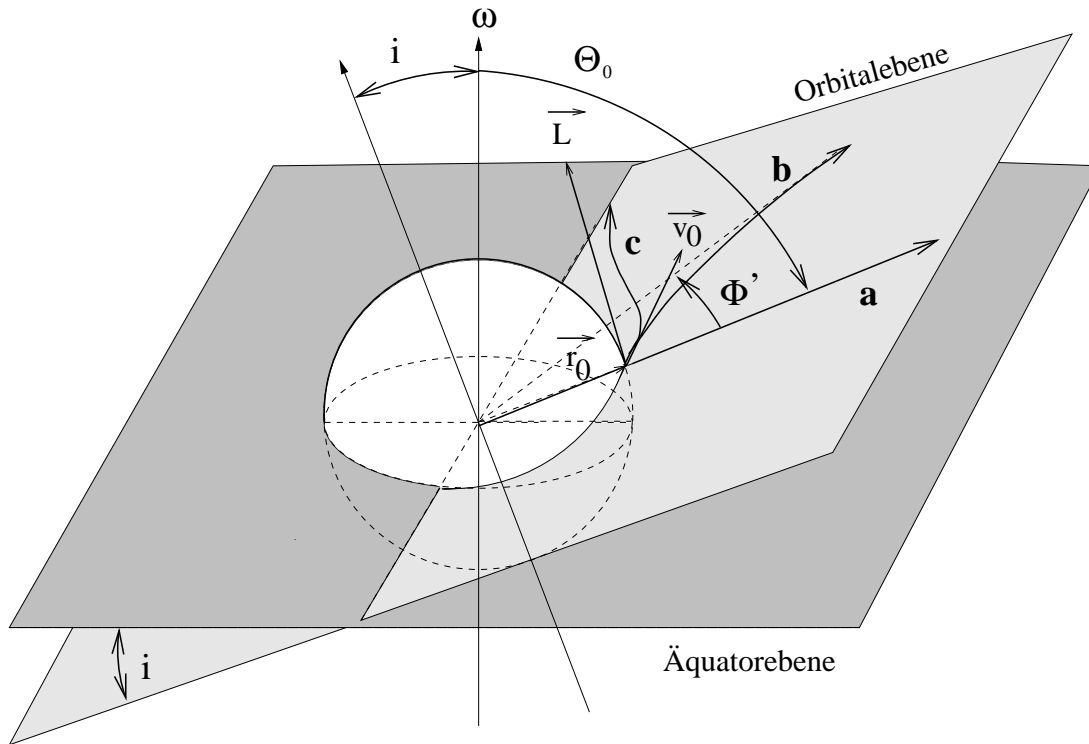


Abbildung 4.1: Geometrie des WCD (wind compressed disk)-Modelles von Bjorkman & Cassinelli. Die Stromlinien entspringen bei einem Polarwinkel  $\Theta_0$ . Ihre Orbitalebene ist relativ zur Äquatorebene um den Winkel  $i = \pi/2 - \Theta_0$  geneigt.  $\Phi'$  bezeichnet den Azimutalwinkel in der Orbitalebene. Die mit (a) gekennzeichnete Stromlinie beschreibt den Fall ohne Rotation, Trajektorie (c) hingegen den Fall extremer Rotation, bei dem die Trajektorie bei  $\Phi' = \pi/2$  die Äquatorebene kreuzt und eine Scheibenbildung stattfindet. Kurve (b) entspricht der moderaten Rotation, die lediglich eine Windkompression zur Folge hat.

Es sei angemerkt, daß die Abhängigkeit von  $\dot{M}$  und  $v_\infty$  von  $(v_{\text{rot}}/v_{\text{crit}})$  zwar eine empirisch vertretbare Parametrisierung darstellt, aber eine detailliertere Untersuchung von Skalierungsrelationen (siehe Kap. 5) zeigt, daß die physikalisch motivierten Parametrisierungen von  $\dot{M}$  und  $v_\infty$  Funktionen von  $(v_{\text{rot}}/v_{\text{crit}})^2$  sein sollten (vgl. Puls, Petrenz und Owocki 1998 (PPO)).

Diese Lösungen für die Äquatorebene lassen sich nun für den Fall eines rotierenden Sternes verallgemeinern. Die Situation ist in Abb. 4.1 dargestellt. Betrachtet man ein Flüssigkeitsteilchen, das die Sternoberfläche bei einem Polarwinkel  $\Theta_0$  verläßt, wobei  $v_\Phi \gg v_r$ ,  $v_\Theta \approx 0$  angenommen werden kann, so besitzt es einen anfänglichen Drehimpuls  $\vec{L} \sim \vec{r}_0 \times \vec{v}_0$ . Da der Schallpunkt sehr nahe an der Sternoberfläche liegt, wird im gesamten Wind in der Überschallnäherung die Bewegung des Teilchens von nur zwei Kräften bestimmt: Der radial einwärts gerichteten Gravitationskraft und der antiparallel gegenwirkenden Linienstrahlungskraft, die beide *senkrecht* auf  $\vec{L}$  stehen, weshalb der ursprüngliche Drehimpuls  $\vec{L}$  im Laufe der Bewegung erhalten bleibt. Wegen  $v_\Phi \gg v_r$ ,  $v_\Theta \approx 0$  beim Start zeigt der anfängliche Geschwindigkeitsvektor in die Rich-

tung  $\vec{e}_\Phi(\Phi \equiv 0)$ , und die Bahntrajektorie des Windpartikels liegt auf einer *Orbitalebene*, deren Neigungswinkel zur Äquatorebene

$$i = \frac{\pi}{2} - \Theta_0$$

beträgt. Hierbei ist

$$v_\Phi(\Theta_0, r = R_*) = v_{\text{rot}} \sin \Theta_0 . \quad (4.9)$$

Somit herrschen am sonischen Punkt für die Äquator- und Orbitalebene sehr ähnliche Startbedingungen:

$$\begin{array}{llll} \text{Äquatorebene:} & v_\Theta = 0, & v_\Phi = v_{\text{rot}}, & v_r = v_{\text{sound}}, \quad r \approx R_* \\ \text{Orbitalebene:} & v_\Theta = 0, & v_\Phi = v_{\text{rot}} \sin \Theta_0, & v_r = v_{\text{sound}}, \quad r \approx R_* \end{array}$$

Nimmt man nun näherungsweise an, daß die Sternoberfläche nahezu sphärisch ist und die force multiplier-Parameter in der Äquator- und Orbitalebene identisch sind, so sind die Linienstrahlungs- und Gravitationskraft in beiden Ebenen gleich groß. Damit erhält man die Lösung der Bewegungsgleichung in der Orbitalebene, indem man in Gl. (4.4, 4.6, 4.8) einfach  $v_{\text{rot}}$  durch  $v_{\text{rot}} \sin \Theta_0$  ersetzt.

Um nun die Trajektorie in der Orbitalebene bestimmen zu können, benötigt man den Azimutalwinkel  $\Phi'$  (zur Herleitung siehe A.2.1):

$$\Phi' = \frac{1}{b(1-\beta)} \left\{ \left(1 - \frac{b}{x}\right)^{1-\beta} - (1-b)^{1-\beta} \right\} \times \frac{\sin \Theta_0 v_{\text{rot}}}{v_\infty(\Theta_0)}, \quad (4.10)$$

Für sehr große Abstände  $r \rightarrow \infty$  geht die Teilcentrajektorie in einen radialen Verlauf über, wobei  $\Phi'$  den asymptotischen Wert

$$\Phi' = \frac{1 - (1-b)^{1-\beta}}{b(1-\beta)} \times \frac{\sin \Theta_0 v_{\text{rot}}}{v_\infty(\Theta_0)} \quad (4.11)$$

annimmt.

In Abbildung 4.1 sind drei Trajektorien eingezeichnet, die die verschieden starken Kompressionen (bis hin zur Scheibenbildung) beschreiben. Ein Blick auf Gl. (4.11) für den maximalen Azimutalwinkel  $\Phi'$  auf der Orbitalebene zeigt, daß diese verschiedenen Fälle von vier Parametern abhängen:

- Rotationsrate  $v_{\text{rot}}$ : Je schneller der Stern rotiert, desto stärker ist die anfängliche Ablenkung in Richtung der Äquatorebene (Kurve c). Im Falle eines nichtrotierenden Sternes erfolgt gar keine Ablenkung (Kurve a).
- Expansionsparameter  $\beta$ : Je größer  $\beta$ , d.h. je langsamer die anfängliche Expansion ist, desto stärker können die Partikel durch die vergleichsweise große Rotationsgeschwindigkeit abgelenkt werden.
- Anfänglicher Polarwinkel  $\Theta_0$ : Je näher am Äquator die Teilchen die Oberfläche verlassen, desto höher ist auch die anfängliche Azimutalgeschwindigkeit  $v_\Phi(\Theta_0, R_*)$ .

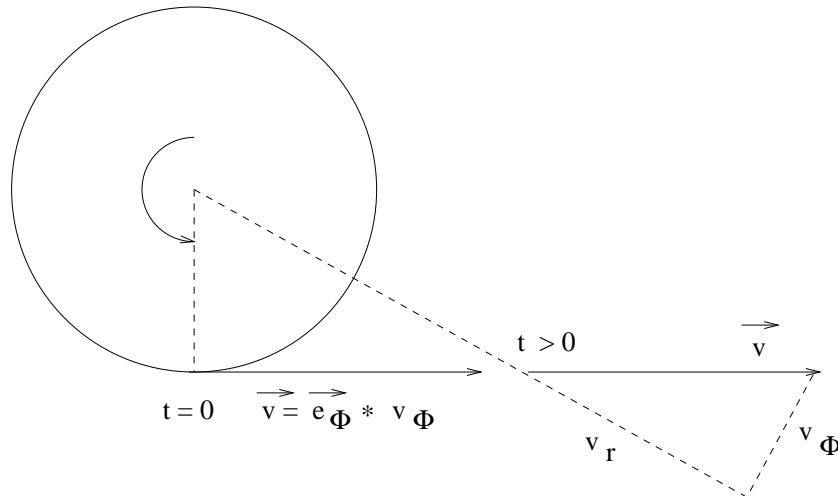


Abbildung 4.2: Rolle der Zentrifugalunterstützung bei der kräftefreien Bewegung eines Teilchens: Das Teilchen besitzt beim Verlassen der Sternoberfläche nur eine azimutale Geschwindigkeitskomponente, die im Laufe der Zeit in eine radiale übergeht.

- Endgeschwindigkeit  $v_\infty(\Theta_0)$ : Je größer  $v_\infty(\Theta_0)$  ist, umso stärker überwiegt die radiale Expansion von Anfang der Bewegung an, und das Teilchen befindet sich sehr bald in größerer Entfernung vom Stern, wo  $v_\Phi \sim 1/r$  schon zu deutlich niedrigeren Werten abgesunken ist. Dadurch kommt es nur zu einer schwachen Ablenkung.

Die physikalische Erklärung des Kompressionseffektes ist folgende:

Die prinzipielle Rolle der Zentrifugalunterstützung zur radialen Expansion eines Teilchens ist in Abb. 4.2 dargestellt. Man stelle sich ein Teilchen vor, das die Oberfläche eines rotierenden Sternes in Richtung  $\vec{e}_\Phi$  verläßt, ohne im weiteren Verlauf seiner Bewegung eine Kraft zu spüren (d.h. weder Strahlungsdruck noch Gravitation). In den Koordinaten  $(\Theta, \Phi, r)$  ausgedrückt geht die ursprüngliche azimutale Geschwindigkeitskomponente  $v_\Phi$  ( $t = 0$ ) in eine radiale ( $t > 0$ ) über, ohne daß sich der anfängliche Drehimpuls  $\vec{L}$  durch die Zentrifugalbeschleunigung ändert.

Für  $v_{\text{rot}} = 0$  muß allein der Linienstrahlungsdruck das Material gegen die Gravitation unterstützen, sobald die Druckterme jenseits des Schallpunktes verschwinden. Dagegen ist die Linienstrahlungskraft im Falle hoher Rotationsraten wegen des aufgrund der Zentrifugalunterstützung erhöhten Massenverlustes anfangs sehr klein ( $g^{\text{lines}} \sim 1/\rho^{\alpha-\delta}$ , mit  $\alpha \approx 0.7$ ,  $\delta \approx 0.1$  im O-Sternbereich; vgl. Kap. 4.2.2), und in dem Bereich, in dem die Gravitation den Linienstrahlungsdruck überwiegt, sorgt nun der zusätzliche Zentrifugalterm dafür, daß das Material weiterhin nach außen beschleunigt wird. Im *nichtrotierenden Inertialsystem* ergibt sich aber durch die vektorielle Addition von  $\vec{g}^{\text{grav}}$  und  $\vec{g}^{\text{lines}}$  (wobei  $|\vec{g}^{\text{grav}}| > |\vec{g}^{\text{lines}}|$ ) eine Komponente der Gesamtkraft, die (in der nördlichen Hemisphäre) in die *negative Richtung der Rotationsachse* (d.h. auf die Äquatorebene zu) zeigt und das Teilchen in Richtung der Äquatorebene ablenkt. Wenn diese Kraft lange genug in diese Richtung wirken kann, resultiert eine Kompression bis hin zur Scheibenbildung.

Transformiert man die Geschwindigkeiten in der Orbitalebene auf das stellare System (siehe

BC), erhält man die analytischen Ausdrücke für das Geschwindigkeitsfeld:

$$v_{\Theta}(\Theta, r) = \frac{v_{\text{rot}}}{x} \frac{\sin \Theta_0 \cos \Theta_0}{\sin \Theta} \sin \Phi' \quad (4.12)$$

$$v_{\Phi}(\Theta, r) = \frac{v_{\text{rot}}}{x} \frac{\sin^2 \Theta_0}{\sin \Theta} \quad (4.13)$$

$$v_r(\Theta_0, r) = v_{\infty}(\Theta_0) \left(1 - \frac{b}{x}\right)^{\beta}, \quad (4.14)$$

$$v_{\infty}(\Theta_0) = \zeta v_{\text{esc}} \left(1 - \frac{v_{\text{rot}} \sin \Theta_0}{v_{\text{crit}}}\right)^{\gamma} \quad (4.15)$$

wobei  $\Theta_0(\Theta, r)$  durch iterative Lösung von

$$\cos \Theta = \cos \Theta_0 \cos \Phi' \quad (4.16)$$

(vgl. BC, Gl. 19) mit Gl. (4.10) für  $\Phi'$  gefunden werden kann.

Die Dichteschichtung für den Fall gemäßigter Kompression (d.h.  $\Phi' < \pi/2$ ) ergibt sich zu (BC, Gl. 22):

$$\rho(\Theta, r) = \frac{\dot{M}(\Theta_0)}{4\pi r^2 v_r (d\mu/d\mu_0)}, \quad (4.17)$$

mit  $\mu = \cos \Theta$ ,  $\mu_0 = \cos \Theta_0$  und dem mit  $4\pi R_*^2$  multiplizierten *lokalen* Massenfluß

$$\dot{M}(\Theta_0) = \dot{M}_{\text{nr}} \left(1 - \sin \Theta_0 \frac{v_{\text{rot}}}{v_{\text{crit}}}\right)^{\xi}, \quad (4.18)$$

wobei  $\xi = -0.43$  und  $\dot{M}_{\text{nr}}$  die Massenverlustrate des nichtrotierenden Sternes bezeichnet (vgl. FA). Der Ausdruck für  $d\mu/d\mu_0$  findet sich in A.2.1.

Diese analytischen Ausdrücke sind solange gültig, solange die sich in den beiden Hemisphären startenden Teilchentrajektorien nicht in der Äquatorebene treffen, d.h. *keine Scheibenbildung* stattfindet.

#### 4.1.2 Modellergebnisse für O-Überriesen-Winde

Um nun die Folgen der Windkompression auf die Dichtestruktur und das Geschwindigkeitsfeld von Sternwinden abzuschätzen, wollen wir das BC-Modell auf einen typischen O-Sternwind anwenden und die Resultate mit denen vergleichen, die sich für eine 1-D sphärisch-symmetrische Dichteschichtung ergäbe. Diese Ergebnisse resultieren aus *rein analytischen* Rechnungen nach der oben vorgestellten Methode. Bezüglich *numerischer* Simulationen (die auch Winde mit Scheiben umfassen) sei auf Kap. 7 und Kap. 8 verwiesen.

Zu diesem Zweck werden folgende Stern-/Windparameter angenommen (konsistent mit dem „Paradestern“  $\zeta$  Puppis):

$$\begin{aligned}
T_{\text{eff}} &= 42\,000 \text{ K} & v_{\text{min}} &= v_{\text{sound}} \approx 20 \text{ km s}^{-1} \\
\log g &= 3.6 & v_{\infty, \text{pole}} &\equiv v_{\infty}(\Theta = 0) = 2250 \text{ km s}^{-1} \\
R_* &= 19 R_{\odot} & \beta &= 1.0 \\
M_* &= 52.5 M_{\odot} & \alpha &= 0.6 \\
L_* &= 10^6 L_{\odot} & \delta &= 0. \\
v_{\text{esc}} &= 730 \text{ km s}^{-1} & \dot{M} &= 6.0 \cdot 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}
\end{aligned}$$

Unsere Wahl von  $v_{\text{min}}$  ist dadurch motiviert, daß Testrechnungen mit den obigen Sternparametern und  $v_{\text{min}} \lesssim 5 \text{ km s}^{-1}$  bereits für  $v_{\text{rot}} \approx 220 \text{ km s}^{-1}$  zu einer Scheibenbildung (d.h.  $\Phi' \geq \pi/2$ ) geführt haben. Der Grund für die verfrühte Scheibenbildung liegt darin, daß wir in der Überschallnäherung die im untersten Windbereich wichtigen Druckterme vernachlässigen. Dadurch kann dort die Zentrifugalunterstützung zu einer verstärkten Ablenkung der Teilchen auf die Äquatorebene führen. Die korrekte hydrodynamische Beschreibung bei den numerischen Simulationen in Kap. 7 und Kap. 8, die die Druckterme mitberücksichtigt, liefert in der Tat eine höhere Rotationsgeschwindigkeit für das Einsetzen einer Scheibenbildung (vgl. Kap. 7.2). Daher wählen wir (in Übereinstimmung mit dem BC-Modell, bei dem  $r_i \approx r_s \approx R_*$ ) als Startgeschwindigkeit  $v_{\text{sound}}$ .

BC verwendeten in ihrer Untersuchung von *B-Sternen* den Parameter  $\zeta$  als frei, da sich mit kanonischen Werten für  $\alpha$  für Sterne diesen Spektraltyps eine deutliche Diskrepanz zwischen theoretisch vorhergesagten und beobachteten Werten von  $v_{\infty}$  ergibt. In unserem Fall jedoch implizieren die beobachteten  $v_{\infty}$  einen Wert von  $\zeta \approx 3.08$ , der mit einem typischen force multipliiert Parameter  $\alpha \approx 0.6$  verträglich ist (der tatsächlich entscheidende Wert ist nicht  $\alpha$ , sondern  $\alpha - \delta$ , wobei  $\delta$  Änderungen in der Ionisationsstruktur mitberücksichtigt; vgl. Pu96 und Kap. 4.5).

Als erstes untersuchen wir das Verhalten der verschiedenen Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes,  $v_{\Theta}$ ,  $v_{\Phi}$  und  $v_r$ . Abb. 4.3 (oben) zeigt den radialen Verlauf von  $v_r(\Theta, r)$  für verschiedene Co-Breiten  $\Theta$  in Abhängigkeit von  $x$  wobei  $v_r(\Theta, r)$  auf die 1-D Geschwindigkeit  $v_{r,1-D}$

$$v_{r,1-D} \equiv v_{r,\text{pole}}(r) = v_{\infty,\text{pole}}(1 - b/x)^{\beta}, \text{ mit: } b = 1 - (v_{\text{min}}/v_{\infty,\text{pole}})^{1/\beta}, \quad v_{\infty,\text{pole}} = \zeta v_{\text{esc}} \quad (4.19)$$

normiert ist.

Wie man sieht, ist der radiale Ausstrom für alle Breiten langsamer als die entsprechende 1-D Strömung, wobei diese Diskrepanz in Einklang mit Gl. (4.15) für  $v_{\infty}(\Theta, r)$  bei höheren Rotationsraten  $v_{\text{rot}}$  und größeren  $\Theta$  zunimmt. Als Konsequenz daraus sollte man bei einer Aufsicht auf die Pole eine höhere Endgeschwindigkeit beobachten, als wenn die Sichtlinie auf der Äquatorebene liegt.

Abb. 4.3 (Mitte) zeigt das Verhältnis der azimuthalen Komponente  $v_{\Phi}(\Theta, r)$  zu  $v_r(\Theta, r)$  für verschiedene  $\Theta$ . In Sternnähe überwiegt die azimuthale Bewegung die radiale sehr deutlich, wobei dieser Effekt erwartungsgemäß in der Äquatorebene am stärksten ist, wo  $\sin \Theta_0 = \sin \Theta = 1$  (vgl. Gl. (4.13)).

Für größere Radien ( $x \gtrsim 1.1$ ) verschwindet die Azimutalggeschwindigkeit, da sich  $v_{\Phi}$  proportional zu  $1/r$  verhält, und die Teilchenstromlinien verlaufen rein radial.

Das Verhältnis der Polargeschwindigkeit  $v_{\Theta}(\Theta, r)$  zu  $v_r(\Theta, r)$  ist in Abb. 4.3 (unten) dargestellt. Nahe der Sternoberfläche haben die Teilchen noch so gut wie keine Ablenkung in Richtung der Äquatorebene erfahren, weshalb  $v_{\Theta}$  gleich Null ist. Mit wachsendem Abstand  $r$  nimmt  $v_{\Theta}$

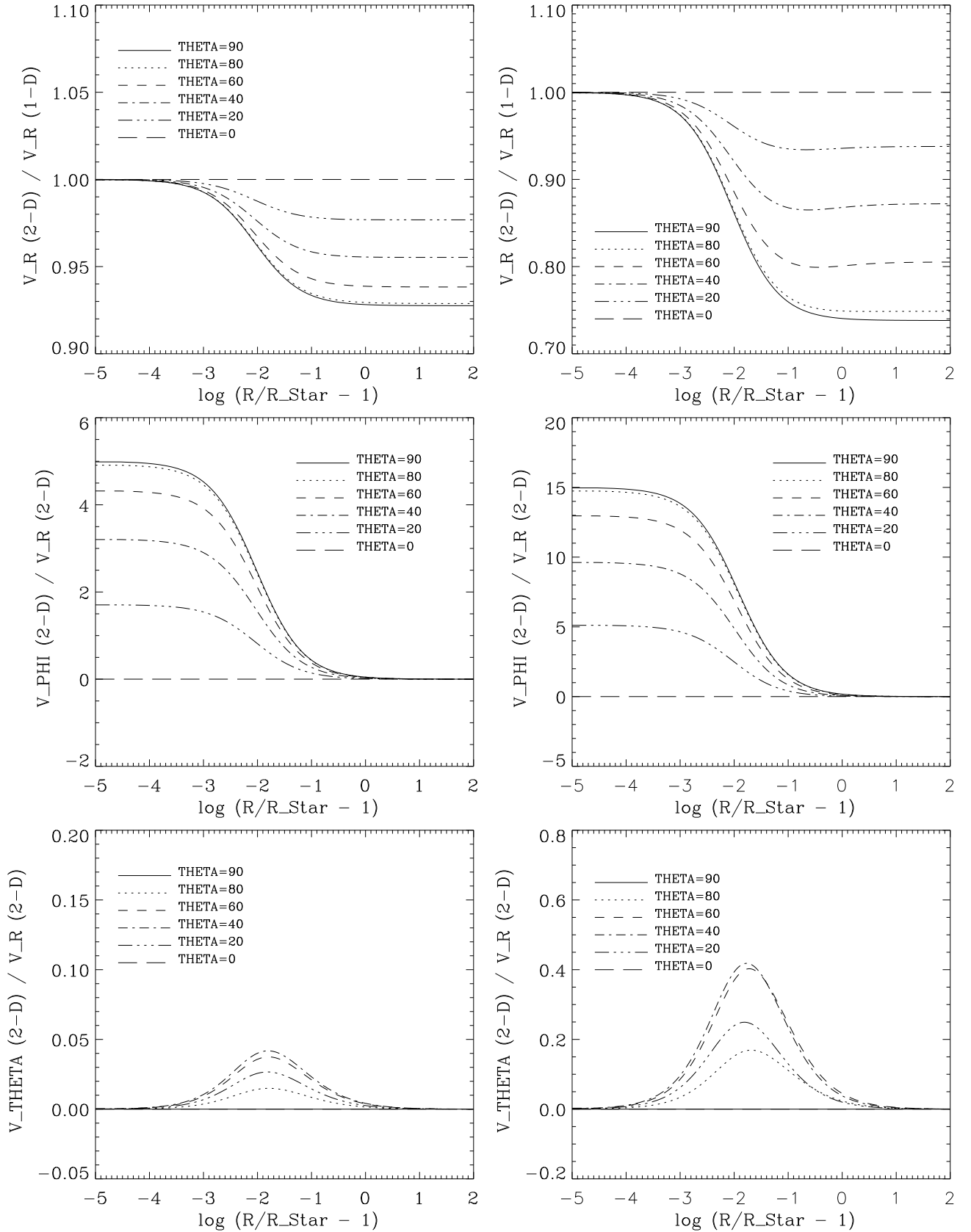


Abbildung 4.3: Geschwindigkeitskomponenten für einen Sternwind mit Rotation gegen Abstand  $r$  von der Sternmitte für verschiedene Co-Breiten  $\Theta$ . Modellparameter wie im Text, mit am sonischen Punkt fixiertem Sternradius. Links:  $v_{\text{rot}} = 100 \text{ km s}^{-1}$ ; rechts:  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ . oben:  $v_r(\Theta, r)/v_{r,1-D}(r)$ , Mitte:  $v_\phi(\Theta, r)/v_r(\Theta, r)$ , unten:  $v_\theta(\Theta, r)/v_r(\Theta, r)$ .

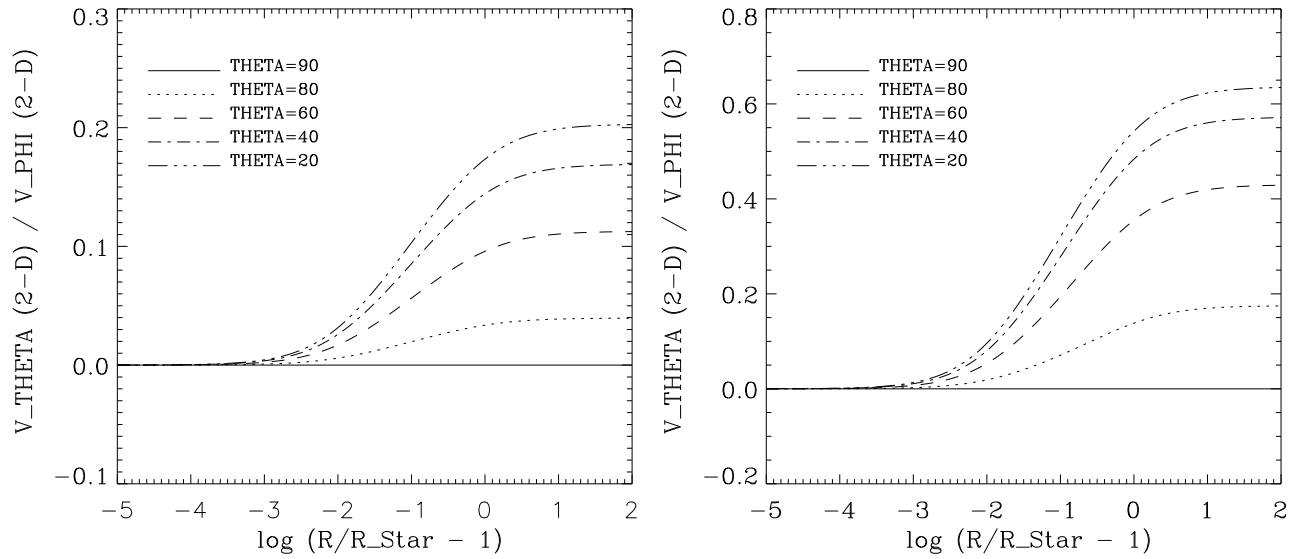


Abbildung 4.3: (fortgesetzt) Das Verhältnis  $v_\Theta(\Theta, r)/v_\Phi(\Theta, r)$  gegen  $r$  für verschiedene Co-Breiten  $\Theta$ . Links:  $v_{\text{rot}} = 100 \text{ km s}^{-1}$ ; rechts:  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ .

am stärksten für mittlere Breiten zu, da für diese eine optimale Kombination von Neigung der Orbital- zur Äquatorebene und differentieller Rotation gegeben ist.

Über den Polen und in der Äquatorebene verschwindet  $v_\Theta$ . Im ersten Fall ist die Rotationsgeschwindigkeit gleich Null, und im zweiten Fall haben sich die Teilchen schon sehr lange auf ihrer Orbitalebene bewegen müssen, um überhaupt die Äquatorebene erreichen zu können. Folglich befinden sie sich bei sehr großen Radien, wo die Bewegung schon in die radiale Expansion übergegangen ist, da der rein radiale Strahlungsdruck die anderen Kräfte, vor allem die Zentrifugalunterstützung, längst dominiert.

Das (relative) Maximum von  $v_\Theta$  ist nahe des Sternes ( $r \approx 1.01$ ) erreicht, wo  $v_\Theta$  Werte in der Größenordnung von  $v_r$  besitzt. Für größere  $r$  nimmt  $v_\Theta$  ab und geht als Funktion von  $1/r$  asymptotisch gegen Null. Im Hinblick auf eine spätere Anwendung dieses analytischen Windmodells auf die  $H_\alpha$ -Linienprofilsynthese (Kap. 9) zeigt Abb. 4.3 den direkten Vergleich von  $v_\Phi$  mit  $v_\Theta$ . Nahe des Sternes ( $x \lesssim 1.01 \dots 1.1$ ) überwiegt die Rotation die Polarbewegung bei weitem. Für große  $r$  konvergiert das Verhältnis  $v_\Theta(\Theta, r)/v_\Phi(\Theta, r)$  auf  $\cot \Theta_0 \sin \Phi'$  (vgl. Gl.(4.12,4.13)) und ist in den polaren Regionen maximal.

Um nun die 2-D Dichteschichtung  $\rho_{2-D} \equiv \rho(\Theta, r)$  mit einer radialsymmetrischen  $\rho_{1-D} \equiv \rho(r)$  vergleichen zu können, muß

$$\rho_{1-D}(r) \equiv \dot{M}_{1-D}/(4\pi r^2 v_{r,1-D}) \quad (\text{Kontinuitätsgleichung}) \quad (4.20)$$

mit einer Massenverlustrate  $\dot{M}_{1-D}$  definiert werden, die identisch zur *oberflächenintegrierten*



Massenverlustrate des rotierenden Sternes ist:

$$\begin{aligned}\dot{M}_{1-D} &:= \int_0^{2\pi} R_*^2 \int_0^\pi \sin \Theta_0 \frac{\dot{M}(\Theta_0)}{4\pi R_*^2} d\Theta_0 d\Phi = \int_0^{\pi/2} \sin \Theta \left( \frac{d\mu}{d\mu_0} \right)^{-1} \dot{M}(\Theta_0) d\Theta \\ &=: \int_0^{\pi/2} \sin \Theta 4\pi r^2 \rho(\Theta, r) v_r(\Theta, r) d\Theta \quad , \forall r \in [R_*, r_{\max}] ,\end{aligned}\quad (4.21)$$

mit dem maximalen Windradius  $r_{\max}$ . Die dritte Identität folgt aus Gl. (4.17). Aufgrund der Massenerhaltung muß der über eine Sphäre mit Radius  $r$  integrierte Massenstrom erhalten bleiben. Diese Forderung bietet einen exzellenten Test der Genauigkeit der Rechnung.

Ergänzend muß noch hinzugefügt werden, daß  $\dot{M}_{1-D}$  und  $\dot{M}_{\text{nr}}$  in Gl. (4.18) sehr wohl verschiedene Größen sind. Die Massenverlustrate eines nichtrotierenden Sternes  $\dot{M}_{\text{nr}}$  ändert sich aufgrund der Rotationseffekte, die zu einem erhöhten oberflächenintegrierten Massenstrom  $\dot{M}_{1-D}$  führt. Im folgenden werden wir  $\dot{M}_{1-D}$  stets als *die* Massenverlustrate eines Windes mit einer 2-D Dichteschichtung bezeichnen. Einen Eindruck der Änderung von  $\dot{M}$  als Funktion der Rotationsrate gibt das Beispiel für unser O-Stern-Modell (Parameter wie oben) mit  $\dot{M}_{1-D} = 6 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$ . Die entsprechenden Massenverlustraten eines nichtrotierenden Sternes wären  $\dot{M}_{\text{nr}} = 5.6 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$  bei  $v_{\text{rot}} = 100 \text{ km s}^{-1}$ ,  $5.1 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$  ( $v_{\text{rot}} = 200 \text{ km s}^{-1}$ ) und  $4.4 \cdot 10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$  ( $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ .)

Das Resultat unserer Rechnungen ist in Abb. 4.4 gezeigt, in der das Verhältnis zwischen der 2-D Dichte  $\rho_{2-D}$  und der 1-D Schichtung  $\rho_{1-D}$  gegen die Entfernung  $x$  aufgetragen ist. Bereits für die geringe Rotationsgeschwindigkeit  $v_{\text{rot}} = 100 \text{ km s}^{-1}$  findet sich bei konstantem  $x$  eine Absenkung der polaren und Erhöhung der äquatorialen Dichte. Dieser Dichtekontrast zwischen Pol und Äquator wird immer ausgeprägter bei wachsendem  $r$  und ist äußerst signifikant für eine hohe Rotationsgeschwindigkeit  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ , nämlich  $\rho(\text{Äquator})/\rho(\text{Pol}) \approx 1.5 (x=1) \dots 4 (x=100)$ . Aus der geforderten Massenerhaltung, der Definition von  $\dot{M}_{1-D}$  und in Hinblick auf Gl. (4.18), folgt, daß am Pol  $\dot{M}(\Theta_0 = 0) < \dot{M}_{1-D}$  und in der Äquatorebene  $\dot{M}(\Theta_0 = \pi/2) > \dot{M}_{1-D}$ . Auf der Sternoberfläche folgt aus Gl. (A.2), daß  $d\mu/d\mu_0 = 1$  ( $\Phi'(x=1) = 0$ ). Zusätzlich gilt  $v_r(\Theta, x=1) = v_{\min} = v_{r,1-D}$  für alle Co-Breiten  $\Theta$ , so daß sogar an der Sternoberfläche über den Polen  $\rho(\Theta, r)$  kleiner als  $\rho_{1-D}(r)$  und in der Gegend des Äquators größer als  $\rho_{1-D}(r)$  ist.

Obwohl der Dichtekontrast für die meisten Breiten eine steigende Funktion von  $x$  darstellt, sättigt er für große Entfernungen vom Stern ( $x \gtrsim 10$ ), da  $v_\Phi$  und  $v_\Theta$  verschwinden und die Windpartikel radialen Stromlinien folgen. Interessanterweise verhalten sich die Dichtekontraste für die mittleren Co-Breiten ( $\Theta \approx 40 \dots 60^\circ$ ), z.B. für  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$  und  $\Theta = 40^\circ$ , nicht-monoton mit wachsendem  $x$ .  $\rho_{2-D}$  ist anfänglich größer als  $\rho_{1-D}$ , um dann bei größeren Distanzen kleiner als  $\rho_{1-D}$  zu werden. Dieses Phänomen ist durch die radiale Abhängigkeit von  $d\mu/d\mu_0$ ,  $\dot{M}(\Theta_0)$  und  $v_r(\Theta_0)$  gegeben. Wie bereits herausgearbeitet, unterscheiden sich nahe des Sternes nur  $\dot{M}(\Theta_0)$  und  $\dot{M}_{1-D}$  und bestimmen ausschließlich das Verhältnis  $\rho(\Theta, r)/\rho_{1-D}$ . Für größere Werte von  $x$  stammt bei konstantem  $\Theta$  das abgelenkte Material von ursprünglichen Co-Breiten  $\Theta_0 < \Theta$ . Nach Gl. (4.18) entspricht dies einer Absenkung von  $\dot{M}(\Theta_0)$ . Zusätzlich nimmt das Verhältnis

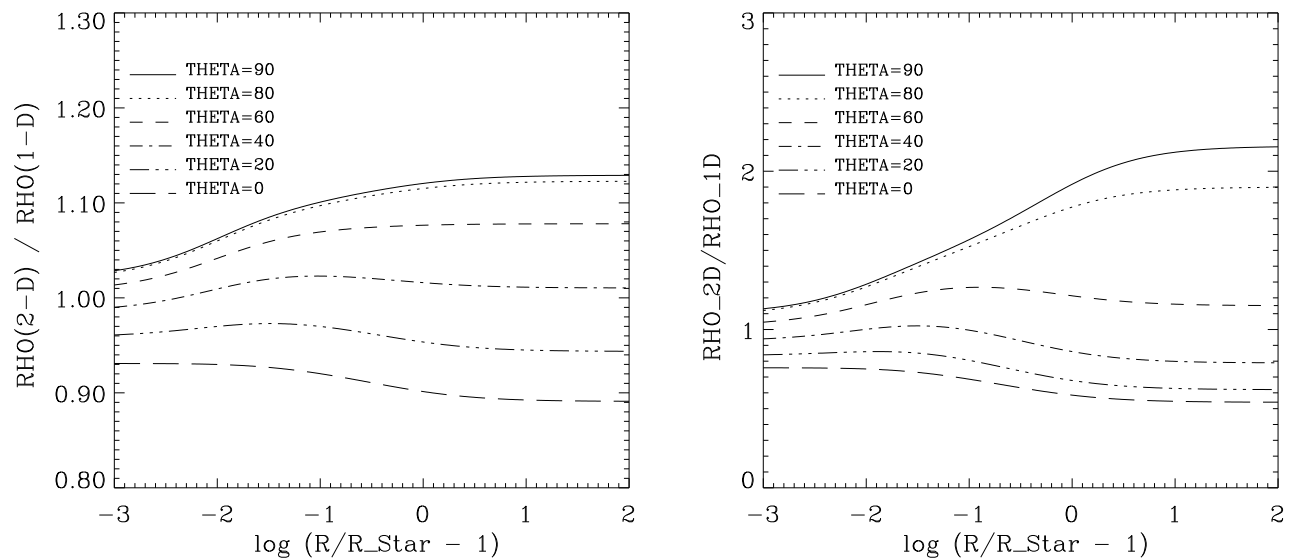


Abbildung 4.4: Wie Abb. 4.3, aber jetzt für das Verhältnis  $\rho(\Theta, r)/\rho_{1-D}(r)$ . Links:  $v_{\text{rot}} = 100 \text{ km s}^{-1}$ ; rechts:  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ .

$v_r(\Theta, r)/v_{r,1-D}$  (abgesehen von den Polen, vgl. Abb. 4.3) für alle  $\Theta$  ab, und  $d\mu/d\mu_0$  ist über den Polen größer und in der Nähe der Äquatorebene kleiner als 1 (Abb. 4.5). Es ist nun die Kombination dieser drei Größen, die in verschiedener Weise von  $x$  abhängen, die letztendlich für mittlere Breiten die Nichtmonotonizität des Verhältnisses  $\rho_{2-D}/\rho_{1-D}$  bedingt.

Also lassen sich im Rahmen des Kompressionsmodelles die Effekte der Rotation auf die hydrodynamische Struktur exemplarischer O-Sternwinde wie folgt zusammenfassen: Sehr nahe des Sternes und mit Ausnahme der Pole, wo die radiale Expansion stets dominiert, überwiegt die azimuthale Geschwindigkeit  $v_\phi$  bei weitem die radiale Expansion  $v_r$  und polare Ablenkung  $v_\Theta$ . Im Gegensatz dazu besitzt  $v_\Theta$  nur innerhalb eines schmalen radialen Intervalls bei mittleren Breiten merkliche Werte, die im Falle sehr hoher Rotationsraten ( $v_{\text{rot}} \gtrsim 300 \text{ km s}^{-1}$ ) in der Größenordnung von  $v_r$  liegen können. Diese kleine Geschwindigkeitskomponente reicht jedoch aus, Material in Richtung der Äquatorebene abzulenken und so einen Dichtekontrast zwischen polaren und äquatorialen Regionen herbeizuführen, der sowohl mit der Rotationsrate als auch mit der Entfernung vom Stern zunimmt und bei realistischen maximalen Rotationsraten Werte bis  $\sim 4$  erreichen kann. (Wie wir in Kapitel 9.4 sehen werden, wird dieser Dichtekontrast deutliche Konsequenzen für die Linienprofilsynthese haben.)

Diese Untersuchungen geben uns einen ersten Eindruck von der Relevanz der Geschwindigkeitskomponenten für die Dynamik des Windes. Darüber hinaus lassen sich anhand dieses einfachen analytischen Modelles für die gemäßigte Kompression Ergebnisse entsprechender numerischer Simulationen überprüfen (vgl. Kap. 7).

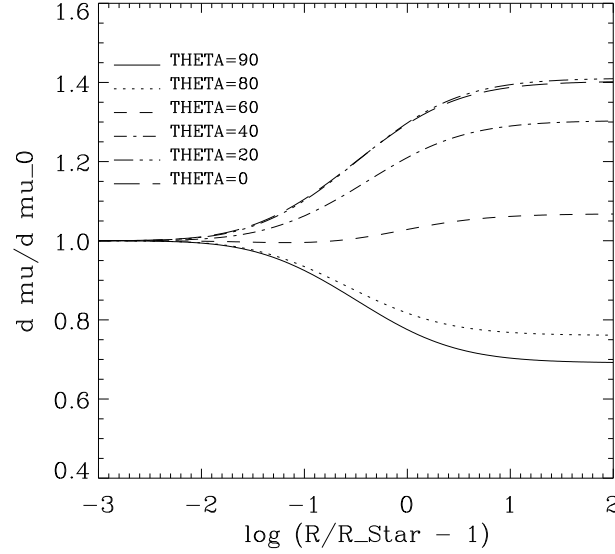


Abbildung 4.5: Wie Abb. 4.3, aber jetzt für  $d\mu/d\mu_0$  und  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ .

## 4.2 Die Strahlungsbeschleunigung

In diesem Abschnitt wollen wir den allgemeinen Ausdruck für die Linienstrahlungs- und Kontinuumsbeschleunigung an einem Ort  $\vec{r}$  im Wind herleiten.

Bezeichne im weiteren  $t$  die Zeit,  $d\Omega$  ein Raumwinkelement,  $dA$  ein Flächenelement,  $\nu$  die Frequenz und  $\vec{n}'$  die Richtung der Strahlung. Ist  $\delta E$  die innerhalb des Zeitintervalls  $[t, t + dt]$  und Frequenzintervalls  $[\nu, \nu + d\nu]$  über die Strahlung durch  $dA$  in  $d\Omega$  transportierte Energiemenge, dann ist am Ort  $\vec{r}$  die spezifische Intensität  $I(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t)$  folgendermaßen definiert:

$$\delta E = \frac{I(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t)}{d\Omega dt d\nu dA \cos \theta}. \quad (4.22)$$

Hierbei bezeichnet  $\theta$  den Winkel, den die Flächennormale mit  $\vec{n}'$  bildet.

Definiert man nun die Opazität  $\chi(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t)$  über die Energiemenge, die ein sich in  $d\Omega$  ausbreitender, senkrecht auf ein Flächenelement  $dA$  (d.h.  $\cos \theta \equiv 1$ ) treffender Strahl der spezifischen Intensität  $I(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t)$  längs des Weges  $ds$  in  $[\nu, \nu + d\nu]$  und  $[t, t + dt]$  verliert, gemäß

$$\delta E = \chi(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t) I(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t) d\Omega dt d\nu dA ds, \quad (4.23)$$

so ergibt sich mit dem längs  $\vec{n}'$  übertragenen Impuls

$$\delta p(\vec{n}') = \delta E/c \quad (4.24)$$

der Ausdruck für die entsprechende frequenzintegrierte Beschleunigung aufgrund der Strahlung aus dem gesamten Raumwinkel  $4\pi$ :

$$\vec{g}^{\text{rad}}(\vec{r}, t) = \frac{1}{c} \int_0^\infty d\nu \oint_{\Omega=4\pi} \kappa_\nu(\vec{r}, \vec{n}', t) I(\vec{r}, \vec{n}', t) \vec{n}' d\Omega = \frac{1}{c} \int_0^\infty d\nu \kappa_\nu \vec{F}_\nu(\vec{r}, t) \quad (4.25)$$

mit dem Massenabsorptionskoeffizienten  $\kappa_\nu(\vec{r}, \vec{n}', t) = \chi(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t)/\rho(\vec{r}, t)$  und dem Strahlungsflußvektor  $\vec{F}_\nu(\vec{r}, t)$ .

Generell gilt für die Strahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{rad}}$  am Ort  $\vec{r}$  im Wind

$$\vec{g}^{\text{rad}}(\vec{r}, t) = \vec{g}^{\text{cont}}(\vec{r}, t) + \vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}, t) , \quad (4.26)$$

wobei  $\vec{g}^{\text{cont}}$  die Kontinuumsstrahlungsbeschleunigung bezeichnet.

### 4.2.1 Kontinuumsstrahlungsbeschleunigung

Im Windbereich heißer Sterne kann in guter Näherung davon ausgegangen werden, daß der hauptsächliche Beitrag zur Kontinuumsstrahlungsbeschleunigung aus der Thomson-Streuung  $\vec{g}^{\text{Th}}$  stammt, d.h.

$$\vec{g}^{\text{cont}}(\vec{r}, t) = \vec{g}^{\text{Th}} = \frac{1}{c} \int_0^\infty d\nu \oint_{\Omega=4\pi} s_E I(\vec{r}, \vec{n}', \nu, t) \vec{n}' d\Omega . \quad (4.27)$$

Hierbei haben wir angenommen, daß der Thomson-Streuquerschnitt und damit  $s_E$  richtungsunabhängig sind, was in guter Näherung erfüllt ist (vgl. Mihalas 1978, Kap. 4-5, S. 106). Gemäß Gl. (4.3) hängt  $s_E$  über die Elektronenanzahldichte  $n_e$  nur von den lokalen Größen  $\rho$ ,  $Y_{\text{He}}$  und  $I_{\text{He}}$  ab.

Für die weitere Darstellung gehen wir von der Konvention aus, daß  $\vec{n}'$  von der Sternoberfläche nach  $\vec{r}$  zeigt, d.h.  $\vec{n}'$  hängt mit dem in Kapitel 3.2, Abb. 3.2 eingeführten Richtungsvektor  $\vec{n}$  im lokalen Orthonormalsystem  $(x_n, y_n, z_n)$  über

$$\vec{n} = -\vec{n}' \quad (4.28)$$

zusammen.

Wir gehen im weiteren von einem *optisch dünnen Kontinuum* aus und vernachlässigen den Einfluß eventuell vorhandener diffuser Strahlung aus dem Wind, d.h. die Bestrahlung kommt direkt von der Sternoberfläche, wobei die entsprechende Intensität  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')$  keine Änderung erfährt, bis die Strahlung in  $\vec{r}$  ankommt.

Die prinzipielle Geometrie hatten wir in Abb. 3.2 skizziert. Die rotationssymmetrische Sternoberfläche mit Radius  $R_*(\Theta)$  wird von einem von  $\vec{r}$  ausgehenden und in Richtung  $\vec{n}$  laufenden Strahl an zwei Durchstoßpunkten (bzw. durch eine Tangente an den Rand) getroffen. Die Intensität  $I_\nu^c(\vec{n}' = -\vec{n})$  ist somit durch die physikalischen Verhältnisse an dem zuerst getroffenen Aufpunkt auf der Sternoberfläche bestimmt.

Damit erhalten wir den Ausdruck für die (frequenzintegrierte und stationäre) Kontinuumsbeschleunigung:

$$\vec{g}^{\text{cont}}(\vec{r}) = \frac{s_E}{c} \int_0^\infty d\nu \int_{\Omega=\Omega_c} I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') \vec{n}' d\Omega \quad (4.29)$$

$\Omega_c$  bezeichnet den von  $\vec{r}$  aus betrachteten vom Stern ausgefüllten Raumwinkel.

In Kap. 4.2.3, Gl. (4.48) geben wir den Grenzfall für  $\vec{g}_r^{\text{cont}}$  in sphärisch-symmetrischen Winden an.

### 4.2.2 Die Linienstrahlungsbeschleunigung

Bei der Herleitung der Linienstrahlungsbeschleunigung werden wir von zwei Näherungen Gebrauch machen: Zum einen beschränken wir uns auf eine *lokale* Beschreibung der Linienstrahlungsbeschleunigung, die sogenannte *Sobolev-Näherung* (Sobolev 1957), in der die Makrovariablen des Strahlungstransportes (wie Opazität und Quellfunktion) ausschließlich von den lokalen physikalischen Bedingungen bestimmt sind (siehe Anhang A.1).

Zum anderen behandeln wir die Vielzahl der beitragenden Linien in einem statistischen Sinne, so daß unter Annahme einer *Linienverteilungsfunktion* vom Verhalten einer Linie auf das des gesamten Linienensembles geschlossen werden kann.

#### Die Linienstrahlungsbeschleunigung

Führt man unter Verwendung der frequenzabhängigen Linienopazität  $\chi_\nu$  und Linienübergangsfrequenz  $\nu_L$  die *frequenzintegrierte* Linienopazität  $\bar{\chi}_L$  ein, mit

$$\bar{\chi}_L = \frac{\chi_\nu}{\Phi_\nu}; \quad \Phi_\nu = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\Delta\nu_D} \exp\left(-\frac{\nu - \nu_L}{\Delta\nu_D}\right) \quad (\text{Dopplerbreite } \Delta\nu_D = \nu_L v_{\text{therm}}/c), \quad (4.30)$$

so kann man für  $\nu = \nu_L$  die *Linienstärke*  $k_L$  definieren:

$$k_L = \frac{\chi_\nu(\nu_L)\sqrt{\pi}}{s_E \rho} \equiv \frac{\chi_\nu(\nu_L)\sqrt{\pi}}{\sigma_e} = \frac{\bar{\chi}_L}{\Delta\nu_D \sigma_e}. \quad (4.31)$$

Diese Größe drückt, abgesehen von einem Faktor  $\sqrt{\pi}$ , die maximale Linienopazität in Einheiten der minimalen Kontinuums(Thomson)-Opazität aus.

$\bar{\chi}_L$  berechnet sich gemäß

$$\bar{\chi}_L = \frac{\pi e^2}{m_e c} g f_L ((n_l/g_l) - (n_u/g_u)), \quad (4.32)$$

mit dem gf-Wert  $g f_L$ , den Besetzungszahlen und statistischen Gewichten des beitragenden unteren ( $l$ ) und oberen ( $u$ ) Niveaus  $n_l, n_u, g_l, g_u$ , der Elementarladung  $e$  und der Elektronenruhmass  $m_e$ .

Zur Vereinfachung der Notation sei im folgenden die zeitliche Abhängigkeit der Größen  $\rho, \tau_S, \vec{v}$  und  $I_\nu^c$  nicht explizit angegeben.

In der Sobolevnäherung ergibt sich die Strahlungsbeschleunigung einer einzelnen Linie zu (Rybicki & Hummer 1978):

$$\vec{g}^{\text{line}}(\vec{r}) = \frac{\bar{\chi}_L(\vec{r})}{c\rho(\vec{r})} \int_{\Omega_c} I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') \left( \frac{1 - \exp(-\tau_S(\vec{r}, \vec{n}'))}{\tau_S(\vec{r}, \vec{n}')} \right) \vec{n}' d\Omega \quad (4.33)$$

$\tau_S$  bezeichnet die optische Tiefe in Sobolevnäherung:

$$\tau_S(\vec{r}, \vec{n}') = k_L \frac{s_E \rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}}{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|} \equiv k_L t_S = \frac{\bar{\chi}_L \lambda_L}{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|} = L_S \rho s_E k_L. \quad (4.34)$$

$t_S = s_E \rho(\vec{r}) v_{\text{therm}} / |\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|$  ist der Sobolev-Parameter (für die radiale Richtung ist  $t_r = s_E \rho(\vec{r}) v_{\text{therm}} / (dv_r/dr)$  der von Castor (1970) eingeführte Tiefenparameter) und  $L_S$  die in Anhang A.1 definierte Sobolev-Länge.  $L_S$  gibt an, auf welcher Längenskala sich  $v$  um  $v_{\text{therm}}$  ändert.

Die Sobolev-Näherung gilt nur dann, wenn die Längenskala, innerhalb der die *Makrovariablen* des Strahlungstransportes (wie Opazität und Quellfunktion) als konstant betrachtet werden können, größer oder gleich  $L_S$  ist.

Die Gesamtbeschleunigung aller Linien ergibt sich somit durch Summation über die Einzelbeiträge:

$$\bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \sum_{\text{Linien L}} \frac{\bar{\chi}_l(\vec{r})}{c\rho(\vec{r})} \int_{\Omega_c} I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') \left( \frac{1 - \exp(-\tau_S(\vec{r}, \vec{n}'))}{\tau_S(\vec{r}, \vec{n}')} \right) \vec{n}' d\Omega \quad (4.35)$$

Wie nun bisherige Untersuchungen gezeigt haben (CAK, Abbott 1982, PPK, Puls et al. 1999 (Pu99)), kann die statistische Verteilung der Spektrallinien in Form einer *Linienverteilungsfunktion* beschrieben werden, die von der Linienstärke  $k_L$  und der Frequenz  $\nu$  abhängt und die Form eines Potenzgesetzes besitzt:

$$dN(\nu, k_L) = -N_0 f_\nu(\nu) k_L^{\alpha-2} d\nu dk_L \exp(-\kappa_L/\kappa_{\max}), \quad (4.36)$$

mit  $\alpha \in ]0, 1[$ ,  $\kappa_L \equiv k_L s_E$ ,  $\kappa_{\max} \equiv k_{\max} s_E$ . Dabei wird angenommen, daß die frequentielle Verteilung *unabhängig* von der Linienstärke ist. Die „Normierungskonstante“  $N_0$  ist dabei noch nicht festgelegt und kann in Abhängigkeit vom Ort  $\vec{r}$  im Wind durchaus variable Werte besitzen.

Der zusätzliche Exponentialfaktor mit dem *Abschneideparameter* (*cut-off parameter*)  $\kappa_{\max}$  berücksichtigt, daß ein reines Potenzgesetz nicht in der Lage ist, die Existenz einer *einzelnen stärksten* optisch dicken Linie ( $k_L \equiv k_{\max}$ ) zu modellieren (Owocki, Castor & Rybicki 1988).

Man beachte, daß diese Parametrisierung der Linienverteilung keinen Linienüberlapp und damit keine Multiline-Effekte berücksichtigt, und man somit nur eine einzige Streuung pro Photon in benachbarten Linien berücksichtigt (d.h. wir beschränken uns auf die *Einfachstreuung*, bei der die Photonen, unabhängig von der Liniendichte, jeweils nur in einer einzigen Linie mit den Ionen wechselwirken).

Die Annahme dieser Linienverteilungsfunktion und Substitution von  $\kappa_L = k_L s_E$  und Gl. (4.34) für  $\tau_S$  ermöglicht den Übergang von der Summe in Gl. (4.35) zum Integral:

$$\bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \frac{s_E^{1-\alpha} v_{\text{therm}} N_0}{c^2} \int_0^\infty d\nu f_\nu(\nu) \nu \left\{ \int_{\Omega_c} d\Omega \vec{n}' I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') \right. \\ \left. \left\{ \int_0^\infty d\kappa_L \left( \frac{\kappa_L^{\alpha-2} \exp(-\kappa_L/\kappa_{\max})}{\rho(\vec{r}) L_S(\vec{r}, \vec{n}')} - \frac{\kappa_L^{\alpha-2} \exp(-\kappa_L/\kappa_{\max} - \kappa_L \rho(\vec{r}) L_S(\vec{r}, \vec{n}'))}{\rho(\vec{r}) L_S(\vec{r}, \vec{n}')} \right) \right\} \right\} \quad (4.37)$$

In diesem Ausdruck wird  $\alpha$  noch als *globaler*, von lokalen physikalischen Bedingungen unabhängiger Parameter betrachtet. Diese Annahme werden wir in Kapitel 4.5.5 bzw. 8 aufgeben und eine verallgemeinerte, *von lokalen Bedingungen abhängige* Parametrisierung vorstellen. Unter Verwendung der analytischen Lösung des innersten Integrals über  $\kappa_L$  (siehe Gl. (A.7)) erhält man nach einiger Algebra:

$$\bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \frac{s_E^{1-\alpha} v_{\text{therm}} N_0}{c^2} \frac{\Gamma(\alpha)}{1-\alpha} \int_0^\infty d\nu f_\nu(\nu) \nu \left\{ \int_{\Omega_c} d\Omega \vec{n}' I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') \right. \\ \left. \left\{ \left( \frac{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|}{\rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^\alpha \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\tau_{\max}(\vec{r}, \vec{n}')} \right]^{1-\alpha} \right\} \right\}, \quad (4.38)$$

mit  $\tau_{\max}(\vec{r}, \vec{n}') = \kappa_{\max} \rho(\vec{r}) L_S(\vec{r}, \vec{n}')$  und der Gamma-Funktion  $\Gamma(\alpha)$ . Mit der frequenzintegrierten stellaren Intensität  $I^c(\vec{r}, \vec{n}')$  und unter Vernachlässigung der Richtungsabhängigkeit von  $(I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')/I^c(\vec{r}, \vec{n}'))$  folgt:

$$\begin{aligned} \bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = & \frac{s_E^{1-\alpha} v_{\text{therm}} N_0}{c^2} \frac{\Gamma(\alpha)}{1-\alpha} \int_0^\infty d\nu f_\nu(\nu) \nu \left( \frac{I_\nu^c}{I^c} \right) \times \\ & \int_{\Omega_c} d\Omega \vec{n}' I^c(\vec{r}, \vec{n}') \left\{ \left( \frac{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|}{\rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^\alpha \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\tau_{\max}(\vec{r}, \vec{n}')} \right]^{1-\alpha} \right\}. \end{aligned} \quad (4.39)$$

Prinzipiell könnte das Gravity Darkening (siehe 4.3) einen Einfluß auf die Winkelabhängigkeit der spezifischen Intensität und des Verhältnisses  $(I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')/I^c(\vec{r}, \vec{n}'))$  besitzen, wenn aufgrund der verschiedenen Oberflächentemperaturen die Maxima der Intensität an den Polen bzw. am Äquator in Frequenzbereichen liegen, für die jeweils unterschiedlich viele starke treibende Linien beitragen. Jedoch akzeptieren wir diese Näherung insbesondere im Hinblick auf die in Kapitel 4.5 entwickelte approximative Methode zur Berechnung der Linienkraftparametrisierung, für die wir an jedem Punkt  $\vec{r}$  eine „mittlere“ bestrahlende Atmosphäre definieren werden, um eine realisierbare Rechenzeit garantieren zu können.

Um die Abhängigkeit des Ionisationsverlaufes von der Teilchendichte und der Verdünnung des stellaren Strahlungsfeldes zu parametrisieren, führte Abbott (1982) folgenden Korrekturterm ein:

$$\left( \frac{n_e \cdot 10^{-11}}{W_{1-D}} \right)^\delta. \quad (4.40)$$

$W_{1-D}$  ist der für eine sphärisch-symmetrische Geometrie definierte Verdünnungsfaktor (Mihalas 1978, Gl. (5-36); zur Verallgemeinerung dieser Größe für beliebige Sternoberflächen siehe Kap. 4.4, Gl. (4.114)):

$$W_{1-D} = \frac{1}{2} \left[ 1 - (1 - (R_*/r)^2)^{1/2} \right], \quad (4.41)$$

Mit der Definition des *force multiplier-Parameters*  $k_{\text{CAK}}$  (vgl. CAK, Pu99)

$$k_{\text{CAK}} = \frac{N_0 v_{\text{therm}}}{c} \frac{\Gamma(\alpha)}{1-\alpha} \int_0^\infty d\nu f_\nu(\nu) \nu \left( \frac{I_\nu^c}{I^c} \right) \quad (4.42)$$

und der Größe

$$\tilde{k}_{\text{CAK}}(r) = k_{\text{CAK}} \left( \frac{n_e \cdot 10^{-11}}{W_{1-D}} \right)^\delta \quad (4.43)$$

erhalten wir schließlich:

$$\bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \frac{s_E^{1-\alpha} \tilde{k}_{\text{CAK}}(r)}{c} \int_{\Omega_c} d\Omega \vec{n}' I^c(\vec{r}, \vec{n}') \left( \frac{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|}{\rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^\alpha \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\tau_{\max}(\vec{r}, \vec{n}')} \right]^{1-\alpha}. \quad (4.44)$$

Wie  $\alpha$  sind auch  $k_{\text{CAK}}$  und  $\delta$  im folgenden als globale Parameter angenommen. Diese Näherung werden wir in Kap. 4.5.5 bzw. 8 aufgeben.

Um die für beliebige Sternoberflächen gültigen Ausdrücke für die Linienstrahlungs- bzw. Kontinuumsbeschleunigung studieren zu können, benötigen wir den projizierten Geschwindigkeitsgradienten  $|\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})|$  für die Richtung  $\vec{n}$  (definiert wie in Kap. 3.2, Abb. 3.2). Aufgrund der Azimutalsymmetrie um die Polarachse vereinfacht sich dieser komplexe Ausdruck (für die Herleitung sei auf z.B. Batchelor 1967, Koninx 1992, Petrenz 1994 verwiesen) zu:

$$\begin{aligned} \vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v}) = & \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) a_1^2 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{v_r}{r} \right) a_2^2 + \left( \frac{\cot \Theta}{r} \frac{\partial v_\Theta}{\partial \Theta} + \frac{v_r}{r} \right) a_3^2 + \\ & \left( \frac{\partial v_\Theta}{\partial r} - \frac{v_\Theta}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \Theta} \right) a_1 a_2 + \left( \frac{\partial v_\Phi}{\partial r} \right) a_1 a_3 + \left( \frac{1}{r} \frac{\partial v_\Phi}{\partial \Theta} \right) a_2 a_3 + \\ & \left( \frac{v_\Phi}{r \sin \Theta} \right) a_3 a_4, \end{aligned} \quad (4.45)$$

mit den trigonometrischen Faktoren

$$\begin{aligned} a_1 &= n_r = n_{z_n} = \cos \vartheta \\ a_2 &= n_\Theta = n_{x_n} = \sin \vartheta \cos \varphi \\ a_3 &= n_\Phi = n_{y_n} = \sin \vartheta \sin \varphi \\ a_4 &= \partial n_\Phi / \partial \Phi = -n_x = -\cos \vartheta \sin \Theta - \sin \vartheta \cos \varphi \cos \Theta \end{aligned} \quad (4.46)$$

### 4.2.3 Grenzfälle

Die komplexen Ausdrücke für  $\vec{g}^{\text{cont}}$  und  $\vec{g}^{\text{lines}}$  besitzen zwei wohlbekannte einfache Grenzfälle (für die wir  $\tau_{\text{max}} \gg 1$  annehmen wollen):

- *Punktsternnäherung*: Diese Näherung ist die einfachst mögliche für die Berechnung der Strahlungsbeschleunigung und gilt bei einem rein radialen sphärisch-symmetrischen Geschwindigkeitsfeld für große Entfernungen vom Stern.  $\vec{g}^{\text{lines}}$  und  $\vec{g}^{\text{cont}}$  reduzieren sich dabei auf radiale 1-D Skalare.

Da die stellare Strahlung als radial angenommen wird, ergibt sich die Intensität  $I^c \equiv I_0$  aus

$$L_*/(4\pi r^2) = |\vec{F}| = \int_{\Omega_c} I_0 \delta(\vec{n}' - \vec{n}'_0) \vec{n}' d\Omega = I_0 \quad (4.47)$$

zu  $I^c = L_*/(4\pi r^2)$ , wobei  $\vec{n}'_0 \parallel \vec{r}$ .

Damit erhält man mit Gl. (4.29) als Kontinuumsbeschleunigung  $g_{\text{r},1\text{-D}}^{\text{cont}}$ :

$$g_{\text{r},1\text{-D}}^{\text{cont}} = \frac{s_E L_*}{4\pi r^2 c} = \frac{s_E}{c} F, \quad (4.48)$$

mit dem skalaren Strahlungsfluß  $F (= \sigma_B T_{\text{eff}}^4)$ . Somit variiert die Thomsonbeschleunigung mit  $1/r^2$  und führt zu einer *Reduktion der effektiven Schwerebeschleunigung*.

Für  $g_{\text{r}}^{\text{lines}}$  ergibt sich (mit  $\tau_{\text{max}} \gg 1$ ) aus Gl. (4.44):

$$g_{\text{r}}^{\text{lines}} = \frac{\tilde{k}_{\text{CAK}} s_E^{1-\alpha}}{c} \frac{L_*}{4\pi r^2} \left[ \frac{1}{\rho(r) v_{\text{therm}}} \left| \frac{\partial v_r}{\partial r} \right| \right]^\alpha = \frac{s_E L_*}{4\pi r^2 c} \tilde{k}_{\text{CAK}} t_r^{-\alpha} = g_{\text{r},1\text{-D}}^{\text{cont}} \tilde{k}_{\text{CAK}} t_r^{-\alpha}. \quad (4.49)$$



Die letzte Gleichung verdeutlicht auch, weshalb  $(k_{\text{CAK}}, \alpha, \delta)$  „force multiplier“-Parameter genannt werden: Mit ihrer Hilfe läßt sich die Linienstrahlungsbeschleunigung in einfacher Weise in Abhängigkeit der Kontinuumsbeschleunigung  $g_{\text{r},1-\text{D}}^{\text{cont}}$  ausdrücken. (Wir werden das Konzept des force multipliers eingehend in Kap. 4.5.1 behandeln.)

- *Sphärischer Stern mit gleichförmig strahlender Oberfläche:* Für diesen Fall ( $v_{\Phi} = v_{\Theta} = 0$ ,  $R_*(\Theta) = \text{const.} = R_*$ ,  $\partial/\partial\Theta \equiv 0$ ,  $\tau_{\text{max}} \gg 1$ ) reduziert sich der Ausdruck für  $\bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r})$  (Gl. (4.44)) aus Symmetriegründen wiederum auf einen rein radialen Skalar, und der projizierte Geschwindigkeitsgradient (Gl. (4.45)) lautet:

$$|\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})| = \left| \mu^2 \frac{\partial v_r}{\partial r} + (1 - \mu^2) \frac{v_r}{r} \right|, \quad (4.50)$$

wobei  $\mu \equiv \cos \vartheta$ .

Mit  $I_{\nu}^c = B_{\nu}$  ergibt sich der an der sphärischen Sternoberfläche definierte Fluß:

$$F = \int_0^{\infty} d\nu \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\pi/2}^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta B_{\nu} D(\vec{r}, \vec{n}) \equiv \sigma_{\text{B}} T_{\text{eff}}^4 = \frac{L_*}{4\pi r^2}. \quad (4.51)$$

$D(\vec{r}, \vec{n})$  bezeichnet den Korrekturfaktor für die Mitte-Rand-Verdunkelung (*limb darkening*). Dieser ist im allgemeinen für jede Richtung  $\vec{n}$  eine Funktion des Winkels zwischen  $\vec{n}$  und der Normalen auf der Sternoberfläche. Dieser physikalische Effekt stellte sich bei allen bisherigen Untersuchungen im Falle heißer Sterne nur als minimal heraus (vgl. z.B. Haser 1995 (Kap. 3.2.3)), und Vergleichsrechnungen für die in Kapitel 4.3.4 diskutierte allgemeine Kontinuumsbeschleunigung unter Annahme bzw. Vernachlässigung eines linearen Mitte-Rand-Verdunkelungs-Gesetzes in der Eddington-Näherung zeigen nur minimale Unterschiede. Darüber hinaus erfordert die korrekte Formulierung der Mitte-Rand-Verdunkelung bereits für gleichförmig strahlende Sternoberflächen eine erheblich aufwendigere Formulierung als ein lineares Gesetz (vgl. Wade & Rucinski 1985).

Aus diesen Gründen werden wir im Rahmen dieser Arbeit die Mitte-Rand-Verdunkelung vernachlässigen.  $D(\vec{r}, \vec{n})$  ergibt sich aus der Forderung, daß der raumwinkelintegrierte Fluß den gleichen Wert wie in der Punktsternnäherung besitzen muß, zu:

$$D(\vec{r}, \vec{n}) = \frac{1}{\pi} \quad (4.52)$$

Also vereinfacht sich Gl. (4.44) zu:

$$g_{\text{r}}^{\text{lines}} = \frac{k_{\text{CAK}} s_{\text{E}}^{1-\alpha}}{c} \frac{L_*}{4\pi^2 r^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\mu_*}^1 \mu d\mu \left( \frac{\left| \mu^2 \frac{\partial v_r}{\partial r} + (1 - \mu^2) \frac{v_r}{r} \right|}{\rho(r) v_{\text{therm}}} \right)^{\alpha}, \quad (4.53)$$

wobei wir die Standardnotation  $\mu_* = \cos \vartheta_* = \sqrt{1 - (R_*/r)^2}$  verwendet haben.

Da  $\partial v_r / \partial r > 0$ ,  $v_r > 0$ , läßt sich das Integral in Gl. (4.53) analytisch lösen, und man erhält nach einigen Umformungen:

$$\begin{aligned} g_r^{\text{lines}} &= \frac{(1 + \sigma)^{1+\alpha} - (1 + \sigma \mu_*^2)^{1+\alpha}}{\sigma (1 + \alpha) (1 + \sigma)^\alpha (1 - \mu_*^2)} \frac{s_E L_*}{4\pi c r^2} \tilde{k}_{\text{CAK}} \left[ \frac{1}{s_E \rho(r) v_{\text{therm}}} \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) \right]^\alpha \\ &= CF(r, v_r, dv_r/dr, \alpha) g_{r,1-D}^{\text{cont}} \tilde{k}_{\text{CAK}} t_r^{-\alpha} = CF \cdot g_r^{\text{lines}}(\text{Punktstern}). \end{aligned} \quad (4.54)$$

$\sigma$  ist der erstmals von Castor (1970) eingeführte Expansionsparameter, der die Abweichung der radialen von einer homologen Expansion ( $v_r(r) = C v_r$ ,  $C = \text{const.}$ ) beschreibt und durch

$$\sigma = \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} / \frac{v_r}{r} \right) - 1 = \frac{d(\ln v_r)}{d(\ln r)} - 1 \quad (4.55)$$

gegeben und für mit  $r$  streng monoton wachsende Geschwindigkeitsfelder stets größer als  $-1$  ist.  $CF(r, v_r, dv_r/dr, \alpha)$  bezeichnet den sogenannten „Korrekturfaktor“ der Linienstrahlungsbeschleunigung in Punktsternnäherung für die endliche Ausdehnung der Sternscheibe (*finite cone-angle correction factor*, CAK, Gl. (50)).

#### 4.2.4 Die nichtradiellen Komponenten der Strahlungsbeschleunigung

In der allgemeinen Formulierung der Strahlungsbeschleunigung in Gl. (4.44) treten im Gegensatz zur Punktstern- bzw. finite cone-angle-Näherung *nichtradielle Komponenten* sowohl der Linienstrahlungs- als auch der Kontinuumsbeschleunigung auf. Im folgenden wollen wir den physikalischen Ursprung dieser erstmals von Grinin (1978) und kürzlich von Owocki et al. (1996, 1997) beschriebenen Komponenten vertieft diskutieren und in Erweiterung der bisherigen Arbeiten eine anschauliche Erklärung liefern.

Dazu gehen wir der Einfachheit halber von einer sphärisch-symmetrischen Sternoberfläche mit konstanter Temperatur  $T_{\text{eff}}$  aus, gestatten allerdings ein beliebiges 3-D Geschwindigkeitsfeld ( $v_\Theta, v_\Phi, v_r$ ). Für die stärkste einzelne Linie sei  $\tau_{\text{max}} \gg 1$  angenommen, womit aus Gl. (4.44) folgt:

$$\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \frac{s_E^{1-\alpha} \tilde{k}_{\text{CAK}}}{c} \frac{\sigma_B T_{\text{eff}}^4}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\vartheta_*}^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta \left( \frac{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|}{\rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^\alpha \cdot \vec{n}'. \quad (4.56)$$

Also genügt für das Verständnis der nichtradiellen Komponenten  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$  eine Analyse des über  $\Omega_c$  integrierten Geschwindigkeitsgradienten. Wir wollen im folgenden diesen Ausdruck für verschiedene Geschwindigkeitsfelder diskutieren, um ein grundlegendes Verständnis für die wichtigsten Eigenschaften der nichtradiellen Linienstrahlungsbeschleunigung zu gewinnen.

##### 4.2.4.1 Polare Linienstrahlungsbeschleunigung $g_\Theta^{\text{lines}}$

Gehen wir von einem rotierenden Sternwind aus, so hat die erste Untersuchung unter Annahme des BC-Modelles in Kapitel 4.1.2 gezeigt, daß  $v_\Theta \ll v_\Phi$  in Regionen in unmittelbarer Sternnähe und  $v_\Theta \ll v_r$  für größere Radien angenommen werden kann. Diese Tatsache werden auch die in

Kapitel 7 und 8 diskutierten numerischen Simulationen bestätigen.

Auch ergeben sich bei diesen im allgemeinen für alle hydrodynamische Rechenpunkte *positive* Werte für  $\vec{n} \cdot \nabla (\vec{n}\vec{v})$ , d.h. im gesamten Windbereich *expandiert* das Material *lokal*. In einem sphärisch-symmetrischen, monoton nach außen beschleunigten Wind entfernt sich um einen bestimmten Aufpunkt das benachbarte Windmaterial nach allen Richtungen. Ist dieser radialen Bewegung eine differentielle Rotation bzw. Polarströmung überlagert, so ist es im Prinzip nicht ausgeschlossen, daß entlang bestimmter Sichtrichtungen eine *relative Kompression* ( $\vec{n} \cdot \nabla (\vec{n}\vec{v}) < 0$ ) vorliegt, wenn die zusätzlichen Geschwindigkeitskomponenten groß genug im Vergleich zur radialen sind. In solchen Fällen könnte jedoch die rein lokale Beschreibung der Linienstrahlungsbeschleunigung in Frage gestellt sein, wenn für den betrachteten Punkt  $\vec{r}$  gegebenenfalls räumlich entfernte Orte im Wind existieren, an denen sich das Windmaterial bezüglich  $\vec{n}$  in relativer Ruhe zu  $\vec{r}$  befindet. Diese Resonanzpunkte bilden in ihrer Gesamtheit die zu  $\vec{r}$  gehörende *common point*(CP)-Resonanzzone (vgl. Rybicki & Hummer 1978). Trifft ein von der Sternoberfläche auf  $\vec{r}$  gerichteter Strahl diese CP-Resonanzzone in  $\vec{r}'$ , bevor er in  $\vec{r}$  eintrifft, so erfährt seine Intensität bereits in dieser Zone eine Änderung ( $I_\nu^{\text{post}} = I_\nu^{\text{pre}} e^{-\tau_\nu(\vec{r}', \vec{n})}$ , für alle Frequenzen  $\nu$ ), und die rein lokale Beschreibung der Linienstrahlungsbeschleunigung unter Annahme direkter stellarer Bestrahlung muß durch eine *nichtlokale Formulierung des Strahlungstransportes* ersetzt werden, die den *Einfluß räumlich entfernter Prozesse* mitberücksichtigt (siehe dazu Rybicki & Hummer 1978, Mazzali 1990, Petrenz 1994).

Wie jedoch eine Parameterstudie von Petrenz (1994) gezeigt hat, muß der Wind sehr langsam expandieren und der Stern äußerst schnell rotieren ( $\beta \approx 2 \dots 3$ ,  $v_{\text{rot}} \gtrsim 0.5 v_\infty$ ), daß derartige CP-Resonanzonen überhaupt entstehen können. Selbst dann erfassen diese Zonen auch nur einen unerheblichen Bruchteil des stellaren Raumwinkels  $\Omega_c$ .

Aus diesem Gesichtspunkt erscheint die Beibehaltung der lokalen Beschreibung der Linienkraft plausibel.

Für die folgende Ableitung wollen wir annehmen, daß  $\vec{n} \cdot \nabla (\vec{n}\vec{v})$  für alle  $\vec{n}$  positiv ist. Wie die erste Studie der Winddynamik in Kapitel 4.1.2 ergeben hat, kann die polare Geschwindigkeitskomponente  $v_\Theta$  gegenüber den beiden anderen,  $v_r$  und  $v_\Phi$  weitgehend vernachlässigt werden, was den Ausdruck für  $\vec{n} \cdot \nabla (\vec{n}\vec{v})$  (Gl. (4.45)) vereinfacht. Um eine näherungsweise gültige Analyse durchführen zu können, ersetzen wir  $dv_r/dr$  durch den Quotienten  $v_r/r$ . (Streng genommen gilt diese Annahme nur für homolog expandierende Strömungen.) Mit  $\vec{n}' = -\vec{n}$  und  $n_\Theta$  erhält man aus Gl.(3.3):

$$g_\Theta^{\text{lines}} \approx \frac{\tilde{k}_{\text{CAK}} s_E^{1-\alpha}}{c} \frac{\sigma_B T_{\text{eff}}^4}{\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\vartheta_*}^{\pi} d\vartheta \sin \vartheta \overbrace{(-\sin \vartheta \cos \varphi)}^{-n_\Theta} \left( \frac{\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \Theta} \cdot a_1 a_2 + \frac{\partial v_\Phi}{\partial r} \cdot a_1 a_3 + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\Phi}{\partial \Theta} \cdot a_2 a_3 + \frac{v_\Phi}{r \sin \Theta} \cdot a_3 a_4}{\rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^\alpha. \quad (4.57)$$

Berücksichtigt man, daß  $v_\Phi$  nur in unmittelbarer Sternnähe eine im Vergleich zu  $v_r$  nennenswerte Größenordnung besitzt, kann man im wesentlichen  $v_r \gg v_\Phi$  annehmen. Klammert man aus dem obigen Ausdruck für  $g_\Theta^{\text{lines}}$  den Gradienten  $\partial v_r / \partial r$  aus (unter der Annahme, daß  $\partial v_r / \partial r > 0$ ) und entwickelt den resultierenden Ausdruck mit  $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$  ( $x = [(1/r) \partial v_r / \partial \Theta + f(v_\Phi)] / [\partial v_r / \partial r] \ll 1$ ), so kann man das resultierende Integral analytisch lösen. Dabei fallen

durch die Integration über  $\varphi \in [0, 2\pi]$  alle Summanden der Form  $f(\vartheta) \cos \varphi$ ,  $f(\vartheta) \sin \varphi$ , und  $f(\vartheta) \cos \varphi \sin \varphi$  weg, und wir erhalten:

$$g_{\Theta}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \left[ \frac{\tilde{k}_{\text{CAK}} s_{\text{E}}^{1-\alpha}}{c} \sigma_{\text{B}} T_{\text{eff}}^4 \left( \frac{\partial v_r / \partial r}{\rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^{\alpha} \right] \cdot \left[ \frac{\alpha}{4r} \left( \frac{R_*}{r} \right)^2 \left( \frac{\partial v_r / \partial r}{\partial v_r / \partial r} \right) \right]. \quad (4.58)$$

Der erste Faktor ist mit der radialen Linienstrahlungsbeschleunigung in Punktsternnäherung identisch. Anhand des zweiten Faktors erkennt man, daß für ein monoton steigendes radiales Geschwindigkeitsfeld ( $\partial v_r / \partial r > 0$ ) die polare Linienstrahlungsbeschleunigung folgendes qualitatives Verhalten zeigt:

$$\begin{aligned} g_{\Theta}^{\text{lines}} &> 0 && \text{falls } \partial v_r / \partial \Theta > 0 \\ g_{\Theta}^{\text{lines}} &< 0 && \text{falls } \partial v_r / \partial \Theta < 0 \end{aligned} \quad (4.59)$$

Damit zeigt sich, daß die lokale polare Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  das *gleiche Vorzeichen* wie der polare Gradient der radialen Geschwindigkeitskomponente  $\partial v_r / \partial \Theta$  besitzt und näherungsweise zu diesem proportional ist. Wenn also  $v_r$  in Richtung Pol zunimmt, ist eine *negative*, d.h. *polwärts* gerichtete Strahlungsbeschleunigung  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  zu erwarten. Dieses Verhalten von  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  wird von entscheidender Bedeutung für das Geschwindigkeitsfeld und die Dichteschichtung strahlungsdruckgetriebener Winde sein (vgl. Kapitel 7.3).

Aus Symmetriegründen muß darüber hinaus gelten, daß  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  in der Äquatorebene verschwindet. Dies läßt sich leicht zeigen (folgende Überlegungen benötigen wir auch in Kap. 4.2.4.2):

In der Äquatorebene sind aus Symmetriegründen sowohl  $v_{\Theta}$  als auch alle Ableitungen bezüglich  $\Theta$  gleich Null zu setzen, und es gilt  $\Theta = \pi/2$ ,  $\cot \Theta = \cos \Theta = 0$ ,  $\sin \Theta = 1$ . Für  $\vec{g}^{\text{lines}}$  folgt mit Gl. (4.56) und  $\vartheta_* > \pi/2$ :

$$\vec{g}^{\text{lines}} = C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\vartheta_*}^{\pi} d\vartheta \sin \vartheta (-\sin \vartheta \cos \vartheta)^{\alpha} (-\vec{n}) \left| f(\vartheta) - \left( \frac{\partial v_{\Phi}}{\partial r} - \frac{v_{\Phi}}{r} \right) \sin \varphi \right|^{\alpha}, \quad (4.60)$$

mit  $C = \frac{\tilde{k}_{\text{CAK}} s_{\text{E}}^{1-\alpha}}{c} \frac{\sigma_{\text{B}} T_{\text{eff}}^4}{\pi \rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} > 0$ ,  $f(\vartheta) = (\mu^2 \partial v_r / \partial r + (1 - \mu^2) v_r / r) / (-\sin \vartheta \cos \vartheta) > 0$ ,  $\forall \vartheta \in ]\pi/2, \pi[$ .

Die Winkel  $\vartheta = \pi$  und  $\vartheta = \pi/2$  sind für unsere weiteren Überlegungen nicht von Belang, da für  $\vartheta = \pi$  die rein radiale Richtung gewählt ist und sich für diese kein Beitrag zur Linienstrahlungsbeschleunigung für die senkrecht orientierte polare bzw. azimutale Richtung ergibt. Der Fall, daß  $\vartheta = \pi/2$ , tritt ohnehin nur dann auf, wenn man sich direkt auf der Sternoberfläche befindet. Für diesen Winkel fällt keine stellare Strahlung mehr ein.

Die polare Komponente  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  ergibt sich aus Gl. (4.60) mit  $n_{\Theta} = \sin \vartheta \cos \varphi$ . Bei konstantem  $\vartheta$  kann man unter der Annahme, daß  $\vec{n} \cdot \nabla (\vec{n} \cdot \vec{v}) > 0$ , den Integranden  $I$  auf die Form  $I = (1 - C' \sin \varphi)^{\alpha} \cos \varphi$  bringen. Da man über  $\varphi \in [0, 2\pi]$  integriert, ist (wie man leicht zeigen kann) das Integral gleich Null und  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  verschwindet in der Äquatorebene.

Die grundlegende Eigenschaft, daß  $g_{\Theta}^{\text{lines}} \sim \partial v_r / \partial \Theta$ , läßt sich aber nicht nur analytisch abschätzen, sondern auch anhand folgender Überlegung veranschaulichen: Abb. 4.6 zeigt die

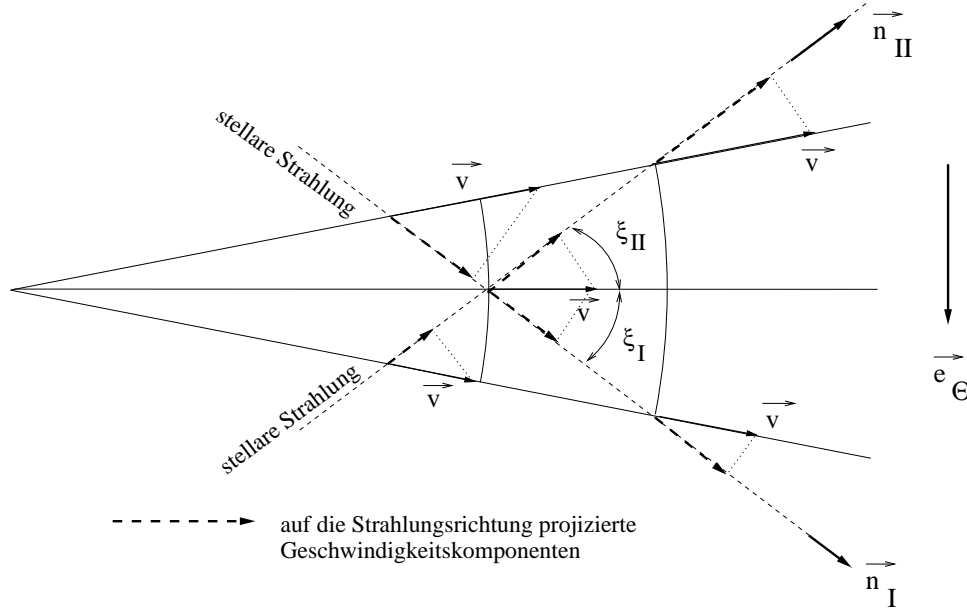


Abbildung 4.6: Ursprung der polaren Linienstrahlungsbeschleunigung. Der Deutlichkeit halber sind die Dimensionen übertrieben dargestellt.

Situation an einem Punkt in der Polarebene. Wir betrachten zwei von der Sternoberfläche in Richtung  $\vec{n}_I$  bzw.  $\vec{n}_{II}$  laufende Strahlen, wobei die durch  $\vec{e}_r$  und  $\vec{n}_I$  (bzw.  $\vec{n}_{II}$ ) gebildeten Winkel  $\xi_I$  (bzw.  $\xi_{II}$ ) gleich groß seien. Geht man im weiteren davon aus, daß die radialen Geschwindigkeitskomponenten deutlich größer als die nichtradialen sind, so genügt es, zur Abschätzung des Geschwindigkeitsgradienten in Richtung  $\vec{n}_I$  und  $\vec{n}_{II}$  die radialen Komponenten an  $\vec{r}$  und vier unmittelbar benachbarten, längs  $\vec{n}_I$  bzw.  $\vec{n}_{II}$  liegenden Orten zu betrachten. In unserem Fall ist  $\partial v_r / \partial \Theta < 0$  (d.h. im globalen Sinne wäre diese Situation im Windkompressionsmodell gegeben, bei dem Massenstrom über dem Pol schneller als in der Äquatorebene ist, vgl. Kapitel 4.1). Man erkennt, daß die Projektion der Geschwindigkeitsvektoren auf  $\vec{n}_I$  bzw.  $\vec{n}_{II}$  zu einem größeren projizierten Geschwindigkeitsgradienten (d.h. einer stärkeren lokalen Expansion) entlang  $\vec{n}_{II}$  als längs  $\vec{n}_I$  führt. Für die entsprechenden Komponenten von  $\vec{g}^{\text{lines}}$  in die polare Richtung  $\vec{e}_\Theta$  gilt:

$$g_\Theta^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}) \sim I^c |\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})|^\alpha n_\Theta \sim I^c |\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})|^\alpha \vec{n} \cdot \vec{e}_\Theta, \quad (\vec{n}_I \cdot \vec{e}_\Theta > 0, \vec{n}_{II} \cdot \vec{e}_\Theta < 0). \quad (4.61)$$

Da nun  $|\vec{n}_{II} \cdot \nabla(\vec{n}_{II}\vec{v})| > |\vec{n}_I \cdot \nabla(\vec{n}_I\vec{v})|$ , resultiert durch Addition beider Komponenten  $g_\Theta^{\text{lines}} = g_\Theta^{\text{lines}}(\vec{n}_I) + g_\Theta^{\text{lines}}(\vec{n}_{II})$  eine *negative polare* (d.h. *polwärts* gerichtete) Nettobeschleunigung in Richtung  $-\vec{e}_\Theta$ .

Auf gleiche Weise kann man sich auch klarmachen, daß für  $\partial v_r / \partial \Theta > 0$  eine positive polare, d.h. in Richtung der Äquatorebene wirkende Beschleunigung bedingt wird.

#### 4.2.4.2 Azimutale Linienstrahlungsbeschleunigung $g_{\Phi}^{\text{lines}}$

In analoger Weise lassen sich auch für die azimutale Komponente  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  grundlegende Eigenschaften ableiten. Dazu gehen wir von Gl. (4.60) aus und erhalten mit  $n_{\Phi} = \sin \vartheta \sin \varphi$ :

$$g_{\Phi}^{\text{lines}} = C \int_{\vartheta_*}^{\pi} d\vartheta \sin \vartheta (-\sin \vartheta^2)(-\sin \vartheta \cos \vartheta)^{\alpha} \int_0^{2\pi} d\varphi \left| f(\vartheta) - \left( \frac{\partial v_{\Phi}}{\partial r} - \frac{v_{\Phi}}{r} \right) \sin \varphi \right|^{\alpha} \sin \varphi, \quad (4.62)$$

mit  $C$ ,  $f(\vartheta)$  wie in Gl. (4.60) ( $f, C > 0$ ).

Betrachtet man nun das Integral  $\int_0^{2\pi} (f(\vartheta) - (\partial v_{\Phi}/\partial r - v_{\Phi}/r) \sin \varphi)^{\alpha} \sin \varphi d\varphi$  für den Fall  $\partial v_{\Phi}/\partial r < v_{\Phi}/r$ , (wie es für die Drehimpulserhaltung  $v_{\Phi} = v_{\text{rot}}(R_*/r)$  gilt), so kann man sich leicht veranschaulichen, daß das Integral größer als 0 ist, solange der erste Faktor des Integranden größer als Null ist. Mit  $\sin \vartheta (-\sin \vartheta^2)(-\sin \vartheta \cos \vartheta)^{\alpha} < 0, \forall \vartheta \in ]\pi/2, \pi[$  ergibt die Integration über  $\vartheta$  eine *negative* Beschleunigung ( $g_{\Phi}^{\text{lines}} < 0$ ) in azimutaler Richtung, d.h. die *Rotation des Windes wird abgebremst*.

Für die *starre Rotation* gilt:

$$v_{\Phi} = r\omega \quad \longrightarrow \quad \partial v_{\Phi}/\partial r = v_{\Phi}/r \quad (4.63)$$

mit der Winkelfrequenz der stellaren Rotation  $\omega = v_{\text{rot}}/R_*$ . Damit ergibt sich trivialerweise  $g_{\Phi}^{\text{lines}} = 0$ . Dies erwartet man auch, da das *relative* Geschwindigkeitsfeld um ein Partikel im Wind dem eines sphärisch-symmetrisch expandierenden Windes entspricht.

Nimmt dagegen die Azimutalggeschwindigkeit mit  $r$  *stärker als bei der starren Rotation* zu ( $\partial v_{\Phi}/\partial r > v_{\Phi}/r$ ), so wird gemäß Gl. (4.62)  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  positiv, und die *Rotation des Windes wird verstärkt*.

Also gilt für die azimutale Komponente  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$ :

$$\begin{aligned} g_{\Phi}^{\text{lines}} &> 0 && \text{falls } \partial v_{\Phi}/\partial r > v_{\Phi}/r \\ g_{\Phi}^{\text{lines}} &< 0 && \text{falls } \partial v_{\Phi}/\partial r < v_{\Phi}/r \end{aligned} \quad (4.64)$$

Den Ursprung von  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  kann man anhand Abb. 4.7 qualitativ nachvollziehen. Wir betrachten die Situation an einem Punkt in der Äquatorebene (die Skizze kann aber auch für eine Ebene verstanden werden, die gegenüber der Äquatorebene um die Knotenlinie in der Äquatorebene geneigt ist), in der die Rotationsgeschwindigkeit im allgemeinen Fall am größten sein sollte: Die stellare Strahlung breitet sich entlang  $\vec{n}_{\text{I}}$  bzw.  $\vec{n}_{\text{II}}$  aus. Das radiale Geschwindigkeitsfeld steigt mit  $r$  an, das azimutale fällt mit  $r$  ab. Durch Projektion der aus  $v_r$  und  $v_{\Phi}$  gebildeten lokalen Geschwindigkeitsvektoren  $\vec{v}$  auf die Richtungen  $\vec{n}_{\text{I}}$  bzw.  $\vec{n}_{\text{II}}$  ergibt sich entlang  $\vec{n}_{\text{I}}$  ein stärkerer Richtungsgradient  $\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})$  als entlang  $\vec{n}_{\text{II}}$ . Da nun

$$g_{\Phi}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}) \sim I^c |\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})|^{\alpha} n_{\Phi} \sim I^c |\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})|^{\alpha} \vec{n} \cdot \vec{e}_{\Phi} \quad (\vec{n}_{\text{I}} \cdot \vec{e}_{\Phi} < 0, \vec{n}_{\text{II}} \cdot \vec{e}_{\Phi} > 0), \quad (4.65)$$

ergibt sich durch Projektion von  $\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_{\text{I}})$  auf die azimutale Richtung  $\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_{\text{I}}) \cdot \vec{e}_{\Phi}$  eine *negative azimutale Komponente*  $g_{\Phi}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_{\text{I}})$ , die die betragsmäßig deutlich kleinere Strahlungsbeschleunigung  $g_{\Phi}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_{\text{II}}) = \vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_{\text{II}}) \cdot \vec{e}_{\Phi}$  bei weitem überwiegt. Somit resultiert eine

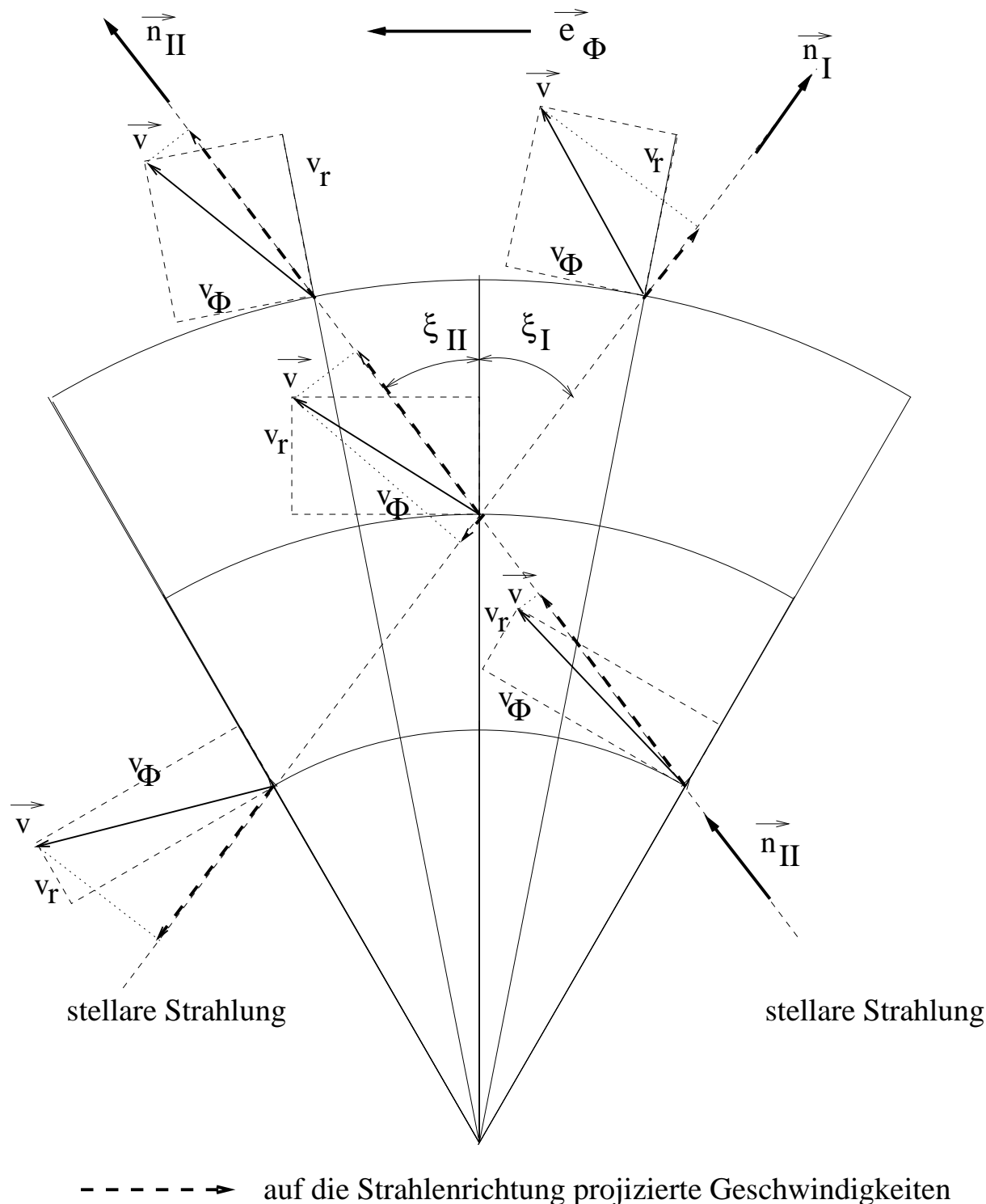


Abbildung 4.7: Ursprung der azimuthalen Linienstrahlungsbeschleunigung. Der Deutlichkeit halber sind die Dimensionen übertrieben dargestellt. Die Partikel in der Äquatorebene rotieren gegen den Uhrzeigersinn (d.h. in Richtung  $\vec{e}_\Phi$ ), wobei die Rotationsgeschwindigkeit mit wachsender Entfernung vom Stern abnimmt. Das radiale Feld hingegen steigt mit  $r$  an.  $\vec{n}_I$  und  $\vec{n}_{II}$  bezeichnen zwei repräsentative Richtungen (wobei  $\xi_I = \xi_{II}$ ), entlang derer sich die von unten kommende stellare Strahlung ausbreitet.

insgesamt negative  $\Phi$ -Komponente der Strahlungsbeschleunigung, die zu einer Abbremsung der Windrotation („*spin-down*“) führt (vgl. Grinin (1978) und Owocki et al. 1997).

In gleicher Weise ergibt sich eine positive Azimutalbeschleunigung  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  für  $\partial v_{\Phi}/\partial r > v_{\Phi}/r$ .

Durch diese Abbildung wird auch deutlich, daß die wesentliche Voraussetzung für das Auftreten einer azimutalen Komponente  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  die *zusätzliche* (wenn auch in unmittelbarer Sternnähe kleinere) *radiale Geschwindigkeitskomponente* ist. Diese bricht die Symmetrie eines reines Rotationsfeldes  $\vec{v} = v_{\Phi}\vec{e}_{\Phi}$  auf und sorgt für asymmetrische Richtungsgradienten des Geschwindigkeitsfeldes. Wie man sich anhand der Abbildung leicht klarmachen kann, ergeben sich für ein reines Azimutalfeld  $v_{\Phi}$  ( $v_r \equiv 0$ ) identische Richtungsableitungen  $\vec{n} \cdot \nabla(\vec{n}\vec{v})$  längs  $\vec{n}_I$  und  $\vec{n}_{II}$ , d.h.  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  wird Null.

Auch anhand Gl. (4.62) läßt sich ersehen, daß für  $v_r = 0$  (und auch im Grenzfall  $v_r \ll v_{\Phi}$ ) das Integral über  $\varphi$  in die Form  $\int_0^{2\pi} \left| \left( \frac{\partial v_{\Phi}}{\partial r} - \frac{v_{\Phi}}{r} \right) \sin \varphi \right|^{\alpha} \sin \varphi d\varphi = 0$  übergeht und demzufolge die Azimutalkomponente  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  verschwindet.

Im folgenden betrachten wir das Verhalten von  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$ ,  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  und  $g_r^{\text{lines}}$  für *vorgegebene* analytische Windmodelle, die typische Eigenschaften der Resultate hydrodynamischer Simulationen wieder spiegeln. Die einzelnen Komponenten von  $\vec{g}^{\text{lines}}$  werden dabei durch numerische Integration über den Raumwinkel  $\Omega_c$  gemäß Gl. (4.56) berechnet. Die dafür notwendige numerische Erfassung der (im allgemeinen Fall deformierten) Sternoberfläche erfolgt durch ein Iterationsverfahren, welches für alle Rechenpunkte  $\vec{r}$  in der Polarebene den zur jeweiligen Richtung  $\vec{n}$  gehörenden Aufpunkt auf der Sternoberfläche feststellt. Über die in Kapitel 3.2 gegebenen geometrischen Ausdrücke erhält man den zugehörigen stellaren Polarwinkel  $\Theta_*(\vec{r}, \vec{n})$  und damit die benötigten physikalischen Eigenschaften auf der Oberfläche.

Da wir an dieser Stelle nur die grundlegenden Eigenschaften der einzelnen Komponenten von  $\vec{g}^{\text{lines}}$  veranschaulichen wollen, nehmen wir einen sphärisch-symmetrischen, gleichförmig strahlenden Stern ( $T_{\text{eff}}(\Theta_*) \equiv T_{\text{eff}}$ ) an.

Abb. 4.8 zeigt das Verhalten von  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  und  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  für spezielle Geschwindigkeitsfelder (Sternparameter:  $T_{\text{eff}} = 42000$  K,  $Y_{\text{He}} = 0.10$ ,  $R_* = 19R_{\odot}$ ,  $M_* = 52.5M_{\odot}$ ; force multiplier-Parameter:  $k_{\text{CAK}} = 0.06$ ,  $\alpha = 0.75$ ,  $\delta = 0.0$ ):

- Modell P1:  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  für ein rein radiales Geschwindigkeitsfeld, mit  $\partial v_r/\partial \Theta < 0$ ,  
 $v_r(\Theta, r) = v_{\infty}(\Theta) (1 - R_*/r)^{\beta}$  mit  $\beta = 1$  und  $v_{\infty}(\Theta) = v_0 + (v_1 - v_0) \cdot (\Theta/(\pi/2))$ ;  
 $v_0 = 2200 \text{ km s}^{-1}$ ,  $v_1 = 500 \text{ km s}^{-1}$ .
- Modell P2: Wie P1, nun mit  $\partial v_r/\partial \Theta > 0$ ,  $v_0 = 500 \text{ km s}^{-1}$ ,  $v_1 = 2200 \text{ km s}^{-1}$ .
- Modell A1:  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  mit  $\partial v_{\Phi}/\partial r < v_{\Phi}/r$ ,  $v_r(\Theta, r) = v_0 ((1 - R_*/r)^{\beta})$ , mit  $\beta = 1$ ,  $v_0 = 2200 \text{ km s}^{-1}$ .  
 $v_{\Phi}(\Theta, r) = R_*\omega(R_*/r)$  (Drehimpulserhaltung);  $v_{\text{rot}} = R_*\omega = 300 \text{ km s}^{-1}$ .
- Modell A2: Wie A1, nun mit  $\partial v_{\Phi}/\partial r > v_{\Phi}/r$ ,  $v_{\Phi}(\Theta, r) = R_*\omega(r/R_*)^2$

Bei allen vier Modellen ist eine sphärisch-symmetrische Dichteschichtung  $\rho(r)$  angenommen, um die *Polarwinkelabhängigkeit* von  $\vec{g}^{\text{lines}}$  ( $g^{\text{lines}} \sim 1/\rho(\Theta, r)^{\alpha-\delta}$ ) auf das Geschwindigkeitsfeld zu beschränken. (Somit sind diese Modelle nicht konsistent bezüglich der oberflächenintegrierten Massenverlustrate gewählt.)



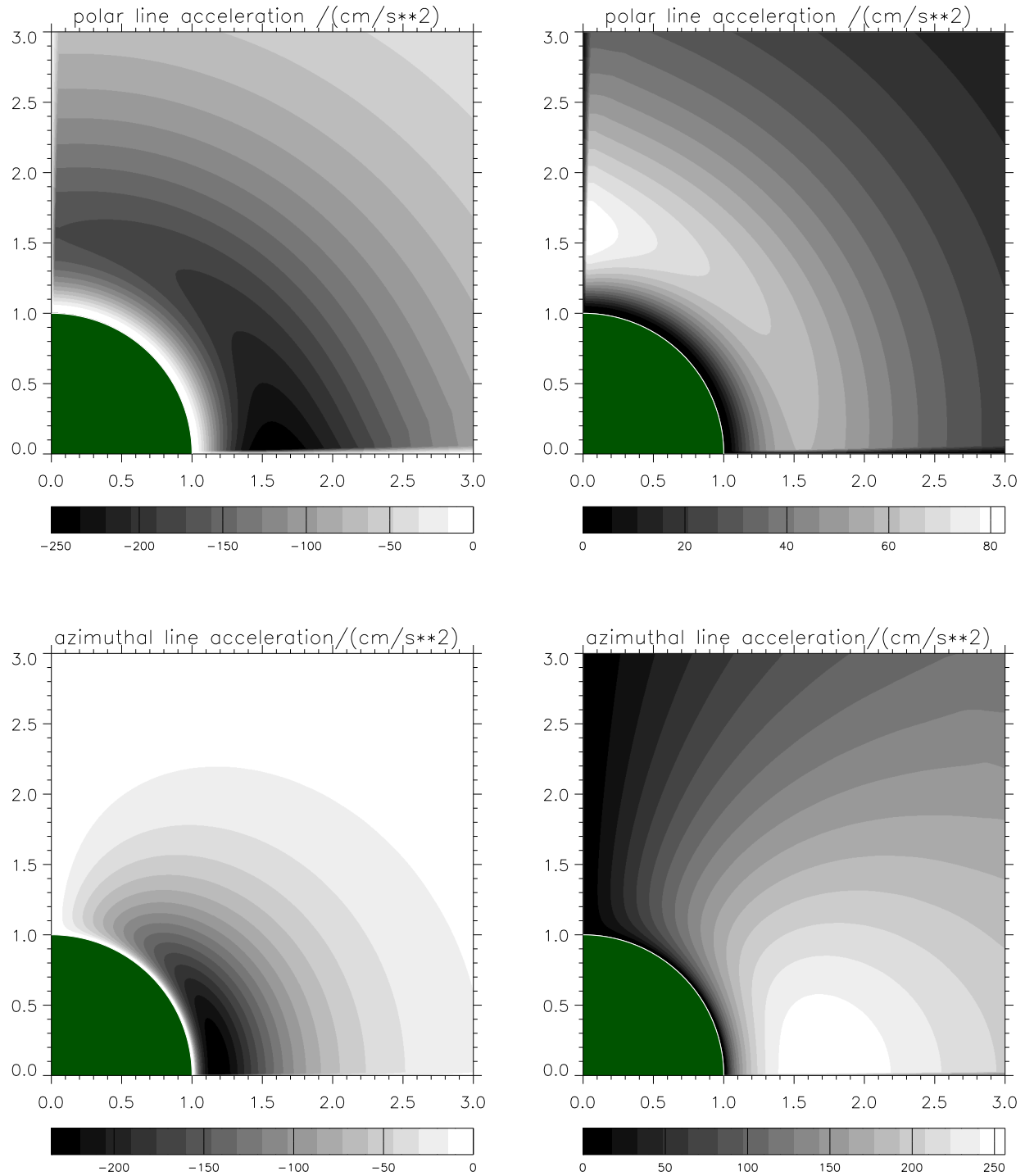


Abbildung 4.8: Nichtradiale Komponenten der Linienstrahlungsbeschleunigung für einfache Geschwindigkeitsfelder. Bei der Darstellung in der Polarebene bedeuten *negative* / *positive* Werte von  $g_\Theta^{\text{lines}}$  eine *polwärts* / *auf die Äquatorebene* gerichtete Strahlungsbeschleunigung. Ein *negatives* / *positives*  $g_\Phi^{\text{lines}}$  entspricht einer *Abbremsung* / *Verstärkung* der Rotation des Windes.

Oben:  $g_\Theta^{\text{lines}}$  für Modell P1 ( $\partial v_r / \partial \Theta < 0$ ) (links);  
 $g_\Theta^{\text{lines}}$  für Modell P2 ( $\partial v_r / \partial \Theta > 0$ ) (rechts).

Unten:  $g_\Phi^{\text{lines}}$  für Modell A1 (Drehimpulserhaltung,  $\partial v_\Phi / \partial r < v_\Phi / r$ ) (links);  
 $g_\Phi^{\text{lines}}$  für Modell A2 ( $\partial v_\Phi / \partial r > v_\Phi / r$ ) (rechts)

Für  $\partial v_r / \partial \Theta < 0$  (P1) ergibt sich eine negative und für  $\partial v_r / \partial \Theta > 0$  (P2) eine positive Polarkomponente  $g_\Theta^{\text{lines}}$ , die aus Symmetriegründen über dem Pol und in der Äquatorebene Null ist. Die Tatsache, daß in beiden Fällen  $g_\Theta^{\text{lines}}$  bei festem  $r$  monoton mit  $\Theta$  zu- bzw. abnimmt (außer über dem Pol und in der Äquatorebene), liegt nun an der speziellen Wahl unseres radialen Feldes  $v_r$ , welches an Pol und Äquator eine *unstetige* Ableitung bezüglich  $\Theta$  besitzt und somit einen Sprung in  $g_\Theta^{\text{lines}}$  bedingt. Dies läßt sich für den Fall der langsamen polaren Ausströmung (P2) diskutieren: Zum einen ist  $\partial v_r / \partial \Theta$  unstetig, nämlich über dem Pol und in der Äquatorebene gleich Null und ansonsten für das spezielle radiale Geschwindigkeitsfeld  $v_r(\Theta, r)$  konstant für alle Co-Breiten  $\Theta$ . Zum anderen ist  $\partial v_r / \partial r$  in Polnähe kleiner als am Äquator (siehe Abb. 4.9, oben links). Nach Gl. (4.58) ist  $g_\Theta^{\text{lines}}(r) \sim (\partial v_r / \partial \Theta)(\partial v_r / \partial r)^{\alpha-1}$ , was größere Werte für  $g_\Theta^{\text{lines}}$  über dem Pol zur Folge hat.

Wie man erwartet, ist für Modell A1/A2 die azimutale Linienbeschleunigung  $g_\Phi^{\text{lines}}$  nahe der Äquatorebene am stärksten, da dort die Rotationsgeschwindigkeit maximal wird. Bestimmt die Drehimpulserhaltung die azimutale Geschwindigkeit  $v_\Phi$  (A1) und wird letzterer ein „Standard“-Radialgeschwindigkeitsfeld überlagert, so ergibt sich für den gesamten Windbereich eine negative azimutale Komponente  $g_\Phi^{\text{lines}}$ , die in dem Bereich, in dem sowohl  $v_r$  als auch  $v_\Phi$  von nennenswerter Größenordnung sind ( $r \approx 1.05 \dots 1.15 R_*$ ) betragsmäßig maximal ist. In unmittelbarer Sternnähe ( $r \lesssim 1.05 R_*$ ) kann die noch sehr langsame radiale Expansion  $v_r$  nur unwesentlich zur Symmetriebrechung des Azimutalfeldes  $v_\Phi$  beitragen. Diese ist aber geradezu die Voraussetzung für das Entstehen von  $g_\Phi^{\text{lines}}$  (s. o.). Bei größeren Entfernungen vom Stern überwiegt  $v_r$  die mit  $1/r$  abfallende Komponente  $v_\Phi$  bei weitem, und  $g_\Phi^{\text{lines}}$  nimmt wieder ab.

Im umgekehrten Fall (A2), bei dem die Rotation nach außen stärker anwächst als bei der starren Rotation, ist  $g_\Phi^{\text{lines}}$  positiv. In unserem Beispiel steigt  $v_r$  bis etwa  $2 \dots 2.5 R_*$  schneller als  $v_\Phi$  an, und für größere Radien überwiegt dann die Rotation die radiale Expansion. Die Überlagerung der konkurrierenden Geschwindigkeitskomponenten  $v_r$  und  $v_\Phi$  bedingt das Maximum von  $g_\Phi^{\text{lines}}$  bei etwa  $1.7 R_*$ , wo sich die durch  $v_r$  bedingte Asymmetrie in den lokalen Geschwindigkeitsgradienten am stärksten bemerkbar macht.  $g_\Phi^{\text{lines}}$  sinkt für größere Radien wieder ab, da dort  $v_r \ll v_\Phi$  gilt, und  $v_r$  zu klein ist, um die Symmetrie des  $v_\Phi$ -Feldes effektiv beeinflussen zu können.

Diese einfachen Testrechnungen veranschaulichen auch die Größenordnung von  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$ , die nur wenige hundert  $\text{cm s}^{-2}$  beträgt und somit um bis zu einem Faktor  $\sim 100$  kleiner als die entsprechende Radialkomponente  $g_r^{\text{lines}}$  ist (siehe Abb. 4.9 für die Modelle P1, P2, A1). Darüber hinaus liefert das bezüglich  $\Theta$  exakt antisymmetrische Verhalten von  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_r^{\text{lines}}$  für Modell P1 bzw. P2 einen Eindruck der Qualität der zur Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung durchgeführten numerischen Integration über den Raumwinkel  $\Omega_c$ .

Zusammenfassend läßt sich feststellen: Die verallgemeinerte Formulierung der Linienstrahlungsbeschleunigung für Sternwinde mit beliebigen 3-D Geschwindigkeitsfeldern führt zu nichtradialen Komponenten  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$ . Diese sind betragsmäßig wesentlich kleiner als die radiale Komponente  $g_r^{\text{lines}}$  und haben ihren physikalischen Ursprung in der Asymmetrie der lokalen Richtungsableitungen des Geschwindigkeitsfeldes.  $g_\Theta^{\text{lines}}$  ist im wesentlichen durch den polaren Gradienten  $\partial v_r / \partial \Theta$  bestimmt, was im Falle einer *schnelleren polaren Ausströmung* ein negatives  $g_\Theta^{\text{lines}}$  bedingt und *dem Kompressionsmechanismus entgegenwirken* sollte. Im umgekehrten Fall (schnellere Ausströmung in der Äquatorebene) ist eine Verstärkung der Kompression zu erwarten.

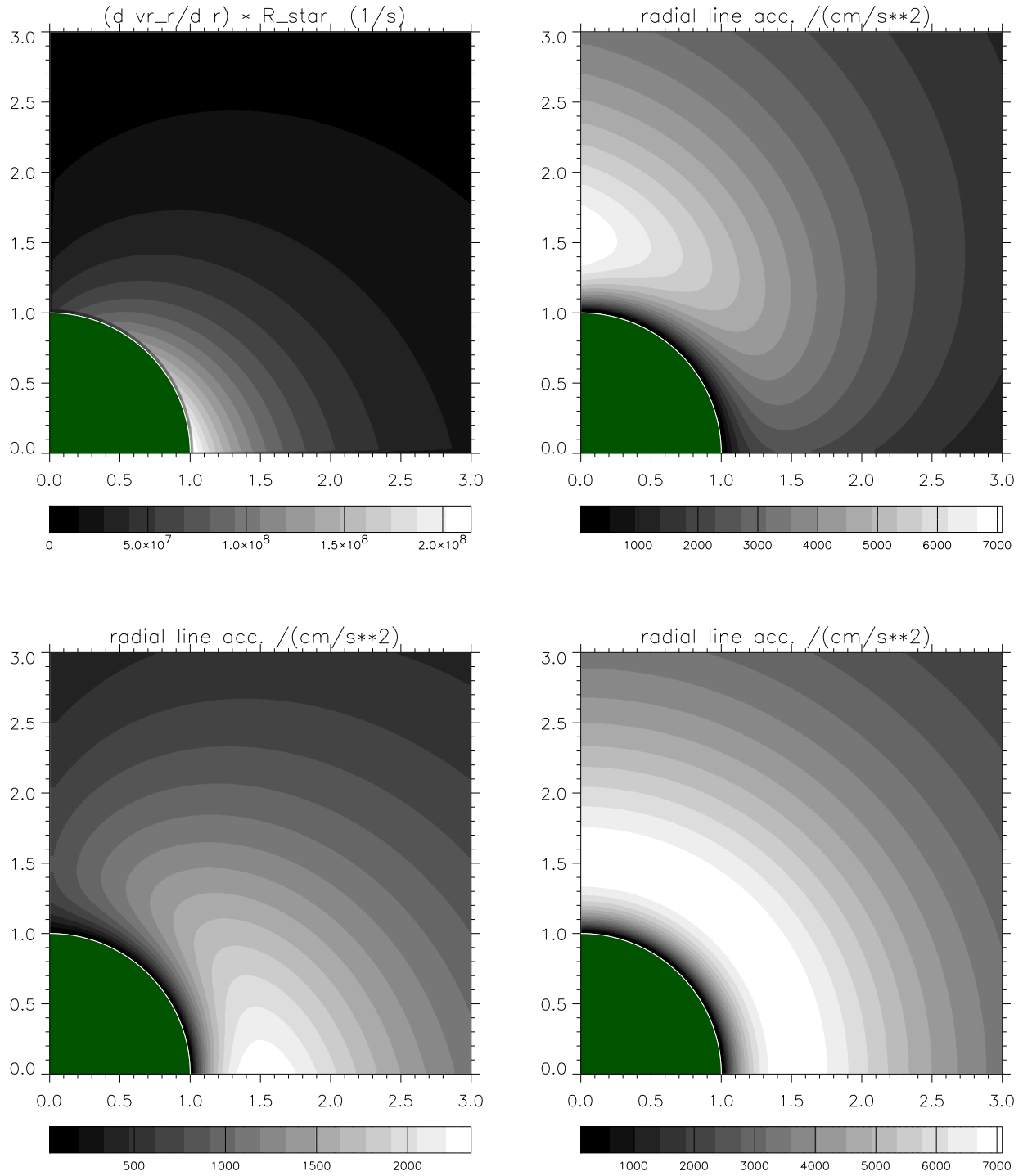


Abbildung 4.9: Oben:  $\partial v_r / \partial r$  für Modell P2 ( $\partial v_r / \partial \Theta > 0$ ) (links);  
 $g_r^{\text{lines}}$  für Modell P1 ( $\partial v_r / \partial \Theta < 0$ ) (rechts).  
 Unten:  $g_r^{\text{lines}}$  für Modell P2 ( $\partial v_r / \partial \Theta > 0$ ) (links);  
 $g_r^{\text{lines}}$  für Modell A1 (Drehimpulserhaltung,  $\partial v_\Phi / \partial r < v_\Phi / r$ ) (rechts)

ten.

Die entscheidende Voraussetzung für das Entstehen einer azimuthalen Linienstrahlungsbeschleunigung ist die Überlagerung des azimuthalen mit dem radialen Geschwindigkeitsfeld, wodurch erst asymmetrische Richtungsgradienten des Geschwindigkeitsfeldes ermöglicht werden. Die Richtung der azimuthalen Beschleunigung  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  ist dann durch die *radiale Abhängigkeit von  $v_{\Phi}$*  bestimmt. Fällt  $v_{\Phi}$  mit dem Abstand zum Stern ab oder steigt  $v_{\Phi}$  langsamer als im Fall der starren Rotation, so ist  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  negativ und die *Rotation des Windes wird abgebremst*. Steigt  $v_{\Phi}$  schneller mit  $r$  als in einem starr rotierenden Wind, so ist eine *Beschleunigung der Windrotation* zu erwarten.

### 4.3 Gravity Darkening

Die stellare Rotation bedingt einen weiteren physikalischen Effekt, das *Gravity Darkening*. Wie bereits in der Einleitung erwähnt, versteht man darunter die Variation der stellaren Oberflächentemperatur von Pol zu Äquator. Im folgenden wollen wir den physikalischen Ursprung dieses Phänomens diskutieren.

#### 4.3.1 Deformation der Sternoberfläche

Betrachtet man einen rotierenden Stern als selbstgravitierendes Objekt, so gibt es mehrere Möglichkeiten, seine Oberflächengestalt in Abhängigkeit der Rotationsrate zu bestimmen.

Zum einen wäre es möglich, den Stern als einen *flüssigen Körper* mit konstanter Dichte  $\rho$  zu betrachten. Der klassische Ansatz, dieses Problem zu behandeln, geht davon aus, daß es sich bei diesem Körper um einen *starr rotierenden* handelt, d.h.  $\omega(r) = \text{const.} = \omega$ . Der rotierende Körper besitzt dabei ein Zentrifugalpotential  $V^{\text{cent}} = -s^2 \omega^2 / 2$  ( $s$ : Abstand zur Rotationsachse) mit  $\vec{g}^{\text{cent}} = -\nabla V^{\text{cent}}$  und ein Gravitationspotential  $\Phi^{\text{grav}}$  mit  $\vec{g}^{\text{grav}} = -\nabla \Phi^{\text{grav}}$ . Aufgrund der hydrostatischen Gleichung muß auf der Sternoberfläche für das Potential  $\Phi$  gelten:  $\Phi = \Phi^{\text{grav}} + V^{\text{cent}} = \text{const.}$ , d.h. es handelt sich um eine *Äquipotentialfläche*, auf der die lokale Schwerebeschleunigung ( $|\vec{g}^{\text{grav}} + \vec{g}^{\text{cent}}| = g_{\perp}$ ) senkrecht steht. Die Hauptschwierigkeit bei der Lösung dieses Problems liegt in der Bestimmung des Gravitationspotentials  $\Phi^{\text{grav}}$ , das wiederum von der Form der Oberfläche abhängt. Eine Zusammenstellung der wichtigsten Resultate theoretischer Studien findet sich in Kippenhahn & Weigert (1990 (KW), S. 428 ff.).

Da nun die Flüssigkörperrnäherung mit konstanter Dichte eine ungeeignete Näherung für reale Sterne darstellt, kann man zur Bestimmung von  $\Phi^{\text{grav}}$  das andere Extrem wählen und davon ausgehen, daß sich die gesamte gravitierende Masse des Sterns in seinem Zentrum befindet. Dies ist die *Roche-Näherung*, in der man annimmt, daß das Gravitationspotential das gleiche ist, als ob die gesamte stellare Masse im Zentrum konzentriert wäre, und damit nur einen gravitativen Monopol besitzt:

$$\Phi^{\text{grav}} = -\frac{GM}{r} \quad (4.66)$$

Eine weitere Verbesserung bei der Beschreibung der Struktur des Sterninneren liefern *Polytrope*, die der *Polytopen-Relation*  $p = K\rho^{\gamma}$  ( $K$ : polytropische Konstante,  $\gamma$ : Polytropenexponent) genügen (siehe KW, S. 174 ff.). Wie jedoch eine Untersuchung von Orlov (1961) gezeigt hat, liefert die Mitberücksichtigung der entsprechenden Multipolterme im Potential eine relative Änderung der Oberflächenform um weniger als 1 % im Vergleich zu der unter Annahme des

Roche-Modelles berechneten. Aus diesem Grunde beschränken wir uns für die weitere Darstellung auf dieses Modell. Damit werden auch Multipolterme höherer Ordnung außerhalb des Sterns vernachlässigt, die jedoch als wesentlich kleiner als der Monopol betrachtet werden können.

In Polarkoordinaten  $(\Theta, r)$  lauten die polare und radiale Beschleunigungskomponente

$$g_{\Theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \Theta} = \omega^2 r \sin \Theta \cos \Theta \quad (4.67)$$

$$g_r = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} = -\frac{GM_*}{r^2} + \omega^2 r \sin^2 \Theta. \quad (4.68)$$

Das Potential, das diesen Ausdrücken genügt, lautet für einen starr rotierenden Stern mit Winkel Frequenz  $\omega$

$$\Phi(\Theta, r) = -\frac{GM_*}{r} - \frac{\omega^2 r^2 \sin^2 \Theta}{2} \quad (4.69)$$

Aus der hydrostatischen Gleichung

$$\nabla p = -\rho \vec{g} \quad (4.70)$$

folgt, daß  $\nabla p$  parallel zu  $-\nabla \Phi$  ist. Also ist der Druck  $p$  konstant auf Äquipotentialflächen  $\Phi = \text{const.}$  und eine nur von  $\Phi$  abhängige Funktion  $p = p(\Phi)$ . Mit  $\rho = -dp/d\Phi$  ist  $\rho$  ebenfalls eine Funktion nur von  $\Phi$ . Für ein *ideales Gas* ist  $T/\mu_{\text{mol}} = p/(\rho R)$  (mit der Gaskonstante  $R$  und dem dimensionslosen mittleren Molekulargewicht  $\mu_{\text{mol}}$ ) ebenfalls eine Funktion von  $\Phi$ . In einem chemisch homogenen Stern ( $\mu = \text{const.}$ ) gilt dies auch für die Temperatur:  $T = T(\Phi)$ .

Man beachte, daß im Potential in Gl. (4.69) keinerlei Strahlungsbeschleunigungen mitberücksichtigt sind. Wir werden im folgenden die Thomson-Streuung in einem gemittelten Sinne berücksichtigen, indem wir anstatt der Sternmasse  $M_*$  die *effektive* Masse  $M_{\text{eff}} = M_*(1 - \Gamma)$  verwenden. Für eine Diskussion dieses Ansatzes sei auf Kap. 4.3.2, S. 67 verwiesen.

Definiert man nun die Sternoberfläche als Äquipotentialfläche gemäß

$$\Delta \Phi[\Theta, R_*(\Theta)] \equiv \Phi(0, R_p) - \Phi(\Theta, R_*(\Theta)) \equiv 0, \quad (4.71)$$

mit dem polaren Radius  $R_p$ , der als konstant angenommen wird und damit eine Eingabegröße darstellt, so erhält man mit dem Äquatorradius  $R_{\text{eq}} = v_{\text{rot}}/\omega$  aus Gl. (4.69/4.71):

$$-1 + R_p/R_*(\Theta) + w_0 \sin^2 \Theta (R_*^2(\Theta)/R_{\text{eq}}^2) = 0, \quad (4.72)$$

mit  $w_0 = v_{\text{rot}}^2 R_p / (2 G M_{\text{eff}})$ . Da für  $\Theta = 90^\circ$  gilt, daß  $R_*(\Theta) = R_{\text{eq}}$ , folgt

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_p}{1 - w_0}, \quad (4.73)$$

und damit aus Gl. (4.72) die kubische Gleichung:

$$1 - R_*(\Theta)/R_p + w_0 (1 - w_0)^2 \sin^2 \Theta (R_*(\Theta)/R_p)^3 = 0. \quad (4.74)$$

Diese kann mittels der Cardanischen Formel gelöst werden, und man erhält:

$$R_*(\Omega, \Theta) = \frac{3R_p}{\Omega \sin \Theta} \cos \left( \frac{\pi + \arccos(\Omega \sin \Theta)}{3} \right). \quad (4.75)$$

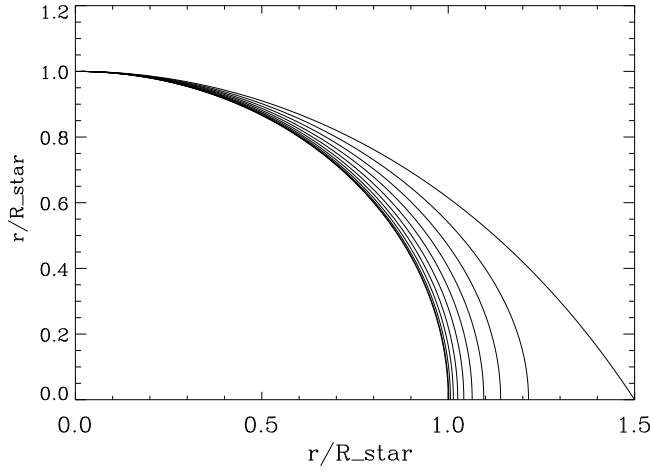


Abbildung 4.10: Oberfläche eines rotierenden Sternes in der Roche-Näherung für  $\Omega = 0 \dots 1$ . Für benachbarte Kurven beträgt die Differenz in  $\Omega$  0.1.

$\Omega$  ist die normierte stellare Winkelfrequenz:

$$\Omega \equiv \frac{\omega}{\omega_{\text{crit}}} = \frac{1}{\omega_{\text{crit}}} \frac{v_{\text{rot}}}{R_{\text{eq}}}, \quad (4.76)$$

$\omega_{\text{crit}} = (8GM_{\text{eff}}/(27R_{\text{p}}^3))^{1/2}$  bezeichnet die kritische Winkelfrequenz, bei der am Äquator  $\vec{g} = 0$  gilt. Abbildung 4.10 zeigt die Oberfläche eines rotierenden Sternes in der Roche-Näherung für verschiedene Werte von  $\Omega$ . Die Verformung der Sternoberfläche nimmt *nichtlinear* mit  $\Omega$  zu und erreicht Werte über 10% erst bei  $\Omega \gtrsim 0.7$ .

Man beachte, daß sich  $\omega_{\text{crit}}$  von dem in Gl. (4.4) und (4.8) verwendeten Wert für einen sphärischen Stern  $\omega_{\text{crit, (spherical)}} \equiv v_{\text{crit}}/R_{\text{p}}$  unterscheidet. Bei Definition dieser Größe hatten wir die Oberflächendeformation vernachlässigt.

Die Normalbeschleunigung auf der Sternoberfläche lautet in Abhängigkeit von  $\Omega$ :

$$\begin{aligned} g_{\perp}(\Omega, \Theta) &= \sqrt{g_r^2(\Omega, \Theta) + g_{\Theta}^2(\Omega, \Theta)} \\ &= \frac{GM_{\text{eff}}}{R_{\text{p}}^2} \frac{8}{27} \left[ \left( \frac{27}{8} \frac{1}{\xi^2} - \xi \Omega^2 \sin^2 \Theta \right)^2 + \Omega^4 \xi^2 \sin^2 \Theta \cos^2 \Theta \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (4.77)$$

wobei die einzelnen Komponenten lauten:

$$g_{\Theta} = \frac{GM_{\text{eff}}}{R_{\text{p}}^2} \frac{8}{27} \Omega^2 \xi \sin \Theta \cos \Theta, \quad (4.78)$$

$$g_r = \frac{GM_{\text{eff}}}{R_{\text{p}}^2} \frac{8}{27} \left( \frac{27}{8} \frac{1}{\xi^2} - \xi \Omega^2 \sin^2 \Theta \right), \quad (4.79)$$

mit dem normierten Sternradius  $\xi \equiv R_{\star}(\Theta)/R_{\text{p}}$ . Dieser Ausdruck hängt über  $\Omega$  und  $\xi$  auch implizit von  $(1 - \Gamma)$  ab.

### 4.3.2 Polarwinkelabhängigkeit des Strahlungsflusses

Schätzt man die freie Weglänge eines Photons im Sterninnern gemäß  $l_{\text{ph}} = 1/(\kappa\rho)$  für das Sterninnere ab, so ergibt sich typischerweise  $l_{\text{ph}}/R_* \approx 10^{-11} \dots 10^{-10}$  (vgl. KW, Gl. (5.2)), d.h. die freie Weglänge eines Photons ist verschwindend klein im Vergleich zu charakteristischen stellaren Weglängen, und der Energietransport kann als Diffusionsprozeß behandelt werden. Der Diffusionsstrom (pro Einheitsfläche und Zeit)  $\vec{j}$  zwischen Orten verschiedener Teilchendichte  $n$ ,

$$\vec{j} = -D \nabla n, \quad D = \frac{1}{3} \langle v \rangle l_{\text{p}} \quad (4.80)$$

( $D$ : Diffusionskoeffizient,  $\langle v \rangle$ : mittlere Teilchengeschwindigkeit,  $l_{\text{p}}$ : mittlere freie Weglänge der Teilchen) läßt sich nun mit dem diffundierenden Strahlungsstrom  $\vec{F}$  gleichsetzen.  $n$  ist durch die Strahlungsstromdichte  $U$ ,

$$U = a_{\text{R}} T^4 \quad (4.81)$$

(Strahlungskonstante  $a_{\text{R}} = 8\pi^5 k_{\text{B}}^4 / (15c^3 h^3)$ , Strahlungstemperatur  $T$ ),  $v$  durch die Lichtgeschwindigkeit  $c$  und  $l_{\text{p}}$  durch  $l_{\text{ph}}$  zu ersetzen. Mit  $\nabla U = 4a_{\text{R}} T^3 \nabla T$  folgt aus Gl. (4.80) und (4.81):

$$\vec{F} = - \underbrace{\frac{4a_{\text{R}} c}{3} \frac{T^3}{\kappa\rho}}_{k_{\text{rad}}} \nabla T \quad (4.82)$$

Formal gesehen kann man diese Gleichung als eine Wärmeleitungsgleichung mit dem Konduktionskoeffizienten  $k_{\text{rad}} = (4a_{\text{R}} c / 3) (T^3 / \kappa\rho)$  betrachten.

Wie oben gezeigt, ist sowohl die Dichte  $\rho$  als auch die Temperatur in der Näherung eines homogenen idealen Stern gases eine Funktion des Potentials  $\Phi$ , d.h.  $\nabla T = (dT/d\Phi) \nabla \Phi$ . Da  $\kappa(\rho, T) = \kappa(\Phi)$  und für eine nach innen ansteigende Temperaturschichtung gilt, daß  $dT/d\Phi < 0$ , erhalten wir mit  $\vec{g}_{\text{eff}} = -\nabla \Phi$ ,  $\Phi = \Phi^{\text{grav}} + V^{\text{cent}}$ :

$$\vec{F} = \frac{4a_{\text{R}} c}{3\kappa\rho} \frac{dT}{d\Phi} \vec{g}_{\text{eff}} = -\kappa(\Phi) \vec{g}_{\text{eff}}, \quad (4.83)$$

Also ist der an der Oberfläche austretende Strahlungsfluß proportional zum Betrag der normalen Oberflächenbeschleunigung  $g_{\perp} = |\vec{g}_{\text{eff}}|$ .

Da nun sowohl die Dichte als auch der Druck eine reine Funktion des Potentials  $\Phi$  sind, gilt  $\rho = \rho(p)$ . Man bezeichnet allgemein ein Dichtefeld, bei dem Druck- und Dichteflächen diese Abhängigkeit besitzen, als *barotropes* Feld (im Gegensatz zu baroklinen Dichtefeldern, für die gilt:  $\rho = \rho(p, T)$  (vgl. Hann-Süring II, S. 533)). Fordert man die Energieerhaltung (im stationären Zustand bei völligem thermodynamischen Gleichgewicht), so erhält man:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{F} &= -\frac{d\kappa}{d\Phi} (\nabla \Phi)^2 - \kappa(\Phi) \Delta \Phi \\ &= -\frac{d\kappa}{d\Phi} (\nabla \Phi)^2 - \kappa(\Phi) \left( 4\pi G \rho - \frac{1}{r} \frac{d(r^2 \omega^2)}{dr} \right) = \varepsilon \rho, \end{aligned} \quad (4.84)$$

wobei  $\varepsilon$  die freigesetzte Energie pro Einheitsmasse bezeichnet und die Poisson-Gleichung  $\Delta \Phi^{\text{grav}} = 4\pi G \rho$  verwendet wurde.

Diese Gleichung kann aber im allgemeinen nicht erfüllt werden. Betrachtet man einen chemisch homogenen Stern, so sind  $p$ ,  $\rho$  und  $T$  auf den Äquipotentialflächen konstant. Das gleiche gilt somit für die Ausdrücke  $\varepsilon\rho$  und  $4\pi G\rho$ , aber nicht für die beiden restlichen Terme auf der rechten Seite, die sich im allgemeinen nicht gegenseitig aufheben. Somit können die Bedingungen für den Strahlungstransport und die Energieerhaltung nicht gleichzeitig erfüllt werden. Dies ist die Aussage des *von Zeipel-Theorems*. Also muß es im Stern zum einen Regionen geben, die abkühlen, da mehr Energie abgestrahlt als thermonuklear erzeugt wird, und zum anderen solche, die aufgeheizt werden. Diese Temperaturdifferenzen erzeugen Auftriebskräfte, die *meridionale Zirkulationen* verursachen (Eddington 1925, Sweet 1950, siehe KW, 42.3, S. 437 ff.). Deren Zeitskalen sind aber im allgemeinen viel zu groß, um den Strahlungsfluß merklich beeinflussen zu können, d.h. die Abweichung von der barotropen Schichtung kann als Störung behandelt werden. Aus diesem Grund bezeichnet man derartige rotierende Sterne mit radiativ dominierten Hüllen auch als *Pseudo-Barotrope*.<sup>1</sup>

Mit

$$F(\Theta) = \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta), \quad (4.85)$$

und der Annahme, daß die *Leuchtkraft unter der Rotation erhalten* bleibt, folgt:

$$L_* = \sigma_B \int_A T_{\text{eff}}^4(\Theta) dA = \sigma_B \int_A C(\omega) g_{\perp}(\omega) dA, \quad (4.86)$$

mit

$$C(\omega) g_{\perp}(\omega, \Theta) = T_{\text{eff}}^4(\Theta). \quad (4.87)$$

$C(\omega)$  ist die von Zeipel-Konstante

$$C(\omega) = \frac{L_*}{\sigma_B} \left[ \int_A g_{\perp} dA \right]^{-1} = \frac{L_*}{\sigma_B} \Sigma^{-1}, \quad (4.88)$$

wobei  $\Sigma$  den oberflächenintegrierten Wert von  $g_{\perp}$  bezeichnet und durch

$$\Sigma = \oint_A g_{\perp}(\omega, \Theta) dA = 2\pi \int_0^{\pi} g_{\perp} \left( \frac{R_*^2(\Theta) \sin \Theta d\Theta}{-g_r/g_{\perp}} \right), \quad (4.89)$$

gegeben ist.

Die zweite Identität in Gl.(4.89) folgt aus der Tatsache, daß sich ein Flächenelement der asphärischen Roche-Oberfläche zu

$$dA(\text{asphärisch})(\Theta) = \frac{dA(\text{sphärisch})(\Theta)}{\cos(d\vec{A}, \vec{e}_r)} = \frac{R_*(\Theta) \sin \Theta d\Theta d\Phi}{g_r/g_{\perp}} \quad (4.90)$$

---

<sup>1</sup>vgl. Tassoul (1978), S. 80: Barokline Sterne, die starr rotieren und als Pseudo-Barotrope bezeichnet werden, sind durch folgende Eigenschaften beschrieben: (1) die effektive Schwerkraft kann aus einem Potential abgeleitet werden, (2) die effektive Schwerkraft ist senkrecht orientiert zu Flächen konstanter Dichte (isopyknische Flächen), (3) isobare und isopyknische Flächen fallen zusammen.



ergibt, wobei das asphärische Flächenelement um den Winkel  $\arccos(\cos(d\vec{A}, \vec{e}_r))$  gegenüber dem sphärischen geneigt ist, und  $g_r = g_\perp \cos(d\vec{A}, \vec{e}_r)$  gilt.

Die in Gl. (4.86) gemachte Annahme, daß die Leuchtkraft eines Sterns unter der Rotation erhalten bleibt, ist nicht ganz korrekt, da aufgrund der Zentrifugalbeschleunigung die effektive Gravitation und damit die Temperatur im Sterninneren abgesenkt wird. Somit besitzt ein rotierender Stern eine etwas geringfügigere Leuchtkraft, die allerdings bei starr rotierenden radiativ dominierten Sternen selbst bei kritischer Rotationsgeschwindigkeit um maximal 5...10 % abgesenkt wird (Papaloizou & Whelan 1973). Ein größerer Effekt ergibt sich für konvektive Sternhüllen, deren Leuchtkraft bei kritischer Rotation um 15 bis 35% reduziert werden kann. (Allerdings betrachten die Autoren dieses Ergebnis als ein sehr unsicheres, da es von einer Vielzahl allenfalls größenordnungsmäßig bekannter Parameter wie der chemischen Zusammensetzung und der sogenannten Mischungsweglänge abhängt.)

An dieser Stelle sei angemerkt, daß die oben diskutierte Behandlung des Gravity Darkening von einer *strahlungsdominierten Sternhülle* ausgeht, wie sie bei den hier behandelten heißen Sternen vorliegt. Um die Strahlungsprozesse in der Diffusionsnäherung beschreiben zu können, muß man eine äußere Atmosphärenscheicht voraussetzen können, die *stabil gegen Konvektion* ist. Ist dies nicht der Fall, so ändert sich die Proportionalität  $T_{\text{eff}}(\Theta) \sim g_{\text{eff}}^{0.25}$ . Das Gravity Darkening im Falle konvektiver Sterne ist ein weit weniger verstandenes Phänomen als für Sterne mit radiativen Hüllen und seine Beschreibung hängt von einer Vielzahl physikalischer Prozesse ab. Während Lucy (1967) für das Gravity Darkening bei konvektiven Hüllen anstatt  $T_{\text{eff}}(\Theta) \sim g_{\text{eff}}^{0.25}$  die Proportionalität  $T_{\text{eff}}(\Theta) \sim g_{\text{eff}}^{0.08}$  vorschlägt, stellen Anderson & Shu (1977) dieses Ergebnis in Frage und finden überhaupt keinen Gravity Darkening-Effekt für gewöhnliche konvektive Sterne. Dabei nehmen sie in Analogie zur Ableitung von Gl. (4.83) an, daß  $p$ ,  $\rho$ ,  $\mu_{\text{mol}}$  und  $T$  Funktionen nur von  $\Phi$  sind und leiten den Strahlungsfluß im Rahmen der Mischungsweglängen-Theorie ab. Als Schwachpunkt in der bisherigen theoretischen (und auch ihrer) Behandlung betrachten die Autoren die bislang nicht genau verstandene Wechselwirkung von schneller Rotation und Konvektion. Osaki (1970) untersuchte den Energietransport in der konvektiven Hülle, indem er näherungsweise starre Rotation annahm und die meridionale Zirkulation für den konvektiven Energietransport vernachlässigte. Letzteren behandelte er im Rahmen der Mischungsweglängen-Theorie. Dabei ergibt sich der Exponent des Gravity Darkening-Gesetzes als Eigenwert der Gleichung, die die polarwinkelabhängige Entropie beschreibt.

Insgesamt betrachtet existiert noch keine einheitlich akzeptierte Beschreibung dieses Phänomens im Falle konvektiver Sternhüllen, da die verschiedenen Autoren die Relevanz der beitragenden physikalischen Prozesse unterschiedlich einschätzen.

Mit Gl. (4.87), (4.88) und (4.89) sind wir jetzt in der Lage,  $g_\perp(\Theta)$  und  $T_{\text{eff}}(\Theta)$  für jeden beliebigen Punkt auf der Sternoberfläche zu berechnen. Um nun Modelle mit Gravity Darkening mit solchen, bei denen dieses nicht berücksichtigt wird, vergleichen zu können, benötigen wir noch *gemittelte Werte* für den Sternradius  $R_\star^{\text{av}}$ , die Normalbeschleunigung  $g_\perp^{\text{av}}$  und die Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$ , die gemittelten Werten für eine „unverzernte“ sphärische 1-D Sternatmosphäre entsprechen. Diese Parameter lassen sich leicht bestimmen, wenn man von der gleichen Leucht-

kraft für den rotierenden und nichtrotierenden Stern ausgeht:

$$L_* = \oint_A \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta) dA = 4\pi \int_0^{\pi/2} \sin \Theta R_*^2(\Theta) \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta) d\Theta =: 4\pi (R_*^{\text{av}})^2 \int_0^{\pi/2} \sin \Theta \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta) d\Theta. \quad (4.91)$$

Also ergibt sich für den gemittelten Radius

$$R_*^{\text{av}} = L_*^{1/2} \left( 4\pi \int_0^{\pi/2} \sin \Theta \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta) d\Theta \right)^{-1/2}, \quad (4.92)$$

und unter Verwendung von

$$L_* = 4\pi (R_*^{\text{av}})^2 \sigma_B (T_{\text{eff}}^{\text{av}})^4 \quad (4.93)$$

kann man nach  $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$  auflösen. Der mittlere Wert von  $g_{\perp}$  lautet:

$$g_{\perp}^{\text{av}} = \frac{GM_*}{(R_*^{\text{av}})^2}. \quad (4.94)$$

**Nochmals: Gravity Darkening und Thomson-Streuung.** Nachdem wir durch die bisherigen Herleitungen ein Verständnis für die physikalischen Zusammenhänge gewonnen haben, wollen wir die Annahme einer *gemittelten* Beschreibung der Thomsonstreuung diskutieren. Wie aus Gl. (4.88) ersichtlich ist, hängt die von Zeipel-Konstante  $C(\omega)$  und damit nach Gl. (4.87) auch die Oberflächentemperatur  $T_{\text{eff}}(\Theta)$  von der oberflächenintegrierten Normalbeschleunigung  $\Sigma$  (Gl. (4.89)) ab. Die einzelnen Beiträge zu  $\Sigma$  sind durch die lokalen Werte von  $g_{\perp}(\Theta) = g_{\perp}^{\text{grav}}(\Theta) + g_{\perp}^{\text{Th}}(\Theta)$  gegeben, wobei  $g_{\perp}^{\text{Th}}(\Theta)$  wiederum von  $T_{\text{eff}}(\Theta)$  abhängt. Die Oberflächenbeschleunigung hängt über  $\vec{g} = -\nabla\Phi$  mit dem Potential  $\Phi$  zusammen, mit dessen Hilfe man über die Äquipotentialbedingung (Gl. (4.71)) die Oberfläche  $R_*(\Theta)$  (Gl. (4.75)) bestimmen kann. Die oben dargestellte Berechnung von  $R_*(\Theta)$  ist insofern unproblematisch, da das Potential  $\Phi$  nur eine Funktion der Form  $\Phi(\Theta, r)$  ist und mühelos aus den lokalen Beschleunigungen  $g_r$  und  $g_{\Theta}$  abgeleitet werden kann. Bei einer konsistenten Berücksichtigung der Thomsonbeschleunigung ändert sich dies, denn das Potential besitzt in diesem Fall die Form  $\Phi(\Theta, r, T_{\text{eff}}(\Theta))$ , wobei  $T_{\text{eff}}(\Theta)$  über  $\Sigma$  von den Eigenschaften *an allen anderen Punkten der Oberfläche des Sterns* abhängt. Um dieses Problem zu behandeln, müßte man  $\vec{g} = -\nabla\Phi$  mit der Äquipotentialbedingung  $\Delta\Phi \equiv 0$ , Gl. (4.87, 4.88) für die von Zeipel-Konstante  $C(\omega)$  und Gl. (4.89) für  $\Sigma$  iterativ lösen. Der dafür erforderliche technische Aufwand wäre nicht unerheblich. Wie wir in Kap. 1.3.2, S. 18 dargestellt haben, herrscht momentan auch noch keine Klarheit über die Beschaffenheit der Sternoberfläche aus Sicht der Sternentwicklungstheorie, weshalb wir im Rahmen dieser Arbeit die Näherung einer mittleren Thomsonstreuung zur Berechnung von  $R_*(\Theta)$  akzeptieren werden.

Diese Näherung ist auf jeden Fall unproblematisch, solange die Thomsonbeschleunigung im Vergleich zur Gravitationsbeschleunigung verhältnismäßig klein ist, so z.B. für Hauptreihensterne. Für extreme Überriesen wie  $\zeta$  Puppis ( $\Gamma \approx 0.5$ ) läßt sich der maximale Fehler wie folgt abschätzen: Bei einer Rotationsgeschwindigkeit von beispielsweise  $250 \text{ km s}^{-1}$  ergibt sich mit

Hilfe des oben entwickelten Formalismus am Pol  $T_{\text{eff}} = 43838$  K und am Äquator  $T_{\text{eff}} = 38008$  K. Die entsprechenden lokalen 1-D Werte von  $\Gamma = g^{\text{Th}}/g^{\text{grav}}$  betragen somit  $\Gamma(\text{Pol}) = 0.59$  und  $\Gamma(\text{Äquator}) = 0.34$ , d.h. durch ein mittleres  $\Gamma = 0.5$  würde die Thomsonstreuung am Pol um 18% unter- und am Äquator um 49% überschätzt werden. Allerdings stellt diese Abschätzung einen mit Sicherheit nicht realisierten Extremfall dar, da am Pol (Äquator) aufgrund der stärkeren (schwächeren) Thomsonstreuung an der Oberfläche die effektive Beschleunigung sinken (steigen) würde. Aufgrund der Proportionalität  $g_{\text{eff}} \sim T_{\text{eff}}^4$  würde die Temperatur am Pol (Äquator) wieder sinken (steigen), was folglich zu einer reduzierten (verstärkten) Thomson-Beschleunigung führen würde.

Die neueste Untersuchung des Gravity Darkening für heiße, massereiche Sterne von Maeder (1999) auf der Basis neuester detaillierter 2-D Sternaufbau-Modelle liefert eine Modifikation des Gravity Darkening im Vergleich zu unserer vereinfachten Formulierung um weniger als 10%.

Angesichts der generellen theoretischen Unsicherheiten und der beiden zuletzt genannten Aspekte erscheint die Annahme eines mittleren Wertes für  $\Gamma$  für prinzipielle Studien vertretbar. In späteren Arbeiten sollte diese Problematik gegebenenfalls noch detaillierter untersucht werden, insbesondere im Fall rotierender Überriesen.

### 4.3.3 Ergebnisse für Modelle mit Gravity Darkening

Durch Anwendung der oben beschriebenen Methode erhalten wir für drei verschiedene exemplarische Sternmodelle die in Tabelle 4.1 - 4.3 aufgelisteten Ergebnisse: Ein Blick auf die Tabelle zeigt, daß im Falle der O-Sterne die Deformation am Äquator für geringe Rotationsraten ( $v_{\text{rot}} \lesssim 150 \text{ km s}^{-1}$ ) weniger als 5% beträgt. Falls  $v_{\text{rot}} \sim 300 \text{ km s}^{-1}$  übersteigt, erreicht die Deformation Werte um mehr als 20%. Bei unserem speziellen Beispiel handelt es sich aber um einen O-Überriesen, der einen Extremfall mit  $\Gamma = 0.5$  und  $v_{\text{crit}} = 420 \text{ km s}^{-1}$  darstellt. Die kritische Rotationsgeschwindigkeit für O-Hauptreihensterne mit den höchsten beobachteten Rotationsraten liegt deutlich über  $500 \text{ km s}^{-1}$ . Für  $v_{\text{rot}} \lesssim 250 \text{ km s}^{-1}$  ist die Differenz in  $\log g_{\perp}$  und  $T_{\text{eff}}$  zwischen Pol ( $T_{\text{eff,p}}$ ) und Äquator ( $T_{\text{eff,eq}}$ ) relativ moderat, nämlich  $\lesssim 0.24$  dex in  $\log g_{\perp}$  und  $|T_{\text{eff,eq}} - T_{\text{eff,p}}|/T_{\text{eff,p}} \lesssim 0.13$ . Insbesondere weichen die gemittelten Werte des Sternradius (größer als  $R_{\text{p}}$ , weshalb unter Erhaltung der Leuchtkraft  $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$  kleiner als  $T_{\text{eff,1-D}}$  wird) und der Schwerkraft  $g_{\perp}$  (kleiner als  $g_{\perp,p}$ ) nur unwesentlich von den nominellen Werten bei  $v_{\text{rot}} = 0$  ab.

Das Beispiel für den B2-Hauptreihenstern verdeutlicht, daß im Temperaturbereich um 20000 K bei genügend hohen Rotationsraten  $v_{\text{rot}} \gtrsim 300 \text{ km s}^{-1}$  eine deutliche Temperaturdifferenz zwischen Pol und Äquator von etwa  $\gtrsim 4000$  K auftritt. Diese ist von besonderer Bedeutung, da sich in diesem Temperaturbereich die Ionisationsstruktur im Wind ganz entscheidend ändern und folglich die Winddynamik beeinflussen kann (siehe dazu Kapitel 4.5.2 und 8). Auch zeigen Sterne dieses Spektraltyps besonders häufig hohe Rotationsraten, die in der Größenordnung von  $v_{\text{rot}} \lesssim 0.5 \dots 0.8 v_{\text{crit}}$  liegen können, was in Hinsicht auf das Modell der Windkompression sehr bedeutsam ist (vgl. Kap. 4.1). Da bei Sternen dieses Spektraltyps die Thomson-Streuung wesentlich schwächer ( $\Gamma \lesssim 10^{-2}$ ) ist, ist die Deformation der Oberfläche etwas schwächer ausgeprägt als bei dem O-Überriesen-Modell.

Im Falle der A-Überriesen genügen aufgrund ihrer geringen Schwerkraft bereits absolut gesehene kleine Rotationsraten, um eine deutlich Temperaturdifferenz zwischen Pol und Äquator zu erreichen. Allerdings beobachtet man bei diesen Objekten im allgemeinen nur geringe Werte von

Tabelle 4.1: Sternparameter und ihre gemittelten Werte als Funktion der Rotationsgeschwindigkeit. Äquatorradius  $R_{\text{eq}}$  und gemittelter Radius  $R_{\text{av}}^*$  in Einheiten von  $R_{\text{p}}$ , Effektivtemperaturen am Pol  $T_{\text{eff,p}}$ , am Äquator  $T_{\text{eff,eq}}$  und gemittelte Effektivtemperaturen  $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$  in K,  $v_{\text{rot}}$  in  $\text{km s}^{-1}$ .  $g_{\perp,\text{eq}}$  bzw.  $v_{\text{esc,eq}}$  bezeichnet die Normalbeschleunigung bzw. Entweichgeschwindigkeit am Äquator.

(1) O-Überriese: Leuchtkraft  $L_{\text{p}} = 10^6 L_{\odot}$ , polare Beschleunigung  $\log g_{\perp,\text{p}} = 3.60$ , Polarradius  $R_{\text{p}} = 19 R_{\odot}$ , Masse  $M_{\text{p}} = 52.5 M_{\odot}$ ,  $\Gamma = 0.5$ ,  $v_{\text{crit}} = 420 \text{ km s}^{-1}$ .

| $v_{\text{rot}}$ | $\log g_{\perp,\text{eq}}$ | $v_{\text{esc,eq}}$ | $R_{\text{eq}}$ | $T_{\text{eff,eq}}$ | $T_{\text{eff,p}}$ | $R_{\text{av}}^*$ | $\log g_{\perp}^{\text{av}}$ | $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$ |
|------------------|----------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|--------------------|-------------------|------------------------------|------------------------------|
| 0                | 3.60                       | 723                 | 1.00            | 42000               | 42000              | 1.00              | 3.60                         | 42000                        |
| 50               | 3.59                       | 718                 | 1.00            | 41865               | 42067              | 1.00              | 3.60                         | 41933                        |
| 100              | 3.57                       | 702                 | 1.02            | 41452               | 42272              | 1.01              | 3.59                         | 41735                        |
| 150              | 3.52                       | 675                 | 1.04            | 40727               | 42624              | 1.03              | 3.58                         | 41410                        |
| 200              | 3.45                       | 635                 | 1.08            | 39624               | 43139              | 1.05              | 3.56                         | 40971                        |
| 250              | 3.35                       | 578                 | 1.14            | 38008               | 43838              | 1.08              | 3.54                         | 40445                        |
| 300              | 3.20                       | 503                 | 1.21            | 35595               | 44737              | 1.11              | 3.51                         | 39887                        |
| 350              | 2.96                       | 395                 | 1.31            | 31653               | 45808              | 1.14              | 3.49                         | 39403                        |

Tabelle 4.2: (2) B2-Hauptreihenstern:  $L_{\text{p}} = 2310 L_{\odot}$ ,  $\log g_{\perp,\text{p}} = 4.11$ ,  $R_{\text{p}} = 4.0 R_{\odot}$ ,  $M_{\text{p}} = 7.5 M_{\odot}$ ,  $\Gamma = 7.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $v_{\text{crit}} = 486 \text{ km s}^{-1}$ .

| $v_{\text{rot}}$ | $\log g_{\perp,\text{eq}}$ | $v_{\text{esc,eq}}$ | $R_{\text{eq}}$ | $T_{\text{eff,eq}}$ | $T_{\text{eff,p}}$ | $R_{\text{av}}^*$ | $\log g_{\perp}^{\text{av}}$ | $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$ |
|------------------|----------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|--------------------|-------------------|------------------------------|------------------------------|
| 0                | 4.11                       | 842                 | 1.00            | 20000               | 20000              | 1.00              | 4.11                         | 20000                        |
| 50               | 4.10                       | 838                 | 1.00            | 19953               | 20024              | 1.00              | 4.11                         | 19977                        |
| 100              | 4.08                       | 825                 | 1.01            | 19809               | 20095              | 1.01              | 4.10                         | 19907                        |
| 150              | 4.05                       | 801                 | 1.03            | 19560               | 20217              | 1.02              | 4.09                         | 19792                        |
| 200              | 4.00                       | 768                 | 1.06            | 19190               | 20394              | 1.04              | 4.07                         | 19634                        |
| 250              | 3.93                       | 723                 | 1.10            | 18672               | 20630              | 1.06              | 4.06                         | 19440                        |
| 300              | 3.84                       | 663                 | 1.14            | 17954               | 20934              | 1.08              | 4.04                         | 19219                        |
| 350              | 3.71                       | 585                 | 1.21            | 16935               | 21308              | 1.11              | 4.02                         | 18991                        |
| 400              | 3.51                       | 479                 | 1.29            | 15387               | 21744              | 1.13              | 4.00                         | 18789                        |
| 450              | 3.12                       | 320                 | 1.40            | 12566               | 22182              | 1.15              | 3.99                         | 18664                        |

Tabelle 4.3: (3) A-Überriese:  $L_{\text{p}} = 2.34 \cdot 10^5 L_{\odot}$ ,  $\log g_{\perp,\text{p}} = 1.00$ ,  $R_{\text{p}} = 200 R_{\odot}$ ,  $M_{\text{p}} = 14.6 M_{\odot}$ ,  $\Gamma = 0.39$ ,  $v_{\text{crit}} = 75 \text{ km s}^{-1}$ .

| $v_{\text{rot}}$ | $\log g_{\perp,\text{eq}}$ | $v_{\text{esc,eq}}$ | $R_{\text{eq}}$ | $T_{\text{eff,eq}}$ | $T_{\text{eff,p}}$ | $R_{\text{av}}^*$ | $\log g_{\perp}^{\text{av}}$ | $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$ |
|------------------|----------------------------|---------------------|-----------------|---------------------|--------------------|-------------------|------------------------------|------------------------------|
| 0                | 1.00                       | 131                 | 1.00            | 9000                | 9000               | 1.00              | 1.00                         | 9000                         |
| 25               | 0.93                       | 123                 | 1.04            | 8769                | 9113               | 1.02              | 0.98                         | 8892                         |
| 50               | 0.68                       | 98                  | 1.17            | 7893                | 9493               | 1.09              | 0.92                         | 8602                         |
| 65               | 0.29                       | 66                  | 1.33            | 6537                | 9864               | 1.14              | 0.89                         | 8427                         |

$v \sin i$ , die deutlich unterhalb  $50 \text{ km s}^{-1}$  liegen. Deshalb ist die Rotation für die Oberflächenge-  
stalt der Sterne dieses Spektraltyps von nur sekundärer Bedeutung.

#### 4.3.4 Konsequenzen des Gravity Darkening auf die Kontinuumsbeschleunigung

Die Konsequenzen des Gravity Darkening für die Gesamtdynamik des Windes werden wir in Kapitel 7.4 anhand der numerischen Modelle diskutieren. Allerdings wird es zum Verständnis dieser Modelle hilfreich sein, wenn wir zuerst das Verhalten der Thomsonbeschleunigung betrachten.

Dazu definieren wir (vgl. CO) den Vektor der sogenannten *oblateness finite-disk*-Korrekturfaktoren (*OFD-Faktoren*), die das Verhältnis der Kontinuumsbeschleunigung für den rotierenden Stern unter Mitberücksichtigung des Gravity Darkening zur rein radialen Kontinuumsbeschleunigung in Punktsternnäherung  $g_{r,1-D}^{\text{cont}}$  (Gl. (4.48)) angeben:

$$\vec{\eta}^c = \frac{\vec{g}^{\text{cont}}}{g_{r,1-D}^{\text{cont}}} = \frac{4\pi r^2}{L_*} \int_{\Omega_c} I^c(\vec{r}, \vec{n}') \vec{n}' d\Omega \quad (4.95)$$

Wir werden im folgenden von einer Sternatmosphäre ausgehen, deren Strahlungsfluß lokal durch die Planckfunktion  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') = B_\nu[T_{\text{eff}}(\Theta)]$  beschrieben werden kann, wobei wir das Limb-Darkening vernachlässigen. Für die Kontinuumsbeschleunigung gilt somit:

$$\vec{g}^{\text{cont}}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} g_\Theta^{\text{cont}} \\ g_\Phi^{\text{cont}} \\ g_r^{\text{cont}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{g}^{\text{cont}} \cdot \vec{e}_\Theta \\ \vec{g}^{\text{cont}} \cdot \vec{e}_\Phi \\ \vec{g}^{\text{cont}} \cdot \vec{e}_r \end{pmatrix} = \frac{\sigma_B}{c} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{\vartheta_*(\varphi)}^\pi \sin \vartheta d\vartheta \frac{\sigma_B T_{\text{eff}}^4(\vec{r}, \vec{n}')}{\pi} \begin{pmatrix} n'_\Theta \\ n'_\Phi \\ n'_r \end{pmatrix} \quad (4.96)$$

Aus Symmetriegründen ist  $g_\Phi^{\text{cont}}$  gleich Null, und die anderen Komponenten von  $\vec{\eta}^c$  lauten:

$$\eta_\Theta^c = \frac{4 \sigma_B r^2}{L_*} \int_{\Omega_c} T_{\text{eff}}^4[(\Theta(\vec{r}, \vec{n}'))] n'_\Theta d\Omega \quad (4.97)$$

$$\eta_r^c = \frac{4 \sigma_B r^2}{L_*} \int_{\Omega_c} T_{\text{eff}}^4[(\Theta(\vec{r}, \vec{n}'))] n'_r d\Omega \quad (4.98)$$

Direkt am Sternrand gehen diese beiden Ausdrücke mit Gl. (4.78, 4.79, 4.87, 4.88) über in

$$\eta_\Theta^c(r = R_*) = \frac{4\pi GM_*}{\Sigma} \left\{ -\frac{8}{27} \left[ \frac{R_*(\Theta)}{R_p} \right]^3 \omega^2 \sin \Theta \cos \Theta \right\}, \quad (4.99)$$

$$\eta_r^c(r = R_*) = \frac{4\pi GM_*}{\Sigma} \left\{ 1 - \frac{8}{27} \left[ \frac{R_*(\Theta)}{R_p} \right]^3 \omega^2 \sin^2 \Theta \right\}. \quad (4.100)$$

Der Vektor der Kontinuumsbeschleunigung ist parallel zum Flußvektor  $\vec{F}$  und damit antiparallel zur lokalen Normalbeschleunigung  $\vec{g}_{\text{eff}}$ . Auf diese Weise ist die *Richtungsabhängigkeit der*

*Thomsonstreuung* im Wind konsistent mitberücksichtigt.

Abb. 4.11 und Abb. 4.12 zeigen das Verhalten dieser beiden Komponenten für ein B2-Stern-Modell, das dem Standardmodell „S-350“ von OCB und CO entspricht, mit  $L_* = 2310 L_\odot$ ,  $T_{\text{eff}} = 20000 \text{ K}$ ,  $R_* = 4.0 R_\odot$ ,  $M_* = 7.5 M_\odot$ ,  $\Gamma_{1-D} = 7.36 \cdot 10^{-3}$ ,  $v_{\text{rot}} = 350 \text{ km s}^{-1}$  (siehe Tab. 4.1).<sup>2</sup>

Wir bestätigen mit dieser Rechnung die Ergebnisse von CO (vgl. CO (Abb. 4)).

Das Verhalten des radialen Terms  $\eta_r^c$  ist im wesentlichen von der Temperatur bestimmt, die am zu  $\vec{r}$  gehörigen Fußpunkt auf der Sternoberfläche herrscht. Da der Pol heißer und der Äquator kühler ist, ist  $\eta_r^c$  größer (kleiner) als 1 über dem Pol (in der Äquatorebene). Diese Temperaturabhängigkeit bestimmt das Verhalten bis zu großen Entfernungen. Für  $r \rightarrow \infty$  wird ein Ort über dem Pol (Äquator) auch von äquatornahen (polnahen) Zonen mitbestrahlt, was eine relative Absenkung (Erhöhung) von  $\eta_r^c$  zur Folge hat. Da aus geometrischen Gründen selbst bei extrem großen Entfernungen von einem Ort über dem Pol aus *niemals* die kühlsste Zone exakt am Äquator „gesehen“ werden kann, ist  $\eta_r^c(\Theta = 0)$  stets größer als 1. (Analoges gilt für  $\eta_r^c$  über dem Äquator).

$\eta_r^c$  verläuft nicht streng monoton mit  $r$ , sondern *steigt für kleine Entfernungen über dem Pol an* und sinkt erst bei etwas größeren Abständen aufgrund des soeben beschriebenen Verhaltens der mittleren Bestrahlung ab. Am Äquator sinkt  $\eta_r^c$  zuerst mit  $r$ , um dann wieder anzusteigen. Dieser Effekt nahe der Sternoberfläche ist durch deren Asphärizität bedingt: Über dem Pol ist die Sternoberfläche schwächer gekrümmt als die eines sphärischen Sterns mit gleichem Radius (vgl. Abb. 4.10). Für  $r = R_*$  beträgt der erfaßte Raumwinkel  $\Omega_c$  exakt  $2\pi$  und ist genauso groß wie im Falle eines sphärischen Sternes. Entfernt man sich nun vom Stern, so ist  $\Omega_c$  über dem Pol (Äquator) größer (kleiner) als bei einem sphärischen Stern mit gleichem Radius. Dieser Raumwinkel-Effekt führt z.B. über dem Pol zu einer Flußerhöhung, der die Flußabsenkung aufgrund des zusätzlichen Beitrages kühlerer Zonen am Rand von  $\Omega_c$  (d.h. bei  $\vartheta \approx \vartheta_*$ ) überwiegt, wodurch  $\eta_r^c$  anfangs wächst. Analoges gilt für das Verhalten von  $\eta_r^c$  am Äquator.

Das Verhalten des polaren Terms  $\eta_\Theta^c$  ist im wesentlichen durch die Richtung des Strahlungsflußvektors

$$\vec{n}_{\text{flux}} = \frac{\vec{F}}{|\vec{F}|} \quad (4.101)$$

und damit in unmittelbarer Sternnähe direkt durch die *Abplattung* des Sterns bestimmt. Da der Stern eine *rotationssymmetrische oblate* Form besitzt, sind seine Oberflächennormalen bezüglich der radialen Richtung *polwärts* geneigt. (Im Extremfall einer flachen Scheibe wären alle Flächennormalen in der nördlichen (südlichen) Hemisphäre in  $Z(-Z)$ -Richtung orientiert.)  $\eta_\Theta^c$  verschwindet aus Symmetriegründen über dem Pol und in der Äquatorebene (für diese Orte erscheint der Stern dem Betrachter rotationssymmetrisch bezüglich der Sichtrichtung bzw. spiegelsymmetrisch bezüglich der Äquatorebene) und ist für kleine und mittlere Entfernungen *negativ*. Der Effekt ist am ausgeprägtesten für mittlere Co-Breiten  $\Theta$ , da bei diesen der Winkel zwischen der Oberflächennormalen und dem radialen Richtungsvektor  $\vec{e}_r$  am größten ist. Erst bei größeren

<sup>2</sup>Dieses Sternmodell ist deshalb für unsere theoretischen Überlegungen interessant, weil im Fall der B2-Hauptreihensterne das theoretische Verhältnis von  $v_\infty$  zu  $v_{\text{rot}}$  besonders niedrig ist (vgl. BC, Abb. 15) und für diesen Spektraltyp die meisten Be-Sterne (vgl. Kap. 1.3.1, S. 13) auftreten. Der kleine Wert von  $v_{\text{rot}}/v_\infty$  favorisiert für diese schnell rotierenden Objekte den Windkompressions-Mechanismus (vgl. Kap. 4.1).

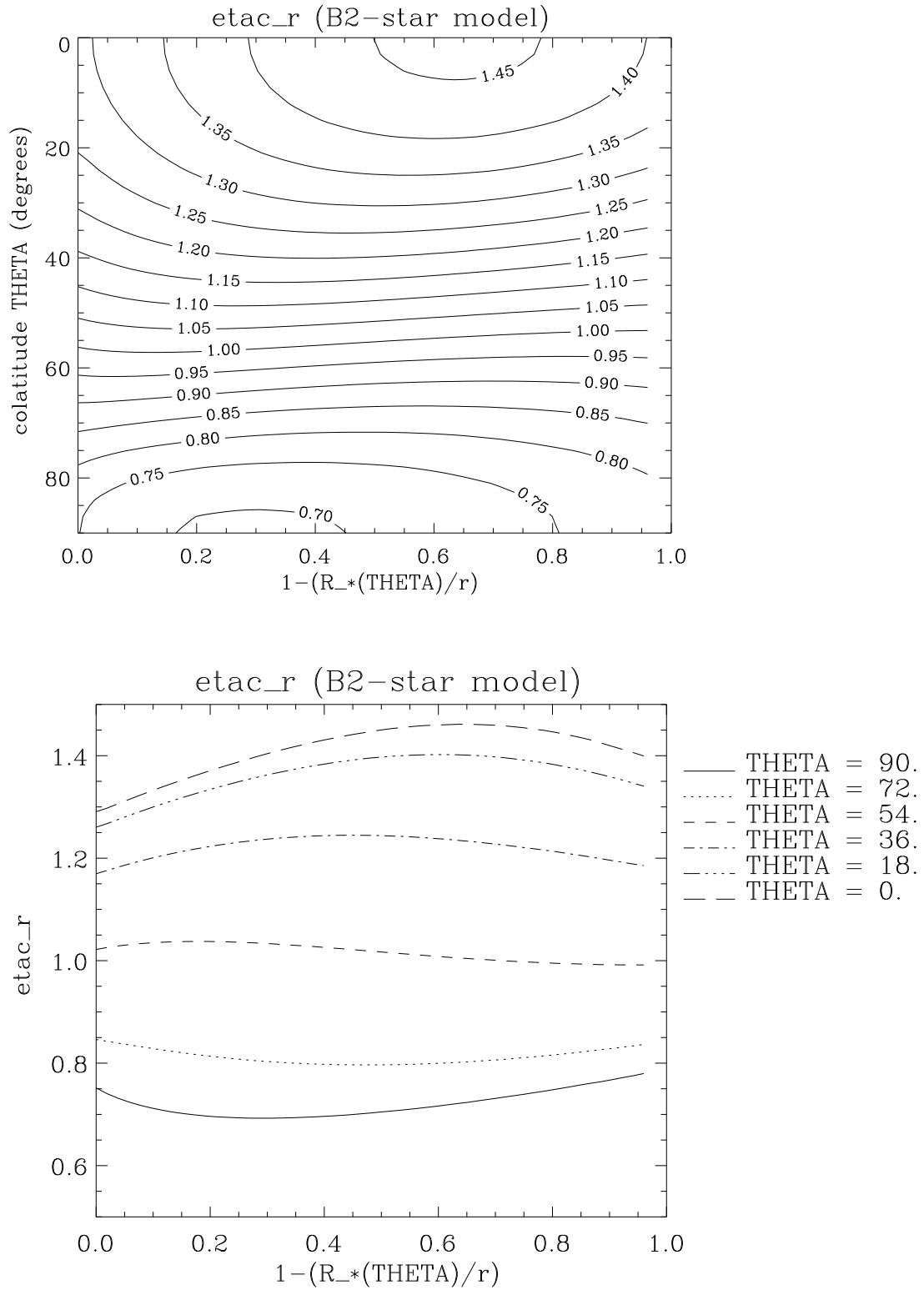


Abbildung 4.11: Oblate *finite-disk-* (OFD-)Faktor  $\eta_r^C$  für ein B2-Stern-Modell. Unten ist zur Verdeutlichung die Projektion der oberen Kontur-Darstellung von  $\eta_r^C$  für ausgesuchte Co-Breiten  $\Theta$  aufgetragen.

Diese Abbildung entspricht Abb. 4 in CO.

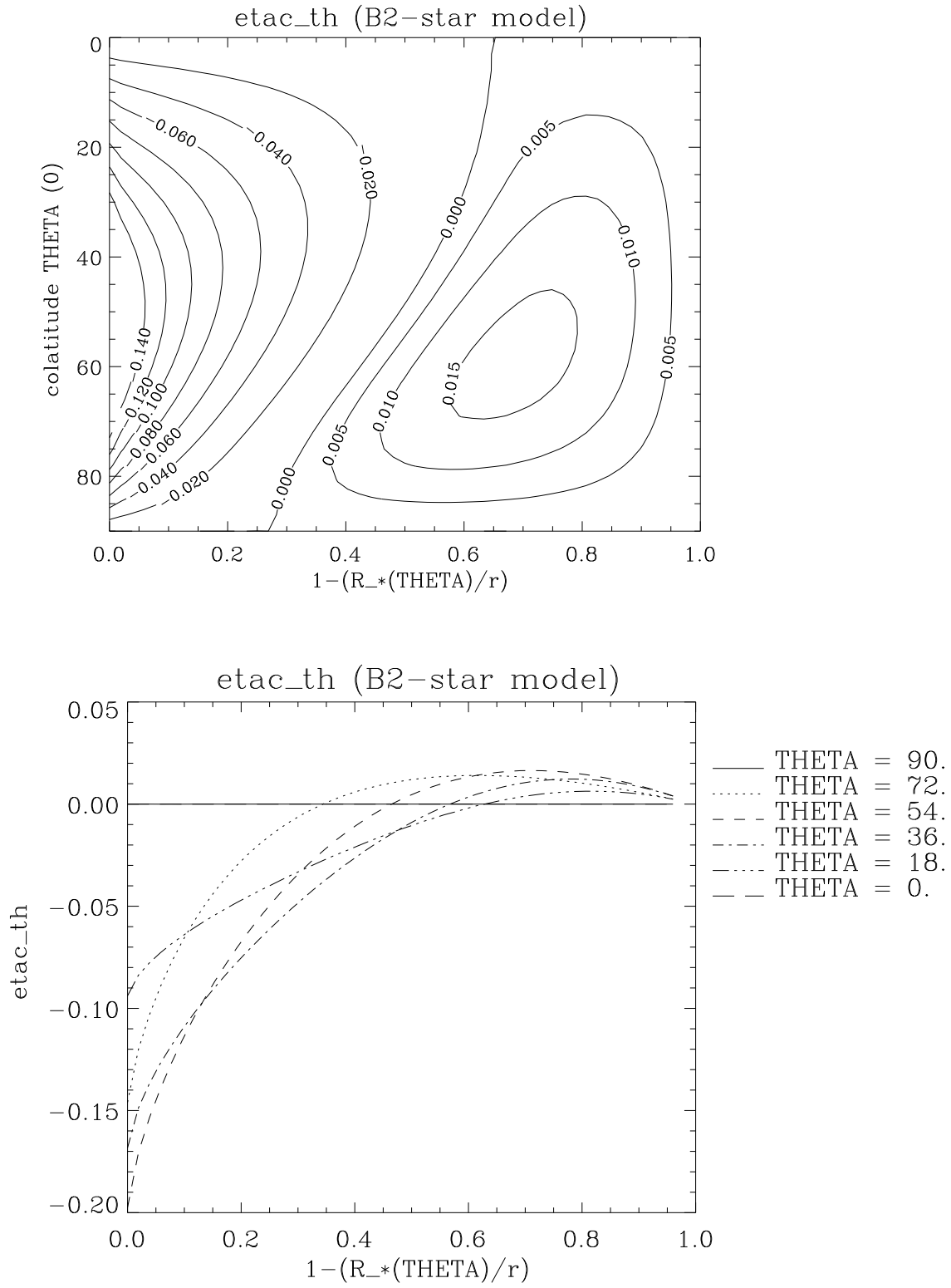


Abbildung 4.12: Wie Abb. 4.11; jetzt polarer OFD-Faktor  $\eta_{\Theta}^C$  für ein B2-Stern-Modell. Diese Abbildung entspricht Abb. 4 in CO.



Radien ( $r \gtrsim 2R_*$ ) wird  $\eta_\Theta^c$  positiv, was eine Folge des höheren/geringeren Strahlungsfeldes über dem Pol/ dem Äquator ist: Durch die vektorielle Addition beider Komponenten resultiert eine *positive* polare Komponente des Strahlungsfeldes. Für  $r \rightarrow \infty$  erscheint der Stern letztendlich wieder als Punktquelle, und das Strahlungsfeld besitzt unabhängig von seiner Beschaffenheit an der Sternoberfläche nur eine radiale Komponente. Somit geht  $\eta_\Theta^c$  wieder gegen Null.

Die zusätzliche radiale Komponente des Kontinuumsstrahlungsfeldes ist unerheblich für die Dynamik des Windes, solange die Thomson-Beschleunigung betragsmäßig wesentlich kleiner als die Gravitationsbeschleunigung ist. Im Falle der Überriesen allerdings können die unterschiedlichen Strahlungstemperaturen an Pol und Äquator zu einer deutlichen Variation von  $\eta_r^c(\Theta, r)$  und damit des reduzierten Gravitationsterms im Wind führen. Auch der polare Term  $g_\Theta^{\text{cont}}$  wird dann von Bedeutung sein, wenn er in der Größenordnung der polaren Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_\Theta^{\text{lines}}$  liegt.

#### 4.3.5 Das „ $\Omega$ -Limit“

Ein eng mit der Problematik des Gravity Darkening zusammenhängender physikalischer Effekt ist das von Langer (1998) und Glatzel (1998) kontrovers diskutierte „ $\Omega$ -Limit“ für Objekte nahe des Eddington-Limits. Obwohl in vorliegender Arbeit solche extremen Objekte nicht behandelt werden, gehen wir der Vollständigkeit halber auf diese Fragestellung ein.

Ignoriert man in der radialen Bewegungsgleichung die Druckterme und berücksichtigt nur die Kontinuumsbeschleunigung, so ergibt sich in der Äquatorebene für  $r = R_*$ :

$$\frac{\kappa F}{c} - \frac{GM_*}{R_*^2} + \omega^2 R_* = 0, \quad (4.102)$$

mit dem Kontinuums-Massenabsorptionskoeffizienten  $\kappa$ .

Geht man von einem sphärisch-symmetrischen Strahlungsfeld aus, so folgt

$$v_{\text{crit}}^2 = \frac{GM_*}{R_*}(1 - \Gamma'), \quad \Gamma' = \frac{\kappa L_*}{4\pi c GM_*} \quad (4.103)$$

Somit ginge nahe des Eddington-Limits ( $\Gamma' \rightarrow 1$ ) die kritische Rotationsgeschwindigkeit gegen Null (vgl. Langer 1998).

Auf diese Argumentation baut das von MacLow et al. (1996) vorgeschlagene Szenario für das Entstehen der äquatorialen Scheibe im Homunculus-Nebels um  $\eta$  Carinae: Dieses Objekt befindet sich nahe des Eddington-Limits. Deshalb könnte sich *während der LBV-Phase* die Scheibe aufgrund der Kombination der in der Äquatorebene maximalen Rotation mit dem momentan stark erhöhten Massenausfluß gebildet haben.

Die Herleitung der kritischen Rotationsgeschwindigkeit vernachlässigt aber in der Beschreibung des Eddington-Limits das Gravity Darkening. Dieser Aspekt wird von Glatzel (1998) diskutiert. Wir folgen zunächst seiner Argumentation: Beschreibt man die Kontinuumsstrahlungsbeschleunigung in der Diffusionsnäherung (s. o.), so ist der Strahlungsfluß  $F$  nicht mehr durch  $L/(4\pi r^2)$ , sondern durch Gl. (4.83) gegeben. Man kann nun die Leuchtkraft als das Oberflächenintegral des Strahlungsflusses  $\vec{F}$  über die durch die Äquipotentialbedingung (Gl. (4.71))

gegebene Sternoberfläche definieren:

$$L_* = -\frac{4a_{\text{R}}T^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{d\Phi} \int_{\Phi=\text{const}} \nabla\Phi d\vec{A}. \quad (4.104)$$

Führt man die dimensionslose Größe  $f$  ein:

$$f = -\frac{1}{4\pi GM} \int_{\Phi=\text{const}} \nabla\Phi d\vec{A}, \quad (4.105)$$

wobei  $f$  von der Größenordnung 1 ist ( $\omega = 0 \rightarrow f = 1$ ), so folgt:

$$-\frac{L_*}{4\pi GM_* f} = -\frac{4a_{\text{R}}cT^3}{3\kappa\rho} \frac{dT}{d\Phi}. \quad (4.106)$$

Im nächsten Schritt setzt Glatzel für den radialen Gradienten des Potentials  $\partial\Phi/\partial r$  folgenden Ausdruck an:

$$\frac{\partial\Phi}{\partial r} = -\frac{GM_*}{r^2} + \omega^2 r. \quad (4.107)$$

An dieser Stelle können wir der Argumentation nicht folgen, da die radiale Beschleunigung  $g_r$  gleich  $-\partial\Phi/\partial r$  sein sollte. Aus diesem Grund sollte das Potential einen Term beinhalten, der die radiale Thomson-Beschleunigung berücksichtigt. Dieser Term sollte eine polarwinkelabhängige Funktion sein, die gemäß unserer Diskussion in Kap. 4.3.2, S. 67 gefunden werden kann.

Befindet sich ein schnell rotierender Stern nahe am Eddington-Limit, ist für die Bedeutung dieser Eigenschaft im Zusammenhang mit der Rotation folgende Frage zu stellen: *Ist die Abkühlung der äquatornahen Regionen aufgrund des Gravity Darkening in der Lage, die radiale Thomson-Beschleunigung so weit zu reduzieren, daß diese im Vergleich zur Zentrifugalbeschleunigung vernachlässigt werden kann?* Dies scheint sehr unwahrscheinlich, da in solch einem Fall ein enormer Gravity Darkening-Effekt notwendig wäre.

In der weiteren Argumentation Glatzels ergibt sich mit Gl. (4.83) und (4.104) der Strahlungsfluß in der Äquatorebene am Sternrand:

$$F = -\frac{L_*}{4\pi GM_* f} \left( -\frac{GM_*}{R_*^2} + \omega^2 R_* \right). \quad (4.108)$$

Setzt man Gl. (4.108) in Gl. (4.102) und verwendet man die Definition von  $\Gamma'$  aus Gl. (4.103), so folgt:

$$\left( -\frac{GM_*}{R_*^2} + \omega^2 R_* \right) \left( -\frac{\Gamma'}{f} + 1 \right) = 0. \quad (4.109)$$

Diese Gleichung beinhaltet nun *zwei* kritische Bedingungen. Die erste ist die klassische für die kritische Rotation (unter Vernachlässigung der Deformation der Oberfläche):

$$(\omega R_*)_{\text{crit}}^2 = v_{\text{crit}} = \frac{GM_*}{R_*}. \quad (4.110)$$

Somit würde sich laut Glatzel das „ $\Omega$ -Limit“ als ein Artefakt aufgrund der Vernachlässigung des Gravity Darkening erweisen, und die *kritische Rotationsgeschwindigkeit*  $v_{\text{crit}}$  *wäre unabhängig*

vom *Eddington-Faktor*.

Unserer Ansicht nach sollte sich jedoch im Hinblick auf die in Kap. 4.3.2, S. 67 geführte Diskussion die wahre Lösung des Problems zwischen den von Langer und Glatzel vorgeschlagenen Extremen befinden, gesetzt dem Fall, daß die hier dargestellte Beschreibung des Gravity Darkening der realen Physik entspricht.

## 4.4 Ionisationsgleichgewicht und Besetzungszahlen

Zur Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung benötigen wir an den Aufpunkten  $\vec{r}$  im Wind die sogenannten force multiplier  $M(\vec{r})$  (siehe dazu Kap. 4.5.1, 4.5.5). Um diese Größen über die Frequenz- und Linienstärkenverteilung der atomaren Linienübergänge bestimmen zu können, verwenden wir zur Berechnung der Ionisationsstruktur und der Besetzungszahlen eine von Springmann (1997, S97) entwickelte approximative Methode. Diese geht auf grundlegende Ideen von Abbott & Lucy (1985), Schmutz (1991) und Lucy (nicht veröffentlichte Aufzeichnungen) zurück. Im folgenden wollen wir diesen Ansatz in Bezug auf die verwendeten Näherungen und die speziell für vorliegende Arbeit relevanten Aspekte vorstellen. Bezüglich einzelner Herleitungen verweisen wir auf die detaillierte Darstellung in S97.

Die vereinfachte Beschreibung hat gegenüber der numerisch äußerst aufwendigen exakten Lösung der Ratengleichungen (vgl. Kapitel 1.1, S. 2) den Vorteil, daß diese hier in einer einfachen *lokalen* Formulierung schnell berechnet werden können, wobei der physikalische Parameterraum im Rahmen vertretbarer Näherungen abgedeckt wird. Dieser Gesichtspunkt ist für die zeitaufwendige numerische Behandlung unserer mehrdimensionalen Problemstellung von großer Bedeutung.

### 4.4.1 Näherungen

Folgende Näherungen gehen in die Berechnung der Ionisationsschichtung und der Besetzungszahlen ein:

**Vernachlässigung der stimulierten Emission** Zur Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung sind nur solche Linienübergänge von Interesse, deren Wellenlänge im Bereich des Strahlungsmaximums heißer Sterne (10000 K - 60000 K) liegen. Die Wellenlänge des Maximums der Planckfunktion  $B_\nu$  bei der Temperatur  $T$  folgt aus dem Wienschen Verschiebungsgesetz:

$$\lambda_{\max}(B_\nu) = \frac{5100 \text{ \AA}}{(T/10^4 \text{ K})}. \quad (4.111)$$

Also liegt der Bereich des stärksten Flusses im UV bei etwa 1000 Å (zwischen der HeII-Kante bei 228 Å und 3000...5000 Å). Als Konsequenz daraus kann die stimulierte Emission vernachlässigt werden, da der Boltzmann-Faktor  $\exp(-h\nu/(k_B T))$  (mit dem Planckschen Wirkungsquantum  $h$ ) für den Wellenlängenbereich der meisten starken treibenden Linien im allgemeinen viel kleiner als 1 ist und für die Näherung des mittleren Strahlungsfeldes  $J_\nu = WI_\nu$  (s. u.) das Verhältnis von stimulierten zu spontanen Prozessen durch  $W/(\exp(h\nu/(k_B T)) - 1) \ll 1$  gegeben ist.

**Mittleres Strahlungsfeld** Das mittlere Strahlungsfeld  $J_\nu$  ist definiert durch:

$$J_\nu(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega=4\pi} I_\nu(\vec{r}, \vec{n}) . \quad (4.112)$$

Für dieses wird die Näherung

$$J_\nu(\vec{r}) = W(\vec{r}) I_\nu(T_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)) \quad (4.113)$$

verwendet.  $W(\vec{r})$  bezeichnet den *Verdünnungsfaktor*

$$W(\vec{r}) = \frac{\int_{\Omega_c} d\Omega}{4\pi} , \quad (4.114)$$

der der geometrischen Verdünnung des einseitig einfallenden stellaren Strahlungsfeldes mit abnehmendem Abstand vom Stern Rechnung trägt. Für einen sphärischen Stern ist  $W(\vec{r})$  durch Gl. (4.41) gegeben.

Die Intensität  $I_\nu(T_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu))$  mit der Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  beschreibt die frequentielle Verteilung der Photonen. Für  $I_\nu$  wird entweder eine Plancksche oder Kurucz-Modellatmosphäre verwendet (vgl. Kapitel 4.5.4). Der wesentliche Unterschied des Einflusses dieser beiden Atmosphären auf die Ionisationsstruktur liegt in der unterschiedlich starken ionisierenden Strahlung (d.h. der *frequenzabhängigen* Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}(\nu)$ ) an der Hauptionisationskante. Diese ist die H I-Kante bei 911 Å für A- und die He II-Kante bei 228 Å für heiße O-Sterne.

Die Näherung für  $J_\nu$  mit dem in Gl. (4.114) definierten Verdünnungsfaktor  $W$  ist nur gültig, solange die optische Tiefe  $\tau(\vec{r})$  klein ist und man sich nicht im LTE befindet, d.h. auch das Kontinuum optisch dünn ist. Eine Formulierung für  $J_\nu$  für den Fall hoher optischer Tiefen ( $W \rightarrow 1$ ), die den Übergang ins LTE gewährleistet, ist in S97 (Anhang C) gegeben. Wir werden aber im weiteren von einem optisch dünnen Kontinuum ausgehen und andernfalls ausdrücklich darauf hinweisen.

**Stöße** Der Einfluß der Stöße ist in zweierlei Hinsicht zu untersuchen: Zum einen könnten metastabile <sup>3</sup> Zustände zerstört werden, und zum anderen könnten bei erlaubten optisch dicken Übergängen deren obere Niveaus anders besetzt und dadurch ihr Beitrag zur Linienstrahlungsbeschleunigung und auch (in geringerem Maße) die Ionisationsschichtung verändert werden. Wie in S97 gezeigt, ist der Einfluß der Stöße auf Besetzungszahlen und Ionisationsstruktur in Hinblick auf die Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung vernachlässigbar. Zwar sind Stöße in der Lage, die Besetzung angeregter Niveaus erlaubter optisch dicker Übergänge zu beeinflussen (vgl. Gl. (4.118)), die allerdings nur einen geringen Beitrag zur Linienstrahlungsbeschleunigung liefern (siehe S97, Kap. 7.3.5, Abb. 7.29, bzw. Abbott 1982). Deshalb sind die Stöße in diesem Zusammenhang als irrelevant zu betrachten.

Da nur die Ionisation vom Grundzustand berücksichtigt wird und Stöße im Temperaturbereich unter 80000 K dafür bedeutungslos sind (vgl. S97, Gl. (4.26)), werden sie auch bei der Bestimmung der Ionisationsschichtung vernachlässigt.

---

<sup>3</sup>Unter einem metastabilen Zustand versteht man einen solchen, für den ein Übergang zu einem tiefer liegenden Niveau aufgrund der Auswahlregeln der  $\vec{L}\vec{S}$ -Kopplung verboten ist.

#### 4.4.2 Die Ionisationsgleichung

Die grundlegende Annahme für die Ableitung der Ionisationsgleichung ist, daß das Ionisationsgleichgewicht durch Strahlungsprozesse bestimmt wird und durch das Gleichgewicht von Photoionisationsprozessen von allen Niveaus *zum Grundzustand* der nächsthöheren und Rekombinationen *vom Grundzustand* zu allen Niveaus der nächstniedrigeren Ionisationsstufe gegeben ist.

Die Annahme, daß nur zum Grundzustand der nächsthöheren (nächsttieferen) Ionisationsstufe ionisiert (rekombiniert) wird, ist die notwendige und hinreichende Bedingung dafür, daß die Besetzungszahlen *unabhängig* von der Ionisationsstruktur bestimmt werden können. In der vorliegenden Näherung werden des weiteren Linienübergänge als optisch dünn betrachtet (d.h. ihr direkter Einfluß auf die Besetzungszahlen wird vernachlässigt, s.u.).

Die Frequenzabhängigkeit des Photoionisationsquerschnittes wird als quadratisch von der Ionisationskante abfallend angenommen (Seaton 1958), wobei der maximale Fehler weniger als 10% beträgt. Die verwendete Ionisationsgleichung lautet (S97, Gl. (4.47))

$$\frac{n_{1,j+1}n_e}{n_{1,j}} = W \sqrt{\frac{T_e}{T_{\text{rad}}}} \left( \frac{n_{1,j+1}n_e}{n_{1,j}} \right)_{T_{\text{rad}}}^* \{ \zeta + \eta + W(1 - \eta - \zeta) \} \quad (4.115)$$

$n_{1,j}$  ( $n_{1,j+1}$ ) bezeichnet die Besetzungsdichte des Grundzustandes der  $j$  ( $j+1$ )-ten Ionisationsstufe. Das Verhältnis im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE, durch \* gekennzeichnet)  $(n_{1,j+1}n_e/n_{1,j})_{T=T_{\text{rad}}}^*$  wird durch die Saha-Boltzmann-Gleichung beschrieben:

$$\left( \frac{n_{1,j+1}n_e}{n_{1,j}} \right)^* = \frac{g_{1,j+1}}{g_{1,j}} \left( \frac{2\pi m_e k_B T}{h^2} \right) \exp(-h\nu_1/(k_B T)) . \quad (4.116)$$

$T_e$  ist die Elektronentemperatur, die über die Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen definiert ist, und  $\nu_1$  die Ionisationsfrequenz vom Grundzustand der  $j$ -ten zu dem der  $(j+1)$ -ten Ionisationsstufe. Wir nehmen im weiteren einen typischen Wert  $T_e = 0.8 T_{\text{eff}}$  an.  $T_{\text{rad}}$  bezeichnet die für die Bestimmung von Ionisationsstruktur und Besetzungszahlen gewählte Strahlungstemperatur. Bei Planckscher Bestrahlung wird diese Größe durch Mittelung der lokalen Effektivtemperaturen auf der Sternoberfläche bestimmt. Bei realistischeren Modellen, die die Ionisationskanten im ionisierenden photosphärischen Fluß berücksichtigen, wird  $T_{\text{rad}}$  durch den Fluß auf der kurzwellenlängigen Seite der betreffenden Ionisationskante einer adäquat gewählten Modellatmosphäre bestimmt (siehe Kap. 4.5.4).

$\zeta$  und  $\eta$  sind durch folgende Gleichungen gegeben:

$$\zeta = \alpha_1 / \sum_i \alpha_i , \quad \eta = \sum_{i \in M} (\alpha_i / \alpha_1) / \sum_i (\alpha_i / \alpha_1) . \quad (4.117)$$

$M$  bezeichnet die Menge der metastabilen Niveaus, und  $\zeta$ ,  $\eta$  und  $(1 - \zeta - \eta)$  das Verhältnis der Rekombinationen zum Grund-, zu metastabilen und zu normalen angeregten Zuständen zur Gesamtzahl aller Rekombinationen.

Die Verhältnisse der Rekombinationskoeffizienten  $\alpha_1$ ,  $\alpha_i$  auf das erste bzw.  $i$ -te Niveau  $\alpha_1/\alpha_i$  hängen *rein von atomphysikalischen Größen ab* und können *unabhängig vom Modell* berechnet werden (vgl. S97, Gl. (4.43)). Wie man an Gl. (4.115) erkennt, hängt die Ionisationsstruktur nicht

von den angeregten Zuständen ab, weshalb die Besetzungszahlen dieser angeregten Niveaus mit Gl. (4.118) bzw. Gl. (4.123) unabhängig von der Ionisationsschichtung bestimmt werden können. Die Gleichung für die Ionisation (Gl. (4.115)) besitzt einen glatten Übergang in das LTE für  $W \rightarrow 1$ . Eine ähnliche Gleichung (aber ohne die  $\eta$ -Terme) wurde von Schmutz (1991) und Schaerer & Schmutz (1994) verwendet.

#### 4.4.3 Besetzung der Niveaus

Die für die Winddynamik entscheidenden Linien sind diejenigen, deren unteres Niveau entweder ein Grund- oder metastabiler Zustand ist. Aus diesem Grund werden im Rahmen des gewählten Ansatzes bei der Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung diejenigen Linienübergänge mitberücksichtigt, deren unteres Niveau ein Grund- oder metastabiler Zustand ist. Dabei wird für die angeregten Niveaus nur der *jeweils stärkste* nach unten führende Übergang berücksichtigt.

Da die stimulierte Emission vernachlässigt wird, benötigt man für die Berechnung der Linienopazität (Gl. (4.32)) nur die Besetzungszahl des *unteren* Niveaus. Auf diese Weise können auch all diejenigen angeregten Linien mitberücksichtigt werden, deren unteres Niveau ein angeregtes Niveau ist, von dem aus ein Übergang direkt auf einen Grund- oder metastabilen Zustand führt. Alle anderen Übergänge zwischen angeregten Niveaus, deren unteres Niveau kein metastabiler oder Grundzustand ist, werden vernachlässigt.

Im Rahmen der Sobolev-Näherung läßt sich bei Annahme der Zwei-Niveau-Näherung der Quelfunktion  $S_{12}$  eines Linienüberganges  $1 \rightarrow 2$  der Frequenz  $\nu_{12}$  eine Formulierung für das Verhältnis der Besetzungszahlen des oberen und unteren Niveaus sowohl erlaubter wie auch verbotener Übergänge finden, die die Rolle von Stößen mitberücksichtigt. Für „normale“ Übergänge ergibt sich (S97, dort Gl. (4.16, 4.17)):

$$\frac{n_2}{n_1} = W(1 - \delta^*) \left( \frac{n_2}{n_1} \right)_{T_{\text{rad}}}^* + \delta^* \left( \frac{n_2}{n_1} \right)_{T_e}^* . \quad (4.118)$$

mit dem Kopplungsparameter

$$\delta^* = \frac{\epsilon}{\epsilon(1 - \beta) + \beta} = \frac{\epsilon/\beta}{\epsilon/\beta + (1 - \epsilon)} \quad (4.119)$$

und dem Anteil  $\epsilon = \frac{C_{21}}{A_{21} + C_{21}}$  der Stoßabregung an der gesamten Abwärtsrate, wobei  $A_{21}$  die Strahlungs- und  $C_{21}$  die Stoßrate bezeichnet.  $\beta$  ist die lokale Entweichwahrscheinlichkeit in Sobolevnäherung:

$$\beta(\vec{r}) = \int_{\Omega=4\pi} [1 - \exp(-\tau_S(\vec{r}, \vec{n}))] / \tau_S(\vec{r}, \vec{n}) \, d\Omega . \quad (4.120)$$

Der Stern \* bezeichnet das Verhältnis im lokalen thermodynamischen Gleichgewicht (LTE), das für die jeweilige Temperatur (Elektronentemperatur  $T_e$  bzw. Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}$ ) lautet:

$$(n_2/n_1)_T^* = (g_2/g_1) \cdot \exp(-h\nu_{12}/(k_B T)) . \quad (4.121)$$

Gl. (4.118, 4.119) verdeutlichen, daß selbst im Falle geringer Stoßwahrscheinlichkeiten (kleiner Wert der Wahrscheinlichkeit  $\epsilon$ , daß ein in einer Linie absorbiertes Photon durch einen folgenden

Tabelle 4.4: Die höchsten berücksichtigten Ionisationsstufen. In der spektroskopischen Notation bezeichnet I das neutrale Element.

|    |     |    |     |    |      |    |      |    |     |    |      |
|----|-----|----|-----|----|------|----|------|----|-----|----|------|
| H  | I   | He | II  | C  | V    | N  | VI   | O  | VI  | F  | VI   |
| Ne | VI  | Na | VI  | Mg | VI   | Al | VI   | Si | VI  | P  | VI   |
| S  | VII | Cl | VI  | Ar | VIII | K  | VI   | Ca | VI  | Ti | V    |
| V  | V   | Cr | VI  | Mn | VI   | Fe | VIII | Co | VII | Ni | VIII |
| Cu | VI  | Zn | III |    |      |    |      |    |     |    |      |

Stoß in den thermischen Pool abgegeben wird) bei einer geringen Entweichwahrscheinlichkeit  $\beta$  ein Photon in einer Linie thermalisiert werden kann. Deshalb ist  $\epsilon/\beta$  als der *effektive* Thermalisierungsparameter anzusehen.

Da in unserer Näherung Stöße vernachlässigt werden, lautet das Besetzungsverhältnis für erlaubte Übergänge (S97, Gl. 4.16 für  $\delta = 0$ ):

$$\frac{n_2}{n_1} = W \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^*_{T_{\text{rad}}} \quad (4.122)$$

Im Falle „verbotener“ Übergänge, deren *oberes* Niveau ein metastabiler Zustand ist, gilt (vgl. S97, Gl. (4.18)):

$$\frac{n_2}{n_1} = \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^*_{T_{\text{rad}}} . \quad (4.123)$$

Diese Besetzungsvorschriften für die atomaren Niveaus lassen sich anhand eines Drei-Niveau-Atoms unter Vernachlässigung der Stöße und der endlichen optischen Dicke der Linien (für große Entfernungen zum Stern fällt die mittlere Intensität in optisch dicken Linien schneller als in optisch dünnen) rechtfertigen. Die letzte Annahme betrifft jedoch ohnehin nur die oberen Niveaus, deren Bedeutung für die optische Tiefe der Linien vernachlässigbar ist.

Da für einen metastabilen Übergang die Be- und Entvölkerung über höherliegende Niveaus erfolgt, macht sich im Verhältnis der oberen und unteren Besetzungszahl die geometrische Verdünnung des Strahlungsfeldes nicht bemerkbar, und man erhält eine quasi-LTE-Besetzung bei einer Anregungstemperatur  $T_{\text{rad}}$  (vgl. Lucy & Abbott 1985).

#### 4.4.4 Die atomaren Daten

Zur Berechnung der Besetzungszahlen verwenden wir die in der von A. Pauldrach und M. Lennon (Universitäts-Sternwarte München) innerhalb der letzten 15 Jahre erarbeiteten Datenbank enthaltenen Übergangswahrscheinlichkeiten, Energieniveaus und Wellenlängen (vgl. Pauldrach et al. 1998). Diese umfaßt die ersten 30 Elemente von Wasserstoff mit Zink in den wichtigsten Ionisationsstufen (siehe Tab. 4.4). Nicht mitberücksichtigt sind Li, Be, B und Sc, die aufgrund ihrer geringen Häufigkeit bei der Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung nicht ins Gewicht fallen.

Es werden insgesamt 149 Ionisationsstufen mit 4244 Energieniveaus in Betracht gezogen. Die

Anzahl der erfaßten Linienübergänge beträgt etwa  $2.5 \cdot 10^6$ .

Jedes Modellion, das im Non-LTE verwendet wird, besteht aus sorgfältig ausgewählten Niveaus (deren jeweilige typische Anzahl etwa 50 beträgt), die ausreichend zur Bestimmung der für die Linienstrahlungsbeschleunigung wichtigsten Besetzungszahlen sind, solange die Vollständigkeit der Linienliste gewährleistet ist. Bei leichten Ionen liegen die höchsten berücksichtigten Niveaus nahe der Ionisationskante, und bei schweren Ionen ist ihre Lage dadurch bestimmt, daß alle metastabilen und höherliegenden Niveaus mit nennenswerter Bevölkerung erfaßt sind.

Wichtig im Hinblick auf eine quantitative Anwendung ist die *Vollständigkeit* der Linienliste, d.h. daß die wesentlichen Beiträge zur Linienopazität in den Frequenzbereichen, in denen das Flußmaximum bei den Effektivtemperaturen der untersuchten Objekte (bei OB-Sternen das Lyman-Kontinuum) liegt, durch die Daten erfaßt sind. Abgesehen von der Frage nach der höchsten mitzubehaltenden Frequenz, die durch die höchsten betrachteten Ionisationsstufen gegeben ist, stellt sich auch die nach der notwendigen Anzahl der *schwachen* Linien, ab der man die Linienliste als komplett erachten kann.

Springmann (1997) ergänzte das vor seiner Arbeit vorhandene Datenmaterial durch Hinzunahme noch fehlender Übergänge aus der Kurucz-Datenbank (Kurucz 1995) (insbesondere für FeIV bis FeVII und NiIV bis NiVII). Der Vergleich mit den Daten aus dem *opacity project* (Seaton 1995) zeigte eine gute Übereinstimmung der drei Datenbanken (siehe Springmann 1997, Abb. 5.1). Testrechnungen, bei denen die schwächsten Linien ausgeblendet wurden, zeigten nur minimale Unterschiede in der resultierenden Linienstrahlungsbeschleunigung. Dies läßt eine Erhöhung der Linienopazität bei Hinzunahme weiterer schwacher Linien langwellenlängig von 228 Å nicht erwarten.

## 4.5 Die Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung

In allen bisherigen 2-D Simulationen wurde von *global gültigen* Parametern  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  zur einfachen Beschreibung der Linienstrahlungsbeschleunigung ausgegangen. Diese Näherung soll nun aufgegeben und durch eine physikalisch korrektere *lokale* Beschreibung der force multiplier-Parameter ersetzt werden.

Da es das Ziel dieser Arbeit ist, Effekte aufgrund der Windrotation auf der Basis eines differentiellen Vergleichs zu 1-D Winden zu studieren, wollen wir zur selbstkonsistenten Beschreibung der Kopplung der Non-LTE-Physik im Wind und der Dynamik eine Methode entwickeln, die in angemessener Rechenzeit zumindest qualitative Aussagen über Rotationseffekte erlaubt.

### 4.5.1 Das Konzept des force multipliers

In einer perfekten numerischen Behandlung würde man die Linienstrahlungsbeschleunigung an einem Ort  $\vec{r}$  durch Aufsummation der Beiträge hunderttausender einzelner Linien berechnen, was aufgrund der begrenzten Rechenzeit unmöglich ist.

Setzt man Gl. (4.34) für die optische Tiefe  $\tau_s$  in Gl. (4.35) für die Summe über die Beiträge der einzelnen Linien zur Strahlungsbeschleunigung und nimmt man eine gleichförmig strahlende sphärische Sternoberfläche an, so folgt für einen sphärisch-symmetrischen Wind (vgl. Gl. (4.54)):

$$\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \vec{e}_r \cdot \frac{s_E L_*}{4\pi r^2 c} CF(r, v_r, dv_r/dr) M(t_r) \quad (4.124)$$



mit dem *force multiplier*  $M(t_r)$ , der die Linienbeschleunigung in Einheiten der Thomsonbeschleunigung angibt (mit dem radialen Sobolev-Parameter  $t_r = s_E \rho v_{\text{therm}} / |dv_r/dr|$ ):

$$M(t_r) = \frac{v_{\text{therm}}}{c} \frac{1}{t_r} \sum_{\text{LinienL}} \frac{\nu_L F_{\nu_L}}{F} \left(1 - e^{-k_L t_r}\right). \quad (4.125)$$

Wie wir in Kapitel 4.2.3 gesehen haben, läßt sich aufgrund der statistischen Verteilung der beitragenden Linien, die von der Frequenz und Linienstärke abhängt, die Linienstrahlungsbeschleunigung in einfacher Weise durch die force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  beschreiben. Nach Gl. (4.54) lautet der force multiplier:

$$M(t_r) = k_{\text{CAK}} t_r^{-\alpha} \left( \frac{n_e \cdot 10^{-11}}{W_{1-D}(r)} \right)^{\delta}. \quad (4.126)$$

Ist man nun in der Lage,  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  als Funktionen der Effektivtemperatur (und der Metallizität) vorzugeben, so könnte man beispielsweise unmittelbar mit den von Kudritzki et al. (1989) angegebenen analytischen Ausdrücken die Massenverlustrate und Windendgeschwindigkeit in allen Entwicklungsstadien des Sterns bei den entsprechenden Effektivtemperaturen bestimmen. Jedoch liefern detaillierte 1-D Non-LTE-Rechnungen (vgl. Pa94) prinzipiell *tiefenabhängige*  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ , für die *im nachhinein* repräsentative globale  $\langle k_{\text{CAK}} \rangle$ ,  $\langle \alpha \rangle$ ,  $\langle \delta \rangle$  gefunden werden können, mit denen die hydrodynamische Simulation die gleichen Resultate wie mit den tiefenabhängigen Parametern liefert. Da die Kenntnis dieser erst *a posteriori bekannten* Werte (die ohnehin nur für den 1-D Fall gültig sind) einen erheblichen Rechenaufwand erfordert, wollen wir eine von Ku98 vorgeschlagene, sehr effiziente Methode zur Bestimmung *ortsabhängiger*  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  auf den Fall zweidimensionaler Sternwinde verallgemeinern.

Dazu gehen wir in Abschnitt 4.5.2 auf das Verhalten des force multipliers ein und untersuchen seine Abhängigkeit von den physikalischen Parametern und der Ionisationsstruktur. Kapitel 4.5.3 motiviert Näherungen in unserem Verfahren. Auf der Grundlage dieser Kenntnisse stellen wir in Kap. 4.5.4 ein Konzept vor, das eine Beschreibung des lokalen Strahlungsfeldes im Wind erlaubt, die bei vertretbarer Rechenzeit die entscheidenden physikalischen Gesichtspunkte mitberücksichtigt. In Kap. 4.5.5 führen wir die erstmals von Ku98 vorgestellte Methode zur tiefenabhängigen Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung ein und beschreiben in Abschnitt 4.5.6, wie sie auf 2-D Winde zu verallgemeinern ist.

### 4.5.2 Eigenschaften des force multipliers

Im folgenden geben wir einen Überblick über die wesentlichen Eigenschaften des force multipliers  $M$  und seine Abhängigkeit von den Windparametern und der Ionisationsstruktur im Wind. Dabei werden wir (im Hinblick auf die Anwendung in späteren Abschnitten) einige Aspekte anhand exemplarischer Fälle näher untersuchen.

**Temperaturabhängigkeit** Wie Abbott (1982) bereits feststellte, variiert der force multiplier über einen weiten Temperaturbereich ( $10000 \text{ K} \leq T_{\text{eff}} \leq 50000 \text{ K}$ ) um maximal einen Faktor 2...3 (vgl. Abb. 2a/b in Abbott 1982), abgesehen von extremen Situationen, wie z.B. dem sogenannten Bistabilitätseffekt im Bereich von B-Überriesen (siehe Kap. 1.3.2, S. 17 bzw. 8.4,

S. 209). Erst unterhalb 10000 K nimmt der Wert von  $M$  monoton mit sinkender Temperatur ab. Abb. 4.13 zeigt den Verlauf des force multipliers als Funktion der Temperatur. Die Bestrahlung erfolgt in diesem Fall durch eine Kurucz-Flußverteilung<sup>4</sup>.

Dieses Verhalten läßt sich folgendermaßen erklären (Abbott 1982): Für eine bestimmte Temperatur liegen die stärksten treibenden Linien bei oder nahe dem Maximum des Strahlungsfeldes, das sich proportional zu  $\nu F_\nu$  verhält. Das Zusammenfallen dieser Linien mit dem Strahlungsmaximum ist vor allem dadurch bedingt, daß das *Strahlungsfeld die Ionisationsbalance bestimmt*. Bei für O-/B-Sterne typischen Winddichten beträgt die Ionisationsenergie der Hauptionisationsstufe  $E_{\text{ion}} \approx 20 \dots 30 k_B T_{\text{eff}}$ , und die Wellenlängen von der Hauptionisationsstufe ausgehender Resonanzlinienübergänge liegen in der Größenordnung  $\sim E_{\text{ion}}/4 \approx 5 \dots 7 k_B T_{\text{eff}}$ . Da nun das Maximum der Funktion  $\nu B_\nu$  bei  $\sim 4 k_B T_{\text{eff}}$  beträgt, liegen die stärksten Absorptionslinien bei oder etwas oberhalb des Strahlungsfeldmaximums.

Für Temperaturen  $T_{\text{eff}} \lesssim 10000$  K verschiebt sich letzteres zum Paschenkontinuum. Da auch für neutrale Elemente die meisten Resonanzlinien im Balmer-Kontinuum liegen, fallen die Wellenlängen der wichtigsten Übergänge nicht mehr mit dem Maximum der Flußverteilung zusammen, und die Linienstrahlungsbeschleunigung nimmt für Temperaturen unter 10000 K rapide ab.

Abb. 7 in Abbott (1982) verdeutlicht, daß das (empirisch ermittelte) Verhältnis des relativen stellaren Flusses  $\nu F_\nu/F$  zu dem durch den Wind abgeblockten Fluß über den gesamten Temperaturbereich von 10000 K bis 50000 K nur unwesentlich variiert.

Gewisse Abweichungen von der völligen Konstanz dieses Verhältnisses mit der Temperatur sind nicht überraschend, da die Verteilung der Linien in Abhängigkeit der Linienstärke  $k_L$  und der Frequenz  $\nu$  bei den jeweils an der Strahlungsbeschleunigung beteiligten Ionisationsstufen nicht völlig identisch ist.

**Dichteabhängigkeit** Die Größe  $g^{\text{lines}}$  hängt von der Dichte in zweierlei Hinsicht ab: Erstens verhält sich  $g^{\text{lines}}$  invers proportional zur Dichte,  $g^{\text{lines}} \sim 1/\rho^\alpha$  (vgl. Gl. (4.44)), da die Atome, die im Frequenzintervall  $\Delta\nu_D$  Strahlung absorbieren, eine Masse pro Einheitsfläche von  $\rho v_{\text{therm}}/(dv_r/dr)$  besitzen. Diese direkte Abhängigkeit der Größe  $g^{\text{lines}}$  von  $\rho$  wird durch den Parameter  $t_S$ <sup>5</sup> berücksichtigt, d.h. je größer  $t_S$  ist, desto kleiner ist der resultierende force multiplier  $M(t_S)$  (vgl. Abb. 4.15).

Zweitens beeinflußt die Dichte die Größe  $\tilde{g}^{\text{lines}}$  *indirekt* durch ihren Einfluß auf die Ionisationsstruktur. Da die niedrigeren Ionisationsstufen mehr Linien besitzen, die sich normalerweise nahe des Maximums des bestrahlenden Flußspektrums befinden, wächst die Linienstrahlungsbeschleunigung mit steigender Dichte (vorausgesetzt, dieser Ionisationseffekt überkompensiert die  $1/\rho$ -Proportionalität).

Die *effektive* Winddichte ist  $n_e/W$ , weil sie gemäß Gl. (4.115) die Ionisationsbalance kontrolliert. Je größer  $n_e/W$  ist, desto stärker liegt das Ionisationsgleichgewicht bei den niedrigeren Ionisationsstufen, die eine größere Anzahl treibender Linien besitzt. (Das Verhältnis  $n_e/W$  selbst

<sup>4</sup>Wir untersuchen in diesem Abschnitt nur elementare Eigenschaften des force multipliers, auch in Abhängigkeit von unterschiedlichen Beleuchtungen. Bezüglich einer genaueren Untersuchung der Größen des Strahlungsfeldes verweisen wir auf Kap. 4.5.4

<sup>5</sup>Wir bezeichnen im folgenden den Sobolev-Parameter unabhängig von irgendeiner betrachteten Richtung mit  $t_S$ , da  $M$  explizit nur von dieser Größe abhängt.

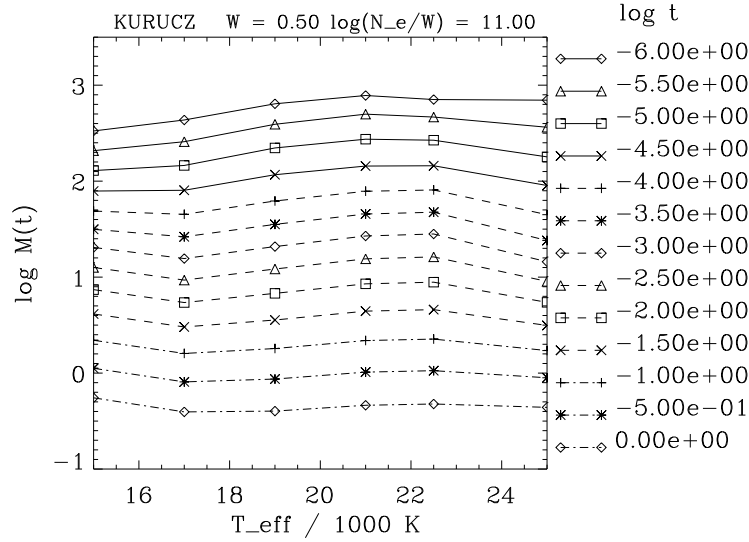


Abbildung 4.13: Force multiplier  $M$  als Funktion der Temperatur (Bestrahlung durch Kurucz-Spektren für  $\log g = 3.0$ ).

variiert im Wind nur im unteren Bereich sehr deutlich. Bei größeren Werten von  $r$  ist es nahezu konstant, da sich sowohl Elektronendichte  $n_e$  als auch Verdünnungsfaktor  $W$  proportional zu  $1/r^2$  verhalten.) Abb. 4.14 veranschaulicht das Verhalten von  $M$  in Abhängigkeit von  $n_e/W$ .

**Abhängigkeit vom Verdünnungsfaktor  $W$**  Die force multiplier hängen nur unwesentlich vom Verdünnungsfaktor  $W$  ab, da sich der Beitrag der Photoionisation von *angeregten* Zuständen im Ionisationsgleichgewicht nur in Sternnähe ( $W \gtrsim 0.1$ ) bemerkbar macht (vgl. Abb. 4.4 in S97) und die angeregten Linien bei O-/B-Sternen nur maximal 10% der Linienstrahlungsbeschleunigung ausmachen (Abbott 1982).

**Abhängigkeit von der Ionisationsstruktur** Die Ionisationsstruktur, die in entscheidendem Maße von der Bestrahlung abhängt, beeinflusst den force multiplier maßgeblich. Im folgenden diskutieren wir an einem exemplarischen Fall (im für B-Sterne relevanten Temperaturbereich von 15000...25000 K) die verschiedenen physikalischen Konsequenzen für die Größe  $M$ , die sich bei unterschiedlicher Temperatur oder/und Ionisationsstruktur ergeben können.

Abb. 4.15 zeigt den Verlauf von  $M$  für  $\log(n_e/W) = 11$ ,  $W = 0.5$  und den für Winde relevanten Bereich in  $\log t_s$  bei Bestrahlung durch Plancksche Flußverteilungen bzw. Kurucz-Flußverteilungen ( $\log g = 2.90$ , Temperaturen im Intervall von 15000...25000 K). Wie man sieht, variiert in beiden Fällen  $M$  bei festem  $\log t_s$  in Abhängigkeit von der Temperatur im allgemeinen maximal um einen Faktor 2...3 ( $\lesssim 0.5$  dex).

Wie bereits oben diskutiert, fällt  $M$  streng monoton mit  $\log t_s$ .

Bei Planckscher Bestrahlung weisen die force multiplier für  $T_{\text{eff}} = 15000 \text{ K} \dots 25000 \text{ K}$  bei kleinen

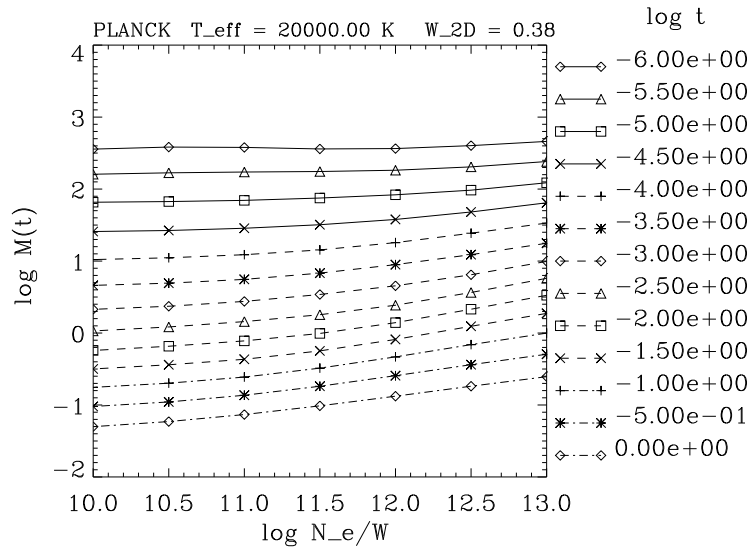


Abbildung 4.14: Abhängigkeit des force multipliers  $M$  von der effektiven Winddichte  $n_e/W$  (Bestrahlung durch Planck-Spektrum mit  $T_{\text{eff}} = 20000 \text{ K}$ ).

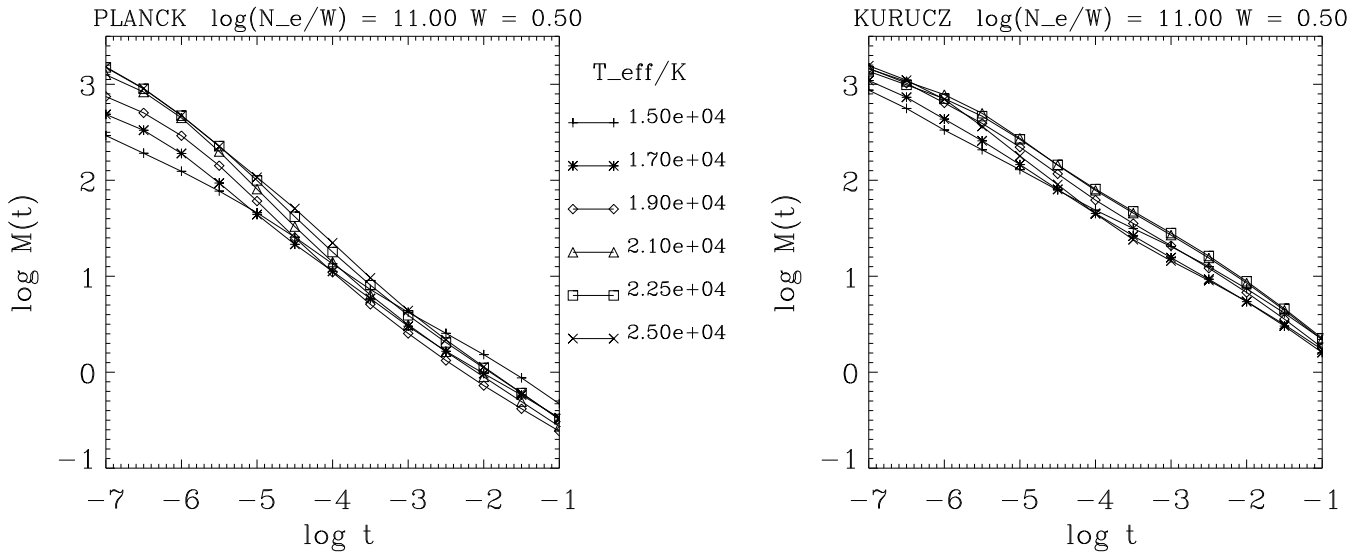


Abbildung 4.15: Force multiplier  $M(t)$  bei Bestrahlung durch Planck-Spektrum (links) bzw. Kurucz-Flußverteilung für  $\log g = 3.00$  (rechts).

Werten von  $\log t_S$  ( $\log t_S \lesssim -6$ ) die deutlichsten Diskrepanzen bei unterschiedlicher Temperatur auf ( $\Delta \log M \lesssim 0.7$ ).

Für die Kurucz-Flußverteilung zeigt sich dieses Verhalten nicht, und  $M$  ist für alle Werte von  $\log t_S$  deutlich größer als bei Bestrahlung durch ein Schwarzkörper-Spektrum.

Um diese Unterschiede zu verstehen, betrachten wir die physikalische Situation detaillierter: Abb. 4.16 zeigt den Beitrag der einzelnen Elemente zur Gesamtbeschleunigung für  $W = 0.5$  und  $\log(n_e/W) = 11$ . Dazu ist für die beiden Temperaturen und Flußverteilungen der Logarithmus der Größe

$$N_{\text{eff}} = \sum_{\text{Linien L}} \frac{\nu F_\nu}{F} (1 - e^{-k_L t_S}) \quad (4.127)$$

<sup>6</sup> über die Ordnungszahl  $Z$  und  $\log t_S$  für  $W = 0.5$  und  $\log(n_e/W) = 11$  aufgetragen. In allen vier Fällen tragen im wesentlichen die CNO-Gruppe (Kohlenstoff (C,  $Z = 6$ ), Stickstoff (N,  $Z = 7$ ), Sauerstoff (O,  $Z = 8$ )), die Metalle Silizium (Si,  $Z = 14$ ), Phosphor (P,  $Z = 15$ ), Schwefel (S,  $Z = 16$ ), Argon (Ar,  $Z = 18$ ) und die Elemente der Eisengruppe (Chrom (Cr,  $Z = 24$ ), Mangan (Mn,  $Z = 25$ ), Eisen (Fe,  $Z = 26$ )) zur Linienstrahlungsbeschleunigung bei. Für sehr kleine Werte von  $\log t_S$  ( $\log t_S \lesssim -6$ ) liefern nur die CNO-Gruppe und für  $T_{\text{eff}} = 25000$  K und Kurucz-Flußverteilung zusätzlich Phosphor und Schwefel nennenswerte Beiträge zu  $N_{\text{eff}}$ . Für große  $\log t_S$  ( $\log t_S \gtrsim -2$ ) dominiert Eisen die anderen Elemente bei weitem. (Man beachte den logarithmischen Maßstab für  $N_{\text{eff}}$ !)

Da es sich im untersuchten Parameterbereich um Winde handelt, die noch nicht optisch dick sind, sind die Linienübergänge der häufigsten Elemente ungesättigt (abgesehen von einzelnen metastabilen und Resonanzlinienübergängen), und die resultierenden Beiträge eine Folge der angenommenen solaren Elementhäufigkeit (Anders & Grevesse 1989, Grevesse et al. 1996).

Die deutliche Zunahme des force multipliers  $M$  bei einer Kurucz- im Vergleich zu einer Planckschen Flußverteilung folgt aus den systematisch *niedrigeren Ionisationsstufen* im ersten Fall. Abb. 4.17 zeigt die jeweiligen Hauptionisationsstufen für  $T_{\text{eff}} = 15000$  K bzw.  $T_{\text{eff}} = 25000$  K,  $W = 0.5$  und  $\log(n_e/W) = 11$ . Vor allem bei 25000 K liegen diese bei den dynamisch entscheidenden Elementen bei Bestrahlung durch eine Kurucz-Flußverteilung systematisch um eins niedriger. Da die niedrigeren Ionisationsstufen mehr Linien besitzen, resultiert in diesem Fall ein höherer Wert von  $M$ .

Die Absenkung der Ionisationsstufen bei Bestrahlung durch eine Modellatmosphäre liegt, wie bereits erwähnt, am Abfall des ionisierenden Flusses kurzwellenlängig der Ionisationskanten. Abb. 4.18 zeigt den frequentiellen Verlauf von  $T_{\text{rad}}(\nu)$  für eine Modellatmosphäre (gegeben durch  $F_\nu = \pi B_\nu(T_{\text{rad}}(\nu))$ ). Die Abbildung verdeutlicht, daß die Strahlungstemperatur bei den Übergängen  $\text{FeIV} \rightarrow \text{FeV}$  (226.2 Å) bzw.  $\text{OII} \rightarrow \text{OIII}$  (352.7 Å) deutlich kleiner sind als die bei Planckscher Beleuchtung gegebenen 25000 K. Aus diesem Grund überwiegen bei Bestrahlung durch das Kurucz-Spektrum die jeweils niedrigeren Ionisationsstufen.

Betrachten wir im folgenden die Situation bei Planckscher Bestrahlung, so stellen wir fest: Die Temperaturabhängigkeit von  $M$  für  $\log t_S \lesssim -5$  erklärt sich durch die deutliche Zunahme des Beitrages der CNO-Gruppe bei höheren Temperaturen. Da bei diesen Werten von  $\log t_S$  die CNO-Gruppe und Eisen bei  $T_{\text{eff}} = 25000$  K den größten Anteil liefern, zeigt Abb. 4.19 den

---

<sup>6</sup>Mit Gl. (4.125) folgt:  $M(t) = (v_{\text{therm}}/c)(N_{\text{eff}}/t)$ . Das heißt,  $N_{\text{eff}}$  kann als die effektive Anzahl optisch dicker treibender Linien betrachtet werden (vgl. Abbott (1980), Gl. (8)).

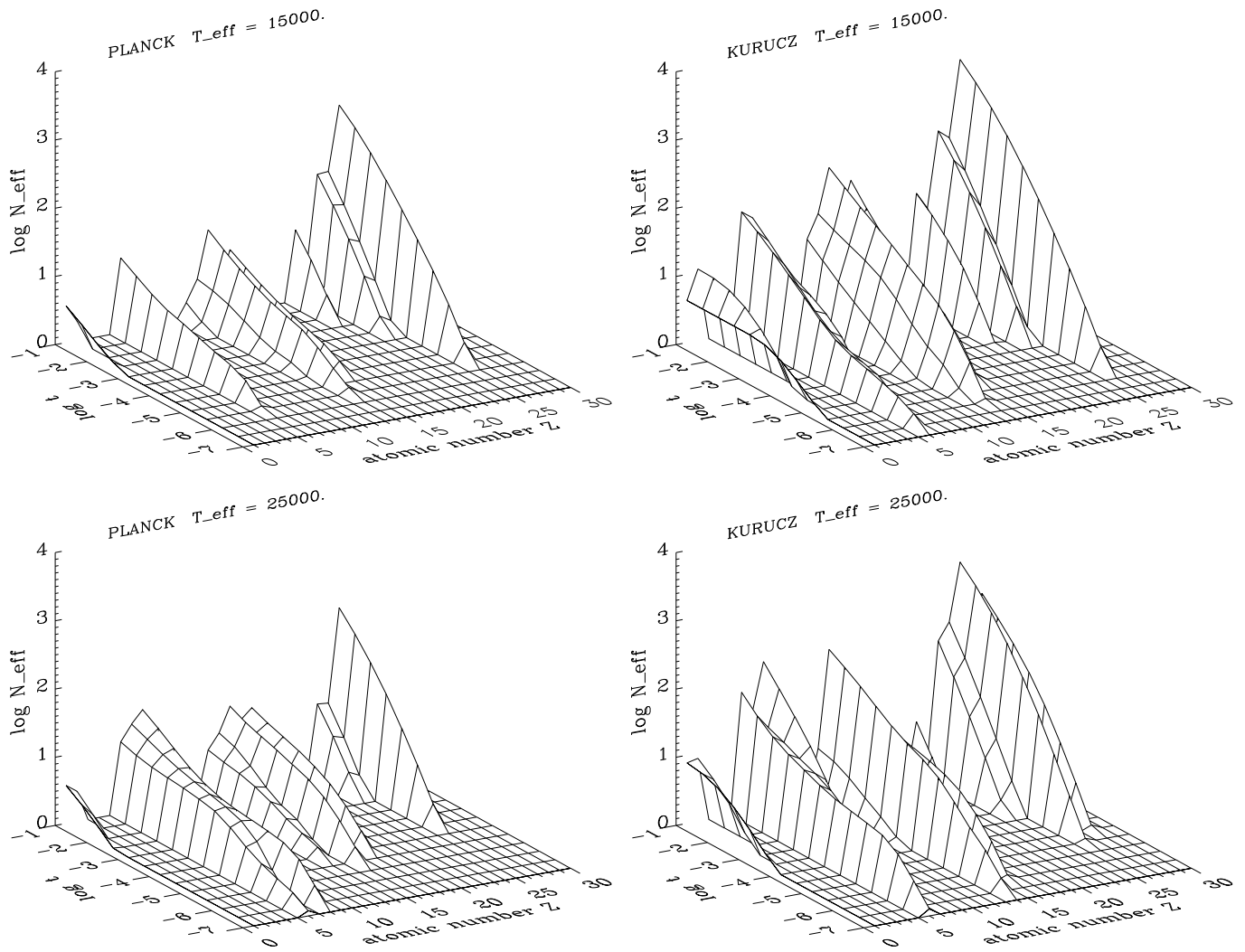


Abbildung 4.16: Beitrag zur Linienstrahlungsbeschleunigung für  $T_{\text{eff}} = 15000$  K bzw.  $25000$  K und Planck- bzw. Kurucz-Flußverteilung über Ordnungszahl  $Z$  und Sobolev-Parameter  $\log t_s$  ( $W = 0.5$ ,  $\log(n_e/W) = 11$ ).

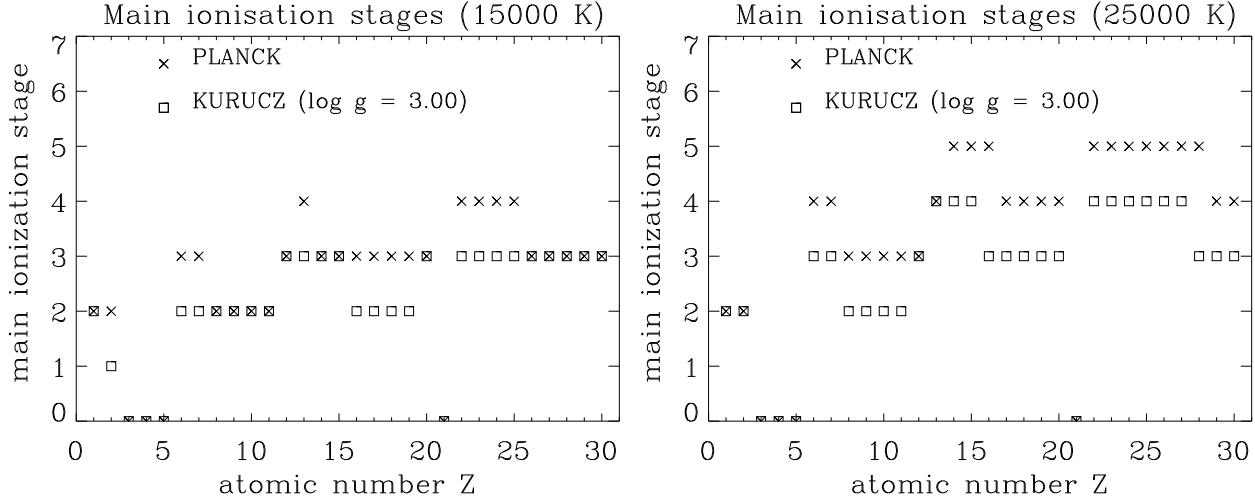


Abbildung 4.17: Hauptionisationsstufen bei Bestrahlung mit Schwarzkörper- bzw. Kurucz-Spektrum für  $\log g = 3.00$  für  $T_{\text{eff}} = 15000$  K (links) und  $T_{\text{eff}} = 25000$  K (rechts).

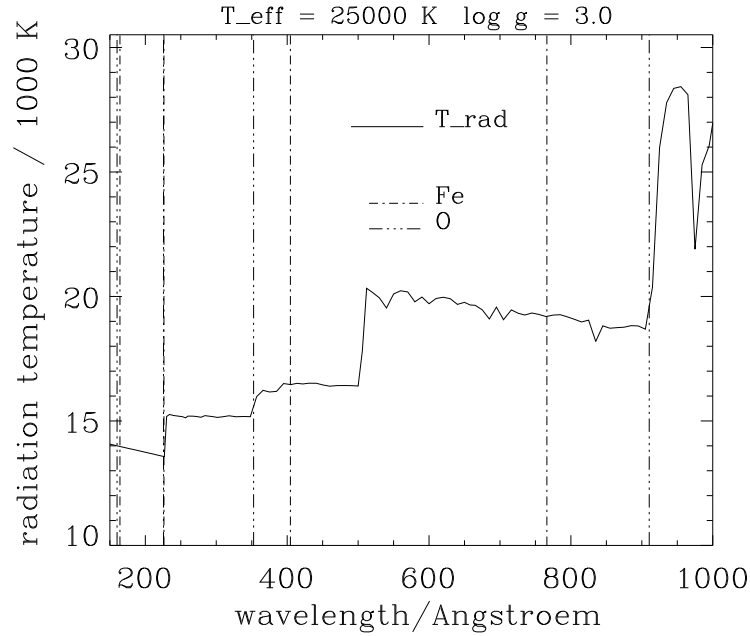


Abbildung 4.18: Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}(\nu)$  bei einer Modellatmosphäre mit  $T_{\text{eff}} = 25000$  K. Eingezeichnet sind die Ionisationsenergien für die Übergänge (von Grundzustand zu Grundzustand) von Eisen,  $\text{FeI} \rightarrow \text{FeII}$  (164.22 Å),  $\text{FeII} \rightarrow \text{FeIII}$  (226.26 Å),  $\text{FeIII} \rightarrow \text{FeIV}$  (404.53 Å),  $\text{FeIV} \rightarrow \text{FeV}$  (766.14 Å), und Sauerstoff,  $\text{OI} \rightarrow \text{OII}$  (160.16 Å),  $\text{OII} \rightarrow \text{OIII}$  (225.64 Å),  $\text{OIII} \rightarrow \text{OIV}$  (352.67 Å),  $\text{OIV} \rightarrow \text{OV}$  (910.44 Å).

Beitrag der einzelnen Ionisationsstufen von Eisen und Sauerstoff. Bei Sauerstoff fallen in beiden Fällen Haupt- und meistbeitragende Ionisationsstufe zusammen, bei Eisen dagegen ist dies nur für  $T_{\text{eff}} = 15000$  K der Fall. Bei 25000 K überwiegt der Beitrag von FeIV den der Hauptionisationsstufe FeV, was an der im Vergleich zu FeIV weitaus größeren Anzahl der bei FeIV zur Verfügung stehenden Linien liegt (bezüglich der herausragenden Bedeutung von FeIV für die Strahlungsbeschleunigung in Wolf-Rayet-Winden siehe S97 (Kap. 7.3.2)). Diese Abbildungen verdeutlichen auch den starken Anstieg des Beitrages von Sauerstoff (bzw. der CNO-Gruppe) bei niedrigen Werten von  $\log t_S$  beim Übergang von 15000 K zu 25000 K. Im Gegensatz zu diesen Elementen liefert Eisen vor allen bei hohen  $\log t_S$  den Hauptbeitrag.

Wie in Kap. 4.4.3, S. 79 dargestellt, sind die berücksichtigten Linienübergänge in drei Gruppen eingeteilt: Resonanzlinienübergänge vom/zum Grundzustand, Linien, deren unteres Niveau ein metastabiles ist und Linien, zwischen angeregten Niveaus, deren unteres Niveau in einem Übergang auf einen Grund- oder metastabilen Zustand führt. Abb. 4.20 und 4.21 zeigen den Anteil dieser einzelnen Liniengruppen für  $T_{\text{eff}} = 25000$  K (bei  $\log(n_e/W) = 11$ ,  $W = 0.5$ ) bei Planckscher Bestrahlung für die jeweils meistbeitragende Ionisationsstufe von Sauerstoff und Eisen. Die Beschleunigung resultiert bei beiden Temperaturen im wesentlichen aus Übergängen im Lyman- und Balmerkontinuum (kurzwellenlängig von 911 Å bzw. 3647 Å). Entscheidend bei Sauerstoff sind (i.a. einige wenige, vgl. Abbott 1982 (Tab. 5)) Resonanz- und metastabile Übergänge, die bei kleinen Werten von  $\log t_S$  ausschließlich zu  $M$  beitragen, im Gegensatz zu Eisen, bei dem für große  $\log t_S$  in erster Linie die zahlreichen metastabilen Übergänge dominieren (vgl. Abbott 1982).

Ein sehr ähnliches Bild der Rolle der drei beitragenden Liniengruppen ergibt sich bei Bestrahlung durch eine Kurucz-Flußverteilung. (Um die Darstellung im Rahmen zu halten, sei an dieser Stelle auf eine graphische Darstellung verzichtet.)

Als wichtigste Gesichtspunkte dieses Abschnittes sind festzuhalten: Diejenigen Größen im Wind, von denen der force multiplier  $M$  in entscheidender Weise abhängt, sind der Sobolev-Parameter  $t_S$  und die effektive Winddichte  $n_e/W$ . Im Vergleich dazu variiert  $M$  in Abhängigkeit von der Temperatur (*bei gegebener Ionisationsstruktur*) und dem Verdünnungsfaktor nur unwesentlich (abgesehen von bestimmten Fällen, die aber nicht die Regel darstellen). Bei großen Werten von  $\log t_S$  (d.h. höheren Dichten) dominieren aufgrund des Beitrages zahlreicher metastabiler Linien die Elemente der Eisengruppe die Linienstrahlungsbeschleunigung, bei kleinen  $\log t_S$  (niedrigen Dichten) wenige starke metastabile und Resonanzlinien-Übergänge vor allem der CNO-Gruppe. Der Beitrag angeregter Linien ist in dem von uns betrachteten Temperaturbereich nur von sekundärer Bedeutung. (Ab ca. 40000 K gewinnen diese Linien an Bedeutung, da in diesem Temperaturbereich das Strahlungsfeld in der Lage ist, die angeregten Niveaus v. a. der CNO-Gruppe zu bevölkern.)

Die *Beleuchtung* des Windmaterials ist von größter Wichtigkeit für die *Ionisationsstruktur*: Da bei Bestrahlung durch eine Modellatmosphäre der ionisierende Fluß kurzwellenlängig der Ionisationskanten drastisch abnimmt, resultieren systematisch niedrigere Hauptionisationsstufen als bei Planckscher Bestrahlung. Dadurch nimmt der force multiplier um bis zu eine Größenordnung zu.<sup>7</sup>

---

<sup>7</sup>Entscheidend für die force multiplier ist in allererster Linie die zugrundeliegende *Ionisationsstruktur* und nicht die Flußwichtung  $F_\nu/F$ . Wählt man für  $F_\nu/F$  eine Plancksche bzw. eine Kurucz-Flußverteilung und berechnet die *Ionisationsstruktur* allerdings für ein- und dieselbe Flußverteilung, so sind die Unterschiede in den force multiplern



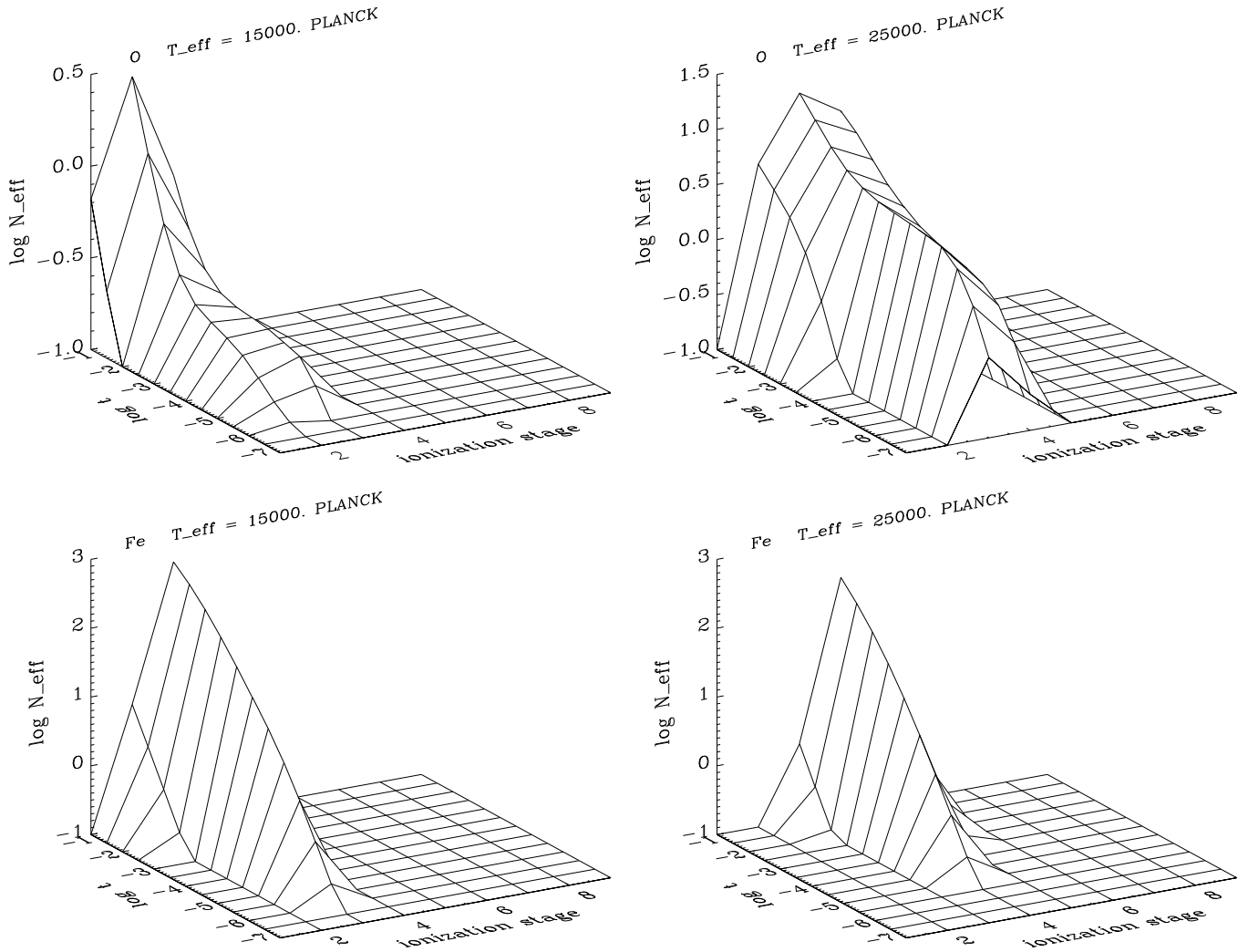


Abbildung 4.19: Beitrag der einzelnen Ionisationsstufen von Sauerstoff und Eisen zur Linienstrahlungsbeschleunigung für  $T_{\text{eff}} = 15000$  K bzw.  $25000$  K und Plancksche Bestrahlung ( $\log(n_e/W) = 11$ ,  $W = 0.5$ ). Man vergleiche mit Abb. 4.17: Für  $15000$  K stimmen die meist-beitragenden Ionisationsstufen OII ( $Z = 8$ ) und FeIII ( $Z = 26$ ) mit den Hauptionisationsstufen überein. Bei  $25000$  K ist das nur für OIII der Fall, dagegen dominiert bei Eisen der Beitrag von FeIV den der Hauptionisationsstufe FeV bei weitem.

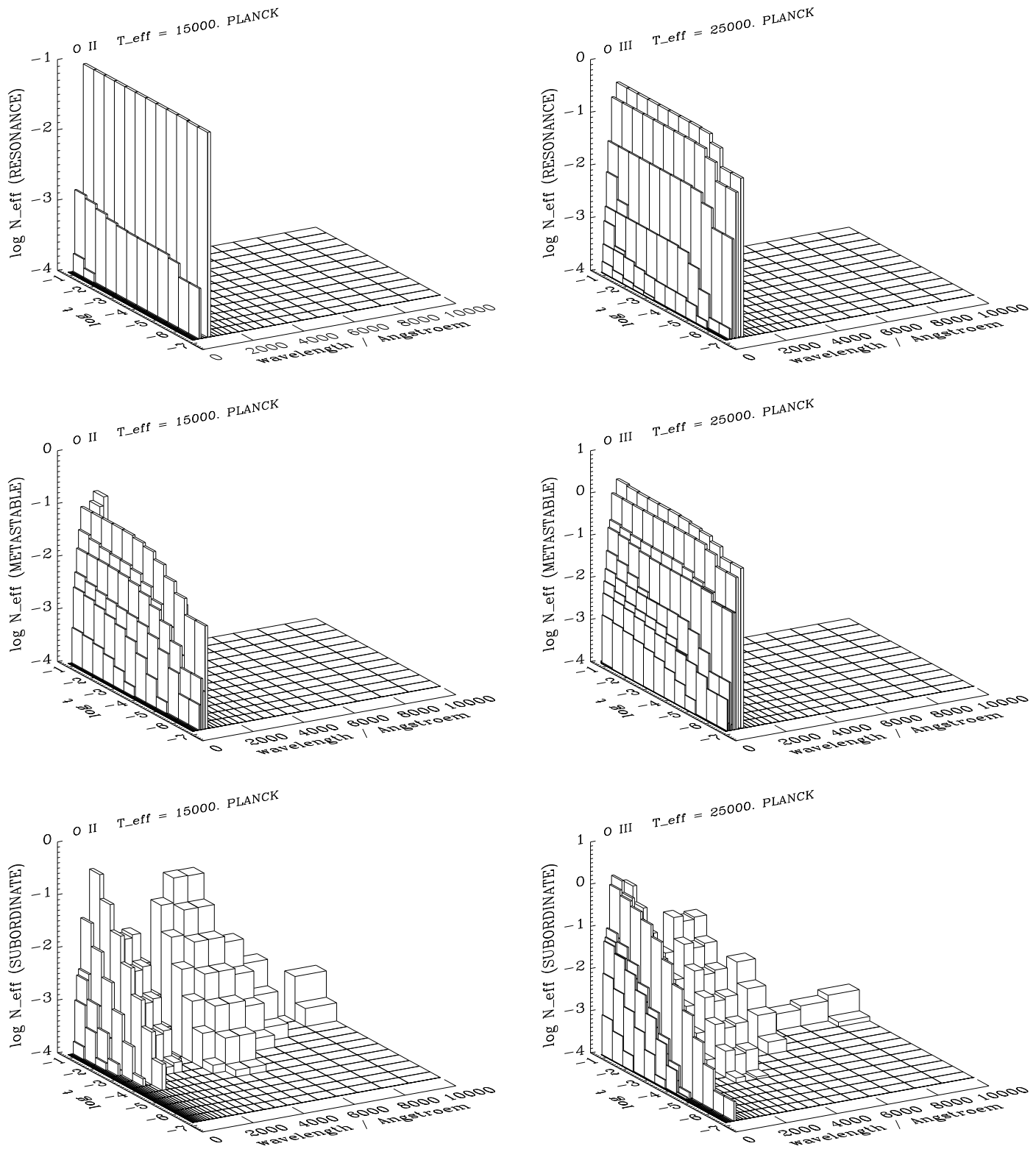


Abbildung 4.20: Beiträge der drei Liniengruppen (Resonanz-, metastabile und angeregte (*subordinate*) Übergänge) zur Linienstrahlungsbeschleunigung durch OII (bei 15000 K) bzw. OIII (bei 25000 K) bei Planckscher Bestrahlung ( $\log(n_e/W) = 11$ ,  $W = 0.5$ ).

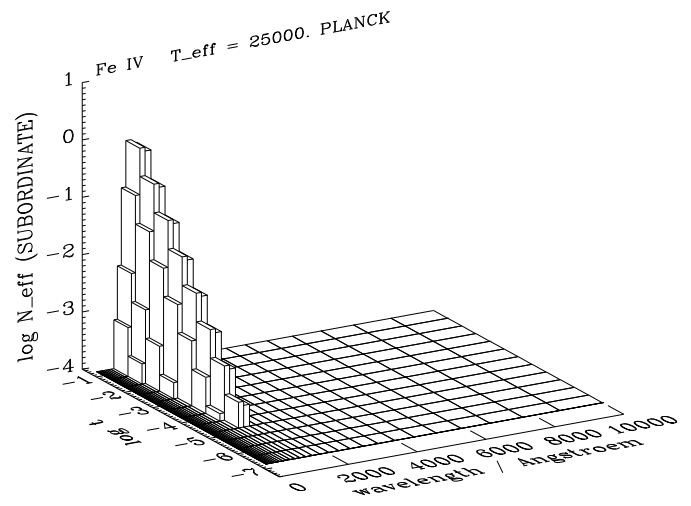
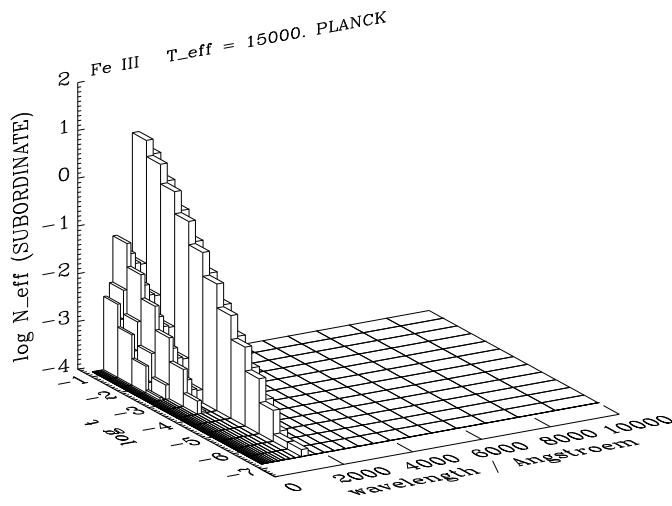
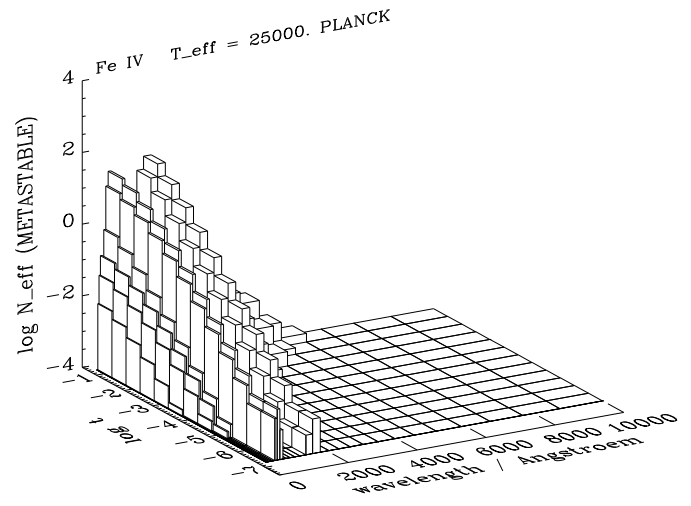
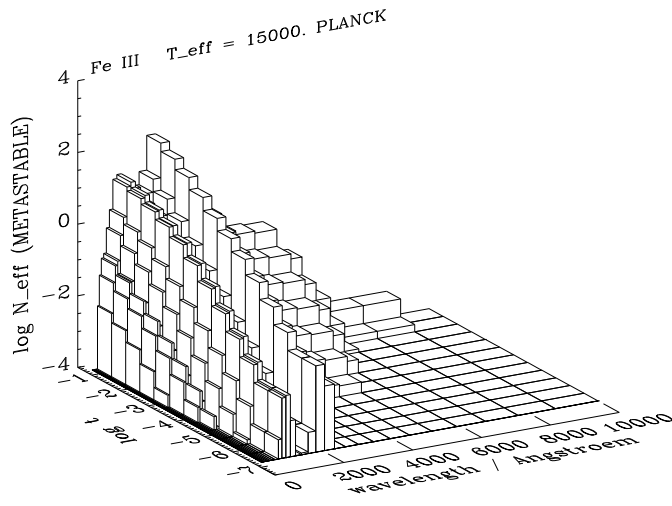
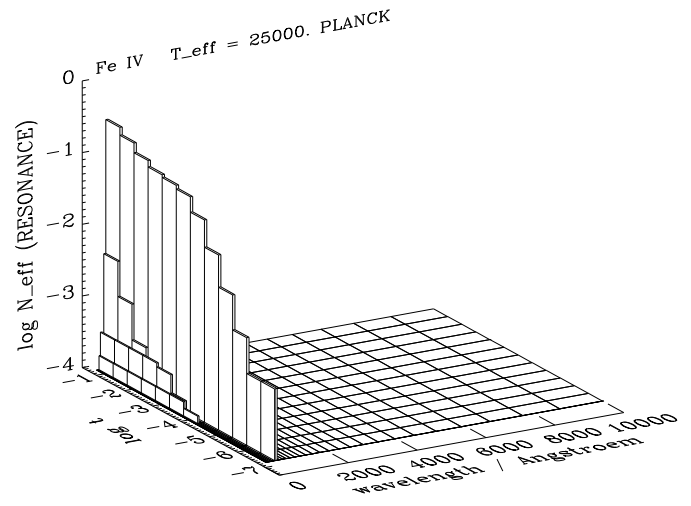
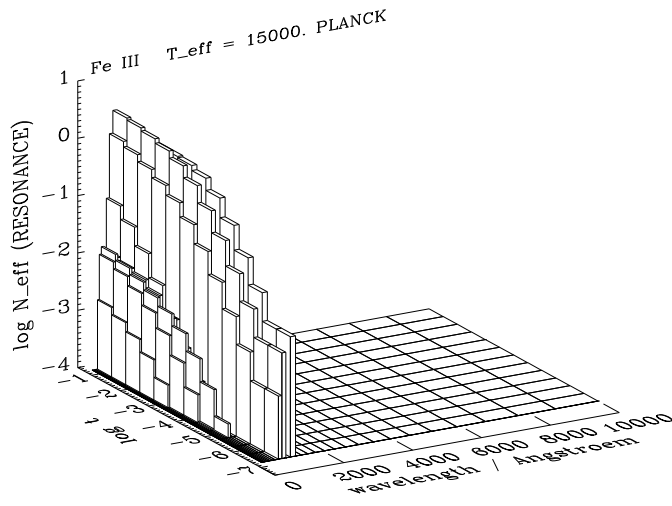


Abbildung 4.21: Wie Abb. 4.20; nun für FeIII (für 15000 K) bzw. FeIV (für 25000 K).

### 4.5.3 Der allgemeine Fall – Näherungen

Um die Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung in angemessener Zeit durchführen zu können, werden wir die im folgenden beschriebenen Näherungen verwenden.

An einem Aufpunkt  $\vec{r}$  im Wind wird das Material aus einem Raumwinkel  $\Omega_c$  durch die Sternoberfläche bestrahlt. (Wie in Kapitel 4.2.4.1, S. 52 diskutiert, vernachlässigen wir eventuell existierende diffuse Strahlungsfelder außerhalb von  $\Omega_c$  und Quellen oder Senken in  $\Omega_c$ , d.h. zwischen  $\vec{r}$  und der Sternoberfläche.)

Die aus den verschiedenen Richtungen  $\vec{n}'$  einstrahlende Intensität  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')$  hängt somit nur von den physikalischen Bedingungen ab, die an dem Ort auf der Sternoberfläche herrschen, an dem der längs  $\vec{n}'$  laufende Strahl seinen Ursprung hat.

Das lokale Strahlungsfeld an einem Ort der Sternoberfläche  $\Theta(\vec{r}, \vec{n}')$  kann entweder durch eine Planckfunktion (für  $T_{\text{eff}} \equiv T_{\text{eff}}(\Theta_*)$ , vgl. Gl. (4.87)) oder über die Flußverteilung einer entsprechenden Modellatmosphäre (die anhand der lokalen Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}(\Theta_*)$  und Schwerebeschleunigung  $\log g(\Theta_*)$  zu wählen ist) beschrieben werden.

Im Prinzip könnte man also bei der Bestimmung von  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')$  die durch die stellare Rotation bedingte Dopplerverschiebung des photosphärischen Spektrums mitberücksichtigen. Diese wird sich allerdings nur in äquatornahen Breiten in Sternnähe (d.h. dort, wo  $\vec{n}'$  deutlich von der radialen Richtung  $\vec{e}_r$  abweicht) bemerkbar machen. Daraus resultiert eine gewisse Verschmierung der Ionisationskanten und bedingt möglicherweise eine geringfügige Verschiebung des Ionisationsgleichgewichts in  $\vec{r}$ . Die exakte Berechnung dieses sekundären Effektes würde einen erheblich größeren Aufwand an Rechenzeit bzw. CPU-Speicherplatz erfordern<sup>8</sup>, und wir werden ihn im weiteren nicht mitberücksichtigen.

Als zweite Näherung vernachlässigen wir, ebenfalls aus Rechenzeitgründen, die durch die Mittele-Rand-Verdunkelung bedingte Richtungsabhängigkeit von  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')$  (vgl. Kap. 4.2.3, S. 50).

Im Rahmen der 2-D Simulationen werden die lokalen force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  im Laufe der zeitlichen Entwicklung der Strömung wiederholt aktualisiert, um so ihre konsistente Konvergenz mit der hydrodynamischen Struktur zu ermöglichen. Das Verfahren zur Bestimmung von  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  benötigt für alle hydrodynamischen Stützstellen in  $\Theta$  (ca. 30...40) die force multiplier  $M$  an jeweils etwa zehn radialen Stützstellen  $\vec{r}' = (\Theta, r')$ . Diese Werte von  $M$  sind vor jeder Aktualisierung neu zu bestimmen. Die Summation über die Linienliste gemäß Gl. (4.125) wird trotz des vereinfachten Non-LTE-Ansatzes bei einer so großen Anzahl von force multipliern sehr aufwendig, weshalb im Laufe der hydrodynamischen Simulation die lokalen force multiplier durch Interpolation auf modellunabhängig vorberechneten Tabellen bestimmt werden. Da  $M$  von den Größen  $n_e/W$ ,  $W$ ,  $t_s$  und weiter unten eingeführten Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff}}$  abhängt, müssen die Tabellen einen Parameterraum der Form  $[\bar{T}_{\text{eff min}}, \bar{T}_{\text{eff max}}] \times$

---

bei verschiedener Flußrichtung nur marginal. Die entscheidende Bedeutung kommt der Ionisationsstruktur zu, da diese die Anzahl und wellenlängenabhängige Verteilung der Linienopazitäten bestimmt.

<sup>8</sup>Dieses exakte Vorgehen würde allerdings eine erhebliche Rechenzeit bedingen und die derzeit zur Verfügung stehenden dynamischen Rechnerkapazitäten überfordern, da bei hydrodynamischen Simulationen für alle numerischen Gitterpunkte (größenordnungsmäßig 250 radiale  $\times$  30...40 polare, vgl. Kap. 6.4) die richtungs- und frequenzabhängigen Intensitäten zu bestimmen wären. Man müßte sie zwar nur einmal am Anfang einer Simulation berechnen, dann aber als *jederzeit abrufbare Variablen* im Speicher halten. Zum gegenwärtigen Zeitpunkt ist das aus Speicherplatzgründen noch nicht möglich.

$[\log t_{\text{Smin}}, \log t_{\text{Smax}}] \times [\log(n_e/W)_{\text{min}}, \log(n_e/W)_{\text{max}}] \times [W_{\text{min}}, W_{\text{max}}]$  komplett überdecken. Ihre Berechnung erfordert je nach Feinheit der Auflösung der einzelnen Wertebereiche zwar einen erheblichen einmaligen Rechenaufwand (bis zu 20 CPU-Stunden bei ca. 400 Mflops (*million floating-point operations per second*)), erlaubt es aber, für einen großen Bereich unterschiedlicher Windmodelle gleichzeitig die benötigten Informationen zur Verfügung zu stellen. Die aktuellen force multiplier  $M(\vec{r}')$  ergeben sich anhand der lokalen Werte  $n_e(\vec{r}')$ ,  $W(\vec{r}')$ ,  $\log t_{\text{S}}(\vec{r}')$  und  $T_{\text{rad}}(\vec{r}')$  durch Interpolation auf der Tabelle. Die dafür benötigte Rechenzeit fällt im Vergleich zu den anderen Algorithmen nicht ins Gewicht.

#### 4.5.4 Größen des Strahlungsfeldes

Die in Kap. 4.5.5 vorgestellte Methode zur Bestimmung der force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  erfordert die Kenntnis des force multipliers  $M(\vec{r})$ , der nach Gl. (4.125) von mehreren Größen des Strahlungsfeldes abhängt: Zum einen vom bestrahlenden Fluß  $F_\nu$  und zum anderen von den Linienstärken  $k_{\text{L}}$ .  $F_\nu$  ist eine *richtungsgewichtete* Größe der Form  $F_\nu = \int_{\Omega_c} I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}) \vec{n} d\Omega$ , und die Linienstärken  $k_{\text{L}}$  hängen implizit über die Ionisationsstruktur und die Besetzungszahlen von der mittleren Intensität  $J_\nu = (1/4\pi) \int_{\Omega_c} I_\nu^c d\Omega$  ab, die eine *raumwinkelgemittelte* Größe darstellt. Sowohl  $F_\nu(\vec{r})$  als auch  $J_\nu(\vec{r})$  hängen von den Strahlungstemperaturen  $T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$  ( $\vec{n}' \in \Omega_c$ ) auf der Sternoberfläche ab. Wie in Kap. 4.5.3 diskutiert, verbietet sich eine gleichzeitige Winkel- und Frequenzintegration von  $F_\nu$  und  $J_\nu$  aus Rechenzeit- bzw. Speicherplatzgründen.

Jedoch ist gerade der *frequentielle* Verlauf von  $T_{\text{rad}}$  (insbesondere ihr Absinken im kurzwellenlängigen Bereich der Hauptionisationskanten) von entscheidender Bedeutung für die Ionisationsschichtung und die resultierenden force multiplier (vgl. Kap. 4.5.2, S. 84). Um dieser Tatsache näherungsweise Rechnung tragen zu können, werden wir für die Aufpunkte  $\vec{r}$  geeignete *raumwinkelintegrierte, frequenzunabhängige* Effektivtemperaturen definieren, anhand derer zur Berechnung der lokalen force multiplier repräsentative „mittlere“ *bestrahlende Atmosphären* aus einem Gitter planparalleler Kurucz-Modellatmosphären im LTE (tabelliert für Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}$  und Schwerebeschleunigung  $\log g$ ) gewählt werden können. Diese liefern dann für jede Frequenz  $\nu$  eine entsprechende Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$ , gemäß  $F_{\nu, \text{Modellatmosph.}} \equiv \pi B_\nu(T_{\text{rad}}(\nu))$ .<sup>9</sup>

**Strahlungstemperaturen bei Plancksch strahlender Sternoberfläche.** Bevor wir diese Effektivtemperaturen einführen, soll zuerst herausgearbeitet werden, wie stark die Strahlungstemperaturen im Wind variieren, wenn man sie für einen schnell rotierenden Stern berechnet, dessen Oberfläche lokal eine Plancksche Energieverteilung abstrahlt. Vernachlässigen wir die

---

<sup>9</sup>Eine quantitativ genauere Methode, das frequenzabhängige mittlere Strahlungsfeld in  $\vec{r}$  zu bestimmen, wäre dieses für jeden Ort  $(\Theta, r)$  durch Integration über alle einzelnen beitragenden Atmosphären auf der Sternoberfläche zu berechnen. In diesem Fall ergäben sich bei einer hydrodynamischen 2-D Simulation je nach Anzahl der ausgezeichneten Stützstellen  $\vec{r}' = (\Theta, r')$  mehrere hundert verschiedene Sätze frequenzabhängiger Strahlungstemperaturen  $T_{\text{rad}}(\vec{r}', \nu)$ . Für *jeden* dieser Sätze wären dann separate force multiplier-Tabellen zu berechnen, die den durch das Verfahren zur Bestimmung der force multiplier-Parameter erfaßten Parameterraum  $[\log t_{\text{Smin}}, \log t_{\text{Smax}}] \times [\log(n_e/W)_{\text{min}}, \log(n_e/W)_{\text{max}}]$  abdecken müssen, da  $\log(n_e/W)$  und  $\log t_{\text{S}}$  zeitlich veränderlich sind. Mit den zur Verfügung stehenden Rechnern würde dies *pro Modell* mehrere CPU-Tage erfordern. Beschränkt man sich auf eine mittlere bestrahlende Atmosphäre, die anhand einer einzigen über  $\Omega_c$  integrierten frequenzunabhängigen Effektivtemperatur gewählt wird, können die zugehörigen force multiplier auf einer *unabhängig vom jeweiligen Modell* vorberechneten Tabelle interpoliert werden.

Mitte-Rand-Verdunkelung (d.h. die Abhängigkeit der Intensität  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')$  vom Austrittswinkel an der Sternoberfläche  $(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'), R_*(\Theta_*))$ , vgl. Kap. 4.2.3, S. 50), so läßt sich die Abhängigkeit der Größe  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') = B_\nu[T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))]$  von Richtung  $\vec{n}'$  und Frequenz  $\nu$  gleichzeitig berücksichtigen: Man kann in diesem Fall über die mittlere Intensität

$$J_\nu(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} B_\nu[T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))] d\Omega \equiv W B_\nu(\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)) \quad (4.128)$$

die über  $\Omega_c$  gemittelte Strahlungstemperatur  $\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  definieren:

$$\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu) = \frac{h\nu}{k_B} \frac{1}{\ln(1 + (2h\nu^3 W / (c^2 J_\nu)))} \quad (4.129)$$

Das Integral für  $J_\nu$  in Gl. (4.129) läßt sich gemäß Gl. (4.128) numerisch bestimmen, wobei im hier diskutierten Fall  $T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) = T_{\text{eff}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$  gilt. Abb. 4.22 zeigt den Frequenzverlauf der Strahlungstemperatur  $\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  bei mehreren Radien  $r$  für verschiedene Co-Breiten  $\Theta$ . Am Sternrand ( $r \approx R_*$ ) ist das Strahlungsfeld ausschließlich durch die lokalen Verhältnisse bestimmt und wird durch eine Planckfunktion für ein und dieselbe frequenzunabhängige Strahlungstemperatur  $T_{\text{eff}}(\Theta = \Theta_*)$  beschrieben. Erst wenn man sich von der Sternoberfläche entfernt, trägt die Strahlung mehrerer Oberflächenelemente verschiedener Effektivtemperatur zur mittleren Intensität  $J_\nu$  und damit zu  $\bar{T}_{\text{rad}}$  bei, wodurch  $\bar{T}_{\text{rad}}$  über den Polen sinkt und in der Äquatorebene ansteigt. Gleichzeitig nimmt der Unterschied in  $\bar{T}_{\text{rad}}$  für verschiedene Breiten ab, da mit wachsendem Abstand  $r$  von der über einen größeren Bereich lokaler Oberflächentemperaturen gemittelt wird. Dennoch wird  $\bar{T}_{\text{rad}}$  auch für große  $r$  von der jeweiligen Temperatur  $T_{\text{eff}}(\Theta, R_*(\Theta))$  entscheidend beeinflusst (vgl. die Diskussion in Kap. 4.3.4).

$\bar{T}_{\text{rad}}$  variiert selbst im kurzwellenlängigen Bereich nur unwesentlich mit der Frequenz. Bei kleinen Wellenlängen macht sich der nach dem Wienschen Verschiebungsgesetz (Gl. (4.111)) unterschiedlich starke, mit der Frequenz exponentiell ansteigende Wiensche Anteil der lokalen Planckfunktionen bemerkbar, wodurch  $T_{\text{rad}}$  etwas zunimmt. Bei großen Wellenlängen ( $\lambda \gg \lambda_{\text{max}}$ ) hingegen lautet die Rayleigh-Jeans-Form der Planckfunktion:

$$B_\nu(T) = \frac{2k_B T \nu^2}{c^2} . \quad (4.130)$$

Setzt man diesen Ausdruck für  $B_\nu$  in  $J_\nu = (1/4\pi) \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} B_\nu(\vec{r}, \vec{n}') d\Omega$  in Gl. (4.129) ein und entwickelt den Logarithmustrm im Nenner gemäß  $\ln(1+x) \approx x$  ( $x \ll 1$ ), so resultiert die *frequenzunabhängige* Strahlungstemperatur:

$$\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}) = \frac{1}{\int_{\Omega_c} d\Omega} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} T_{\text{eff}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) d\Omega . \quad (4.131)$$

Im Fall einer **Modellatmosphäre** variiert  $T_{\text{rad}}(\nu)$ <sup>10</sup> wesentlich drastischer mit der Frequenz, vor allem um die Hauptionisationskante herum. Abb. 4.22 (rechts unten) zeigt den frequentiellen

<sup>10</sup>Wir bezeichnen an dieser Stelle diese Größe mit  $T_{\text{rad}}(\nu)$  und nicht mit  $\bar{T}_{\text{rad}}(\nu)$ , da  $\bar{T}_{\text{rad}}(\nu)$  vom jeweiligen Sternmodell abhängt und durch Mittelung über  $\Omega_c$  bestimmt ist. Dagegen ergibt sich  $T_{\text{rad}}(\nu)$  direkt aus dem in der Modellatmosphäre tabellierten Fluß  $F_\nu$  gemäß  $F_{\nu, \text{Modellatmosph.}} \equiv \pi B_\nu(T_{\text{rad}}(\nu))$ .

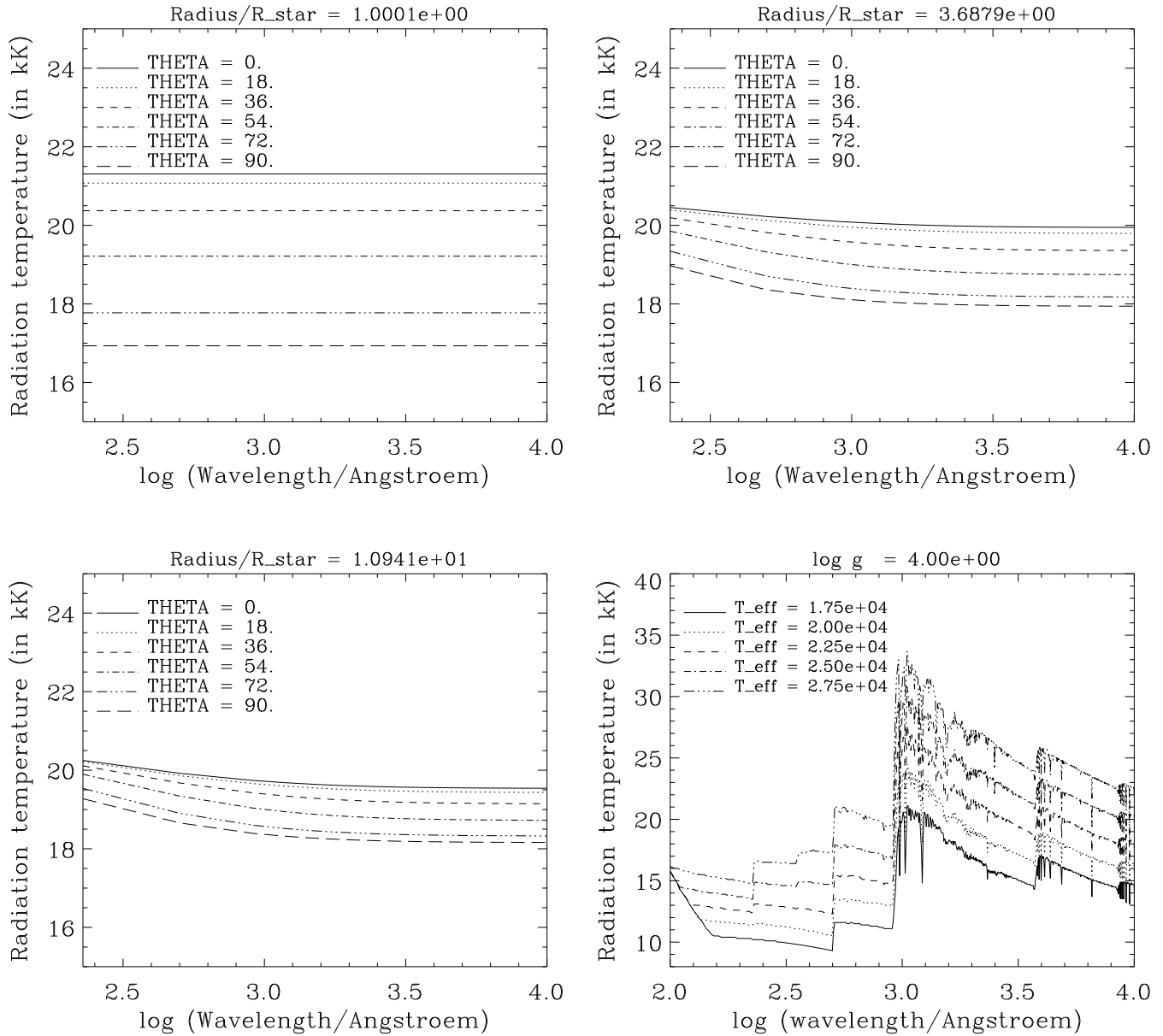


Abbildung 4.22: Gemittelte Strahlungstemperaturen  $\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  für einen B2-Stern mit  $T_{\text{eff}} = 20000$  K,  $v_{\text{rot}} = 350$  km s $^{-1}$  und einer lokal Plancksch strahlenden Oberfläche; andere Parameter wie in Tab. 4.2 (Deformation der Sternoberfläche berücksichtigt).

Oben und links unten:  $\bar{T}_{\text{rad}}(\Theta, r, \nu)$  für drei verschiedene Radiuspunkte

Rechts unten: Frequentieller Verlauf von  $T_{\text{rad}, \nu, \text{Modellatmosph.}}$  für Modellatmosphären bei verschiedenen Effektivtemperaturen  $T_{\text{eff}}$  (in K) und  $\log g = 4.0$

Verlauf von  $T_{\text{rad}}(\nu)$  für verschiedene Effektivtemperaturen  $T_{\text{eff}} = 17500 \dots 27500$  K ( $\log g = 4.0$ ). Jenseits der Lyman-Kante ( $\lambda < 911$  Å) fällt die Strahlungstemperatur rapide ab, da der Fluß durch gebunden-frei-Übergänge für  $\lambda < 911$  Å abgeblockt wird. Dieses Lineblocking hat einen signifikanten Einfluß auf die Ionisationsstruktur im Wind und die force multiplier (vgl. Kap. 4.5.2).

#### 4.5.4.1 Frequenzunabhängige lokale Effektivtemperaturen

In unseren weiteren Überlegungen werden wir die gleichzeitige Abhängigkeit der Intensität  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')$  von den physikalischen Eigenschaften auf der Sternoberfläche (d.h. am Ort  $\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')$ ) und der Frequenz  $\nu$  durch eine gemittelte Beschreibung näherungsweise berücksichtigen.

Wir benötigen für unser Verfahren Größen, die zum einen von der winkelmittelten mittleren Intensität  $J_\nu$  und zum anderen vom richtungsgewichteten Strahlungsfluß  $F_\nu$  abhängen. Um an den Aufpunkten  $\vec{r}$  im Wind die *Frequenzabhängigkeit* von  $J_\nu$  bzw.  $F_\nu$  beschreiben zu können, definieren wir in  $\vec{r}$  zwei verschiedene *frequenzunabhängige* Effektivtemperaturen, anhand derer dann für  $\vec{r}$  jeweils repräsentative Modellatmosphären aus einem Gitter ausgewählt werden können. Letztere liefern *frequenzabhängige* Strahlungstemperaturen  $T_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  (vgl. die einführenden Bemerkungen auf S. 94).

1. Bei der Berechnung der force multiplier  $M$  geht eine *Flußwichtung* der Form  $\nu F_\nu / F$  ein (siehe Gl. (4.125), die letztendlich in der Größe  $k_{\text{CAK}}$  absorbiert wird (siehe Gl. (4.143)). Beschreibt man an einem Aufpunkt  $\vec{r}$  im Wind den frequenzabhängigen Strahlungsfluß  $F_\nu$  durch eine Kurucz-Flußverteilung, so sollte letztere für eine geeignete lokale, über  $\Omega_c$  gemittelte „Kontinuums-Effektivtemperatur“ gewählt werden. Diese Größe, die wir mit  $\overline{T}_{\text{eff,cont}}$  bezeichnen, muß eines garantieren: Der über alle Frequenzpunkte der Modellatmosphäre integrierte Gesamtfluß  $F = \int_{\nu=0}^{\infty} F_\nu(T = \overline{T}_{\text{eff,cont}}) d\nu$  in  $\vec{r}$  muß gleich demjenigen Fluß  $F$  in  $\vec{r}$  sein, der sich durch Integration des stellaren Strahlungsflusses über  $\Omega_c$  ergibt. Das heißt, die Modellatmosphäre wird anhand einer Effektivtemperatur  $\overline{T}_{\text{eff,cont}}(\vec{r})$  gewählt, die die *Flußerhaltung* in  $\vec{r}$  gewährleistet.

Die Frequenzintegration des photosphärischen Flußspektrums an jedem Ort der Sternoberfläche ( $\Theta_*, R_*(\Theta_*)$ ) liefert einen dort lokalen Strahlungsfluß  $F(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) = \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$ . Damit gilt bei Flußerhaltung:

$$\begin{aligned} F &= |\vec{F}| = \left| \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} \int_0^\infty B_\nu[T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))] d\nu \vec{n}' d\Omega \right| = \left| \frac{\sigma_B}{\pi} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) \vec{n}' d\Omega \right| \\ &\equiv \left| \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} \vec{n}' d\Omega \right| \frac{\sigma_B}{\pi} \overline{T}_{\text{eff,cont}}^4. \end{aligned} \quad (4.132)$$

Also folgt für die frequenzunabhängige Kontinuums-Effektivtemperatur  $\overline{T}_{\text{eff,cont}}$ :

$$\overline{T}_{\text{eff,cont}} = \left\{ \frac{1}{\left| \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} \vec{n}' d\Omega \right|} \left| \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) \vec{n}' d\Omega \right| \right\}^{1/4}. \quad (4.133)$$



**2.** Eine etwas andere Betrachtungsweise erfordert die Frage, anhand welcher Effektivtemperatur diejenige Modellatmosphäre auszuwählen ist, die den frequentiellen Verlauf des *ionisierenden Strahlungsfeldes* bei Berechnung der Linienstärken  $k_L$  beschreibt.

Die entscheidende Größe des Strahlungstransportes für die Ionisationsstruktur ist die mittlere Intensität  $J_\nu$ . In Analogie zu  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  sollte man demzufolge eine entsprechende Effektivtemperatur zur Wahl der „ionisierenden“ Kurucz-Flußverteilung durch Mittelung der Strahlungstemperaturen  $T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'), \nu)$  über  $\Omega_c$  bestimmen. Bei der Berechnung von  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  folgt diese Größe aufgrund der geforderten Erhaltung des *frequenzintegrierten Strahlungsflusses*  $F$  durch Mittelung der vierten Potenzen von  $T_{\text{eff}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$  auf der Sternoberfläche. Im Gegensatz zu  $F$  ist  $J_\nu$  eine *frequenzabhängige* Größe, und die lokalen Strahlungstemperaturen auf der Sternoberfläche  $T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'), \nu)$  hängen in unterschiedlicher Weise von der Frequenz ab, vor allem dann, wenn die Sternoberfläche lokal nicht-Plancksch strahlt.

Über die mittlere Intensität  $J_\nu(\vec{r}) = \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}') d\Omega$  läßt sich an jedem Aufpunkt  $\vec{r}$  für jede Frequenz  $\nu$  eine über  $\Omega_c$  gemittelte Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  definieren:

$$B_\nu(\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)) \equiv \frac{1}{\int_{\Omega_c} d\Omega} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} B_\nu(T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'), \nu)) d\Omega. \quad (4.134)$$

Fordert man nun für die in  $\vec{r}$  zu wählende mittlere Atmosphäre die Erhaltung des frequenzintegrierten Strahlungsflusses  $F = \int_{\nu=0}^{\infty} F_\nu d\nu$ , so folgt über  $F$  die lokale Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}(\vec{r})$ :

$$F(\vec{r}) = \pi \int_{\nu=0}^{\infty} B_\nu(\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)) d\nu \equiv \sigma_B \bar{T}_{\text{eff,occ}}^4(\vec{r}). \quad (4.135)$$

Setzt man in Gl. (4.135) die durch Gl. (4.134) gegebene Definition von  $B_\nu(\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu))$  ein und vertauscht die Integrationsreihenfolge über  $\Omega$  und  $\nu$ , so folgt:

$$\sigma_B \bar{T}_{\text{eff,occ}}^4 = \frac{1}{\int_{\Omega_c} d\Omega} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} \left\{ \int_0^{\infty} d\nu B_\nu(T_{\text{rad}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'), \nu)) \right\}. \quad (4.136)$$

Das Integral über  $\nu$  auf der rechten Seite von Gl. (4.136) liefert jeweils den Wert  $(\sigma_B/\pi) T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$ . Somit ergibt sich die in  $\vec{r}$  definierte Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$ :

$$\bar{T}_{\text{eff,occ}} = \left[ \frac{1}{\int_{\Omega_c} d\Omega} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) d\Omega \right]^{1/4}. \quad (4.137)$$

Im Gegensatz zur Definition von  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  erfolgt hier die Integration nicht über  $\vec{n}' d\Omega$  sondern nur über  $d\Omega$ . Dies folgt aus der Definition der mittleren Strahlungstemperatur  $\bar{T}_{\text{rad}}(\vec{r}, \nu)$  über die winkelmittelte mittlere Intensität  $J_\nu$  und nicht über den richtungsgewichteten Fluß  $\vec{F}_\nu(\vec{r})$ .

Abb. 4.23 zeigt den Verlauf der Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  und ihrer Differenz. Bei der Berechnung dieser Größen wurde die Rotationsabplattung der Sternoberfläche mitberücksichtigt. (Die Rechnungen wurden mit der für die vollständigen hydrodynamischen Simulationen verwendeten Implementation der entsprechenden Subroutinen durchgeführt, weshalb der für  $\Theta$  erfaßte Bereich nicht exakt  $[0^\circ, 90^\circ]$  beträgt. Abweichungen vom glatten Kurvenverlauf sind auf minimale numerische Integrationsfehler  $\Delta I/I \lesssim 10^{-4}$  zurückzuführen.) Beide Größen sind im wesentlichen eine Funktion der Co-Breite  $\Theta$ . Für  $r \approx R_*(\Theta)$  hängen sie von rein lokalen Größen ab und sind daher identisch und durch die in Kap. 4.3.2 hergeleiteten Ausdrücke gegeben. Für größere Entfernungen von der Sternoberfläche erfährt der polare (äquatornahe) Windbereich zusätzliche Bestrahlung durch kühlere (heißere) Zonen, wodurch  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  abfallen (steigen). Da über dem Pol (in der Äquatorebene) für endliche Werte von  $r$  keine exakt vom Äquator (Pol) kommende Strahlung zum Strahlungsfeld beiträgt (vgl. die Diskussion in Kap. 4.3.4, S. 71), wird dieses auch für große Entfernungen vom austretenden Fluß in  $(\Theta, R_*(\Theta))$  mitbestimmt.

Der Unterschied zwischen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  im Vergleich zu ihrer jeweiligen *polaren Variation* ist nur gering. Diese äußerst kleine Differenz ist überraschend, aber ihre Größenordnung läßt sich leicht überprüfen: Der Einfachheit halber sei eine sphärische Sternoberfläche angenommen und die Effektivtemperatur an der Sternoberfläche durch den linearen Verlauf

$$T_{\text{eff}}(\mu) = T_{\text{eff}}(\mu = 1) + (T_{\text{eff}}(\mu_*) - T_{\text{eff}}(\mu = 1))(\mu - 1)/(\mu_* - 1)$$

beschrieben (Abb. 4.23 (oben und Mitte) rechtfertigt diesen einfachen Ansatz). Somit erhalten wir für z.B.  $r = 1.5 R_*$  über dem Pol ( $\Theta = 0$ ) die Größen  $\bar{T}_{\text{eff,occ}} = \int_{\mu_*}^1 T_{\text{eff}}(\mu) d\mu / \int_{\mu_*}^1 d\mu = 42450$  K und  $\bar{T}_{\text{eff,cont}} = \int_{\mu_*}^1 T_{\text{eff}}(\mu) \mu d\mu / \int_{\mu_*}^1 \mu d\mu = 42560$  K. Also liegt die Differenz beider Temperaturen in der gleichen Größenordnung wie bei der numerisch exakten Rechnung, und  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  ist geringfügig größer als  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$ .

Bei mittleren Werten von  $r$  ist die richtungsgewichtete Temperatur  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  noch etwas stärker durch die lokale Temperatur am Punkt  $(\Theta, R_*(\Theta))$  bestimmt (bzw. durch diejenige an benachbarten Oberflächenelementen von  $(\Theta, R_*(\Theta))$ ), da die Sternoberfläche nicht sphärisch ist und der zu  $\vec{r}$  gehörende geometrisch exakte „Fußpunkt“ dadurch von  $(\Theta, R_*(\Theta))$  abweicht). Deshalb ist  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  in polaren Breiten größer und in der Nähe der Äquatorebene kleiner als die raumwinkelgemittelte Temperatur  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$ . Je weiter man sich vom Stern entfernt, desto mehr wird die stellare Bestrahlung radial, und  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  gehen ineinander über.

Die Tatsache, daß diese Effektivtemperaturen vor allem mit  $\Theta$  und nur unwesentlich mit  $r$  variieren, macht auch das Konzept der mittleren bestrahlenden Atmosphäre plausibel, da auch in realiter das hauptsächliche Gewicht der Bestrahlung auf einer Modellatmosphäre liegt, die das Spektrum auf der Sternoberfläche bei oder in der Nähe von  $(\Theta, R_*(\Theta))$  repräsentiert.

Die Auswahl der Modellatmosphären erfordert neben der Temperatur eine Schwerebeschleunigung  $\log g$ . Da der Fluß der Modellatmosphären bei gegebener Effektivtemperatur nur schwach mit  $\log g$  variiert, beschränken wir uns der Einfachheit halber für alle  $\vec{r}$  bei der Wahl von  $\log g$  auf den durch Gl. (4.94) gegebenen Wert für die oberflächengemittelte Schwerebeschleunigung  $g_{\perp}^{\text{av}}$ .

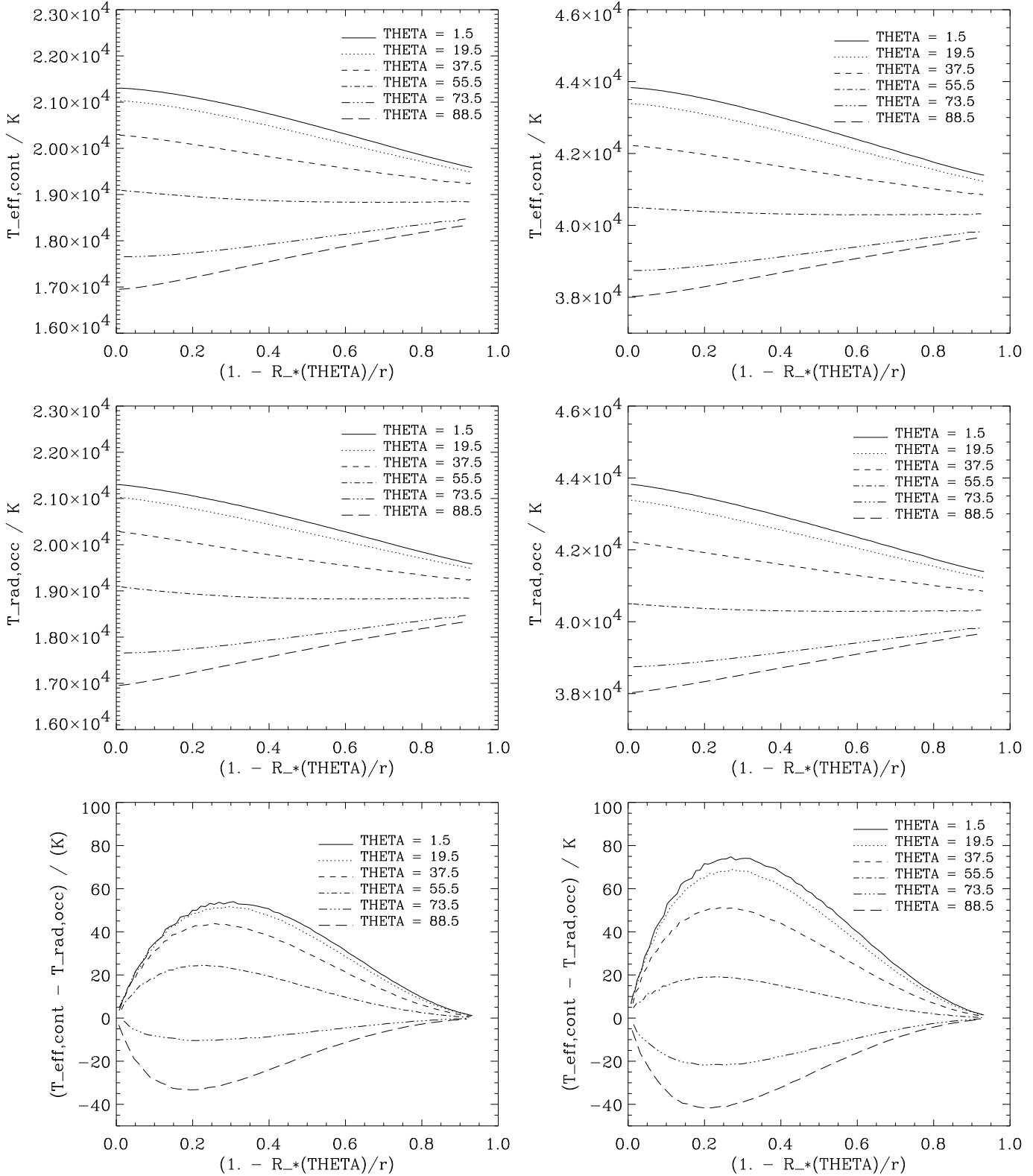


Abbildung 4.23: Mittlere Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$ .

Links: B2-Stern mit  $T_{\text{eff}} = 20000 \text{ K}$ ,  $v_{\text{rot}} = 350 \text{ km s}^{-1}$ , andere Parameter wie in Tab. 4.2.

Rechts: O-Überriese mit  $T_{\text{eff}} = 42000 \text{ K}$ ,  $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km s}^{-1}$ , andere Parameter wie in Tab. 4.1.

Oben: gemittelte Kontinuums effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$ ;

Mitte: mittlere Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  für die Ionisationsstruktur und Besetzungszahlen;

unten: Differenz der beiden Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}} - \bar{T}_{\text{eff,occ}}$ .

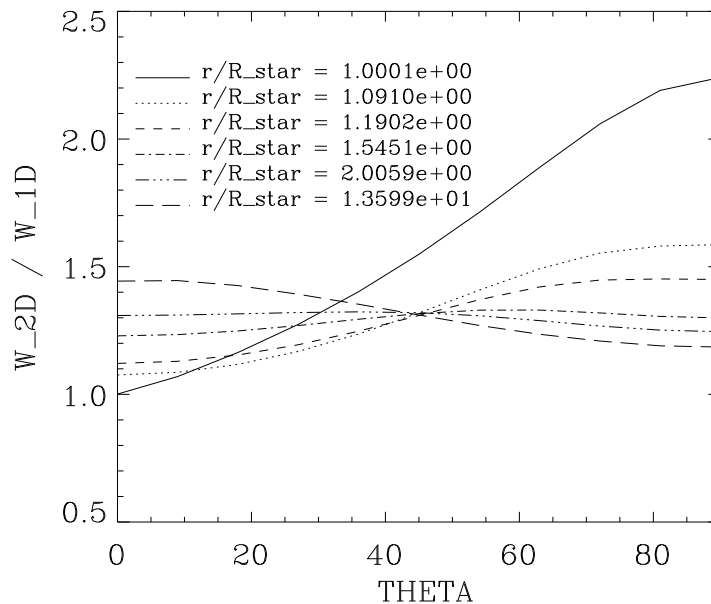


Abbildung 4.24: Verdünnungsfaktor  $W/W_{1-D}$  für B-Stern mit  $T_{\text{eff}} = 20000$  K,  $v_{\text{rot}} = 350$  km s<sup>-1</sup> für verschiedene Radien  $r$  und Co-Breiten  $\Theta$ .

#### 4.5.4.2 Der Verdünnungsfaktor

Die letzte Größe, die wir noch zur Berechnung des force multipliers benötigen, ist der Verdünnungsfaktor  $W$  (Gl. (4.114)), der aufgrund der Rotationsabplattung nun auch von  $\Theta$  abhängt. Abb. 4.24 zeigt das Verhältnis von  $W$  zum Verdünnungsfaktor für sphärisch-symmetrische Winde  $W_{1-D}$  (Gl. (4.41)) für den in Tab. 4.2 beschriebenen B2-Hauptreihenstern mit  $v_{\text{rot}} = 350$  km s<sup>-1</sup>.

$W_{1-D}$  ist auf den *polaren* Radius  $R_p$  normiert. Da für alle  $\Theta$  der Sternradius  $R_*(\Theta)$  größer oder gleich dem polaren Radius  $R_p$  ist, ist  $W$  stets größer als  $W_{1-D}$ . Die deutlichsten Diskrepanzen zwischen  $W$  und  $W_{1-D}$  ergeben sich in unmittelbarer Sternnähe aufgrund der Rotationsabplattung mit dem maximalen Effekt in der Äquatorebene. Der unterschiedliche radiale Verlauf des Verhältnisses  $W/W_{1-D}$  bei konstantem  $\Theta$  hängt sowohl mit der Krümmung als auch mit der Asphärizität der Sternoberfläche zusammen. Über dem Pol ist die Sternoberfläche schwächer als bei einem sphärischen Stern gekrümmt (vgl. Abb. 4.10), weshalb der erfaßte Raumwinkel  $\Omega_c$  (abgesehen von  $\Theta = 0$ ,  $r = R_p$ ) stets größer als der eines sphärischen Sterns mit  $R_* = R_p$  ist. Bei größeren  $r$  bewirkt die zum Äquator hin zunehmende Vergrößerung der Sternoberfläche ein zusätzliches Anwachsen von  $\Omega_c$  relativ zum sphärischen Fall.

Am Äquator ist die Sternoberfläche stärker als im sphärischen Fall gekrümmt (vgl. Abb. 4.10), und die bei  $R_*(\Theta = \pi/2)$  deutliche Diskrepanz zwischen  $W$  und  $W_{1-D}$  nimmt deshalb in der Äquatorebene mit  $r$  ab. Für große  $r$  ist der durch die seitlich betrachtete Sternoberfläche gebildete Raumwinkel kleiner als über dem Pol, da man im letzteren Fall in Richtung der Symmetrieachse auf einen rotationssymmetrischen Körper blickt, der für alle lokalen Azimutalwinkel  $\varphi$  (vgl. Abb. 3.2) die gleich große maximale Ausdehnung besitzt.

Wie Abb. 4.24 zeigt, übersteigt der Unterschied in  $W$  und  $W_{1-D}$  nur unwesentlich einen Faktor 2. In Hinsicht auf die Berechnung der force multiplier (siehe Kap. 4.5.2) ist dieser Unterschied von nur geringer Bedeutung.

Zusammenfassend läßt sich für die Größen des Strahlungsfeldes festhalten: Da wir zum gegenwärtigen Zeitpunkt die Abhängigkeit des einfallenden Strahlungsfeldes von Richtung *und* Frequenz an allen Orten des Windes nicht exakt berücksichtigen können, schlagen wir zur Beschreibung des frequenzabhängigen Strahlungsfeldes in  $\vec{r}$  das Konzept der mittleren bestrahlenden Atmosphäre vor. Bei diesem wird die jeweils benötigte Strahlungstemperatur  $T_{\text{rad}}(\nu)$  in  $\vec{r}$  durch eine Modellatmosphäre vorgegeben, deren Wahl anhand *lokaler*, über  $\Omega_c$  gemittelter Effektivtemperaturen und einer über die Sternoberfläche gemittelten Schwerebeschleunigung erfolgt. Dadurch ist der für die Ionisationsstruktur entscheidende Flußabfall kurzwellenlängig der Ionisationskanten mitberücksichtigt. Im Vergleich zu den anderen vernachlässigten physikalischen Effekten ist dieser der sicherlich wichtigste. Bei einer Sternoberfläche, die lokal Plancksche Energieverteilungen abstrahlt, variiert  $T_{\text{rad}}(\nu)$  viel schwächer mit der Frequenz.

Die winkel- bzw. richtungsgemittelte Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  bzw.  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  weichen um weniger als 1 % ihres Absolutwertes voneinander ab. Sie variieren wesentlich deutlicher mit der polaren Co-Breite  $\Theta$  als mit dem Abstand  $r$  zum Stern, da sie (auch für größere  $r$ ) immer noch deutlich vom Strahlungsfeld nahe des Punktes  $(\Theta, R_*(\Theta))$  dominiert werden.

Der Verdünnungsfaktor  $W$  weicht vom rein sphärisch berechneten Wert  $W_{1-D}$  um weniger als einen Faktor 2.5 ab, was im Hinblick auf die Berechnung der force multiplier nur von untergeordneter Bedeutung ist.

#### 4.5.5 Tiefenabhängige Parametrisierung des force multipliers

Abb. 4.15 und 4.14 zeigen eine deutlich nichtlineare Abhängigkeit des force multipliers  $M$  von  $\log t_S$  und  $\log(n_e/W)$ . Der physikalische Grund dafür liegt zum einen daran, daß die einfache Näherung der Linienverteilungsfunktion in Form eines Potenzgesetzes mit nur einem konstanten Exponenten  $\alpha$  unzureichend ist. Eine sehr detaillierte Studie von Puls et al. (1999) zeigt, daß der Exponent  $\alpha$  systematisch mit der Linienstärke variiert, was zur Krümmung des Verlaufes der gegen  $\log t_S$  aufgetragenen Kurven für  $\log M(t_S)$  führt. Zum anderen hängt der Exponent  $\delta$  auch von der Ionisationsstruktur ab, wodurch  $\log M$  eine nichtlineare Funktion von  $\log(n_e/W)$  wird.

Diese Nichtlinearität führt dazu, daß der klassische Fit mit globalen  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  zu erheblichen Abweichungen in den reproduzierten Werten von  $M$  führen kann (s.u.). Kudritzki et al. (1998) schlagen für den Bereich der nicht zu dünnen Winde eine deutlich verbesserte Parametrisierung des force multipliers vor: Die einfachste Annahme für eine Fit-Formel höherer Ordnung für  $M$  liegt darin, eine lineare Abhängigkeit der Parameter  $\alpha$  und  $\delta$  von  $\log t_S$  und  $\log(n_e/W)$  zuzulassen:

$$\log M(t_S, n_e/W) = \log k_0 - \alpha \log t_S + \delta \log \hat{n} \quad (4.138)$$

$$\alpha = \alpha_0(1 + \alpha_1 \log t_S) \quad (4.139)$$

$$\delta = \delta_0(1 + \delta_1 \log \hat{n}) + \gamma_0 \log t_S \quad (4.140)$$

Dabei ist  $\hat{n} = 10^{-11}(n_e/W)$ , und  $k_0$  entspricht dem CAK-Parameter  $k_{\text{CAK}}$ . Abb. 4.25 zeigt die Differenz zwischen den reproduzierten und ursprünglichen force multipliern  $\log M_{\text{param}} - \log M$  für die Temperaturen 20000 K und 40000 K. Der Fit wurde dabei durch die näherungsweise Lösung des überbestimmten linearen Gleichungssystems für die sechs Parameter ( $k_0, \alpha_0, \alpha_1, \delta_0, \delta_1, \gamma_0$ ) der Form

$$\log M(t_{\text{S}i}, \hat{n}_j) = \log k_0 - \alpha(t_{\text{S}i}) \log t_{\text{S}} + \delta(t_{\text{S}i}, \hat{n}_j) \log(\hat{n}_j) \quad (i \in 1 \dots N_t, j \in 1 \dots N_{\hat{n}}) \quad (4.141)$$

durchgeführt.  $N_t$  bzw.  $N_{\hat{n}}$  bezeichnet dabei die Anzahl der Stützstellen in  $\log t_{\text{S}}$  bzw.  $\log(n_e/W)$ . Die neue Parametrisierung reproduziert den ursprünglichen force multiplier merklich besser als die klassische mit nur drei global gültigen Fitgrößen, wobei der Fit die für die jeweiligen Spektraltypen relevanten Bereiche in  $\log(n_e/W)$  und  $\log t_{\text{S}}$  jeweils komplett abdeckt.

Da mit Hilfe dieser Methode gemäß Gl. (4.139) und (4.140) die in den hydrodynamischen Simulationen verwendeten Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  bestimmt werden, ist zu prüfen, inwieweit die mit Gl. (4.139) und (4.140) berechneten  $\alpha$  und  $\delta$  mit den Werten übereinstimmen, die sich durch punktweise Differentiation von  $\log M$  nach  $\log t_{\text{S}}$  bzw.  $\log(n_e/W)$  ergeben: Abb. 4.26 zeigt, daß diese neue Parametrisierung in der Lage ist,  $\alpha$  und  $\delta$  in der richtigen Größenordnung wiederzugeben. Auch gelingt die qualitative Reproduktion von  $\delta$  als Funktion von  $\log t_{\text{S}}$ .

Es stellt sich an dieser Stelle die Frage, weshalb die soeben dargestellte Methode zur Bestimmung der Werte von  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  verwendet wird, obwohl man diese Größen direkt durch punktweise Differentiation von  $M$  nach  $\log t_{\text{S}}$  bzw.  $\log \hat{n}$  bestimmen könnte. Dies hat zwei Gründe:

(1) Zum einen weiß man während der zeitlichen Entwicklung der Strömung nicht, ob die *momentanen* lokalen Werte von  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  tatsächlich in der Lage sind, die Stabilität der Strömung in den folgenden Zeitschritten zu gewährleisten, so daß sich letztere auf einen stationären Zustand einstellen kann. Da lokale Variationen von  $t_{\text{S}}$  um ein bis zwei Dekaden durchaus möglich sind (wenn sich z.B. eine Störung durch den Wind ausbreitet), benötigt man eine *global* gültige Beschreibung für  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$ , die gewährleistet, daß der gesamte Wertebereich, den  $t_{\text{S}}$  und  $n_e/W$  in  $\vec{r}$  besitzen können, durch das Fitverfahren abgedeckt ist.

(2) Im Laufe der hydrodynamischen Entwicklung kann sich die Linienstrahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r})$  aufgrund starker Variationen in  $M$  und den durch Differentiation abgeleiteten  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  auf kleinen räumlichen Skalen drastisch verändern. Die nicht gewährleistete „Glattheit“ in der Beschleunigung des Windes kann gravierende Störungen der Strömung verursachen und eine stationäre Lösung verhindern. Testrechnungen haben dies sowohl für den zwei- als auch eindimensionalen Fall gezeigt.

Durch die Beschreibung von  $\vec{g}^{\text{lines}}$  durch die mit obiger Methode bestimmten Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  werden diese Probleme vermieden.

Im Gegenzug dafür akzeptieren wir, daß die offensichtlichen, z.T. erheblichen Variationen in  $\alpha$  und  $\delta$  nicht genau wiedergegeben werden. Dies liegt daran, daß wir für  $\alpha$  und  $\delta$  nur lineare Funktionen in  $\log t_{\text{S}}$  und  $\log(n_e/W)$  ansetzen und den Fit über einen verhältnismäßig großen Bereich in  $t_{\text{S}}$  und  $n_e/W$  durchführen. Auf diese Weise werden nur größenordnungsmäßig korrekte Mittelwerte ermittelt. Durch die Multiplikation der drei Faktoren  $k_{\text{CAK}}$ ,  $t_{\text{S}}^{-\alpha}$  und  $(n_e \cdot 10^{-11}/W)$  ergibt sich letztendlich eine sehr gute Reproduktion des force multipliers, da lokale Fehler in  $\alpha$  bzw.  $\delta$  durch  $k_{\text{CAK}}$  im Mittel ausgeglichen werden.

Bei hydrodynamischen Simulationen werden mit Hilfe des oben beschriebenen Verfahrens  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$  und  $\delta(\vec{r})$  bestimmt (siehe Kap. 4.5.6, S. 106). Mit diesen Größen wird dann die

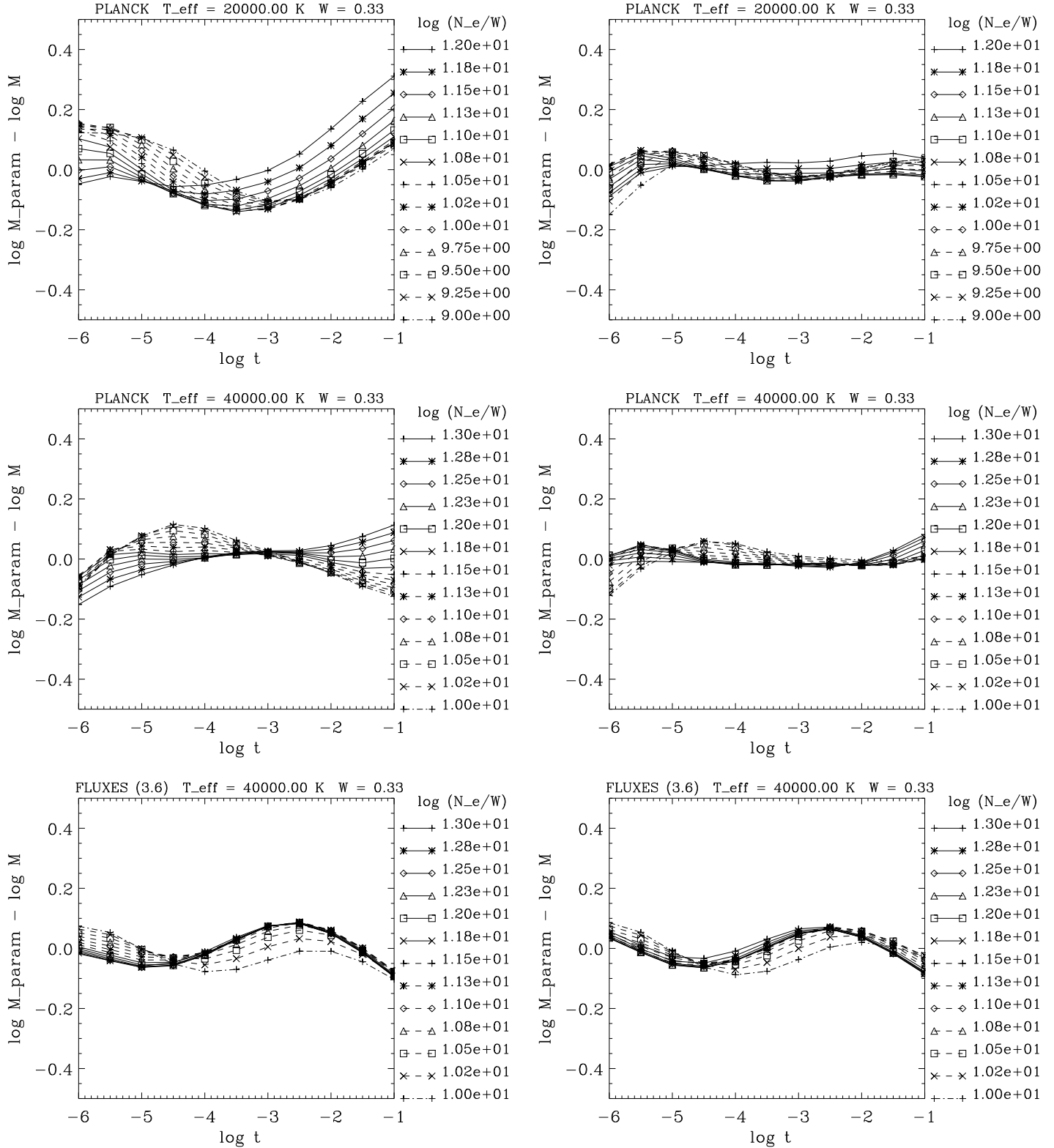


Abbildung 4.25: Differenz zwischen den reproduzierten force multipliern  $\log M_{\text{param}}$  und den tatsächlichen Werten  $\log M$  für  $T_{\text{eff}} = 20000$  K und  $T_{\text{eff}} = 40000$  K.

Oben und Mitte: Bestrahlung durch Schwarzkörper-Spektrum; unten: Bestrahlung durch Kurucz-Modellatmosphäre (40000 K,  $\log g = 3.60$ ).

Links: Alte Parametrisierung (Gl. (4.126)). Rechts: Neue Parametrisierung (Gl. (4.138)).

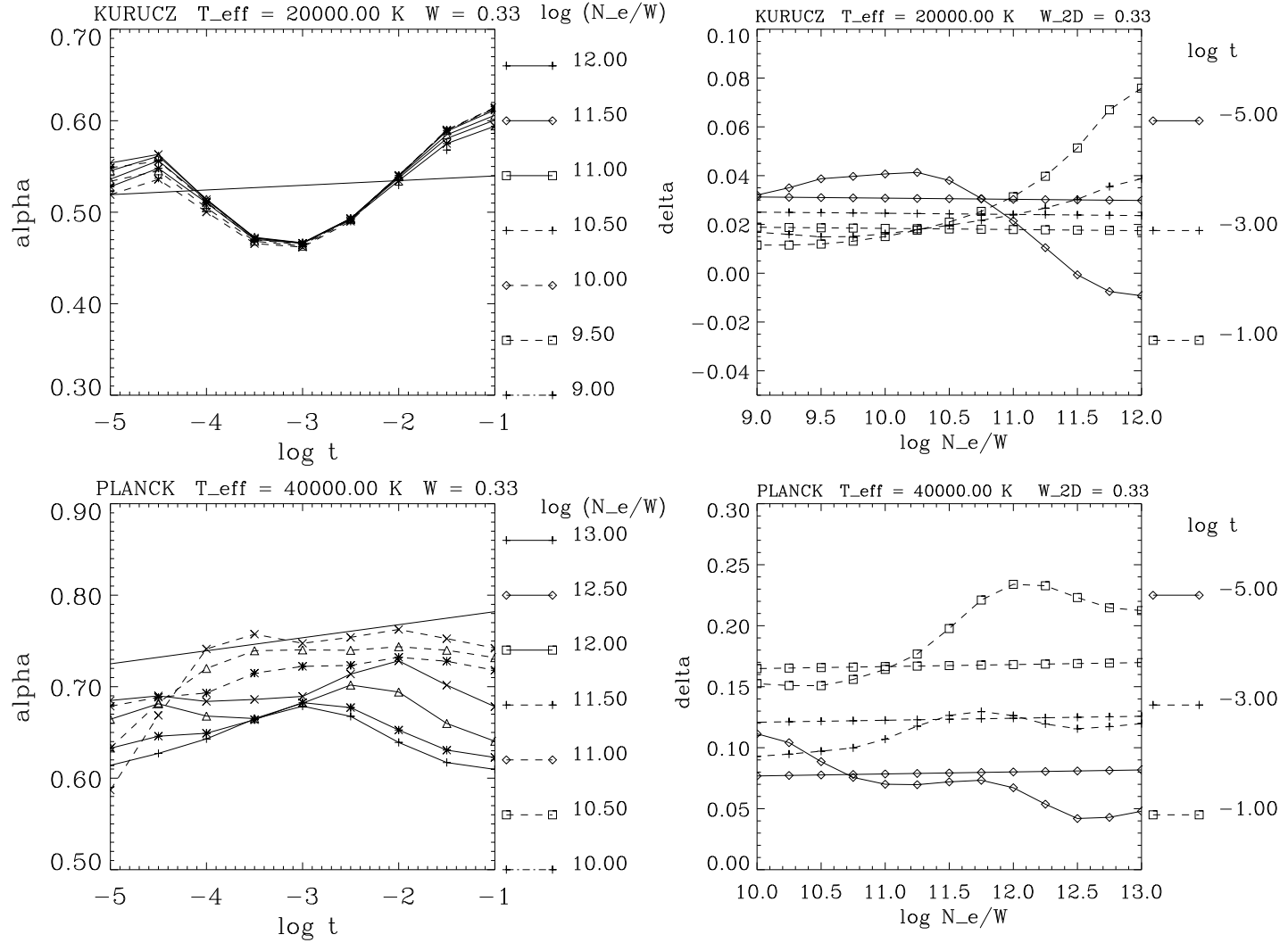


Abbildung 4.26: Vergleich der durch punktweise Differentiation der force multipler nach  $\log t$ s bzw.  $\log(n_e/W)$  bestimmten Werte von  $\alpha$  bzw.  $\delta$  mit den durch Gl. (4.139) bzw. (4.140) (lineare Funktionen) gegebenen.

Oben:  $T_{\text{eff}} = 20000 \text{ K}$ , Bestrahlung durch Kurucz-Modellatmosphäre ( $\log g = 3.0$ ).

Unten:  $T_{\text{eff}} = 40000 \text{ K}$ , Bestrahlung durch Plancksches Spektrum.



Linienstrahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}} \sim k_{\text{CAK}}(\vec{r}) \hat{n}^{\delta(\vec{r})} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} t_s(\vec{r}, \vec{n}')^{-\alpha(\vec{r})} \vec{n}' d\Omega$  berechnet. Der hauptsächliche Fehler durch ein ungenau bestimmtes  $\alpha$  resultiert aus einer nicht ganz korrekten Gewichtung der richtungsabhängigen Beiträge  $t_s(\vec{r}, \vec{n}')^{-\alpha}$ , gesetzt dem Fall, daß  $t_s$  eine stark mit  $\vec{n}'$  variierende Funktion ist.

Jedoch werden wir uns im Rahmen dieser Arbeit auf diese einfache Darstellung der force multiplier-Parameter beschränken, auch im Hinblick darauf, daß ein erster Versuch, diese Parameter tatsächlich strikt lokal durch Differentiation von  $M$  nach  $\log(t_s = t_r)$  bzw.  $\log(n_e/W)$  zu bestimmen, bei hydrodynamischen Simulationen bereits im 1-D Fall zu extrem starken Schwankungen in der resultierenden Linienstrahlungsbeschleunigung (sowohl im zeitlichen als auch räumlichen Verlauf) geführt hat und de facto keine Stabilität des hydrodynamischen Verfahrens erreicht werden konnte.

Der große Vorteil dieser hier vorgestellten Parametrisierung liegt darin, daß sie *für jeden Spektraltyp* konsistent und äußerst *schnell* ist und im Gegensatz zu bisherigen strahlungshydrodynamischen (2-D) Modellen eine auf jeden Fall größenordnungsmäßig korrekte *lokale* Beschreibung der Linienstrahlungsbeschleunigung erlaubt.

#### 4.5.6 Lokale Parametrisierung der Linienstrahlungsbeschleunigung für zweidimensionale Winde

Um die vektorielle Linienstrahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}}$  mit Hilfe lokaler force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  berechnen zu können, bestimmen wir letztere mit einer Verallgemeinerung der in Kap. 4.5.5 eingeführten Methode auf 2-D Winde.

Im Gegensatz zu sphärisch-symmetrischen 1-D Winden, bei denen eine gleichförmig strahlende Sternoberfläche vorausgesetzt wird, muß im 2-D Fall der polaren Variation der Oberflächentemperatur  $T_{\text{eff}}(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$  ( $\vec{n}' \in \Omega_c$ ) Rechnung getragen werden.

Betrachten wir die Linienstrahlungsbeschleunigung (Gl. (4.44)), so wäre in Analogie zu Kap. 4.2.2 der naheliegende Ansatz, diese in folgender Weise zu parametrisieren:

$$\begin{aligned} \vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = & \frac{s_E}{c} \int_{\Omega_c} d\Omega \vec{n}' I^c(\vec{r}, \vec{n}') k_{\text{CAK}}(\vec{r}, \vec{n}') \left( \frac{n_e(\vec{r}) \cdot 10^{-11}}{W(\vec{r})} \right)^{\delta(\vec{r}, \vec{n}')} \\ & \left( \frac{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|}{s_E \rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^{\alpha(\vec{r}, \vec{n}')} \cdot \left[ 1 + \frac{1}{\tau_{\text{max}}(\vec{r}, \vec{n}')} \right]^{1-\alpha(\vec{r}, \vec{n}')} , \end{aligned} \quad (4.142)$$

mit dem richtungsabhängigen CAK-Parameter

$$k_{\text{CAK}}(\vec{r}, \vec{n}') = \frac{N_0 v_{\text{therm}}}{c} \frac{\Gamma(\alpha(\vec{r}, \vec{n}'))}{1 - \alpha(\vec{r}, \vec{n}')} \int_0^\infty d\nu f_\nu(\nu) \nu \left( \frac{I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')}{I^c(\vec{r}, \vec{n}')} \right) . \quad (4.143)$$

Da die Richtungsabhängigkeit des Quotienten  $I_\nu^c(\vec{r}, \vec{n}')/I^c(\vec{r}, \vec{n}')$  aus Rechenzeitgründen nicht mitberücksichtigt werden kann, ersetzen wir ihn durch die *mittlere Flußrichtung*  $F_\nu/F$ , und  $k_{\text{CAK}}(\vec{r}, \vec{n}')$  kann aus dem Integral gezogen werden. Auch für  $\alpha(\vec{r}, \vec{n}')$  und  $\delta(\vec{r}, \vec{n}')$  sind adäquate Mittelwerte  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  zu finden, so daß die Linienstrahlungsbeschleunigung (für  $\tau_{\text{max}} \gg 1$ )

folgendermaßen lautet:

$$\bar{g}^{\text{lines}}(\vec{r}) = \frac{s_E}{c} k_{\text{CAK}}(\vec{r}) \left( \frac{n_e(\vec{r}) \cdot 10^{-11}}{W(\vec{r})} \right)^{\delta(\vec{r})} \int_{\vec{n}' \in \Omega_c} d\Omega \bar{n}' I^c(\vec{r}, \vec{n}') \left( \frac{|\vec{n}' \cdot \nabla(\vec{n}' \vec{v})|}{s_E \rho(\vec{r}) v_{\text{therm}}} \right)^{\alpha(\vec{r})} \quad (4.144)$$

Bezüglich diesen Vorgehens sind die möglichen Abweichungen der „exakten“ Linienstrahlungsbeschleunigung  $\bar{g}^{\text{lines}}$  (Gl. (4.142)) von der genäherten Form (Gl. (4.144)) zu diskutieren:

Bezüglich  $k_{\text{CAK}}$  sind gravierende Normierungsprobleme dadurch umgangen, daß die für die Flußwichtung  $F_\nu/F$  verwendete Modellatmosphäre anhand der Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  gewählt wird und damit die Flußerhaltung in  $\vec{r}$  gewährleistet ist.

Für  $\delta$  stellt die formal notierte Richtungsabhängigkeit kein Problem dar, da  $\delta$  ein Maß für die Abhängigkeit des force multipliers von der Ionisationsstruktur darstellt, und letztere nur von den lokalen isotropen Größen  $n_e(\vec{r})$  und  $W(\vec{r})$  abhängt. Also läßt sich der Term  $(n_e \cdot 10^{-11}/W)^\delta$  aus dem Winkelintegral ziehen, und  $\delta$  ist eine Funktion nur von  $\vec{r}$ .

$\alpha$  beschreibt die Reaktion des force multipliers auf Änderungen in  $\log t_S$ . Im Ausdruck für die Linienstrahlungsbeschleunigung (Gl. (4.144)) wird über verschiedene  $t_S(\vec{n}')$  integriert. Die Größe  $M$  hängt explizit nur von  $t_S$ , nicht aber von irgendeiner Richtung ab. Damit stellt das Integral der Form  $\int_{\Omega_c} I^c(\vec{r}, \vec{n}') \bar{n}' t_S(\vec{n}')^{\alpha(\vec{r})} d\Omega$  mit einem  $\alpha$ , das man aus *repräsentativen 1-D force multipliern* (s.u.) bestimmt, eine plausible Näherung des „exakten“ Ausdruckes  $\int_{\Omega_c} I^c(\vec{r}, \vec{n}') \bar{n}' t_S(\vec{n}')^{\alpha(\vec{r}, \vec{n}')} d\Omega$  dar, und  $\alpha(\vec{r})$  kann als Mittelwert der  $\alpha(\vec{r}, \vec{n}')$  betrachtet werden.

Die Bestimmung der Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  erfolgt auf indirektem Weg: Dazu bestimmen wir für jede hydrodynamische Stützstelle in  $\Theta$  auf einer bestimmten Anzahl (typischerweise 10...12) radialer Stützstellen  $\vec{r}' = (\Theta, r')$  ( $r' \in R_*(\Theta) \dots r_{\text{max}}$ ,  $r_{\text{max}} \approx 6R_*(\Theta)$ ), siehe dazu auch Kap. 8.1) die *lokalen* force multiplier für den radialen Sobolev-Parameter  $t_r$  gemäß  $M(t_r) = (1/t_r) \sum_{\text{LinienL}} (\nu F_\nu/F) (1 - \exp(-k_L t_r))$ . Dabei definieren wir das einfallende Strahlungsfeld am Ort  $\vec{r}'$  zur Berechnung der Flußwichtung  $F_\nu/F$  durch eine Modellatmosphäre, die anhand der richtungsgewichteten Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  (Kap. 4.5.4, S. 97) gewählt wird und die Flußerhaltung in  $\vec{r}$  garantiert. Die Bestrahlung für das Ionisationsgleichgewicht (und damit die Linienstärken  $k_L$ ) ist dagegen durch eine Modellatmosphäre für die winkelmittelte Effektivtemperatur  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  (Kap. 4.5.4, S. 98) gegeben.

Mit diesem Ansatz wird der physikalisch entscheidenden Frequenzabhängigkeit des ionisierenden Flußspektrums Rechnung getragen. Da  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  lokal im Wind über  $\Omega_c$  gemittelte frequenzunabhängige Effektivtemperaturen sind, ist auch die Ortsabhängigkeit des mittleren Strahlungsfeldes in das Modell miteinbezogen.<sup>11</sup>

Die so berechneten force multiplier  $M(\vec{r}')$  stellen deshalb (indirekt) über  $\Omega_c$  gemittelte (*repräsentative*) Größen dar. Aus ihnen gewonnene Werte für  $k_{\text{CAK}}(\vec{r}')$ ,  $\alpha(\vec{r}')$  und  $\delta(\vec{r}')$  können näherungsweise als Mittelwerte der richtungsabhängigen  $k_{\text{CAK}}(\vec{r}, \vec{n}')$ ,  $\alpha(\vec{r}, \vec{n}')$  und  $\delta(\vec{r}, \vec{n}')$  betrachtet werden.

Die Bestimmung der  $M(\vec{r}')$  für alle Stützpunkte des hydrodynamischen Gitters (d.h. für alle

<sup>11</sup>Da  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  um weniger als 1% ihres Absolutwertes voneinander abweichen (vgl. Kap. 4.5.4, S. 99), und das zur Verfügung stehende Modellatmosphärogitter den betrachteten Temperaturbereich in 500 bzw. 1000 K-Schritten abdeckt, ist es nicht notwendig, in den hydrodynamischen Simulationen eine Unterscheidung zwischen diesen beiden Temperaturen bzw. den zu wählenden Modellatmosphären zu treffen.

Werte von  $t_S$  und  $n_e/W$ , die bei vorgegebenen lokalen Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}} \approx \bar{T}_{\text{eff,occ}}$  und Verdünnungsfaktoren  $W$  auftreten können) ist sehr zeitaufwendig. Deshalb werden sie *vor der eigentlichen hydrodynamischen Simulation* in der auf S. 93 beschriebenen Weise berechnet und stehen dann in einer Tabelle ständig zur Verfügung.

Während der Simulation erfolgt die Ausführung des im folgenden beschriebenen Verfahrens zur Bestimmung konstanter Parameter, die in die Berechnung von  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  eingehen, wiederholt in einem bestimmten Abstand hydrodynamischer Zeitschritte  $\Delta t$  (typischerweise alle 100 Zeitschritte). Die dafür benötigten force multiplier  $M(\vec{r}, t)$  können anhand  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}(\vec{r})$ ,  $W(\vec{r})$ ,  $t_S(\vec{r}, t)$  und  $(n_e/W)(\vec{r}, t)$  der vorberechneten Tabelle entnommen werden.

$\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  variieren längs eines radialen Strahls ( $\Theta = \text{const}$ ) weit geringer als mit der Co-Breite  $\Theta$  (bei  $r = \text{const}$ ). Deshalb spielt die ohnehin nur schwache Temperaturabhängigkeit von  $M$  (vgl. Kap. 4.5.2, S. 82) längs eines radialen Strahls im Vergleich zur Abhängigkeit von  $M$  von  $\log t_S$  bzw.  $\log(n_e/W)$  eine untergeordnete Rolle, und man kann für einen radialen Strahl bei fester Co-Breite  $\Theta$  die lokalen richtungsunabhängigen Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  in folgender Weise bestimmen:

An einer bestimmten Anzahl radialer Stützpunkte  $\vec{r}' \equiv (\Theta, r')$  (die eine Untermenge des hydrodynamischen Rechengitters darstellen) werden für alle  $\Theta$  anhand der Eingabegrößen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}(\vec{r}')$ ,  $W(\vec{r}')$ ,  $t_r(\vec{r}')$  und  $n_e/W(\vec{r}')$  die Werte von  $M(\vec{r}')$  der vorberechneten Tabelle entnommen und zusätzlich diejenigen von  $M(\log t_r(\vec{r}') + \Delta \log t_S, \log \hat{n}(\vec{r}') + \Delta \log \hat{n})$ , mit  $\Delta \log \hat{n} = \pm 0.25, \pm 0.5 \dots \pm (\Delta \log \hat{n})_{\text{max}}$  und  $\Delta \log t_S = \pm 0.5, \dots \pm (\Delta \log t_S)_{\text{max}}$ . Das heißt, im  $\log t_S$ - $\log \hat{n}$ -Raum wird um jeden Punkt  $(\log t_r(\vec{r}'), \log \hat{n}(\vec{r}'))$  ein Quadrat gelegt, auf dessen Gitterpunkten  $(\log t_S, \log \hat{n})$  die force multiplier  $M(\log t_S, \log \hat{n})$  berechnet werden. Wie anfangs erwähnt, bestimmen wir die „zentralen“  $M(\vec{r}')$  für den radialen Sobolevparameter  $t_r$ . Durch Hinzunahme der zu  $t_r + \Delta t_S$  gehörenden force multiplier decken wir den möglichen Wertebereich der nicht-radialen  $t_S(\vec{r}, \vec{n}' \neq \vec{e}_r)$  ab.

Auf der Summe dieser Unterräume bestimmen wir separat für jede Co-Breite  $\Theta$  über Gl. (4.138) die Parameter  $k_0(\Theta)$ ,  $\alpha_0(\Theta)$ ,  $\alpha_1(\Theta)$ ,  $\delta_0(\Theta)$ ,  $\delta_1(\Theta)$  und  $\gamma_0(\Theta)$ . Mit diesen sechs Größen erhalten wir über Gl. (4.139) und (4.140) zu *jedem* Zeitpunkt  $t$  die *tatsächlich* in  $\vec{g}^{\text{lines}}$  eingehenden  $\alpha(\vec{r}, t)$  und  $\delta(\vec{r}, t)$ , die von den zeitlich variablen  $t_r(\vec{r}, t)$  und  $(n_e/W)(\vec{r}, t)$  abhängen.

Dadurch, daß wir die aktuellen lokalen Werte von  $M(\vec{r}')$  als „zentrale“ Werte der jeweiligen Quadrate im  $\log t_S$ - $\log \hat{n}$ -Unterraum in unserem Fitverfahren berücksichtigen, beschränken wir unseren Fitbereich auf denjenigen um die *aktuellen* Werte von  $\log t_r(\vec{r})$  und  $\log \hat{n}(\vec{r})$  herum. Diese beiden Größen sind die einzigen Eingabeparameter, die sich im Laufe der hydrodynamischen Entwicklung verändern können, im Gegensatz zu den a priori festgelegten Größen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}(\Theta, r) \approx \bar{T}_{\text{eff,occ}}(\Theta, r)$  und  $W(\Theta, r)$ . Auf diese Weise erreichen wir eine noch bessere Konsistenz der simultanen Lösung der force multiplier-Parameter mit der hydrodynamischen Strömung als mit einem a priori über den gesamten Bereich der möglichen Werte von  $\log t_S$  und  $\log \hat{n}$  bestimmten Satz von  $k_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  und  $\gamma_0$ .

Wie sich in zahlreichen numerischen Tests herausgestellt hat, ist eine gewisse Mindestbreite der Intervalle  $[-(\Delta \log t_S)_{\text{max}}, +(\Delta \log t_S)_{\text{max}}]$  und  $[-(\Delta \log \hat{n})_{\text{max}}, +(\Delta \log \hat{n})_{\text{max}}]$  erforderlich, um bei hydrodynamischen Simulationen qualitativ befriedigende Fits der force multiplier zu ermöglichen. Ist vor allem das  $\log t_S$ -Intervall zu schmal, so resultieren zwar vernünftig reproduzierte Werte von  $M$ , aber die Fehler in  $k_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  und  $\gamma_0$  sind z.T. erheblich größer

als die Werte selbst, und die resultierenden  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$  und  $\delta(\vec{r})$  nehmen unsinnige Werte an. Dies verhindert letztendlich eine stabile Konvergenz der hydrodynamischen Entwicklung der Strömung. Erfahrungsgemäß empfiehlt es sich, eine Breite von 1.5...2.0 für die  $\log t_S$ - und 1.0...1.5 für die  $\log \hat{n}$ -Intervalle zu wählen.

Da  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$  und  $\delta(\vec{r})$  anhand der zeitlich veränderlichen Werte von  $t_r$  und  $n_e/W$  bestimmt werden, muß der Fit diesen Wertebereich von  $t_S$  und  $n_e/W$  abdecken.

Obwohl das gestellte physikalische Problem an sich in der zweidimensionalen Polarebene  $(\Theta, r)$  durch die vektorielle Linienstrahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r})$  ein lokal dreidimensionales ist, bestimmen wir mit diesem Ansatz die mittleren Parameter  $k_{\text{CAK}}(\Theta)$ ,  $\alpha(\Theta, r)$ ,  $\delta(\Theta, r)$  für jede Co-Breite mit „eindimensional“ berechneten force multipliern  $M$ . Dies ist insofern vertretbar, da die lokalen Größen  $M$ , die in das Fit-Verfahren eingehen, für adäquate mittlere bestrahlende Atmosphären berechnet werden. Eine exakte Lösung dieser äußerst komplexen Problemstellung ist praktisch nicht möglich, weshalb wir diesen vereinfachten Ansatz vorschlagen.

Es sei an dieser Stelle auch angemerkt, daß der Begriff des „force multipliers“ nur im Fall sphärisch-symmetrischer Winde bei gleichförmig bestrahlenden Sternoberflächen Sinn macht. In diesem Fall gibt  $M$  das Verhältnis der Linienstrahlungsbeschleunigung (in Punktsternnäherung) zur Thomson-Beschleunigung an (Gl. (4.49)). In 2-D Winden treten aufgrund der vektoriellen Addition der einzelnen Beiträge  $\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}') (\vec{n}' \in \Omega_c)$  *nicht-radiale* Komponenten in azimuthaler und polarer Richtung auf ( $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  bzw.  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$ , siehe Kap. 4.2.4). Die Kontinuumsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{cont}}$  besitzt aus Symmetriegründen kein Pendant zur azimuthalen Komponente  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$ , so daß es nicht möglich ist, für diese Richtung einen force multiplier im Sinne der sphärisch-symmetrischen Winde anzugeben. Da allerdings die radiale Komponente  $g_r^{\text{lines}}$  in allen Windbereichen die nicht-radialen um mindestens eine Größenordnung übertrifft (siehe Kap. 4.2.4, 7, 8), sind die über die Ionisationsschichtung und die Besetzungszahlen gegebenen Bedingungen (und damit die aus ihnen resultierenden force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$ ) für die Linienstrahlungsbeschleunigung in  $\vec{r}$  durch den rein radialen force multiplier  $M(t_r)$  im Rahmen der möglichen Genauigkeit befriedigend beschrieben.

**Zusammenfassung des 2-D Verfahrens** Das in diesem Abschnitt vorgestellte Verfahren liefert mit Hilfe lokaler force multiplier  $M(\vec{r}')$  und der Werte von  $M$  auf benachbarten Koordinaten im  $\log t_S$ - $\log \hat{n}$ -Unterraum jeweils nach einer bestimmten Anzahl hydrodynamischer Zeitschritte für jede Breite  $\Theta$  sechs konstante Parameter  $k_0(\Theta)$ ,  $\alpha_0(\Theta)$ ,  $\alpha_1(\Theta)$ ,  $\delta_0(\Theta)$ ,  $\delta_1(\Theta)$ ,  $\gamma_0(\Theta)$ , mit denen an allen hydrodynamischen Rechenpunkten  $\vec{r}$  die richtungsunabhängigen Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  bestimmt werden können. Letztere hängen zusätzlich von den sich mit *jedem* hydrodynamischen Zeitschritt ändernden lokalen Werten  $\log t_r(\vec{r}, t)$  und  $\log \hat{n}(\vec{r}, t)$  ab und gehen als richtungsunabhängige Werte in die Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}}(\vec{r}, t)$  ein.

Da die Flußwichtung und Berechnung der Ionisationsstruktur für die force multiplier  $M(\vec{r}')$  auf Modellatmosphären basiert, die für über  $\Omega_c$  gemittelte Effektivtemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$  gewählt werden, können die  $M(\vec{r}')$  und die aus ihnen gewonnenen  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  jeweils als über  $\Omega_c$  gemittelte Werte betrachtet werden.

Hilfreich für das Verfahren ist die im wesentlichen polare Abhängigkeit von  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  und  $\bar{T}_{\text{eff,occ}}$ ,

die den Fit von  $k_0$ ,  $\alpha_0$ ,  $\alpha_1$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_1$  und  $\gamma_0$  längs eines radialen Strahls bei konstanter Co-Breite  $\Theta$  nahelegt.

Es liegt auf der Hand, daß die „exakten“ Parameter  $\alpha(\vec{r}, \vec{n}')$  und  $k_{\text{CAK}}(\vec{r}, \vec{n}')$  für bestimmte Richtungen von den richtungsunabhängigen Werten  $\alpha(\vec{r})$  und  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$  abweichen dürften. Dieses Problem ist allerdings nur im mittleren Windbereich zu erwarten, d.h. dort, wo das einfallende Strahlungsfeld von Oberflächenelementen verschiedener Temperatur stammt. Im Außenbereich kann dieses als radial betrachtet werden, und seine Beschreibung durch eine adäquat gewählte Modellatmosphäre ist sicherlich eine gute Näherung. In unmittelbarer Sternnähe wird die einfallende Intensität durch rein lokale Verhältnisse bestimmt, und der einzige Effekt, der innerhalb  $\Omega_c$  zu einer Richtungsabhängigkeit führt, ist die rotationsbedingte Dopplerverschiebung des beleuchtenden photosphärischen Spektrums, die aber gemäß der Diskussion in Kap. 4.5.3 von untergeordneter Bedeutung sein sollte.

# 5

## Skalierungsrelationen

Die theoretische Beschreibung eindimensionaler Sternwinde liefert einfache Skalierungsrelationen, die zum Verständnis des Verhaltens der charakteristischen Größen des Windes,  $\dot{M}$  und  $v_\infty$ , in Abhängigkeit verschiedener Stern- und force multiplier-Parameter sehr hilfreich sind. In die Relationen, die wir im folgenden diskutieren werden, gehen explizit keine nichtradialen Kräfte ein. (Diese tragen aber bei den in Kap. 7 und 8 diskutierten Modellen in entscheidendem Maße zur Umverteilung der Dichteschichtung bei.) Trotzdem erlauben die Skalierungsgleichungen ein qualitatives Verständnis des Verhaltens des lokalen Massenverlustes und der polarwinkelabhängigen Windendgeschwindigkeiten.

Im folgenden sei ein Überblick über diese Relationen gegeben, die wir bei der Analyse der numerischen Modelle in Kapitel 7 und 8 verwenden werden.

### 5.1 Skalierungsrelationen für $\dot{M}$ und $v_\infty$

Ist die Linienstrahlungsbeschleunigung in Abhängigkeit der force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  formuliert, so führt die vollständige analytische Beschreibung von Kudritzki et al. (1989, insbesondere Gl. (47) oder (61)) zu folgendem Verhalten der Massenverlustrate:

$$\dot{M}_{\text{theoretisch}} \sim k_{\text{CAK}}^{\frac{1}{\alpha'}} L_*^{\frac{1}{\alpha'}} (M_*(1 - \Gamma)/D')^{1 - \frac{1}{\alpha'}} \left( \frac{g_{\text{eff}}}{R_*} \right)^{\frac{\delta}{2\alpha'}}, \quad (5.1)$$

mit  $\alpha' = \alpha - \delta$ ,  $D' = (1 + I_{\text{He}} Y_{\text{He}})/(1 + 4Y_{\text{He}})$  ( $Y_{\text{He}}$ : Helium-Häufigkeit  $n_{\text{He}}/n_{\text{H}}$ ,  $I_{\text{He}}$ : Anzahl der freien Elektronen pro Heliumatom) und der mit  $(1 - \Gamma)$  korrigierten *effektiven* Schwerebeschleunigung.

Die Endgeschwindigkeit  $v_\infty$  skaliert gemäß

$$v_\infty^{\text{theoretisch}} = \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)^{\frac{1}{2}} I(\alpha, \beta, \delta)^{\frac{1}{2}} \approx 2.24 \frac{\alpha}{1 - \alpha} v_{\text{esc}}, \quad (5.2)$$

wobei  $v_{\text{esc}} = \sqrt{g_{\text{eff}} R_*}$  (vgl. Kapitel 4.1) und  $I(\alpha, \beta, \delta)$  durch Gl. (46) in Kudritzki et al. (1989) gegeben ist. Die zweite Gleichung ist gut erfüllt für  $\delta \lesssim 0.1$  (vgl. Kudritzki et al. 1989, Abb. 4 und 6, Tabelle 1, bzw. FA) und ein charakteristisches Geschwindigkeitsfeld mit  $\beta \approx 0.7 \dots 1.3$ . Diese Skalierungsrelationen gelten strenggenommen nur für sphärisch-symmetrische Sterne. Geht man jedoch davon aus, daß man im Falle eines rotierenden Sternes für die Oberfläche an jedem Polarwinkel  $\Theta$  einen repräsentativen 1-D Vergleichssterne definieren kann, dessen Leuchtkraft  $L_*^{1-\text{D}}$  durch  $\sigma_{\text{B}} T_{\text{eff}}^4(\Theta) 4\pi R_*^2(\Theta)$  gegeben ist (wobei hauptsächlich die Abhängigkeit  $T_{\text{eff}}^4(\Theta)$  von Bedeutung ist), so erlauben die Skalierungsrelationen für  $\dot{M}$  und  $v_\infty$  zumindest eine qualitative Abschätzung der lokalen Massenverlustrate auf der Sternoberfläche in Abhängigkeit von der Rotationsrate. Da  $\Gamma^{1-\text{D}} \sim L_*^{1-\text{D}}$ , folgt bei konstanten  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$ ,  $D'$  und mit  $\delta/(2\alpha') \ll 1$  aus Gl. (5.1)

$$\dot{M} \sim \Gamma^{\frac{1}{\alpha'}} (1 - \Gamma)^{1 - \frac{1}{\alpha'}} \quad (5.3)$$

Da an der Oberfläche für den Fluß  $F = \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta) \sim L_*^{1-D}(\Theta) \sim \Gamma^{1-D}(\Theta)$  gilt, erhalten wir aus Gl. (5.3) für das Verhältnis der lokalen Massenverlustraten:

$$\frac{\dot{M}(\Theta)}{\dot{M}(\Theta=0)} \approx \left( \frac{F(\Theta)}{F(\Theta=0)} \right)^{\frac{1}{\alpha'}} \left( \frac{g_{\text{eff}}(\Theta)}{g_{\text{eff}}(\Theta=0)} \right)^{1-\frac{1}{\alpha'}}. \quad (5.4)$$

Die Reduktion der radialen Komponente der Oberflächenbeschleunigung ist durch die Zentrifugalbeschleunigung

$$g_r^{\text{cent}}(\omega, \Theta) = \omega^2 \sin^2 \Theta R_*(\Theta) \quad (5.5)$$

gegeben. Im folgenden sei die Abweichung der Sternoberfläche von der Sphärizität vernachlässigt ( $R_*(\Theta) \equiv R_*$ ). Es gilt:

$$g_{\text{eff},r}(\Theta) = g_r^{\text{grav}} + g_r^{\text{cent}} = \frac{GM_*(1-\Gamma)}{R_*} (1 - \sin^2 \Theta \Omega_*^2), \quad (5.6)$$

mit dem Verhältnis der Rotationsrate  $v_{\text{rot}}$  zur kritischen Rotationsgeschwindigkeit  $v_{\text{crit}}$ :

$$\Omega_* = \frac{v_{\text{rot}}}{\sqrt{GM_*(1-\Gamma)/R_*}} = \sqrt{R_*^3/(GM_*(1-\Gamma))}. \quad (5.7)$$

Zwei Fälle sind von Interesse:

- *Reine Rotation* ( $F(\Theta) \equiv F(\Theta=0)$ ): Mit Gl. (5.4) folgt für diesen Fall unter der Annahme, daß der kritische Punkt, der für die Bildung der Massenverlustrate entscheidend ist (siehe CAK, PPK, Kudritzki et al. 1989), durch die Rotation nur unwesentlich verschoben wird:

$$\dot{M}(\Theta) = \dot{M}(\Theta=0) (1 - \sin^2 \Theta \Omega_*^2)^{1-\frac{1}{\alpha'}}. \quad (5.8)$$

Da der Exponent  $(1 - 1/\alpha')$  negativ ist, ist ein monotoner *Anstieg des Massenausstroms von Pol zu Äquator* zu erwarten.

- *Gravity Darkening* ( $F(\Theta) \sim g_{\text{eff}}(\Theta)$ ): Nun ergibt sich für  $\dot{M}(\Theta)$ :

$$\dot{M}(\Theta) = \dot{M}(\Theta=0) (1 - \Omega_*^2 \sin^2 \Theta) \quad (5.9)$$

Das heißt, in diesem Fall wird das Verhalten des Massenausstroms an der Sternoberfläche geradezu umgekehrt, und der *radiale Massenstrom wird nun monoton von Pol zu Äquator abnehmen*.

Da das Skalierungsgesetz für die Endgeschwindigkeit (ohne Rotation, Gl. (5.2)) die Proportionalität  $v_\infty \sim v_{\text{esc}} \sim (M_*(1-\Gamma))^{\frac{1}{2}}$  nahelegt, ist wegen

$$\frac{1}{2}v_{\text{esc}}^2 = \frac{GM_*(1-\Gamma)}{R_*^2} (1 - \Omega_*^2 \sin^2 \Theta) \quad (5.10)$$

der einfachste Ansatz, die Rotation mitzuberechnen:

$$v_\infty(\omega) = v_\infty(\omega=0) (1 - \Omega_*^2(\omega) \sin^2 \Theta)^{\frac{1}{2}}. \quad (5.11)$$

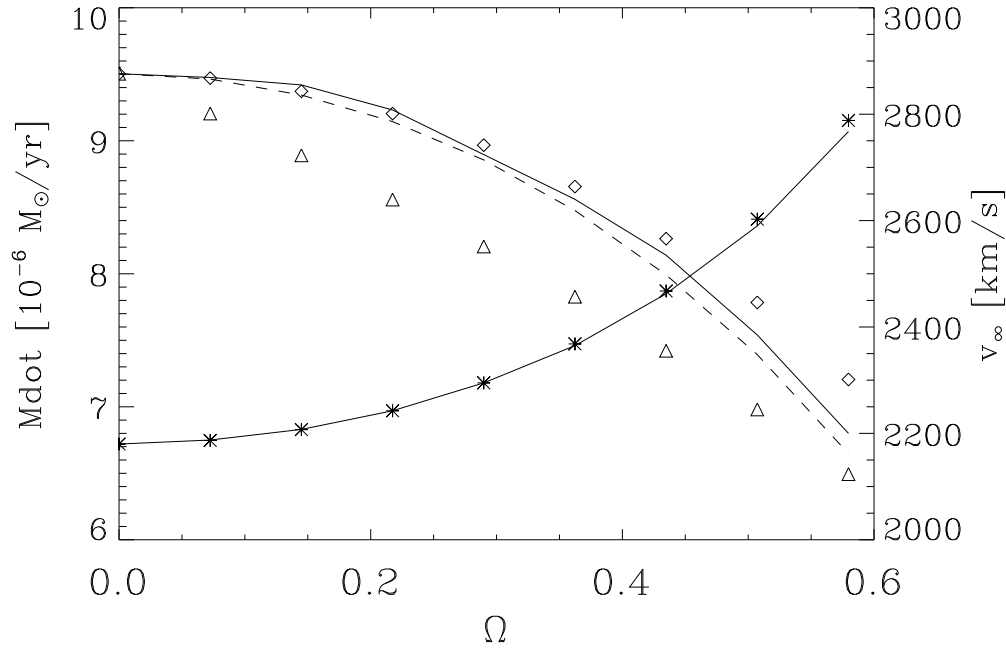


Abbildung 5.1: Einfluß der Rotation auf  $\dot{M}$  und  $v_\infty$  in Abhängigkeit von  $\Omega = v_{\text{rot}}/v_{\text{crit}}$  für die Strömung in der Äquatorebene. Sternmodell: „generischer OfV-Stern“ aus PPK ( $T_{\text{eff}} = 50000 \text{ K}$ ,  $\log g = 4.0$ ,  $R_* = 14R_\odot$ ,  $k_{\text{CAK}} = 0.124$ ,  $\alpha = 0.64$ ,  $\delta = 0.07$ ,  $v_{\text{crit}} = 690 \text{ km s}^{-1}$ .) Durchgezogen: exakte Lösungen; Sterne: Skalierungsrelation für  $\dot{M}$  (Gl. (5.8)); strichliert: neue Skalierungsrelation für  $v_\infty$  (Gl. (5.13)),  $\beta = 0.8$ ; Diamanten: einfache Skalierungsrelation für  $v_\infty$  (Gl. 5.11); Dreiecke: Skalierungsrelation für  $v_\infty$  von Friend & Abbott (1986) (Gl. 4.4) (Aus: Puls, Petrenz & Owocki 1998)

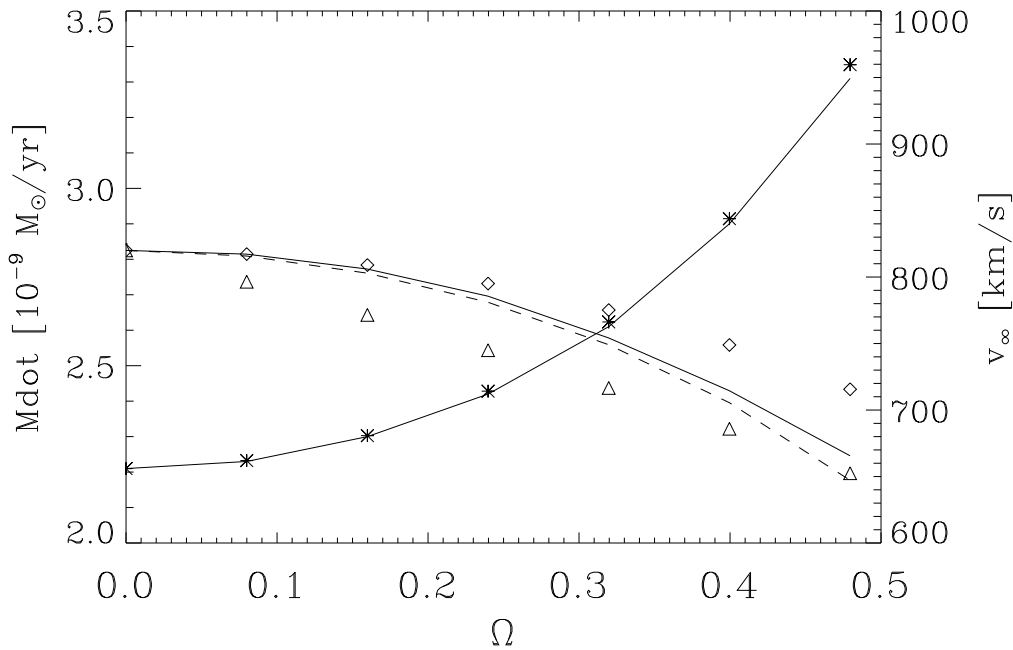


Abbildung 5.2: Wie Abb. 5.1, nur jetzt für einen B-Stern ( $T_{\text{eff}} = 15000 \text{ K}$ ,  $\log g = 3.3$ ,  $R_* = 7.5R_\odot$ ,  $k_{\text{CAK}} = 0.977$ ,  $\alpha = 0.436$ ,  $\delta = 0.05$ ,  $v_{\text{crit}} = 306 \text{ km s}^{-1}$ .) Neue Skalierungsrelation für  $v_\infty$  mit  $\beta = 0.8$



Eine genauere Lösung erhält man, wenn man berücksichtigt, daß  $\dot{M}$  von der Rotationsrate abhängt und die Zentrifugalbeschleunigung mit wachsendem  $r$  abnimmt (vgl. PPO). Im Überschallbereich gilt die Bewegungsgleichung in der Äquatorebene ( $\sin \Theta = 1$ ):

$$r^2 v_r dv_r/dr = -GM_*(1-\Gamma)(1-\Omega_*^2 R_*/r) + \text{const} \cdot \dot{M}^{-(\alpha-\delta)} (r^2 v_r dv_r/dr)^{\alpha-\delta} v_r \cdot CF(\alpha, r, v_r, dv_r/dr) \quad (5.12)$$

wobei sich der letzte Term auf der rechten Seite wegen Gl. (4.54) und  $\rho \sim \dot{M}/(r^2 v_r)$  ergibt. Mit einem typischen Geschwindigkeitsfeld der Form  $v_r(r) = v_\infty(1 - R_*/r)^\beta$  gilt

$$v_\infty^2 \sim r^2 v_r dv_r/dr, \quad v_\infty \sim v_r$$

und Gl. (5.12) mit Gl. (5.8) liefert im Grenzfall  $r \rightarrow \infty$  ( $CF \rightarrow 1$ ) für das Verhältnis  $x = v_\infty(\Omega_*)/v_\infty(0)$  die nichtlineare Gleichung:

$$x^2 = (1 - \Omega_*^2)^{1-\alpha'} x^{2\alpha-\delta} \left( 1 + \frac{v_{\text{esc}}^2}{2\beta v_\infty^2(0)} \right) - \frac{v_{\text{esc}}^2}{2\beta v_\infty^2(0)}. \quad (5.13)$$

Die Lösung reduziert sich für kleine Werte von  $v_{\text{esc}}/v_\infty(0)$  und  $\delta$  auf Gl. (5.11). Abb. 5.1 und 5.2 zeigen einen Vergleich der Relationen für  $\dot{M}$  und  $v_\infty(\Omega_*)$  mit der exakten Lösung der Bewegungsgleichung, die mit dem von PPK entwickelten Code berechnet worden ist, sowie mit der von FA angegebenen Näherung (siehe Gl. (4.4)). Wie man sieht, wird in beiden Fällen die Skalierungsrelation für  $\dot{M}$  exzellent bestätigt, und die Lösung von Gl. (5.13) liefert für  $v_\infty$  die beste Annäherung an die exakten Werte. Die stärkere Abweichung der von FA vorgeschlagenen Relation ist dadurch bedingt, daß die Autoren für  $v_\infty$  eine *lineare anstatt einer quadratischen Abhängigkeit von  $\Omega_*$*  angenommen haben, die zu einem physikalisch unmotivierten Fit führt.

In Kap. 7.4 werden wir sehen, daß die hier vorgestellten Skalierungsrelationen für  $\dot{M}$  und  $v_\infty$  auch in 2-D Windmodellen eine qualitativ adäquate Beschreibung des Verhaltens dieser beiden Größen darstellen.

## 5.2 Die Windimpuls-Leuchtkraft-Relation

Ausgehend von diesen Relationen argumentieren Pu96 in folgender Weise: Nimmt man Werte von  $\alpha \approx 0.5 \dots 0.7$  und  $\delta \approx 0.02 \dots 0.1$  an, sollte die Massenverlustrate nach Gl. (5.1) mit der effektiven Masse  $M_{\text{eff}}$  über  $(M_{\text{eff}}/D')^{-1.5 \dots -0.5}$  und  $v_\infty$  nach Gl. (5.2) über  $M_{\text{eff}}^{0.5}$  skalieren. Diese starke Abhängigkeit der Windgrößen  $\dot{M}$  und  $v_\infty$  von  $M_{\text{eff}}$  stellt insofern ein Problem für den Vergleich theoretischer Windmodelle mit der Beobachtung dar, da die mittels spektroskopischer Methoden bestimmten Sternmassen eine systematische Abweichung zu denen aus Sternentwicklungsrechnungen zeigen: Herrero et al. (1992) verglichen die sog. *spektroskopischen Massen*, die sich aus der gemessenen V-Helligkeit, der Effektivtemperatur  $T_{\text{eff}}$  und der Entfernung unter Mitberücksichtigung der interstellaren Extinktion ergeben, mit den sog. *Windmassen*. Letztere erhält man durch die Anwendung der Theorie strahlungsdruckgetriebener Winde (vgl. Kap. 1.2, S. 4). Beide Massen zeigten eine sehr gute Übereinstimmung, im Gegensatz zu den aus Sternentwicklungsrechnungen gewonnenen (Maeder 1990), die erheblich größer sind. Diese Diskrepanz könnte u.a. mit der möglicherweise homogenen Sternentwicklung und Problemen bei der Beschreibung semikonvektiver Prozesse liegen (Langer 1993, als *priv. comm.* zitiert in Pu93,

S. 14).

Aus diesem Grunde schlugen Ku95 eine andere Größe für die Analyse von Sternwinden vor, nämlich die Windimpuls-Rate, die weitaus schwächer von der effektiven Masse abhängt:

$$(\dot{M}v_\infty)_{\text{theoretisch}} \sim k_{\text{CAK}}^{\frac{1}{\alpha'}} (M_*(1 - \Gamma))^{\frac{3}{2} - \frac{1}{\alpha'}} R_*^{-\frac{1}{2}} \left( \frac{g_{\text{eff}}}{R_*} \right)^{\frac{\delta}{2\alpha'}} D'^{\frac{1}{\alpha'} - 1}, \quad (5.14)$$

da der kombinierte Exponent  $(3/2 - 1/\alpha')$  nahe bei Null liegt. Somit folgt aus der 1-D Theorie strahlungsdruckgetriebener Winde:

$$\log(\dot{M}v_\infty R_*^{\frac{1}{2}} D') = \frac{1}{\alpha'} \log(k_{\text{CAK}} L_* D') + f(M_*, \Gamma, R_*, \alpha, \delta), \quad (5.15)$$

wobei  $f$  eine nur geringfügig mit den Stern- und force multiplier-Parametern variierende Funktion und durch Gl. (58) in Pu96 gegeben ist. Geht man von einem konstanten Wert für  $D'$  aus, so folgt die *Windimpuls-Leuchtkraft-Relation*:

$$\log(\dot{M}v_\infty R_*^{0.5}) \sim \log L_*. \quad (5.16)$$

Wie in der Einleitung beschrieben, liefert diese Relation die Grundlage für eine neue Methode der astronomischen Entfernungsbestimmung.



# Numerische Hydrodynamik

In diesem Kapitel erläutern wir die wesentlichen Aspekte der numerischen Hydrodynamik. Dazu skizzieren wir in Abschnitt 6.1 das Lösungsprinzip und stellen in Kap. 6.2 das hydrodynamische Rechenprogramm vor. In Kap. 6.3 gehen wir auf die Formulierung der Randbedingungen, die in unserem Fall ein spezielles Problem darstellt, ein, und Kap. 6.4 behandelt weitere praktische Aspekte.

Der nur an einem Überblick interessierte Leser sei auf die Zusammenfassung auf S. 136 verwiesen.

## 6.1 Das Lösungsprinzip

**Diskontinuitäten und Kontrollvolumenansatz.** Die hydrodynamischen Gleichungen (Gl. (3.4) - (3.8)) sind ein hyperbolisches System von Erhaltungsgesetzen, wie sie bevorzugt in astrophysikalischen Problemstellungen und dort primär in gasdynamischen Simulationen auftreten. Typischerweise ergeben sich hyperbolische Systeme aus physikalischen Prozessen, die zu *Wellenbewegungen* oder *advektiven Transportphänomenen* führen.

Die Eulergleichungen stellen ein nichtlineares System hyperbolischer partieller Differentialgleichungen (PDGL) dar und sind ein spezieller Fall der allgemeineren Navier-Stokes-Gleichungen (siehe z.B. Chandrasekhar 1961, Kap. 7) unter Vernachlässigung der Viskosität und Wärmeleitung.<sup>1</sup> Sie erlauben *Schockwellen* in ihrer Lösung, d.h. *Diskontinuitäten*, die sich auch aus „glatten“ Anfangsdaten entwickeln können. Diese Schockzonen stellen aber nur mathematische Idealisierungen schmaler Bereiche mit starken Dichte- und Geschwindigkeitsgradienten dar, die in auskonvergierten Lösungen der vollständigen Navier-Stokes-Gleichungen auftreten können und in denen sich im Vergleich zu den typischen Längenskalen des Systems physikalische Bedingungen rapide ändern. Oftmals sind die realen Breiten solcher Schockzonen wesentlich schmaler als die minimalen Abstände benachbarter Stützstellen des technisch realisierbaren hydrodynamischen Gitters. In solch einem Fall kann man detaillierte physikalische Vorgänge innerhalb dieser Bereiche nicht explizit behandeln und muß das *makroskopische* Verhalten durch ein geeignetes Modell näherungsweise beschreiben (s.u.).

Für die Bereiche in den von uns behandelten Sternwinden, in denen keine Schocks auftreten, beträgt die Reynoldszahl  $Re$  größenordnungsmäßig  $10^{10}$  (vgl. Castor, Abbott & Klein 1976). Somit ist die Viskosität vernachlässigbar, und die *idealen* Eulergleichungen stellen eine geeignete physikalische Beschreibung der Dynamik dar. (Dies gilt nicht mehr in realen Schockzonen, da gerade die Viskosität entscheidend zur Energieumwandlung beiträgt.)

An (infinitesimal dünnen) Schocks und Kontaktunstetigkeiten sind keine Differentiale und damit Lösungen der differentiellen hydrodynamischen Gleichungen definiert. Dieses Problem läßt

---

<sup>1</sup>Im Gegensatz zu den Eulergleichungen enthalten die Navier-Stokes-Gleichungen Terme, die von den *zweiten* Ableitungen des Geschwindigkeitsfeldes (Viskosität) und der Temperatur (Wärmeleitung) abhängen. Dadurch werden diese Gleichungen *parabolisch*, was strenge Begrenzungen an den hydrodynamischen Zeitschritt erfordert und effiziente Lösungen mit entsprechend größeren Zeitschritten nur mit zeitimpliziten Methoden (s.u.) erlaubt.

sich aber durch Anwendung des Gaußschen Satzes auf die PDGL vermeiden. Durch diesen Übergang auf die *integrale Form* der hydrodynamischen Gleichungen läßt sich die zeitliche Änderung der hydrodynamischen Größen aufgrund der Advektion  $\partial U_k / \partial t = -\nabla \cdot (U_k \vec{v})$  ( $U_1 = \rho$ ,  $U_2 = v_r$ , etc.) in der *ursprünglichen Durchflußform* lösen: Führt man sogenannte *Kontrollvolumina* ein, so lassen sich in deren Zentren diskrete Werte der konservativen Variablen  $\rho$ ,  $\rho v_\Theta$ ,  $\rho v_\Phi$  und  $\rho v_r$  definieren, die als *Volumenmittel* über das Kontrollvolumen  $\Delta V$  betrachtet werden können:

$$\langle \rho \rangle = (\Delta V)^{-1} \int_{\Delta V} \rho(\vec{r}) dV \quad \text{etc.} \quad (6.1)$$

Die Berechnung der *zeitlichen Änderung* der konservativen Größen erfolgt über die *Flüsse* durch die Ränder des Kontrollvolumens. Diese ergeben sich aus den lokal definierten Geschwindigkeiten (bzw. Dichten) und die durch das sog. Advektionsschema<sup>2</sup> berechneten Dichten (bzw. Geschwindigkeiten).

Somit erlaubt der Kontrollvolumen-Ansatz *schwache Lösungen* der hydrodynamischen Gleichungen (vgl. LeVeque 1998, 3.1.4), d.h. solche, die Unstetigkeiten (Schocks und Kontaktunstetigkeiten) besitzen, an denen Differentiale nicht definiert sind. Seine entscheidende Eigenschaft liegt darin, daß er die *globale Konservativität* des Verfahrens garantiert, falls das Rechenggebiet *undurchlässige* Ränder besitzt: Berechnet man z.B. die Gesamtänderung der sich innerhalb eines Volumens befindenden Masse aufgrund der Advektion, so heben sich bezüglich benachbarter (infinitesimaler) Volumina Ein- und Ausfluß durch die Oberflächen heraus.

**Künstliche Viskosität.** Da die Breite der realen Schockzonen quasi infinitesimal ist, werden durch die künstliche Viskosität die (sich in Wirklichkeit nur über wenige molekulare Weglängen erstreckenden) Schockzonen durch die Wahl eines geeigneten Viskositätskoeffizienten, der proportional zum Geschwindigkeitsgradienten ist, über eine Länge einiger weniger Gitterabstände „verschmiert“. Dadurch ist die Unstetigkeit aufgrund des Schocks durch einen schmalen Bereich großer Gradienten ersetzt, und die lokale Behandlung der hydrodynamischen Gleichungen kann in gleicher Weise erfolgen wie für den Rest der Strömung. Dabei beeinflusst der Viskositätskoeffizient als zusätzlicher freier Parameter die Lösung nur innerhalb kleiner räumlicher Intervalle, was für die Lösung *außerhalb* nicht von Bedeutung ist.

Im Rahmen dieser Arbeit sind wir vorrangig an *großskaligen* Windstrukturen interessiert, in denen nur in einigen speziellen Fällen Schocks auftreten (vgl. Kap. 7.2), im Gegensatz zu Rechnungen, die die Linienstrahlungsinstabilität mitberücksichtigen (vgl. Kap. 1.3.1, S. 7). Deshalb ist die numerische Behandlung von Schocks bezüglich unserer Problemstellung ein untergeordneter Aspekt, und wir verweisen auf die detaillierte Darstellung in Feldmeier (1993).

**Der hydrodynamische Zeitschritt.** Eine für numerische Simulationen entscheidende Eigenschaft hyperbolischer Differentialgleichungen betrifft den hydrodynamischen Zeitschritt: Systeme hyperbolischer PDGL lassen sich mit *zeitexpliziten* Methoden lösen, bei denen die Resultate eines Rechenschrittes zu einem Zeitpunkt  $t^n$  ausschließlich von denen vorhergehender Zeitpunkte

<sup>2</sup>Das Advektionsschema stellt den Kern des hydrodynamischen Lösungsverfahrens dar und dient der Berechnung der Flüsse durch die Wände der Kontrollvolumina. Eine *Retardierung* berücksichtigt dabei die Strömung der Flüssigkeit (siehe z.B. Reile & Gehren (1991)).

$t^{n-1}$ ,  $t^{n-2}$ ... abhängt. Mit der zeitlichen Ableitung der hydrodynamischen Größen  $U_k$

$$\frac{\partial U_k(\vec{r}, t)}{\partial t} = f(U_1(\vec{r}, t), \dots, U_N(\vec{r}, t)) \quad (6.2)$$

folgt für die diskrete Form der Entwicklung der hydrodynamischen Gleichungen nach der Zeit in erster Ordnung:

$$U_k(\vec{r}, t^{n+1}) = U_k(\vec{r}, t^n) + \Delta t^n f(U_1(\vec{r}, t^n), \dots, U_N(\vec{r}, t^n)), \quad \Delta t^n = t^{n+1} - t^n. \quad (6.3)$$

Im Gegensatz dazu hängen in einem *zeitimpliziten* Verfahren die  $U_k(\vec{r}, t^{n+1})$  auch von anderen Größen zum selben Zeitpunkt  $t^{n+1}$  ab, was im allgemeinen eine *iterative* Lösung des entstehenden Gleichungssystems erfordert. Bei dieser dürfen zwar aufeinanderfolgende Zeitschritte sehr groß sein, aber der möglicherweise deutliche Unterschied der Lösungen zweier aufeinanderfolgender Zeitpunkte erfordert oftmals eine genaue Kenntnis geeigneter Startnäherungen. Bei den von uns behandelten 2-D Winden läßt sich diese Forderung a priori nur sehr schwer erfüllen (siehe Kap. 6.3.2, S. 126 und Kap. 8.1, S. 175). Dieses Problem wird durch den *zeitexpliziten* Ansatz umgangen, da es für diesen einfacher ist, geeignete Startnäherungen zu finden (siehe Kap. 6.4.1, S. 133).

Allerdings erfordert das *zeitexplizite* Verfahren eine *Beschränkung des Zeitschrittes*  $\Delta t$ , um die sogenannte Courant-Friedrichs-Lewy(CFL)-Stabilitätsbedingung zu erfüllen. Diese verlangt, daß sich innerhalb eines Zeitschrittes  $\Delta t$  Information (über Wellen oder Flüssigkeitsbewegung) nur über eine räumliche Distanz ausbreiten darf, die kleiner als die jeweils betrachtete Gitterzelle sein muß. Das heißt, für den größtmöglichen Zeitschritt, der für alle Bereiche des hydrodynamischen Gitters das CFL-Kriterium erfüllt, gilt:

$$\Delta t \leq \min[(\Delta x)/(|u| + v_{\text{sound}})], \quad (6.4)$$

wobei  $u$  die lokale Geschwindigkeit der Strömung bezeichnet und das Minimum der Stützstellenabstände  $\Delta x$  über alle Gitterzonen bestimmt wird. Diese physikalisch motivierte Bedingung läßt sich mathematisch exakt mittels einer von Neumann-Stabilitätsanalyse der Bewegungsgleichungen ableiten (siehe z.B. Richtmyer & Morton 1967).

Im zweidimensionalen Fall verallgemeinert sich diese Forderung zu (SN92, Gl. (74)):

$$\Delta t = C_0 / [\max(\delta t_1^{-2} + \delta t_2^{-2} + \delta t_3^{-2} + \delta t_4^{-2})]^{1/2}, \quad (6.5)$$

mit der sogenannten *Courantzahl*  $C_0$  als Sicherheitsfaktor (typischerweise  $C_0 \approx 0.5$ ). Die verschiedenen Zeitschritte sind folgendermaßen definiert:

$$\delta t_1 = [\min(\Delta x_1, \Delta x_2)]/v_{\text{sound}}, \quad \delta t_2 = \Delta x_1/v_1, \quad \delta t_3 = \Delta x_2/v_2, \quad (6.6)$$

mit den Stützstellenabständen  $\Delta x_1$  ( $\Delta x_2$ ) und Geschwindigkeiten  $v_1$  ( $v_2$ ) in radialer (polarer) Richtung.  $\delta t_4$  resultiert aus der Mitberücksichtigung der künstlichen Viskosität in den dynamischen Gleichungen und ist durch Gl. (78) in SN92 gegeben. Für unsere Simulationen ist (bei den meisten Modellen) der Zeitschritt  $\delta t_2$  für die Wahl des entsprechenden Gitters von entscheidender Bedeutung (vgl. Kap. 6.4.2).

## 6.2 Der numerische Code

Zur Lösung der Gleichungen (3.4) - (3.8) wurde vom Verfasser vorliegender Arbeit der von Stone & Norman (1992) am National Center for Supercomputing Applications (NCSA) entwickelte strahlungshydrodynamische Code *ZEUS-2D* auf die Physik strahlungsdruckgetriebener Winde adaptiert.

Die Wahl fiel aus mehreren Gründe auf dieses Programm: ZEUS-2D wurde bereits vielfältigen Tests unterzogen (siehe SN92 bzgl. hydrodynamischer „Standardtests“) und mittlerweile von über 200 Benutzern zur Lösung verschiedenartiger (astro)physikalischer Probleme eingesetzt. Dieses Programm stellt einen „Gegencode“ zu dem von Owocki et al. (1994, 1996, 1997) verwendeten Code VH-1 (entwickelt von Blondin et al. an der University of Virginia) dar und bietet somit den Vorteil eines *unabhängigen Tests* der Resultate dieser Autoren.

ZEUS-2D bietet die von uns gewählte 2.5-D Geometrie (vgl. Kapitel 3.3) an, was eine wesentliche Voraussetzung zur Lösung der gestellten Aufgaben erfüllt.

**Besondere Merkmale** ZEUS-2D verwendet zur Lösung der hydrodynamischen Gleichungen äußerst effiziente Algorithmen, die für die Behandlung astrophysikalischer Probleme besonders geeignet sind <sup>3</sup>. Diese sind im einzelnen:

- *zeiterplizites Euler-Verfahren unter Verwendung eines finiten Differenzenschemas* (siehe Roache 1982)
- *konservativer Kontrollvolumen-Ansatz* mit versetzten Gittern (*staggered grids*, s.u.)
- *tensorielle künstliche Viskosität* (Tscharnuter & Winkler 1979)
- *operator splitting* (z. B. Rózyczka 1985)
- *konsistente Advektion* (Norman et al. 1980)
- *monotones Advektionsschema* (van Leer 1977)

**Spezifische Ergänzungen** Folgende Teile des Programmes wurden vom Verfasser vorliegender Arbeit entwickelt bzw. implementiert:

- Mitberücksichtigung der *Rotationsabflachung der Sternoberfläche*
- Integrationsroutinen für die vektorielle Linienstrahlungsbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}}(\Theta, r)$  und die Thomsonbeschleunigung  $\vec{g}^{\text{cont}}(\Theta, r)$
- Adaption des Non-LTE Codes von U. Springmann auf 2-D Winde

---

<sup>3</sup>Komplexere Algorithmen können zwar in der Lage sein, hydrodynamische Probleme exakter zu simulieren (z. B. die *piecewise parabolic method* von Colella & Woodward (1984), die insbesondere bei starken Schocks bessere Resultate liefert), aber die Implementierung neuer physikalischer Effekte kann sich extrem zeitaufwendig gestalten. In Hinblick darauf, daß wir an der *auskonvergierten stationären* Lösung des Problems interessiert sind, ist die vergleichsweise hohe Geschwindigkeit der in ZEUS-2D verwendeten Algorithmen von großem Vorteil (vgl. Kap. 6.4).

- Verfahren zur selbstkonsistenten Berechnung der force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$

Für eine ausführliche Darstellung der Grundlagen des numerischen Schemas verweisen wir auf SN92 bzw. Reile & Gehren (1991) sowie Feldmeier (1993) und den darin gegebenen Referenzen. Da alle technischen Details samt Tests der numerischen Algorithmen in den entsprechenden Publikationen ausführlich dokumentiert sind, beschränken wir uns in der weiteren Darstellung auf diejenigen Aspekte, die für unsere Problemstellung von spezifischer Bedeutung sind. Insbesondere verzichten wir auf eine explizite Darstellung der Finite-Differenzen-Gleichungen (siehe dazu SN92) und des verwendeten van Leer-Advektionsschemas.

### 6.3 Randbedingungen

Bei der Lösung unseres physikalischen Problems stellt die geeignete Formulierung der *Randbedingungen* den wichtigsten Gesichtspunkt bezüglich der numerischen Hydrodynamik dar. In diesem Abschnitt diskutieren wir zum einen theoretische Aspekte und geben zum anderen einen Überblick über die gewonnenen Erfahrungen mit verschiedenen Methoden zur Behandlung der Randbedingungen.

Im Innenbereich des hydrodynamischen Rechengebietes erfordert die Bestimmung der Werte an den Rändern und in den Zentren der einzelnen Gitterzellen kein besonderes Vorgehen, solange man die für das verwendete Advektionsschema benötigte Information an benachbarten Rändern bzw. in benachbarten Zellen kennt. Da das Gitter zur Lösung der Gleichungen begrenzt ist, müssen an seinen Rändern Bedingungen angegeben werden, um dort bei jedem Zeitschritt die physikalischen Größen aktualisieren zu können. Dafür wird das Rechengebiet um einige *Geisterzonen* erweitert, in denen die benötigten Größen am Anfang eines jeden Zeitschrittes festgelegt werden. Je nach betrachteter Physik sind diese konstant oder zeitlich variabel vorzugeben. Auf diese Weise wird die für das Advektionsschema an den Rändern der „realen“ Zonen (*Bildzonen*) benötigte Information zur Verfügung gestellt, wobei die Anzahl der benötigten Geisterzonen vom jeweiligen Advektionsschema abhängt.

Die Randbedingungen können rein physikalischer Natur sein, und oftmals genügen einfache Symmetrieargumente zu ihrer korrekten Beschreibung. Letztere erfordert dann ein differenziertes Vorgehen, wenn durch die Ränder Information in das Rechengebiet ein- bzw. aus diesem herausströmt. In unserem Fall liegt ein Ein- bzw. Ausstrom von Materie am Sternrand und am äußeren Rand des Windes vor. Die Formulierung der Randbedingungen am Sternrand sollte im Hinblick auf eine *stationäre* Lösung idealerweise gewährleisten, daß am Rand entstehende und sich in das Rechengebiet ausbreitende Störungen vermieden bzw. im Laufe der Zeit vollständig gedämpft werden.

In vorliegender Arbeit sind wir zwar nur an der stationären Lösung der hydrodynamischen Gleichungen interessiert, erhalten diese aber mit einem zeitabhängigen Verfahren.<sup>4</sup> Um zu allen Zeitpunkten das Verhalten der Strömung am Rand korrekt zu beschreiben, muß der *Wellencharakter* der hydrodynamischen Gleichungen bei Formulierung der Randbedingungen explizit berücksichtigt werden. In Anhang A.3 skizzieren wir einen allgemeinen Formalismus für

---

<sup>4</sup>Letzteres könnte aber auch auf Probleme angewendet werden, bei denen nichtstationäre Phänomene (wie z.B. stellare Pulsationen) eine zeitliche Variabilität der Windstruktur verursachen.



zeitabhängige Randbedingungen hyperbolischer PDGL-Systeme. Sein Konzept basiert darauf, daß am Rand Wellen aus dem Rechenbereich heraus- bzw. in diesen hineinlaufen. Das Verhalten *auslaufender* Wellen ist gänzlich durch die Lösung am Rand und innerhalb des Rechengebietes bestimmt, weshalb für diesen Fall keine Randbedingungen festgelegt werden können. Im Gegensatz dazu hängen die *einlaufenden* Wellen von der Lösung außerhalb des betrachteten Volumens ab, was die Festlegung unabhängiger Randbedingungen erfordert.

**Anzahl der unabhängigen Randbedingungen.** Bringt man die hydrodynamischen Gleichungen in ihre Wellenform, so erhält man für jede Wellenmode Eigenwerte  $\lambda_i$  ( $i = 1 \dots m$ ,  $m$  : Anzahl der hydrodynamischen Gleichungen). Jedes  $\lambda_i$  repräsentiert die charakteristische Geschwindigkeit einer am Rand ein- bzw. auslaufenden Welle. Betrachten wir beispielsweise den Rand bei  $x \equiv 0$ , so laufen Wellen mit  $\lambda_i < 0$  aus dem Rechengebiet heraus und solche mit  $\lambda_i > 0$  in dieses hinein. Die *Anzahl* der festzulegenden Randbedingungen ist gleich derjenigen der *einlaufenden* Wellen mit  $\lambda_i > 0$ , da die auslaufenden Wellen von der Lösung im Innenbereich bestimmt werden. Die Anzahl der *unabhängig* von der Lösung im Inneren vorzugebenden Randbedingungen ist somit nicht beliebig, sondern wird streng von der Lösung im Innenbereich bestimmt. In der *Art der Formulierung* der Bedingungen ist man allerdings frei.

Betrachtet man beispielsweise eine isotherme 1-D Flüssigkeitsströmung (wie wir sie in unseren 1-D Windmodellen annehmen), so folgen aus der obigen Analyse in radialer Richtung die beiden Eigenwerte  $\lambda_{\pm} = v_r \pm v_{\text{sound}}$ , also die Geschwindigkeiten der sich in die positive bzw. negative radiale Richtung ausbreitenden Schallwellen. (Aufgrund der angenommenen Isothermie treten keine Entropiewellen auf, deren charakteristische Geschwindigkeit  $\lambda_0$  gleich  $v_r$  wäre.) Also ist für eine Einströmung von Material in das Rechengebiet (d.h. am Sternrand) mit Unterschallgeschwindigkeit ( $0 \leq v_r(r = R_*) \leq v_{\text{sound}}$ ) eine Randbedingung vorzugeben und die andere in Abhängigkeit von der Lösung im Innenbereich zu wählen.

Im 2-D Fall ergeben sich in *radialer* Richtung die Eigenwerte  $\lambda_1 = v_r - v_{\text{sound}}$ ,  $\lambda_2 = v_r + v_{\text{sound}}$ ,  $\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_5 = v_r$ . Dabei sind  $\lambda_1$  bzw.  $\lambda_2$  wiederum die Geschwindigkeiten der Schallwellen und  $\lambda_3$  bzw.  $\lambda_4$  die Geschwindigkeiten, mit denen  $v_{\Theta}$  bzw.  $v_{\Phi}$  radial advektiert werden.  $\lambda_5$  bezeichnet die Geschwindigkeit der Entropieadvektion.

Die Charakteristikenmethode erlaubt es, zu allen Zeitpunkten in physikalisch korrekter Weise in das Rechengebiet einlaufende Wellen zu annihilieren und solche, deren charakteristische Geschwindigkeit aus dem Rechengebiet weist, ungehindert durch den Rand auslaufen zu lassen. Allerdings erfordert das Verfahren eine *freie zeitliche Entwicklung* der hydrodynamischen Größen am Rand, ohne daß diesen zusätzliche Forderungen auferlegt werden, wie z.B. die Begrenzung auf einen bestimmten Maximalwert etc.. Im Fall der von uns behandelten 2-D Sternwinde kann diese Eigenschaft zu erheblichen Stabilitätsproblemen führen (siehe dazu Kap. 6.3.2, S. 126), und wir müssen eine alternative Beschreibung für die Randbedingungen verwenden.

## Randbedingungen für Sternwinde

Um für die in vorliegender Arbeit behandelten Sternwinde die geeignetste Formulierung der Randbedingungen zu finden, wurden sowohl für sphärisch-symmetrische 1-D Winde als auch für 2-D Winde (bei sphärischer und asphärischer Sternoberfläche) zahlreiche Tests durchgeführt. Wir geben an dieser Stelle eine Übersicht über die wichtigsten Ergebnisse und diskutieren Vor-

und Nachteile verschiedener Randbedingungen an einigen illustrativen Beispielen.

### 6.3.1 1-D Winde

**Randbedingungen am Sternrand.** Für sphärisch-symmetrische Winde wurden zum einen nichtreflektierende Randbedingungen (Anhang A.3.2) eingehend getestet und zum anderen folgende **Alternative**: Die Basisdichte  $\rho_0 \equiv \rho(r = R_*)$  wird auf einen konstanten Wert fixiert und die Radialgeschwindigkeit  $v_r$  anhand der Werte auf den beiden ersten Stützstellen im Rechenggebiet linear auf den Rand und die Geisterzonen extrapoliert, so daß sich  $v_0 \equiv v_r(r = R_*)$  im Laufe der zeitlichen Entwicklung an die Strömung adaptieren kann. In Kap. 6.4.1, S. 133 beschreiben wir, wie nun ein geeigneter Wert für  $\rho_0$  gefunden werden kann.

Liefert die auskonvergierte Lösung für  $r = R_*$  eine Einströmung von Material am Sternrand mit  $0 \leq v_0 \leq v_{\text{sound}}$ , ist auch mit diesem einfachen Ansatz der Tatsache Rechnung getragen, daß nur eine von zwei Randbedingungen (hier  $\rho_0$ ) unabhängig von der Lösung im Innenbereich vorzugeben ist (vgl. Kap. 6.3, S. 122).

**Randbedingungen am äußeren Rand.** Am *äußeren Rand* des Windes, d.h. bei  $r = r_{\text{max}}$  ( $r_{\text{max}}$  bezeichnet hierbei den maximalen Windradius, der durch die numerische Simulation erfaßt ist), beträgt die Geschwindigkeit  $v_r$  bei den in vorliegender Arbeit untersuchten Winden ein Vielfaches der Schallgeschwindigkeit  $v_{\text{sound}}$ , d.h. beide Charakteristiken für die Eigenwerte  $v_r \pm v_{\text{sound}}$  laufen aus dem Rechenggebiet, und sämtliche Werte der hydrodynamischen Variablen am Rand und in den Geisterzonen sind durch die innere Lösung bestimmt. Der einfachste Ansatz zur Festlegung der Variablen am Rand und in den Geisterzonen liegt in der Extrapolation nullter Ordnung der entsprechenden Werte auf den äußersten Stützstellen des Rechenggebietes. Da  $v_r \gg v_{\text{sound}}$  gilt, wird jede am Rand entstehende Störung im nächsten Zeitschritt aus dem Rechenggebiet advektiert, so daß sich keine Information in dieses ausbreiten kann.

An dieser Stelle sei auf einen wichtigen Punkt hingewiesen: Entstehen Schocks in radialer Richtung, so können an ihnen starke negative Geschwindigkeitsgradienten ( $\partial v_r / \partial r \ll 0$ ) auftreten. Erreicht nun eine Schockfront den äußeren Rand und legt man dort und in den Geisterzonen  $v_r$  mittels *linearer* Extrapolation der Werte im Innenbereich fest, so kann aufgrund des negativen Gradienten in  $v_r$  eine *Einström* von Materie ( $v_r < 0$ ) in das Rechenggebiet erzwungen werden. Um dieses Problem zu umgehen, sollte  $v_r$  *auf jeden Fall* in nullter Ordnung auf den Rand und die Geisterzonen extrapoliert werden. Andernfalls können erhebliche Komplikationen auftreten, berücksichtigt man beispielsweise die Instabilität der Linienstrahlungsbeschleunigung, die zu starken Schocks im Wind führt (A. Feldmeier, persönliche Mitteilung).

**Testrechnungen.** Für beide Formulierungen der Randbedingungen (d.h. nichtreflektierende Randbedingungen bzw. Fixierung der Basisdichte bei Adaption der Radialgeschwindigkeit) wurden im Spektralbereich der O-, B- und A-Sterne zahlreiche 1-D Modelle gerechnet und die Ergebnisse mit denjenigen verglichen, die von Pauldrach et al. (1986) bzw. Feldmeier (1993) entwickelte Programme liefern. Der von Pauldrach et al. entwickelte Code löst die stationären und das Programm von A. Feldmeier die zeitabhängigen 1-D hydrodynamischen Gleichungen. Dabei zeigte sich für alle untersuchten Fälle eine gute Übereinstimmung der Ergebnisse. Um die Darstellung im Rahmen zu halten, zeigt Abb. 6.1 exemplarisch den Vergleich unserer numeri-

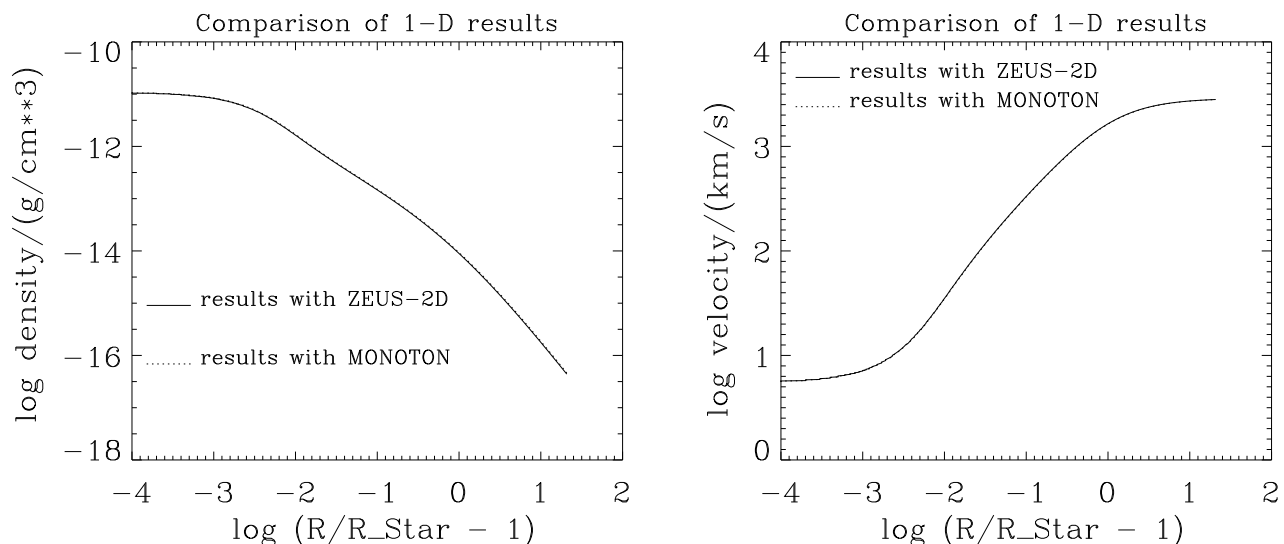


Abbildung 6.1: Vergleich der Ergebnisse für ein 1-D Modell (O-Überriese), gerechnet mit ZEUS-2D (diese Arbeit) bzw. MONOTON (A. Feldmeier).

Sternparameter:  $R_* = 19.0 R_{\odot}$ ,  $T_{\text{eff}} = 42000 \text{ K}$ ,  $M_* = 52.5 M_{\odot}$ ,  $Y_{\text{He}} = 0.12$ ,  $I_{\text{He}} = 2.0$ ; force multiplier-Parameter:  $\tilde{k}_{\text{CAK}}(r) = 0.04$ ,  $\alpha = 0.7$ ; physikalische Laufzeit:  $2 \cdot 10^6 \text{ s}$ .

Links: Dichteverlauf; rechts: radiales Geschwindigkeitsfeld  $v_r$ .

sehen Resultate für ein 1-D Modell eines O-Überriesen mit denjenigen, die der von A. Feldmeier entwickelte 1-D Code *MONOTON* liefert (bzgl. erfolgreicher Tests von MONOTON anhand unabhängiger Rechnungen mit dem Code von A. Pauldrach siehe Feldmeier (1993)).

**Konvergenz der Modelle.** Bei allen Simulationen erwiesen sich die stabilen Lösungen als *unabhängig von den jeweils verwendeten Startmodellen*. Bei genügend langer physikalischer Laufzeit konvergieren die Modelle so gut, daß die an den *Rändern der Kontrollvolumina* bestimmten *van Leer-Flüsse* im gesamten Windbereich bis auf die letzte darstellbare Dezimale des Rechners (14 Stellen) übereinstimmen. Dabei ist die benötigte Laufzeit im wesentlichen durch die Windendgeschwindigkeit bzw.  $r_{\text{max}}$  bestimmt: Je größer  $v_{\infty}$  bzw. je kleiner  $r_{\text{max}}$  ist, desto schneller werden an der Windbasis erzeugte Störungen durch das Rechengebiet advektiert bzw. laufen am äußeren Rand aus diesem heraus. Entscheidend dabei ist, daß die v. a. am Anfang der Simulation ablaufenden Einschwingvorgänge des Windes am Sternrand mit der Zeit vollständig gedämpft werden, so daß letztendlich an der Windbasis ein stationärer Zustand erreicht wird. Die Windlaufzeiten, die eine Konvergenz der Massenverlustrate auf fünf bis sechs Dezimalen erfordert, liegen größenordnungsmäßig für  $r_{\text{max}} \approx 10 R_*$  im Bereich von  $2 \dots 5 \cdot 10^5 \text{ s}$  (Hauptreihensterne),  $10^6 \text{ s}$  (O-Überriesen) und  $5 \dots 10 \cdot 10^6 \text{ s}$  (B-Überriesen). Das entspricht beispielsweise

im O-Überriesen-Bereich etwa 5...10 Windlaufzeiten  $t_{\text{wind}}$ .<sup>5</sup>

### 6.3.2 2-D Winde

Die Festlegung der hydrodynamischen Variablen  $\rho$ ,  $v_\Phi$ ,  $v_\Theta$  und  $v_r$  am Rand und in den Geisterzonen erfolgt bei 2-D Modellen in folgender Weise:

**Längs der Polarachse** fordern wir aufgrund der vorausgesetzten Rotationssymmetrie die *Symmetrieachsen*-Randbedingung. Bei dieser wird der Azimutalgeschwindigkeit  $v_\Phi$  in den Geisterzonen der *negative* Wert von  $v_\Phi$  in den Bildzonen zugeordnet. Die Dichte  $\rho$  und die zum Rand tangential orientierte radiale Geschwindigkeitskomponente  $v_r$  erhalten in den Geisterzonen die Werte der entsprechenden Bildzonen. Die Normalgeschwindigkeit  $v_\Theta$  wird am Pol gleich Null und in den Geisterzonen auf den entsprechenden Wert innerhalb des Rechengebietes gesetzt.

In der **Äquatorebene** nehmen wir aufgrund der vorausgesetzten Spiegelsymmetrie *reflektierende* Randbedingungen an. Die Azimutalkomponente  $v_\Phi$  wird symmetrisch auf die Geisterzonen abgebildet, für  $\rho$  und  $v_r$  wird in gleicher Weise wie bei der Symmetrieachsen-Randbedingung verfahren, und  $v_\Theta$  wird in den Geisterzonen der negative Wert der Bildzonen zugeordnet. Direkt am Rand wird  $v_\Theta$  gleich Null gesetzt.

Am **äußeren Rand** des Windes, d.h. bei  $r = r_{\text{max}}$ , legen wir (wie im 1-D Fall) die am Rand und in den Geisterzonen benötigten physikalischen Variablen durch Extrapolation der Werte im Inneren in nullter Ordnung fest.

Um eine geeignete Definition der physikalischen Variablen **am Sternrand** („untere“ Randbedingung) zu finden, bedurfte es extensiver Testrechnungen für eine Vielzahl möglicher Ansätze, von denen sich der im folgenden beschriebene als geeignet erwies, die Stabilität und Konvergenz der Strömung im 2-D Fall zu gewährleisten.

**Randbedingungen am Sternrand.** Da die *exakte* Kopplung der physikalischen Vorgänge im Sterninneren mit den Prozessen in der Photosphäre bislang unbekannt ist (vgl. die Diskussion in Kap. 1.3.1, S. 11) und ihre Berechnung strenggenommen eine kontinuierliche, mehrdimensionale Beschreibung des Systems Sterninneres-Photosphäre-Wind erfordern würde, verwenden wir am Sternrand folgende Näherung: Wir nehmen an, daß in einer idealen (d.h. beliebig fein auflösenden) Beschreibung der Strömung am Rand des Sterns die *meridionale* (d.h. senkrecht zu  $\vec{e}_\Phi$  und tangential zum Sternrand orientierte) Komponente der Geschwindigkeit gleich Null zu setzen ist. Wir fordern also am Sternrand die sogenannte *no slip*-Bedingung für die Meridionalgeschwindigkeit. Das erscheint vertretbar, solange das physikalische Modell keine Mechanismen berücksichtigt, die eine dieser Annahme widersprechende Beschleunigung des Windmaterials bedingen könnten.

Die Windkompression (Kap. 4.1) wird erst dann wirksam, wenn die entsprechenden Quellterme in den Bewegungsgleichungen lange genug für eine äquatorwärts gerichtete Beschleunigung des Windmaterials gesorgt haben, also in *endlicher* Entfernung von der Sternoberfläche.

Auch können tangential *Druckgradienten* unmittelbar an der Windbasis ausgeschlossen werden, da auf der Sternoberfläche das Potential  $\Phi$  und entsprechend der Diskussion in Kap. 4.3.2, S. 64 auch der Druck konstant ist.

---

<sup>5</sup>Für einen O-Überriesen ergibt sich mit  $v_r(r) = v_\infty (1 - br/R_*)^\beta$ ,  $\beta = 1$ ,  $v_\infty = 2000 \text{ km s}^{-1}$ ,  $b = 0.999$  eine typische Windlaufzeit  $t_{\text{wind}} = \int_{R_*}^{10R_*} v_r^{-1}(r) dr \approx 125000 \text{ s}$ .

Wir haben die hydrodynamischen Gleichungen in der Polarebene in sphärischen Polarkoordinaten formuliert (Kap. 3.3) und lösen sie auch in dieser Geometrie. In der Roche-Näherung resultiert aber eine *asphärische* Sternoberfläche. Deshalb besteht die einzige Möglichkeit, in unserem Rahmen<sup>6</sup> das innere Rechengebiet an die vorgegebene asphärische Geometrie anzupassen, in der *treppenstufenförmigen* Umschreibung der Sternoberfläche durch das hydrodynamische Gitter (vgl. OCB). Um entlang der senkrecht zu  $\vec{e}_r$  verlaufenden Stufenabschnitte tangentiale polare Strömungen zu vermeiden, ist entlang des Randes  $v_\Theta$  gleich Null zu setzen. Diese Näherung erfüllt zwar nicht exakt die Forderung nach einer tangential zur Rocheoberfläche ruhenden Flüssigkeit, stellt aber angesichts der gegebenen technischen Möglichkeiten noch die geeignetste Approximation dar.<sup>7</sup>

Ein naheliegender Ansatz zur Behandlung der unteren Randbedingung wären (wie im 1-D Fall) nichtreflektierende Randbedingungen. Wir haben diesen Formalismus für 2-D Winde bei *sphärischer* Sternoberfläche implementiert und für ein numerisch stabiles O-Sternwind-Modell Vergleichsrechnungen zu denjenigen durchgeführt, bei denen die untere Randbedingung mit der im folgenden beschriebenen Methode behandelt wird. Beide Rechnungen lieferten identische Ergebnisse.

Die Verwendung nichtreflektierender Randbedingungen bei physikalisch extremeren Modellen bereitet Probleme: Wie in Kap. 6.3, S. 122 bemerkt, erfordert die Anwendung der Charakteristikenmethode eine *freie zeitliche Entwicklung* der hydrodynamischen Variablen am Rand. Immer dann, wenn sich die physikalischen Verhältnisse an der Sternoberfläche deutlich mit der Co-Breite  $\Theta$  ändern und man keine geeignete Anfangsbedingung für das Dichte- und Geschwindigkeitsfeld (insbesondere für  $\rho_0(\Theta) \equiv \rho(\Theta, R_*(\Theta))$ ,  $v_{r,0}(\Theta, t=0) \equiv v_r(\Theta, R_*(\Theta), t=0)$ ) kennt<sup>8</sup>, lassen sich bei hydrodynamischen Simulationen anfängliche Überschallströmungen am Sternrand ( $v_{r,0} > v_{\text{sound}}$ ) praktisch nicht vermeiden. Die Stabilität der Strömung ist aber in solch einem Fall nicht mehr gewährleistet (s. Kap. 6.4.1, S. 133). Um für die stationäre Lösung am Sternrand eine Einströmung des Windmaterials mit  $v_{r,0}(\Theta) < v_{\text{sound}}$  zu gewährleisten, wären die *Startwerte* (d.h. die Werte zur Zeit  $t=0$ ) der hydrodynamischen Variablen so zu wählen, daß im Laufe der zeitlichen Entwicklung  $v_r$  an der Windbasis stets kleiner als  $v_{\text{sound}}$  bleibt. Das

<sup>6</sup>Der genauestmögliche Ansatz zur Lösung der hydrodynamischen Gleichungen wäre die *Methode der finiten Elemente* (siehe z.B. Schwarz, 1980), bei der die in nichtorthogonalen Koordinatensystemen definierten Kontrollvolumina der vorgegebenen Geometrie optimal angepaßt werden können. Der technische Aufwand, vor allem zur Entwicklung der Differentialoperatoren, ist allerdings sehr groß.

Eine anderer Ansatz, die Sternoberfläche (beliebig fein) zu umschreiben, böten Methoden der adaptiven Gitterverfeinerung (*adaptive mesh refinement*). Diese erlauben eine lokale Verfeinerung der Auflösung des Rechengebietes unter Verwendung hierarchischer Gitterstrukturen in beliebigen krummlinigen Orthogonalkoordinaten (siehe z.B. Berger & Oliger 1984, Leveque 1998 und Referenzen darin). Allerdings gestaltet sich auch in diesem Fall die Erweiterung der hydrodynamischen Beschreibung um neue physikalische Effekte technisch sehr aufwendig.

<sup>7</sup>Dieser Aspekt motiviert auch die explizite Mitberücksichtigung der Asphärizität bei der Beschreibung des Sternrandes. Da in unmittelbarer Sternnähe kein Mechanismus wirkt, der äquatorwärts gerichtete Strömungen abbremsen könnte, führt die Annahme einer *sphärischen* Sternoberfläche zu einer extremen Ablenkung der Windpartikel in Richtung der Äquatorebene: Das Material wird aufgrund der Krümmungsterme in den Bewegungsgleichungen beschleunigt, ohne daß eine an sich asphärische Sternoberfläche diese Ablenkung verhindert und dadurch ein hydrostatisches Gleichgewicht ermöglicht wird (vgl. Kap. 6.3.2, S. 130 bzw. OCB, 2.1).

<sup>8</sup>Beispielsweise führt die Mitberücksichtigung des Gravity Darkening bei hohen Rotationsraten zu einer deutlichen polaren Variation der Oberflächentemperatur  $T_{\text{eff}}(\Theta)$  und des damit verbundenen lokalen radialen Massenstroms (siehe Kap. 5, Kap. 7.4). Die Situation wird noch komplizierter, nimmt man zusätzlich sich adaptierende force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}(\vec{r}, t)$ ,  $\alpha(\vec{r}, t)$  und  $\delta(\vec{r}, t)$  an (vgl. Kap. 8)!

wiederum erfordert aber *a priori* eine zumindest größenordnungsmäßige Kenntnis der Basisdichte  $\rho_0(\Theta)$  der stationären Lösung. Für den weiter oben diskutierten Fall von 1-D Winden lassen sich mit entsprechender Erfahrung und einer vertretbaren Anzahl von Fehlversuchen geeignete Startwerte für  $\rho_0$  bzw.  $v_0$  finden (vgl. Kap. 6.4.1, S. 133). Die im 2-D Fall erheblich zeitaufwendigere Suche nach Startwerten  $\rho_0(\Theta)$  und  $v_{r,0}(\Theta)$  würde zusätzlich erschwert werden, wenn die Stabilität der Strömung bereits durch die Behandlung der Randbedingung selbst in Frage gestellt wird. Deshalb schlagen wir folgenden konzeptionell einfachen Ansatz zur Formulierung der Randbedingungen am Sternrand vor, der sich als geeignet erwies, bei einer angemessenen Anzahl von Fehlversuchen eine stabile Lösung der hydrodynamischen Gleichungen in der Polarebene zu finden:

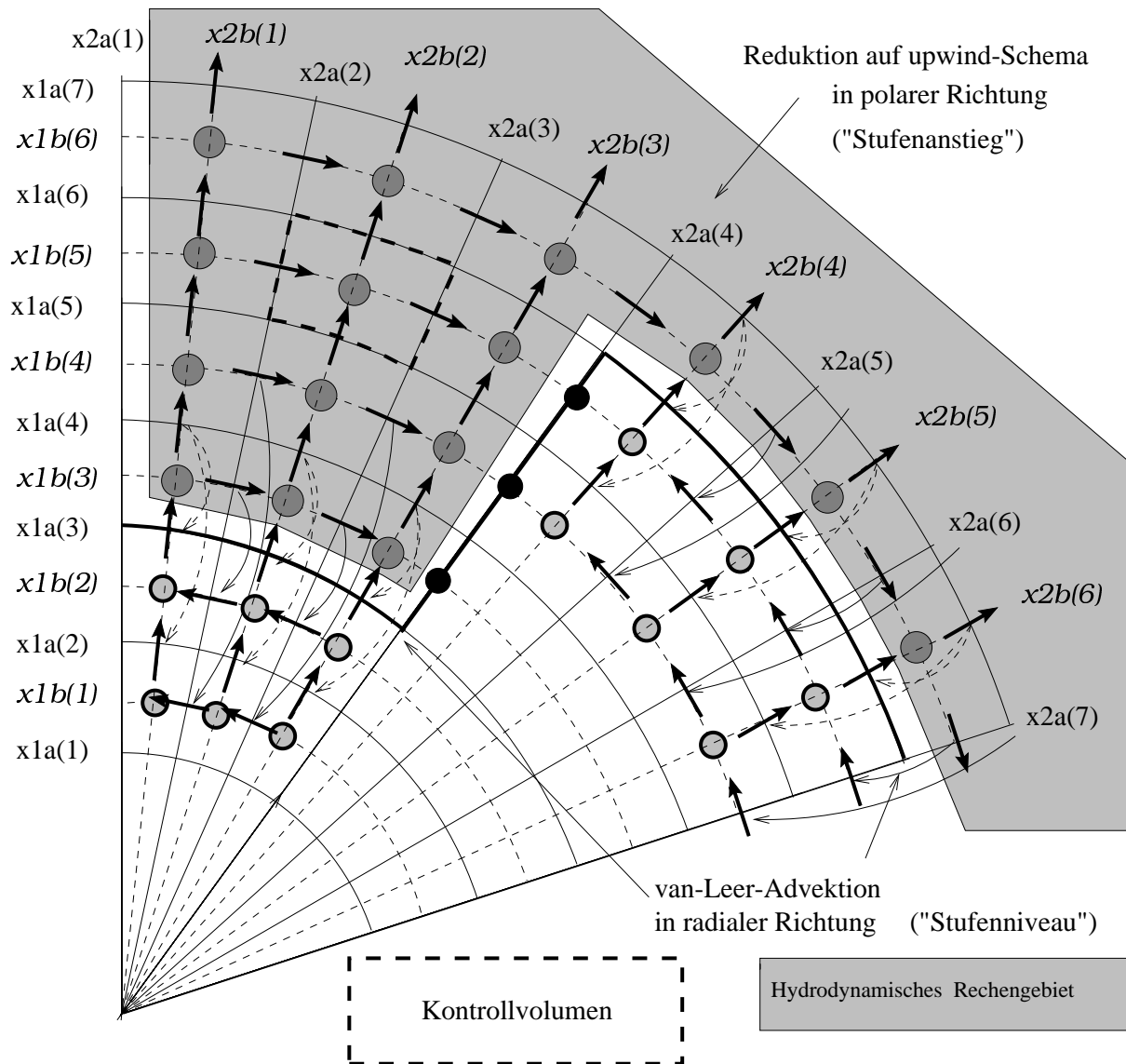
Abb. 6.2 zeigt die prinzipielle geometrische Situation, die sich bei der treppenstufenförmigen Umschreibung der Sternoberfläche ergibt ( $R_*(\Theta)$  nimmt gemäß Gl. (4.75) mit  $\Theta$  zu). Das Kontrollvolumen-Verfahren verwendet zwei zueinander versetzte Gitter (*staggered grids*): Das primäre Gitter (durchgezogene Linien; in unserem Fall:  $r = \text{const}$  auf  $x1a$  und  $\Theta = \text{const}$  auf  $x2a$ ) und das sekundäre (strichliert;  $x1b$  bzw.  $x2b$ ), dessen Linien zwischen denen des primären zentriert sind. Wir bezeichnen im weiteren die Zellen anhand ihres Zentrums mit  $\{x1b(i), x2b(j)\}$ . Für Gitterpunkte verwenden wir die Notation  $(x1b(i), x2b(j))$  und Grenzflächen zwischen benachbarten Zellen benennen wir mit  $x1b(i) \times x2a(j)$ .

Das primäre Gitter begrenzt die Kontrollvolumina, in deren Zentrum  $\{x1b(i), x2b(j)\}$  die skalaren Größen (also die Dichte  $\rho$  und der Druck  $p$ ) und die senkrecht zur Polarebene orientierte Azimutalgeschwindigkeit  $v_\Phi$  gespeichert sind. An den Rändern dieser Zellen sind die Geschwindigkeiten  $v_r$  (auf  $x1a \times x2b$ ) und  $v_\Theta$  (auf  $x1b \times x2a$ ) definiert.

Die Speicherung von Skalaren und Komponenten von Vektoren auf zueinander versetzten Gittern ermöglicht eine räumliche Zentrierung der Näherung einer partiellen Differentialgleichung durch eine Finite-Differenzen-Gleichung. Im Falle eines äquidistanten Gitters erreicht man dabei eine formale Genauigkeit zweiter Ordnung, für ungleichförmige Gitter ist sie etwas niedriger (vgl. Richtmyer & Morton 1967).

Die die Sternoberfläche umschreibenden Treppenstufen (dick durchgezogen) sind *längs des primären Gitters* so gewählt, daß gilt:  $R_*(\Theta) \leq x1a_{\min}(\Theta)$ , wobei  $x1a_{\min}$  den Radiuswert derjenigen Grenze bezeichnet, die in radialer Richtung das Rechengebiet vom Rand trennt (in der Skizze ist der innere Bereich samt der in ihm definierten Größen durch die Schattierung gekennzeichnet). Im weiteren verwenden wir für die Abschnitte des numerischen Randes mit  $r = \text{const}$  bzw.  $\Theta = \text{const}$  die Bezeichnung „Stufenniveau“ bzw. „Stufenanstieg“. Die Werte der physikalischen Variablen  $\rho$ ,  $v_\Theta$ ,  $v_\Phi$  und  $v_r$  werden an den Rändern und in den Geisterzonen folgendermaßen festgelegt:

- In den Geisterzonen wird die *Dichte*  $\rho = \rho_0$  fest vorgegeben. Gegebenenfalls kann  $\rho_0$  vom Polarwinkel abhängen ( $\rho_0 = \rho_0(\Theta)$ ) und je nach Bedarf mit der Zeit der sich entwickelnden Strömung angepaßt werden, um letztendlich eine stationäre Lösung mit einem subsonischen Einstrom von Materie am Sternrand zu ermöglichen.
- Für die *Azimutalgeschwindigkeit*  $v_\Phi$  nehmen wir für  $r < x1a_{\min}$  *starre* Rotation an, d.h.  $v_\Phi(\Theta, r) = \omega r \sin \Theta$ . Das heißt, die Windpartikel co-rotieren am Anfang ihrer Bewegung mit der Sternoberfläche.
- Die *radiale Geschwindigkeitskomponente*  $v_r$  wird *in radialer Richtung* durch lineare Ex-



● Dichte und Azimutalggeschwindigkeit im Inneren des Rechengebietes

○ fixierte Basisdichte und Azimutalggeschwindigkeit (starre Rotation)

● Polargeschwindigkeit  $v_{\Theta} = 0$  ("Stufenanstieg")

→  $v_{\Theta}(\text{Rand}) = -v_{\Theta}(\text{Innenbereich})$  ("Stufenniveau")

- - -  $v_r$  durch lineare Extrapolation der benachbarten Werte  
im Inneren des Rechengebietes

Abbildung 6.2: Beschreibung der hydrodynamischen Strömung am Sternrand. Der Deutlichkeit halber ist die radiale Dimension der Stufen übertrieben dargestellt. Exemplarisch eingetragen ist das Kontrollvolumen für die auf  $(x1b(5), x2b(2))$  definierte Dichte  $\rho$ . Für eine detaillierte Erläuterung siehe Text.

trapolation der ersten beiden Werte innerhalb des Rechengebietes an den Rand (hier  $r = x1a(3)$  bzw.  $r = x1a(6)$ ) und auf die Grenzen der Geisterzonen abgebildet (angedeutet durch strichtlierte Pfeilbögen). Das heißt, diese Randbedingung ist nicht frei vorgegeben, sondern wird *in Abhängigkeit von der Lösung im Innenbereich* formuliert.

Um Überschallein- bzw. Ausströmungen zu vermeiden, wird  $v_r$  auf  $|v_r| < v_{\text{sound}}$  begrenzt. Längs der polaren Richtung müssen keine Werte von  $v_r$  außerhalb des Rechenbereiches festgelegt werden (s.u.).

- Wie weiter oben argumentiert, sollen polare Strömungen am Sternrand vermieden werden. Deshalb wird die *polare Geschwindigkeitskomponente*  $v_\Theta$  an den Stufenanstiegen (hier  $x2a(4)$ ) gleich Null gesetzt, was einer *Feste-Wand-Bedingung* entspricht. Dadurch erfordert die Berechnung des advektiven Anteils der hydrodynamischen Gleichung für Größen, deren Kontrollvolumina an den Rand grenzen (hier die Geisterzonen  $\{x1b(3), x2b(4)\}$ ,  $\{x1b(4), x2b(4)\}$ ,  $\{x1b(5), x2b(4)\}$ ), keine Information von außerhalb des Rechengebietes, da das Advektionsschema (hier: van Leer) zum *upwind*-Schema reduziert. Letzteres benötigt nur Informationen aus dem Inneren des Rechengebietes (für die entsprechende numerische Formulierung siehe Reile & Gehren 1991, Abschnitt 3.3.2.).<sup>9</sup>

Die Festlegung der Werte von  $v_\Theta$  in den Geisterzonen für die *radiale Advektion an Stufenniveaus* erfolgt durch die Formulierung der *no slip*-Randbedingung, mit der für  $v_\Theta$  an Stufenniveaus der Wert 0 erzwungen wird. Dies erreicht man, indem man in den Geisterzonen  $v_\Theta$  den negativen Wert der entsprechenden Zone im Bildbereich zuordnet (hier z.B.  $v_\Theta(x1b(5), x2a(6)) = -v_\Theta(x1b(6), x2a(6))$ ,  $v_\Theta(x1b(4), x2a(6)) = -v_\Theta(x1b(7), x2a(6))$ ); angedeutet durch durchgezogene Pfeilbögen).

Alternativ kann man  $v_\Theta$  am Rand und in den Geisterzonen analog zu  $v_r$  durch Extrapolation der Werte im Rechenbereich festlegen, wodurch der Tangentialgeschwindigkeit längs der Stufenniveaus eine freie Entwicklung mit der Zeit erlaubt wird. Dies ist die sogenannte *slip*-Randbedingung für  $v_\Theta$ .

In Kap. 6.3.2 vergleichen wir verschiedene Modelle, die mit *slip*- bzw. *no slip*-Randbedingung berechnet worden sind und diskutieren Vor- und Nachteile dieser beiden Ansätze.

Abschließend sei diese Formulierung der Randbedingungen im Hinblick auf den Wellencharakter der hydrodynamischen Gleichungen diskutiert: Dadurch, daß wir an den Stufenanstiegen eine Feste-Wand-Bedingung fordern, werden Wellen, die von kleineren Co-Breiten  $\Theta$  kommend auf die Sternoberfläche (d.h. auf Stufenanstiege des Randes) treffen, nicht vollständig annihiliert und ihre Reflexion am Rand läßt sich deshalb nicht völlig ausschließen. Der radiale Ausstrom des Materials (senkrecht zu den Stufenniveaus) advektiert diese Störungen dann nach außen. In der Praxis beträgt das geometrische Verhältnis von Stufenanstiegen zu den Niveaus in etwa 1:25 (vgl. Kap. 6.4.2), wodurch die Struktur des Windes nur auf kleinen räumlichen Skalen beeinflußt wird. Das *globale* Verhalten der Strömung, an dem wir vorrangig interessiert sind, wird nicht nennenswert gestört (s.u.).

<sup>9</sup>Wäre  $v_\Theta$  an den Anstiegen ungleich Null, so müßte man beispielsweise für die polare Advektion an der Grenzfläche  $x1b(5) \times x2a(4)$  separate Geisterzonen einführen, um eine Überschneidung mit der ersten Geisterzelle  $\{x1b(5), x2b(4)\}$  für die radiale Advektion an der Grenzfläche  $x1a(6) \times x2b(4)$  zu vermeiden.



Die Fixierung der Basisdichte und feste Vorgabe der Polar- und Azimutalgeschwindigkeit am Sternrand ist streng genommen nur dann korrekt, wenn Ein- bzw. Ausströmgeschwindigkeiten für alle  $\Theta$  betragsmäßig kleiner als  $v_{\text{sound}}$  sind. In diesem Fall ist dann die Anzahl der unabhängig von der Lösung im Innenbereich vorgegebenen Randbedingungen gleich derjenigen der radial *einlaufenden Charakteristiken* (im isothermen Fall gleich 3), falls  $v_r$  am Rand und in den Geisterzonen in Abhängigkeit von der Lösung im Rechengebiet gegeben ist.

Falls man also  $\rho_0$ ,  $v_\Theta$  und  $v_\Phi$  unabhängig von der Lösung im Inneren festlegt, muß am Ende der zeitlichen Entwicklung gelten, daß  $0 < v_r(R_*(\Theta)) < v_{\text{sound}}$  ( $\forall \Theta$ ). Bei allen in dieser Arbeit vorgestellten Modellen (von bestimmten, explizit diskutierten Ausnahmen abgesehen) ist es letztendlich gelungen, diese Bedingung zu erfüllen.

**Numerische Tests verschiedener Randbedingungen.** Die Beispiele in Abb. 6.3 und 6.4 veranschaulichen für ein O-Überriesen-Modell (mit konstanten force multiplier-Parametern  $k_{\text{CAK}} = 0.138$ ,  $\alpha = 0.6$ ,  $\delta = 0$ ) den Verlauf der Polargeschwindigkeit  $v_\Theta$  für verschieden gewählte Stützstellengitter und Randbedingungen.

Besonders auffällig ist, daß bei Wahl eines logarithmischen radialen Gitters<sup>10</sup> (Abb. 6.3, oben) deutliche Störungen des Strömungsverlaufes in Äquatornähe entstehen, da die Stufen in Äquatornähe wegen des exponentiell mit  $r$  anwachsenden Stützstellenabstandes  $\Delta r$  zu grob gewählt sind. Gestattet man über die slip-Randbedingung für  $v_\Theta$  Tangentialströmungen längs der Stufenniveaus, so wird das äquatorwärts strömende Material am Anstieg der unmittelbar benachbarten Stufe abrupt gebremst, und die dadurch entstehende und nach außen advektierte Störung kontaminiert die Windstruktur. Legt man  $v_\Theta$  am Rand über die no-slip-Bedingung fest (siehe Abb. 6.3, oben rechts), lassen sich die Störungen merklich reduzieren.

Eine weitere Glättung des Strömungsverlaufes erreicht man durch Wahl eines im sternnahen Bereich äquidistanten Gitters (in diesem Beispiel:  $\Delta r = 0.002 R_p$  für  $r = 1.0 R_p \dots 1.3 R_p$ ), das den Sternrand auch in der Äquatorgegend fein genug auflöst, wodurch extreme Störungen vermieden werden (vgl. Abb. 6.3 (oben) mit 6.3 (unten)). Wie Abb. 6.4 (oben) zeigt, reicht eine Auflösung des Rechengebietes mit 30 polaren Stützstellen vollends aus, da der Unterschied der Resultate im Vergleich zur Rechnung mit 55 Stützstellen nur unwesentlich ist. Auch hier hilft die no-slip-Randbedingung, am Sternrand entstehende Störungen der Windstruktur zu vermeiden.

Daß die kleinskaligen Strukturen im Wind definitiv eine Folge der Treppenstufen um den Sternrand sind, demonstriert Abb. 6.4 (unten rechts) anhand einer Rechnung für eine sphärische Sternoberfläche unter Annahme der no-slip-Bedingung für  $v_\Theta$ . Die Strömung ist vollkommen glatt, und keine Störungen treten auf. Für diese Rechnung stellte sich die no-slip-Bedingung als unbedingt erforderlich heraus. Bei Simulationen mit der slip-Bedingung für  $v_\Theta$  entwickelte sich am Sternrand eine extrem supersonische, äquatorwärts gerichtete Strömung, mit  $v_\Theta > 10 v_{\text{sound}}$  (Abb. 6.4, links unten), und keine stationäre Lösung konnte erreicht werden. Dies verdeutlicht die Notwendigkeit, bei Annahme der Slip-Randbedingung für  $v_\Theta$  die Rotationsverformung der Sternoberfläche korrekt mitzuberücksichtigen<sup>11</sup> (vgl. Kap. 6.3.2, S. 125). In Kap. 7.2.1, S. 148 vergleichen wir unsere Ergebnisse mit denen von OCB, insbesondere in Hinsicht auf die Qualität/Stabilität der numerischen Simulation.

Eine Frage, die sich im Zusammenhang mit kleinskaligen Windstrukturen stellt, betrifft die

---

<sup>10</sup> $r_i = R_p + f R_p [\exp(\log\{(r_{\text{max}} - R_p)/(f R_p) + 1\})/i/i_{\text{max}}] - 1$  ( $f = 0.01$ ,  $i = 0$  für  $r = R_p$ ,  $i = i_{\text{max}}$  für  $r = r_{\text{max}}$ )

<sup>11</sup>Die gleiche Erfahrung wurde auch von S. Owocki gemacht (persönliche Mitteilung).

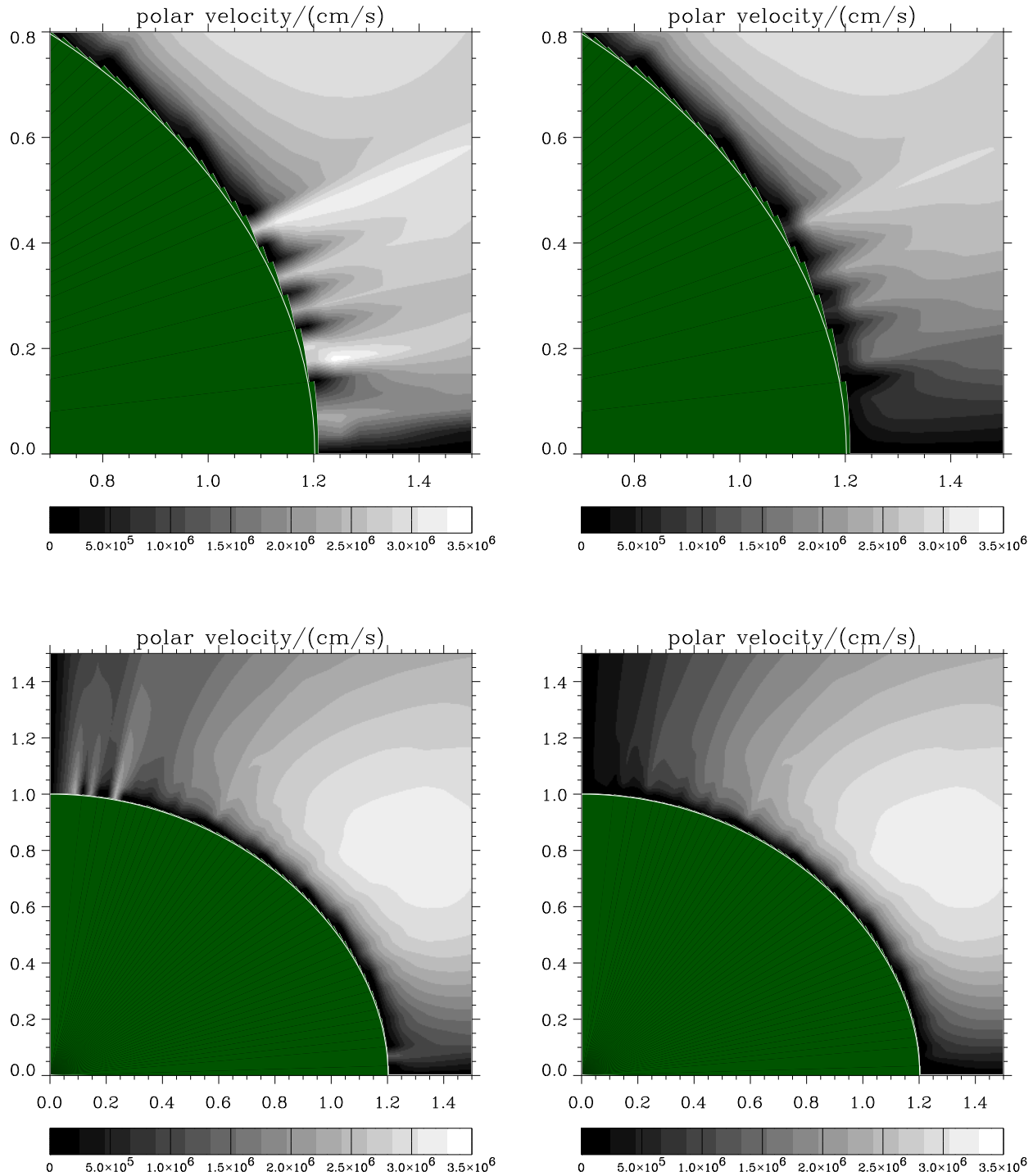


Abbildung 6.3: Polare Geschwindigkeitskomponente  $v_\theta$  in Sternnähe für verschiedene Randbedingungen. Sternmodell:  $\zeta$  Puppis ( $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ ); andere Parameter wie in Tab. 4.1

Bei der Darstellung in der Polarebene bedeuten *negative* / *positive* Werte von  $v_\theta$  eine *polwärts* / *auf die Äquatorebene* gerichtete Strömung.

Bei allen Modellen sind die Stützstellen in  $\Theta$  äquidistant gewählt; der Deutlichkeit halber ist der Maßstab der oberen Abbildungen größer.

- Oben:  $v_\theta$  für 155 radiale (logarithmisch)  $\times$  55 polare Stützstellen (slip)
- $v_\theta$  für 155 radiale (logarithmisch)  $\times$  55 polare Stützstellen (no-slip)
- Unten:  $v_\theta$  für 251 radiale (äquidistant bis  $1.3 R_p$ )  $\times$  55 polare Stützstellen (slip)
- $v_\theta$  für 251 radiale (äquidistant bis  $1.3 R_p$ )  $\times$  55 polare Stützstellen (no-slip)

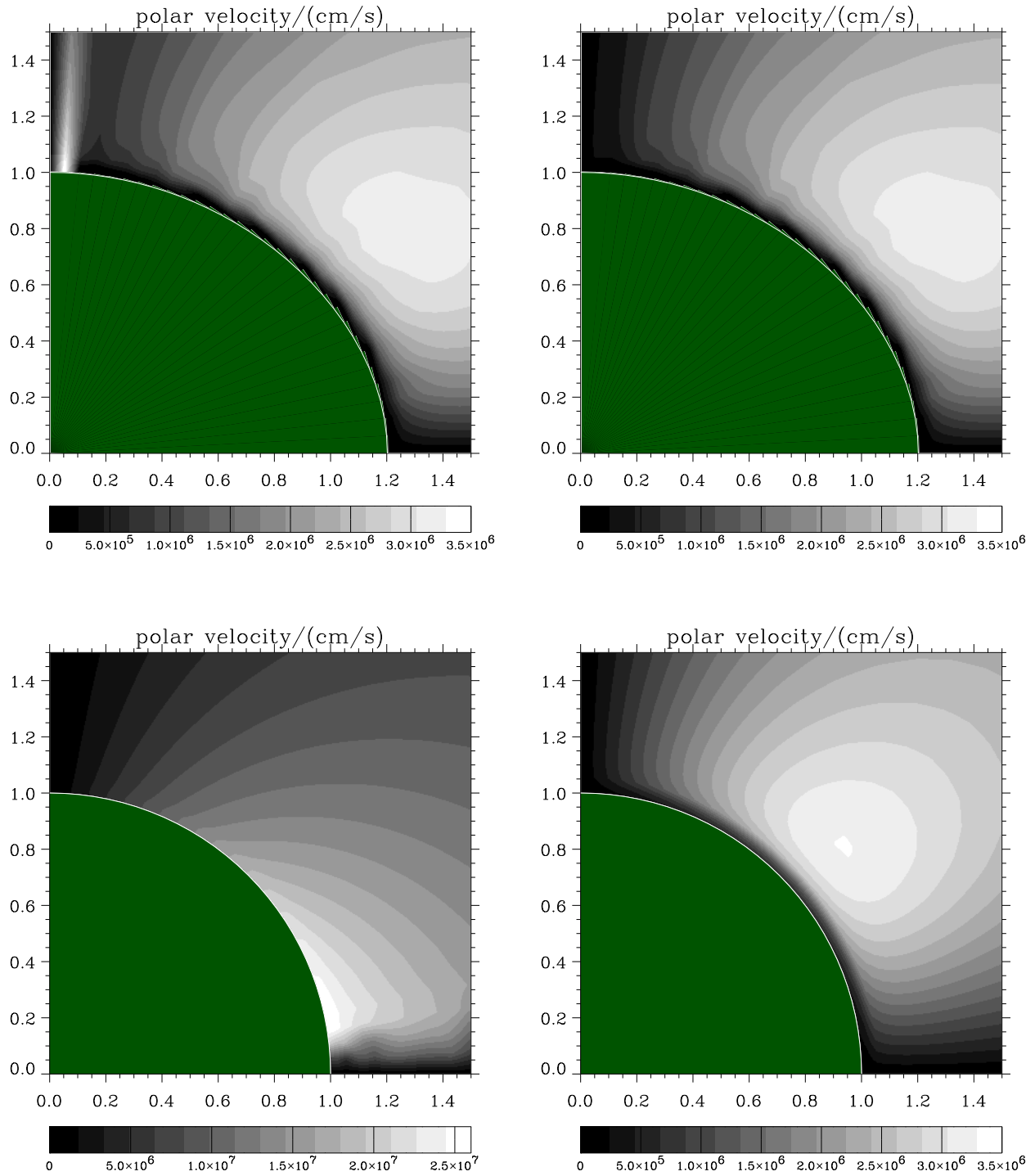


Abbildung 6.4: Wie Abb. 6.3:

- Oben:  $v_\Theta$  für 251 radiale (äquidistant bis  $1.3 R_p$ )  $\times$  30 polare Stützstellen (slip)
- $v_\Theta$  für 251 radiale (äquidistant bis  $1.3 R_p$ )  $\times$  30 polare Stützstellen (no-slip)
- Unten: Sphärische Sternoberfläche ( $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km s}^{-1}$ )
- $v_\Theta$  für 251 radiale (äquidistant bis  $1.3 R_p$ )  $\times$  30 polare Stützstellen (slip, nach  $1.9 \cdot 10^5 \text{ s}$ )
- $v_\Theta$  für 251 radiale (äquidistant bis  $1.3 R_p$ )  $\times$  30 polare Stützstellen (no-slip)

Bedeutung möglicher Scherinstabilitäten (insbesondere Kelvin-Helmholtz-Instabilitäten) für die hydrodynamische Schichtung. Eine in Kippenhahn & Weigert (1991, 43.2) beschriebene Studie der dynamischen Stabilität von Scherströmungen wurde von Cranmer (1996, dort Kap. 4.3.5) auf die Winde heißer Sterne angewendet. Dabei zeigt sich, daß diese stabil gegen konvektive Durchmischung aufgrund von Scherströmungen sein sollten.

## 6.4 Weitere Aspekte

In diesem Abschnitt geben wir einen Überblick über weitere numerische/technische Gesichtspunkte, die bei der Durchführung numerischer Simulationen zu beachten sind.

### 6.4.1 Anfangsbedingungen

Die Lösung der *zeitabhängigen* Strömungsgleichungen erfordert die Festlegung von *Anfangsbedingungen* für alle hydrodynamischen Variablen zur Zeit  $t = 0$ . Bezüglich des radialen Verlaufes des anfänglichen Geschwindigkeitsfeldes  $v_r(r, t = 0)$  muß im wesentlichen nur gewährleistet sein, daß  $v_r$  auf den ersten drei bis vier radialen Stützstellen kleiner als  $v_{\text{sound}}$  ist. Darüber hinaus genügt es, bis zum Schallpunkt der Startnäherung ein exponentiell anwachsendes Gesetz für  $v_r$  zu wählen und an dieses ein typisches  $\beta$ -Geschwindigkeitsfeld (Gl. (4.5)) anzuschließen.<sup>12</sup> Das anfängliche Dichtefeld  $\rho(\Theta, r, t = 0)$  folgt über die Kontinuitätsgleichung  $\rho = \dot{M}(\Theta, t = 0)/(4\pi r^2 v_r)$ . Für die Azimutalgeschwindigkeit  $v_\Phi(\Theta, r, t = 0)$  ist ein durch die Drehimpulserhaltung gegebenes Geschwindigkeitsfeld der Form

$$v_\Phi(\Theta, r, t = 0) = v_{\text{rot}} \sin \Theta R_*(\Theta)/r \quad (6.7)$$

eine sehr gute Startnäherung, und  $v_\Theta(\Theta, r, t = 0)$  kann gleich Null gesetzt werden.

Wie die Erfahrung gezeigt hat, hängt die *Stabilität der zeitlichen hydrodynamischen Entwicklung* hin auf den stationären Endzustand entscheidend von der Wahl geeigneter Werte für  $\rho_0(\Theta, t = 0)$  bzw.  $v_{r,0}(\Theta, t = 0)$  und  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  am Sternrand ab. (Falls wir nichtreflektierende Randbedingungen verwenden, können sich alle drei Größen ( $\rho_0(\Theta)$ ,  $v_{r,0}(\Theta)$ ,  $\dot{M}(\Theta)$ ) im Laufe der Zeit ändern. Fixieren wir dagegen  $\rho_0(\Theta)$ , so adaptieren sich nur noch  $v_{r,0}(\Theta) \equiv v_{r,0}(\Theta, t > 0)$  und  $\dot{M}(\Theta) \equiv \dot{M}(\Theta, t > 0)$  an die Strömung.)

Falls nämlich  $v_{r,0}(\Theta)$  größere Werte als  $v_{\text{sound}}$  annimmt, entwickelt sich die Geschwindigkeit völlig unkontrolliert und „reißt“ binnen kürzester Zeit am Sternrand „ab“. Um derartige Überschalteinströmungen am Sternrand zu vermeiden, sind bei Festlegung der Randbedingungen über die Fixierung von  $\rho_0(\Theta)$  die Größen  $\rho_0$  und  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  bzw. bei Verwendung nichtreflektierender Randbedingungen  $v_{r,0}(\Theta, t = 0)$  und  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  in geeigneter Weise zu wählen. Da sich am Anfang einer hydrodynamischen Simulation die wichtigsten Größen der stationären Lösung oftmals nicht einmal größenordnungsmäßig abschätzen lassen, gelingt es im allgemeinen erst nach einer gewissen Anzahl von Fehlversuchen, eine geeignete Kombination von  $v_{r,0}(\Theta, t = 0)$  und  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  (bei nichtreflektierenden Randbedingungen) bzw.  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  und  $\rho_0(\Theta, t = 0) = \rho_0(\Theta)$  ( $\forall t$ )

<sup>12</sup>Im Gegensatz zu iterativen Lösungsverfahren für die stationären hydrodynamischen Gleichungen ist für unseren nichtstationären Ansatz ein stetig differenzierbarer Übergang des Geschwindigkeitsfeldes  $v_r(r)$  in  $r = r_s$  nicht erforderlich, da diese anfängliche Störung des Strömungsverlaufes im Laufe der Zeit aus dem Rechenggebiet advektiert wird, ohne die Stabilität des Lösungsverfahrens zu gefährden.

(bei zeitlicher Fixierung der Basisdichte) zu finden. (Man erhält  $\rho_0(\Theta, t = 0)$  bzw.  $v_{r,0}(\Theta, t = 0)$  aus der lokalen Kontinuitätsgleichung  $\dot{M}(\Theta, t = 0) = 4\pi R_*^2(\Theta)\rho_0(\Theta, t = 0)v_{r,0}(\Theta, t = 0)$ .)

Besonders zeitaufwendig kann sich die Suche im Fall von 2-D Modellen gestalten, wenn die physikalischen Eigenschaften auf der Sternoberfläche stark mit  $\Theta$  variieren bzw. selbstkonsistente  $k_{\text{CAK}}(\vec{r}, t)$ ,  $\alpha(\vec{r}, t)$ ,  $\delta(\vec{r}, t)$  ermittelt werden sollen.

Als wichtigste Ergebnisse extensiver Testrechnungen sind festzuhalten:  $v_{r,0}(\Theta, t = 0)$  sollte deutlich kleiner als die Schallgeschwindigkeit  $v_{\text{sound}}$  angesetzt werden ( $v_{r,0}(\Theta, t = 0) \approx 0.1 v_{\text{sound}}$ ). Geeignete Werte für  $\rho_0(\Theta)$  bzw. die Massenverlustrate  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  lassen sich nur experimentell feststellen. Man sollte  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  kleiner als die Massenverlustrate der auskonvergierten Lösung wählen ( $\dot{M}(\Theta, t = 0) \approx 0.1 \dots 0.5 \dot{M}(\Theta, t \rightarrow \infty)$ ). Ist nämlich  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  signifikant zu hoch gewählt, besteht die Möglichkeit, daß das Material auf die Sternoberfläche zurückstürzt und  $g^{\text{lines}} \sim 1/\rho^{\alpha-\delta}$  auch gemeinsam mit der anwachsenden Druckbeschleunigung  $-(1/\rho)\partial p/\partial r$  nicht mehr in der Lage ist, eine weitere Kompression der Materie am Sternrand zu verhindern. Dadurch ist es nicht mehr möglich, den Massestrom wieder auf positive Geschwindigkeiten  $v_r > 0$  zu beschleunigen, und eine stationäre Strömung kann sich nicht einstellen. Setzt man andererseits  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  deutlich zu niedrig an, so kann  $v_{r,0}(\Theta)$  größer als  $v_{\text{sound}}$  werden, wenn sich  $\dot{M}$  auf den *tatsächlichen*, wesentlich größeren Wert hinentwickelt.

Bei 2-D Modellen kann der radiale Massenstrom an der Sternoberfläche gegebenenfalls um mehr als eine Dekade zwischen Pol und Äquator variieren (vgl. Kap. 7 und Kap. 8). Aus diesem Grund ist darauf zu achten, daß  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  nicht größer als  $\dot{M}(\Theta, t \rightarrow \infty)$  gewählt wird. Der einfachste Ansatz, einen geeigneten polaren Verlauf der Basisdichte  $\rho_0(\Theta)$  zu finden, liegt darin, konvergierte 1-D Windmodelle zum einen für  $T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}(\Theta = 0^\circ)$  und zum anderen für  $T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}(\Theta = 90^\circ)$  zu berechnen und anhand der Resultate  $\rho_0(\Theta)$  abzuschätzen.

Bei 1-D bzw. physikalisch einfachen 2-D Modellen läßt sich (bei entsprechendem experimentellen Aufwand) das Entstehen von Überschallströmungen am Sternrand bei geeigneten Startwerten von  $\rho_0(\Theta, t = 0)$ ,  $v_{r,0}(\Theta, t = 0)$  und  $\dot{M}(\Theta, t = 0)$  auch bei Verwendung nichtreflektierender Randbedingungen über die gesamte zeitliche Entwicklung hinweg erreichen.

Bei komplizierteren 2-D Modellen (die den Regelfall darstellen!) und einem am Sternrand treppenstufenförmig begrenzten Rechengebiet läßt es sich auch bei näherungsweise Kenntnis geeigneter Startwerte nicht immer vermeiden, daß vor allem in der Anfangsphase der Simulation aufgrund von Einschwingvorgängen am Sternrand  $v_{r,0}(\Theta) > v_{\text{sound}}$  wird. In diesem Fall empfiehlt sich die Verwendung der in Kap. 6.3.2, S. 127 beschriebenen Randbedingungen.

Auf einen Punkt muß mit besonderer Betonung hingewiesen werden: Um eine stationäre Lösung zu ermöglichen, ist unbedingt darauf zu achten, daß die Basisdichte  $\rho_0$  nicht zu groß (bzw. die Geschwindigkeit  $v_{r,0}$  nicht zu klein) gewählt wird. Andernfalls treten periodische Oszillationen der gesamten sternnahen Atmosphäre bis zum sonischen Punkt auf (photosphärische Schallwellen; siehe Lamb 1932) und Störungen laufen in den Wind.

Nichtreflektierende Randbedingungen ermöglichen stationäre Lösungen mit minimalen Einstromgeschwindigkeiten von  $v_0 \gtrsim 0.01 v_{\text{sound}}$ . Fixiert man die Basisdichte  $\rho_0$  und erlaubt  $v_r$  eine Adaption an die Strömung, ergeben sich stabile Lösungen nur für  $v_0 \gtrsim 0.05 v_{\text{sound}}$ . Da die nichtreflektierenden Randbedingungen die Wellennatur der hydrodynamischen Gleichungen korrekt berücksichtigen, werden an der Windbasis entstehende Störungen besser unterdrückt bzw. aus dem Rechengebiet laufende Wellen weit weniger reflektiert.

Die Festlegung der Randbedingungen über die Fixierung der Basisdichte hat gegenüber der

Charakteristikenmethode den Vorteil, daß während der zeitlichen Entwicklung extremer Windmodelle Stabilitätsprobleme umgangen werden können, indem man  $v_{r,0}$  betragsmäßig auf die Schallgeschwindigkeit begrenzt, d.h.  $|v_0| < v_{\text{sound}}$ . Dadurch wird ein Abreißen der Strömung am Sternrand vermieden.

### 6.4.2 Wahl der numerischen Gitter und Parameter

Die Wahl des radialen Gitters erfordert, um eine stabile Strömung zu garantieren, eine genügend feine Auflösung des subsonischen Bereiches. Bis zum Schallpunkt  $r_s$  kann der Dichteverlauf des Windes in guter Näherung als eine isotherme barometrische Schichtung angenommen werden (die Annahme der Isothermie ist bezüglich des Zieles der Untersuchungen auf jeden Fall vertretbar), da die Druckkraft die noch geringe Linienstrahlungskraft dominiert. Bei heißen Sternen liegt der Schallpunkt noch sehr nahe am Stern. Für den O-Überriesen  $\zeta$  Puppis gilt näherungsweise (vgl. Feldmeier 1993, Anhang 8):

$$r_{\text{sound}} \approx 1.02 R_* \approx 5.4 H_* = 5.4 v_{\text{sound}}^2 / g_r^{\text{grav}} \quad (6.8)$$

( $H_*$ : isotherme Druckskalenhöhe<sup>13</sup>,  $g_r^{\text{grav}} = GM_*(1 - \Gamma)/R_*^2$ : effektive Gravitationsbeschleunigung). Der Schallpunkt  $r_s$  sollte erfahrungsgemäß erst nach mindestens drei radialen Stützstellen erreicht werden. Um die Strömung am Sternrand genügend genau aufzulösen, empfiehlt es sich, dort  $\Delta r$  nicht größer als  $H_*$  zu wählen.

Während bei 1-D Modellen der Wind mit einer verhältnismäßig geringen Anzahl radialer, logarithmisch zur Sternoberfläche konzentrierter Stützstellen

$$r_i = R_p + f R_p [\exp(\log\{(r_{\text{max}} - R_p)/(f R_p) + 1\}) i / i_{\text{max}} - 1] \quad (f \approx 0.01, i = 0 \dots i_{\text{max}}, i_{\text{max}} \approx 100)$$

erfaßt werden kann, ist die Situation bei einer stufenförmig umschriebenen Sternoberfläche komplizierter: Da das verwendete Koordinatensystem  $(\Theta, r)$  identische  $\Delta r_i$ ,  $i = 1 \dots i_{\text{max}}$  ( $\forall \Theta$ ) voraussetzt, hätte eine für alle  $\Theta$  verwendete logarithmische Auflösung des radialen Bereiches in unmittelbarer Sternnähe zur Folge, daß über dem Pol z.B. bei  $r \approx R_{\text{eq}}$  (wo  $v_r$  bereits Werte von  $0.1 \dots 0.5 v_\infty$  besitzt) kleine Gitterabstände  $\Delta r$  über das CFL-Kriterium eine drastische Reduktion des Zeitschrittes  $\Delta t \approx \Delta r / v_r$  zur Folge hätten. Deshalb lösen wir den unteren Windbereich *äquidistant* auf. Dies auch in Hinblick auf die Testrechnungen für die verschiedenen Randbedingungen (vgl. Kap. 6.3.2), da die Verwendung eines logarithmischen Gitters bei asphärischen Sternoberflächen wegen der zu groben Stufen nahe der Äquatorebene dort starke Störungen der Strömung bedingt. Um bei allen  $\Theta$  das Erreichen des Schallpunktes erst nach frühestens drei radialen Stützstellen zu gewährleisten, lösen wir den sternnahen Bereich für  $r = 1.0 R_p \dots 1.3 R_p$  (bzw.  $R_{\text{eq}}$ ) äquidistant mit typischerweise  $\Delta r = 0.002 R_*$  auf. Für O- und B-Überriesenwinde ist das entsprechend Gl. (6.8) ausreichend.

Für  $r > 1.3 R_p$  nimmt  $\Delta r$  um 3...6% von einer zur nächsten Stützstelle zu, so daß z.B. bei 256 radialen Stützstellen und einer Zunahme von  $\Delta r$  um 6% pro Stützstelle (ab  $1.3 R_p$ ) der maximale Windradius  $r_{\text{max}} \equiv r_{254} \approx 14 R_p$  beträgt.

<sup>13</sup>Im subsonischen Bereich kann für die Dichteschichtung  $\rho(z) = \rho_0 \exp(-z/H_*)$  angenommen werden, wobei  $z$  die Höhe bezeichnet.

Die Wahl des polaren Gitters ist unproblematischer: Bei den meisten Modellen erfolgt die Unterteilung des Intervalls  $\Theta = 0 \dots \pi/2$  durch 35 äquidistante Stützstellen in  $\Theta$  ( $\Theta_3 = 0$ ,  $\Theta_{33} = \pi/2$ ; die äußeren Stützstellen erfassen die Geisterzonen). Wie Testrechnungen für verschiedene Windmodelle gezeigt haben, ist für diese Anzahl die stufenförmige Umschreibung des Sterns genau genug, und eine noch feinere Auflösung liefert quasi die gleiche Windstruktur. Bei extremen physikalischen Situationen (z.B. Bildung einer dünnen Scheibe in der Äquatorebene, vgl. Kap. 7.2) verwenden wir gegebenenfalls eine feinere polare Auflösung, wobei die Stützstellen in  $\Theta$  nichtäquidistant zur Äquatorebene hin konzentriert sein können (d.h.  $\Delta\Theta_j = \Theta_{j+1} - \Theta_j$  nimmt mit zunehmendem  $\Theta$  ab).

## 6.5 Zusammenfassung

Als wichtigste Gesichtspunkte bezüglich der numerischen Behandlung unseres Problems sind festzuhalten: Da die hydrodynamischen Gleichungen mit einem zeitexpliziten, integralen Kontrollvolumen-Ansatz gelöst werden, ist der hydrodynamische Zeitschritt aufgrund des Courant-Friedrich-Lewy-Kriteriums begrenzt. Aufgrund ihres Wellencharakters kann man eine allgemeine, auf unterschiedlichste physikalische Situationen anwendbare Formulierung der Randbedingungen angeben. Im speziellen gestatten nichtreflektierende Randbedingungen (bei 1-D und einfachen 2-D Modellen) ein ungestörtes Auslaufen von Wellen, deren charakteristische Geschwindigkeit aus dem Rechengebiet zeigt, und annihilieren Wellen, die in dieses laufen.

Der allgemeine 2-D Fall, der die Asphärizität und vor allem den starken polaren Temperaturgradienten auf der Sternoberfläche (wegen des Gravity Darkening) berücksichtigt, erfordert aus Stabilitätsgründen konzeptionell einfachere Randbedingungen am Sternrand: Zum einen ist der Asphärizität der Sternoberfläche durch ein dort stufenförmig angepaßtes Rechengebiet Rechnung zu tragen. Zum anderen sind in Hinsicht auf die Stabilität der Strömung bei allen Co-Breiten Überschalleinströmungen am Sternrand zu vermeiden. Dazu fixieren wir die Basisdichte  $\rho_0$  auf einen (gegebenenfalls mit  $\Theta$  variierenden) mit der Zeit konstanten Wert und bestimmen die Radialgeschwindigkeit  $v_r$  am Rand und in den Geisterzonen durch lineare Extrapolation der Werte im Inneren, so daß sich diese Größe an die Strömung adaptieren kann.

Bezüglich der Basisdichte ist zu beachten, daß sich stationäre Lösungen nur für eine bestimmte maximale Basisdichte finden lassen, da andernfalls periodische Oszillationen der sternnahen Atmosphäre auftreten und in den Wind laufende Störungen die Konvergenz verhindern.

Diese beiden Bedingungen an  $\rho_0(\Theta)$  erfordern bei Modellen mit polar stark variierenden Oberflächen- bzw. Windeigenschaften bisweilen sehr zeitaufwendige Testrechnungen, bis geeignete Werte für  $\rho_0(\Theta)$  gefunden sind.

In Hinsicht auf die Näherung eines hydrostatischen Gleichgewichts entlang der asphärischen Sternoberfläche verwenden wir an den Stufen für die Advektion in radialer Richtung die no-slip-Bedingung für  $v_\Theta$  (zur Vermeidung tangentialer Strömungen) und in polarer Richtung die Feste-Wand-Bedingung. Die no-slip-Bedingung reduziert kleinskalige Störungen im Strömungsverlauf, die durch die treppenförmige Umschreibung des Sternrandes bedingt sind, merklich im Vergleich zur slip-Bedingung.

Bei einer rein sphärischen Sternoberfläche ist die Strömung vollkommen glatt, vorausgesetzt man stabilisiert sie am Rand durch die no-slip-Bedingung für  $v_\Theta$ .

Für die Azimutalgeschwindigkeit  $v_\Phi$  verwenden wir am Sternrand eine Starre-Körper-Rota-

tion, d.h. Corotation mit der Oberfläche.

Aus Symmetriegründen nehmen wir längs der Polarachse die Symmetrieachsenrandbedingung und in der Äquatorebene reflektierende Randbedingungen an, und am äußeren Rand des Windes werden die Werte der hydrodynamischen Variablen am Rand und in den Geisterzonen durch Extrapolation der Werte im Innenbereich in nullter Ordnung festgelegt.





# Numerische Modelle mit konstanten Force Multiplier-Parametern

In diesem Kapitel untersuchen wir den Einfluß der in Kapitel 4 studierten physikalischen Effekte (Windkompression, nichtradiale Komponenten der Linienstrahlungs- und Kontinuumsbeschleunigung und Gravity Darkening) auf die 2-D Dichteschichtung und das Geschwindigkeitsfeld strahlungsdruckgetriebener Sternwinde. Dabei nehmen wir noch *global* gültige, konstante force multiplier-Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  an und verfeinern das zugrundeliegende Windmodell durch schrittweise Hinzunahme der verschiedenen physikalischen Prozesse. Deren Relevanz soll durch den differentiellen Vergleich komplexerer Modelle mit einfacheren herausgearbeitet werden.

Ein Teil dieser Untersuchungen wurde zum ersten Mal von Owocki et al. (1994, 1996, 1997) für den exemplarischen Fall eines B2-Hauptreihensternes durchgeführt. Zum einen überprüfen wir mit Hilfe unseres unabhängig entwickelten Codes die Resultate dieser Autoren und zum anderen stellen wir erstmals Modelle für Winde schnell rotierender O-Überriesen vor und diskutieren deren spezifische Windeigenschaften.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse findet sich auf S. 170.

## 7.1 Die Modelle

Die Wahl der in vorliegender Arbeit diskutierten Modelle ist durch zwei Gesichtspunkte motiviert: Zum einen wollen wir mögliche Konsequenzen der Rotation auf die Winde von O- und B-(Über)riesen mit diagnostisch relevanten Massenverlustraten ( $\dot{M} \gtrsim 10^{-8} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ ) abschätzen. Diese Objekte sind oftmals schnelle Rotatoren (vgl. Kap. 1.3.1), und man kann ihre Massenverlustraten über ihre  $H_{\alpha}$ -Emission bzw. IR- und Radio-Kontinua bestimmen (vgl. Kap. 1.2, S. 6). Zum anderen sind wir im Hinblick auf den prinzipiellen Scheibenbildungsmechanismus auch an extrem schnell rotierenden B-Hauptreihensternen (mit sehr geringer Massenverlustrate) interessiert.

In Tab. 7.1 sind die Parameter derjenigen Sterne aufgelistet, für die wir die in diesem und nächsten Kapitel (Kap. 8) vorgestellten Windmodelle berechnet haben. Tab. 7.2 gibt einen Überblick über mit der Rotation verbundene zusätzliche Sternparameter. Die jeweilige Rotationsgeschwindigkeit ist im allgemeinen sehr groß gewählt, um die *Maximaleffekte* der stellaren Rotation auf die resultierende Windstruktur im Vergleich zu sphärisch-symmetrischen Winden abschätzen zu können. In Ergänzung (und zur Überprüfung der Ergebnisse von Owocki et al. ) betrachten wir auch den Wind eines extrem schnell rotierenden B2-Hauptreihensternes (vgl. Kap. 4.3.4, Tab. 4.2), dessen Wind sehr dünn ist.

Tab. 7.3 schlüsselt die Notation der verschiedenen prinzipiellen (d.h. unabhängig vom jeweiligen Stern definierten) Modelle anhand der jeweils berücksichtigten physikalischen Effekte auf.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Im weiteren beziehen wir uns im Text auf das jeweils angesprochene Sternwind-Modell durch z.B. (B2-MS, MII) (also Windmodell MII für den in Tab. 7.1 charakterisierten B2-Hauptreihenstern).

| Modell  | $T_{\text{eff},1-D}$ | $\Gamma$ | $\log g_{\perp,\text{pole}}$ | $\log(L/L_{\odot})$ | $R_p/R_{\odot}$ | $M_*/M_{\odot}$ |
|---------|----------------------|----------|------------------------------|---------------------|-----------------|-----------------|
| B2-MS   | 20000                | 0.007    | 4.11                         | 3.36                | 4.0             | 7.5             |
| O4      | 42000                | 0.50     | 3.60                         | 6.00                | 19.0            | 52.5            |
| B10-7.5 | 20000                | 0.046    | 3.31                         | 4.16                | 10.0            | 7.5             |
| B15-10  | 20000                | 0.078    | 3.09                         | 4.51                | 15.0            | 10.0            |
| B15-15  | 20000                | 0.051    | 3.26                         | 4.51                | 15.0            | 15.0            |
| B20-20  | 20000                | 0.069    | 2.14                         | 4.76                | 20.0            | 20.0            |
| B30-30  | 20000                | 0.104    | 2.96                         | 5.11                | 30.0            | 30.0            |
| B45-30  | 20000                | 0.233    | 2.61                         | 5.47                | 45.0            | 30.0            |
| B59-35  | 20000                | 0.343    | 2.44                         | 5.70                | 59.0            | 35.0            |
| B60-30  | 20000                | 0.414    | 2.36                         | 5.72                | 60.0            | 30.0            |

| Modell  | $v_{\text{sound}}$ | $H_*/R_p$ | $I_{\text{He}}$ | $v_{\text{esc,spher}}$ | $v_{\text{crit,spher}}$ | $v_{\text{crit},2-D}$ | $k_{\text{CAK}}$   | $\alpha$ | $\delta$ |
|---------|--------------------|-----------|-----------------|------------------------|-------------------------|-----------------------|--------------------|----------|----------|
| B2-MS   | 16.1               | 0.70      | 1.              | 843                    | 596                     | 486                   | 0.608              | 0.51     | 0.166    |
| O4      | 23.9               | 2.18      | 2.              | 723                    | 512                     | 418                   | 0.138              | 0.6      | 0.0      |
| B10-7.5 | 16.1               | 1.90      | 1.              | 522                    | 369                     | 302                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B15-10  | 16.1               | 2.21      | 1.              | 484                    | 342                     | 280                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B15-15  | 16.1               | 1.43      | 1.              | 601                    | 425                     | 347                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B20-20  | 16.1               | 1.46      | 1.              | 596                    | 421                     | 344                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B30-30  | 16.1               | 1.52      | 1.              | 585                    | 413                     | 338                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B45-30  | 16.1               | 2.66      | 1.              | 442                    | 312                     | 255                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B59-35  | 16.1               | 3.49      | 1.              | 386                    | 273                     | 223                   | (selbstkonsistent) |          |          |
| B60-30  | 16.1               | 4.64      | 1.              | 334                    | 236                     | 193                   | (selbstkonsistent) |          |          |

Tabelle 7.1: Stern- und Windparameter für die berechneten Windmodelle:  $T_{\text{eff},1-D}$ : Effektivtemperatur für  $v_{\text{rot}} = 0$ ,  $\Gamma$ : Eddington- $\Gamma$ ,  $\log g_{\perp,\text{pole}}$ : Normalbeschleunigung am Pol,  $v_{\text{esc,spher}} = \sqrt{2GM_*(1-\Gamma)/R_*}$ : Entweichgeschwindigkeit für sphärische Sternoberfläche,  $v_{\text{crit,spher}} = v_{\text{esc,spher}}/\sqrt{2}$ : kritische Geschwindigkeit für sphärische Sternoberfläche,  $v_{\text{crit},2-D}$ : kritische Geschwindigkeit für asphärische Sternoberfläche (Gl. (4.76)). Alle Geschwindigkeiten in  $\text{km s}^{-1}$ . Bei allen Modellen wurde solare Häufigkeit  $Y_{\text{He}} = 0.1$  angenommen. Die Werte von  $I_{\text{He}}$  entsprechen größenordnungsmäßig denjenigen, die man für die jeweilige Temperatur aus der simultanen Lösung der Saha-Boltzmann-Gleichung mit der Elektronendichte  $n_e$  erwarten würde (vgl. Mihalas 1978, 5-1, S. 114).

Die selbstkonsistenten Modelle werden in Kap. 8 behandelt.

| Modell  | $v_{\text{rot}}$ | $\frac{v_{\text{rot}}}{v_{\text{crit},2\text{-D}}}$ | $\log g_{\perp,\text{eq}}$ | $v_{\text{esc},\text{eq}}$ | $R_{\text{eq}}$ | $T_{\text{eff},\text{eq}}$ | $T_{\text{eff},\text{p}}$ | $R_{\star}^{\text{av}}$ | $\log g_{\perp}^{\text{av}}$ | $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$ |
|---------|------------------|---|----------------------------|----------------------------|-----------------|----------------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------------|------------------------------|
| B2-MS   | 350              | 0.72  | 3.71                       | 585                        | 1.21            | 16936                      | 21308                     | 1.11                    | 4.02                         | 18991                        |
| O4      | 250              | 0.59  | 3.35                       | 580                        | 1.14            | 38008                      | 43838                     | 1.08                    | 3.23                         | 40444                        |
| O4      | 300              | 0.72  | 3.20                       | 503                        | 1.21            | 35595                      | 44737                     | 1.11                    | 3.21                         | 39887                        |
| O4      | 350              | 0.83  | 2.96                       | 395                        | 1.31            | 31653                      | 45808                     | 1.14                    | 3.19                         | 39403                        |
| B10-7.5 | 250              | 0.83  | 2.70                       | 292                        | 1.30            | 15258                      | 21773                     | 1.13                    | 3.18                         | 18778                        |
| B15-10  | 230              | 0.82  | 2.48                       | 275                        | 1.29            | 15381                      | 21745                     | 1.13                    | 2.94                         | 18788                        |
| B15-15  | 300              | 0.87  | 2.54                       | 303                        | 1.33            | 14483                      | 21928                     | 1.14                    | 3.12                         | 18725                        |
| B20-20  | 300              | 0.87  | 2.39                       | 292                        | 1.34            | 14282                      | 21963                     | 1.14                    | 2.99                         | 18715                        |
| B30-30  | 100              | 0.30  | 2.91                       | 559                        | 1.03            | 19595                      | 20120                     | 1.02                    | 2.90                         | 19801                        |
| B30-30  | 200              | 0.59  | 2.72                       | 471                        | 1.13            | 18146                      | 20856                     | 1.08                    | 2.85                         | 19273                        |
| B30-30  | 290              | 0.86  | 2.26                       | 299                        | 1.33            | 14605                      | 21906                     | 1.14                    | 2.80                         | 18732                        |
| B45-30  | 220              | 0.85  | 1.89                       | 223                        | 1.33            | 14513                      | 21923                     | 1.14                    | 2.38                         | 18727                        |
| B59-35  | 200              | 0.90  | 1.59                       | 169                        | 1.37            | 13518                      | 22077                     | 1.15                    | 2.14                         | 18685                        |
| B60-30  | 160              | 0.83  | 1.74                       | 187                        | 1.30            | 15155                      | 21774                     | 1.13                    | 2.02                         | 18777                        |

Tabelle 7.2: Mit der Rotation verbundene Sternparameter und ihre gemittelten Werte für die verschiedenen Modelle: Äquatorradius  $R_{\text{eq}}$  und gemittelter Radius  $R_{\star}^{\text{av}}$  in Einheiten von  $R_{\text{p}}$ , Effektivtemperaturen am Pol  $T_{\text{eff},\text{p}}$ , am Äquator  $T_{\text{eff},\text{eq}}$  und gemittelte Effektivtemperaturen  $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$  in K,  $v_{\text{rot}}$  in  $\text{km s}^{-1}$ ,  $g_{\perp,\text{eq}}$  bzw.  $v_{\text{esc},\text{eq}}$  bezeichnet die Normalbeschleunigung bzw. Entweichgeschwindigkeit am Äquator (für eine 1-D Thomson-Beschleunigung). Die entsprechenden polaren Werte  $\log g_{\perp,\text{pole}}$  und  $v_{\text{esc},\text{spher}}$  sind in Tab. 7.1 aufgeführt. Bezüglich der Definition der gemittelten Größen  $R_{\star}^{\text{av}}$ ,  $T_{\text{eff}}^{\text{av}}$  und  $g_{\text{eff}}^{\text{av}}$  siehe Kap. 4.3.2, S. 66.

| in Abb. 2.1 | Notation | WCZ/C | $R_{\star}(\Theta)$ | NRF | GDLF | GDCONT | FMP | TAULY |
|-------------|----------|-------|---------------------|-----|------|--------|-----|-------|
|             | MI       | •     |                     |     |      |        |     |       |
| Modell I    | MII      | •     | •                   |     |      |        |     |       |
| Modell II   | MIII     | •     | •                   | •   |      |        |     |       |
|             | MIV      | •     | •                   |     | •    |        |     |       |
|             | MV       | •     | •                   | •   | •    |        |     |       |
| Modell III  | MVI      | •     | •                   | •   | •    | •      |     |       |
| Modell IV   | MVII     | •     | •                   | •   | •    | •      | •   |       |
|             | MVIII    | •     | •                   | •   |      |        | •   | •     |

Tabelle 7.3: Kennzeichnung der verschiedenen Windmodelle entsprechend den mitberücksichtigten physikalischen Effekten:  $R_{\star}(\Theta)$ : Asphärische Sternoberfläche nach Gl. (4.75); WCZ/C: Scheinbeschleunigungen aufgrund der Rotation (*Pseudobeschleunigungen*; Kap. 4.1, 7.2); NRF: nichtradiale Linienstrahlungsbeschleunigung (Kap. 4.2.4, 7.3); GDLF: Linienstrahlungsbeschleunigung mit Gravity Darkening (Kap. 4.3, 7.4); GDCONT: Thomsonbeschleunigung mit Gravity Darkening (Kap. 4.3.4, 7.4); FMP: selbstkonsistente  $k_{\text{CAK}}(\vec{r})$ ,  $\alpha(\vec{r})$ ,  $\delta(\vec{r})$  (Kap. 4.5.6, 8); TAU-LY: optisch dickes Lyman-Kontinuum (Kap. 8.4).

In der ersten Spalte wird Bezug zu der in Abb. 2.1 gegebenen Übersicht über die theoretische Beschreibung der Winde heißer Sterne genommen.

## Numerische Aspekte

Die numerische Behandlung aller in diesem und dem nächsten Kapitel (Kap. 8) vorgestellten 2-D Modelle erfolgt in der in Kap. 6 (Hydrodynamik) und Kap. 4.5.3 (force multiplier-Parameter) beschriebenen Weise. Die Integration der drei Komponenten ( $g_{\Theta}^{\text{lines}}, g_{\Phi}^{\text{lines}}, g_r^{\text{lines}}$ ) (Gl. (4.44)) und der winkelgemittelten Strahlungstemperaturen  $\bar{T}_{\text{eff,cont}}$  (Gl. (4.133)) erfolgt in  $9 \times 5$  jeweils äquidistant gewählten Stützstellen über den Winkelbereich  $\varphi \in [0, 2\pi] \times \vartheta \in [\vartheta_*, \pi]$ . Um im Außenbereich des Windes numerische Ungenauigkeiten zu vermeiden, hat es sich als entscheidend erwiesen, daß vor allem  $\vartheta_*$  mit genügend großer Genauigkeit bestimmt wird ( $\Delta\vartheta_*/\vartheta_* \lesssim 10^{-5}$ ).<sup>2</sup> Die entsprechende geometrische Bedingung läßt sich mit Hilfe der in Kap. 3.2 gegebenen Ausdrücke formulieren.

Die in diesem Kapitel vorgestellten Modelle unter Annahme globaler force multiplier-Parameter benötigen bei 400 Mflops und  $256 \times 35$  (in  $r \times \Theta$ ) hydrodynamischen Stützstellen Rechenzeiten von circa 2...3 CPU-Stunden für WCZ(wind compressed zone)-Modelle *ohne nichtradiale Kräfte/Gravity Darkening* (O-Überriesen bei  $5 \cdot 10^5$  s physikalischer Laufzeit) und circa 15...20 CPU-Stunden für Modelle mit Gravity Darkening/nichtradialen Linienstrahlungskräften (O-Überriesenwinde mit  $r_{\text{max}} \approx 12 R_*$  und  $R_* \approx 20 R_{\odot}$ ). Im letzteren Fall ist in jedem Zeitschritt die 3-D Linienstrahlungsbeschleunigung über  $\Omega_c$  (mit vorberechneten Integrationsgewichten, vgl. Kap. 4.2.4.2, S. 57) für alle  $(\Theta, r)$  anhand der *aktuellen* Werte von  $\rho(\Theta, r)$ ,  $\vec{v}(\Theta, r)$ ,  $[d(\vec{n}\vec{v})/d\vec{n}](\Theta, r, \varphi, \vartheta)$  zu berechnen.

## 7.2 Windkompressionszonen und Scheiben

Bei der physikalischen Beschreibung zweidimensionaler Sternwinde berücksichtigen wir im ersten Schritt die *Scheinkräfte aufgrund der Rotation*. Wir nehmen eine *rein radiale Linienstrahlungsbeschleunigung*  $\vec{g}^{\text{lines}} = g_r^{\text{lines}} \vec{e}_r = \vec{e}_r \cdot CF(r, \alpha) k_{\text{CAK}} t_r^{-\alpha} (n_e \cdot 10^{-11} / W_{1-D})^{\delta} \cdot g_{r,1-D}^{\text{cont}}$  (Gl. (4.54)) und eine rein radiale Thomson-Beschleunigung  $\vec{g}^{\text{cont}} = g_{r,1-D}^{\text{cont}} \vec{e}_r$  (Gl. (4.48)) an. Wir berücksichtigen die Rotationsverformung der Sternoberfläche (Gl. 4.75), vernachlässigen aber die nichtradialen Komponenten der Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  und  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  sowie das Gravity Darkening (d.h.  $T_{\text{eff}}(\Theta) \equiv T_{\text{eff}}(\forall \Theta)$ ,  $g_{\Theta}^{\text{lines}} = g_{\Phi}^{\text{lines}} \equiv 0$  ( $\forall(\Theta, r)$ )). Entsprechend Tab. 7.3 behandeln wir also das Windmodell MII. Die grundlegende Physik haben wir in Kap. 4.1 eingehend diskutiert.

### 7.2.1 B2-Hauptreihenstern (B2-MS): *wind compressed disk model*

Als erstes Modell betrachten wir den Wind des B2-Hauptreihensternes (B2-MS), der dem „Standardmodell“ von Owocki et al. entspricht.

Der Wind dieses Objektes ist extrem dünn. Zum einen wirft dies aus theoretischer Sicht die Frage auf, ob die Einkomponentenbeschreibung in diesem Fall überhaupt noch gültig ist (vgl. Kap. 1.2, S. 6), und zum anderen besitzt dieses Modell für eine spätere diagnostische Anwendung (insbesondere die Bestimmung der Massenverlustrate aus  $H_{\alpha}$ ) keine Relevanz. Trotzdem haben wir folgende Untersuchung durchgeführt, um zum einen den neuen Code auf seine Stabilität bei

<sup>2</sup>Das dafür entwickelte Iterationsverfahren bedient sich zur raschen Auffindung der Lösung der Tatsache, daß  $\vec{n}(\vartheta_*)$  eine Tangente an die Sternoberfläche darstellt und folglich am Berührungspunkt einen rechten Winkel mit der Oberflächennormalen bilden muß.

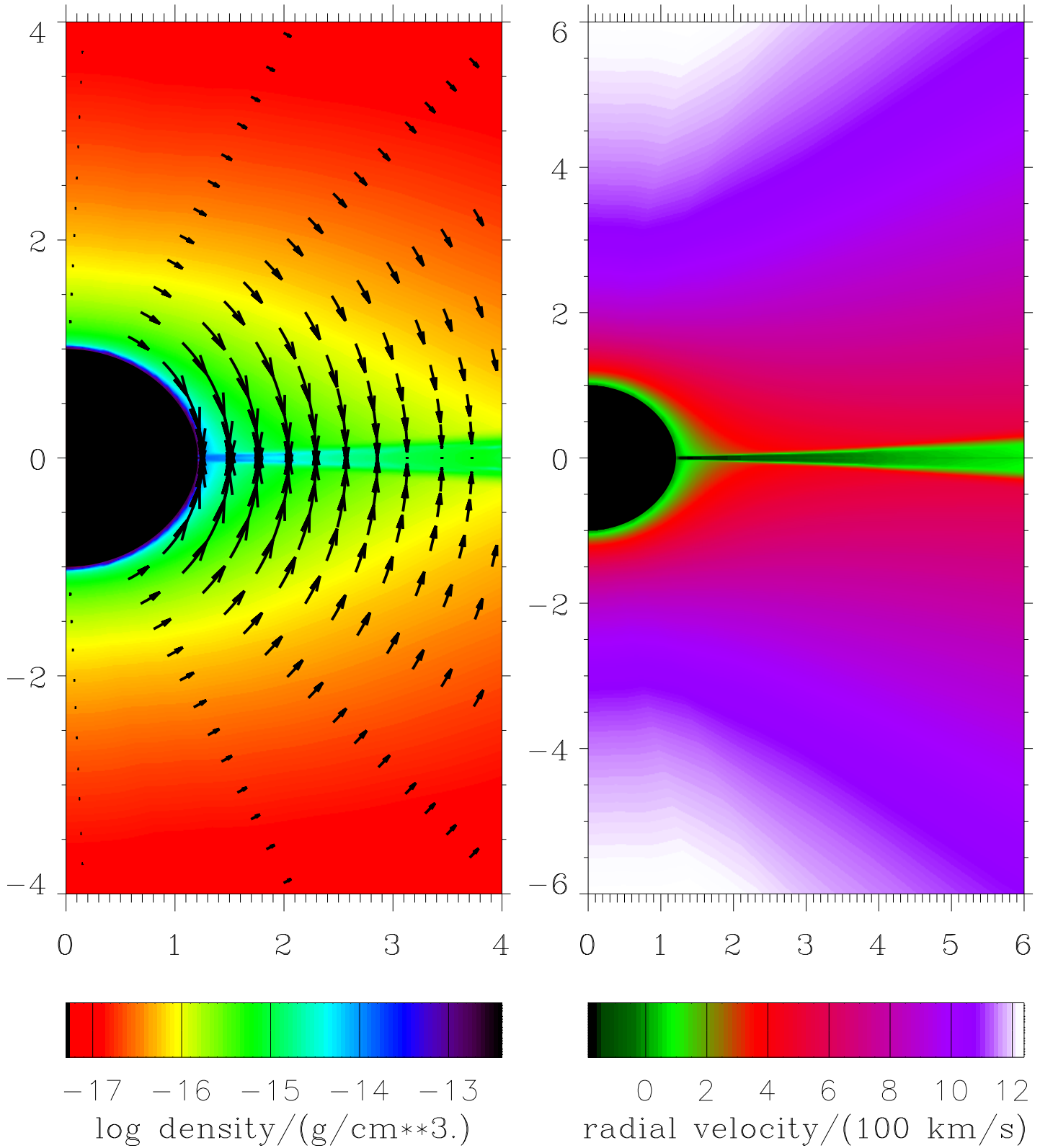


Abbildung 7.1: Dichte und radiales Geschwindigkeitsfeld des WCD-Modelles für den B2-Hauptreihenstern (B2-MS, MII). Die Pfeile zeigen die Polargeschwindigkeiten mit einem maximalen Wert  $v_{\theta, \max} \approx 70 \text{ km s}^{-1}$ .

extremen physikalischen Bedingungen zu testen und zum anderen diese Ergebnisse mit den von OCB publizierten detailliert vergleichen zu können.

Bei diesem Modell entsprechen die CAK-Parameter  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$  und  $\delta$  den Werten, die BC für den Spektraltyp B2 verwenden (siehe BC, Tabelle 2). Der Wert von  $\alpha - \delta \approx 0.35$  (im Vergleich dazu gilt bei O-Sternen  $\alpha - \delta \approx 0.6$ , vgl. PPK) ist entscheidend, da durch ihn eine *langsame radiale Expansion im unteren Windbereich* bedingt wird. Diese favorisiert im Vergleich zu schnell beschleunigten Winden die in Sternnähe wirksame Ablenkung der Windpartikel auf die Äquatorebene zu und sollte eine *effektive Windkompression* erlauben.

Abb. 7.1 zeigt für dieses Modell den Verlauf der Dichte  $\rho(\Theta, r)$  und des radialen Geschwindigkeitsfeldes  $v_r(\Theta, r)$  in der Polarebene nach einer physikalischen Laufzeit von  $7 \cdot 10^5$  s. Der Anschaulichkeit halber stellen wir die für den Bereich  $\Theta \in [0^\circ, 90^\circ]$  berechneten Resultate spiegelsymmetrisch für die gesamte Halbebene dar. Die Pfeile zeigen die polare Geschwindigkeitskomponente  $v_\Theta$ , deren Maximalwert etwa  $70 \text{ km s}^{-1}$  ( $\approx 4 v_{\text{sound}}$ ) beträgt.<sup>3</sup> Die wichtigsten numerischen Resultate dieses und weiterer Modelle sind in Tab. 7.4 zusammengestellt. Die hydrodynamische Simulation bestätigt den in Kap. 4.1 beschriebenen Windkompressions-Mechanismus: Das von kleineren Co-Breiten  $\Theta$  stammende Material wird in Richtung der Äquatorebene abgelenkt, dort in einer Schockfront abgebremst und strömt dann in einer dichten, langsamen Scheibe in radialer Richtung weiter. Durch diesen Prozeß wird der Wind bei kleinen Co-Breiten  $\Theta$  mit wachsender Entfernung  $r$  vom Stern ausgedünnt, so daß über den Polen eine schnelle, dünne und in Nähe der Äquatorebene eine dichtere, langsamere Strömung resultiert. Dabei ergeben sich erhebliche Dichtekontraste zwischen dem Wind über den Polen und in der Äquatorebene ( $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}} \gtrsim 50$ , siehe Tab. 7.4).

Die vom (semi)analytischen Modell nicht vorhergesagte Eigenschaft der Strömung, die sich in der *numerischen* Simulation zeigt, ist die radiale *Akkretion* von Scheibenmaterial auf die Sternoberfläche.<sup>4</sup> Wie Abb. 7.1 (rechts) zeigt, besitzt das Material unterhalb eines bestimmten Stagnationspunktes  $r = R_{\text{stag}} \approx 4R_{\text{p}}$  eine negative Radialgeschwindigkeit und fällt auf die Sternoberfläche zurück. Dabei wird es auf mehr als das Zehnfache der isothermen Schallgeschwindigkeit  $v_{\text{sound}}$  beschleunigt. Abb. 7.2 verdeutlicht das Verhalten der Strömung anhand der auf die Polarebene projizierten Stromlinien der Windpartikel, die am Anfang ihrer Bewegung ( $t = 0$ ) die Sternoberfläche bei verschiedenen  $\Theta_0$  verlassen. Die Materie mit  $\Theta_0 \gtrsim 85 \dots 87^\circ$  wird zur Äquatorebene abgelenkt und fällt in der Scheibe wieder auf die Sternoberfläche zurück. Windpartikel, die die Sternoberfläche bei etwas kleineren  $\Theta_0$  verlassen, treffen ebenfalls noch auf die Scheibe und strömen dann mehr oder weniger radial nach außen weiter. Die Teilchen,

<sup>3</sup>Zur höheren Auflösung der Strömung nahe der Äquatorebene verwenden wir speziell für diese Simulation ein Gitter mit 60 polaren Stützstellen im Bereich von  $\Theta_3 = 0 \dots \Theta_{58} = \pi/2$  (die restlichen Punkte decken die Geisterzonen ab), wobei der Abstand  $\Delta\Theta_j = \Theta_{j+1} - \Theta_j$  um jeweils 3% von einer Stützstelle zur nächsten abnimmt. Das radiale Gitter besitzt 304 Punkte, wobei der Bereich  $r = R_{\text{p}} (= r_3) \dots 1.3R_*$  äquidistant in Schritten von  $\Delta r = 0.002 R_*$  erfaßt ist. Ab  $1.3 R_*$  nimmt  $\Delta r$  um jeweils 4% pro Gitterpunkt zu, so daß sich das Rechengebiet bis  $r_{\text{max}} (= r_{302}) \approx 14R_*$  erstreckt.

Im sternnahen Bereich entspricht dieses Gitter im wesentlichen dem von OCB verwendeten, nur daß wir den Bereich  $\Theta \in [0^\circ, 90^\circ]$  exakt abdecken und im Gegensatz zu OCB weit über den von diesen Autoren gewählten Maximalradius  $r_{\text{max}}(\text{OCB}) = 6R_{\text{p}}$  hinausrechnen.

<sup>4</sup>Vielmehr erwartet man in der (semi)analytischen Beschreibung eine von der Sternoberfläche losgelöste Scheibe, da das Material direkt am Sternrand noch völlig ungestört radial nach außen strömt und eine polare Beschleunigung (mag sie auch noch so groß sein) das von  $\Theta_0 < 90^\circ$  stammende Windmaterial erst nach einer *endlichen* Zeitspanne dieses bis auf die Äquatorebene abgelenkt haben kann (vgl. BC, deren Abb. 10).

| Modell                         | $\dot{M}_{\text{total}}$ | $\dot{M}(0^\circ, R_*)$ | $\dot{M}(45^\circ, R_*)$ | $\dot{M}(90^\circ, R_*)$ | $\dot{M}(0^\circ, 1.5 R_p)$ | $\dot{M}(45^\circ, 1.5 R_p)$ | $\dot{M}(90^\circ, 1.5 R_p)$ |
|--------------------------------|--------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| B2-MS ( $7 \cdot 10^5$ )       | $6.4 \cdot 10^{-4}$      | $3.84 \cdot 10^{-4}$    | $7.71 \cdot 10^{-4}$     | $-150 \cdot 10^{-4}$     | $2.99 \cdot 10^{-4}$        | $4.88 \cdot 10^{-4}$         | $-84.6 \cdot 10^{-4}$        |
| OCB ( $5 \cdot 10^4$ )         | $8.3 \cdot 10^{-4}$      | —                       | —                        | —                        | —                           | —                            | —                            |
| O4 (MI, 250, $3 \cdot 10^5$ )  | 5.5                      | 5.37                    | 5.81                     | 6.20                     | 4.61                        | 5.32                         | 6.61                         |
| O4 (MI, 300, $3 \cdot 10^5$ )  | 6.1                      | 5.41                    | 6.12                     | 6.78                     | 4.46                        | 5.38                         | 7.83                         |
| O4 (MII, 250, $8 \cdot 10^5$ ) | 6.60                     | 4.91                    | 6.23                     | 7.41                     | 4.60                        | 5.78                         | 8.10                         |
| O4 (MII, 300, $8 \cdot 10^5$ ) | 7.36                     | 5.22                    | 6.68                     | 8.93                     | 4.49                        | 6.09                         | 10.2                         |

| Modell                    | $R_{\text{stag}}/R_p$ | $\min \alpha_d$ | $\max \alpha_d$ | $\max / \min(v_\Theta)$ | $\max(\Delta v_\Theta)$ | $v_r(0^\circ, r_{\text{max}})$ | $v_r(90^\circ, r_{\text{max}})$ | $v_r(90^\circ, R_{\text{eq}})$ |
|---------------------------|-----------------------|-----------------|-----------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------------|---------------------------------|--------------------------------|
| B2-MS ( $7 \cdot 10^5$ s) | 4.0                   | 2.4             | 3.3             | 72                      | 30                      | 1292                           | 225                             | -308                           |
| OCB                       | 2.0                   | 1.4             | 2.3             | 75                      | 33                      | 1219                           | 435                             | -180                           |
| O4 (MI, 250)              | —                     | —               | —               | 33.1                    | —                       | 2381                           | 1654                            | 9.0                            |
| O4 (MI, 300)              | —                     | —               | —               | 48.3                    | —                       | 2450                           | 1370                            | 10.0                           |
| O4 (MII, 250)             | —                     | —               | —               | 23.9                    | —                       | 2363                           | 1162                            | 6.3                            |
| O4 (MII, 300)             | —                     | —               | —               | 32.1                    | —                       | 2394                           | 866                             | 9.1                            |

| Modell        | $\dot{M}_{1-D}$     | $v_{\infty, 1-D}$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(2R_p)$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(4R_p)$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(8R_p)$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(1R_*)$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(2R_*)$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(4R_*)$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_p}(8R_*)$ |
|---------------|---------------------|-------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| B2-MS         | $4.0 \cdot 10^{-4}$ | 1110              | 67.1                                    | 99.8                                    | 42.4                                    | 10.9                                    | 40.0                                    | 35.9                                    | 25.1                                    |
| OCB           | —                   | —                 | 78.8                                    | —                                       | —                                       | —                                       | —                                       | —                                       | —                                       |
| O4 (MI, 250)  | 5.05                | 2170              | 2.05                                    | 2.21                                    | 2.29                                    | 1.42                                    | 2.05                                    | 2.21                                    | 2.29                                    |
| O4 (MI, 300)  | 5.05                | 2170              | 3.13                                    | 3.57                                    | 3.78                                    | 1.68                                    | 3.13                                    | 3.57                                    | 3.78                                    |
| O4 (MII, 250) | 5.05                | 2170              | 4.0                                     | 4.0                                     | 3.9                                     | 0.63                                    | 2.83                                    | 2.93                                    | 2.96                                    |
| O4 (MII, 300) | 5.05                | 2170              | 8.32                                    | 9.57                                    | 8.82                                    | 2.32                                    | 5.04                                    | 6.63                                    | 5.39                                    |

Tabelle 7.4: Numerische Resultate der Simulationen für das Windkompressions-Modell. Zusätzlich zur Modellspezifikation sind in Klammern die gegebenenfalls unterschiedlichen Rotationsraten in  $\text{km s}^{-1}$  und die physikalischen Laufzeiten der Simulationen angegeben.

$\max(\Delta v_\Theta)$ : Maximaler Sprung von  $v_\Theta$  an der Scheibengrenze;  $\dot{M}_{\text{total}}$ : totale (oberflächenintegrierte) Massenverlustrate in  $10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$ ;  $\dot{M}$ : jeweils lokale Massenverlustrate in  $10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$ ; alle Geschwindigkeiten in  $\text{km s}^{-1}$ . Die Notation  $R_*$  deutet an, daß die Werte der Größen im Zähler und Nenner der Dichteverhältnisse  $\rho_{\text{eq}}/\rho_p$  bei z.B.  $r(0^\circ) = 2 R_*(0^\circ) = 2 R_p$  und  $r(90^\circ) = 2 R_{\text{eq}} > r(0^\circ)$  gewählt sind (vgl. auch die Bemerkung im Text).

$\dot{M}_{1-D}$ ,  $v_{\infty, 1-D}$ : Entsprechende Werte von 1-D Modellen mit  $v_{\text{rot}} = 0$  (weitere Parameter wie in Tab. 7.1)

Das Kriterium für den minimalen (maximalen) halben Winkeldurchmesser der Scheibe  $\min \alpha_d$  ( $\max \alpha_d$ ) ist durch den sprunghaften Anstieg der Winddichte bei konstantem  $r$  und sich ändernder Co-Breite  $\Theta$  gegeben.



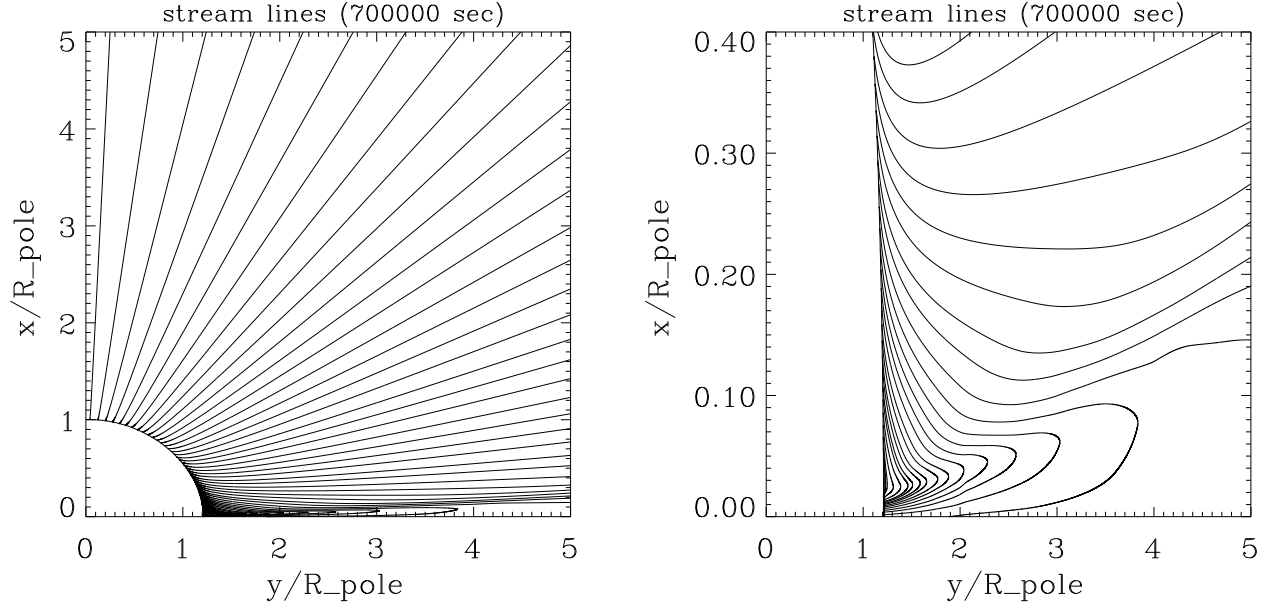


Abbildung 7.2: Stromlinien für Teilchen, die am Anfang ihrer Bewegung die Sternoberfläche verlassen, für das stationäre Geschwindigkeitsfeld nach  $7 \cdot 10^5$  s Entwicklungszeit. Die Durchlaufzeiten  $t_{\text{stream}}$  für eine Trajektorie selbst liegen bei etwa  $t_{\text{stream}} \lesssim 2 \cdot 10^4 \dots 10^5$  s. Der Stagnationspunkt liegt bei  $R_{\text{stag}} \approx 4.0 R_*$ . Die rechte Abbildung stellt (in der Vertikalen stark vergrößert) den Scheibenbereich dar.

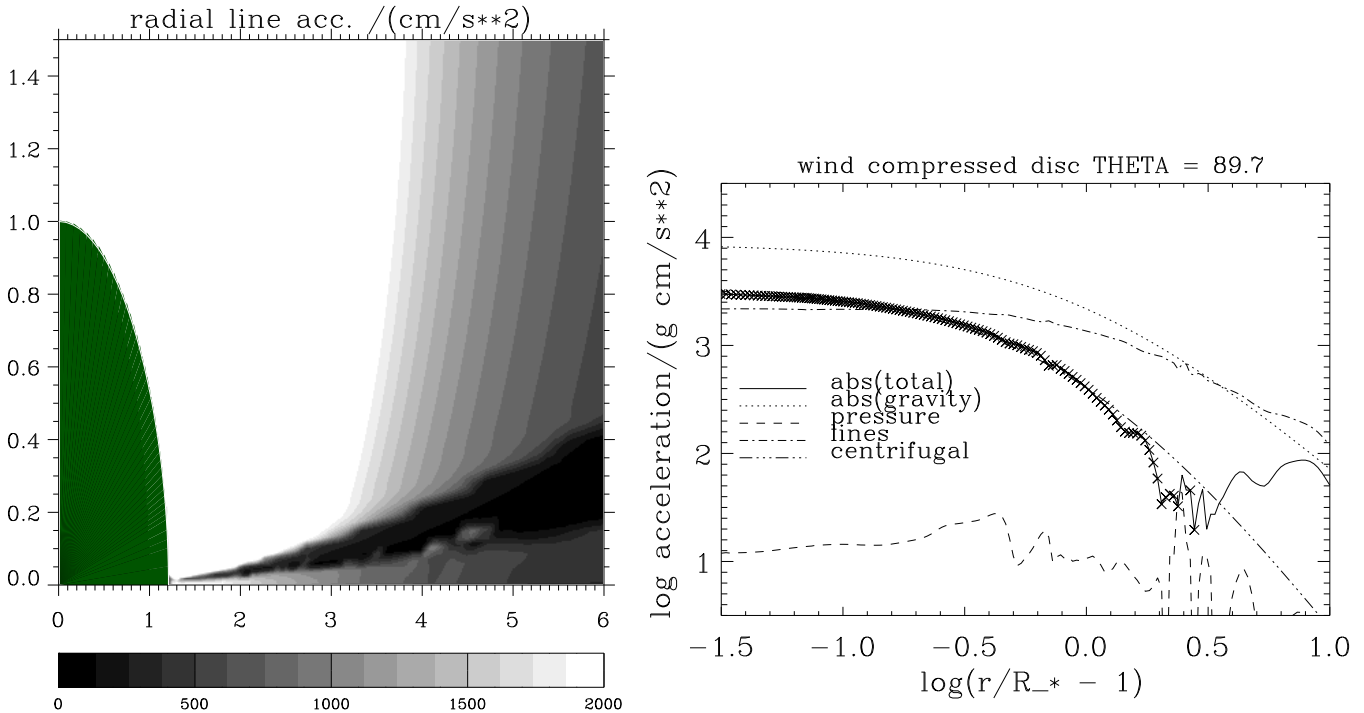


Abbildung 7.3: Links: Radiale Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_r^{\text{lines}}$  nahe der Äquatorebene. Für Werte größer als  $2000 \text{ cm s}^{-2}$  ist die Farbgebung einheitlich gewählt, um eine höhere Auflösung der Scheibe zu erlauben. Aus dem gleichem Grund ist der vertikale Maßstab vergrößert. Rechts: Summe der Beschleunigungen in der Äquatorebene ( $\Theta \approx 90^\circ$ ) und ihre einzelnen Komponenten. Entgegen der Notation im Text bezeichnet „gravity“ die reduzierte Schwerebeschleunigung  $g_r^{\text{grav}} + g_r^{\text{cont}}$ . Falls die Gesamtbeschleunigung (durchgezogen) *negativ* ist, ist sie durch ein Kreuz gekennzeichnet. Der Stagnationspunkt in der Scheibe liegt bei  $R_{\text{stag}} \approx 4.0 R_*$ . Für  $r \gtrsim R_{\text{stag}}$  ist die Gesamtbeschleunigung positiv.

deren Trajektorien nahe am Stagnationspunkt ( $R_{\text{stag}} \approx 4R_p$ ) vorbeiführen, werden aufgrund der dort sehr kleinen Radialgeschwindigkeit  $v_r$  über einen längeren Zeitraum bevorzugt in polarer Richtung abgelenkt.

Die Erklärung dieses Strömungsmusters liegt im gleichzeitigen starken Anstieg der Dichte bzw. deutlichen Abfall des radialen Geschwindigkeitsgradienten  $\partial v_r / \partial r$  beim Übergang vom Wind in die Scheibe: Im Gegensatz zur Gravitation  $\vec{g}^{\text{grav}}$  hängt die Linienstrahlungsbeschleunigung gemäß  $g^{\text{lines}} \sim \rho^{-\alpha+\delta} |\partial v_r / \partial r|^\alpha \approx \rho^{-0.35} |\partial v_r / \partial r|^\alpha$  sowohl von der Dichte als auch vom Geschwindigkeitsgradienten ab und ist bei gleichem Radius  $r$  in der Scheibe deutlich geringer als im umgebenden Wind. Folglich kann sie die Strömung gegen das Gravitationsfeld nicht mehr unterstützen, und das Material stürzt auf den Stern zurück. Wie Abb. 7.3 verdeutlicht, sinkt  $g_r^{\text{lines}}$  an der Scheibengrenze um mehrere Dekaden.

Abb. 7.3 (rechts) zeigt den radialen Verlauf der Gesamtbeschleunigung und ihrer einzelnen Komponenten in der Scheibe ( $\Theta \approx 90^\circ$ ). Wie man erkennt, ist  $g_r = g_r^{\text{grav}} + g_r^{\text{cont}} - (1/\rho)(\partial p / \partial r) + g_r^{\text{lines}} + g_r^{\text{cent}}$  ab dem Stagnationspunkt größer als Null und die Strömung deshalb erst für  $r \gtrsim R_{\text{stag}}$  nach außen gerichtet. Die einzelnen Kurven zeigen nur in der Nähe des Stagnationspunktes gewisse Unregelmäßigkeiten, die zum Teil auch aufgrund des endlich feinen hydrodynamischen Gitters auftreten und sich schon deswegen nicht völlig vermeiden lassen.

Die Druckbeschleunigung kann im dargestellten Windbereich vernachlässigt werden (siehe zu diesem Punkt auch weiter unten). Da bei größeren  $r$  auch die Zentrifugalunterstützung keine Rolle mehr spielt, ist die Balance zwischen  $g_r^{\text{lines}}$  und  $(g_r^{\text{grav}} + g_r^{\text{cont}})$  maßgeblich. Die Gesamtbeschleunigung ist in der Tat ab  $r \gtrsim R_{\text{stag}}$  positiv und führt zu einer im Außenbereich des Windes (langsam) expandierenden Scheibe.

Der Einfall des Windmaterials auf die Sternoberfläche stellt bezüglich der „exakten“ hydrodynamischen Behandlung ein Problem dar: Berücksichtigt man, daß am Sternrand im Fall einer supersonischen Akkretion beide charakteristischen Geschwindigkeiten  $v_r \pm v_{\text{sound}}$  negativ sind, bestünde die (mathematisch) korrekte Formulierung der Randbedingungen an den entsprechenden Orten des Sternrandes darin, sowohl die Dichte als auch das Geschwindigkeitsfeld am Rand und außerhalb des Rechengebietes durch die Lösung im Innenbereich festzulegen (vgl. Kap. 6.3, S. 122). Allerdings würde man auf diese Weise einen *völlig ungebremsten* Einfall des Scheibenmaterials auf die Photosphäre erlauben. Das *tatsächliche* physikalische Verhalten der Strömung sollte aber folgendes sein: Spätestens in den tiefen Photosphärenschichten, d.h. dort, wo die Dichte im Vergleich zum Wind um mehrere Größenordnungen zugenommen hat, sollte der radial nach außen wirkende Gasdruck das einfallende Material auf Geschwindigkeiten kleiner als  $v_{\text{sound}}$  abgebremst haben und sich – vorausgesetzt, die Strömung ist stabil gegen (strahlungs)hydrodynamische Instabilitäten – eine hydrostatische Schichtung einstellen. (Die Linienstrahlungsbeschleunigung  $g^{\text{lines}} \sim (\partial v_r / \partial r)^\alpha$  fällt im Bereich der hydrostatischen Schichtung nicht mehr ins Gewicht.) Um allerdings in der Photosphäre eine derart starke, radial nach außen gerichtete Druckbeschleunigung zu ermöglichen, müßte man in der numerischen Simulation die Basisdichte (hier:  $\rho_0 = 2 \cdot 10^{-13} \text{ g cm}^{-3}$ ) auf einen wesentlich größeren Wert ( $\rho_0 \approx 10^{-9} \dots 10^{-8} \text{ g cm}^{-3}$ ) festlegen. Das verbietet sich jedoch, da die Wahl einer so großen Dichte starke Oszillationen an der Windbasis und folglich extreme Störungen der Strömung hervorrufen würde (vgl. Kap. 6.4.1, S. 134). Um nun den Einfall der Materie am Sternrand abzubremsen, begrenzen wir dort  $v_r$  auf  $v_r > -v_{\text{sound}}$ <sup>5</sup> und legen die Dichte außerhalb des Rechengebietes über die

<sup>5</sup>Eine Einschränkung von  $v_r$  auf  $v_r \geq 0$  empfiehlt sich nicht: Zum einen müssen für anfängliche Einschwing-

Erhaltung des radialen Massenstromes  $j_r = \rho v_r$  fest. Die anderen Randbedingungen formulieren wir entsprechend dem in Kap. 6.3.2, S. 125 beschriebenen Ansatz.

Da das sternnahe Scheibenmaterial mit extremer Überschallgeschwindigkeit auf die Photosphäre trifft, ist entlang eines schmalen Äquatorgürtels die Ausbildung eines stehenden Schocks zu erwarten. Die damit verbundene starke lokale Aufheizung des Materials sollte temperaturabhängige Druckterme erzeugen und letztendlich in den tiefsten Photosphärenschichten wieder ein hydrostatisches Gleichgewicht gewährleisten. Die korrekte Beschreibung solcher physikalischen Vorgänge erfordert allerdings die Berücksichtigung der tatsächlichen energetischen Verhältnisse, d.h. man muß anstatt der isothermen Zustandgleichung  $p = v_{\text{sound}}^2 \rho$  die *Energiegleichung* simultan mit den anderen hydrodynamischen Erhaltungsgesetzen lösen.

**Vergleich mit den Ergebnissen von Owocki et al.** Abb. 7.4 zeigt den Verlauf der Dichte  $\rho$  und der Geschwindigkeitskomponenten  $v_r$  und  $v_\theta$  im Wind nach einer physikalischen Echtzeit von 50000 s, der sich bei OCB (links) bzw. unseren Simulationen (rechts) ergibt.

Der Vergleich bestätigt im wesentlichen die Resultate von OCB. Allerdings bedürfen zwei Gesichtspunkte besonderer Erwähnung:

Zum einen ist unser Modell weit schwächer durch kleinskalige Strukturen kontaminiert als das von OCB. Im Gegensatz zur no-slip-Randbedingung für  $v_\theta$  am Sternrand (siehe Kap. 6.3.2, S. 125) verwenden OCB die slip-Bedingung, die für die kleinskaligen Strukturen mitverantwortlich sein dürfte (vgl. die Testrechnungen in Kap. 6.3.2, S. 130).<sup>6</sup>

Zum anderen sind die in OCB veröffentlichten Resultate für die physikalische Echtzeit von 50000 s *noch längst nicht auskonvergiert*. Abb. 7.5 (links) zeigt das tatsächliche radiale Geschwindigkeitsfeld nach einer Entwicklungszeit von  $7 \cdot 10^5$  s.<sup>7</sup> Im Vergleich zu Abb. 7.4 (Mitte rechts) verschiebt sich der Stagnationspunkt nach außen ( $R_{\text{stag}} \approx 4 R_p$ ), wobei nach  $5 \cdot 10^4$  s der Stagnationspunkt sowohl in der Simulation von OCB als auch in unserer bei  $R_{\text{stag}} = 2.0 R_p$  liegt (vgl. Abb. 7.4 (Mitte)).

Die Endgeschwindigkeit in der Scheibe sinkt noch deutlich unter den bei  $5 \cdot 10^4$  s erreichten Wert und liegt bei  $v_\infty(90^\circ) \approx 200 \text{ km s}^{-1}$ . Dieses Ergebnis ist insofern sehr interessant, beobachtet man in zahlreichen Be-Sternen Emissionslinienprofile mit einer Breite von  $\lesssim 200 \text{ km s}^{-1}$

---

vorgänge der Strömung an der Windbasis auch negative Radialgeschwindigkeiten erlaubt sein, um (außerhalb der Scheibe) eine Dämpfung von Störungen an der Windbasis zu gewährleisten. Zum anderen weiß man am Anfang der zeitabhängigen Simulation noch nicht, bei welchen  $\Theta$  letztendlich ein Einfall von Materie zu erwarten ist, und kann deshalb  $v_r$  nicht a priori auf breitenabhängige Minimalwerte beschränken.

<sup>6</sup>Von S. Owocki mit der von uns vorgeschlagenen no-slip-Bedingung für  $v_\theta$  durchgeführte Simulationen zeigen unerwartet starke *globale* Störungen des Strömungsverlaufes, deren Ursache bisher noch nicht geklärt ist (S. Owocki, persönliche Mitteilung).

<sup>7</sup>Mehrere Testrechnungen (von unterschiedlichen Startmodellen mit verschieden großer über  $\Theta \in [0^\circ, 90^\circ]$  oberflächenintegrierter Massenverlustrate ausgehend) lieferten mehr oder weniger identische Resultate. Damit sollte ausgeschlossen sein, daß die hier vorgestellten Resultate sich nur wegen möglicherweise ungünstig gewählten Startbedingungen ergeben.

Die jeweilige Rechenzeit für ein solches Modell ist sehr groß (etwa 95...100 CPU-Stunden bei  $\sim 400$  Mflops), da der Zeitschritt durch die künstliche Viskosität (die in dem Bereich wirksam wird, in dem das Material mit Überschallgeschwindigkeit auf die Sternoberfläche stürzt) auf  $\Delta t \approx 0.5 \dots 1.0$  s begrenzt wird. Am Anfang der zeitlichen Entwicklung in Äquaturnähe entstehende Störungen werden aufgrund der niedrigen Endgeschwindigkeit des Scheibenwindes nur sehr langsam nach außen advektiert, und die stationäre Lösung wird erst nach etwa 10 charakteristischen 1-D Windlaufzeiten erreicht.

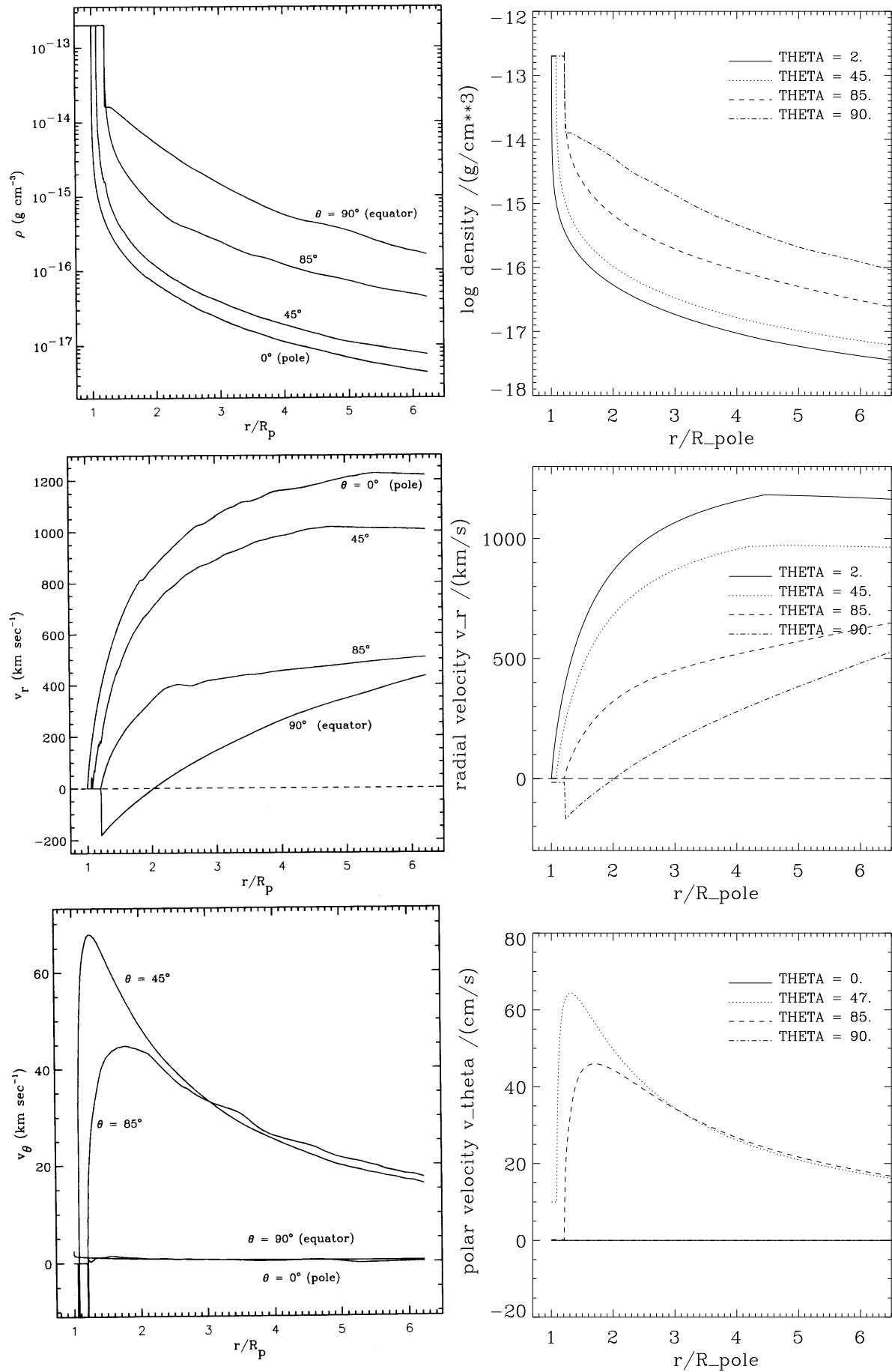


Abbildung 7.4: Vergleich der numerischen Resultate für den Wind eines B2-Hauptreihensternes. Links: aus Owocki et al (1994), rechts: Simulationen mit ZEUS-2D.

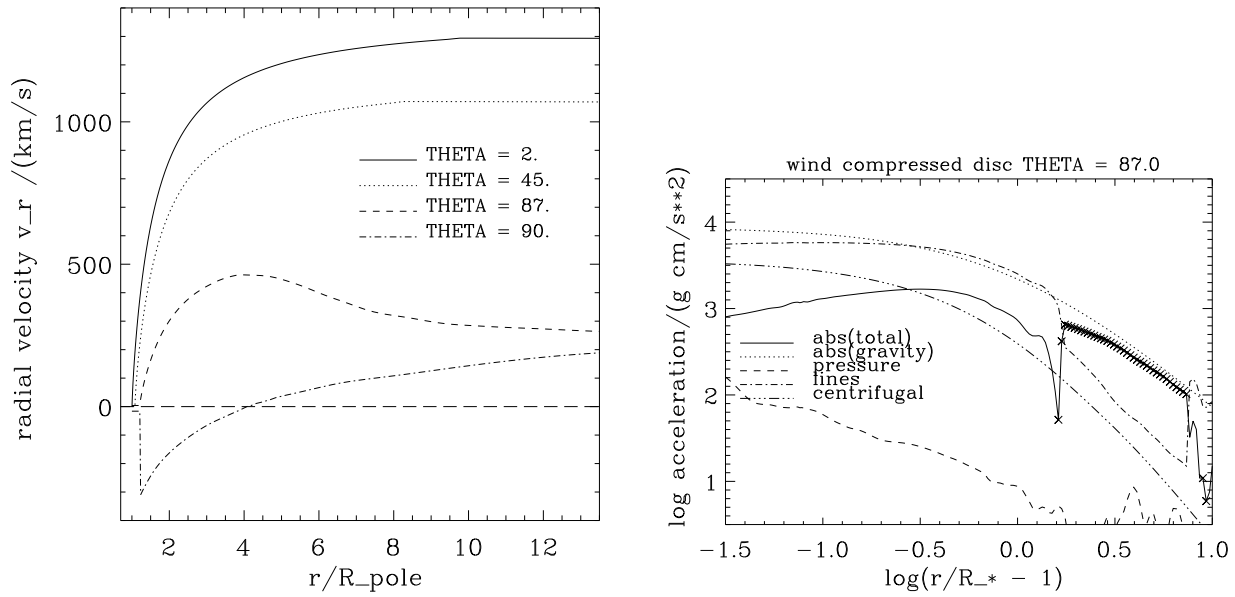


Abbildung 7.5: Links: Radiales Geschwindigkeitsfeld  $v_r(\Theta, r)$  für das *wind compressed disk*-Modell (B2-MS) nach  $7 \cdot 10^5$  s. Der Stagnationspunkt liegt bei  $R_{\text{stag}} \approx 4.0 R_*$ .

Rechts: Wie Abb. 7.3 (rechts), nun für den Übergangsbereich zwischen Wind und Scheibe ( $\Theta \approx 87^\circ$ ). Falls die Gesamtbeschleunigung (durchgezogen) negativ ist, ist sie durch ein Kreuz gekennzeichnet.

(vgl. Hanuschik et al. 1996).

Der radiale Verlauf von  $v_r$  bei konstantem  $\Theta$  zeigt ein interessantes Verhalten: Während über dem Pol ( $\Theta = 0^\circ$ ) und bei mittleren Co-Breiten ( $\Theta = 45^\circ$ ) das Material im unteren und mittleren Windbereich ( $r \lesssim 4R_p$ ) nahezu vollständig auf die Endgeschwindigkeit beschleunigt wird, sinkt  $v_r$  im Übergangsbereich vom Wind zur Scheibe (hier  $\Theta = 87^\circ$ ) für  $r \gtrsim 4R_p$  ab. Das läßt sich verstehen, betrachtet man die Gesamtbeschleunigung und ihre einzelnen Komponenten (Abb. 7.5, rechts): Im unteren Windbereich ist  $g_r = g_r^{\text{lines}} + g^{\text{pseudo}} + (g_r^{\text{grav}} + g_r^{\text{cont}})$  positiv, und sinkt für  $(\log(r/R_* - 1) \approx 0.2$  ( $r \approx 4.0R_p$ )) gemeinsam mit  $g_r^{\text{lines}}$  drastisch ab. Da die Druck- und Zentrifugalterme im Vergleich zur effektiven Gravitation und Linienstrahlungsbeschleunigung keine Rolle mehr spielen, bremst  $|g_r^{\text{grav}} + g_r^{\text{cont}}| > g_r^{\text{lines}}$  das im wesentlichen nur noch radial strömende Material. Das Absinken von  $g_r^{\text{lines}}$  erklärt sich dadurch, daß  $g_r^{\text{lines}}$  von der Dichte abhängt und die Scheibengrenze nicht exakt radial verläuft (vgl. Abb. 7.3).

### 7.2.2 O-Überriese (O4): *wind compressed zone model*

Da die Winde von O-Überriesen aufgrund ihrer hohen Massenverlustraten von großem Interesse für die Diagnostik sind, untersuchen wir im folgenden den Wind des typischen O4-Überriesen (O4; vgl. Kap. 4.1.2). Abb. 7.6 zeigt den Verlauf der Dichtestruktur und des radialen Geschwindigkeitsfeldes des Windes für  $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km s}^{-1}$  (die wahrscheinliche Obergrenze der Rotationsrate für  $\zeta$  Puppis (O4 If); vgl. Howarth et al. 1995). Wie man im Vergleich zu Abb. 7.1

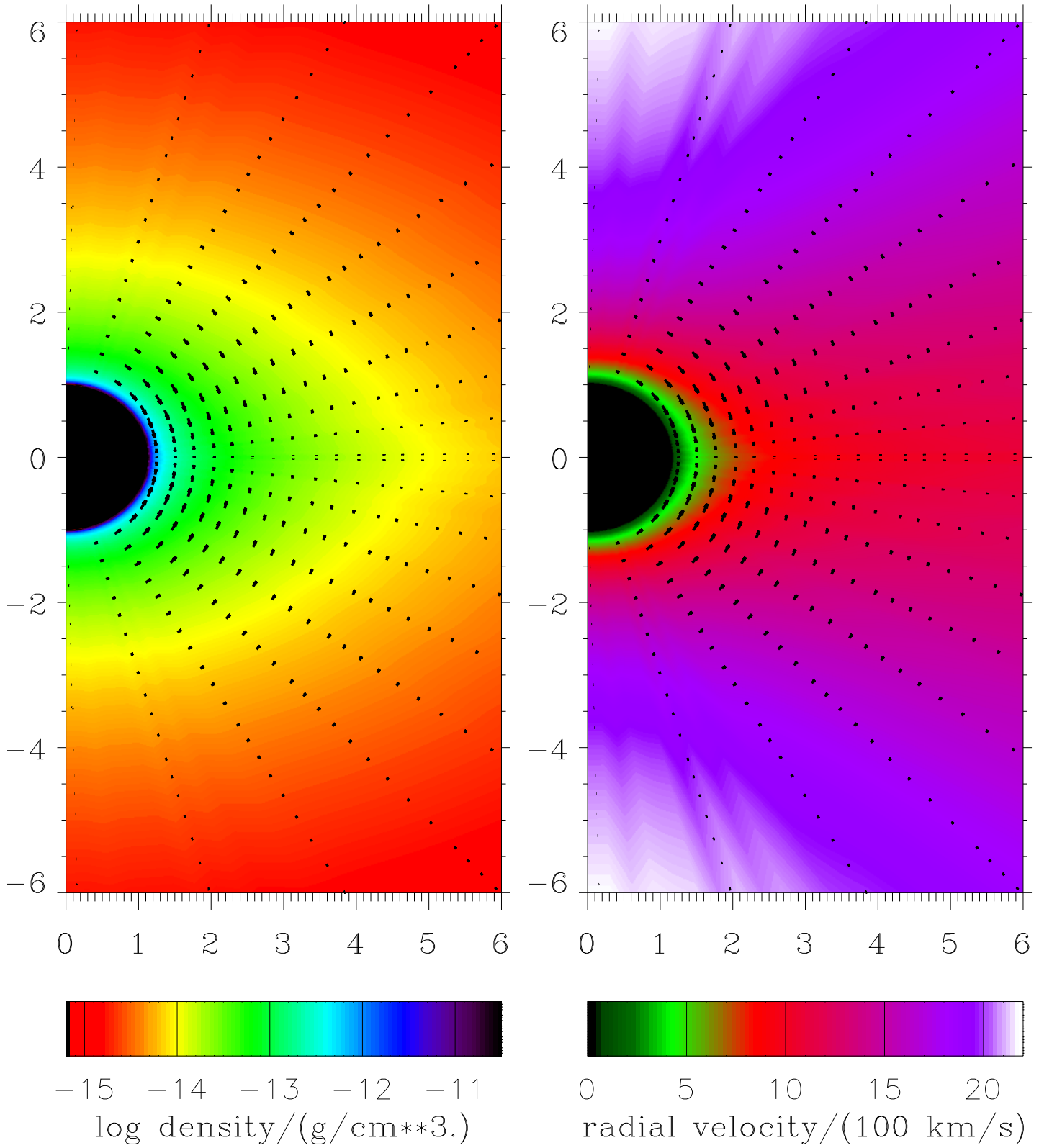


Abbildung 7.6: Dichte und radiales Geschwindigkeitsfeld des WCZ-Modelles für den O-Überriesenwind (O4, MII) mit  $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km s}^{-1}$ . Die Pfeile zeigen die Polargeschwindigkeiten mit einem maximalen Wert  $v_{\Theta, \max} = 70 \text{ km s}^{-1}$ .

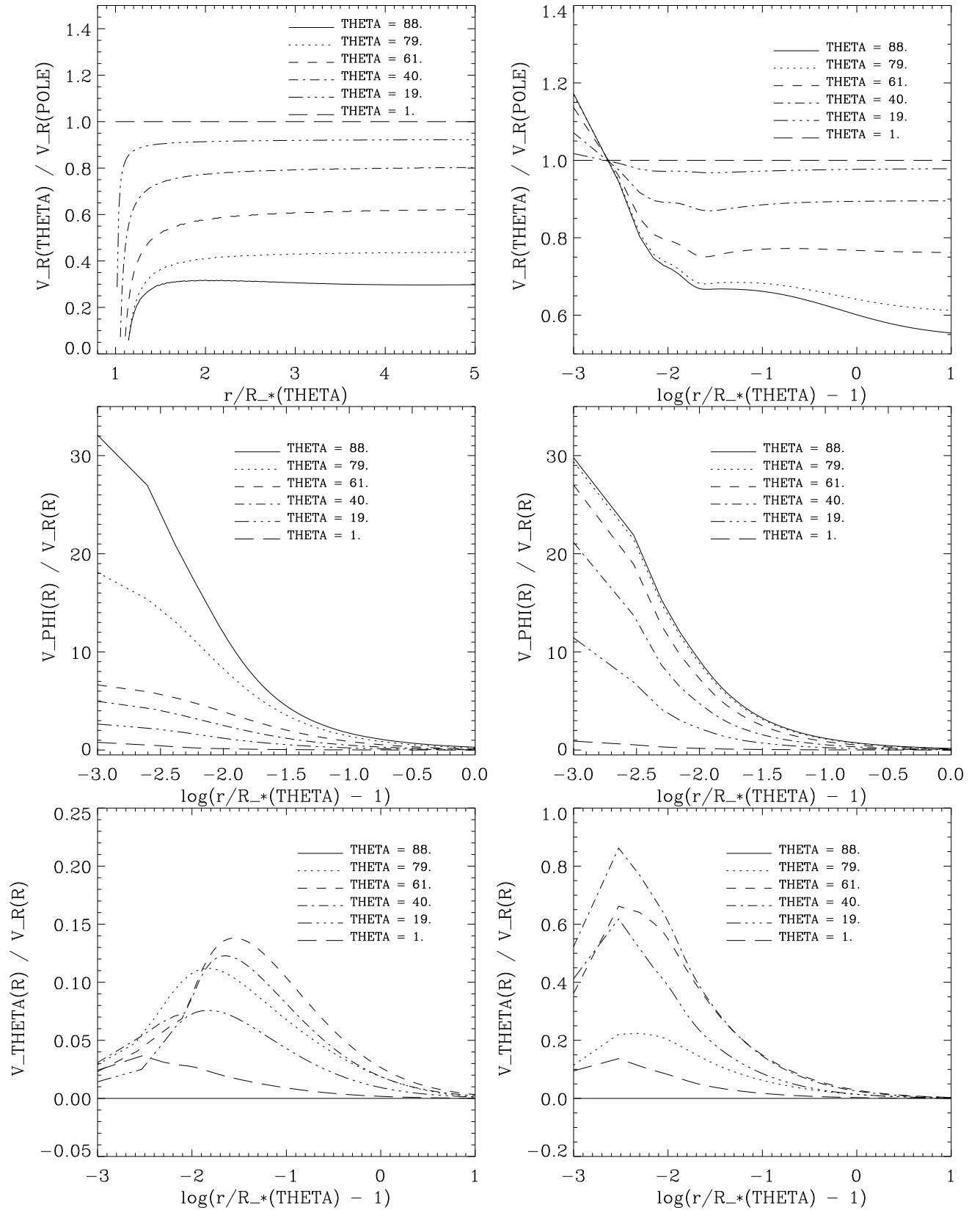


Abbildung 7.7: Verhältnisse von Geschwindigkeitskomponenten für den O-Überriesenwind (O4) mit Rotation gegen Abstand  $r$  von der Sternmitte für verschiedene Co-Breiten  $\theta$ . Modellparameter wie im Text. Links: asphärische Sternoberfläche (MII),  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ ; rechts: sphärische Sternoberfläche (MI),  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ . Oben:  $v_r(\theta, r)/v_r(\theta = 0^\circ, r)$ , Mitte:  $v_\phi(\theta, r)/v_r(\theta, r)$ , unten:  $v_\theta(\theta, r)/v_r(\theta, r)$ .

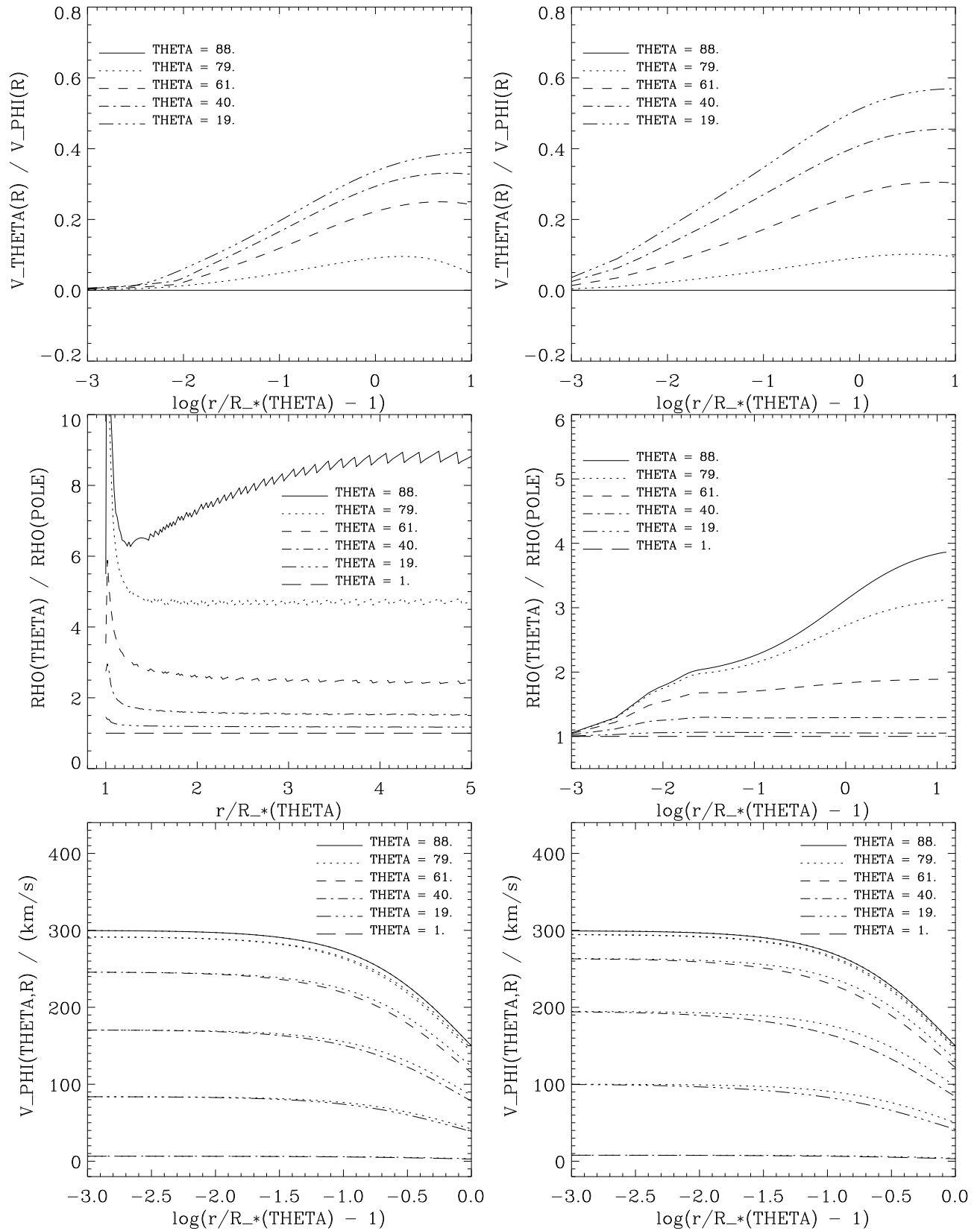


Abbildung 7.8: Wie Abb. 7.7. Oben: Das Verhältnis  $v_{\Theta}(\Theta, r)/v_{\Phi}(\Theta, r)$  gegen  $r$  für verschiedene Co-Breiten  $\Theta$ . Mitte: Das Verhältnis  $\rho(\Theta, r)/\rho(\Theta = 0^\circ, r)$  gegen  $r$  für verschiedene Co-Breiten  $\Theta$ . Unten: Azimutalgeschwindigkeit  $v_{\Phi}(\Theta, r)$  im Vergleich zu dem Gesetz, das aus der Drehimpulserhaltung folgen würde (punktiert).

Links: asphärische Sternoberfläche,  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ ; rechts: sphärische Sternoberfläche,  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ .



erkennt, ist die Kompression des Windes zur Äquatorebene weit weniger ausgeprägt als im Fall des B-Hauptreihensterns, da der Wind bereits bei kleinen Radien wesentlich schneller beschleunigt wird. Demzufolge ist die Asphärizität bei einem Kompressionsverhältnis  $R_{\text{eq}}/R_{\text{p}} \approx 2$  nur moderat, und die maximale Polargeschwindigkeit beträgt  $v_{\Theta, \text{max}} \approx 25 \text{ km s}^{-1}$  (vgl. Tab. 7.4). Nähert sich  $v_{\text{rot}}$  der kritischen Geschwindigkeit, so werden die Dichtekontraste deutlicher, wie die Zahlen für das Modell mit  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$  in Tab. 7.4 verdeutlichen. Die oberflächenintegrierte Massenverlustrate steigt nur unwesentlich von  $6.60 \cdot 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$  auf  $\dot{M} = 7.36 \cdot 10^{-6} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$ , aber der Unterschied von  $v_{\infty}(0^{\circ}) \approx 2400 \text{ km s}^{-1}$  zu  $v_{\infty}(90^{\circ}) \approx 870 \text{ km s}^{-1}$  ist nicht unbeträchtlich.

Dieses Modell erlaubt einen Vergleich mit den Resultaten für den entsprechenden analytischen Ansatz aus Kap. 4.1.2. Abb. 7.7 und 7.8 zeigen in Analogie zu Abb. 4.3, und 4.4 die Verhältnisse  $v_r(\Theta, r)/v_r(\Theta = 0^{\circ}, r)$ <sup>8</sup>,  $v_{\Phi}(\Theta, r)/v_r(\Theta, r)$ ,  $v_{\Theta}(\Theta, r)/v_r(\Theta, r)$ ,  $v_{\Theta}(\Theta, r)/v_{\Phi}(\Theta, r)$  und  $\rho(\Theta, r)/\rho(\Theta = 0^{\circ}, r)$ <sup>9</sup> für sowohl einen Stern mit asphärischer Oberfläche (MII) als auch einen sphärischen Stern (MI; im Sinne eines *direkten* Vergleiches, da wir beim analytischen Modell die Asphärizität vernachlässigt hatten).<sup>10</sup> Beide numerischen Simulationen sind für  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$  (am Äquator) durchgeführt worden, und in beiden Rechnungen (analytisch bzw. numerisch) haben wir die gleichen Stern- und force multiplier-Parameter  $\alpha$ ,  $\delta$  gewählt. Beim analytischen Modell wird die Massenverlustrate a priori festgelegt, bei der numerischen Simulation skaliert sie gemäß  $\dot{M} \sim k_{\text{CAK}}^{1/\alpha'}$  (Gl. (5.1)). In unserem Fall stimmen die Massenverlustraten für die Winde mit sphärischem Stern gut überein.

Der Vergleich der Abbildungen für Modell MI mit denen aus Kap. 4.1.2 zeigt eine quantitativ überzeugende Übereinstimmung. Insbesondere ergibt sich in der numerischen Simulation wie im analytischen Modell ein maximales Kompressionsverhältnis  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}} \approx 4$ . Die quantitativen Differenzen der Kurven für  $\rho(\Theta, r)/\rho(\Theta = 0^{\circ}, r)$  zu den analytisch berechneten erklärt sich im wesentlichen dadurch, daß der Wind in der numerischen Simulation nicht ganz exakt einem ( $\beta = 1$ )-Gesetz entspricht, sondern der radiale Verlauf von  $v_r$  aufgrund der polaren Umverteilung des Windmaterials eine zusätzliche Abhängigkeit von  $\Theta$  besitzt.

In beiden numerischen Modellen verhalten sich  $v_{\Theta}$  und  $v_{\Phi}$  bezüglich  $v_r$  in sehr ähnlicher Weise wie im analytisch berechneten, und auch ihr Verhältnis  $v_{\Theta}(\Theta, r)/v_{\Phi}(\Theta, r)$  zeigt das gleiche charakteristische Verhalten.

Abb. 7.8 (unten) zeigt, daß die tatsächlichen Azimutalgeschwindigkeiten  $v_{\Phi}(\Theta, r)$  vor allem im unteren Windbereich gut mit den Werten übereinstimmen, die sich unter Annahme der Drehimpulserhaltung ergeben. Die deutlichsten Abweichungen finden sich bei mittleren Co-Breiten ( $\Theta \approx 40^{\circ} \dots 50^{\circ}$ ). Dieses Verhalten läßt sich dadurch erklären, daß das Material, das sich bei

<sup>8</sup>Wir haben für beide numerische Modelle  $v_r(\Theta, r)/v_r(\Theta = 0^{\circ}, r)$  gewählt, da in Abb. 4.3  $v_r(\Theta, r)/v_{r, 1-D}$ , mit  $v_{r, 1-D} = v_r(\Theta = 0^{\circ}, r)$  dargestellt ist.

<sup>9</sup>Die Unregelmäßigkeiten in dieser Abbildung resultieren aus linearen Interpolationsfehlern, da das gewählte Gitter für  $\log(r/R_{\star}(\Theta) - 1)$  nicht mit den hydrodynamischen Stützstellen übereinstimmt.

<sup>10</sup>Diese Verhältnisse sind gegen  $\log(r/R_{\star}(\Theta) - 1)$  bzw.  $r/R_{\star}(\Theta)$  aufgetragen, wobei bei sphärischer Sternoberfläche  $R_{\star}(\Theta) \equiv R_{\text{p}} (\forall \Theta)$  gilt. Im Fall der asphärischen Sternoberfläche (MII) haben wir also die Verhältnisse  $v_r(\Theta, r)/v_r(\Theta = 0^{\circ}, r)$  und  $\rho(\Theta, r)/\rho(\Theta = 0^{\circ}, r)$  derart berechnet, daß die Radien  $r$  am Pol bzw. bei der Co-Breite  $\Theta$  verschieden groß sind. Eine Alternative wäre gewesen, bei konstantem  $\Theta$  die Verhältnisse nur für  $r > R_{\star}(\Theta)$  zu berechnen und Zähler und Nenner jeweils für den gleichen Radius  $r$  zu bestimmen. Dies würde aber die aufgetragenen Kurven für z.B.  $\rho(\Theta = 90^{\circ}, r)/\rho(\Theta = 0^{\circ})$  im unteren Radiusbereich stark verzerren und für  $r = R_{\text{eq}}$  (künstlich) extrem große Kompressionsverhältnisse liefern.

größeren Werten von  $r$  an einer bestimmten Co-Breite  $\Theta$  befindet, ursprünglich die Sternoberfläche bei einer Co-Breite  $\Theta_0 < \Theta$  verlassen und einen entsprechend kleineren Drehimpuls besessen hat als das Material mit  $\Theta_0 = \Theta$ .

Vergleicht man die Ergebnisse für das Modell für eine sphärische mit dem für eine asphärische Sternoberfläche, so zeigt sich im zweiten Fall eine vor allem nahe der Äquatorebene noch ausgeprägtere Kompression. Aufgrund der Asphärizität erfährt der lokale Massenstrom  $\dot{M}(\Theta)$  an der Sternoberfläche wegen der reduzierten Gravitationsbeschleunigung  $(R_p/R_{eq})^2 g_{pol}^{grav} \approx 0.7 g_{pol}^{grav}$  eine Verstärkung, und die Strömung am Äquator ist langsamer und dichter als im sphärischen Fall. (Gleichzeitig nimmt zwar die Zentrifugalbeschleunigung im Vergleich zum sphärischen Stern ab, was aber weniger stark ins Gewicht fällt, da sie bei in beiden Fällen gleichem  $v_{rot}$  nur mit  $1/r$  skaliert und die Gravitation mit  $1/r^2$ ).

## 7.3 Nichtradiale Strahlungsbeschleunigungen

Im zweiten Schritt erweitern wir das im vorherigen Abschnitt diskutierte WCD/WCZ-Modell um die nichtradiellen Komponenten der Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_{\Theta}^{lines}$  und  $g_{\Phi}^{lines}$ , die durch Gl. (4.56) gegeben sind und deren physikalischer Ursprung in Kap. 4.2.4 erklärt worden ist. Die Sternoberfläche wird weiterhin als isotherm angenommen (d.h.  $T_{eff}(\Theta) \equiv T_{eff}(\forall\Theta)$ ). Die Beschreibung der Thomson-Beschleunigung ist somit weiterhin rein radial und durch Gl. (4.48) zu berechnen. Entsprechend Tab. 7.3 behandeln wir also das Windmodell MIII.

### 7.3.1 Numerische Resultate

#### 7.3.1.1 B2-Hauptreihenstern (B2-MS)

Angesichts der Tatsache, daß die Windkompression einen so beeindruckenden Effekt auf die Windstruktur dieses Objektes besitzt, diskutieren wir im folgenden die Konsequenzen der Komponenten  $g_{\Theta}^{lines}$  und  $g_{\Phi}^{lines}$  auf die Dynamik des Windes.

Abb. 7.9 zeigt die Dichteschichtung und das radiale Geschwindigkeitsfeld für das Modell (B2-MS, MIII).<sup>11</sup> (Stern- und Windparameter wie in Tab. 7.1).

Im Vergleich zum WCD-Modell (Abb. 7.1) fallen zwei Punkte auf: Zum einen existiert in der Äquatorebene keine Scheibe mehr, und zum anderen ist das polare Geschwindigkeitsfeld nun *polwärts* gerichtet, mit einer Minimalgeschwindigkeit  $v_{\Theta,min} \approx -100 \text{ km s}^{-1} \approx -6 v_{sound}$ . Zwar strömt der Wind in der Äquatorebene immer noch deutlich langsamer als über den Polen und ist deutlich asphärisch, aber die in Tab. 7.5 zusammengestellten Daten verdeutlichen, daß die Dichtekontraste zwischen Pol und Äquator bei weitem nicht mehr so ausgeprägt sind wie im Fall der windkomprimierten Scheibe und mit wachsender Entfernung vom Stern *abnehmen*. Dieses Verhalten erklärt sich folgendermaßen: Aufgrund der Rotation des Sternes nimmt der lokale Massenverlust  $\dot{M}(\Theta, R_*(\Theta))$  bei Annahme einer gleichförmig strahlenden Sternoberfläche gemäß Gl. (5.8) zum Äquator hin zu und die Windend- und folglich die Radialgeschwindigkeit  $v_r$  bei konstantem  $r$  analog Gl. (5.11) ab, d.h.  $\partial v_r / \partial \Theta$  ist negativ. Das impliziert nach Gl. (4.58) eine *polwärts gerichtete Linienstrahlungsbeschleunigung*  $g_{\Theta}^{lines}$ , und das am Äquator ausströmende,

<sup>11</sup>Der Längenmaßstab der Pfeile für  $v_{\Theta}$  ist in dieser und den folgenden Abbildungen, solange nicht ausdrücklich bemerkt, der gleiche wie in Abb. 7.1).

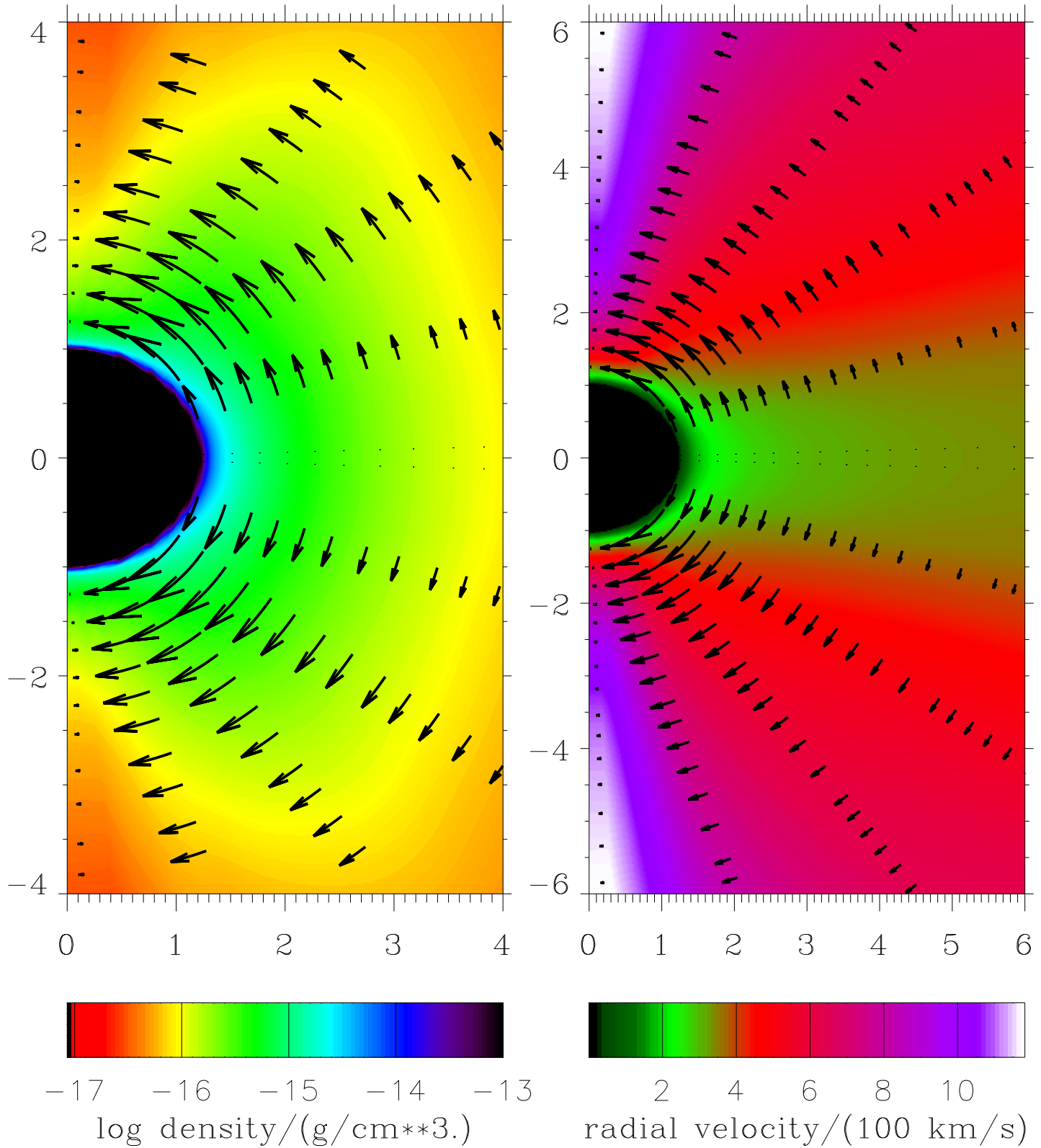


Abbildung 7.9: Dichte und radiales Geschwindigkeitsfeld des NRF-Modelles für den B2-Hauptreihenstern (B2-MS, MIII). Die Pfeile zeigen die Polargeschwindigkeiten mit einem minimalen Wert  $v_{\theta, \min} \approx -100 \text{ km s}^{-1}$

| Modell                           | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(2R_{\text{p}})$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(4R_{\text{p}})$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(8R_{\text{p}})$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(1R_{\star})$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(2R_{\star})$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(4R_{\star})$ | $\frac{\rho_{\text{eq}}}{\rho_{\text{p}}}(8R_{\star})$ |
|----------------------------------|---|---|---|--|--|--|--|
| B2-MS (MIII, $1.5 \cdot 10^5$ s) | 6.08  | 2.87  | 1.69  | 6.29   | 3.28   | 1.89   | 1.18   |
| O4 (MIII, 250, $5 \cdot 10^5$ s) | 1.65  | 1.27  | 1.13  | 1.90   | 1.15   | 0.95   | 0.82   |
| O4 (MIII, 300, $5 \cdot 10^5$ s) | 2.24  | 1.61  | 1.39  | 2.78   | 1.17   | 1.08   | 0.91   |
| O4 (MIII, 350, $5 \cdot 10^5$ s) | 4.33  | 2.43  | 1.98  | 3.48   | 1.72   | 1.31   | 1.15   |

| Modell         | $\dot{M}_{\text{total}}$ | $\dot{M}(0^\circ, R_{\star})$ | $\dot{M}(45^\circ, R_{\star})$ | $\dot{M}(90^\circ, R_{\star})$ | $\dot{M}(0^\circ, 1.5 R_{\text{p}})$ | $\dot{M}(45^\circ, 1.5 R_{\text{p}})$ | $\dot{M}(90^\circ, 1.5 R_{\text{p}})$ |
|----------------|--------------------------|-------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|--------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| B2-MS (MIII)   | $9.88 \cdot 10^{-4}$     | $4.21 \cdot 10^{-4}$          | $4.38 \cdot 10^{-4}$           | $19.3 \cdot 10^{-4}$           | $4.16 \cdot 10^{-4}$                 | $9.39 \cdot 10^{-4}$                  | $11.9 \cdot 10^{-4}$                  |
| O4 (MIII, 250) | 7.1                      | 5.54                          | 6.12                           | 9.23                           | 5.89                                 | 6.79                                  | 8.13                                  |
| O4 (MIII, 300) | 9.2                      | 5.93                          | 7.15                           | 11.4                           | 6.78                                 | 8.13                                  | 11.3                                  |
| O4 (MIII, 350) | 11.9                     | 5.69                          | 7.5                            | 18.9                           | 7.00                                 | 9.42                                  | 17.1                                  |

| Modell         | $\min(v_{\Theta})$ | $v_r(0^\circ, r_{\text{max}})$ | $v_r(45^\circ, r_{\text{max}})$ | $v_r(90^\circ, r_{\text{max}})$ |
|----------------|--------------------|--------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| B2-MS (MIII)   | -109.4             | 1289                           | 682                             | 344                             |
| O4 (MIII, 250) | -82.3              | 2139                           | 1872                            | 1711                            |
| O4 (MIII, 300) | -118               | 2122                           | 1648                            | 1422                            |
| O4 (MIII, 350) | -158               | 2231                           | 1329                            | 1126                            |

Tabelle 7.5: Numerische Resultate der Simulationen für das Modell mit Pseudobeschleunigungen und nichtradialen Komponenten der Linienstrahlungsbeschleunigung bei asphärischer Sternoberfläche. Notation identisch zu derjenigen in Tab. 7.4; Massenverlustraten in  $10^{-6} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ , Geschwindigkeiten in  $\text{km s}^{-1}$ .

dichtere Material wird in Richtung der Pole abgelenkt. Folglich resultiert eine bis zu mittleren Co-Breiten nahezu sphärische Dichteschichtung. Dies ist möglich, weil die auf die Partikel wirkenden, äquatorwärts gerichteten polaren Pseudobeschleunigungen von gleicher Größenordnung ( $g_{\Theta}^{\text{pseudo}} \lesssim 150 \text{ cm s}^{-1}$ ) wie  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  sind (im Gegensatz zur radialen Richtung, entlang der  $g_r^{\text{lines}}$  die Strömung gegen das Gravitationsfeld  $g_r^{\text{grav}}$  aufrecht erhalten muß).

Nur über den Polen ist das Material im Vergleich zu den übrigen Windregionen weiterhin merklich verdünnt, da die von größeren  $\Theta$  stammenden Windpartikel vor allem durch  $g_r^{\text{lines}}$  nach außen beschleunigt werden und somit nach einer gewissen Strömungszeit nicht mehr die Polregionen erreichen können. Durch diese Umverteilung des am Anfang seiner Bewegung in Äquaturnähe konzentrierten Materials sinkt der Dichtekontrast  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}}$  mit zunehmender Entfernung vom Stern.

Abb. 7.9 bestätigt qualitativ die von Owocki et al. (1996) gefundenen Ergebnisse. Allerdings sind die von diesen Autoren veröffentlichten hydrodynamischen Daten einer Glättung auf räumlichen Skalen von  $\sim 1^\circ$  unterzogen worden und zeigen in Wirklichkeit gravierende Störungen (v.a. um die Äquatorebene herum; S. Owocki, persönliche Mitteilung). Deshalb verzichten wir auf einen direkten graphischen Vergleich, halten aber fest, daß die Simulationen von Owocki et al. ebenfalls einen Minimalwert  $v_{\Theta, \text{min}} \approx -100 \text{ km s}^{-1}$  und bei konstantem  $r$  im Vergleich zum restlichen Wind verdünnte Polregionen ergeben (vgl. deren Abb. 1b).

### 7.3.1.2 O-Überriese (O4, MIII)

Abb. 7.10 zeigt die Dichtestruktur und das Geschwindigkeitsfeld für das O-Überriesen-Modell (O4, MIII) bei einer Rotationsrate  $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km s}^{-1}$ . In diesem Fall kompensieren sich die Effekte des höheren Massenverlustes am Äquator und der polaren Umverteilung des Massenstromes, und es stellt sich eine nahezu *sphärische* Dichtestruktur ein! Die polare Minimalgeschwindigkeit beträgt  $v_{\Theta, \text{min}} \approx -80 \text{ km s}^{-1}$  und ist etwas kleiner als beim B-Sternwind. Allerdings sind die Unterschiede der Windendgeschwindigkeiten über den Polen und in der Äquatorebene weit geringer als beim B-Hauptreihenstern, was zwei Gründe hat: Erstens rotiert der B-Stern näher an seiner kritischen Geschwindigkeit ( $v_{\text{rot}}/v_{\text{crit}} = 0.72$ ) als der O-Stern ( $v_{\text{rot}}/v_{\text{crit}} = 0.59$ ), weshalb die Entweichgeschwindigkeit  $v_{\text{esc}}$  an seiner Oberfläche stärker variiert ( $v_{\text{esc}}(0^\circ) = v_{\text{esc, spher}} = 843 \text{ km s}^{-1}$ ,  $v_{\text{esc}}(90^\circ) = 585 \text{ km s}^{-1}$ ) als bei dem O-Überriesen ( $v_{\text{esc}}(0^\circ) = 723 \text{ km s}^{-1}$ ,  $v_{\text{esc}}(90^\circ) = 580 \text{ km s}^{-1}$ ). Im Sinne der 1-D Skalierungsrelation (Gl. (5.2)) impliziert dies eine stärkere Variation in  $v_\infty(\Theta)$ , betrachtet man den Wind für alle  $\Theta$  jeweils als einen separaten 1-D Wind. Zweitens – und das ist entscheidend – geht die Dichteabhängigkeit von  $\tilde{g}^{\text{lines}}$  ein. Wie Abb. 7.11 zeigt, ist aufgrund der Ausdünnung des Windmaterials über den Polen der polare Gradient von  $g_r^{\text{lines}}$  im B-Sternwind viel stärker ausgeprägt als im O-Sternwind, und demzufolge auch das Verhältnis  $v_\infty(0^\circ)/v_\infty(90^\circ)$ .

Auch bei höheren Rotationsgeschwindigkeiten liegen die Kompressionsverhältnisse dieses Windes unterhalb derjenigen des B2-Sternwindes, wobei die relative Abnahme desselben bei konstantem  $\Theta$  und steigendem  $r$  schwächer ist als im B-Sternwind, d.h. die Umlenkung des Windmaterials von äquatornahen Regionen zum Pol ist weniger effektiv. Dieses Verhalten erklärt sich durch die schnellere radiale Expansion des O-Überriesenwindes.

Die totale Massenverlustrate nimmt bei diesem Objekt bei der extremen Rotationsrate  $v_{\text{rot}} = 350 \text{ km s}^{-1}$  im Vergleich zum 1-D Modell mit  $v_{\text{rot}} = 0$  um einen Faktor  $11.9/5.05 \approx 2.4$  zu, und die Windendgeschwindigkeiten variieren zwischen  $v_\infty(0^\circ) \approx 2230 \text{ km s}^{-1}$  und  $v_\infty(90^\circ) \approx 1130 \text{ km s}^{-1}$ , d.h. maximal um einen Faktor 2 (im Vergleich dazu beträgt das Verhältnis beim B2-Sternwind  $v_r(0^\circ)/v_r(90^\circ) \approx 3.8$ ).

### 7.3.2 Die nichtradialen Komponenten $g_\Theta^{\text{lines}}$ und $g_\Phi^{\text{lines}}$

In diesem Abschnitt betrachten wir das quantitative Verhalten der nichtradialen Komponenten  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$ , deren Entstehungsmechanismus wir in Kap. 4.2.4 studiert haben.

Abb. 7.12 zeigt  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$  für die Modelle (O4) und (B2-MS). Sowohl  $g_\Theta^{\text{lines}}$  als auch  $g_\Phi^{\text{lines}}$  sind im nahezu gesamten Windbereich negativ, was zum einen die polwärts gerichtete Ablenkung des Windmaterials bewirkt und zum anderen eine *Abbremsung* der Rotation vor allem im unteren Windbereich (*spin down*, weil  $\partial v_\Phi / \partial r < 0$ ; vgl. Kap. 4.2.4.2, S. 55). Da der Sternrand durch das hydrodynamische Rechenggebiet stufenförmig umschrieben wird (vgl. die Diskussion in Kap. 6.3.2, S. 126) und der lokale Geschwindigkeitsgradient  $d(\vec{n}\vec{v})/d\vec{n}$  durch finite Differenzen der auf den Stützstellen des hydrodynamischen Gitters diskret definierten Geschwindigkeitskomponenten bestimmt wird, lassen sich dort entstehende Störungen nicht völlig vermeiden. Im O-Sternwind sind diese nur marginal, im B-Sternwind (der aufgrund seiner äußerst geringen Dichte und kleinen Druckskalenhöhe bereits in 1-D Simulationen erhebliche numerische Probleme bereitet) stärker ausgeprägt. Allerdings sind diese Störungen im dynamisch entscheidenden Bereich (nahe des Sternes und/oder des Äquators) nicht gravierend. In Übereinstimmung mit

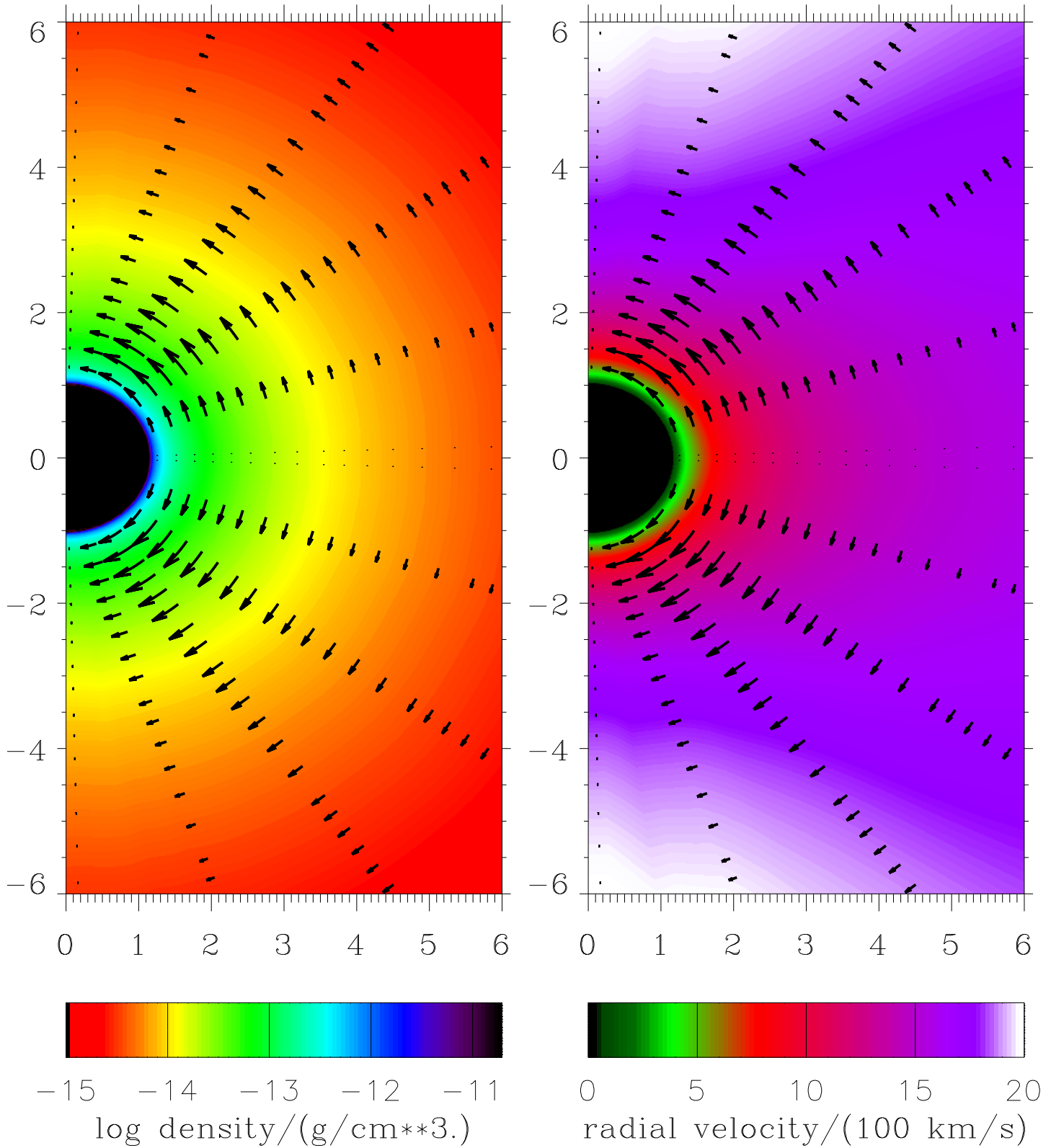


Abbildung 7.10: Dichte und radiales Geschwindigkeitsfeld des O-Überriesenwindes (O4, MIII); mit nichtradialen Linienstrahlungskräften. Die Pfeile zeigen die Polargeschwindigkeiten mit einem minimalen Wert  $v_{\theta, \min} \approx -80 \text{ km s}^{-1}$

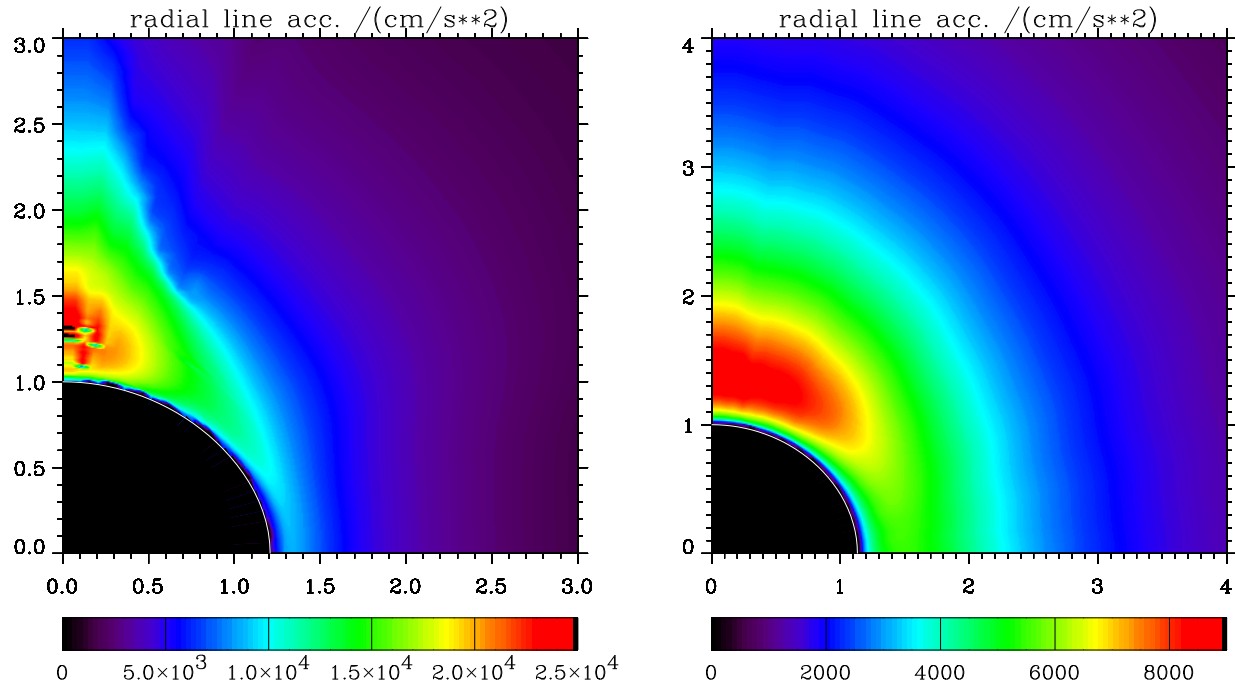


Abbildung 7.11: Radiale Linienstrahlungsbeschleunigung für das Modell (B2-MS, MIII) (links) und (O4, MIII) (rechts).

unseren analytischen Überlegungen in Kap. 4.2.4.2, S. 57 sind die nichtradialen Komponenten  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$ ,  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  im Vergleich zur radialen  $g_r^{\text{lines}}$  (Abb. 7.11) um mindestens eine Größenordnung kleiner. Der Vergleich von Abb. 4.8 (oben links) für  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  mit Abb. 7.12 (oben rechts) bzw. Abb. 4.8 (unten links) für  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  mit Abb. 7.12 (unten rechts) zeigt die Übereinstimmung der Größenordnungen der Beschleunigungen.

Die Ergebnisse der numerischen Rechnung lassen sich auch mit der durch Gl. (4.58) gegebenen analytischen Abschätzung für  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  überprüfen. Abb. 7.13 zeigt den qualitativ überzeugenden Vergleich der numerischen mit der analytisch berechneten Beschleunigung  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  für das Modell (O4, MIII) mit  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ . Insbesondere ist  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  in beiden Fällen im gesamten Windbereich negativ und weicht global gesehen um einen Faktor  $\sim 2$  ab, wobei sich das Minimum bei  $\Theta \approx 45^\circ$  befindet. Die quantitativen Abweichungen in den beiden Abbildungen sind im wesentlichen darauf zurückzuführen, daß wir in der Herleitung der analytischen Formel (Gl. (4.58)) die Näherung  $\partial v_r / \partial \approx v_r / r$  verwendet haben. Diese Annahme ist größenordnungsmäßig vertretbar, allerdings weicht das Verhältnis dieser Größen vor allem im unteren Windbereich deutlich von 1 ab, so daß die quantitativen Abweichungen der numerischen bzw. analytischen Werte für  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  nicht überraschen.<sup>12</sup>

<sup>12</sup>Owoccki et al. (1997) geben eine alternative analytische Abschätzung der Wirkung von  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  an: Sie definieren eine „Bremslänge“  $s_0$ , innerhalb der die äquatorwärts gerichtete Strömung im WCD-Modell gestoppt würde, wendete man abrupt  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  auf das auskonvergierte Windkompressionsmodell an. Diese ist durch einfache Mechanik durch  $s_0 = -v_{\Theta} / (2g_{\Theta}^{\text{lines}})$  gegeben. Man kann diese Größe mit der Distanz  $s_{\Theta}$  vergleichen, die ein Windteilchen von der Co-Breite  $\Theta$  bis zum Äquator ( $\Theta = \pi/2$ ) zurücklegen muß, indem man die „Bremszahl“  $\sigma \equiv s_{\Theta} / s_0$  definiert. Ist  $\sigma \gtrsim 1$ , so ist eine effektive Verhinderung der Scheibenbildung zu erwarten. Unter Verwendung von

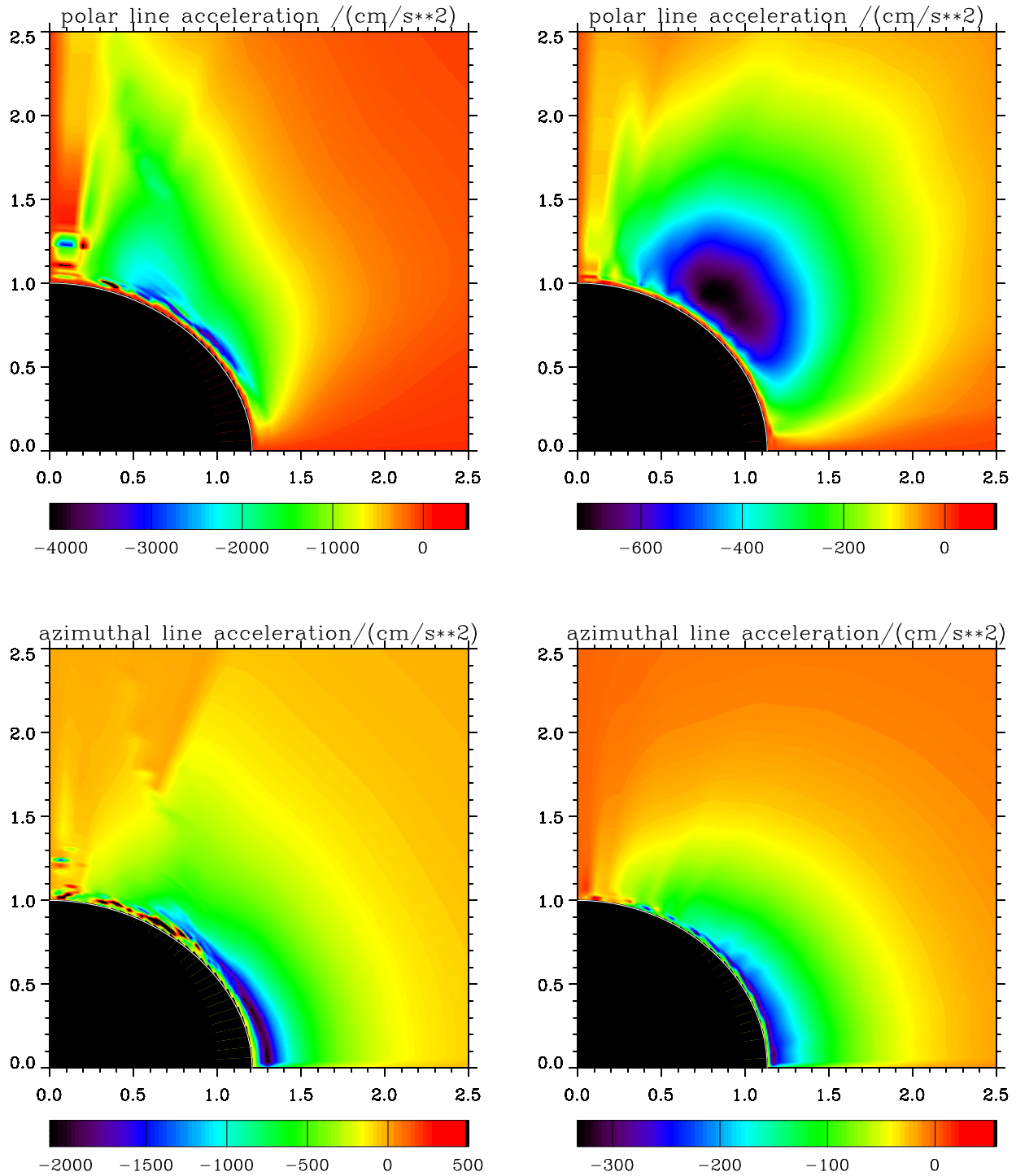


Abbildung 7.12: Nichtradiale Komponenten der Linienstrahlungsbeschleunigung für das Modell (B2-MS) (links) und (O4) (rechts). Bei der Darstellung in der Polarebene bedeuten *negative* / *positive* Werte von  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  eine *polwärts* / *auf die Äquatorebene* gerichtete Strahlungsbeschleunigung. Ein *negative* / *positive*  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  entspricht einer *Abbremsung* / *Verstärkung* der Rotation des Windes.

Oben:  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  für Modell (B2-MS,MIII) ( $\partial v_r / \partial \Theta < 0$ ) (links);  $g_{\Theta}^{\text{lines}}$  für Modell (O4,MIII) (rechts).  
 Unten:  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  für Modell (B2-MS,MIII) (links);  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  für Modell (O4,MIII) (rechts)



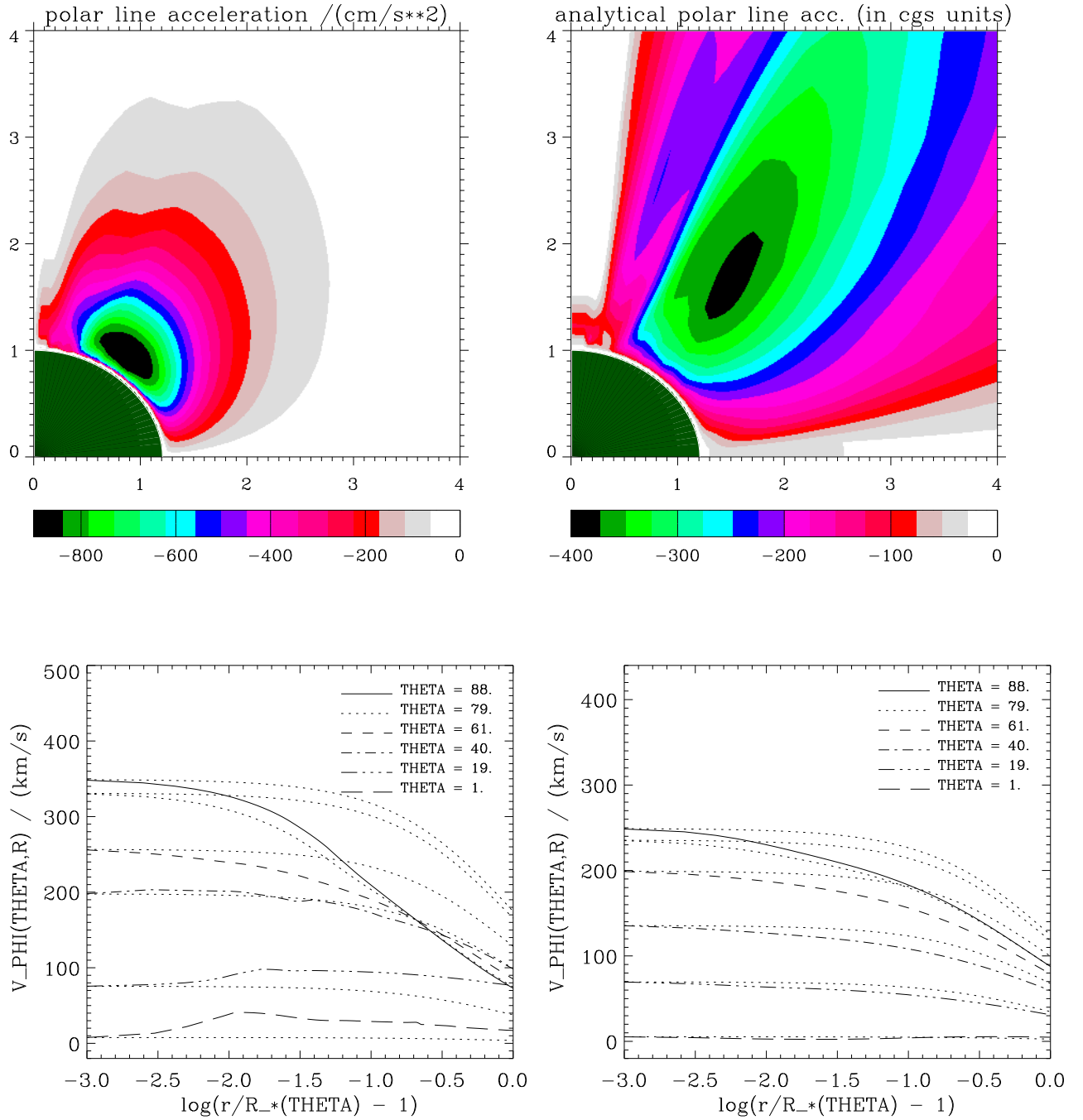


Abbildung 7.13: Oben: Polare Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_{\odot}^{\text{lines}}$  für einen O-Überriesenwind mit gleichförmig strahlender Sternoberfläche (O4, MIII);  $v_{\text{rot}} = 300 \text{ km s}^{-1}$ .

Links: Numerische Simulation; rechts: analytische Näherung nach Gl. (4.58) unter Verwendung der numerischen Werte von  $v_r(\Theta, r)$  und  $\rho(\Theta, r)$ .

Unten: *spindown*-Effekt als Folge der azimuthalen Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_{\Phi}^{\text{lines}}$  für den B2-Stern (links) und den O-Überriesen (rechts). Das Gesetz für  $v_{\Phi}$ , das aus der Drehimpulserhaltung folgen würde, ist strichliert eingetragen. Zu vergleichen sind die Kurven mit der jeweils gleichen Rotationsgeschwindigkeit im unteren Windbereich.

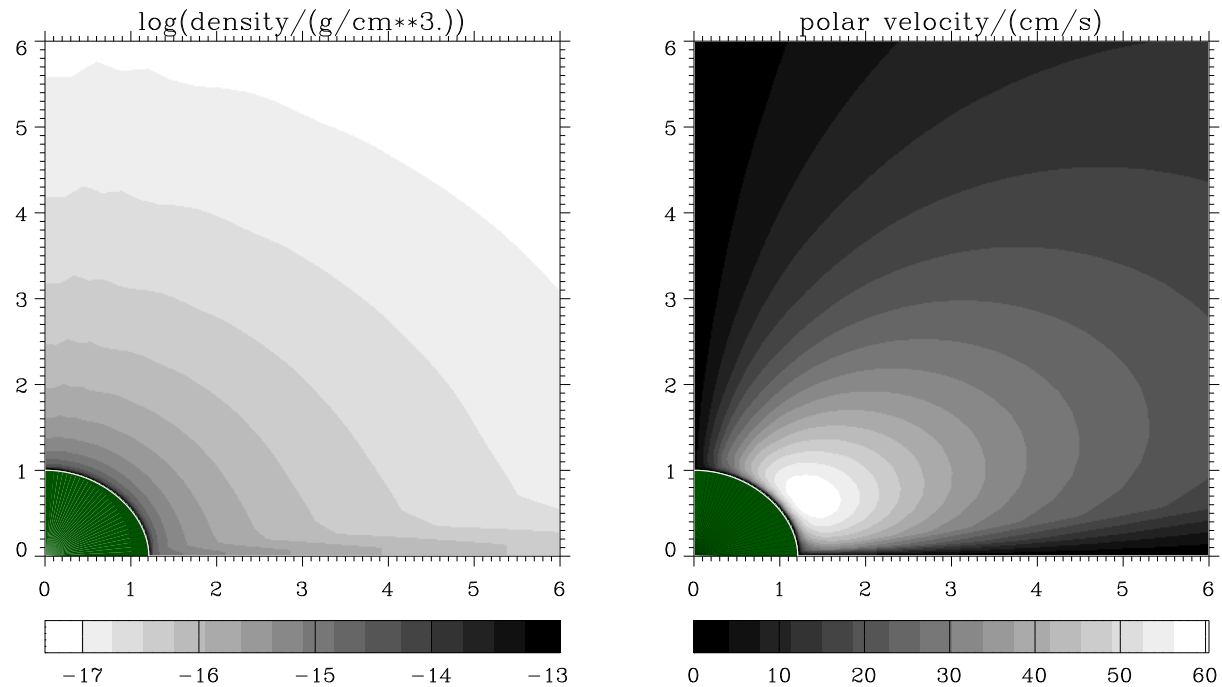


Abbildung 7.14: Dichte und polares Geschwindigkeitskomponente  $v_\Theta$  für den B2-Hauptreihenstern (Modell (B2-MS,MIV) mit Pseudobeschleunigungen und Gravity Darkening).

Der letzte noch zu kommentierende Effekt ist der durch die azimutale Komponente  $g_\Phi^{\text{lines}}$  bedingte *spindown*-Effekt, den Abb. 7.13 (unten) für das B2- bzw. O-Sternmodell anhand des Vergleiches der tatsächlichen Azimutalggeschwindigkeit  $v_\Phi$  mit dem Drehimpulserhaltungs-Gesetz veranschaulicht. Tatsächlich bremst  $g_\Phi^{\text{lines}}$  die Rotation der Windpartikel vor allem bei großen Co-Breiten  $\Theta$  um bis zu  $100 \text{ km s}^{-1}$  im Vergleich zum Drehimpulserhaltungsgesetz, das im Rahmen des Windkompressionsmodelles (für den moderat komprimierten O-Überriesenwind) eine gute Näherung für  $v_\Phi$  darstellt (vgl. Abb. 7.8, unten).

In Polnähe ergibt sich für den B-Sternwind eine marginale positive Beschleunigung des Azimutalfeldes  $v_\Phi$ , die aber zum Teil durch die Störungen des Strömungsverlaufes in diesem Bereich bedingt sein könnte. Im Vergleich zu den Effekten nahe der Äquatorebene besitzt sie keine Relevanz.

## 7.4 Gravity Darkening

Im dritten Schritt erweitern wir das Windmodell um das stellare Gravity Darkening, dessen physikalischen Grundlagen wir in Kap. 4.3 dargestellt haben. Dieser Effekt beeinflusst sowohl die vom einfallenden Strahlungsfeld abhängige Linienstrahlungsgeschleunigung  $\vec{g}^{\text{lines}}$  als auch die Thomson-Beschleunigung  $\vec{g}^{\text{cont}}$ . Letztere ist vor allem im Bereich der O- und B-Überriesen von

---

Gl. (4.58) erhält man Werte von  $\sigma \approx 0.5 \dots 2.5$ , was die Verhinderung der Scheibenbildung plausibel macht.

Bedeutung, weil sie dort zu einer deutlichen Reduktion der effektiven Schwerebeschleunigung führen kann (vgl. Kap. 4.2.3, S. 49 bzw. Kap. 4.3.4, S. 70).

Entsprechend Tab. 7.3 behandeln wir die Modelle MIV (Gravity Darkening für  $g_r^{\text{lines}}$ ,  $g_\Theta^{\text{lines}} = g_\Phi^{\text{lines}} \equiv 0$ , 1-D Thomsonstreuung nach Gl. (4.48)), MV (MIV mit  $g_\Theta^{\text{lines}}$ ,  $g_\Phi^{\text{lines}}$ ) und MVI (MV mit 2-D Thomsonstreuung gemäß Gl. (4.96)).

Die Berechnung der Linienstrahlungsbeschleunigung erfolgt ausgehend von Gl. (4.44) ( $\tau_{\text{max}} \rightarrow \infty$ ) mit globalen  $k_{\text{CAK}}$ ,  $\alpha$ ,  $\delta$  und der stellaren Intensität  $I^c = \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}')) D(\vec{r}, \vec{n}') = (1/\pi) \sigma_B T_{\text{eff}}^4(\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}'))$  (Mitte-Rand-Verdunkelung vernachlässigt, Gl. (4.52)).  $T_{\text{eff}}(\Theta_*)$  ist durch Gl. (4.87) gegeben. Die rein radiale Thomson-Beschleunigung  $\vec{g}^{\text{cont}} = g_{r,1-D}^{\text{cont}} \vec{e}_r$  folgt aus Gl. (4.48), und ihre allgemeine 2-D Formulierung aus Gl. (4.96). Um die alleinige Rolle des Gravity Darkening-Effektes zu verstehen, zeigt Abb. 7.14 die Dichteschichtung und das polare Geschwindigkeitsfeld des B2-Sternwindes (B2-MS,MIV), bei dem die nichtradialen Komponenten  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$  gleich Null gesetzt worden sind. Nur  $g_r^{\text{lines}}$  wird in der oben beschriebenen Weise durch Integration über  $\Omega_c$  bestimmt. Die Thomson-Beschleunigung spielt bei dem betrachteten Objekt keine Rolle.

Die wichtigsten numerischen Daten dieses und weiterer Modelle sind in Tab. 7.6 aufgeführt. Bezüglich der Dichteschichtung stellen wir fest, daß im Vergleich zum reinen WCD-Modell (Abb. 7.1) die Kompression des Windmaterials zur Äquatorebene weit weniger ausgeprägt ist und sich dort eine deutlich schwächere Scheibe bildet, deren laterale Begrenzung durch eine Schockfront gegeben ist. Auch zeigt sich keine Akkretion von Scheibenmaterial auf den Stern (d.h.  $v_r > 0$ ,  $\forall(\Theta, r)$ ). Das Verhältnis  $\rho_{\text{eq}}/\rho_p$  nimmt mit  $r$  zu, was im wesentlichen durch die Windkompression bedingt ist. Die Windendgeschwindigkeiten verhalten sich sehr ähnlich wie im Kompressionsmodell und lassen sich anhand des mit der Rotation verbundenen Absinkens von  $v_{\text{esc}}(\Theta)$  mit zunehmendem  $\Theta$  verstehen (vgl. die Skalierungsrelationen Gl. (5.11, 5.13) bzw. Abb. 5.2).

Das Verhalten der Strömung erklärt sich durch die *Abnahme* des Strahlungsflusses an der Sternoberfläche von Pol zu Äquator. Gemäß der 1-D Skalierungsrelation Gl. (5.9) impliziert dies ein Absinken des lokalen Massenverlustes  $\dot{M}(\Theta)$  bei steigendem  $\Theta$ . Aufgrund dessen ist die Dichte des Windmaterials am Äquator noch klein genug, daß die Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_r^{\text{lines}} \sim \rho^{-\alpha+\delta}$  die Strömung gegen das Gravitationsfeld aufrecht erhalten kann. Abb. 7.15 zeigt für verschiedene Windmodelle den Vergleich der Verhältnisse  $\dot{M}(\Theta, R_*)/\dot{M}(0^\circ, R_p)$  bzw.  $v_\infty(\Theta)/v_\infty(0^\circ)$ , die sich aus der numerischen Simulation ergeben, mit denjenigen, die aus den entsprechenden 1-D Skalierungsrelationen Gl. (5.9, 5.8, 5.11) folgen. Abgesehen von numerischen Schwankungen (die sich vor allem für den B-Sternwind nie ganz vermeiden lassen), folgen die numerischen Ergebnisse für  $\dot{M}$  der theoretischen Kurve zumindest bis zu mittleren  $\Theta$  in befriedigender Übereinstimmung und bestätigen den generellen Trend. Im Gegensatz zur Windendgeschwindigkeit stellt sich die Massenverlustrate in Sternnähe ein und ist deshalb nicht so stark von der polaren Umverteilung des Windmaterials beeinflusst wie  $v_\infty$  (Abb. 7.15 (unten)). Trotzdem folgen auch die numerischen Werte von  $v_\infty(\Theta)/v_\infty(0^\circ)$  tendenziell der analytischen Näherung.

Addieren wir nun zum Gravity Darkening die nichtradialen Komponenten  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$ , so folgen für das B2-Sternwindmodell (B2-MS, MV) die in Abb. 7.16 dargestellten Verläufe von Dichteschichtung und Geschwindigkeitsfeld. Im Vergleich zum vorhergehenden Modell IV (Abb. 7.14, links), bei dem  $g_\Theta^{\text{lines}} = g_\Phi^{\text{lines}} \equiv 0$  angenommen wurde, ergibt sich nun eine *über den*

| Modell        | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(2R_p)$ | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(4R_p)$ | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(8R_p)$ | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(1R_*)$ | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(2R_*)$ | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(4R_*)$ | $\frac{\rho_p}{\rho_{eq}}(8R_*)$ |
|---------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| B2-MS (MIV)   | 4.25                             | 5.89                             | 6.41                             | 0.32*                            | 2.78                             | 4.21                             | 4.21                             |
| B2-MS (MV)    | 0.55                             | 0.38                             | 0.50*                            | 1.50                             | 0.33                             | 0.27                             | 0.24                             |
| O4 (MV, 250)  | 0.70                             | 0.57                             | 0.67*                            | 1.20                             | 0.49                             | 0.43                             | 0.52*                            |
| O4 (MVI, 250) | 0.35                             | 0.28                             | 0.27                             | 0.61                             | 0.24                             | 0.21                             | 0.20                             |

| Modell        | $\dot{M}_{total}$   | $\dot{M}(0^\circ, R_*)$ | $\dot{M}(45^\circ, R_*)$ | $\dot{M}(90^\circ, R_*)$ | $\dot{M}(0^\circ, 1.5 R_p)$ | $\dot{M}(45^\circ, 1.5 R_p)$ | $\dot{M}(90^\circ, 1.5 R_p)$ |
|---------------|---------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| B2-MS (MIV)   | $9.9 \cdot 10^{-4}$ | $9.35 \cdot 10^{-4}$    | $7.52 \cdot 10^{-4}$     | $5.9 \cdot 10^{-4}$      | $6.49 \cdot 10^{-4}$        | $6.31 \cdot 10^{-4}$         | $3.98 \cdot 10^{-4}$         |
| B2-MS (MV)    | $4.5 \cdot 10^{-4}$ | $7.41 \cdot 10^{-4}$    | $5.71 \cdot 10^{-4}$     | $3.05 \cdot 10^{-4}$     | $7.25 \cdot 10^{-4}$        | $5.88 \cdot 10^{-4}$         | $1.79 \cdot 10^{-4}$         |
| O4 (MV, 250)  | 5.40                | 7.74                    | 6.34                     | 5.47                     | 8.01                        | 6.65                         | 4.90                         |
| O4 (MVI, 250) | 5.54                | 7.14                    | 5.60                     | 4.74                     | 9.09                        | 6.31                         | 3.75                         |

| Modell        | min / max( $v_\Theta$ ) | $v_r(0^\circ, r_{max})$ | $v_r(45^\circ, r_{max})$ | $v_r(90^\circ, r_{max})$ |
|---------------|-------------------------|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| B2-MS (MIV)   | 60.4                    | 1415                    | 1033                     | 485                      |
| B2-MS (MV)    | -66.6                   | 1148                    | 682                      | 306                      |
| O4 (MV, 250)  | -41.3                   | 1669                    | 1517                     | 1345                     |
| O4 (MVI, 250) | -66.3                   | 1653                    | 1734                     | 2079                     |

Tabelle 7.6: Numerische Resultate der Simulationen für Windmodelle, bei denen das Gravity Darkening mitberücksichtigt ist. Notation identisch zu derjenigen in Tab. 7.4; Massenverlustraten in  $10^{-6} M_\odot \text{yr}^{-1}$ , Geschwindigkeiten in  $\text{km s}^{-1}$ .

Modell MIV (Gravity Darkening mit Windkompression) zeigt eine Zunahme der Dichte von Pol zu Äquator, wobei  $\rho_p/\rho_{eq}$  mit wachsender Entfernung vom Stern zunimmt. Die Polargeschwindigkeit  $v_\Theta$  ist positiv.

Die anderen Modelle (MV, MVI), bei denen  $g_\Theta^{\text{lines}}$  und  $g_\Phi^{\text{lines}}$  mitberücksichtigt sind, zeigen ein gegenteiliges Verhalten:  $v_\Theta$  ist negativ, und das Windmaterial über den Polen konzentriert.

Daten, die durch kleinskalige Irritationen der Strömung etwas verfälscht sind, sind durch \* gekennzeichnet.

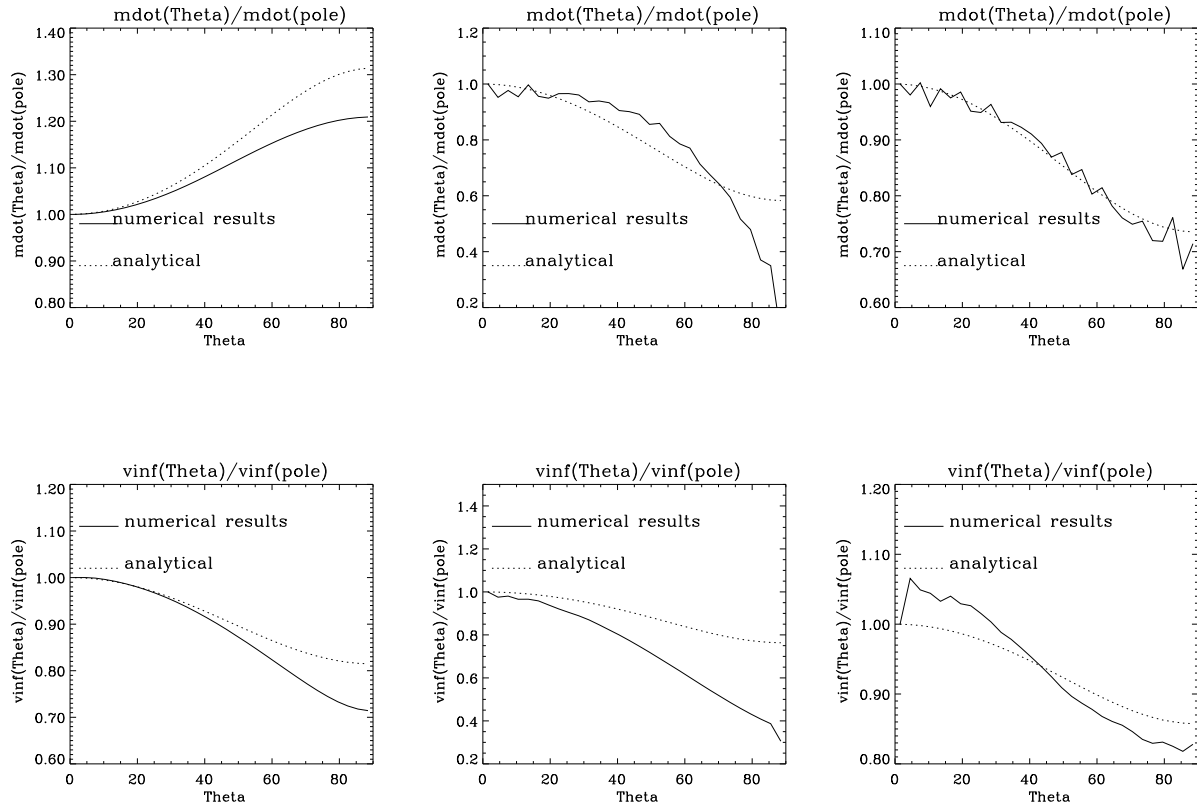


Abbildung 7.15: Vergleich numerischer Resultate mit den Vorhersagen aus 1-D Skalierungsrelationen.

Links: O-Überriese (O4, MII) (Windkompression); Mitte: B2-Hauptreihenstern (B2-MS, MIV) (Gravity Darkening + Pseudokräfte); rechts: O-Überriese (O4, MV) (MIV + nichtradiale Liniene Kräfte, 1-D Kontinuum).

Oben:  $\dot{M}(\Theta, R_*(\Theta))/\dot{M}(0^\circ, R_p)$ , unten:  $v_\infty(\Theta)/v_\infty(0^\circ)$ .

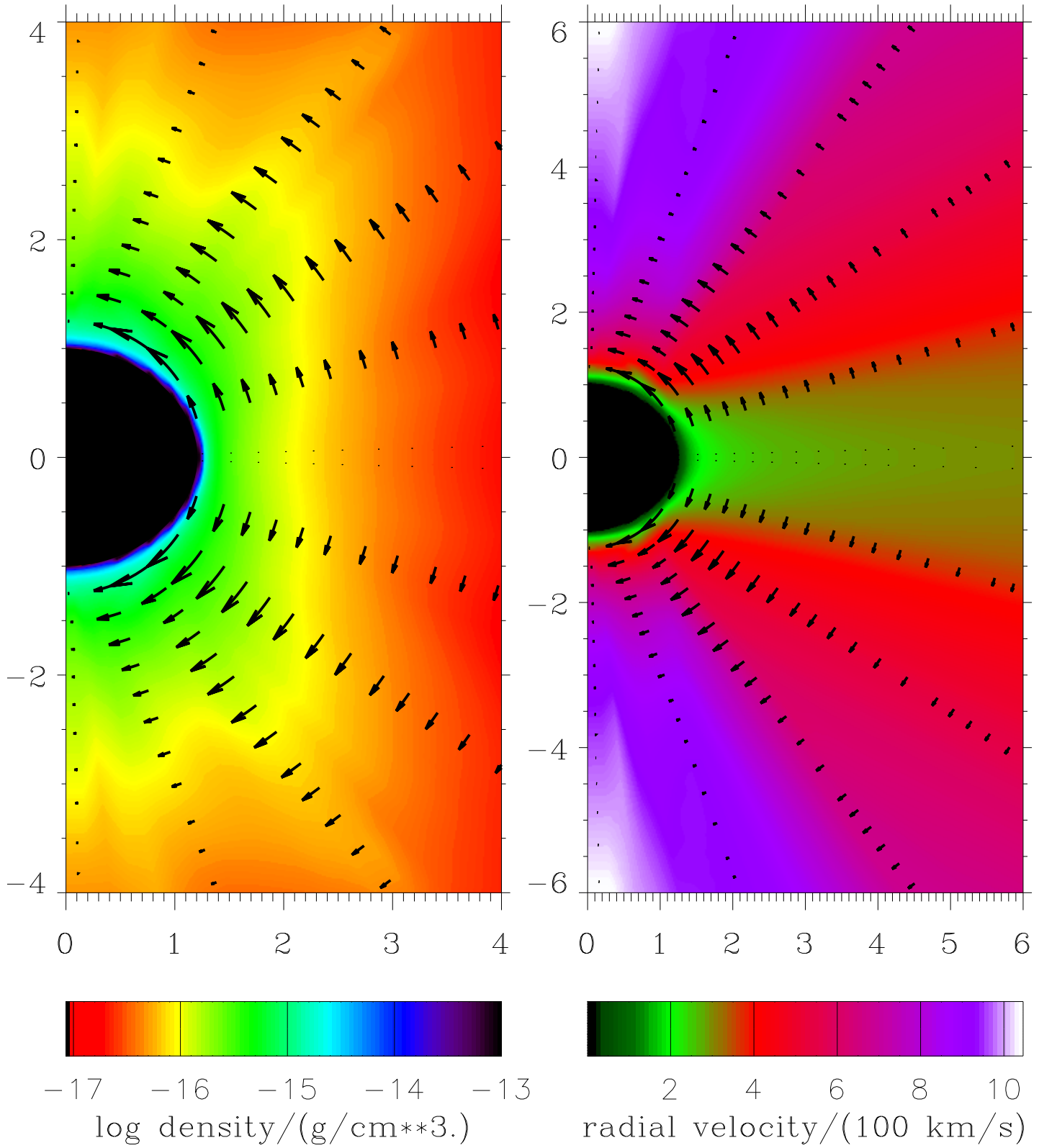


Abbildung 7.16: Dichte und radiales Geschwindigkeitsfeld des Windmodelles (B2-MS, MV) (nichtradiales Linienstrahlungsbeschleunigung und Gravity Darkening). Die Pfeile zeigen die Polargeschwindigkeiten mit einem minimalen Wert  $v_{\Theta, \min} = -70 \text{ km s}^{-1}$ .

*Polen konzentrierte Dichteverteilung.* Die Werte für  $v_\Theta$  sind etwas größer ( $v_{\Theta,\min} \gtrsim -70 \text{ km s}^{-1}$ ) als diejenigen für den Wind mit gleichförmig strahlender Sternoberfläche in Abb. 7.9.

Diese relative Bremsung der polwärts gerichteten Strömung resultiert aus der *winkelabhängigen* Bestrahlung des Windmaterials. Aufgrund der  $T_{\text{eff}}^4(\Theta_*)$ -Abhängigkeit von  $I^c(\vec{r}, \vec{n}')$  werden bei der Integration über alle  $\vec{n}' \in \Omega_c$  die „polaren“ ( $\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}') \approx 0^\circ$ ) stärker als die „äquaturnahen“ ( $\Theta_*(\vec{r}, \vec{n}') \approx 90^\circ$ ) Beiträge gewichtet. Dazu betrachte man Abb. 4.6 und Gl. (4.61):  $g_\Theta^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_I) \sim I^c(\vec{n}_I)$  gewinnt gegenüber der korrespondierenden und wegen des stärkeren Richtungsgradienten längs  $\vec{n}_{II}$  an sich größeren Komponente  $g_\Theta^{\text{lines}}(\vec{r}, \vec{n}_{II}) \sim I^c(\vec{n}_{II})$  an Bedeutung, da  $I^c(\vec{n}_I) > I^c(\vec{n}_{II})$  gilt. In der Summe ergibt sich eine zwar immer noch polwärts gerichtete, aber im Vergleich zum Wind mit gleichförmiger Bestrahlung betragsmäßig kleinere Beschleunigung  $g_\Theta^{\text{lines}}$ .

Die Windendgeschwindigkeiten über dem Pol sind im Vergleich zu Windmodell (B2,MIV) (Gravity Darkening,  $g_\Theta^{\text{lines}} = g_\Phi^{\text{lines}} \equiv 0$ ) aufgrund der dort nun höheren Dichte etwas kleiner.

## 2-D Thomson-Beschleunigung im Wind

Abb. 7.17 zeigt die Dichtestruktur für einen Wind, der zum einen mit einem rein sphärisch-symmetrischen Thomson-Korrekturterm ( $g_r^{\text{cont}} = -\Gamma \cdot g_r^{\text{grav}}$ ,  $g_\Theta^{\text{cont}} \equiv 0$ ) (links) und zum anderen mit der 2-D Thomsonbeschleunigung ( $g_\Theta^{\text{cont}}, g_r^{\text{cont}}$ ) gemäß Gl. (4.96) (rechts) simuliert worden ist. Der Unterschied zwischen den beiden Winden ist nicht zu übersehen: Bei Berücksichtigung des 2-D Kontinuums ist im Vergleich zu dem Modell mit 1-D Thomsonkorrektur die ohnehin schon prolata Struktur noch ausgeprägter. Auch das polare Verhalten des radialen Geschwindigkeitsfeldes (insbesondere die Windendgeschwindigkeit  $v_\infty$  als Funktion von  $\Theta$ ) ändert sich. Beim ersten Modell ist der Wind über den Polen schneller als in der Äquatorebene und beim zweiten langsamer!

Dies hat zwei Gründe: Erstens sorgt der im sternnahen und mittleren Windbereich *polwärts* gerichtete Term  $g_\Theta^{\text{cont}}$  für eine zusätzliche Ablenkung des Windmaterials in Richtung der Pole (vgl. Abb. 4.12). Zweitens ist aufgrund des Gravity Darkening die radiale Thomson-Beschleunigung *im Wind* über dem Pol merklich größer als in der Äquatorebene (vgl. Abb. 4.11).<sup>13</sup> Dadurch nimmt die effektive Gravitationsbeschleunigung im Wind über dem Pol (Äquator) ab (zu), was im Vergleich zum Modell mit 1-D Thomsonstreuung mit  $v_{\text{esc}}(\Theta = 0^\circ) = 723 \text{ km s}^{-1}$  (vgl. Tab. 7.1) und  $v_{\text{esc}}(\Theta = 90^\circ) = 580 \text{ km s}^{-1}$  (vgl. Tab. 7.2) zu einer geringeren (höheren) lokalen Entweichgeschwindigkeit  $v_{\text{esc}}(\Theta = 0^\circ) = [GM_*(1 - \Gamma\eta_r^c(0^\circ, R_p))/R_p]^{1/2} = 656 \text{ km s}^{-1}$  ( $v_{\text{esc}}(\Theta = 90^\circ) = 621 \text{ km s}^{-1}$ ) und höheren (niedrigeren) Massenverlustraten  $\dot{M}(\Theta = 0^\circ)$  ( $\dot{M}(\Theta = 90^\circ)$ ) führt (vgl. die Definition von  $\tilde{\eta}^c$  durch Gl. (4.95)).

Da sich die Massenverlustrate in unmittelbarer Sternnähe einstellt, ist sie weniger von der polaren Umverteilung des Windmaterials abhängig als die Windendgeschwindigkeit (vgl. Abb. 7.15). Letztere wird zusätzlich durch die Linienstrahlungsbeschleunigung, die von Dichte und Geschwindigkeitsfeld abhängt, längs eines radialen Strahls durchgehend in einer von der 1-D Formulierung verschiedenen Weise beeinflusst.

$v_\infty$  sollte entsprechend der 1-D Relation Gl. (5.2) bei konstantem  $\alpha$ ,  $\delta$  linear mit  $v_{\text{esc}}$  skalieren. Der polarwinkelabhängige Verlauf der Thomson-Streuung (ausgedrückt durch  $\eta_r^c(\Theta, r)$ ,

<sup>13</sup>Nur für die Berechnung der Sternoberfläche hatten wir ein 1-D Kontinuum ( $\eta_r^c \equiv 1, \eta_\Theta^c \equiv 0, \forall(\Theta, r)$ ) angenommen; vgl. die Diskussion in Kap. 4.3.2, S. 67.

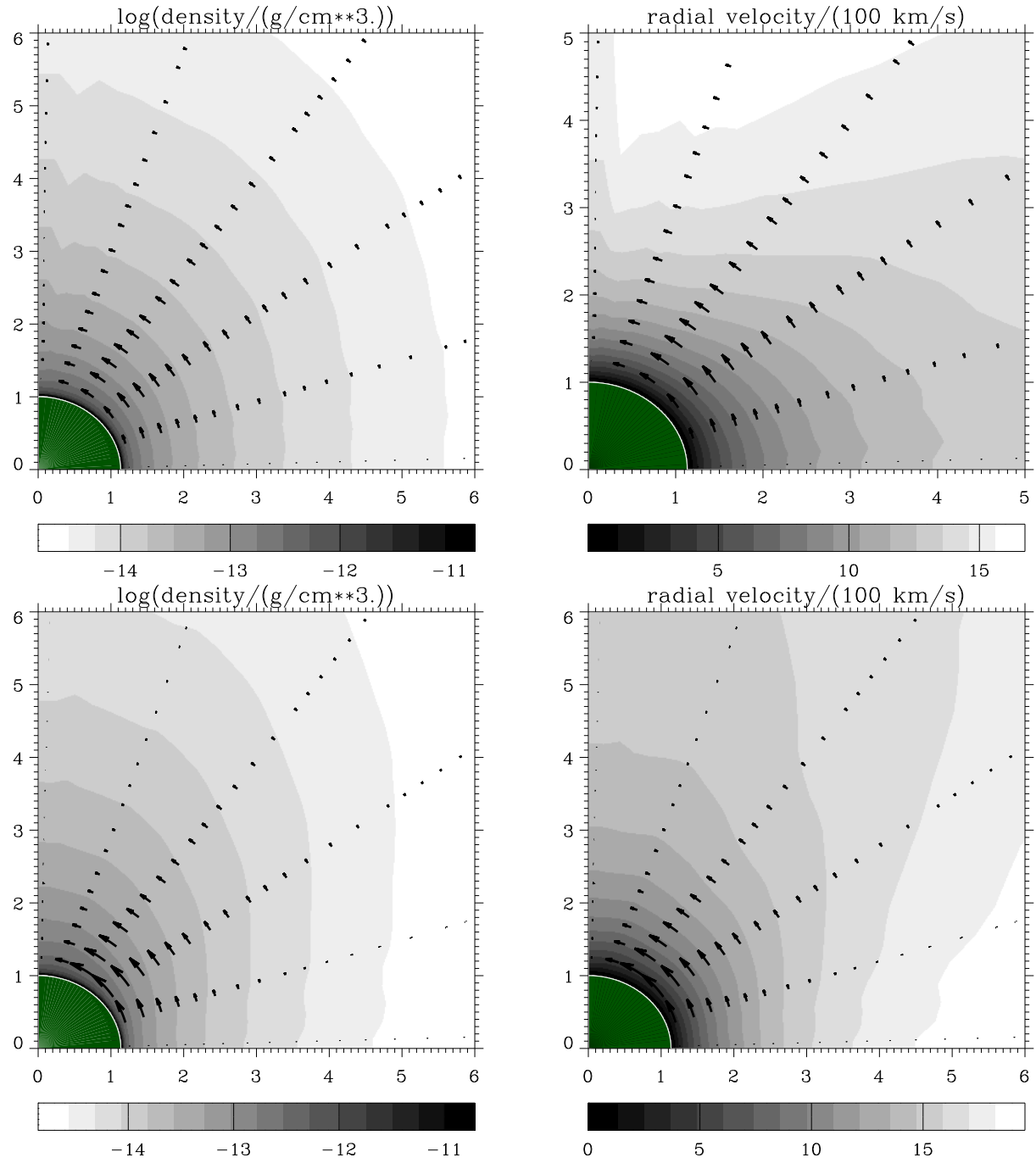


Abbildung 7.17: Windmodelle (O4,MV, 250) (Gravity Darkening nur für  $\vec{g}^{\text{lines}}$ , oben) und (O4,MVI, 250) (Gravity Darkening für  $\vec{g}^{\text{lines}}$  und  $\vec{g}^{\text{cont}}$ , unten). Links: Dichte; rechts: Radialgeschwindigkeit. Die Pfeile zeigen die Polargeschwindigkeiten mit  $v_{\odot, \text{min}} = -41 \text{ km s}^{-1}$  (O4,MV, 250) bzw.  $-66 \text{ km s}^{-1}$  (O4,MVI, 250).



Gl. (4.98)) steuert der rotationsabhängigen, mit  $\Theta$  zunehmenden Verringerung von  $v_{\text{esc}}$  (und damit über Gl. (5.11) bzw. (5.13) von  $v_{\infty}$ ) zwar merklich entgegen, führt letztendlich aber doch nicht zu einer höheren Endgeschwindigkeit in der Äquatorebene.  $v_{\text{esc}}(\Theta)$  ist nach wie vor am größten über dem Pol und nimmt mit  $\Theta$  ab, wobei die Differenz nur noch marginal ist. Daß nun das Windmaterial dennoch eine größere Endgeschwindigkeit in der Äquatorebene als über den Polen erreicht, liegt an der *Dichteabhängigkeit der Linienstrahlungsbeschleunigung*  $g^{\text{lines}} \sim \rho^{-\alpha'}$ . Aufgrund des erhöhten Massenverlustes über dem Pol sinkt das Verhältnis  $g^{\text{lines}}(\Theta = 0^\circ)/g^{\text{lines}}(\Theta = 90^\circ)$  im Vergleich zum Modell mit 1-D Kontinuum, wie Abb. 7.18 (oben) zeigt. Allerdings ist an dieser Stelle die Frage zu stellen, weshalb das Material überhaupt polwärts abgelenkt wird, obwohl die Endgeschwindigkeiten einen (global gesehen) *positiven* polaren Geschwindigkeitsgradienten  $\partial v_r/\partial\Theta > 0$  vermuten lassen. Um dieses Verhalten zu verstehen, zeigt Abb. 7.18 (unten) für beide O-Sternwind-Modelle die Größe  $\partial v_r/\partial\Theta$ . Berücksichtigt man ein 2-D Kontinuum, so ist  $\partial v_r/\partial\Theta$  in der Tat in den meisten Bereichen des Windes größer als Null (Abb. 7.18, unten rechts), was gemäß Gl. (4.59) einer positiven polaren Linienstrahlungsbeschleunigung entspricht. Demzufolge erfährt  $v_\Theta$  mit zunehmendem  $r$  eine deutliche Verkleinerung (vgl. die sich mit  $r$  ändernden Länge der Pfeile in Abb. 7.17, links unten). Im für die Dynamik entscheidenden sternnahen Bereich ist  $\partial v_r/\partial\Theta$  aber negativ, und das Material erfährt eine polwärts gerichtete Beschleunigung  $g_\Theta^{\text{lines}} < 0$ , die der Scheinbeschleunigung entgegenwirkt.

Vollkommen eindeutig stellt sich die Situation für das Modell mit 1-D Kontinuum dar, für das  $\partial v_r/\partial\Theta$  fast im gesamten Windbereich negativ ist.

## 7.5 Zusammenfassung

Unsere numerischen Untersuchungen über den Einfluß der Rotation auf die zweidimensionale Windstruktur unter Annahme *globaler* force multiplier-Parameter liefern folgende Ergebnisse:

Die Wirksamkeit des Windkompressionsmechanismus wird bestätigt, berücksichtigt man neben der Gravitations- und Scheinbeschleunigungen zusätzlich eine rein radiale Linienstrahlungsbeschleunigung.

Für den Fall eines mit  $v_{\text{rot}} = 350 \text{ km s}^{-1}$  rotierenden B2-Hauptreihensternes ergibt sich in der Tat eine windkomprimierte Scheibe in der Äquatorebene (mit Dichtekontrasten  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}} \approx 50 \dots 100$  und einem Öffnungswinkel von maximal  $\sim 3^\circ.5$ ), bei der sich im Gegensatz zum semi-analytischen BC-Modell eine hoch supersonische Akkretion des inneren Scheibenmaterials auf die Sternoberfläche einstellt ( $v_r \gtrsim 18 v_{\text{sound}}$ ). Damit bestätigen wir im Prinzip die Resultate von OCB, stellen aber fest, daß sie keine stationären Lösungen des Problems darstellen, sondern als Momentaufnahme des zweidimensionalen Windes nach Ablauf der charakteristischen Windlaufzeit von  $5 \cdot 10^4 \text{ s}$  (ca. 14 Stunden) zu verstehen sind. Der *stationäre* Zustand stellt sich erst nach mehr als der zehnfachen Laufzeit ein, und der Stagnationspunkt liegt in der noch stärker ausgeprägten Scheibe bei  $R_{\text{stag}} \approx 4R_{\text{p}}$  (anstatt bei  $2R_{\text{p}}$ ). Die Windendgeschwindigkeiten variieren von  $v_{\infty}(0^\circ) \approx 1300 \text{ km s}^{-1}$  bis  $v_{\infty}(90^\circ) \approx 220 \text{ km s}^{-1}$ .

Die Winde von schneller expandierenden O-Überriesen zeigen eine weit schwächere Kompression des Materials um die Äquatorebene herum ( $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}} \approx 2 \dots 8$ ), und die Endgeschwindigkeiten besitzen Werte von  $v_{\infty}(0^\circ) \approx 2400 \text{ km s}^{-1}$  und (je nach Rotationsrate und Modell)

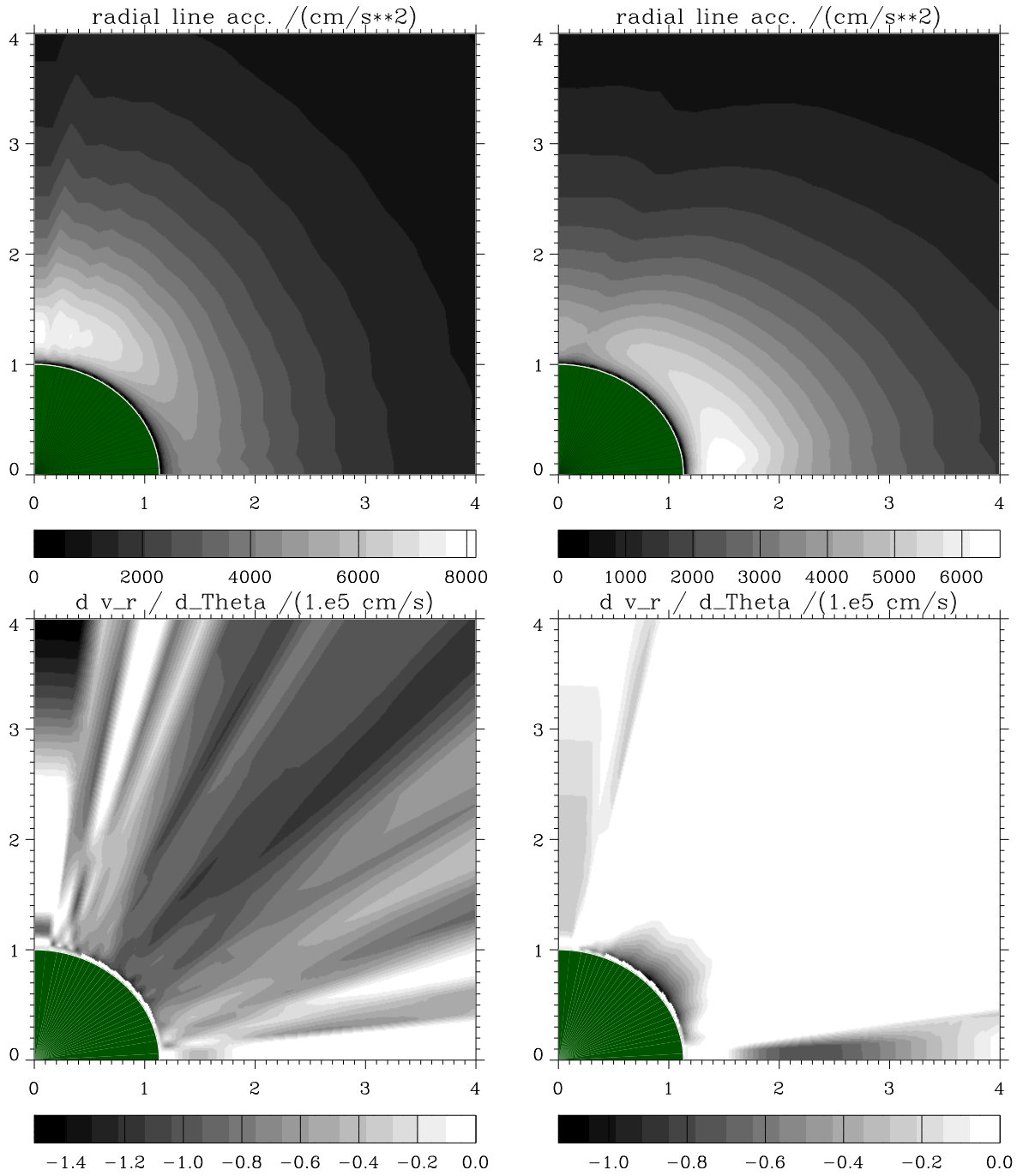


Abbildung 7.18: Oben: Radiale Linienstrahlungsbeschleunigung  $g_r^{\text{lines}}$  für das Modell (O4,MV) (1-D Thomson-Korrektur; links) bzw. (O4,MVI) (2-D Thomson-Korrektur; rechts). Unten:  $\partial v_r / \partial \Theta$  für Modell (O4,MV) (links) bzw. (O4,MVI) (rechts).

$v_\infty(90^\circ) \approx 1650 \dots 850 \text{ km s}^{-1}$ .

Die in den numerischen Simulationen festgestellten Dichtekontraste zwischen dem Wind über dem Pol bzw. in der Äquatorebene und Größenordnungen der einzelnen Komponenten des Geschwindigkeitsfeldes zeigen eine gute Übereinstimmung mit den aus dem semianalytischen Modell (Kap. 4.1) gewonnenen Werten.

Das Beispiel der windkomprimierten Scheibe im Fall des B2-Hauptreihensternes verdeutlicht auch die Grenzen der Gültigkeit unseres isothermen Modelles. Weitergehende Untersuchungen sollten die energetischen Verhältnisse vor allem in der Schockzone, an dem das zurückstürzende Material auf die Photosphäre trifft, durch simultane Lösung der Energie- mit den Bewegungsgleichungen korrekt mitberücksichtigen.

Die nichtradialen Komponenten der Linienstrahlungsbeschleunigung haben zwei Effekte: Zum einen verhindert die polwärts gerichtete Komponente  $g_\Theta^{\text{lines}} \sim \partial v_r / \partial \Theta < 0$  die Bildung einer Scheibe und lenkt das am Sternrand zum Äquator hin konzentrierte Windmaterial zu niedrigeren Co-Breiten ab, wobei  $v_\Theta$  sowohl bei Hauptreihensternen wie bei O-Überriesen Werte von minimal  $-80 \dots -100 \text{ km s}^{-1}$  erreicht. Dadurch ergibt sich im Fall des B2-Hauptreihensternes eine bis zu mittleren Co-Breiten nahezu sphärische Windstruktur, wobei die Polregionen noch ausgedünnt sind. Die Dichtekontraste  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}}$  betragen etwa  $2 \dots 8$ , und die Endgeschwindigkeiten liegen bei  $v_\infty(0^\circ) \approx 1300(2100)$  und  $v_\infty(90^\circ) \approx 350(1700) \text{ km s}^{-1}$  für den B-(O-)Sternwind. Die Dichteverteilung des betrachteten O-Überriesenwindes ist bei  $v_{\text{rot}} = 250 \text{ km s}^{-1}$  nahezu sphärisch-symmetrisch.

Da fast überall im Wind  $\partial v_\Phi / \partial r < v_\Phi / r$  gilt, ist die azimutale Komponente  $g_\Phi^{\text{lines}}$  negativ, und die Rotationsgeschwindigkeit des Windes in der Äquatorebene (d.h. dort, wo die Maximaleffekte auftreten) wird im Vergleich zum Drehimpulserhaltungsgesetz um bis zu  $100 \text{ km s}^{-1}$  gesenkt.

Das stellare Gravity Darkening bewirkt aufgrund des größeren (kleineren) Strahlungsflusses an den Polen (am Äquator) dort einen Massenverlust, der höher (geringer) ist als derjenige eines gleichförmig strahlenden Sterns.

Betrachtet man den alleinigen Effekt des Gravity Darkening (unter Mitberücksichtigung der Pseudobeschleunigungen), so macht sich im Fall des extremen B2-Hauptreihensternes der Windkompressionsmechanismus zwar noch deutlich bemerkbar. Allerdings bildet sich wegen des von Pol zu Äquator kontinuierlich abnehmenden Strahlungsflusses nur eine schwache Scheibe in der Äquatorebene, die überall radial nach außen expandiert, wobei die Dichtekontraste  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}}$  etwa  $3 \dots 5$  und  $v_\infty(0^\circ) \approx 1400 \text{ km s}^{-1}$ , bzw.  $v_\infty(90^\circ) \approx 500 \text{ km s}^{-1}$  betragen.

Addiert man zu diesem Effekt die nichtradialen Linienstrahlungskräfte, so bildet sich eine *prolate* Windstruktur mit Dichtekontrasten  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}}$  von etwa  $0.2 \dots 0.5$  aus.

Bei O-Überriesen besitzt das Gravity Darkening über die Thomson-Streuung einen zusätzlichen Einfluß auf die Windstruktur, da diese Größe am Pol (am Äquator) im Vergleich zu einem Stern mit gleichförmig strahlender Oberfläche zunimmt (abnimmt). Dieses Verhalten verursacht eine noch stärkere Konzentration des Windmaterials über den Polen, mit  $\rho_{\text{eq}}/\rho_{\text{p}} \approx 0.2$ . Im Vergleich dazu beträgt dieses Verhältnis bei einer 1-D Thomsonstreuung  $\sim 0.5$ .

Die interessanteste Konsequenz betrifft die Windendgeschwindigkeit. Betragen bei einem 1-D Kontinuum  $v_\infty(0^\circ) \approx 1650 \text{ km s}^{-1}$  und  $v_\infty(90^\circ) \approx 1350 \text{ km s}^{-1}$ , so kehrt sich dieses Verhältnis bei einer 2-D Thomsonstreuung um, und es ergeben sich Werte von  $v_\infty(0^\circ) \approx 1650 \text{ km s}^{-1}$  und  $v_\infty(90^\circ) \approx 2100 \text{ km s}^{-1}$ . Der Grund dafür liegt in der Dichteabhängigkeit von  $g_r^{\text{lines}}$  in Kombi-

nation mit der Ablenkung des Windmaterials hin zu den Polen.

Vergleicht man den möglichen Einfluß der Rotation auf die oberflächenintegrierte Massenverlustrate  $\dot{M}_{2-D}$  im Vergleich zu derjenigen im 1-D Fall ( $v_{\text{rot}} = 0$ ), so ergibt sich für alle möglichen Modelle eine maximale Zunahme von  $\dot{M}$  um einen Faktor 2.0...2.5. Das Verhältnis der Windendgeschwindigkeiten  $v_{\infty}(0^{\circ})/v_{\infty}(90^{\circ})$  beträgt im O-Überriesen-Bereich  $\lesssim 2$  und bei B-Hauptreihensternen  $\lesssim 5 \dots 6$ . Die Maximaleffekte erfordern allerdings Rotationsraten von  $v_{\text{rot}} \approx 0.7 \dots 0.8 v_{\text{crit},2-D}$ .

Wir bestätigen somit im Prinzip die von Owocki et al. für den exemplarischen B2-Sternwind publizierten Resultate. Allerdings gelingen mit unserem unabhängig entwickelten Code hydrodynamische Simulationen in deutlich verbesserter numerischer Stabilität und Qualität. Insbesondere sind die ungestörten Strömungsverläufe (abgesehen von dem numerisch problematischen B2-Hauptreihen-Sternwind) als starkes Indiz dafür zu erachten, daß im Rahmen unseres physikalischen Windmodelles hydrodynamische Instabilitäten (abgesehen von derjenigen der Linienstrahlungsbeschleunigung, vgl. Kap. 1.3.1, S. 7) keine nennenswerte Rolle spielen. (Allerdings muß davon das Modell der windkomprimierten Scheibe ausgenommen werden, da die hydrodynamische Beschreibung der supersonischen Akkretion von Scheibenmaterial sowohl bezüglich der räumlichen Auflösung als auch der energetischen Beschreibung sicherlich noch unzulänglich ist.)

