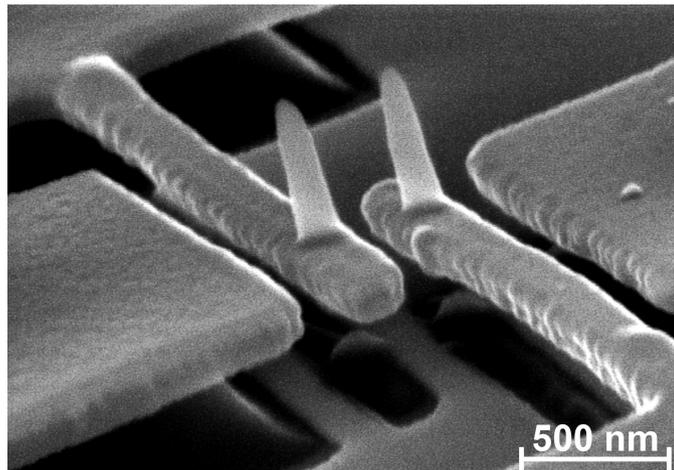

Nanoelektromechanische Siliziumaktuatoren und deren optische Charakterisierung

Christine Meyer



München 2004

Nanoelektromechanische Siliziumaktuatoren und deren optische Charakterisierung

Christine Meyer

Dissertation
an der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität
München

vorgelegt von
Christine Meyer
aus Walsrode

München, den 15. September 2004

Erstgutachter: Prof. Dr. K. Karraï

Zweitgutachter: Prof. Dr. J. O. Rädler

Tag der mündlichen Prüfung: 26. November 2004

Summary

Nanoelectromechanics is a growing field. Nevertheless, the static deflections of nanoelectromechanical systems are hardly investigated. Since these are required for most nanomechanical tools, e. g. nanotweezers, they are dealt with in the work presented. A new fabrication scheme to build fully freely suspended structures out of silicon-on-insulator wafers was developed to get nanostructures with a hole-aperture right beneath them. The expected deflections of the fabricated double cantilever system were calculated using elasticity theory. To measure the quasistatic deflections of these nanosystems under a bias voltage, a scanning confocal optical microscope was used in conjunction with demodulation of the reflected signal. This worked for freely suspended as well as fully freely suspended structures and the system was operated under ambient conditions. Using this technique, signals at the first, second, and third harmonic of the excitation frequency could be detected. These were correlated to the deflection in horizontal and vertical direction. The vertical deflection is a parasitic one due to the vicinity of the substrate, since the system was designed to show a horizontal deflection, only. The fully freely suspended structures, in contrast, do not show deflections resulting from forces towards the substrate. To distinguish between the two directions of motion as well as to get a better understanding of the interference-dominated scanning images of the structures having a substrate beneath, numerical simulations of the imaging were performed. These reproduce the images as well as the demodulated signals quite well. The sensitivity of the optical demodulation measurement was shown to be $6 \text{ pm} / \sqrt{Hz}$ (rms), a deflection of about 2 \AA could be proven. Using the same set-up in a non-scanning way, resonances of the deflected structures were identified. The fabrication as well as detection schemes are fundamental for the development of nanotweezers capable of repositioning nano-scaled objects. Additionally, some calculations concerning the melting that occurred to the contacted nanostructures under investigation by a scanning electron microscope are presented. The electroluminescence that one of the silicon nanostructures accidentally showed is interpreted in terms of the analogy to spark-processed silicon. In conclusion, scanning confocal optical microscopy is shown to be a highly sensitive as well as non-destructive technique to investigate quasistatic deflections of nanoelectromechanical systems in the angstrom range.

Zusammenfassung

Die Nanoelektromechanik ist ein wachsendes Arbeitsfeld. Trotzdem wurde der statischen Auslenkung solcher nanoelektromechanischer Systeme bisher wenig Aufmerksamkeit geschenkt. Da statische Auslenkungen insbesondere die Voraussetzung für die meisten nanomechanischen Werkzeuge, wie z. B. Nanopinzetten, sind, werden sie in dieser Arbeit untersucht. Ein neuartiges Präparationsverfahren zur Herstellung völlig freitragender Nanostrukturen aus Silizium-Oxid-Silizium (SOI)-Heterostrukturen wurde entwickelt, so dass im Bereich direkt unterhalb der Nanostrukturen ein Loch im Substrat entsteht. Mit Hilfe von Elastizitätstheorie wurden die theoretisch erwarteten Auslenkungen der hergestellten Doppelbalkenstrukturen berechnet. Zur quasistatischen Messung der Auslenkungen infolge einer Spannung zwischen zwei Balken wurde ein konfokal optisches Rastermikroskop in Kombination mit der Demodulation des reflektierten Signals verwendet. Mit diesem, bei Raumtemperatur und -druck durchgeführten Verfahren konnten für freitragende Strukturen mit Substrat sowie auch für völlig freitragende Strukturen gute Ergebnisse erzielt werden. Insbesondere wurden Signale auf der ersten, zweiten und dritten Harmonischen des Anregungssignals detektiert, die mit der horizontalen und vertikalen Bewegung der Strukturen in Verbindung gebracht wurden. Die vertikale Bewegung folgt aus der Nähe des Substrats zur Nanostruktur, so dass sich die erwünschte rein horizontale Bewegung unter dieser Voraussetzung nicht erreichen ließ. Allein die völlig freitragenden Strukturen erfahren keine Bewegung zum Substrat. Um einerseits die zwei Bewegungsrichtungen unterscheiden zu können sowie andererseits die von Interferenzen dominierte Abbildung der Strukturen mit Substrat besser zu verstehen, wurden numerische Simulationen der Abbildung durchgeführt, die die Bilder sowie auch die Demodulationssignale gut reproduzieren. Die Empfindlichkeit der demodulierten optischen Messung wurde zu $6 \text{ pm} / \sqrt{Hz}$ (rms) abgeschätzt, eine Auslenkung von etwa 2 \AA wurde nachgewiesen. Durch die Verwendung des gleichen Aufbaus, jedoch ohne eine Rasterabbildung, konnten Resonanzen der Nanostrukturen bestimmt werden. Die vorgestellte Präparation und Detektion bilden die Grundlage für die Entwicklung einer Nanopinzette zur Repositionierung nanoskaliger Objekte. Weiterhin wurden Berechnungen zum beobachteten Schmelzen kontaktierter Strukturen im Raster-Elektronenmikroskop durchgeführt. Die Elektrolumineszenz, die eine der Strukturen zufällig zeigte, wurde im Rahmen der Theorien zu Funkenprozessiertem Silizium interpretiert. Zusammenfassend wird die konfokal optische Rastermikroskopie als zerstörungsfreie und sehr empfindliche Methode zur Untersuchung quasistatischer Auslenkungen von nanoelektromechanischen Systemen im Ångström-Bereich vorgestellt.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Theoretische Grundlagen	5
1.1 Grundlagen der Elastizitätstheorie	5
1.2 Konkrete Beispiele für statische Verbiegungen	7
1.2.1 Rand- und Stetigkeitsbedingungen	8
1.2.2 Gewichtskraft	8
1.2.3 Kapazitive Kraft	9
1.2.4 Kapazität der Balken	11
1.2.5 Punktkraft am freien Ende eines Balkens	13
1.2.6 Iterative Berechnung der stabilen Position	14
1.3 Federkonstanten	16
1.4 Dynamische Auslenkungen, Resonanzen	19
1.4.1 Ungetriebener Oszillator	19
1.4.2 Auslenkung durch thermische Energie	21
1.4.3 Gedämpfter harmonischer Oszillator, Güte	21
1.4.4 Gedämpfte Schwingung eines Balkens	22
1.4.5 Getriebener Oszillator	23
1.5 Schwingungen gekoppelter Balken	26
1.6 Stark gebogene Balken	27
1.7 Auslenkung durch eine oszillierende Spannung	28
1.7.1 Seitliche Bewegung zweier Balken aufeinander zu	29
1.7.2 Bewegung eines Balkens nach unten	30
2 Präparation	31
2.1 Freitragende Strukturen mit Substrat	32
2.1.1 Sägen und anschließendes Reinigen der Proben	34
2.1.2 Elektronenstrahl-Lithographie	34
2.1.3 Optische Lithographie	36
2.1.4 Reaktives Ionenätzen	39
2.1.5 Entfernen der Metall- und Lackschichten und Aufbringen von Kon- tactpads	40
2.1.6 Nasschemisches Unterätzen in Flusssäure	41

2.1.7	Trocknen unter Umgehung des kritischen Punkts	42
2.2	Abscheidung von Kohlenstoffspitzen (ebd)	42
2.3	Völlig freitragende Strukturen	49
2.3.1	Implantation und Ladungsträgeraktivierung	49
2.3.2	Abscheidung aus der Gasphase: LPCVD	49
2.3.3	Nasschemisches Ätzen von Silizium in KOH	51
2.3.4	Entfernen der Nitridmaske und des Oxids	54
2.3.5	Optische Lithographie mit Zweischichtlack	56
2.3.6	Weitere Präparationsschritte	57
3	Elektrolumineszenz	61
3.1	Präparation	61
3.2	Strom-Spannungs-Kurve	63
3.3	Spektrum	63
3.4	Diskussion	65
4	Messaufbau	67
4.1	Aufbau zur Aufnahme eines optischen Rasterbilds	67
4.2	Konfokale Mikroskopie	69
4.2.1	Realisierung durch Freistrahloptik	70
4.2.2	Realisierung durch Glasfaseroptik	71
4.3	Messelektronik	72
4.3.1	Messung der quasistatischen und höherfrequenten Auslenkung	74
4.3.2	Bestimmung von Resonanzen	74
5	Prinzip der numerischen Simulationen	77
5.1	Transfer-Matrix-Methode	77
5.2	Faltung der rücklaufenden Welle mit dem Fokusprofil	80
5.3	Mie-Streuung	80
5.3.1	Mögliche Näherungen	82
5.3.2	Anwendung auf völlig freitragende Strukturen	84
6	Messergebnisse, Simulation und Diskussion	87
6.1	Optische Abbildung der Nanostrukturen	87
6.1.1	Freitragende Strukturen mit Substrat	87
6.1.2	Völlig freitragende Strukturen	92
6.2	Nachweis einer quasistatischen Bewegung	96
6.2.1	Freitragende Strukturen mit Substrat	96
6.2.2	Eichung	98
6.2.3	Seitliche Bewegung der Balken aufeinander zu	100
6.2.4	Bewegung nach unten auf das Substrat zu	105
6.2.5	Völlig freitragende Strukturen	106
6.3	Resonanzen	109

7 Zusammenfassung und Ausblick	113
A Herleitung der Bewegungsgleichung für Balken	119
A.1 Grundlagen der Elastizitätstheorie	119
A.1.1 Der Verzerrungstensor S_{ik} (<i>strain tensor</i>)	119
A.1.2 Der Spannungstensor T_{ik} (<i>stress tensor</i>)	120
A.1.3 Beziehung zwischen Verzerrungs- und Spannungstensor	121
A.2 Gleichgewichtsbedingungen	122
A.2.1 Begriffe und Definitionen	123
A.2.2 Gleichgewichtsbedingung für schwach gebogene Stäbe	124
A.3 Lösung für ungetriebene Balken	129
B Anregung durch eine oszillierende Spannung	133
B.1 Seitliche Bewegung	133
B.1.1 Näherung nullter Ordnung	133
B.1.2 Näherung erster Ordnung	134
B.2 Bewegung nach unten	135
C Optische Transfer-Matrix-Methode	137
D Mie-Streuung an Kugeln	139
D.1 Lösungen der Wellengleichung	139
D.1.1 Kugelsymmetrische Lösungen der Wellengleichung	140
D.1.2 Lösung der vektoriellen Wellengleichung mit Hilfe der skalaren Lösung	140
D.2 Mie-Streuung an einer Kugel	141
D.2.1 Allgemeine Lösung	141
D.2.2 Betrachtung des Fernfelds	142
E Durchschmelzen der Nanostrukturen	145
E.1 Beobachtungen	145
E.2 Mögliche Ursachen und Erklärungen	147
E.2.1 Widerstand der Balken	147
E.2.2 Schmelzenergie	148
E.2.3 Thermisch abfließende Leistung	150
E.2.4 Erwärmung durch Stromfluss	151
E.2.5 Schmelzen im REM	152
E.2.6 Schmelzen durch Berührung	154
E.2.7 Durchschmelzen defekter Strukturen	154

Abbildungsverzeichnis

1	Völlig freitragende Struktur	3
1.1	Skizze der Balkenanordnung	6
1.2	Bezeichnungen der Längen und Abstände	7
1.3	Kapazität der Balkenanordnung mit <i>FEMLAB</i>	13
1.4	Auslenkung bei einer Spannung von 3 V	15
1.5	Bedingungen für eine Gleichgewichtsposition	16
1.6	Maximale Spannung mit stabiler Lösung	17
1.7	Biegung von stark / schwach gebogenen Balken	29
2.1	Schema einer Nanopinsetze	32
2.2	Herstellung einer freitragenden Pinzettenstruktur	33
2.3	Prinzip von Zweischichtlacksystemen	35
2.4	Optische Lithographie: Abhebeschritt mit einschichtigem Lack problematisch	37
2.5	REM-Bruch zur Kontrolle der RIE-Ätzung	40
2.6	Angeätzte Pinzettenstrukturen	41
2.7	Probleme bei langen Pinzettenfingern	43
2.8	Freitragende Pinzettenstrukturen	44
2.9	Prinzip der Herstellung von ebd-Spitzen	44
2.10	Ebd-Spitzen	45
2.11	Ebd-Spitzen auf Pinzettenstrukturen	46
2.12	Monte Carlo-Simulationen zum Elektronenstrahl	46
2.13	Wachsen von ebd-Spitzen auf freitragende Strukturen	47
2.14	REM-Bild: Nanopinsetze	48
2.15	Herstellung einer völlig freitragenden Pinzettenstruktur	50
2.16	Geätzte freitragende Membranen	53
2.17	Ätzschutz aus Teflonband	54
2.18	Herstellung völlig freitragender Strukturen	55
2.19	Geätzte freitragende Membran im REM	55
2.20	Völlig freitragende Struktur, Ausrichtung über dem geätzten Loch	58
2.21	Völlig freitragende Federbalken, verspannt	58
2.22	Völlig freitragende Pinzettenstruktur, Schrägansicht	59
3.1	Elektrolumineszenz an Pinzettenstruktur	62

3.2	Schema der Pinzettenstruktur, die EL zeigt	62
3.3	Messaufbau zur Messung einer Strom-Spannungs-Kurve	63
3.4	Strom-Spannungs-Kurve der Elektrolumineszenz zeigenden Struktur	64
3.5	Elektrolumineszenz-Spektrum	64
4.1	Funktionsweise eines konfokalen Mikroskops	69
4.2	Messaufbau mit Freistrahloptik	71
4.3	Messaufbau mit Glasfaseroptik	72
4.4	Verwendeter Messaufbau mit Rastereinheit	73
5.1	Die drei unterschiedlichen Bereiche bei der Simulation	78
5.2	Simulierte Struktur	79
6.1	Überblick über die gemessenen Proben	88
6.2	Überlagerung von REM-Abbildung und konfokal optischer Aufnahme	89
6.3	Vergleich von simulierten Strukturen mit der Messung	90
6.4	Prinzip der Wechselwirkung von Licht mit der Nanostruktur	91
6.5	Völlig freitragende Struktur, REM- und Konfokalbild	93
6.6	Schnitte durch die konfokal optische Abbildung von Probe 4	94
6.7	Völlig freitragende Struktur, Unterschiedliche Fokusebenen	95
6.8	Völlig freitragende Struktur, Konfokalbild mit Zoom	97
6.9	Eichmessung-Rasterabbildung	98
6.10	Eichung der Intensitätsänderungen	99
6.11	Messung der Bewegung freitragender Balken auf der ersten bis dritten Harmonischen	101
6.12	Schematische Darstellung der unterschiedlichen Bewegungsrichtungen	102
6.13	Messergebnisse auf der zweiten Harmonischen bei verschiedenen Anregungsfrequenzen	103
6.14	Simulierte Struktur	104
6.15	Linearität des Signals	104
6.16	Simulierte Struktur	105
6.17	Konfokal optische Messung bei Spannung gegen Substrat	106
6.18	Konfokal optische Messung an völlig freitragender Struktur	108
6.19	Simulierte Struktur	109
6.20	Resonanzspektrum	110
6.21	Fit des Resonanzspektrums	110
7.1	Schema einer greifenden Nanopinzettenstruktur	118
A.1	Skizze eines gebogenen Balkens	125
A.2	Skizze zur Näherung für schwach gebogene Balken	128
A.3	Lösung der transzendenten Gleichung	130
C.1	Herleitung der Übergangsmatrix	138

E.1	Schematische Darstellung der Kontaktierung	146
E.2	Spannung an der Struktur im REM sichtbar	146
E.3	Wärmekapazität von Silizium	150
E.4	Sukzessives Schmelzen im REM	155

Tabellenverzeichnis

1.1	Federkonstanten	19
1.2	Resonanzfrequenzen	20
1.3	Gekoppelte Schwingungen	27
2.1	Parameter zur Elektronenstrahl-Lithographie	36
2.2	Bei der optischen Lithographie verwendete Parameter	38
2.3	Parameter zur Elektronenstrahl-Lithographie bei Masken	39
2.4	Nitridierung von Silizium als Schutz in KOH	51
2.5	Ätzzeiten in KOH	52
2.6	Parameter für optische Zweischicht-Lithographie	56
5.1	Amplituden- und Phasenänderung in den drei unterschiedenen Bereichen	79
5.2	Amplituden- und Phasenänderung bei völlig freitragenden Strukturen	80
5.3	Amplituden- und Phasenänderung bei Bewegung nach unten	81
5.4	Gestreute Leistung	84
E.1	Widerstände	148
E.2	Materialkonstanten	149

Einleitung

Die Größenordnung „nano“ erfreut sich in der Wissenschaft zur Zeit einer außerordentlichen Beliebtheit. Durch die zunehmende Verkleinerung der Strukturgrößen in der Halbleiterelektronik steht nun das Handwerkszeug zur Verfügung, um auch darüber hinaus Nanostrukturen herzustellen, beispielsweise elektromechanische Nanobauteile. Neben den in der Industrie etablierten mikroelektromechanischen Bauelementen, die bereits seit langem standardmäßig eingesetzt werden, beispielsweise in Tintenstrahl Druckern oder als Sensoren für die *air bag*-Auslösung, werden daher in der Wissenschaft auch zunehmend nanoelektromechanische Bauelemente hergestellt. Im Gegensatz zur Motivation der Industrie steht hier nicht eine Verbilligung der Produktion im Vordergrund, sondern man erhofft sich vor allem neue physikalische Effekte. Erste publizierte Arbeiten zu nanoelektromechanischen Bauteilen erschienen etwa 1996 [1, 2], ein guter Überblick über diese Systeme findet sich in Ref. [3].

Vor allem nanomechanische Resonatoren eröffnen durch ihre erhöhten Resonanzfrequenzen neue Anwendungsbereiche. Die mit der Größenreduktion verbundene Verringerung der Masse der Strukturen führt bei der Verwendung als chemische Sensoren zu einer erhöhten Sensitivität für kleine Massenbelegungen, da die relative Massenänderung zunimmt [4, 5]. Die ebenfalls erhöhte Sensitivität für kleine Kräfte macht solche Nanoresonatoren auch für die Rasterkraftmikroskopie interessant [6].

Neben den Resonanzeigenschaften nanoelektromechanischer Bauteile ist auch das statische Verhalten dieser Systeme ein interessantes Untersuchungsgebiet. Insbesondere für die Entwicklung mechanischer Werkzeuge auf der Nanometerskala, beispielsweise einer Nanopinsetze, sind statische Auslenkungen eine Grundvoraussetzung. Im Nanometerbereich erreichen die *top down*-Technologie „von oben“ sowie die *bottom up*-Technologie „von unten“ kommend die selbe Größenordnung. Für die Integration beider Technologien wäre eine solche Nanopinsetze oftmals ein hilfreiches Instrument: Die im *bottom up*-Verfahren meist in flüssiger Lösung hergestellten Nanoelemente können ohne ein Positionierungswerkzeug meist nicht oder nur unzureichend in mit *top down*-Prozessen vordefinierte Strukturen integriert werden, um sie beispielsweise elektrisch zu kontaktieren. Eine Nanopinsetze, die eine Repositionierung erlaubt, würde hier einen großen Vorteil bieten. Eine gute Kenntnis des elektrostatischen Verhaltens der Nanobauelemente wäre zusätzlich auch für andere Aktuatoren wie beispielsweise jede Art von Nanoschaltern essentiell.

Aufgrund des verringerten Einflusses der Gewichtskraft im Vergleich zur elastischen Rückstellkraft ist es im Nanometerbereich möglich, Strukturen mit sehr hohem Aspektverhältnis (Verhältnis der Länge zur Breite oder Höhe) herzustellen, ohne dass sie sich aufgrund der Schwerkraft verbiegen. Es ist eindrucksvoll, sich hier die Skalierung der charakteristischen Größen vor Augen zu führen: Verringert man Länge, Breite und Höhe eines einseitig aufgehängten Balkens um einen festen Faktor, so wird der Balken zwar weicher, die Auslenkung aufgrund der Gewichtskraft wird allerdings trotzdem prozentual kleiner, denn sie skaliert nicht einfach mit der Größe, sondern wird wegen der verringerten Masse noch zusätzlich reduziert. Aus demselben Grund ergeben sich trotz der verringerten Federkonstanten erhöhte Eigenfrequenzen.

Um nanoelektromechanische Bauteile tatsächlich herstellen zu können, müssen einige technologische Herausforderungen gemeistert werden. Neben der für die Definition der Strukturen erforderlichen erhöhten lithographischen Auflösung ist insbesondere der zunehmende Einfluss von Oberflächenkräften erwähnenswert. Aufgrund des Benetzungsverhaltens in Verbindung mit der Oberflächenspannung ist es nicht möglich, nanomechanische Bauteile aus einer verwendeten Ätzlösung herauszunehmen und trocknen zu lassen. Die verdunstenden Flüssigkeitsreste würden die Balken verbiegen und zerstören. Eine weitere Herausforderung stellt die Untersuchung der Nanostrukturen dar. Sie sollte idealerweise ohne das System beeinflussende Wechselwirkungen, zumindest aber zerstörungsfrei ablaufen. Zusätzlich ist eine Auflösung in der Größenordnung der zu untersuchenden Strukturen bzw. der oft noch geringeren Positionsänderungen erforderlich.

Für die Detektion resonanter Schwingungen werden neben der Bestimmung der Kapazitätsänderung zu einer Seitenelektrode [7] sowie optischen Detektionsverfahren [8] vor allem indirekte Messungen erfolgreich angewendet: Bei einer Schwingung im Magnetfeld kann die generierte elektromotorische Kraft gemessen werden [1], bei der Schwingung einer Elektrode eines Tunnelkontakts werden Signaturen im Tunnelstrom beobachtet [9]. Weiterhin finden sich in der Literatur komplizierte elektronische Verfahren, um Auslenkungen zu detektieren, beispielsweise mit Hilfe von Einzelelektronen-Transistoren [10] oder Quantenpunktkontakten [11].

Statische Auslenkungen sind im Allgemeinen kleiner als resonante und daher schwieriger zu detektieren. Die Änderung der Kapazität zwischen dem nanomechanischen Bauteil und einer Messelektrode liegt für eine Auslenkung um wenige Nanometer etwa in der Größenordnung von einem Attofarad und ist damit praktisch nicht nachweisbar. Ein Rasterelektronenmikroskop könnte zwar als Detektor fungieren und wird als solcher auch an Gold-Nanodrähten erfolgreich eingesetzt [12], bietet allerdings nur eine Auflösung von einigen Nanometern. In der vorliegenden Arbeit führte eine Untersuchung kontaktierter Proben im Elektronenmikroskop zudem stets zum Schmelzen der Strukturen, bevor eine Auslenkung detektiert werden konnte. Eine kritische Diskussion der Vorgänge, die ein Schmelzen auslösen könnten, findet sich in Anhang E dieser Arbeit.

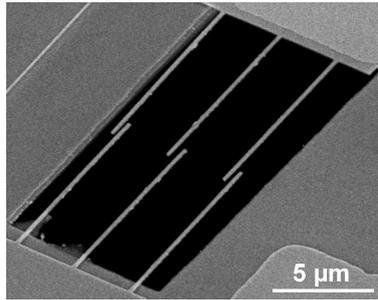


Abbildung 1: *REM-Abbildung völlig freitragender Doppelbalkenstrukturen, vgl. Kapitel 2.*

Im Vergleich dazu sind optische Verfahren absolut zerstörungsfrei und zudem einfach zu handhaben. Namentlich die Fabry-Pérot-Interferometrie wird bereits zur Detektion der statischen Auslenkungen von ein paar Mikrometer großen, teilweise unterstrukturierten so genannten Paddeln eingesetzt [2, 8]. Resonanzmessungen mit einem analogen Aufbau finden sich auch für Nanobalken [13]. Ein optischer Detektionsmechanismus erscheint daher sehr geeignet, um auch die statische oder quasistatische Auslenkung von Nanobalken zu untersuchen.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit nanoelektromechanischen Siliziumaktuatoren und deren optischer Charakterisierung. Damit ist vor allem der Nachweis der statischen bzw. quasistatischen Auslenkung von einseitig aufgehängten Doppelbalkensystemen gemeint, wie sie in Abbildung 1 gezeigt sind. Darüber hinaus wurde auch das dynamische Verhalten untersucht. Die verwendeten Siliziumbalken liegen mit Breiten und Dicken von 200 nm bzw. etwa 100 nm und Längen von einigen Mikrometern im Grenzbereich zwischen mikro- und nanoelektromechanischen Bauteilen. Schwerpunkte der Arbeit bilden die Herstellung der Strukturen, ihre gezielte Bewegung aufgrund elektromechanischer Kräfte und der optische Bewegungsnachweis. Das dafür entwickelte konfokale optische Detektionsverfahren ist verhältnismäßig einfach zu handhaben sowie außerordentlich sensitiv, so dass Auslenkungen der Strukturen im Ångströmbereich nachgewiesen werden konnten.

Die ursprüngliche Motivation der vorliegenden Arbeit war die Herstellung von Nanopinzetten auf Siliziumbasis. Dies stellt auch nach wie vor das Fernziel dar. Solche Pinzetten würden ihren Einsatz im Gegensatz zu optischen Pinzetten [14] vor allem außerhalb von Flüssigkeiten finden. Die Oberflächenspannungen von Flüssigkeiten führen beim Eintauchen sowie beim Herausnehmen der Nanostrukturen zu Kräften auf die Strukturen, denen sie aufgrund ihrer Größe nicht standhalten können. Anders als bei der Verschiebung durch die Spitze von Rastersondenmikroskopen [15] wäre mit einer Nanopinzette ein Transport über größere Strecken und sogar ein Verlegen auf andere Substrate oder die Positionierung über einem Spalt möglich. Arbeiten zu Pinzetten mit Strukturgrößen im Mikrometer- und Submikrometerbereich aus Kohlenstoff-Nanoröhrchen [16, 17], Silizium-

oxid [18], Kohlenstoff-Material [19] und Polysilizium [20], finden sich bereits vereinzelt in der Literatur. Das tatsächliche Greifen eines Partikels wurde allerdings erst zweimal gezeigt [16, 20], wobei die gegriffenen Partikel mit 500 nm bzw. 1,1 μm noch relativ groß waren. Die Nanopinzette als Werkzeug zur Manipulation von Nanoobjekten steht also noch am Anfang ihrer Entwicklung.

Die nun folgenden Kapitel befassen sich mit den für den Bau von Nanopinzettenstrukturen auf Siliziumbasis benötigten Grundlagen. Dies beinhaltet zum einen die Herstellung von Nanoaktuatoren, die bei einer statischen Bewegung einen für eine Pinzettenfunktion ausreichenden Bewegungsradius besitzen. Zum anderen wird die konfokal optische Abbildung als zerstörungsfreie und bei Raumtemperatur und -druck anwendbare Detektionsmethode untersucht. Im einzelnen gliedert sich die Arbeit wie folgt:

- In **Kapitel 1** werden die erforderlichen Grundgleichungen und Größen der Elastizitätstheorie sowie auch der Auslenkung durch eine oszillierende Spannung erläutert und auf die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Geometrien angepasst. Einführende und detaillierte Ergänzungen dazu finden sich zusätzlich in **Anhang A und B**.
- **Kapitel 2** beschreibt zuerst die herkömmliche Fabrikation freitragender Nanostrukturen aus SOI-Material, wobei auf kritische Schritte besonders eingegangen wird. Anschließend wird das in dieser Arbeit für SOI-Material entwickelte Verfahren zur Herstellung völlig freitragender Strukturen erläutert, d. h. von Strukturen, bei denen das Trägersubstrat im Bereich direkt unterhalb der Nanostrukturen vollständig entfernt wurde.
- **Kapitel 3** umreißt kurz die Beobachtungen zur Elektrolumineszenz, die unerwarteter Weise an einer Silizium-Nanostruktur beobachtet wurden und gibt eine Interpretation an.
- In **Kapitel 4** werden die zur Messung der quasistatischen Auslenkung sowie zur Bestimmung von Resonanzen der Nanostrukturen verwendeten Messaufbauten vorgestellt.
- **Kapitel 5** beschreibt das Prinzip der numerischen Simulation, mit Hilfe derer die konfokal optischen Bilder der Nanostrukturen interpretiert werden konnten. In **Anhang C und D** werden die Grundlagen des für die Simulation verwendeten optischen Matrix-Transfer-Verfahrens sowie der Mie-Streuung erläutert.
- Schließlich stellt **Kapitel 6** die erzielten Messergebnisse dar und diskutiert sie ausführlich unter Einbeziehung von Simulationen gemäß Kapitel 5. Das zusammenfassende **Kapitel 7** beendet die Arbeit mit einem Ausblick.

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

Die vorliegende Arbeit basiert auf der Verbiegung von Silizium-Federbalken durch kapazitive Kräfte. Um aus den anliegenden Kräften eine Verbiegung theoretisch vorherzusagen zu können, bedient man sich der Elastizitätstheorie. Im Gegensatz zur Mechanik starrer Körper wird hier die Verformung eines Körpers nicht vernachlässigt. Kräfte und Drehmomente führen daher nicht nur zu Verschiebungen oder Drehungen des Körpers, sondern ebenfalls zu Scherungen und Verbiegungen.

Im Folgenden werden zunächst die Grundlagen der Elastizitätstheorie dargestellt, insbesondere die Bewegungsgleichung für schwach gebogene Balken. Sie wird anschließend für eine statische Verbiegung durch die Gewichtskraft, durch eine über einen Bereich verteilt angreifende kapazitive Kraft sowie für eine am Balkenende angreifende Punktkraft gelöst. Auf die Berechnung der Kapazität der Balkenpaare, die Bestimmung einer stabilen Auslenkung, ohne dass sich die Balken berühren, sowie auf die effektive Federkonstante aufgrund der Veränderung der Kraft mit der Auslenkung wird gesondert eingegangen. Anschließend werden die Resonanzfrequenzen der Balken aus der dynamischen Lösung der Bewegungsgleichung ermittelt. Weiterhin wird auf die Auslenkung durch thermische Energie, die Dämpfung und Güte von Balkenschwingern, die getriebene Oszillation sowie die quasistatische Schwingung eingegangen. Die Kopplung des schwingenden Doppelbalkensystems wird diskutiert und die Näherung als schwach gebogene Balken durch einen Vergleich mit der vollständigen Lösung für stark gebogene Balken gerechtfertigt. Abschließend wird dargestellt, welche Schwingungsfrequenzen bei der Anregung durch eine oszillierende Spannung erwartet werden.

1.1 Grundlagen der Elastizitätstheorie

Die verwendete Geometrie und Orientierung des Balkens sowie die Bezeichnung der charakteristischen Größen ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Auf die nun folgenden grundlegenden Gleichungen der Elastizitätstheorie von Balken wird im weiteren Kapitel zurückgegriffen. Eine Herleitung der Gleichungen sowie auch eine Beschreibung der dazu

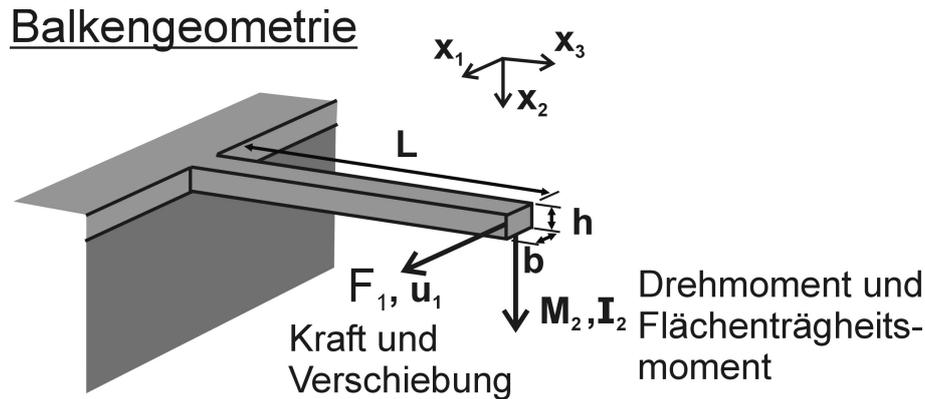


Abbildung 1.1: Die verwendete Notation sei hier für eine Auslenkung in x_1 -Richtung verdeutlicht: Am freien Ende eines freitragenden Balkens der Länge L , Breite b und Höhe h greift eine Kraft F_1 in x_1 -Richtung an. Das Koordinatensystem sei so gewählt, dass der Balken entlang der x_3 -Richtung orientiert ist. Durch die feste Einspannung des Balkens wird ein Drehmoment M_2 in x_2 -Richtung erzeugt; die Balkenpunkte werden dadurch um u_1 verschoben. Das für diese Biegung um die x_2 -Achse interessante Flächenträgheitsmoment ist I_2 . Analoge Notationen gelten auch für die anderen Richtungen (z. B. F_2, M_1, I_1, u_2 für eine Auslenkung in x_2 -Richtung).

benötigten Grundlagen der Elastizitätstheorie findet sich im Anhang A.

Die Auslenkungen U_i der neutralen Achse eines Balkens in x_i -Richtung am Ort l entlang der Balkenachse entsprechen näherungsweise den Auslenkungen aller Balkenpunkte am Ort l . Sie lassen sich nach folgender Bewegungsgleichung berechnen:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 U_1}{dx_3^4}(l) &= \frac{K_1(l)}{EI_2} \quad \text{für eine Bewegung zur Seite (in } x_1\text{-Richtung),} \\ \frac{d^4 U_2}{dx_3^4}(l) &= \frac{K_2(l)}{EI_1} \quad \text{für eine Bewegung nach unten (in } x_2\text{-Richtung).} \end{aligned} \quad (1.1)$$

Mit \mathbf{K} wird darin die äußere Kraft pro Längeneinheit bezeichnet, K_i bezeichnen die entsprechenden Komponenten in x_i -Richtung. Die äußere Kraft pro Längeneinheit steht in jedem Längenelement $d\mathbf{l}$ entlang des Balkens im Gleichgewicht mit der Kraft $d\mathbf{F}$ (im Balkenelement) aufgrund innerer Spannungen. Es gilt also

$$d\mathbf{F} + \mathbf{K}dl = 0 \quad \text{und damit} \quad \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial l} = -\mathbf{K}. \quad (1.2)$$

Weiterhin wurde mit E das Elastizitätsmodul bezeichnet. I_i ist das Flächenträgheitsmoment bezüglich einer Biegung um die x_i -Achse. Es ist beispiels-

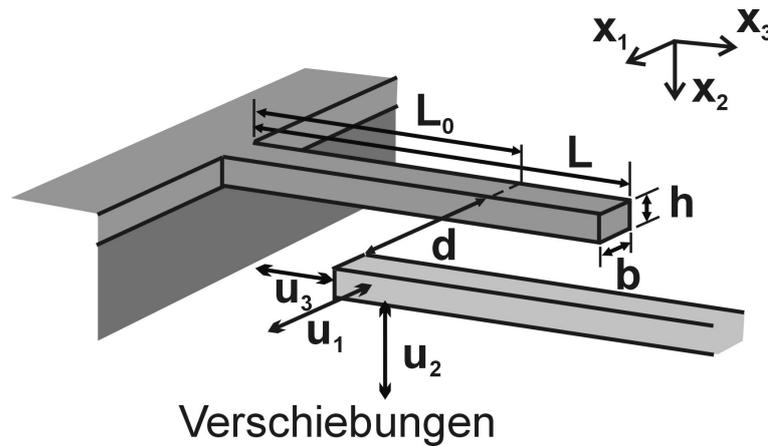


Abbildung 1.2: *Verwendete Bezeichnungen. Zwei parallele Balken der Länge L , Breite b und Dicke h überlappen sich in einem Bereich der Länge $L - L_0$. Der Abstand zwischen den Balken wird mit d bezeichnet. Die bei einer Verbiegung auftretenden Verschiebungen der Balkenpunkte in x_i -Richtung werden mit u_i bezeichnet. Diese entsprechen bei schwach gebogenen Balken etwa den Verschiebungen U_i der neutralen Achse.*

weise für eine Biegung in x_1 -Richtung, d. h. um die x_2 -Achse, folgendermaßen definiert:

$$I_2 = \int_{x_1=-\frac{b}{2}}^{x_1=\frac{b}{2}} \int_{x_2=-\frac{h}{2}}^{x_2=\frac{h}{2}} x_1^2 dx_1 dx_2 = \frac{1}{12} b^3 h \quad \text{und} \quad I_1 = \frac{1}{12} b h^3. \quad (1.3)$$

b und h bezeichnen hier die Breite und Dicke des Balkens entsprechend Abbildung 1.1. Für das Drehmoment \mathbf{M} und die Kraft \mathbf{F} , die im Balken (meist aufgrund von inneren Spannungen) wirken, gilt:

$$M_2 = E I_2 \frac{d^2 U_1}{dx_3^2}, \quad (1.4)$$

$$M_1 = -E I_1 \frac{d^2 U_2}{dx_3^2},$$

$$F_1(l) = -E I_2 \frac{d^3 U_1}{dx_3^3}(l), \quad (1.5)$$

$$F_2(l) = -E I_1 \frac{d^3 U_2}{dx_3^3}(l).$$

1.2 Konkrete Beispiele für statische Verbiegungen

Die experimentell verwendete Anordnung von Nanofederbalken kann durch die Darstellung in Abb. (1.2) beschrieben werden. Es handelt sich um zwei sich gegenüberliegende

einseitig aufgehängte Balken, die sich bei einer zwischen ihnen angelegten Spannung gegenseitig anziehen und damit verbiegen können. Mit U_i werden weiterhin die Verbiegungen der neutralen Achse bezeichnet. Zur Abkürzung werden Differentiationen nach dem Ort $d/(dx_3)$ mit $'$, die zeitlichen Differentiationen $d/(dt)$ mit $\dot{}$ bezeichnet. Es werden nun zuerst die Rand- und Stetigkeitsbedingungen aufgestellt und anschließend die Auslenkungen eines Balkens für einige konkrete Kräfte bestimmt.

1.2.1 Rand- und Stetigkeitsbedingungen

Um die Bewegungsgleichung für einen konkreten Fall lösen zu können, müssen die folgenden Rand- und Stetigkeitsbedingungen beachtet werden.

Randbedingungen am eingespannten Ende

Ist ein Stab am Ende l_e eingespannt, so kann sich an diesem Ende weder die Position des Stabs ändern noch kann der Stab in diesem Punkt verbogen werden, das heißt es gelten die Randbedingungen:

$$U_i(l_e) = 0 \text{ und } U_i'(l_e) = 0.$$

Randbedingungen am freien Ende

An einem freien Ende l_f wirken dagegen im Gleichgewicht weder eine Kraft noch ein Drehmoment, es sei denn, diese werden von extern angelegt. Bei verschwindender externer Kraft sowie externem Drehmoment gilt somit nach Gl. (1.4) und Gl. (1.5):

$$U_i''(l_f) = 0 \text{ und } U_i'''(l_f) = 0.$$

Stetigkeitsbedingungen

Da innere Kräfte und Drehmomente stetig sein müssen, gilt mit Gl. (1.4) und Gl. (1.5): $U_i'' = \text{„stetig“}$ und $U_i''' = \text{„stetig“}$. Außerdem gilt solange der Balken nicht bricht $U_i = \text{„stetig“}$ sowie auch $U_i' = \text{„stetig“}$, denn die Steigung der Auslenkung ändert sich nicht abrupt, da angreifende Kräfte durch innere Spannungen vermittelt auf einen größeren Bereich verteilt werden.

1.2.2 Gewichtskraft

Ein Balken der Dichte ρ mit rechteckigem Querschnitt $A = bh$ habe ein eingespanntes und ein freies Ende. Er sei so orientiert, dass die Gewichtskraft in x_2 -Richtung angreift und die Verbiegung um die Hauptachse (mit Flächenträgheitsmoment I_1 erfolgt. Die horizontale Richtung entlang der Balkenachse senkrecht zur angreifenden Gewichtskraft sei die x_3 -Richtung. Das eingespannte Ende sei bei $x_3 = 0$, das freie bei $x_3 = L$. Es wird vereinfachend angenommen, dass sich der Querschnitt des Balkens bei der Biegung nicht ändert, was bei

schwachen Biegungen nahezu der Fall ist. Der Balken genügt der Gleichung (1.1) mit der Kraft pro Längeneinheit $K_2 = \rho g A$:

$$\frac{\partial^4 U_2}{\partial x_3^4} = \frac{K_2(x_3)}{E I_1} = \frac{\rho g A}{E I_1}$$

mit den Randbedingungen

$$U_2(x_3 = 0) = 0, \quad \frac{\partial U_2}{\partial x_3}(x_3 = 0) = 0, \quad \frac{\partial^2 U_2}{\partial x_3^2}(x_3 = L) = 0, \quad \frac{\partial^3 U_2}{\partial x_3^3}(x_3 = L) = 0.$$

Als Lösung dieser Differentialgleichung ergibt sich

$$U_2(x_3) = \frac{\rho g A}{24 E I_1} (x_3^4 - 4L x_3^3 + 6L^2 x_3^2). \quad (1.6)$$

Für die maximale Auslenkung bei $x_3 = L$ gilt mit $I_1 = b h^3/12$

$$U_2(x_3 = L) = \frac{\rho g}{2 E h^2} (L^4 - 4L^4 + 6L^4) = \frac{3 \rho g L^4}{2 E h^2}. \quad (1.7)$$

Setzt man nun typische Werte der in der vorliegenden Arbeit verwendeten Siliziumbalken ein, z. B. $L = 10 \mu m$, $h = 100 nm$, $\rho = 2,33 g/(cm^3)$, $E = 170 GPa$, $g = 9,81 N/kg$, so ergibt sich für die maximale Verbiegung aufgrund der Gewichtskraft ein vernachlässigbar kleiner Wert von etwa $200 fm$ (bei $3 \mu m$ Länge sogar nur $1,6 fm$). Die Verbiegung aufgrund der Gewichtskraft wird daher im Weiteren vernachlässigt.

1.2.3 Kapazitive Kraft

In der vorliegenden Arbeit werden insbesondere Verbiegung unter kapazitiver Kraft behandelt: Zwei parallele Balken (Cantilever) der Länge L , Breite b und Höhe h , die sich im Abstand d auf einer Länge $(L - L_0)$ überlappen (vgl. Abb. 1.2), üben aufeinander eine Kraft F aus, wenn zwischen ihnen eine Potentialdifferenz V herrscht. Die Kapazität C der Anordnung wird hier in der Näherung des Plattenkondensators berechnet (genauere Näherungen finden sich im folgenden Abschnitt). Die Gesamtenergie W_{ges} der Anordnung berechnet sich zu $W_{ges} = 1/2 CV^2$. Diese Energie setzt sich aus einem elektrischen Anteil $W_{el} = QV = CV^2$ und einem mechanischen Anteil $W_{mech} = W_{ges} - W_{el} = -1/2 CV^2$ zusammen. Bei konstant gehaltener Spannung wird nun durch den erfolgenden Ladungsfluss die elektrische Energie von außen zugeführt, so dass nur die Änderung des mechanischen Anteils zu betrachten ist. Bei einer Bewegung jedes Balkens um U_1 auf den anderen zu gilt

$$W_{mech} = -\frac{1}{2} CV^2 \approx -\frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 (L - L_0) h}{(d - 2U_1)} V^2.$$

Hierbei wurde berücksichtigt, dass beide Balken aus Symmetriegründen eine gleich große Verbiegung erfahren. Für die Kraft F_1 , die ein Balken auf den anderen ausübt, gilt mit

$$\mathbf{F} = -\nabla W_{mech}$$

$$\begin{aligned} F_1 &= -\frac{\partial W_{mech}}{\partial U_1} = \frac{1}{2}\varepsilon_0(L - L_0)hV^2 \frac{\partial}{\partial U_1} \left(\frac{1}{(d - 2U_1)} \right) \\ &= \frac{\varepsilon_0(L - L_0)hV^2}{(d - 2U_1)^2}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Auslenkung aufgrund kapazitiver Kraft

Über den Bereich des Überlapps ist die Kraft in erster Näherung gleich verteilt. Somit beträgt die Kraft pro Längeneinheit K_1 in diesem Bereich nach Gl. (1.8):

$$K_1 = \frac{\varepsilon_0 h V^2}{(d - 2U_1)^2}.$$

Im restlichen Bereich des Balkens wird eine verschwindende Kraft und damit $K_1 = 0$ angenommen. Für den gesamten schwach gebogenen Balken gilt somit und mit $I_2 = hb^3/12$ nach Gl. (1.1):

$$\begin{aligned} U_1'''' &= \frac{\partial^4 U_1}{\partial x_3^4} = \frac{K_1}{E I_2} \\ &= \begin{cases} \frac{12\varepsilon_0 V^2}{E b^3 (d - 2U_1)^2} & \text{für } L_0 \leq x_3 \leq L \\ 0 & \text{für } 0 \leq x_3 < L_0. \end{cases} \end{aligned}$$

In einem ersten Schritt wird die Abhängigkeit von U_1 vernachlässigt, das heißt es wird angenommen, dass der Abstand zwischen den Balken sich durch die Bewegung nicht verändert, was für sehr kleine Auslenkungen näherungsweise angenommen werden kann. Später wird mit Hilfe der hier hergeleiteten Gleichung iterativ die tatsächliche Auslenkung bei gegebener Spannung berechnet.

Somit geht die Differentialgleichung über in

$$\frac{\partial^4 U_1}{\partial x_3^4} = \begin{cases} \frac{12\varepsilon_0 V^2}{E b^3 d^2} & \text{für } L_0 \leq x_3 \leq L \\ 0 & \text{für } 0 \leq x_3 < L_0 \end{cases}$$

und kann leicht gelöst werden. Als Randbedingung sind neben den schon benutzten Bedingungen am freien und am eingespannten Ende noch die Stetigkeit der inneren Kraft und des inneren Drehmoments sowie der Auslenkung und der Biegung (Steigung) an der Unstetigkeitsstelle $x_3 = L_0$ der Kraft zu beachten. Insgesamt gilt also:

$$\begin{aligned} U_1(x_3 = 0) = \frac{\partial U_1}{\partial x_3}(x_3 = 0) = \frac{\partial^2 U_1}{\partial x_3^2}(x_3 = L) = \frac{\partial U_1^3}{\partial x_3^3}(x_3 = L) = 0 \\ \text{und } \frac{\partial^3 U_1}{\partial x_3^3}, \frac{\partial U_1^2}{\partial x_3^2}, \frac{\partial U_1}{\partial x_3} \text{ sowie } U_1 \text{ sind stetig bei } x_3 = L_0. \end{aligned}$$

Als Lösung ergibt sich damit

$$U_1(x_3) = \begin{cases} \frac{\varepsilon_0 V^2}{E b^3 d^2} (-2(L - L_0)x_3^3 + 3(L^2 - L_0^2)x_3^2) & \text{für } 0 \leq x_3 < L_0 \\ \frac{\varepsilon_0 V^2}{E b^3 d^2} \left(\frac{1}{2}(x_3^4 + L_0^4) - 2L x_3^3 + 3L^2 x_3^2 - 2L_0^3 x_3 \right) & \text{für } L_0 \leq x_3 \leq L. \end{cases}$$

Für die maximale Auslenkung bei $x_3 = L \geq L_0$ gilt somit

$$U_1(L) = \frac{\varepsilon_0 V^2}{E b^3 d^2} \left(\frac{3}{2}L^4 - 2L_0^3 L + \frac{1}{2}L_0^4 \right). \quad (1.9)$$

1.2.4 Kapazität der Balken

Die Auslenkung eines Balkens durch eine elektrische Spannung hängt stark von der Größe der Kapazität zwischen zwei Balken ab. Bisher wurde die Kapazität in der Näherung eines Plattenkondensators berechnet. Diese Näherung geht von parallelen Feldlinien zwischen den Platten aus, wie sie streng genommen nur bei unendlich ausgedehnten Platten auftreten. Besonders bei kleinen Flächen und daher insbesondere bei Nanofederbalken spielen allerdings Randeffekte eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Im Folgenden wird die Kapazität in verschiedenen Näherungen berechnet, so dass sich eine Abschätzung für ihren tatsächlichen Wert ergibt.

Näherung eines Plattenkondensators

Mit einem Überlapp der beiden Balken von $L - L_0 = 1\mu\text{m}$, einer Dicke der Balken von je $h = 100\text{ nm}$ und einem Abstand zwischen den Balken von $d = 200\text{ nm}$ und der Auslenkung U eines Balkens ergibt sich für eine Balkenanordnung wie in Abb. 1.2 in der Näherung eines Plattenkondensators für die Kapazität C

$$C = \frac{\varepsilon_0 (L - L_0) h}{d} \approx 4,4 \times 10^{-18} F = 4,4 \text{ aF}.$$

Wie klein diese Kapazität ist, kann man sich veranschaulichen, wenn man die Wirkung einer Spannung von $V = 1\text{ V}$ betrachtet: Es bewegen sich knapp 30 Elektronen auf die negative Platte.

Die tatsächliche Kapazität ist aufgrund von Randeffekten größer als die für einen Plattenkondensator berechnete. Nach Ref. [21] erhält man für endliche Platten eine gute Näherung der tatsächlichen Kapazität, wenn man in der Formel nicht die tatsächliche Größe der Platten verwendet, sondern sie als um $\frac{3}{8}$ ihres Abstandes ausgedehnt betrachtet. Damit erhält man mit den oben verwendeten Größen:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \left(L - L_0 + \frac{3d}{8} \right) \left(h + \frac{3d}{8} \right)}{d} \approx 8,3 \times 10^{-18} F = 8,3 \text{ aF}.$$

Die so berechnete Kapazität ist also fast doppelt so groß wie die für einen idealen Plattenkondensator berechnete. Allerdings geht aus Ref. [21] nicht eindeutig hervor, ob die verwendete Formel für Plattenabmessungen im Nanometerbereich anwendbar ist.

Näherung für parallele Zylinder

Da die Platten lang und dünn sind, kann man sie als parallele Zylinder annähern. Die Kapazität pro Längeneinheit von zwei unendlich ausgedehnten Zylindern mit Radius r , deren Mittelpunkte sich im Abstand d' voneinander befinden, kann nach Ref. [22] berechnet werden. Auf einer Länge von $(L - L_0)$ beträgt die Kapazität

$$C = \frac{\pi \varepsilon_0 (L - L_0)}{\ln \left(\frac{d' + 2\sqrt{\frac{d'^2}{4} - r^2}}{2r} \right)}.$$

Setzt man näherungsweise einen Radius von $r = (b + h)/4$ und einen Abstand der Zylindermittelpunkte von $d' = d + 2r$ an, so ergibt sich für die verwendete Geometrie ($(L - L_0) = 1 \mu\text{m}$, $b = 200 \text{ nm}$, $d = 200 \text{ nm}$, $h = 100 \text{ nm}$) eine Kapazität von ca. 18,6 aF. Dieser Wert ist also etwa um einen Faktor 4 größer als der für einen idealen Plattenkondensator bestimmte.

Bestimmung der Kapazität der Balkenanordnung durch Simulation

Die Kapazität der verwendeten Anordnung wurde außerdem mit dem Finite Elemente Simulationsprogramm *FEMLAB* bestimmt. Dabei wird die Kapazität aus der Feldenergie mit $W = \frac{1}{2}CV^2$ und durch Integration über das Volumen außerhalb der Körper bestimmt. Sie stellt die Summe aus der Eigenkapazität der Balken und der Kapazität der Balken zueinander dar. Das Ergebnis hängt daher von der Wahl der verwendeten Randbedingungen sowie von der Geometrie der Balken ab. Als beste Näherung wird daher eine Struktur betrachtet, die nahezu nur den Überlappbereich darstellt und sich in einem kleinen Volumen befindet. Für diese Anordnung ergibt sich gemäß Abbildung 1.3 eine Kapazität von etwa 15 aF.

Durch Drehung der Strukturen kann die bei einer Verbiegung der Federbalken zu erwartende Kapazitätsänderung abgeschätzt werden. Die Simulationengenauigkeit war erst ab Auslenkungen von etwa 10 nm pro Balken genau genug, um Ergebnisse zu liefern. Für eine Balkendicke von 100 nm und einen Überlapp von 1 μm ergaben sich Werte von $\Delta C \approx 1,1 \text{ aF}$ für eine Auslenkung von 10 nm pro Balken und 2,9 aF für eine Auslenkung von 20 nm pro Balken. Dies entspricht etwa einem Faktor 2 bis 3 gegenüber dem Wert, der sich aus der Plattenkondensator-Näherung ergibt.

Alle verwendeten Näherungen ergeben Werte in der selben Größenordnung. Sie liegen zwischen 4,4 aF und 18,6 aF. Die Näherung für einen Plattenkondensator kann als untere Abschätzung der Kapazität betrachtet werden. Eine Mittelung über die mit allen angeführten Möglichkeiten bestimmten Werte der Kapazität führt auf etwa $(11 \pm 7) \text{ aF}$ und liegt damit etwa um den Faktor 2,5 über dem Wert für einen idealen Plattenkondensator. Die Kapazitätsänderungen mit der Auslenkung liegen ebenfalls etwa um einen Faktor 2 über den für eine Plattenkondensator-Näherung bestimmten Werten.

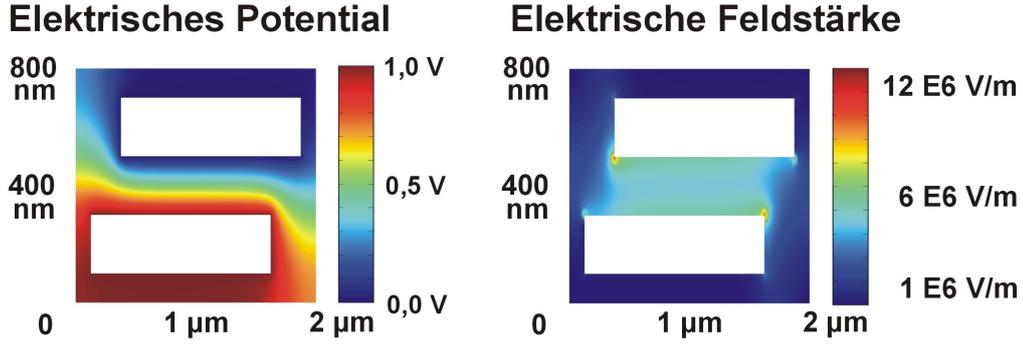


Abbildung 1.3: Schnitte durch eine dreidimensionale Anordnung, die zur Berechnung der Kapazität mit *FEMLAB* verwendet wurde. Die Höhe der Strukturen betrug jeweils 100 nm. Es sind der Potentialverlauf und die elektrische Feldstärken für eine Spannung von 1 V zwischen den Balken dargestellt. Die Kapazität wurde zu 15 aF berechnet. Das Ergebnis für die hier verwendete Struktur kann als gute Abschätzung betrachtet werden, da die Körper möglichst klein gewählt wurden und damit die das Ergebnis verfälschenden Eigenkapazitäten gering sind.

1.2.5 Punktkraft am freien Ende eines Balkens

Am freien Ende eines einseitig eingespannten Balkens der Länge L greife wie in Abb. 1.1 skizziert eine Punktkraft F_1 in x_1 -Richtung an. Da es sich um eine Punktkraft handelt, kann man für die Kraft pro Längeneinheit \mathbf{K} gemäß Gl. (1.2) schreiben $K_1(l) = -F_1 \delta(l - L)$. Mit der Näherung $l \approx x_3$ für schwach gebogene Balken gilt in der Bewegungsgleichung (Gl. (1.1)):

$$\frac{d^4 U_1}{dx_3^4} = \frac{-F_1(x_3) \delta(x_3 - L)}{EI_2}.$$

Mit den Randbedingungen für die eingespannte Seite des Balkens $U_1(0) = 0$ und $U_1'(0) = 0$ sowie den Bedingungen $\mathbf{F}(L) = F_1 \mathbf{e}_1$ und $\mathbf{M}(L) = 0$ (aus Gl. (1.4) und (1.5) für die freie Seite) folgt

$$U_1(x_3) = -\frac{1}{6} \frac{F_1}{EI_2} x_3^3 + \frac{1}{2} \frac{F_1 L}{EI_2} x_3^2.$$

Für die maximale Auslenkung $U_1(L)$ gilt somit

$$U_1(L) = \frac{1}{3} \frac{F_1}{EI_2} L^3 = 4 \frac{F_1 L^3}{Eh b^3}. \quad (1.10)$$

Betrachtet man die kapazitive Kraft $F_1 = (\varepsilon_0 h (L - L_0) V^2) / (d^2)$ als am Ende konzentriert, so ergibt sich näherungsweise

$$U_1(L)_{\text{Punktkraft}} = 4 \frac{\varepsilon_0 V^2}{E b^3 d^2} L^3 (L - L_0).$$

Im Vergleich zur vorangegangenen Rechnung bezüglich der Auslenkung aufgrund der kapazitiven Kraft, in der die Kraft als über ihren gesamten Wirkungsbereich gleichmäßig verteilt angenommen wurde (Gleichung (1.9)), wird also bei der Näherung als Punktkraft folgender Fehler gemacht:

$$\frac{U_1(L)_{Punktkraft}}{U_1(L)_{kapazitiv}} = \frac{4(L^4 - L^3 L_0)}{\frac{3}{2}L^4 - 2L_0^3 L + \frac{1}{2}L_0^4} = \frac{8}{3 + 3\frac{L_0}{L} + 3\frac{L_0^2}{L^2} - \frac{L_0^3}{L^3}}.$$

Die Auslenkung wird also bei der Näherung der kapazitiven Kraft durch eine Punktkraft, die am Ende angreift, um so mehr überschätzt je stärker L_0 von L abweicht. Im Grenzfall ($L_0 \rightarrow L$) werden die Formeln äquivalent, wie zu erwarten ist. Für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Geometrien gilt somit: Für $L_0/L = 2/3$, wie es für einen Balken von $3 \mu\text{m}$ Länge bei einem Überlapp vom $1 \mu\text{m}$ der Fall ist, tritt eine Überschätzung der maximalen Auslenkung um den Faktor 1,33 auf. Für einen Balken von $10 \mu\text{m}$ Länge mit dem gleichen Überlapp ist es nur noch der Faktor 1,08. Im letzten Fall kann also die Auslenkung bereits recht gut mit der Gleichung für eine Punktkraft angenähert werden.

1.2.6 Iterative Berechnung der stabilen Position

In der bisher verwendeten Näherung wurde bei der Berechnung der Auslenkung unter kapazitiver Kraft davon ausgegangen, dass sich der Abstand zwischen den Balken bei der Auslenkung nicht ändert. Dies ist natürlich nur bei sehr kleinen Auslenkungen näherungsweise richtig. Bei größeren Auslenkungen muss die Änderung der Kapazität und damit auch die der kapazitiven Kraft durch die gegenseitige Annäherung der Balken berücksichtigt werden. Berücksichtigt man in Gleichung (1.9) die Verringerung des Abstands mit der Auslenkung, so ergibt sich für die Auslenkung näherungsweise die folgende Gleichung:

$$U_1 = \frac{\varepsilon_0 V^2 (3L^4 - 4L_0^3 L + L_0^4)}{2 E b^3 (d - 2U_1)^2} \quad (1.11)$$

$$\text{also } 4U_1^3 - 4dU_1^2 + d^2U_1 = \frac{\varepsilon_0 V^2 (3L^4 - 4L_0^3 L + L_0^4)}{2 E b^3},$$

mit Hilfe derer eine stabile Position berechnet werden kann. Diese Gleichung erhält man ebenfalls, wenn man die kapazitive Kraft und die Rückstellkraft gleichsetzt. Ein Vergleich ihrer Lösung mit der Näherungslösung nach Gleichung (1.9), in der die Verringerung des Abstands mit der Auslenkung nicht berücksichtigt wurde, ist für eine Spannung von 3 V in Abb. 1.4 dargestellt. Gleichung 1.11 hat genau dann eine stabile physikalische Lösung für die Auslenkung U_1 , wenn sie drei reelle Lösungen hat, also wenn die Diskriminante kleiner null ist:

$$\left(-\frac{d^2}{36}\right)^3 + \frac{1}{64} \left(\frac{1}{27}d^3 - \frac{\varepsilon_0 V^2 (3L^4 - 4L_0^3 L + L_0^4)}{2 E b^3}\right)^2 < 0. \quad (1.12)$$

Auf diese Weise tritt die zuvor nicht berücksichtigte Möglichkeit in Erscheinung, dass sich bei gegebener Geometrie und Spannung keine stabile Position erreichen lässt. Dies

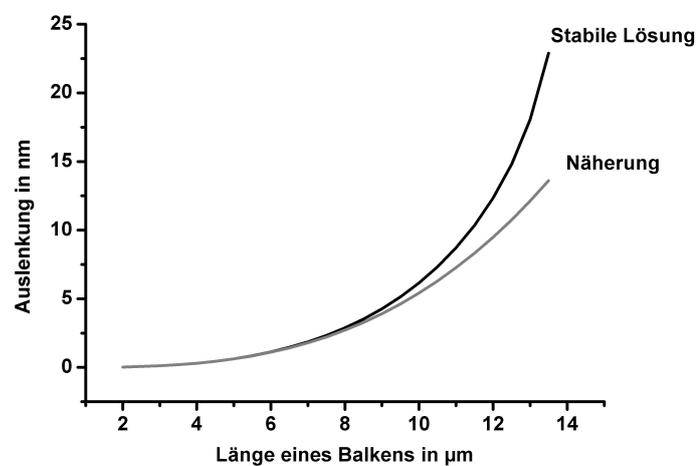


Abbildung 1.4: Auslenkung eines Balkens der Breite 200 nm, im Abstand von 200 nm und mit einem Überlapp von 1 μm zu einem zweiten baugleichen Balken bei einer Spannung von 3 V in Abhängigkeit von der Länge des Balkens. Aufgetragen ist jeweils der Wert für eine stabile Lösung, d. h. vollständige Lösung unter Berücksichtigung der Verstärkung der kapazitiven Kraft mit der Auslenkung. Außerdem ist zum Vergleich die Näherungslösung aufgetragen, die von einer während der Auslenkung konstanten kapazitiven Kraft ausgeht. Im Vergleich wird deutlich, dass die Verstärkung der Kraft durch die Auslenkung bei der verwendeten Spannung erst bei Balkenlängen ab etwa 8 μm wichtig wird.

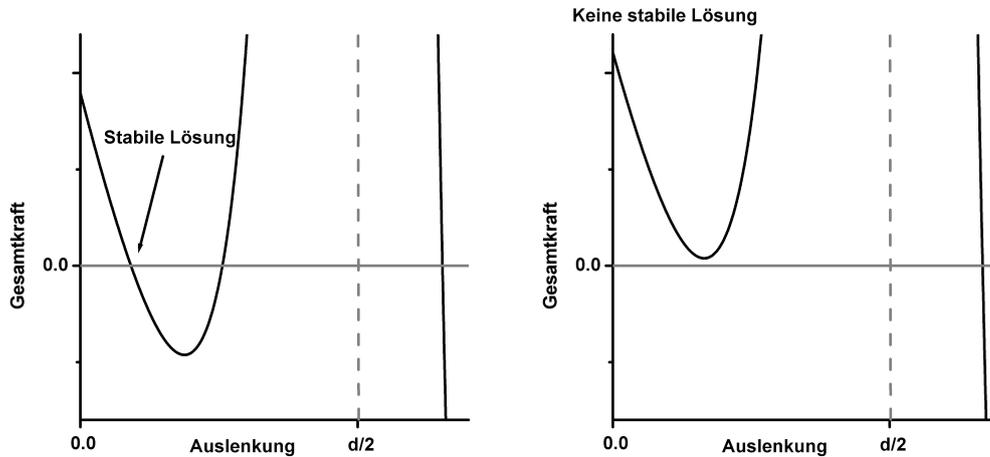


Abbildung 1.5: Bei gegebener Spannung und vorgegebener Balkengeometrie gibt es nicht immer eine stabile Gleichgewichtslage. Es können daher nicht beliebig kleine Abstände zwischen den beiden Federbalken eingestellt werden. Aufgetragen ist die Gesamtkraft auf einen Balken in Abhängigkeit von der Auslenkung. Dabei kann es je nach verwendeten Parametern eine stabile Position geben (links), dies ist aber nicht immer der Fall (rechts). Eine positive Gesamtkraft steht hier für eine Bewegung der Balken aufeinander zu.

ist mit der nichtlinearen Abhängigkeit der kapazitiven Kraft von der Auslenkung zu erklären, die die linear vom Abstand abhängende Rückstellkraft bei zu hoher Spannung überkompensiert. Die Abhängigkeiten für eine stabile Position sind allgemein in Abbildung 1.5 dargestellt. Durch Nullsetzen lässt sich aus der Ungleichung 1.12 bei gegebenen Parametern die maximale Spannung berechnen, die noch eine physikalische Lösung hat. Man erhält einen Wert von $V^2 = (4Eb^3d^3) / (27\varepsilon_0(3L^4 - 4L_0^3L + L_0^4))$. Diese Maximalspannungen sind in Abbildung 1.6 für einen Balken mit für die vorliegende Arbeit typischen Abmessungen in Abhängigkeit von seiner Länge dargestellt. Setzt man den für V^2 gefundenen Ausdruck wieder in die Gleichung (1.11) ein, so findet man, dass die mit der maximalen Spannung erreichte Auslenkung eines Balkens sich unabhängig von dessen Länge zu $d/6$ ergibt. Bei höheren Werten tritt ein so genannter *jump to contact* ein. Nach Ref. [23] stimmen allerdings die theoretische Vorhersage und die experimentellen Ergebnisse nur für kleine Spannungen gut überein.

1.3 Federkonstanten

Die Federkonstante k_i bezüglich einer Biegung in x_i -Richtung wird als $k_i = \partial F_i / (\partial U_i)$ definiert. Berechnet wird nun zunächst die elastische Federkonstante, die sich aufgrund der Rückstellkraft bei unterschiedlicher Verteilung der auslenkenden Kräfte ergibt. Anschlie-

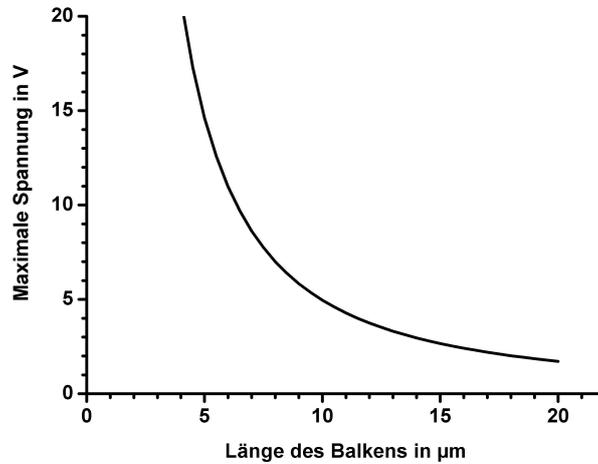


Abbildung 1.6: Bei gegebenen Parametern des Balkens gibt es nur bis zu einer maximalen Spannung eine stabile Auslenkung. Hier ist die Spannung, die (in der verwendeten Näherung) gerade keine stabile Lösung mehr ergibt, gegen die Länge des Balkens bei ansonsten typischen Parametern dargestellt. Die mit der maximalen Spannung erreichbare maximale Auslenkung eines Balkens ist dabei konstant und liegt bei etwa 33 nm.

ßend wird auf die effektive Federkonstante eingegangen. Im Gleichgewicht, das heißt bei fester Auslenkung, ist die auslenkende Kraft der Rückstellkraft F_{elast} betragsgleich. Somit können die verschiedenen in Abschnitt 1.2 berechneten Auslenkungen mit Hilfe der Rückstellkraft ausgedrückt werden. Auf diese Weise wird im Folgenden die elastische Federkonstante für diese Fälle bestimmt.

Auslenkung durch eine Punktkraft

Für die Auslenkung U_1 eines schwach gebogenen bei $x_3 = 0$ einseitig eingespannten Balkens an dessen freien Ende (bei $x_3 = L$) eine Punktkraft F_1 in x_1 -Richtung angreift, gilt nach Gl. (1.10) für die Auslenkung am freien Ende des Balkens:

$$U_1(L) = \frac{4 F_1 L^3}{E h b^3}. \quad (1.13)$$

Damit ergibt sich für die elastische Federkonstante k_1 eines schwach gebogenen Balkens bezüglich einer Biegung in x_1 -Richtung

$$k_{1,Punkt} = -\frac{\partial F_{elast}}{\partial U_1} = \frac{\partial F_1}{\partial U_1} = \frac{\partial}{\partial U_1} \left(\frac{E h b^3 U_1}{4 L^3} \right) = \frac{1}{4} \frac{E b^3 h}{L^3}. \quad (1.14)$$

Für die Auslenkung durch eine Punktkraft erhält man also den Wert, der typischerweise als Federkonstante eines Balkens aufgrund seiner Geometrie angegeben wird.

Auslenkung durch die über einen Bereich verteilte kapazitive Kraft

Nach Gl. (1.8) und (1.9) gilt mit der Näherung $d - 2U_1 \approx d$:

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\varepsilon_0 V^2 (L - L_0) h}{d^2} \\ U_1(L) &= \frac{\varepsilon_0 V^2}{2Eb^3 d^2} (3L^4 - 4L_0^3 L + L_0^4) \\ &= \frac{\varepsilon_0 V^2}{2Eb^3 d^2} (L - L_0) (3L^3 + 3L^2 L_0 + 3LL_0^2 - L_0^3). \end{aligned}$$

Durch Ersetzen von V^2 ergibt sich damit

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{2Eb^3 h U_1}{3L^3 + 3L^2 L_0 + 3LL_0^2 - L_0^3} \text{ und schließlich} \\ k_{1,verteilt} &= \frac{\partial F_1}{\partial U_1} = \frac{2Ehb^3}{3L^3 + 3L^2 L_0 + 3LL_0^2 - L_0^3}. \end{aligned}$$

Die so erhaltene Federkonstante ist etwas größer als die für eine Punktkraft berechnete und nähert sich dieser wie zu erwarten ist für $L_0 \rightarrow L$ an.

Effektive Federkonstante

Bei der Berechnung der Federkonstanten bezüglich der Auslenkung durch eine kapazitive Kraft wurde bislang vernachlässigt, dass die Kraft mit kleinerem Abstand zwischen den zwei Balken steigt (vgl. Gl. (1.8)). Die Kraft wird also mit zunehmender Auslenkung der Balken größer. Für die somit vom Abstand abhängige kapazitive Kraft lässt sich wiederum eine Federkonstante k_{kap} definieren. Der Gradient der kapazitiven Kraft ist dem der Rückstellkraft entgegengesetzt. Über den Gradienten der Gesamtkraft lässt sich für die Biegung in x_i -Richtung eine effektive Federkonstante $k_{i,eff}$ definieren:

$$k_{i,eff} = \sum k_i.$$

Summiert wird über die verschiedenen Kraftkomponenten (jeweils bezüglich der x_i -Richtung).

Für die kapazitive Kraft gilt in einer symmetrischen Anordnung von zwei Balken nach Gl. (1.8):

$$\begin{aligned} F_{1,kap} &= \frac{\varepsilon_0 (L - L_0) h V^2}{(d - 2U_1)^2} \text{ und damit} \\ k_{1,kap} &= -\frac{\partial F_1}{\partial U_1} = -\frac{4\varepsilon_0 (L - L_0) h V^2}{(d - 2U_1)^3} \\ &\approx -\frac{4\varepsilon_0 (L - L_0) h V^2}{d^3}. \end{aligned}$$

L in μm	V in V	k_{Punkt} in (N/m)	k_{verteilt} in (N/m)	k_{kap} in (N/m)	$k_{\text{eff}} = k_{\text{kap}} + k_{\text{verteilt}}$ in (N/m)	$\frac{k_{\text{eff}}}{k_{\text{verteilt}}}$ in %
3	1	1,259	1,669	-0,0004	1,669	0,03
3	3	1,259	1,669	-0,004	1,665	0,2
3	5	1,259	1,669	-0,011	1,658	0,7
6	1	0,157	0,180	-0,0004	0,180	0,25
6	3	0,157	0,180	-0,004	0,176	2,2
6	5	0,157	0,180	-0,011	0,169	6,2
10	1	0,034	0,037	-0,0004	0,037	1,2
10	3	0,034	0,037	-0,004	0,033	10,8
10	5	0,034	0,037	-0,011	0,026	30

Tabelle 1.1: Elastische und effektive Federkonstanten für verschiedene Längen L der Balken sowie verschiedene Spannungen V . Der Überlapp der Balken betrug jeweils $1 \mu\text{m}$, die Breite $b = 200 \text{ nm}$ und die Dicke $h = 100 \text{ nm}$. Je länger der Balken bei gleichem Überlapp ist, desto mehr ähnelt die kapazitive Auslenkung der durch eine Punktkraft und die elastischen Federkonstanten k_{Punkt} und k_{verteilt} nähern sich an. Man sieht außerdem, dass die aufgrund der Erhöhung der Kraft mit der Auslenkung um k_{kap} veränderte effektive Federkonstante k_{eff} sich mit höherer Spannung und längerem Balken stärker von der reinen elastischen Konstante unterscheidet.

Federkonstanten und effektive Federkonstanten wurden für in der vorliegenden Arbeit wichtige Geometrien berechnet und sind in Tabelle 1.1 aufgelistet. Aus dieser Tabelle geht hervor, dass die Veränderung der Federkonstanten aufgrund der kapazitiven Kraft bei kurzen Balken vernachlässigt werden kann. Bei längeren Balken ist dagegen mit der Veränderung der Federkonstanten eine Veränderung der Auslenkung sowie auch der Resonanzfrequenz (vgl. folgender Abschnitt) zu erwarten: Bei $10 \mu\text{m}$ langen Balken ergibt sich für eine Spannung von 3 V bereits eine Veränderung der Federkonstanten um etwa 10% .

1.4 Dynamische Auslenkungen, Resonanzen

Bisher wurde die statische Auslenkung eines Balkens unter einer konstanten Kraftwirkung betrachtet. Im Folgenden wird auf dynamische Auslenkungen näher eingegangen. Im ungetriebenen Fall lassen sich vor allem Resonanzen und damit Eigenfrequenzen bestimmen. Die in der Praxis vorliegende getriebene Oszillation wird daran anschließend besprochen.

1.4.1 Ungetriebener Oszillator

Mit der Newton'schen Gleichung $F_1 = m\ddot{U}_1$ und der daraus resultierenden Kraft pro Längeneinheit $K_1 = -\partial F_1 / (\partial x_3) = -\rho b h \ddot{U}_1$ folgt aus der Bewegungsgleichung (Gl. (1.1)) für einen ungetriebenen in x_1 -Richtung oszillierenden Balken die folgende Differentialglei-

Nr.	$lsg_j = \beta_j L$	$\frac{\beta_j^2 L^2}{= \omega_j L^2 \sqrt{\frac{12\rho}{Eb^2}}}$	$\nu_j = \omega/(2\pi)$ in MHz für $L = 3\mu\text{m}$	ν_j in MHz für $L = 10\mu\text{m}$
1	1,875	3,516	30,7	2,76
2	4,694	22,035	192	17,29
3	7,855	61,697	538	48,43
4	10,996	120,902	1050	94,89
5	14,137	199,860	1740	156,87
6	17,279	298,556	2600	234,33
7	20,420	416,991	3640	327,29
...				

Tabelle 1.2: Ermittlung der Resonanzfrequenzen ν_j von Balken mit 3 bzw. 10 μm Länge aus den Lösungen der transzendenten Gleichung $\cos(x) \cosh(x) = -1$ (vgl. Anhang A.3). Für die Berechnung wurden die Dichte $\rho = 2,33 \text{ g/cm}^3$ und das Elastizitätsmodul $E = 170 \text{ GPa}$ von Silizium sowie eine Breite der Balken (in Richtung der Schwingung) von $b = 200 \text{ nm}$ angenommen.

chung:

$$U_1'''' = -\frac{\rho b h \ddot{U}_1}{EI_2} = -\frac{12\rho}{Eb^2} \ddot{U}_1 \quad (1.15)$$

bzw. mit dem Separationsansatz $U_1(x_3, t) = U_1(x_3) \cos(\omega t + \alpha)$:

$$U_1''''(x_3) = \frac{\rho b h}{EI_2} \omega^2 U_1(x_3) = \frac{12\rho}{Eb^2} \omega^2 U_1(x_3) \equiv \beta_1^4 U_1(x_3). \quad (1.16)$$

Aus dieser Bewegungsgleichung lässt sich die Lösung für einen schwingenden Balken bestimmen. Die zugehörige Rechnung findet sich im Anhang A.3. Es ergeben sich mehrere Resonanzfrequenzen ω_j , die sich aus den in Tabelle 1.2 dargestellten möglichen Werten für das Produkt $lsg_j = \beta_j L$ mit der Beziehung

$$\omega_j = lsg_j^2 \sqrt{\frac{E}{12\rho} \frac{b}{L^2}} \quad (1.17)$$

berechnen lassen. Für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Balkenlängen von 3 bzw. 10 μm sind die möglichen Resonanzfrequenzen ebenfalls in Tabelle 1.2 dargestellt. Für die Auslenkungen in x_1 -Richtung der Mode j am Punkt $l \approx x_3$ entlang der Balkenachse ergibt sich

$$U_{1,j}(x_3) = \beta_3 \left\{ \left(\cos\left(\frac{lsg_j}{L} x_3\right) - \cosh\left(\frac{lsg_j}{L} x_3\right) \right) - \left(\sin\left(\frac{lsg_j}{L} x_3\right) - \sinh\left(\frac{lsg_j}{L} x_3\right) \right) \frac{\cos(lsg_j) + \cosh(lsg_j)}{\sin(lsg_j) + \sinh(lsg_j)} \right\}, \quad (1.18)$$

wobei β_3 die Amplitude dieser Mode bezeichnet. Die Eigenmoden sind orthogonal zueinander [24] und die Amplituden können so gewählt werden, dass gilt

$$\int_0^L U_{1,j}(x_3) U_{1,k}(x_3) dx_3 = L^3 \delta_{jk}. \quad (1.19)$$

In Analogie zu den Ausführungen in Ref. [24] bezüglich beidseitig eingespannter Balken lässt sich diese Relation dann erreichen, wenn für alle Moden $\beta_3 = L$ gewählt wird.

1.4.2 Auslenkung durch thermische Energie

Bei der Anregung durch thermische Energie steht pro Freiheitsgrad, d. h. für jede Schwingungsmode, die thermische Energie $E_{thermisch} = \frac{1}{2} k_B T$ zur Verfügung. Dabei bezeichnet T die Temperatur und k_B die Boltzmannkonstante. Diese wird in elastische Energie $E_{elastisch}$ umgewandelt und führt so zu thermischen Schwingungen. Die Amplitude fluktuiert mit der Zeit, die mittlere Auslenkung ist Null. Für die elastische Energie wird daher das Zeitmittel der Auslenkungsquadrate betrachtet.

$$\begin{aligned} E_{elastisch} &= \frac{1}{2} k \langle U^2 \rangle \\ E_{thermisch} &= \frac{1}{2} k_B T \text{ pro Freiheitsgrad} \end{aligned}$$

Als ein Maß für die Auslenkung wird die Standardabweichung betrachtet. Mit der Federkonstanten k für die Auslenkung durch eine Punktkraft (Gl. (1.14)) ergibt sich

$$U_{th} \approx \sqrt{\langle U^2 \rangle} = \sqrt{\frac{k_B T}{k}} = \sqrt{\frac{4k_B T L^3}{E b^3 h}}.$$

Für Raumtemperatur ($T \approx 293\text{K}$) und die üblichen Parameter ($b = 200 \text{ nm}$, $h = 100 \text{ nm}$, $E = 170 \text{ GPa}$) folgt damit eine seitliche thermische Auslenkung von $U_{th \ 1} \approx 0,06 \text{ nm}$ für einen $3 \mu\text{m}$ langen Balken bzw. $U_{th \ 1} \approx 0,34 \text{ nm}$ für einen $10 \mu\text{m}$ langen. Für eine vertikale Auslenkung ergeben sich sogar $U_{th \ 2} \approx 0,11 \text{ nm}$ bzw. $U_{th \ 2} \approx 0,69 \text{ nm}$.

1.4.3 Gedämpfter harmonischer Oszillator, Güte

Bisher wurde die Dämpfung vernachlässigt. Sie wird nun in der Näherung eines Harmonischen Oszillators behandelt. Die Dämpfungskraft sei proportional zur Geschwindigkeit des schwingenden Oszillators, mit dem Proportionalitätsfaktor γ . Dann lautet die Bewegungsgleichung ohne externe Anregung:

$$m\ddot{U} + \gamma\dot{U} + kU = 0.$$

Mit dem Ansatz $U = U_0 e^{-i\omega'_0 t}$ mit einer gegenüber dem ungedämpften Fall veränderten Resonanzfrequenz ω'_0 ergibt sich

$$\begin{aligned} -m\omega_0'^2 - i\gamma\omega_0' + k &= 0. \\ \text{Daher gilt } \omega_0' &= -\frac{i\gamma}{2m} \pm \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{\gamma^2}{4m^2}}. \end{aligned}$$

Wird die komplexe Größe ω'_0 in den Ansatz eingesetzt, so ist ersichtlich, dass ihr Imaginärteil $Im(\omega'_0)$ die Dämpfung und ihr Realteil $Re(\omega'_0)$ eine Schwingung ausdrückt. Die Resonanzfrequenz $Re(\omega'_0) = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/(4m^2)}$ verschiebt sich also gegenüber dem ungedämpften Fall, für den gilt $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, zu kleineren Frequenzen.

Güte

Die Güte Q ist definiert als (2π mal) das Verhältnis der gesamten in einer Schwingung gespeicherten Energie zu der pro Schwingungsperiode dissipierten Energie [25]. Nach Ref. [24] kann sie als

$$\frac{1}{Q} \equiv 2 \left| \frac{Im(\omega'_0)}{Re(\omega'_0)} \right| = \frac{\gamma}{m\sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2/(4m^2)}}$$

geschrieben werden. Für $\gamma/m \ll \omega_0$ gilt somit näherungsweise $Q \approx \omega_0 m/\gamma$. Für die Lösung der Bewegungsgleichung gilt in dieser Näherung $U(t) \approx U_0 \exp(-\omega_0/(2Q)) \exp(-iRe(\omega'_0)t)$. Die experimentelle Bestimmung der Güte eines Systems erfolgt mit Hilfe der Beziehung $Q \approx \omega_0/(\Delta\omega_{FWHM})$ [25], wobei ω_0 die zugehörige Resonanzfrequenz bezeichnet und $\Delta\omega_{FWHM}$ die Halbwertsbreite der Frequenzantwort. Die Begründung hierfür wird in Abschnitt 1.4.5 geliefert.

1.4.4 Gedämpfte Schwingung eines Balkens

Ein resonant schwingender gedämpfter Balken hat wie ein gedämpfter harmonischer Oszillator eine gegenüber dem ungedämpften Fall veränderte Resonanzfrequenz. Die zugehörige Bewegungsgleichung ist der für den ungedämpften Fall (Gl. (1.15)) sehr ähnlich:

$$\frac{d^4 U_1(x_3, t)}{dx_3^4} = -\frac{\rho b h (\ddot{U}_1 + \frac{\gamma}{m} \dot{U}_1)}{EI_2}.$$

Mit dem Ansatz $U = U_1(x_3)e^{-i\omega'_0 t}$ ergibt sich

$$EI_2 U_1''''(x_3) = \rho b h \omega_0'^2 (1 + i \frac{\gamma}{m \omega_0'}) U_1(x_3) = \rho b h \omega_0'^2 (1 + \frac{i}{Q}) U_1(x_3).$$

In der letzten Umformung wurde die Dämpfung gemäß der Näherung aus dem vorigen Abschnitt durch den Gütefaktor ausgedrückt. Dadurch erhält der gedämpfte Fall die gleiche Abhängigkeit von ω wie der ungedämpfte. Ersetzt man folglich ω aus Gl. (1.16) durch $\omega \rightarrow \omega'_0 \sqrt{1 + \frac{i}{Q}} \approx \omega'_0 (1 + \frac{i}{2Q})$, so kann die Lösung der Differentialgleichung einfach übernommen werden. Dies gilt allerdings aufgrund der Näherungen nur bei hohen Güten ($Q \gg 1$).

Alternativ kann die Bewegungsgleichung eines gedämpften Oszillators damit auch als solche eines ungedämpften mit einem effektiven Elastizitätsmodul E_{eff} mit $E_{eff} = E/(1 + \frac{i}{Q}) \approx E(1 - \frac{i}{Q})$ betrachtet werden [24]:

$$E(1 - \frac{i}{Q})I_2U_1''''(x_3) = \rho bh\omega_0^2U_1(x_3).$$

1.4.5 Getriebener Oszillator

Für einen mit der externen Kraft pro Längeneinheit $K_{1,ext}(x_3)e^{i\omega_{ext}t}$ in x_1 -Richtung getriebenen gedämpften Oszillator sieht die Bewegungsgleichung nach Gleichung (1.1) und den Erläuterungen im vorangegangenen Abschnitt folgendermaßen aus:

$$\frac{d^4U_1}{dx_3^4} = \frac{K_1}{E_{eff}I_2} = -\frac{\rho bh\ddot{U}_1 + K_{1,ext}(x_3)e^{-i\omega_{ext}t}}{E_{eff}I_2}.$$

Damit gilt $\rho bh\ddot{U}_1 + E(1 - \frac{i}{Q})I_2U_1'''' = K_{1,ext}(x_3)e^{-i\omega_{ext}t}$.

Nach einiger Zeit der Anregung werden sämtliche resonante Schwingungen, die eventuell zu Beginn der Anregung noch vorhanden waren, ausgedämpft sein. Dann schwingt der Balken nur noch mit der Frequenz der treibenden Kraft. Mit dem Ansatz $U_1(x_3, t) = U_1(x_3)e^{-i\omega_{ext}t}$ mit komplexwertigem $U_1(x_3)$, so dass auch Phasenverschiebungen gegenüber der externen Kraft berücksichtigt werden, ergibt sich die folgende Differentialgleichung:

$$-\rho bh\omega_{ext}^2U_1(x_3) + E(1 - \frac{i}{Q})I_2(U_1(x_3))'''' = K_{1,ext}(x_3).$$

Nun wird die Funktion $U_1(x_3)$ nach den Eigenschwingungen des ungedämpften Oszillators ($U_1(x_3) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j U_{1,j}(x_3)$) entwickelt [24], denn diese bilden eine Basis des Funktionsraums. Es ergibt sich damit:

$$-\omega_{ext}^2\rho bh \sum_{j=1}^{\infty} a_j U_{1,j}(x_3) + (1 - \frac{i}{Q})E I_2 \sum_{j=1}^{\infty} a_j U_{1,j}''''(x_3) = K_{1,ext}(x_3).$$

Mit der Differentialgleichung für eine ungedämpfte Schwingung (Gl. (1.16)), also der Definition der Eigenfunktionen, folgt

$$-\omega_{ext}^2\rho bh \sum_{j=1}^{\infty} a_j U_{1,j}(x_3) + (1 - \frac{i}{Q})\rho bh \sum_{j=1}^{\infty} \omega_j^2 a_j U_{1,j}(x_3) = K_{1,ext}(x_3).$$

Die Gleichung zerfällt unter Ausnutzung der Orthogonalitätsrelation (Gl. (1.19)) in Gleichungen für die einzelnen Summanden, wenn sie mit $U_{1,k}$ multipliziert und von 0 bis L

über x_3 integriert wird:

$$a_j(\omega_j^2 - \omega_{ext}^2 - i\omega_j^2/Q) = \frac{\int_0^L K_{1,ext}(x_3)U_{1,j}(x_3)dx_3}{\rho bhL^3}. \text{ Damit gilt} \quad (1.20)$$

$$a_j = \frac{1}{\rho bhL^3} \frac{1}{\omega_j^2 - \omega_{ext}^2 - i\omega_j^2/Q} \int_0^L K_{1,ext}(x_3)U_{1,j}(x_3)dx_3 \equiv \frac{\eta_j}{\omega_j^2 - \omega_{ext}^2 - i\omega_j^2/Q}, \text{ mit}$$

$$\eta_j = \frac{\int_0^L K_{1,ext}(x_3)U_{1,j}(x_3)dx_3}{\rho bhL^3}. \quad (1.21)$$

Mit dieser Gleichung kann die Amplitude a_j für jede Eigenschwingung $U_{1,j}$ bestimmt werden.

Betrachtet man nur Frequenzen unterhalb bzw. in der Nähe der ersten Resonanz (bei ω_1), so können in der Entwicklung alle Summanden außer $a_1U_{1,1}$ näherungsweise vernachlässigt werden, so dass die Amplitude der gesamten Schwingung proportional zu a_1 ist.

Bei der Anwendung auf die periodische Anregung von Balkenschwingungen durch kapazitive Kräfte ist zu beachten, dass die kapazitive Kraft dem Quadrat der Spannung proportional ist. Insbesondere hat somit die auf den Balken wirkende Kraft und daher auch die auftretende Schwingung nicht dieselbe Periode wie die anregende Spannung. Stattdessen tritt vor allem die doppelte Frequenz auf. Genauere Ausführungen zu Anregungen durch eine sinusförmige Spannung finden sich in Abschnitt 1.7 sowie in Anhang B.

Quasistatische Schwingung

Im Folgenden wird gezeigt, dass eine quasistatische Schwingung des Systems, d. h. eine getriebene Schwingung, bei der die treibende Frequenz weit unterhalb der ersten Resonanzfrequenz liegt, tatsächlich mit der gleichen Auslenkung schwingt, die auch eine statische Kraft der gleichen Größe hervorrufen würde. Für Anregungsfrequenzen weit unterhalb der ersten Resonanz $\omega_{ext} \ll \omega_1'$ wird näherungsweise nur die erste Eigenschwingung $U_{1,1}$ mit der Amplitude a_1 berücksichtigt, so dass gilt:

$$U_1(x_3, t) \approx a_1 U_{1,1} e^{-i\omega_{ext} t}, \text{ mit}$$

$$a_1 = \frac{\eta_1}{\omega_1^2 - \omega_{ext}^2 - i\omega_1^2/Q} \approx \frac{\eta_1}{\omega_1^2 - i\omega_1^2/Q} = \frac{\eta_1}{\omega_1^2(1 - i/Q)} \approx \frac{\eta_1}{\omega_1^2} \left(1 + \frac{i}{Q}\right).$$

Der Imaginärteil kann aufgrund der Tatsache, dass $Q \gg 1$ ist, folgendermaßen entwickelt werden: $\frac{i}{Q} \approx i \sin(\frac{1}{Q}) + (\cos(\frac{1}{Q}) - 1) \approx e^{\frac{i}{Q}} - 1$. Damit gilt:

$$U_1(x_3, t) \approx a_1 U_{1,1} e^{-i\omega_{ext} t} \approx \frac{\eta_1}{\omega_1^2} (e^{\frac{i}{Q}}) U_{1,1} e^{-i\omega_{ext} t} = \frac{\eta_1}{\omega_1^2} U_{1,1}(x_3) e^{-i(\omega_{ext} t - \frac{1}{Q})}.$$

Für genügend große Güten ($\frac{1}{Q} \ll 2\pi$) kann die Phasenverschiebung ($\frac{1}{Q}$) vernachlässigt werden, so dass der Balken-Resonator praktisch mit der Anregung in Phase schwingt. Für

die maximale Auslenkung einer solchen quasistatischen Schwingung gilt mit der Definition von η_1 (Gl. (1.21)):

$$U_1(x_3 = L) \approx \frac{\int_0^L K_{1,ext}(x'_3) U_{1,1}(x'_3) dx'_3}{\rho b h L^3 \omega_1^2} U_{1,1}(L).$$

Greift eine Punktkraft F_{ext} bei $x_3 = L$ an, so gilt $K_{1,ext}(x_3) = F_{ext} \delta(x_3 - L)$ und damit

$$U_1(x_3 = L) \approx \frac{F_{ext} U_{1,1}(L)}{\rho b h L^3 \omega_1^2} U_{1,1}(L).$$

Setzt man das Flächenträgheitsmoment nach Gl. (1.3) ein und ersetzt ω_1 entsprechend (Gl. 1.17) und anschließend β_1 durch $l s g_1 / L$, so ergibt sich

$$U_1(x_3 = L) \approx \frac{F_{ext} U_{1,1}^2(L) L}{(I_2 E (l s g_1)^4)}.$$

$U_{1,1}(L)$ berechnet sich nach Gl. (1.18) mit der Konstanten $\beta_3 = L$ aufgrund von Gl. (1.19) zu $-2L$. Mit dem Wert für $l s g_1$ aus Tabelle 1.2 ergibt sich also

$$U_1(x_3 = L) \approx \frac{F_{ext} L^3}{(3,1 I_2 E)} \approx \frac{F_{ext} L^3}{(3 I_2 E)}.$$

Der letzte Wert entspricht nach Gl. (1.10) der statischen Auslenkung durch die Kraft F_{ext} . Da eine periodische Schwingung für die Frequenz $\omega_{ext} = 0$ in eine statische Auslenkung übergeht, würde man eigentlich eine genaue Übereinstimmung erwarten. Aufgrund der benötigten Näherungen ergibt sich in diesem Limes allerdings keine absolute Übereinstimmung. Es konnte jedoch bestätigt werden, dass eine Schwingung eines Resonators mit hoher Güte auch für höhere Frequenzen (solange gilt $\omega_1^2 - \omega_{ext}^2 \approx \omega_1^2$) etwa den statischen Wert der Auslenkung liefert.

Anregung in der Nähe der Resonanz

Für die Amplitude a_1 der Schwingung bei Anregung in der Nähe der ersten Resonanz, d. h. nahe ω_1 , gilt nach Gleichung (1.20) und Gleichung (1.21):

$$a_1 = \frac{\eta_1}{\omega_1^2 - \omega_{ext}^2 - i\omega_1^2/Q}.$$

Bei der Frequenz ω_{FWHM} , die eine halbe Halbwertsbreite von der Resonanzfrequenz entfernt liege, gilt aufgrund der Definition der Halbwertsbreite

$$2 a_1(\omega_{ext} = \omega_{FWHM}) = a_1(\omega_{ext} = \omega_1)$$

und damit
$$\frac{2}{\omega_1^2 - \omega_{FWHM}^2 - i\omega_1^2/Q} = \frac{1}{-i\omega_1^2/Q}.$$

Auflösen nach ω_{FWHM} ergibt $\omega_{FWHM} = \omega_1 \sqrt{1 + i/Q} \approx \omega_1 + i\omega_1/(2Q)$ für hohe Güten Q . Für den Betrag $|\omega_1 - \omega_{FWHM}|$ gilt damit $|\omega_1 - \omega_{FWHM}| \approx \omega_1/(2Q)$. Damit folgt für die Güte

$$Q \approx \frac{\omega_1}{2|\omega_1 - \omega_{FWHM}|} = \frac{\omega_1}{\Delta\omega_{FWHM}},$$

wobei $\Delta\omega_{FWHM}$ die Halbwertsbreite bezeichnet. Mit Hilfe dieser Gleichung kann Q experimentell bestimmt werden.

1.5 Schwingungen gekoppelter Balken

Zwischen zwei sich gegenüberliegenden Balken wirke eine periodische Kraft, wie sie beispielsweise durch Anlegen einer Wechselspannung entsteht. Da die Schwingung eines Balkens den Abstand der Balken und damit auch die Kraft auf den anderen Balken verändert, handelt es sich um eine gekoppelte Schwingung. Die Schwingungen der einzelnen Balken werden im Folgenden als Harmonische Schwingungen betrachtet. Die beiden Balken seien identisch, mit x_1 bzw. x_2 werden die Auslenkungen der Balken in Richtung des jeweils anderen Balkens bezeichnet. Damit gelten die folgenden Bewegungsgleichungen:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_1 + \gamma\dot{x}_1 + kx_1 &= \sin(\omega t) \left(\frac{\varepsilon_0 AV^2}{2(d - x_1 - x_2)^2} \right) \approx \sin(\omega t) \frac{\varepsilon_0 AV^2}{2d^2} \left(1 - \frac{2}{d}(x_1 + x_2) \right), \\ m\ddot{x}_2 + \gamma\dot{x}_2 + kx_2 &= \sin(\omega t) \left(\frac{\varepsilon_0 AV^2}{2(d - x_1 - x_2)^2} \right) \approx \sin(\omega t) \frac{\varepsilon_0 AV^2}{2d^2} \left(1 - \frac{2}{d}(x_1 + x_2) \right). \end{aligned}$$

Die Bewegung des Systems wird mit derselben Frequenz erfolgen wie die Anregung ($x_1 = x_{10} \sin(\omega t)$, $x_2 = x_{20} \sin(\omega t)$). Phasenverschiebungen werden durch komplexwertige x_{10} , x_{20} implizit berücksichtigt. Mit den Bezeichnungen $F_0 = \frac{\varepsilon_0 AV^2}{2d^2}$ und $\frac{2F_0}{d} = \kappa$ sowie der Näherung $\sin^2(\omega t) = 1/2(1 - \cos(2\omega t)) \approx 1/2$ gilt dann:

$$\begin{aligned} (1): \quad -m\omega^2 x_{10} + i\gamma\omega x_{10} + kx_{10} + \frac{1}{2}\kappa(x_{10} + x_{20}) &= F_0, \\ (2): \quad -m\omega^2 x_{20} + i\gamma\omega x_{20} + kx_{20} + \frac{1}{2}\kappa(x_{10} + x_{20}) &= F_0. \end{aligned}$$

Mit $X = x_{10} + x_{20}$, $x = x_{10} - x_{20}$ folgt aus der Summe bzw. Differenz der beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} (1) + (2): \quad -m\omega^2 X + i\gamma\omega X + (k + \kappa)X &= 2F_0, \\ (1) - (2): \quad -m\omega^2 x + i\gamma\omega x + kx &= 0. \end{aligned}$$

In der oberen der beiden letzten Gleichungen findet sich eine effektive Federkonstante des Gesamtsystems $k_{eff} = k + \kappa$. Nur für $k_{eff} \gg k$ unterscheidet sich die Resonanzfrequenz des gekoppelten Systems stark von der Resonanzfrequenz der nicht gekoppelten Balken.

L in μm	V in V	k in (N/m)	κ in (N/m)	κ/k in %
3	1	1,259	$1,11 \times 10^{-4}$	0,01
3	3	1,259	$9,96 \times 10^{-4}$	0,08
3	5	1,259	$2,77 \times 10^{-3}$	0,22
6	1	0,157	$1,11 \times 10^{-4}$	0,07
6	3	0,157	$9,96 \times 10^{-4}$	0,63
6	5	0,157	$2,77 \times 10^{-3}$	1,76
10	1	0,034	$1,11 \times 10^{-4}$	0,33
10	3	0,034	$9,96 \times 10^{-4}$	2,93
10	5	0,034	$2,77 \times 10^{-3}$	8,15

Tabelle 1.3: Für die gekoppelte Schwingung zweier baugleicher Balken sind die Federkonstante eines einzelnen Balkens k sowie die Größe κ , die ein Maß für die effektive Federkonstante $k_{eff} = k + \kappa$ des gekoppelten Systems darstellt, für verschiedene Balkenlängen L und verschiedene Spannungen V berechnet. Die letzte Spalte gibt die prozentuale Veränderung der effektiven Federkonstanten gegenüber einem ungekoppelten System an.

Für die betrachteten Balken von 200 nm Breite und 100 nm Dicke mit 1 μm Überlapp und 200 nm Abstand zwischen den beiden Balken ergeben sich in Abhängigkeit der Längen L der Balken bzw. der zwischen den Balken angelegten Spannungen V die in Tabelle 1.3 dargestellten Werte für k und κ . Bei maximalen Längen von 10 μm und Spannungen von bis zu 3 V sowie den sonstigen in der vorliegenden Arbeit verwendeten Parametern ist die Kopplung noch schwach und kann daher in erster Näherung vernachlässigt werden. Bei höheren Spannungen wäre eine deutliche Veränderung der Resonanzfrequenzen zu erwarten.

1.6 Stark gebogene Balken

Bisher wurde ausschließlich die Näherung für schwach gebogene Balken verwendet. Um diese Näherung für die vorliegende Arbeit zu rechtfertigen, sei kurz auf das Verhalten stark gebogener Balken eingegangen: Für einen stark gebogenen Balken kann keine universelle Gleichung für eine Federkonstante angegeben werden, da dessen Auslenkung nicht direkt proportional zur angelegten Kraft ist. Die maximale Auslenkung, also die Auslenkung am Ende eines einseitig eingespannten stark gebogenen Balkens der Länge L , lässt sich jedoch implizit berechnen [26]. Dazu wird aus der ersten unten angegebenen Gleichung (Gl. (1.22)) die Größe ϑ_0 berechnet (Bezüglich der Bedeutung der Winkel ϑ_0 und ϑ sei auf Referenz [26] verwiesen). Das sich aus der ersten Gleichung ergebende ϑ_0 wird dann in die zweite Gleichung (Gl. (1.23)) eingesetzt, und damit errechnet sich die Auslenkung $u_1(L)$

am Balkenende unter einer Kraft $F = F_1$ in x_1 -Richtung.

$$L = \sqrt{\frac{I_2 E}{2 F_1}} \int_{\vartheta=\vartheta_0}^{\vartheta=\frac{\pi}{2}} \frac{d\vartheta}{\sqrt{\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta}}, \quad (1.22)$$

$$u_1(L) = \sqrt{\frac{I_2 E}{2 F_1}} \int_{\vartheta=\vartheta_0}^{\vartheta=\frac{\pi}{2}} \frac{\cos \vartheta d\vartheta}{\sqrt{\cos \vartheta_0 - \cos \vartheta}}. \quad (1.23)$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich der in Abb. 1.7 allgemein dargestellte Verlauf der Auslenkung gegen die Kraft. Zum Vergleich ist die entsprechende Kurve für schwach gebogene Balken nach Gleichung (1.13) aufgetragen. Es ist ersichtlich, dass diese Näherung bis zu Auslenkungen von etwa 30 % der Gesamtlänge des Balkens kaum Abweichungen von der vollständigen Lösung für stark gebogene Balken zeigt. Die der vorliegenden Arbeit verwendeten Federbalken haben eine Länge von 3 bzw. 10 μm . Da die maximal erreichten Auslenkungen deutlich unter einer Größe von 0,9 bzw. 3 μm liegen, können die Balken als schwach gebogen betrachtet werden.

Konkret sind die verwendeten Balken jeweils paarweise angeordnet und haben einen Abstand von 200 nm zueinander. Dieser Abstand begrenzt die Auslenkung rein physisch auf maximal 100 nm, wenn man davon ausgeht, dass die Auslenkung für beide Balken symmetrisch erfolgt. Für die verwendeten 3 bzw. 10 μm langen Balken entsprechen 100 nm einer Länge von etwa 0,03 L bzw. 0,01 L. Die Nanobalken können folglich gemäß Abb. 1.7 stets als schwach gebogen betrachtet werden. Selbst bei der resonanten Anregung der nach oben gebogenen Balken in Kapitel 6, die aufgrund ihrer Verbiegung einen Abstand von etwa 1 μm zueinander haben, beträgt die erreichte Auslenkung deutlich weniger als 0,3 L. Somit ist bestätigt, dass die Näherung schwach gebogener Balken für sämtliche in der vorliegenden Arbeit verwendeten Anordnungen angewendet werden darf.

1.7 Auslenkung durch eine oszillierende Spannung

In der vorliegenden Arbeit wurden Nanofederbalken durch Anlegen einer Wechselspannung zwischen zwei Balken aufgrund der dann wirkenden kapazitiven Kraft bewegt. Die zwischen den Nanobalken anliegende Spannung V setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen:

$$V = \sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t) + V_0.$$

Dabei wird die extern angelegte Wechselspannung durch den Ausdruck $\sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t)$ beschrieben. V_0 bezeichnet eine überlagerte Gleichspannung, die sich allgemein aus der Summe der internen Potentialdifferenz (Kontaktpotential Φ) und der extern angelegten Gleichspannung V_{DC} zusammensetzt: $V_0 = V_{DC} + \Phi$. In der vorliegenden Arbeit wurde allerdings keine externe Gleichspannung angelegt, so dass V_0 hier dem Kontaktpotential gleich ist ($V_0 = \Phi$).

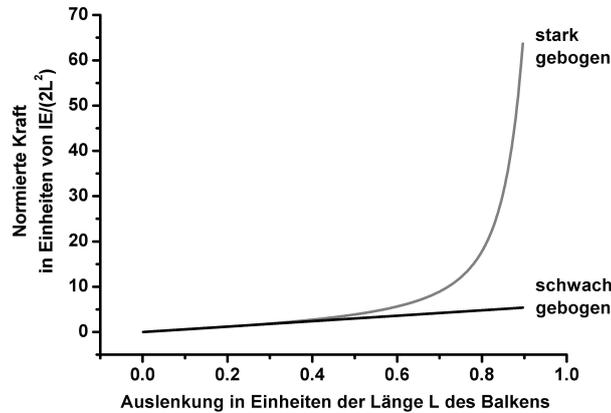


Abbildung 1.7: Die Kraft, die benötigt wird, um einen Balken der Länge L mit Flächenträgheitsmoment I und Elastizitätsmodul E auszulenken. Die Kraft ist in Einheiten von $\frac{IE}{2L^2}$ dargestellt, die Auslenkung in Einheiten der Länge L . Zusätzlich zum Verlauf der Kurve für stark gebogene Balken ist die Näherung für schwach gebogene Balken dargestellt. Sie kann also bis zu Auslenkungen von ca. $0,3 L$ angewendet werden.

1.7.1 Seitliche Bewegung zweier Balken aufeinander zu

Für den Fall einer quasistatischen Auslenkung, d. h. dass die Kreisfrequenz ω der anregenden Spannung weit unterhalb der Resonanzfrequenz des schwingenden Systems liegt, kann die Auslenkung gemäß Abschnitt 1.4.5 aus den statischen Gleichungen berechnet werden. Bei einer Spannung V wirkt auf einen um die Strecke U ausgelenkten Nanofederbalken nach Gl. (1.8) in der Näherung eines Plattenkondensators und damit die kapazitive Kraft

$$F = \frac{\epsilon_0(L - L_0)h V^2}{(d - 2U)^2}.$$

Nähert man nun den schwingenden Federbalken als harmonischen Oszillator mit der Federkonstanten k an, so ergibt sich durch Umformen der Gleichung $F_{ext} = kU$ eine Gleichung für die Auslenkung U . Da die Kraft ihrerseits von der Auslenkung abhängt, ergibt sich eine Gleichung dritten Grades für U . In Anhang B wird die Auslenkung mit Hilfe einer Taylorentwicklung sowie durch trigonometrische Umformungen näherungsweise berechnet. Es ergibt sich in nullter Näherung (Abhängigkeit der Kraft von der Auslenkung vernachlässigt):

$$U = \frac{\epsilon_0(L - L_0)h}{kd^2} \left((v_{rms}^2 + V_0^2) + (2\sqrt{2} v_{rms} V_0) \sin(\omega t) - (v_{rms}^2) \cos(2\omega t) \right).$$

In dieser Näherung treten also Schwingungen auf der ersten und zweiten Harmonischen der Frequenz der anregenden Spannung auf. Für $V_0 \ll v_{rms}$ kann die erste Harmonische vernachlässigt werden, für $V_0 \gg v_{rms}$ die zweite. Da V_0 in der vorliegenden Arbeit nur aus

dem Kontaktpotential besteht, ist anzunehmen, dass die zweite Harmonische dominant ist.

In erster Näherung ergibt sich ebenfalls nach Anhang B und mit $\alpha = \frac{\epsilon_0(L-L_0)h}{k d^2}$:

$$\begin{aligned}
 U &= U_0 + U_\omega + U_{2\omega} + U_{3\omega} + U_{4\omega}, \text{ mit} \\
 U_0 &= \alpha (v_{rms}^2 + V_0^2) + \frac{\alpha^2}{d} (4V_0^4 + 24v_{rms}^2 V_0^2 + 6v_{rms}^4), \\
 U_\omega &= \sin(\omega t) \left(\alpha (2\sqrt{2}v_{rms} V_0) + \frac{\alpha^2}{d} (24\sqrt{2}v_{rms}^3 V_0 + 16\sqrt{2}v_{rms} V_0^3) \right), \\
 U_{2\omega} &= -\cos(2\omega t) \left(\alpha (v_{rms}^2) + \frac{\alpha^2}{d} (24v_{rms}^2 V_0^2 + 8v_{rms}^4) \right), \\
 U_{3\omega} &= -\sin(3\omega t) \frac{\alpha^2}{d} (8\sqrt{2}v_{rms}^3 V_0), \\
 U_{4\omega} &= \cos(4\omega t) \frac{\alpha^2}{d} (2v_{rms}^4).
 \end{aligned}$$

In dieser (ersten) Näherung ergeben sich also periodische Auslenkungen auf der ersten bis vierten Harmonischen der anregenden Spannung. Wegen der Beziehung $\alpha \ll 1$ sind die Terme mit α^2 , also insbesondere die dritte und vierte Harmonische sehr klein. Vernachlässigt man diese Terme, so erhält man wieder das Ergebnis der Näherung nullter Ordnung. Für den in der vorliegenden Arbeit anzunehmenden Fall $v_{rms} \gg V_0$ sollte das Signal auf der vierten Harmonischen größer sein als das auf der dritten. Am stärksten sollte das Signal auf der zweiten Harmonischen sein.

1.7.2 Bewegung eines Balkens nach unten

Neben der seitlichen Bewegung von zwei Balken aufeinander zu ist auch eine Bewegung eines Balkens nach unten, zum Substrat hin, denkbar. Ist eine Spannung zwischen den zwei Balken angelegt, so herrscht stets auch eine Potentialdifferenz zwischen dem sich unter den Balken befindenden Substrat und mindestens einem der beiden Balken. Dies führt zu einer Bewegung des Balkens nach unten. Da das Substrat unbeweglich ist, bewegt sich hier nur der Balken. Die Verringerung des Abstands mit der Auslenkung beträgt daher nur $d - U_2$ und die kapazitive Kraft erhält die folgende Form: $F_2 = (\epsilon_0(L - L_0)bV^2) / (2(d - U_2)^2)$. Für die Auslenkung U_2 ergeben sich daraus analog zu der Rechnung für die seitliche Bewegung auch analoge Frequenzabhängigkeiten. Details zur Berechnung finden sich in Anhang B. Im Ergebnis müssen gegenüber dem Ergebnis für die seitliche Bewegung lediglich α durch α_2 (mit $\alpha_2 = (\epsilon_0 L b) / (2k_2 d^2)$) und α^2 durch $\frac{1}{2}\alpha_2^2$ ersetzt werden.

Kapitel 2

Präparation

In diesem Kapitel wird die Fabrikation der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Doppelbalkenstrukturen beschrieben. Aufgrund des beabsichtigten späteren Einsatzes als Nanopinzetten werden diese auch teilweise als Pinzettenstrukturen bezeichnet. Diese Strukturen bestehen aus zwei freitragenden Siliziumfingern, auf die jeweils eine Kohlenstoffspitze aufgebracht wird. Schwerpunktmäßig wird im Folgenden die Herstellung der freitragenden Finger erläutert. Diese lassen sich in freitragende Strukturen mit darunter liegendem Substrat und so genannte völlig freitragende Strukturen einteilen. Das Kapitel beginnt mit der Beschreibung der Präparation der freitragenden Strukturen mit Substrat darunter. Es folgt ein Abschnitt über die Abscheidung von Kohlenstoffspitzen (ebd-Spitzen), welche als Greifarme auf die Silizium-Nanopinzetten gewachsen werden können. Schließlich wird die Herstellung der völlig freitragenden Strukturen erläutert. Die verwendeten Fabrikationsschritte werden jeweils chronologisch, d. h. in der verwendeten Reihenfolge, beschrieben, wobei auf kritische Schritte detailliert eingegangen wird.

Das Schema einer freitragenden Struktur mit Substrat darunter ist in Abb. 2.1 dargestellt. Das Substrat-Silizium befindet sich in einem Abstand von 400 nm unterhalb der Struktur. Als völlig freitragend werden dagegen solche Nanopinzetten bezeichnet, bei denen zusätzlich im Bereich direkt unter der Pinzettenstruktur das Substrat-Silizium entfernt wurde, so dass dort ein Loch entsteht. Sowohl die freitragenden als auch die völlig freitragenden Nanopinzetten wurden aus so genanntem SOI (engl.: silicon on insulator, Silizium auf Isolator)- Material hergestellt. Die entsprechenden Wafer wurden in einem *smart cut*-Verfahren der Firma *SOITEC* bzw. einem ähnlichen Verfahren der Firma *ELTRAN* hergestellt. Sie bestehen aus einem Siliziumsubstrat, das mit einer dünnen Siliziumdioxid-Schicht und einer darüber liegenden, ebenfalls dünnen Schicht aus kristallinem Silizium versehen ist. Die obere Siliziumschicht wird auch als SOI-Schicht bezeichnet und die Oxidschicht als BOX (engl.: buried oxide).

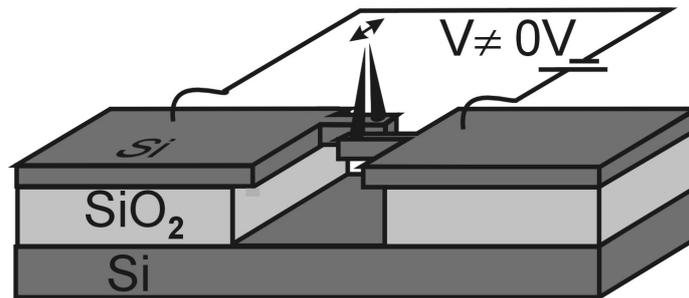


Abbildung 2.1: Schema einer Nanopinzette. In einem Mehrschichtsystem wird in der oberen Schicht eine Si-Nanostruktur definiert. Diese wird durch Entfernen der SiO₂-Opferschicht unter der Nanostruktur freitragend gemacht. Auf die frei stehenden Finger können Kohlenstoff (ebd)-Spitzen als Greifarme aufgewachsen werden. Durch Anlegen einer Spannung zwischen den Pinzettenfingern wird die Struktur aufgrund elektrostatischer Kräfte bewegt.

2.1 Freitragende Strukturen mit Substrat

Eine Skizze zur Prozessfolge der verwendeten Herstellungsschritte von freitragenden Siliziumstrukturen aus SOI-Material findet sich in Abb. 2.2. Es wurden zwei unterschiedliche Typen von SOI-Wafern verwendet. Mehrheitlich wurden Wafer mit einer hoch n-dotierten SOI-Schicht (ca. $6 \times 10^{-4} \Omega\text{cm}$) verwendet. Diese bestanden aus einem Siliziumsubstrat mit einer 400 nm dicken Siliziumdioxid- sowie einer 100 nm dicken Siliziumschicht. Es wurden allerdings auch schwach p-dotierte SOI-Wafer (ca. $10 \Omega\text{cm}$) verwendet, die im Folgenden vereinfachend als undotiert oder schwach dotiert bezeichnet werden. Bei diesen betrug die Dicke der Siliziumdioxid-Schicht ebenfalls 400 nm, die der SOI-Schicht allerdings 200 nm. Das Oxid dient in beiden Fällen als Opferschicht, die in einem zeitkontrollierten Nassätzschritt entfernt werden kann. Dabei wird die zuvor in der darüber liegenden Siliziumschicht definierte Struktur unterätzt. Sie wird so in ihren schmalen Bereichen freitragend.

Im Folgenden findet sich eine detaillierte Beschreibung des Präparationsablaufs, der sich wie folgt gliedert: Zuerst werden die Strukturen lithographisch definiert und meist durch ein so genanntes *lift off*-Verfahren in eine Metallmaske übertragen. Diese Maskenstruktur wird durch einen senkrechten Ätzprozess in das darunter liegende Silizium abgebildet. Anschließend kann die verwendete Maske wieder entfernt werden. Im letzten Schritt wird die Opferschicht unter dem strukturierten Silizium teilweise weggeätzt, so dass frei stehende Siliziumbereiche entstehen.

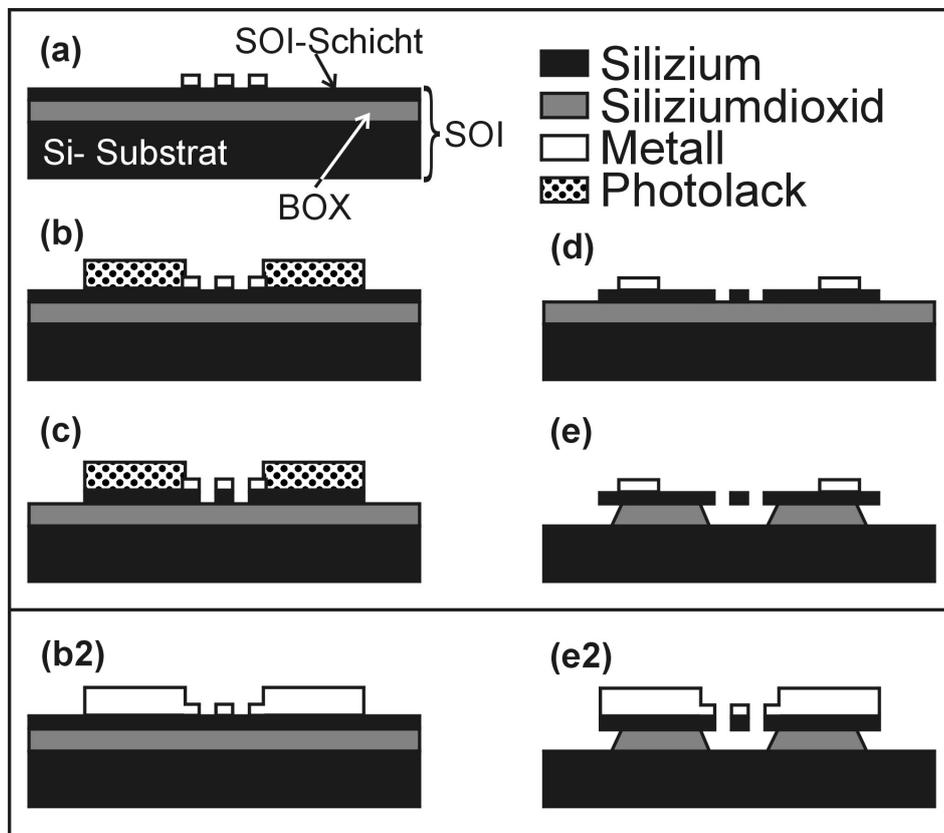


Abbildung 2.2: Herstellung einer freitragenden Pinzetenstruktur. (a) Mit Elektronenstrahl-Lithographie und *lift off*-Technik wird auf die aus SOI-Material bestehende Probe eine Metallmaske aufgebracht. Diese definiert die Nanostruktur. (b) Anschließend wird eine Photoresist-Maske aufgebracht, die an die Nanostruktur anschließt. (c) Diese beiden Schichten dienen als Ätzmaske, so dass durch reaktives Ionenätzen die obere Siliziumschicht in den nicht geschützten Bereichen durchgeätzt werden kann. (d) Anschließend wird die Ätzmaske entfernt und im Außenbereich der Struktur werden mit optischer Lithographie und *lift off*-Technik metallische Kontaktbereiche definiert. (e) In einem letzten Schritt wird die Siliziumdioxid-Opferschicht in Flusssäure entfernt und die Probe in einem Kritisch-Punkt-Trockner getrocknet. So werden die Nanostrukturen freitragend, während die größeren Strukturen noch auf Siliziumdioxid aufliegen und so den freitragenden Strukturen als Aufhängung dienen. (b2) Bei undotierten SOI-Schichten ist für die Kontaktierung eine Metallschicht auf der Nanostruktur erforderlich. Daher wird bei diesen Proben anstatt einer Photolack-Maske wie in Schritt (b) eine Metallmaske aufgebracht. Das Metall wird nicht wieder entfernt, ansonsten sind die weiteren Schritte analog, so dass die freitragende Struktur später von einer Metallschicht bedeckt ist, wie in (e2) gezeigt.

2.1.1 Sägen und anschließendes Reinigen der Proben

Die verwendeten SOI-Wafer wurden in etwa 5 mm×5 mm große Chips zerteilt. Um dabei den Siliziumfilm, der freitragend werden soll, keinen hohen mechanischen Spannungen auszusetzen, wurden die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Chips mit einer Diamantdrahtsäge aus dem Wafer gesägt und nicht gebrochen. Die mit Schutzlack versehenen Wafer wurden in Stücke vorgebrochen und mit Wachs auf einen Aluminium-Sägeteller geklebt. Da neben den Siliziumspänen aufgrund des Aufklebens der Waferstücke auf den Aluminiumhalter beim Sägen auch Aluminiumspäne entstehen, ist dieser Prozess relativ unsauber. Die resultierenden Chips wurden daher anschließend unter Verwendung eines Ultraschallbads sowie einer mechanischen Reinigung mit Hilfe von Linsenreinigungstüchern gründlich mit Azeton gereinigt. In diesem Schritt können die Chips außerdem mit einem Diamantritzer gekennzeichnet werden, um sie später individuell unterscheiden zu können.

2.1.2 Elektronenstrahl-Lithographie

Die Nanostrukturen wurden mit Hilfe von Elektronenstrahl-Lithographie in einem Raster-Elektronen-Mikroskop (REM) des Typs LEO DSM 982 GEMINI (Zeiss/Leica) definiert. Der dabei verwendete elektronensensitive Positiv-Resist Polymethylmethacrylat (PMMA) wurde in unterschiedlichen Molekulargewichten (150k (Du Pont ELVACITE 2010) und 500k (Du Pont ELVACITE 2041)) in einer Lösung von jeweils 4 Gew.% des entsprechenden PMMA in Isobutylmethylketon (MIBK) hergestellt. Für einen auf die Belichtung folgenden Aufdampf- und Abhebeschritt (*lift off*) wurde ein zweischichtiger Lack aufgebracht, dessen untere Schicht (150k PMMA) empfindlicher war als die obere (500k PMMA). Dadurch wurde die untere Schicht überbelichtet, so dass nach dem Entwickeln in einer Isopropanol-MIBK(3:1)-Lösung insgesamt ein unterkehliges Lackprofil entstand. Somit war eine vollständige Bedeckung der Lackflanken mit dem aufgedampften Material ausgeschlossen. Dies erleichtert in den anschließend wieder freizulegenden Bereichen das rückstandsfreie Abheben der Metallschicht (s. Abb. 2.3). Die für das Belacken, Belichten und Entwickeln verwendeten Parameter finden sich in Tabelle 2.1.

Thermisches Bedampfen

Auf die mit dem Elektronenstrahl beschriebenen und durch die anschließende Entwicklung freigelegten Lackflächen wurde mit *lift off*-Technik eine Metallschicht aufgebracht, die die Nanostruktur definierte und im nachfolgenden Ätzschritt als Maske diente. Außerdem diente die Metallschicht dazu, später eine Spannung an die Pinzettenfinger anlegen zu können. Dies ist insbesondere dann wichtig, wenn die Nanostrukturen aus nur schwach dotiertem Silizium bestehen. Daher wurde ein dreischichtiger Metallfilm aufgebracht: 1,5 nm Nickel-Chrom (50:50) als Haftvermittler, 50 nm Gold, um eine Spannung anlegen zu können, und 20 nm Aluminium als Ätzmaske. Auf die Haftvermittlungsschicht kann gegebenenfalls verzichtet werden, wenn kein Abhebe- oder (Nass-)Ätzschritt nachfolgt, ansonsten ist sie zwingend erforderlich, um ein unerwünschtes Ablösen der Strukturen

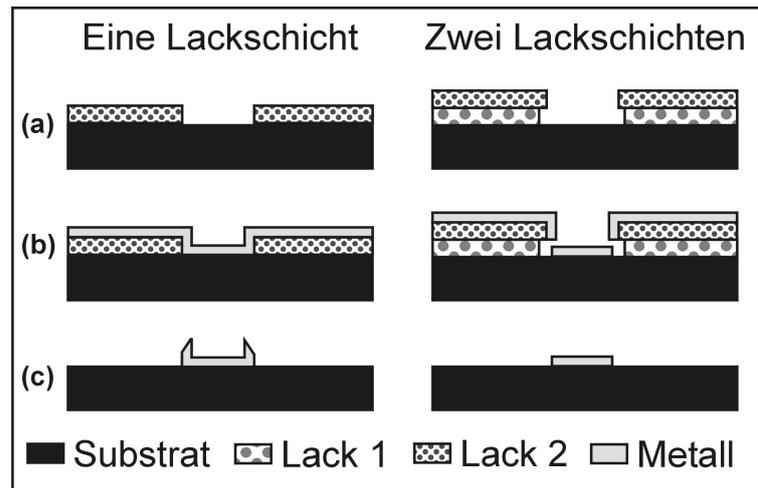


Abbildung 2.3: Vorteile eines zweischichtigen Lacksystems bei *lift off*-Prozessen. Die nachfolgenden Anmerkungen gelten sowohl für die Elektronenstrahl-Lithographie als auch insbesondere für die optische Lithographie. Dargestellt ist links der Einschichtlack-Prozess und rechts daneben der Zweischichtlack-Prozess. (a) Die Belichtung erfolgt im Einschichtlack entsprechend der gewünschten Struktur. Beim Zweischichtlack wird dagegen nur in der oberen Schicht die gewünschte Struktur belichtet, die untere Schicht wird überbelichtet, so dass sie beim Entwickeln weiter zurückgeätzt wird. So entsteht insgesamt ein unterkehliges Profil. (b) Wird nun Metall aufgedampft, so entsteht beim einschichtigen Lack eine geschlossene Metallschicht, sobald nicht alle Lackflanken absolut senkrecht sind. Beim Zweischichtlack bleibt die Metallschicht dagegen aufgrund des unterkehliges Profils in jedem Fall geöffnet. (c) Beim Ablösen des Lacks und dem damit verbundenen Abheben der Metallbereiche, die auf dem Lack liegen, sind nun beim zweischichtigen Lack die Metallbereiche nicht miteinander verbunden, so dass das Metall auf dem Lack leicht abgehoben werden kann. Beim Einschichtlack ist dagegen die Bruchstelle in der Metallschicht nicht gut vordefiniert, was zu undefinierten, oft nach oben stehenden, Metallrändern führt.

Belacken mit 150k PMMA	Ausbacken im Ofen bei 170 °C	Belacken mit 500k PMMA	Ausbacken im Ofen bei 170 °C
30 s bei 5000 U/min	30 min	30 s bei 5000 U/min	30 min
Schreib- strom	Schreib- spannung	Dosis	Entwicklung in IPA:MIBK(3:1)
ca. 20 pA	5 kV	75 $\frac{\mu\text{As}}{\text{cm}^2}$ (100 nm Si, leitfähig) 50 $\frac{\mu\text{As}}{\text{cm}^2}$ (200 nm Si undotiert)	50 s,

Tabelle 2.1: *Verwendete Parameter beim Aufschleudern des Zweischicht-Elektronenstrahl-Lacks sowie beim Belichten und Entwickeln. Bei unterschiedlicher SOI-Schicht (100 nm Si, leitfähig bzw. 200 nm Si undotiert) ändert sich die einzustellende Dosis, da je nach Material unterschiedlich viele Elektronen vom Substrat zurückgestreut werden (rückgestreute Primärelektronen sowie auch Sekundärelektronen), die ebenfalls den Lack belichten.*

zu vermeiden. Alle Metallschichten wurden durch thermisches Verdampfen aufgebracht.

2.1.3 Optische Lithographie

Um die Schreibzeiten am REM möglichst kurz zu halten, wurde nicht die gesamte Struktur mit dem Elektronenstrahl geschrieben, sondern nur die Bereiche, die tatsächlich eine hohe Auflösung erfordern. Um die Struktur allerdings nach außen kontaktieren zu können, müssen genügend große Kontaktflächen (Kontaktpads) geschaffen werden, die mit den Nanostrukturen verbunden sind. Sie wurden mit Hilfe von optischer Lithographie definiert. Zum Ausrichten der optisch definierten Strukturen an den elektronenlithographisch definierten gibt es zwei Möglichkeiten: Entweder können die optisch definierten oder die mit dem Elektronenstrahl definierten Bereiche zuerst aufgebracht werden.

Mit der optischen Lithographie zu beginnen, hat den Vorteil, dass ein relativ genaues Ausrichten (Alignment) mit Hilfe von Marken im Elektronenstrahl-Schritt möglich ist. Andererseits hat es den Nachteil, dass die mit einschichtigem Lack durch optische Lithographie definierten Bereiche oft keine flachen, sondern aufstehende Kanten aufweisen (vgl. Abb. 2.3). Dies ist in einer Aufnahme senkrecht von oben oftmals nicht sichtbar und führt zu großen Problemen, wenn eine zweite Metallschicht an die erste angeschlossen werden soll.

In Abb. 2.4 sind einige Beispiele für einen schlechten *lift off*-Prozess mit einschichtigem Lack zur Illustration des Kontaktierungs-Problems dargestellt. Hochstehende Metallflanken als Ergebnis eines schlechten *lift off*-Prozesses können in einem nachfolgenden zweiten Aufdampfschritt zu Abschattungsproblemen führen, so dass die Nanostruktur elektrisch nicht gut angeschlossen wird. Um dieses Problem vorerst zu umgehen, wurde in der vorliegenden Arbeit, zumindest bei den freitragenden Strukturen mit Substrat

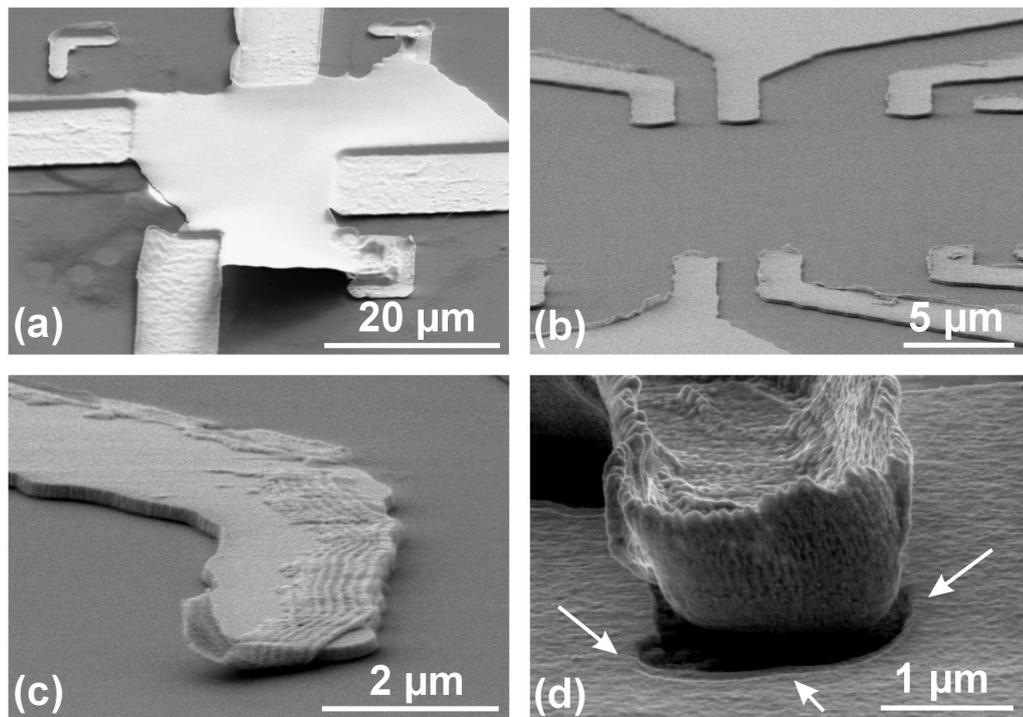


Abbildung 2.4: Der lift off-Schritt nach der optischen Lithographie mit einschichtigem Lack funktioniert oft schlecht. Es ist anzumerken, dass alle Bilder dieser Abbildung Schrägaufnahmen sind, da bei einer Abbildung senkrecht von oben nach oben stehende Metallränder meist nicht von flachen Rändern zu unterscheiden sind. Hier einige Beispiele: (a) Da die Abrisskanten für den lift off-Prozess bei einschichtigem Lack nicht besonders gut definiert sind, heben sich einige Bereiche oft gar nicht ab (Mitte). In den übrigen Bereichen sind die Kanten der Strukturen nach oben gebogen. (b) An einigen Metallfingern sind die Kanten unsauber definiert und stehen insbesondere an mehreren Stellen nach oben aus der Ebene heraus. (c) Metall, das ursprünglich die Lackflanke bedeckte, hat sich beim lift off nicht abgehoben und steht teilweise nach oben, teilweise liegt es flach auf dem Metallfinger. (d) Bei einem nachfolgenden Aufdampfschritt führen die hochstehenden Kanten zu Abschattungseffekten, so dass keine geschlossene Metallschicht entsteht. Dies ist an dem dunklen, durch Pfeile gekennzeichneten nicht metallisierten Rand um den Metallfinger zu erkennen.

Belacken mit S1813	Ausbacken im Ofen	Belichten	Entwickeln	Aufdampfen, thermisch
Als Ätzmaske (hoch leitfähiges Silizium)				
30 s bei 6000 U/min	10 min, 90°C, 45 min, 80°C	20 s	18 s	
Für <i>lift off</i> (nur gering leitfähiges Silizium und Kontakte)				
30 s bei 6000 U/min	10 min, 90°C, 45 min, 80°C	20 s	20 s	1.5 nm NiCr, 150 nm Au

Tabelle 2.2: Bei der optischen Lithographie für freitragende Strukturen mit Substrat verwendete Parameter.

darunter, der REM-Lithographie-Schritt zuerst ausgeführt. Aufgrund des verwendeten zweischichtigen Lacks kam es beim anschließenden *lift off* nicht zu hochstehenden Kanten. Die Zuleitungen wurden im drauf folgenden optischen Lithographie-Schritt definiert.

Bei den Proben, deren SOI-Schicht aus leitfähigem Silizium besteht, wurde die mit optischer Lithographie strukturierte Lackschicht direkt als Ätzmaske für die Zuleitungen verwendet. Da das Silizium bei diesen Proben hoch leitfähig ist, ist für die Kontaktierung dieser Proben abgesehen von den später aufgebrachten Bondpads keine Metallschicht erforderlich. Bei den Strukturen mit nur gering dotiertem Silizium wurde dagegen auch bei der optischen Lithographie ein *lift off*-Schritt ausgeführt (vgl. Abb. 2.2(b2)). Da das Silizium selbst nicht genügend leitfähig ist, ist eine Metallschicht hier notwendig, um die Strukturen später elektrisch ansteuern zu können. Der Kontakt zur REM-Struktur ist hierbei allerdings unproblematisch, da einerseits die Flanken bei der mit REM-Lithographie definierten Struktur aufgrund der verwendeten Zweischicht-Lithographie genügend steil sind. Außerdem ist die zweite (optisch definierte) Metallschicht deutlich dicker als die zuerst aufgebrachte (elektronenlithographisch definierte) Schicht und überdeckt diese in den Kontaktbereichen komplett.

Die bei der optischen Lithographie verwendeten Parameter sind in Tabelle 2.2 zusammengefasst. Die Ausrichtung der optisch erzeugten Struktur an der elektronenlithographisch erzeugten erfolgte in einem Maskaligner. Da die Ausrichtungsgenauigkeit eines Maskaligners sehr viel kleiner ist als die bei der REM-Lithographie erreichbare, wurden die Kontakt- und Überlappbereiche relativ groß gehalten.

Eine alternative Möglichkeit, das Kontaktproblem zu vermeiden, ist der Einsatz eines zweischichtigen Lacksystems für die optische Lithographie. Dann kann sogar mit der optischen Lithographie begonnen werden, da keine hochstehenden Kanten und damit auch kein Abschattungsproblem entstehen. Ausführungen hierzu finden sich in Kapitel 2.3.5, denn diese Methode wurden bei der Präparation der völlig freitragenden Strukturen

Belacken mit 500k PMMA	Ausbacken im Ofen bei 170 °C	Schreib- strom	Schreib- spannung	Dosis
50 s bei 3500 U/min	30 min	ca. 2 nA	10 kV	100 $\frac{\mu\text{As}}{\text{cm}^2}$

Tabelle 2.3: Die bei der optischen Lithographie verwendeten Masken wurden mittels Elektronenstrahl-Lithographie aus Chromblanks hergestellt. Dabei wurden die hier dargestellten Parameter benutzt.

verwendet.

Erzeugung von Masken für die optische Lithographie

Die für die optische Belichtung verwendeten Masken wurden mittels Elektronenstrahl-Lithographie aus Chrom-beschichteten Quarzplatten (Chromblanks) erzeugt. Die Chromblanks wurden gereinigt, von ihrer Lack-Beschichtung befreit und mit PMMA (500k) belackt. Die verwendeten Parameter finden sich im Detail in Tabelle 2.3. Nach dem Entwickeln wurde die Chromschicht an den freigelegten Stellen mittels einer Chromätze aus Essigsäure, Cer(IV)ammoniumnitrat und Wasser entfernt. Nachdem die Chromschicht in den entwickelten Bereichen vollständig durchgeätzt war, wurde der PMMA-Lack in Azeton entfernt. So entsteht eine Chrommaske der gewünschten Struktur. Um eine Maske über einen größeren Bereich zu erzeugen, wurde bei einer der Masken die mit dem REM geschriebene Struktur durch einen mittels optischer Lithographie erzeugten Bereich ergänzt. Dazu wurde die fertige Maske mit Photoresist belackt, belichtet und entwickelt. In einem zweiten Ätzschritt in Chromätze wurde die Chromschicht in den hier entwickelten Bereichen ebenfalls durchgeätzt, so dass ein vergrößerter Maskenbereich entstand.

2.1.4 Reaktives Ionenätzen

Um eine freitragende Struktur zu erzeugen, muss die lithographisch definierte Struktur in das Silizium übertragen werden. Dies geschieht durch Plasmaätzen mit reaktiven Ionen (RIE, engl. reactive ion etching). Diese Art des Ätzens hat normalerweise eine chemische und eine physikalische Komponente. Überwiegt die physikalische Komponente, so wird durch die auf die Probe beschleunigten Ionen Material von der Probe abgeschlagen und die Ätzung erfolgt weitgehend senkrecht in die Probe hinein. Überwiegt die chemische Komponente, so erfolgt die Ätzung dagegen durch chemische Reaktion und verläuft weitgehend isotrop (solange keine Passivierungseffekte auftreten). Bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten Ätzungen mit CF_4 überwiegt der physikalische Anteil wie an den weitestgehend senkrechten Flanken in Abb. 2.5 zu erkennen ist. Dies wird dadurch bestätigt, dass die Ätzrate für alle verwendeten Materialien Silizium, Siliziumdioxid und Siliziumnitrid etwa gleich groß ist. Sie liegt zwischen 11 und 14 nm/min bei einer eingekoppelten Leistung von etwa 100 W und einem Gasdruck von 6×10^{-2} mbar.

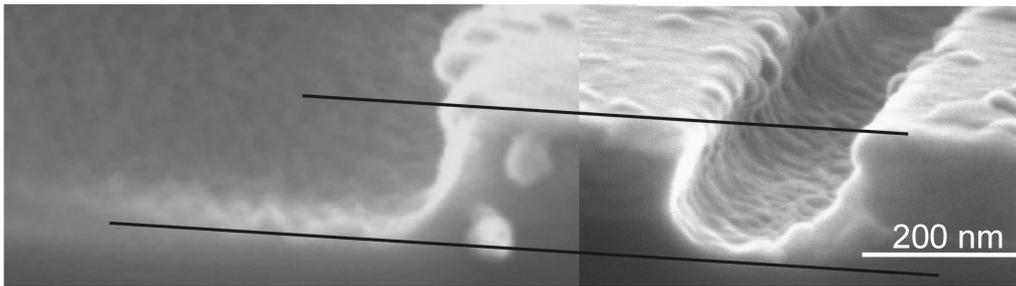


Abbildung 2.5: Im REM-Bruch kann kontrolliert werden, wie gleichmäßig die verwendete RIE bei unterschiedlichen Strukturbreiten ätzt. Dazu wird eine Probe nach der Ätzung so gebrochen, dass die Bruchkante durch die Gräben verläuft, so dass das Ätzprofil sichtbar wird. Die beiden Teilbilder stammen vom selben Chip. Durch die eingezeichneten Hilfslinien ist zu erkennen, dass der schmalere Graben in der selben Zeit etwas weniger tief geätzt wurde. Um möglichst gleichmäßige Ätztiefen zu erreichen, waren die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Zwischenräume zwischen je zwei nicht geätzten Bereichen nicht schmaler als etwa 200 nm. Weiterhin ist in der Abbildung zu erkennen, dass die Ätzung nahezu senkrecht nach unten erfolgt.

Es ist bekannt, dass die Ätzrate mit einer verringerten Breite der frei zu ätzenden Bereiche abnehmen kann: Die Ätzrate ist von der Flächenbelegungsichte abhängig (so genannter Loading-Effekt). Aus Abb. 2.5 ist zu erkennen, dass dies bei der verwendeten Ätzung bereits ab einer Breite von etwa 200 nm der Fall ist. Die Zwischenräume zwischen je zwei nicht geätzten Bereichen wurden daher in der Größenordnung von 200 nm und größer gehalten, um möglichst gleichmäßige Ätztiefen zu erreichen bzw. um in den breiteren Bereichen nicht unnötig überätzen zu müssen.

2.1.5 Entfernen der Metall- und Lackschichten und Aufbringen von Kontaktpads

Nach dem Durchätzen der Siliziumschicht in der RIE-Anlage wurde die Lack-Ätzmaske, die bei Strukturen mit hoch dotiertem Silizium verwendet wurde, in Azeton und durch Veraschen im Sauerstoff-Plasma wieder entfernt. Um beim nachfolgenden Unterätzen kein galvanisches Element in der Ätzlösung zu erzeugen, wurde außerdem auch die in den nanostrukturierten Bereichen verwendete Metall-Ätzmaske mit Hilfe von Chromätze und Königswasser wieder entfernt. Dies verhindert vermutlich, dass das Silizium selbst während der Unterätzung angeätzt wird, bei der eigentlich nur das Siliziumdioxid entfernt werden soll (vgl. auch Kapitel 2.1.6). Beim nicht dotierten Silizium wurde die Metallschicht dagegen nicht wieder entfernt, da sie für das spätere Anlegen einer Spannung an die Pinzettenfinger benötigt wurde.

Um die Strukturen elektrisch kontaktieren zu können, wurden auf den von Metall befreiten Siliziumbereichen mittels optischer Lithographie metallische Kontaktbereiche

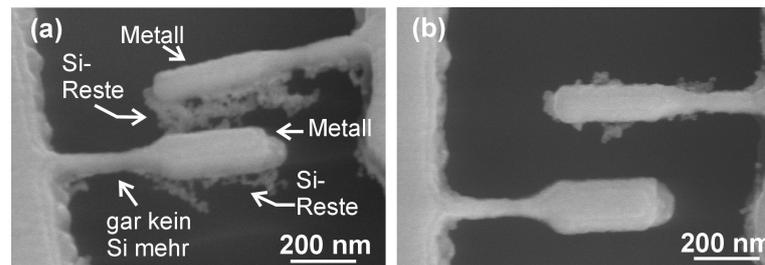


Abbildung 2.6: Bei den freitragenden Pinzetenstrukturen aus Silizium mit einer darüber liegenden Metallschicht wurde im Unterätz-Schritt das Silizium so stark angeätzt, dass es keine geschlossene Schicht mehr bildete und teilweise sogar vollständig entfernt wurde. Dies kann nur in einer Schrägansicht (a) festgestellt werden, in Aufsicht (b) lässt es sich nur erahnen.

definiert (s. Abb. 2.2(d)). Sie wurden nach dem Unterätzen der Struktur durch Bonden mit einem Wedge-Bonder nach außen kontaktiert. Man kann zwar wegen der Notwendigkeit zum Bonden nicht vollständig auf Metall verzichten, es kann bei dotiertem Silizium auf diese Weise allerdings zumindest aus den nanostrukturierten Bereichen entfernt werden.

2.1.6 Nasschemisches Unterätzen in Flusssäure

Um die Siliziumfinger freitragend zu machen, wurde die unter ihnen liegende Siliziumdioxid-Opferschicht in einem nasschemischen Ätzschritt mit Flusssäure (HF) entfernt. Das Ätzen der amorphen SiO_2 -Schicht in Flusssäure erfolgt isotrop. Durch Zeitkontrolle wurde die Ätzung so gestoppt, dass die Siliziumfinger gerade vollständig unterätzt waren. Das Siliziumdioxid unter den größeren Siliziumbereichen wurde somit nur seitlich angeätzt und trägt so die Siliziumfinger. Obwohl sich in der Literatur viele Hinweise finden, dass beim Ätzen von Siliziumdioxid in Flusssäure Silizium praktisch nicht angegriffen wird (Ätzraten von Si in der verwendeten BHF werden sogar für Poly-Silizium als kleiner $6\text{\AA}/\text{min}$ angegeben [27]), führt dies doch beim Ätzen von Nanostrukturen zu Problemen: Die feinen Siliziumfinger wurden oftmals angeätzt und, wenn sie von Metall bedeckt waren, wurde einige sogar fast vollständig weggeätzt (vgl. Abb. 2.6).

Dies scheint im Einzelnen von leichten Verunreinigungen des Ätzbades bzw. des Chips beeinflusst zu werden, ließ sich allerdings nur bedingt zuverlässig einstellen. Es ist allerdings bekannt, dass dünne Siliziumschichten an Defektstellen von Flusssäure angegriffen werden können [28]. Einige Abhilfe schaffte außer der bestmöglichen Reinigung der Struktur vor dem Ätzen auch die Verwendung von gepufferter Flusssäure (BHF), wobei für jede Ätzung neue unverbrauchte Ätzlösung verwendet wurde. Es wurde eine Flusssäure-Ammoniumfluorid-Lösung (1:7) verwendet, deren SiO_2 -Ätzrate bei Raumtemperatur etwa $100\text{ nm}/\text{min}$ beträgt.

2.1.7 Trocknen unter Umgehung des kritischen Punkts

Die in Flusssäure unterätzten Nanostrukturen kann man nach dem Spülen leider nicht einfach trocknen lassen. Wenn die Probe sich in einer Flüssigkeit befindet, die verdampft, wird aufgrund der Oberflächenspannung der Flüssigkeit eine Kraft auf die Nanostruktur ausgeübt. Diese Kapillarkraft zieht Strukturen mit einer kleinen Federkonstante bis auf das Substrat herunter, so dass sie dort festkleben. Auch nach dem Trocknen der Struktur ist die Bindung, die durch nicht verdampfende Reste des Flüssigkeitsfilms und möglicherweise auch durch van der Waals-Kräfte vermittelt wird, bei weichen Federbalken deutlich stärker als die mechanische Rückstellkraft. Sie lässt sich daher kaum wieder lösen. Theoretische Vorhersagen der maximal freitragenden Länge aus dem bekannten Verhalten von mikromechanischen Balken führen bei den in der vorliegenden Arbeit verwendeten Parametern ($b=200$ nm, $h=100$ nm, Abstand zum Substrat= 400 nm) auf eine kritische Länge von ca. $2,6 \mu\text{m}$ (nach Ref. [29]). Es gibt verschiedene Möglichkeiten, dieses Problem zu umgehen und somit längere freitragende Balken herzustellen.

In der Nanotechnologie hat sich die Methode des Kritisch-Punkt-Trocknens durchgesetzt. Dabei wird die Probe in eine Austauschflüssigkeit, z. B. Isopropanol gebracht und in einen Kritisch-Punkt-Trockner (KPT) eingebaut. Bei diesem und den nachfolgenden Schritten ist darauf zu achten, dass die Probe nicht abtrocknet. Im KPT können Temperatur und Druck kontrolliert werden. Zuerst wird die Austauschflüssigkeit durch flüssiges Kohlendioxid (CO_2) ersetzt, indem das schwerere Isopropanol nach unten abgelassen wird. Anschließend wird das CO_2 erwärmt, so dass der Druck von anfangs 50-60 bar auf ca. 80 bar steigt. Die Erwärmung erfolgt auf einer Isochore, so dass die Phasentrennlinie zwischen flüssig und gasförmig nicht überschritten wird. Dann wird bei konstanter Temperatur oberhalb der kritischen Temperatur von etwa 31°C der Überdruck abgelassen. Wird nun die Probe aus der überkritischen Phase auf Raumtemperatur abgekühlt, so ist sie (durch Umrundung des kritischen Punkts im pT -Phasendiagramm) ohne einen direkten Phasenübergang von der flüssigen in die gasförmige Phase überführt worden. Dies sollte im Prinzip für Strukturen beliebiger Länge (bzw. Federkonstante) funktionieren. In der Praxis zeigte sich jedoch, dass die Zuverlässigkeit dieses Verfahrens mit der Länge der zu trocknenden Strukturen abnahm wie aus Abb. 2.7 ersichtlich ist. Mit der verwendeten Anlage konnten freitragende Pinzettenstrukturen mit Längen bis zu $4 \mu\text{m}$ reproduzierbar hergestellt werden (siehe Abb. 2.8).

2.2 Abscheidung von Kohlenstoffspitzen (ebd)

Um die erzeugten Nanostrukturen als Pinzetten einsetzen zu können, ist Folgendes zu beachten: Einerseits müssen die Pinzettenfinger leitfähig sein, um sie mit Hilfe einer Spannung elektrostatisch auslenken und so die Pinzettenbewegung überhaupt erreichen zu können. Andererseits würde ein gegriffenes Partikel, sofern es nicht isolierend ist, die Spannung kurzschließen und so eine Rückbewegung einleiten oder sogar, aufgrund des

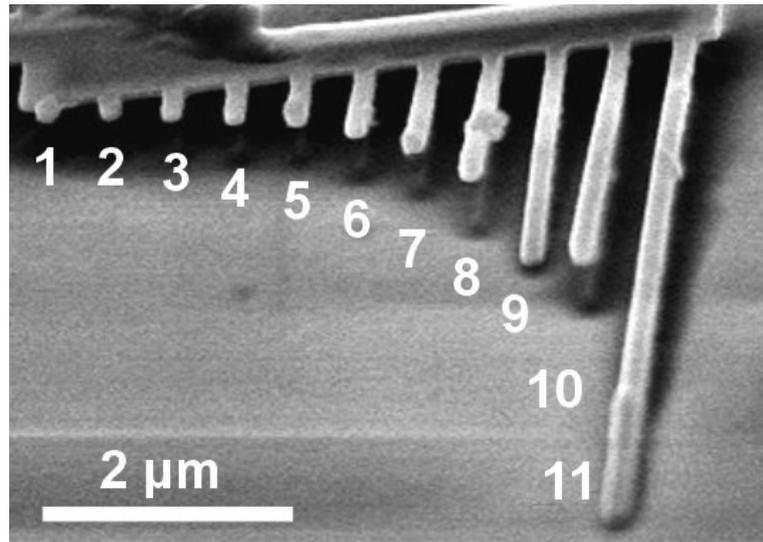


Abbildung 2.7: Siliziumfinger nach dem Trocknen im Kritisch-Punkt-Trockner. Je länger die Siliziumfinger bei gleicher Breite (200 nm) und Dicke (100 nm) sind (Länge von Nr. 1-11= 100 nm bis 10 μm), desto weniger reproduzierbar wurden sie freitragend, obwohl ein Kritisch-Punkt-Trockner verwendet wurde. Die Finger Nr. 9 und 11 kleben am Substrat, während beispielsweise der Finger Nr. 10 eindeutig freitragend ist, obwohl er sowohl von seiner Größe als auch räumlich zwischen den beiden nicht freitragenden Fingern liegt.

dann durch das Partikel fließenden Stroms, schmelzen. Eine allgemeine Pinzettenfunktion wäre also unmöglich, wenn das Greifen mit denselben Fingern erfolgen sollte, die auch die Bewegung hervorrufen. Um dieses Problem auszuschalten, wurden auf die Pinzettenarme isolierende Kohlenstoffspitzen aufgewachsen. Diese so genannten Kontaminations- oder ebd-Spitzen [18, 30] (engl.: electron beam deposited) wurden in einem JEOL-REM (JSM 6400) durch Fokussieren des Strahls auf einen Punkt gewachsen, das Prinzip ist in Abb. 2.9 dargestellt. Die Größe und Form dieser Spitzen wird durch die Verteilung von Sekundärelektronen auf der Probenoberfläche inklusive der bereits gewachsenen Spitze bestimmt [31].

Da für das Wachstum außerdem ein guter Fokus benötigt wird, ist zu vermuten, dass das Wachstum in zwei Schritten vor sich geht. Im ersten Schritt gelangen Kontaminations-Moleküle in den Fokus, die anschließend von Sekundärelektronen so verändert werden (möglicherweise werden Bindungen aufgebrochen), dass sie sich dauerhaft ablagern. Ebd-Spitzen sind besonders hart, sie werden beispielsweise als Veredelung von AFM-Spitzen verwendet und können in beliebigen Winkeln - vorzugsweise in Strahlrichtung - aufgewachsen werden (Abb. 2.10). Das abgeschiedene Material wird dabei aus Kontaminationen des Rezipienten gewonnen und besteht hauptsächlich aus Kohlenstoff.

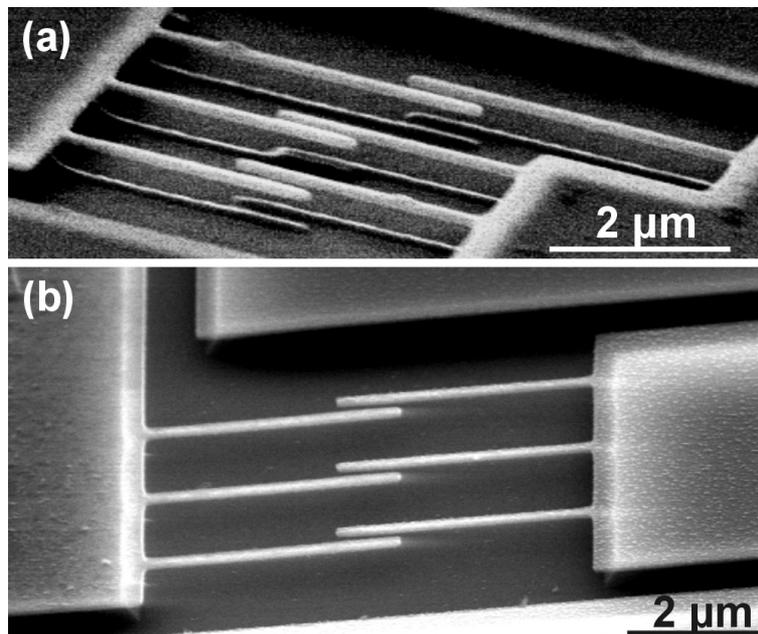


Abbildung 2.8: Freitragende Pinzetenstrukturen. (a) Die Opferschicht wurde nicht vollständig entfernt. Da die Ätzlösung unter den Nanostrukturen nur seitlich angreifen kann, während sie in den übrigen Bereichen auch von oben hineinätzt, bleiben die Reste der Opferschicht schließlich nur noch unter den Nanobalken stehen. Man sieht dadurch sehr schön, dass die Pinzetenstrukturen mit einer Länge der Finger von 3 bzw. 4 μm freitragend sind. (b) Freitragende Pinzetenstrukturen mit einer Fingerlänge von 3 μm , bei denen die Opferschicht vollständig entfernt wurde.

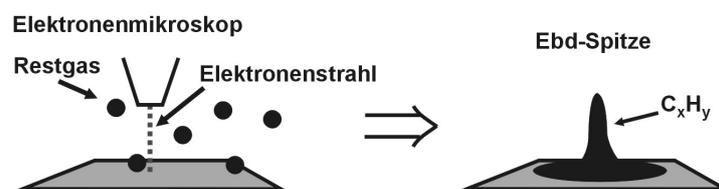


Abbildung 2.9: Zur Herstellung von ebd-Spitzen wird der Elektronenstrahl eines REMs auf einen Punkt fokussiert. Aus der Restgas-Atmosphäre scheidet sich im Bereich des Elektronenstrahls Kohlenstoffmaterial so auf der Oberfläche ab, dass eine Spitze entsteht. Sie besteht vorwiegend aus Kohlenstoff, ein Wasserstoffanteil kann jedoch nicht ausgeschlossen werden.

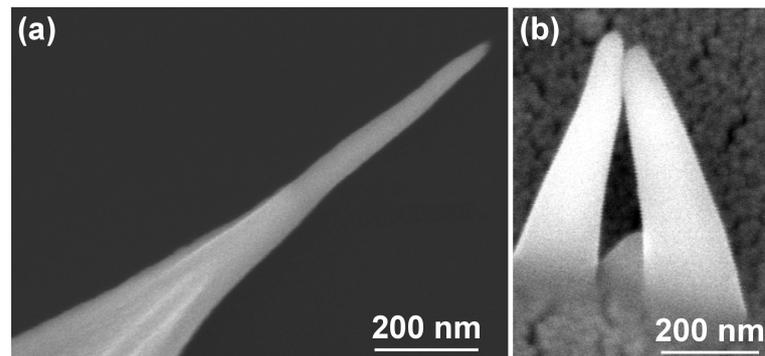


Abbildung 2.10: *Ebd-Spitzen können auf AFM-Spitzen aufgewachsen werden (a), um deren Aspektverhältnis zu verbessern. Sie können allerdings auch in beliebiger Richtung auf ein Substrat aufgewachsen werden (b).*

Ebd-Spitzen auf freitragenden Strukturen

Will man ebd-Spitzen auf freitragende Strukturen aufwachsen, so ist insbesondere wichtig, dass die Spitzen nicht durch die Strukturen hindurch wachsen. Dies kann durch die Reihenfolge des Aufwachsens sowie auch durch die verwendete Spannung bzw. das Material, auf das die Spitzen aufgewachsen werden, eingestellt werden (Abb. 2.11).

Insbesondere ist es wichtig, die ebd-Spitzen erst nach dem Unterätzen aufzuwachsen. Zwar sind die ebd-Spitzen gegen Flußsäure resistent, es zeigte sich jedoch, dass sich das Opferoxid nach dem Aufwachsen von ebd-Spitzen unter den Spitzen nicht mehr entfernen ließ. Offenbar wurde das Oxid durch den Elektronenbeschuss so verändert, dass es in Flußsäure nicht mehr entfernt werden konnte. Dies wurde auch bei Strukturen beobachtet, die vor dem RIE-Schritt im REM abgebildet wurden, ohne ebd-Spitzen aufzuwachsen. Veränderungen der Ätzraten bzw. selektives Ätzen von mit Elektronen bestrahltem SiO_2 finden sich auch in der Literatur [32].

Weiterhin wuchsen Spitzen durch reine Siliziumbalken hindurch, während sie bei gleicher Wachstumszeit auf Siliziumbalken, die mit einer dünnen Platinschicht versehen wurden, nur wenig auf der gegenüberliegenden Seite herauswuchsen. Zusätzlich entstand eine kleine Gegenspitze auf dem Substrat. Dieses Ergebnis wurde mit Monte Carlo-Simulationen der Pfade der Elektronen im REM in der entsprechenden Situation verglichen (Abb. 2.12). Dabei zeigte sich, dass der Elektronenstrahl durch Streuung im Platin aufgeweitet und defokussiert wird. Wie beim Wachsen von Spitzen direkt auf dem Substrat scheint auch für das Wachsen von ebd-Spitzen auf und unter freitragenden Strukturen ein guter Fokus essentiell zu sein. Bei genügend schwacher Aufweitung des Strahls durch die freitragende Struktur bleibt der Fokus so gut, dass auf dem Substrat ebenfalls sehr schnell eine ebd-Spitze wächst (Abb. 2.13). Wird der Strahl dagegen, z. B. aufgrund des Platinfilms, stärker defokussiert oder aufgeweitet, so wächst die Gegenspitze entsprechend langsamer.

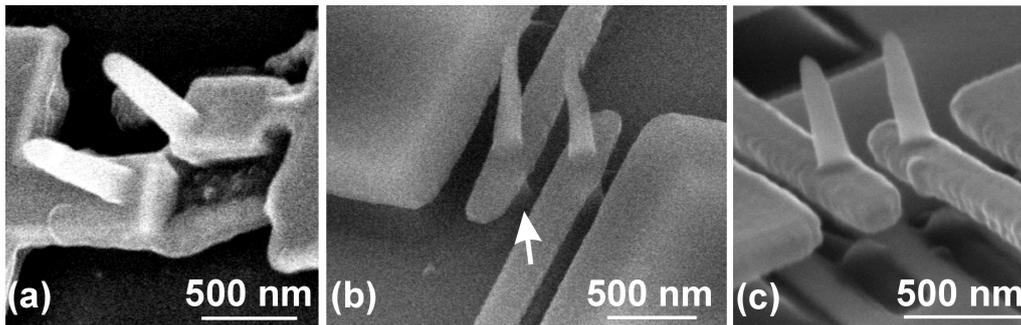


Abbildung 2.11: *Ebd-Spitzen auf Pinzettenstrukturen*: (a) Wird die ebd-Spitze vor dem Unterätzen aufgewachsen, so verändert sich das Material der Opferschicht, so dass es anschließend nicht mehr entfernt werden kann. (b) Wird eine ebd-Spitze auf eine freitragende Siliziumstruktur aufgewachsen, so wächst sie hindurch (Pfeil) und verbindet die Struktur mit dem Substrat. (c) Um eine ebd-Spitze auf eine freitragende Siliziumstruktur aufwachsen zu können, muss diese mit Metall (hier Platin) bedampft sein, um ein Durchwachsen der Spitze durch die Struktur zu verhindern. Auf dem Substrat wächst ebenfalls eine Gegenspitze, sie ist aber mit der freitragenden Struktur nicht verbunden.

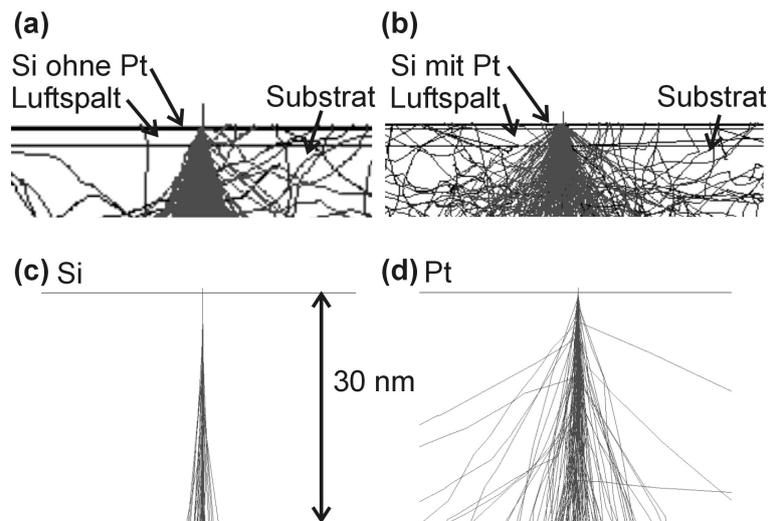


Abbildung 2.12: Die Monte Carlo-Simulation zeigt, dass sich ein Elektronenstrahl beim Durchgang durch eine Schicht aus 100 nm Silizium, 400 nm Luft und Siliziumsubstrat (a) wesentlich weniger aufweitet als wenn sich darüber noch eine 30 nm dünne Platinschicht befindet (b). Bei der Simulation eines Durchgangs durch eine 30 nm dicke Silizium- (c) bzw. Platin- (d) Folie wird besonders deutlich, dass der Strahl im Metall viel stärker aufgeweitet wird. Zusammen mit der experimentellen Beobachtung, dass ebd-Spitzen nur dann gut wachsen, wenn der Elektronenstrahl gut fokussiert ist, ist dies ein Erklärungsansatz für das durch einen Platinüberzug deutlich verringerte Wachstum der Spitze auf dem Substrat unterhalb der freitragenden Struktur.

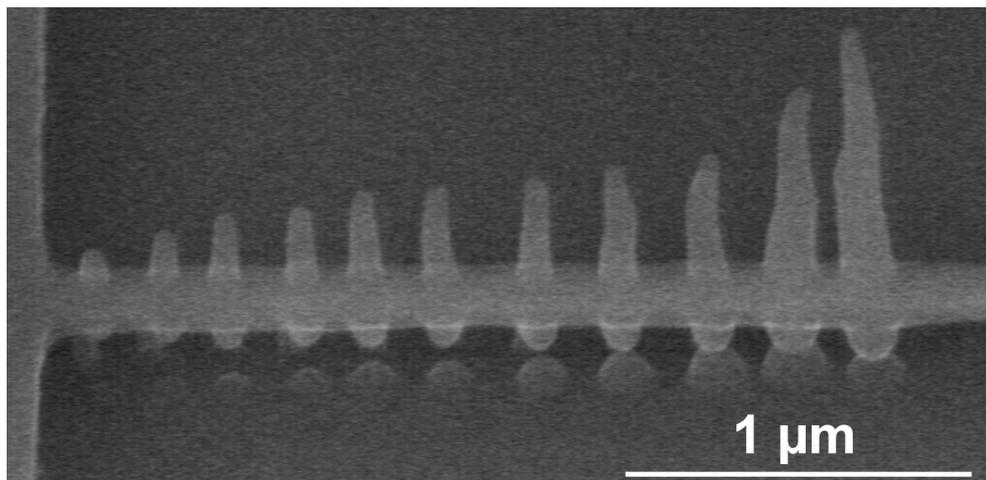


Abbildung 2.13: Die auf einer freitragenden Struktur abgeschiedenen ebd-Spitzen sind unter einem Winkel von 45° gezeigt. Die Wachstumszeiten betragen von links nach rechts 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 90 und 120 Sekunden. Es ist gut zu erkennen, wie die Größe der eigentlichen Spitzen auf dem freitragenden Finger sowie auch die der Spitzen unter dem Finger und die der Gegenspitzen auf dem Substrat mit der Wachstumszeit zunimmt. Die Abscheidung erfolgte auf reinem Silizium von 100 nm Dicke bei einer Beschleunigungsspannung von 40 kV und einem Strom von 6,2 pA.

Überraschend ist zunächst, dass auch unter dem freitragenden Balken eine ebd-Spitze entsteht, wenn nur die Oberseite bestrahlt wird. Dies zeigt jedoch nur, dass die Richtung der Elektronenbewegung offensichtlich bei der Entstehung von ebd-Spitzen nicht wichtig ist. Allgemein könnte der Feldgradient eine Rolle zu spielen. Dies könnte dadurch erklärt werden, dass (polarisierbare) Kontaminationspartikel durch den Gradienten des elektrischen Felds in Richtung des Strahls beschleunigt werden und dann an der Pinzette bzw. auf dem Substrat „festkleben“. Dies wäre eine Erklärung für die Entstehung aller drei Spitzen. Die Form der Spitze auf und unter der freitragenden Struktur stimmt mit der in Ref. [31] durch Simulation der Sekundärelektronen-Bahnen gefundenen gut überein.

Monte Carlo-Simulationen wie in Abb. 2.12, aber mit geringerer Energie der einstrahlten Elektronen zeigen, dass bei geringerer Beschleunigungsspannung (z. B. 2 kV) keine Elektronen an der Unterseite der freitragenden Siliziumstruktur austreten. Daher wuchsen auch weder ebd-Spitzen auf der Unterseite der Finger noch auf dem Substrat. Die bei diesen Spannungen gewachsenen Spitzen auf der Oberseite der Struktur zeigen jedoch ein geringes Aspektverhältnis, d. h. sie sind an der Basis sehr breit und nicht besonders hoch (siehe auch Ref. [30]). Abbildung 2.14 zeigt schließlich eine fertig prozessierte freitragende Nanopinzettenstruktur mit ebd-Spitzen.

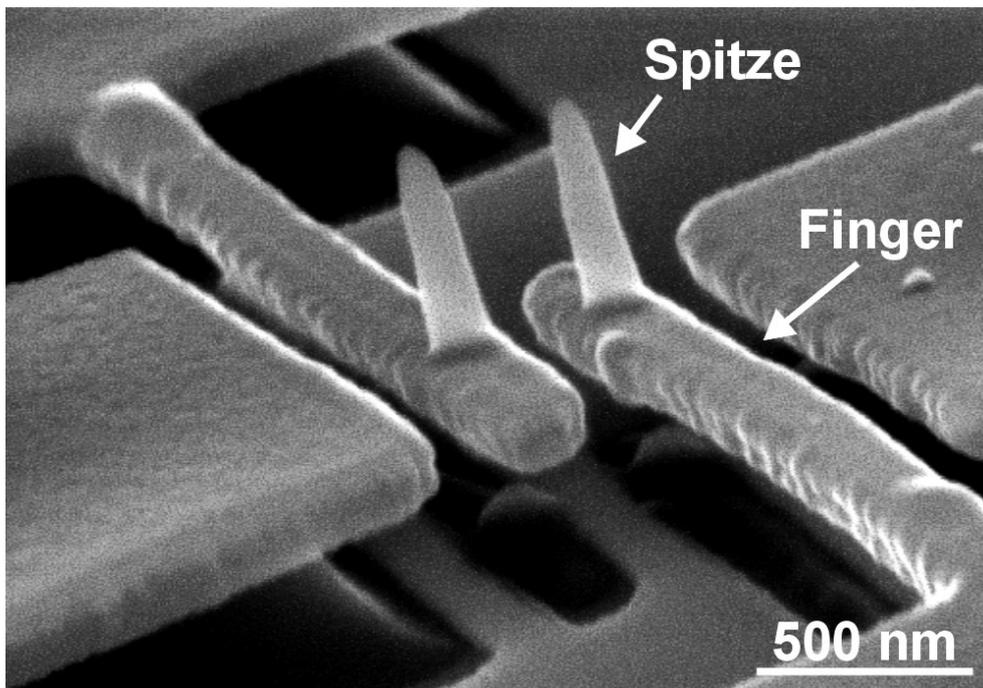


Abbildung 2.14: Perspektivische REM-Aufnahme einer freitragenden Nanopinzette mit ebd-Spitzen. Die Pinzettenfinger sind je $3\ \mu\text{m}$ lang, $200\ \text{nm}$ breit und etwa $150\ \text{nm}$ dick. Die isolierenden ebd-Spitzen sind je etwa $1\ \mu\text{m}$ lang und an ihrer Basis etwa $150\ \text{nm}$ breit. Sie sollen dafür sorgen, dass ein gegriffenes Partikel nicht zu einem Kurzschluss führt.

2.3 Völlig freitragende Strukturen

Bei der Präparation von freitragenden Strukturen mit Substrat darunter hat sich das Unterätzen der Strukturen als besonders kritisch herausgestellt: Längere Strukturen werden nicht mehr zuverlässig freitragend. Darüber hinaus wirkt das Substrat aufgrund seiner elektrischen Eigenschaften störend bei der Bewegung der Pinzette, denn eine Bewegung in Richtung des Substrats - anstatt auf den jeweils zugehörigen zweiten Pinzettenfinger zu - kann nicht ausgeschlossen werden (vgl. Kapitel 1.7.2). Somit ist es günstig, Proben herzustellen, bei denen das Substrat im Bereich unterhalb der Nanostrukturen komplett entfernt wird. Da das störende Substrat aus dem gleichen Material besteht wie die Nanostrukturen, nämlich aus Silizium, ist seine Entfernung nicht trivial. Ein gangbarer Weg ist das in Ref. [12, 24] für Siliziumnitrid-Strukturen bzw. Goldstrukturen auf Siliziumnitrid beschriebene Verfahren. Dabei wird zuerst eine Apertur von der Rückseite in den Siliziumchip geätzt, wobei die Vorderseite durch Siliziumnitrid geschützt ist. Anschließend wird der Film auf der Vorderseite strukturiert.

Dieses Verfahren wurde in der vorliegenden Arbeit auf SOI-Material übertragen. Die verwendeten Wafer wurden zuerst implantiert und anschließend nitridiert. In den so geschützten Proben wurde von der Rückseite ein Loch erzeugt, so dass anschließend die über dem Loch frei stehende Membran auf der Vorderseite strukturiert werden konnte. Einen Überblick über die verwendeten Schritte gibt Abb. 2.15, Details zu den einzelnen Schritten finden sich in den folgenden Kapiteln.

2.3.1 Implantation und Ladungsträgeraktivierung

Um leitfähige Silizium-Nanobalken herstellen zu können, wurde Arsen in die ursprünglich schwach p-dotierte SOI-Schicht implantiert (am Fraunhofer Institut, Erlangen). Ein thermisches Oxid von 5 nm schützte dabei das Silizium vor Verunreinigungen durch von Blenden abgesputterte Metalle. Die Implantation erfolgte unter einem geringen Neigungswinkel zu den Kristallachsen, um so genanntes Channelling zu vermeiden. Es wurde Arsen bei einer Energie von 120 keV mit einer Dosis von $5 \times 10^{15} \text{ cm}^{-2}$ implantiert und anschließend bei 1050°C für 30 s ausgeheilt und damit aktiviert. Simulationen zeigen, dass bei dieser Energie das Arsen hauptsächlich in die 200 nm dicke SOI-Schicht implantiert wird und das nachfolgende Ausheizen (annealing) die Ladungsträger relativ gleichmäßig mit einer Ladungsträgerdichte von ca. 10^{19} cm^{-3} bis 10^{20} cm^{-3} in dieser Schicht verteilt.

2.3.2 Abscheidung aus der Gasphase: LPCVD

Als Maske für die Ätzung von Silizium in KOH wird Siliziumnitrid benötigt. Dieses wurde vom Lehrstuhl Prof. Eisele an der Universität der Bundeswehr, Neubiberg, in einem LPCVD-Prozess erzeugt. Die abgeschiedene Nitridschicht darf keinesfalls verspannt sein, denn dann würde sie dem lange dauernden Ätzprozess nicht standhalten. Daher wird in der Literatur betont, dass möglichst eine Niederdruck-Abscheidung aus der Gasphase (LPCVD,

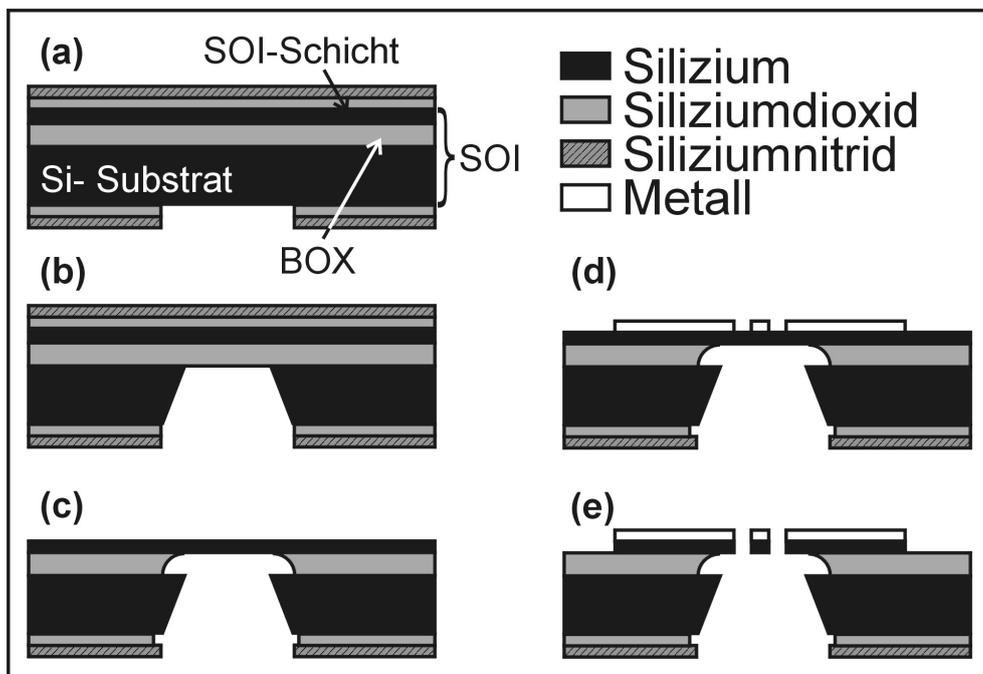


Abbildung 2.15: Herstellung einer völlig freitragenden Pinzetenstruktur. (a) SOI-Material (Silizium, Siliziumdioxid, Silizium) wird von beiden Seiten oxidiert und nitriert. Von der Unterseite wird in der Nitrid- und Oxidschicht eine Apertur erzeugt. (b) Die Apertur dient als Ätzmaske des Siliziumsubstrats in KOH. Während von der Rückseite ein Loch durch das gesamte Substrat geätzt wird, bleibt die Vorderseite des Chips durch die Nitridschicht geschützt. Die Ätzung stoppt auf dem vergrabenen Oxid, so dass eine mehrschichtige Membran (Siliziumnitrid, Siliziumoxid, Silizium, Siliziumoxid) entsteht. (c) Die Membran wird von beiden Seiten so abgeätzt, dass nur die Siliziumschicht stehen bleibt. (d) Eine nanostrukturierte dünne Metallschicht wird mit Elektronenstrahl-Lithographie und lift off direkt auf die frei stehende Membran aufgebracht. (e) Diese Metallstruktur wird durch reaktives Ionenätzen in die Siliziummembran übertragen, so dass eine freitragende Struktur entsteht.

Wafermaterial und -dicke	Oxiddicke in nm	Nitriddicke in nm	Tauglichkeit als Ätzmaske
Si (eins.pol.), 375 μm	0	280	Beim Ätzen entstehen Löcher im Si_3N_4 -Film
Si (eins.pol.), 375 μm	60	130	ok
Si (beids.pol.), 375 μm	300	150	ok
SOI (Eltran), 675 \pm 15 μm , 184/201 nm (Si/BOX)	300	150	ok
SOI (Eltran), 675 \pm 15 μm , 184/201 nm (n-Si/BOX)	ca. 50	120	ok

Tabelle 2.4: Als Schutzmaske für die Ätzung in KOH wurden die Siliziumwafer oxidiert und nitridiert. Wegen der langen Ätzdauer von mehreren Stunden müssen die Schichten besonders dicht sein. Es wurden verschiedene Dicken der Schichten erprobt, wobei stets LPCVD-Nitrid verwendet wurde. Fast alle Schichten waren als Maske verwendbar. Lediglich ohne darunter liegendes thermisches Oxid bot der Nitridfilm keinen ausreichenden Ätzschutz, da während der Ätzung reproduzierbar an verschiedenen Stellen der maskierten Seite große Löcher auftraten. Die angegebenen Schichtdicken wurden durch Messungen an undotierten Vergleichsproben bestimmt. Das durch thermische Oxidation entstandene Oxid hat daher für hoch dotiertes Silizium (n^+ -Si) eine höhere Schichtdicke als die angegebene [33], während die Dicke des abgeschiedenen Nitrids mit der bestimmten in allen Fällen übereinstimmen sollte.

engl.: low pressure chemical vapor deposition) verwendet werden sollte [24, 28]. Durch thermisches Aufoxidieren des Siliziums vor der Abscheidung des Siliziumnitrids können die Spannungen zwischen Silizium und Nitrid zusätzlich reduziert werden. Sowohl die Oxid- als auch die Nitridschicht werden (prozessbedingt) beidseitig auf die Wafer aufgebracht. In Tabelle 2.4 sind die getesteten Parameter aufgelistet. Es zeigt sich, dass das Aufbringen von Oxid unter der Nitridschicht unbedingt erforderlich ist, während die Schichtdicken (im getesteten Bereich) unerheblich sind. Sehr große Nitridicken von mehr als einigen 100 nm führen allerdings ebenfalls zu Verspannungen, welche wiederum zu einer undichten und damit für die Ätzung ungeeigneten Nitridschicht führen würden [28].

2.3.3 Nasschemisches Ätzen von Silizium in KOH

Auf die Rückseite der gesägten, gereinigten und mit Nitridfilm versehenen Proben wurde Photolack aufgebracht (S1813, 6000 U/min). Dieser wurde auf einer Heizplatte bei 115°C ausgebacken (90 s), belichtet (30 s) und in Microposit 351-Wasser-Mischung (1:5) entwickelt (30 s). Durch eine RIE-Ätzung wurde diese Maske in den Nitrid- sowie den Oxidfilm übertragen. Anschließend wurde die Lackmaske wieder entfernt. Im verwendeten Silizium (100) entstehen in konkaver Geometrie (also beispielsweise wenn die Maske eine

Waferdicke	Stoppschicht	KOH, 20Gew.%, 85°C	KOH, 40Gew.%, 60°C
375 μm	Si_3N_4	3,5-4,25h	-
675 \pm 15 μm	Si_3N_4	6,75-7h	-
675 \pm 15 μm	SiO_2	6h	ca. 3h

Tabelle 2.5: Je nach Waferdicke sind unterschiedliche Ätzzeiten zu verwenden. Bei Siliziumnitrid-Stoppschichten wurde bis zum Schluss der Ätzung mit hoher Geschwindigkeit geätzt (20 % ige KOH), da sich das Nitrid mit vernachlässigbarer Ätzrate ätzt. Die Selektivität gegen Siliziumdioxid ist dagegen viel geringer. Daher wurde bei dieser Stoppschicht einige Zeit vor ihrem Erreichen auf eine langsamere Ätze mit höherer Selektivität (40 % ige KOH) umgestellt.

Apertur definiert, innerhalb der die Ätzlösung angreifen kann) in Kaliumhydroxid (KOH)-Lösung so genannte V-Gräben (invertierte Pyramiden) mit einem Öffnungswinkel von $70,52^\circ$ (siehe z. B. Ref. [34]). Der Grund dafür ist, dass die begrenzenden $\{111\}$ -Flächen mit wesentlich geringeren Ätzraten geätzt werden als die anderen Kristallflächen.

Die auf der Gegenseite des geätzten Lochs entstehende Membran soll einerseits möglichst klein sein, damit sie stabil ist, andererseits muss sie so groß sein, dass sich darauf die Nanopinzetten definieren lassen. Idealerweise sollten sie also eine Fläche von etwa $10 \times 10 \mu\text{m}^2$ – $20 \times 20 \mu\text{m}^2$ haben. Aufgrund der bekannten Substratdicke von etwa $675 \mu\text{m}$ (SOI-Chips) bzw. $375 \mu\text{m}$ (Siliziumchips ohne SOI) sowie der Ätzgeometrie kann die benötigte Maskengröße ungefähr vorhergesagt werden. Etwa damit übereinstimmend, wurden Masken von 940 bzw. $540 \mu\text{m}$ Seitenlänge verwendet.

Das Alignment von rechteckigen Masken entlang der Kristallrichtungen ist für eine reproduzierbare Lochgröße sehr wichtig, da bei falscher Ausrichtung stark unterätzt wird. Die Kristallrichtungen sind allerdings nur ungenau vom Waferflat auf die Seitenkanten der gesägten Chips zu übertragen. Die Unterätzung erfolgt bei beliebiger Maske stets so, dass rechteckige invertierte Pyramiden mit $\{111\}$ -Seitenflächen entstehen [28]. Daher wurden in der vorliegenden Arbeit hauptsächlich kreisförmige Masken mit entsprechendem Durchmesser anstatt quadratischer Masken verwendet. Diese werden so unterätzt, dass automatisch richtig ausgerichtete quadratische Öffnungen mit der Seitenlänge des Kreisdurchmessers entstehen [34].

Die Ätzung soll auf dem Oxid des SOI-Schichtsystems stoppen. Die Selektivität der KOH-Lösung für Silizium gegen Oxid ist allerdings um ein Vielfaches schlechter als die für Silizium gegen Nitrid. Typische Ätzraten in Siliziumnitrid liegen nach Ref. [34] bei nur $1,5 \text{ nm pro Stunde}$! Die Ätzung in $[100]$ -Richtung wurde in 20 % iger KOH (etwa 4 mol/l) bei 85°C begonnen, wobei die Ätzrate etwa 24 nm/s ($\approx 86 \mu\text{m/h}$) betrug (Wert für 80°C nach Ref. [34]).

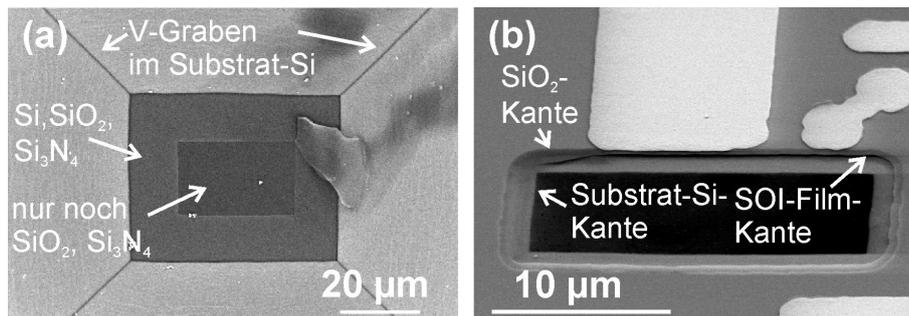


Abbildung 2.16: Bei der Herstellung von freitragenden Membranen durch KOH-Ätzung ist darauf zu achten, dass das vergrabene Oxid als Stoppschicht funktioniert. Ansonsten wird die Siliziumdeckschicht mit fortgeätzt. In (a) ist ein Blick durch den V-Graben auf eine angeätzte Siliziumschicht gezeigt (im kleineren inneren dunklen Rechteck wurde das Silizium herausgeätzt; Oxid und Nitrid sind noch vorhanden). Es ist gut zu erkennen, dass die Siliziumdeckschicht die gleiche Orientierung und damit die gleichen Richtungen der Ätzkanten hat wie das Substratsilizium. In (b) ist einer Probe von der Vorderseite abgebildet, die zu lange in Flusssäure geätzt wurde. Da die Membran zerstört ist, sieht man in das Loch hinein: Das innere dunkle Rechteck wird vom Pyramidenstumpf des V-Grabens begrenzt. Darüber wurde das vergrabene Oxid durch zu langes Ätzen in Flusssäure weiträumig entfernt. An den abgerundeten Rändern ist zu erkennen, dass diese Ätzung isotrop verlief.

Da die Oxidschicht mit nur 200 nm im Vergleich zur Substratdicke von 675 μm sehr dünn ist, wurde kurz vor dem Erreichen der Stoppschicht auf eine Ätzlösung mit höherer Selektivität (aber geringerer Ätzgeschwindigkeit) umgestellt (vgl. Tabelle 2.5). Ansonsten würde die Ätzlösung das Oxid und auch das anschließende Silizium anätzen (Abb. 2.16(a)). Die Selektivität zwischen Silizium und SiO_2 wächst allgemein mit sinkender Temperatur, bei 7molarer KOH wächst sie beispielsweise zwischen 80°C und 60°C von 30 auf 95 [28]. Verwendet wurde 40 % ige KOH (9 mol/l) bei einer Temperatur von 60°C. Sie ätzt Silizium mit einer Rate von 5,6 nm/s ($\approx 20 \mu\text{m}/\text{h}$), die Ätzrate von SiO_2 beträgt dabei allerdings nur 0,02 nm/s [34]. Bei einer Ätzzeit von drei Stunden könnte man also 60 μm Si, aber nur 216 nm SiO_2 ätzen. Die 200 nm dicke SiO_2 -Schicht hält der Ätzung also etwas weniger als 3 h stand. Daher bestehen bei entsprechender Vorätzung in 20 % iger KOH bei 85°C und anschließendem dreistündigen Ätzen in 40 % iger KOH bei 60°C gute Chancen, die SiO_2 -Schicht zu erreichen aber nicht durchzuätzen.

Das Loch wurde von der Rückseite ausgehend durch den Chip geätzt. Erreicht der umgedrehte Pyramidenstumpf, der durch die Ätzung im Silizium entsteht, die Ätzstoppschicht, bevor er sich zu einer vollständigen Pyramide schließt, so entsteht auf der Vorderseite eine freitragende Membran. Diese Membran besteht bei den SOI-Chips neben der obligatorischen Siliziumnitrid-Schicht noch aus der aufgetragenen Siliziumdioxid-Schicht,

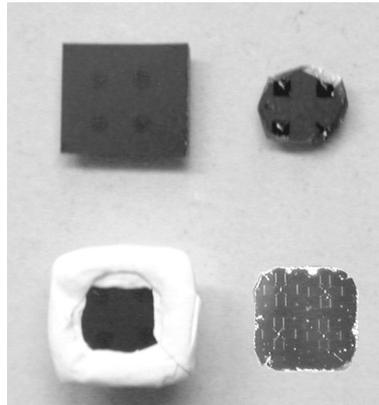


Abbildung 2.17: Teflonband schützt recht wirkungsvoll vor seitlichem Anätzen durch KOH. Oben: Ungeschützter Chip vor und nach dem Ätzen. Die starke seitliche Anätzung ist nicht zu übersehen. Unten: Ein während der Ätzung mit Teflonband ummantelter Chip wird wesentlich weniger seitlich angeätzt.

der SOI-Schicht und dem BOX.

Teflonband als Ätzschutz

Proben mit einer Dicke von $375\ \mu\text{m}$ konnten problemlos ohne seitliche Maskierung vollständig durchgeätzt werden. Die verwendeten $675\ \mu\text{m}$ dicken nitrierten SOI-Proben erfordern wegen ihrer größeren Dicke allerdings eine längere Ätzzeit. Dabei wurden die Proben seitlich so stark angeätzt, dass eine weitere Prozessierung kaum möglich war. Wie in Abbildung 2.17 gezeigt ist, ist die seitliche Anätzung bei Umwicklung der Proben mit dünnem Teflonband deutlich geringer. Beim Abwickeln des Teflonbands nach dem Ätzen ist zu beachten, dass sich unter dem Band auch nach dem Spülen noch KOH befindet, die die Probe an Luft stark anätzt, wenn das Band nicht zügig entfernt wird. Die geätzten Chips wurden anschließend gründlich in kochendem Wasser gespült, um KOH-Reste zu entfernen. Ein geätzter V-Graben mit Membran ist in Abbildung 2.18(a) und (b) gezeigt. Bei der Abbildung der freitragenden Membranen im REM ist die verwendete Beschleunigungsspannung zu beachten (Abb. 2.19).

2.3.4 Entfernen der Nitridmaske und des Oxids

Die freitragenden Strukturen könnten prinzipiell auf der durch die V-Graben-Ätzung entstandenen mehrschichtigen freitragenden Membran definiert werden. Sie würden dann bei der Ätzung in das Gesamtsystem übertragen. In der Praxis hat sich jedoch gezeigt, dass das mehrschichtige System sehr verspannt ist und sich freitragende Strukturen aus diesem Material daher stark verbiegen. Um dies zu vermeiden, wurden das Siliziumoxid und -nitrid vor der Strukturierung der Vorderseite wieder entfernt. Theoretisch könnten Oxid und Nitrid durch eine Flusssäure-Ätzung gemeinsam entfernt

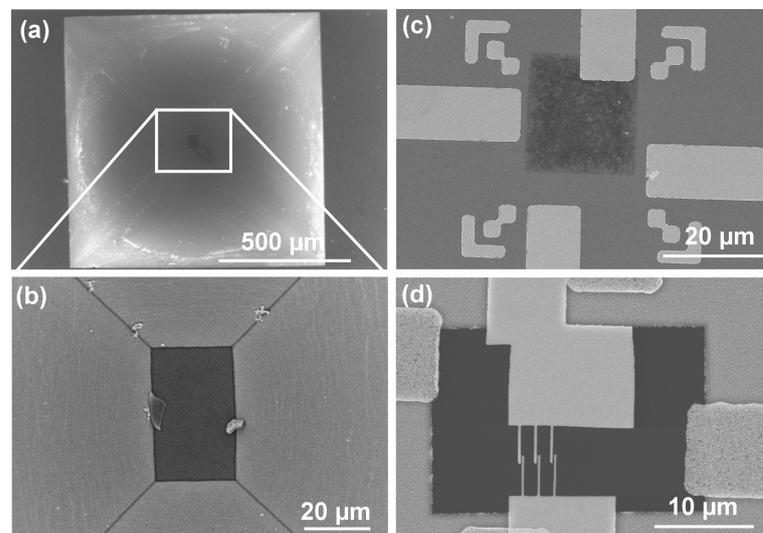


Abbildung 2.18: REM-Aufnahmen, die den Ablauf der Präparation verdeutlichen sollen. Bei der Herstellung einer völlig freitragenden Struktur wird zuerst von der Rückseite des Chips ein so genannter V-Graben in den Siliziumchip geätzt (a). Bei entsprechend richtig gewählter Maskengröße entsteht auf der Gegenseite (Vorderseite des Chips) ein kleines Loch bzw. eine Membran, wenn die Ätzung dort stoppt (b). Anschließend wird der Chip herumgedreht und auf seiner eigentlichen Vorderseite werden mittels optischer Lithographie Marken aufgebracht, die die Membranposition kennzeichnen, welche im optischen Mikroskop sichtbar ist (c). Mit Hilfe dieser Marken können die Nanostrukturen an der richtigen Stelle erzeugt und mit RIE freigeätzt werden (d).

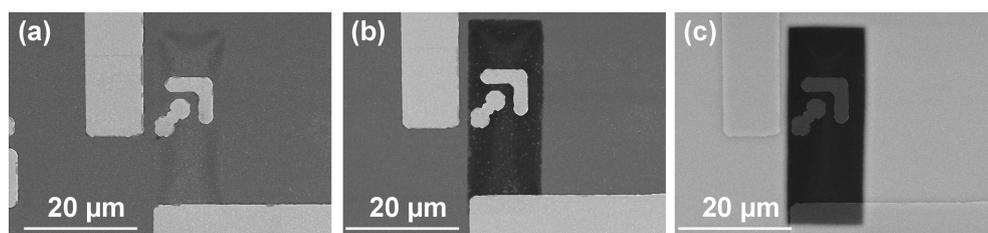


Abbildung 2.19: In Abbildung (a)-(c) ist jeweils die selbe Membran (unterhalb der Markenstruktur) bei unterschiedlichen Beschleunigungs-Spannungen im REM abgebildet. Aufgrund der Abhängigkeit der Wechselwirkung mit dem Membranmaterial von der Energie der Elektronen ist sie bei 2 kV kaum erkennbar (a), bei 5 kV gut sichtbar (b) und erscheint bei 15 kV wie ein Loch (c). Dies ist beim Betrachten von geätzten Membranen im REM zu beachten.

Parameter für optische Zweischicht-Lithographie

Ausheizen , Heizplatte	5 min, 200°C
Belacken	LOR3B, 30 s, 4000 U/min
Ausbacken , Heizplatte	3 min, 180°C
Belacken	S1813, 30 s, 6000 U/min
Ausbacken , Heizplatte	90 s, 115°C
Belichten	6 s
Entwickeln	40 s in Microposit 351:H ₂ O (1:3)
Aufdampfen	1 nm NiCr, 15 nm Au, 15 nm Alu
lift off	In Remover 1165 bei 55°C

Tabelle 2.6: Die für die optische Lithographie mit zweischichtigem Lack verwendeten Parameter sind aufgelistet. Dabei wurde der lift off-Lack LOR3B verwendet, der in den entwickelten Bereichen des Photolacks S1813 von der Entwicklerlösung gleichmäßig angeätzt wird.

werden. Die Ätzraten von Oxid in Flusssäure sind allerdings wesentlich höher als die von Nitrid, so dass sich die BOX-Schicht unterhalb der Membran stark unterätzen würde (Abb. 2.16(b)). Das Nitrid wurde daher durch reaktives Ionenätzen (10 min bei 100 W) und das verbleibende Oxid erst anschließend in BHF (2 min) entfernt.

Die Farbe eines Schichtsystems unterscheidet sich je nach Dicke und Abfolge der Schichten aufgrund von Interferenzeffekten. Dies kann man sich bei der Kontrolle eines Ätzschritts zunutze machen. Dabei ist allerdings zu beachten, dass man eine Oxidschicht auf einem Mehrschichtsystem nicht erkennen kann. Der Grund dafür ist vermutlich im menschlichen Sehsinn zu suchen, in Kombination mit der geringen Reflexion von optischem Licht an der Grenzfläche zwischen Luft und Siliziumdioxid. Nach der Entfernung des Oxids ändert sich somit die Farbe der Probe nicht, wenn sich unter dem Oxid noch eine SOI-Schicht befindet.

2.3.5 Optische Lithographie mit Zweischichtlack

Damit die Nanostruktur völlig freitragend wird, muss sie direkt über dem nasschemisch erzeugten Loch im Substrat, das heißt auf der freitragenden Membran, positioniert werden. Da die Membranen im optischen Mikroskop erkennbar waren, konnten mit Hilfe von optischer Lithographie Marken so aufgebracht werden, dass sie die Membranposition kennzeichnen (s. auch Abb. 2.18 (c) und (d)). Aufgrund des gegenüber der Fabrikation von freitragenden Proben mit Substrat veränderten Verfahrens wurden die völlig freitragenden Strukturen direkt bei der RIE-Ätzung freitragend. Deshalb war es hier nicht möglich, anschließend an die RIE-Ätzung noch Bondpads aufzubringen, da die schon freitragenden Strukturen durch den Kontakt mit Flüssigkeiten (z. B. bei der Entwicklung) zerstört werden würden. Somit mussten die Bondpads bereits vorher aufgebracht werden. Aus

demselben Grund war auch eine Ätzung mit Photolack-Maske nicht möglich.

Wie bereits ausführlich in Kapitel 2.1.3 erläutert, ist es für eine gute Kontaktierung in diesem Fall günstig, für die optische Lithographie ein zweischichtiges Lacksystem zu benutzen. Es wurde ein Verfahren mit dem *lift off*-Lack LOR3B entwickelt; die verwendeten Parameter finden sich in Tabelle 2.6. Mit dem so verbesserten *lift off*-Prozess war es möglich, die mit optischer Lithographie erzeugten Zuleitungen im selben Lithographie-Schritt zu definieren wie die Marken für die REM-Lithographie. Dies war auch für das Ausrichten der Marken von Vorteil, da durch die somit größeren freien Bereiche der Maske die Probe besser gesehen werden konnte.

Schutz der Membranen vor Vakuumansaugung

Für den optischen sowie den nachfolgenden Elektronenstrahl- Lithographie-Schritt auf der Vorderseite der Probe ergab sich das folgende Problem. Die dünnen Membranen reagierten sehr empfindlich auf Unterdruck, so dass sie durch die Vakuumansaugung auf dem Probenteller der Lackschleuder zerstört wurden. Ein einfacher aber sehr wirkungsvoller Schritt schaffte hier Abhilfe: Vor dem Aufschleudern des Lacks wurde auf die Unterseite (Lochseite) des Chips ein Streifen Tesafilm geklebt. So konnte der Chip auf der Lackschleuder gut angesaugt werden, ohne dass die Membran das Vakuum spürte. Ließ man den Tesafilm am Rand überstehen, so konnte er anschließend wieder entfernt werden. Die Ausbackschritte bei der REM-Lithographie erfolgten bei einer erniedrigten Temperatur (120° statt 170°C), so dass der Tesafilm zwischen dem Aufbringen der ersten und der zweiten Lackschicht nicht wieder entfernt werden musste.

2.3.6 Weitere Präparationsschritte

Nach dem Aufbringen der optischen Zuleitungen und der Marken wurde wie bei der Präparation von freitragenden Strukturen ein PMMA-Zweischichtlack aufgebracht. Dieser wurde mit einem Schreibstrom von ca. 40 pA, einer Beschleunigungsspannung von 7 kV und einer Dosis von $85 \frac{\mu\text{As}}{\text{cm}^2}$ am LEO-REM belichtet. Dabei wurde die Nanostruktur mit Hilfe der zuvor aufgebrachten Marken direkt über der freitragenden Membran positioniert. Eine Verdeutlichung der Alignment-Prozedur findet sich in Abbildung 2.20. Die Schreibspannung lag hier etwas höher als bei den freitragenden Strukturen, da die sehr dünnen Metallstrukturen (Marken) bei kleineren Spannungen nicht erkennbar waren. Mit *lift off* wurden 10 nm Gold und 7,5 nm Aluminium bei geringen Aufdampfraten aufgebracht. Die so erzeugte Metall-Nanostruktur wurde durch ca. 30 minütiges Ätzen in der RIE-Anlage in das Silizium übertragen. Anschließend sind die Strukturen völlig freitragend.

Sofern noch Reste von Siliziumdioxid an den Nanobalken vorhanden sind oder die Metallschichten auf den Nanobalken zu dick sind, verbiegen sich die weichen Balken aufgrund der auftretenden Spannungen, wie in Abbildung 2.21 zu sehen ist. Für genügend dünne Metallmasken sowie bei vollständiger Entfernung der Oxid- und Nitridschichten

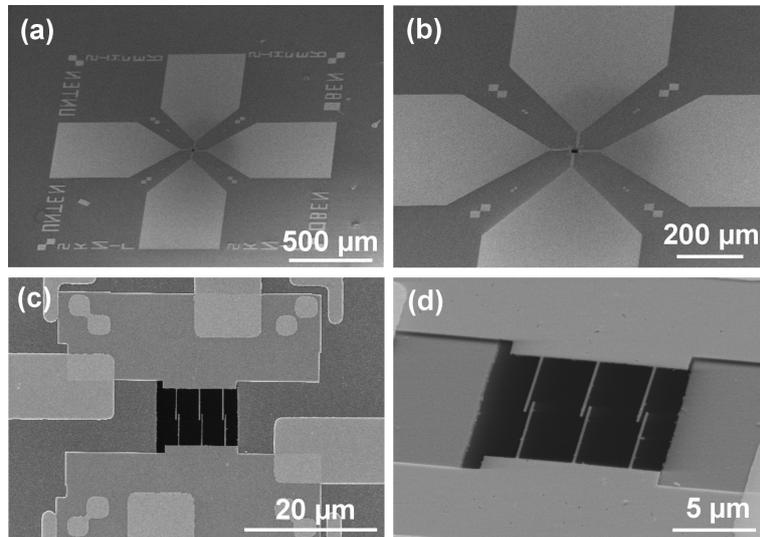


Abbildung 2.20: Die Ausrichtung der Nanostruktur über dem vorgeätzten Loch zur Herstellung einer völlig freitragenden Struktur sei hier an einem fertigen Chip erläutert. Eine optisch definierte Metallmaske, die Alignment-Marken enthält, wird auf die Vorderseite des Chips aufgebracht (a). Sie wird im Maskaligner so positioniert, dass sich die vordefinierte dünne Membran in der Mitte der Kontaktstrukturen befindet (b). Mit Hilfe der vordefinierten Marken wird die mit dem Elektronenstrahl geschriebene Struktur direkt auf der Membran positioniert. Anschließend werden die nicht geschützten Bereiche der Membran freigeätzt (c), und es entstehen völlig freitragende Nanostrukturen (d).

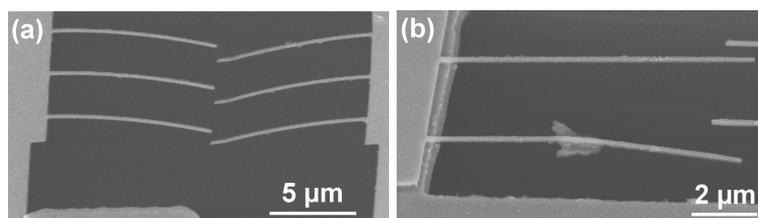


Abbildung 2.21: Die hier abgebildeten völlig freitragenden Strukturen sind aufgrund von Verspannungen verbogen. Wegen ihrer geringen Federhärte biegen sie sich sehr leicht. Durch eine gleichmäßige Oxidschicht biegen sich alle Federbalken in gleicher Weise (a). Allerdings können schon kleine Reste von Fremdmaterial lokal zu starken Verspannungen führen, die sich in einer Verbiegung des gesamten Balkens äußern (b).

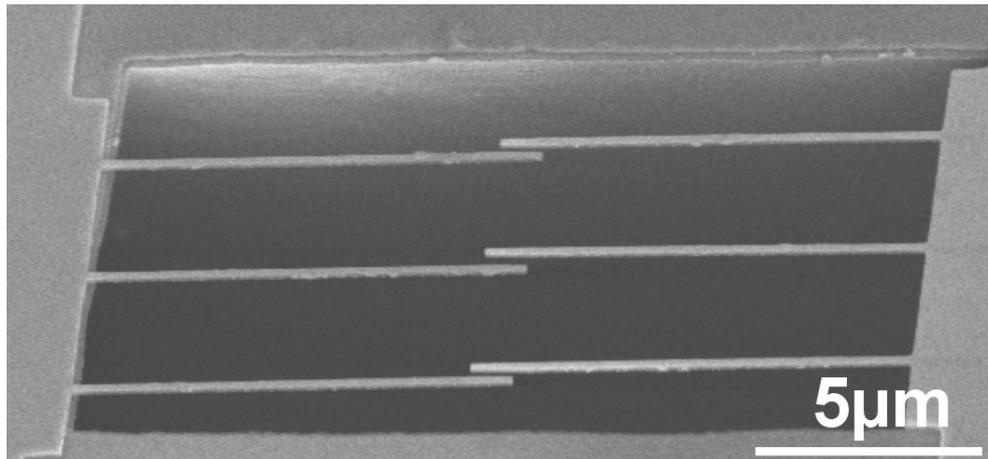


Abbildung 2.22: Völlig freitragende Pinzettenstruktur, Schrägansicht. Die Federbalken haben eine Länge von je $10\ \mu\text{m}$, eine Breite und Dicke von $200\ \text{nm}$ bzw. $120\ \text{nm}$, einen Abstand von $200\ \text{nm}$ zwischen je zwei Balken eines Paares und einen Überlapp von $1\ \mu\text{m}$.

lassen sich allerdings völlig freitragende (und unverbogene) Nanobalken mit einer Länge von $10\ \mu\text{m}$ bei einer Breite und Dicke von nur $200\ \text{nm}$ bzw. ca. $120\ \text{nm}$ herstellen. Eine Anordnung solcher Strukturen in Form von drei parallelen Pinzettenpaaren ist in Abbildung 2.22 gezeigt.

Kontaktierung durch Bonden

Bei der Kontaktierung nach außen durch einen Wedge-Bonder passierte es oft, dass zwei lange und damit besonders weiche Balken sich berührten und anschließend zusammenklebten. Der Grund dafür könnte entweder in durch den verwendeten Ultraschall hervorgerufenen mechanischen Schwingungen oder in möglicherweise beim Bonden auftretenden elektrischen Spannungen zu suchen sein. Daher sollte in Zukunft versucht werden, die Kontaktpads durch einen ersten Bond kurzzuschließen und möglichst weit von den freitragenden Strukturen entfernt mit geringer Ultraschalleistung auf dem Pad aufzusetzen. Dies sollte beide möglichen Ursachen des Verklebens der Balken ausschalten.

Abschließende Bemerkungen zu völlig freitragenden Strukturen

Ein wenig nachteilig an dem hier vorgestellten Fabrikationsverfahren völlig freitragender Strukturen ist der Umstand, dass die Nanostrukturen stets mit einer dünnen Metallmaske bedeckt sind. Im Vergleich zur Fabrikation von freitragenden Nanostrukturen mit Substrat darunter im ersten Teil dieses Kapitels können allerdings viel längere Balken zuverlässig freitragend gemacht werden. Die Ursache hierfür liegt vor allem darin, dass bei der Präparation von völlig freitragenden Nanostrukturen der letzte Fabrikationsschritt nicht nasschemisch erfolgt, was (mit den verwendeten Anlagen) nur bei völlig freitragenden Strukturen möglich war. Insgesamt, auch im Hinblick auf ihre Auslenkung und deren

Detektion, überwiegen die Vorteile der völlig freitragenden Strukturen.

Kapitel 3

Elektrolumineszenz

Bevor auf den eigentlichen experimentellen Teil der Arbeit eingegangen wird, soll hier kurz beschrieben werden, wie an einem Pinzettensystem, bei dem versehentlich ein Pinzettenarm am Substrat haftete, Elektrolumineszenz im sichtbaren Wellenlängenbereich beobachtet wurde. Details dazu finden sich auch in Ref. [35]. Im Folgenden wird die Präparation der verwendeten Probe erläutert. Eine repräsentative Strom-Spannungs-Kurve sowie bei unterschiedlichen Strömen aufgenommene Elektrolumineszenz-Spektren sind dargestellt. Abschließend findet sich eine Diskussion, die nahelegt, dass so genanntes Funken-prozessiertes Silizium erzeugt wurde.

3.1 Präparation

Die verwendete Probe wurde als Nanopinzette gemäß Kapitel 2.1 hergestellt und bestand wie in Abb. 3.1(a) gezeigt aus drei parallelen Pinzettenpaaren. Zwei der Paare bestanden aus je $3\ \mu\text{m}$ langen und $150\ \text{nm}$ breiten Fingern und das dritte aus $4\ \mu\text{m}$ langen und $250\ \text{nm}$ breiten, die alle eine Dicke von jeweils $100\ \text{nm}$ hatten. Bei dieser fertig präparierten freitragenden Struktur führte das Anlegen einer Spannung zwischen den Pinzettenfingern dazu, dass einer der längeren Finger zum Substrat gebogen wurde und dort haften blieb (s. Abb. 3.1(c)). Eine Skizze der so erhaltenen Struktur ist in Abbildung 3.2 gezeigt.

Die beiden anderen Fingerpaare wurden in dem Prozess angeschmolzen, wobei sich der Abstand zwischen je zwei Fingern deutlich vergrößerte. Daher kann ein Stromfluss durch diese Finger im Folgenden praktisch ausgeschlossen werden. Wurde nun eine Spannung an die Struktur angelegt, so zeigte sich im Bereich des auf dem Substrat haftenden Fingers, jeweils kurz nachdem ein Stromfluss einsetzte, Elektrolumineszenz (EL). Durch Vergleich der Abbildungen 3.1(a) und (b) kann der Bereich, aus dem die EL kam, etwa als die rechte untere Ecke des linken oberen Pinzettenfingers in der Abbildung ausgemacht werden. Der Bereich, aus dem die Emission erfolgte, hat eine Größe von etwa $200 \times 200\ \text{nm}^2$ und ist damit kleiner als die Wellenlänge des emittierten Lichts.

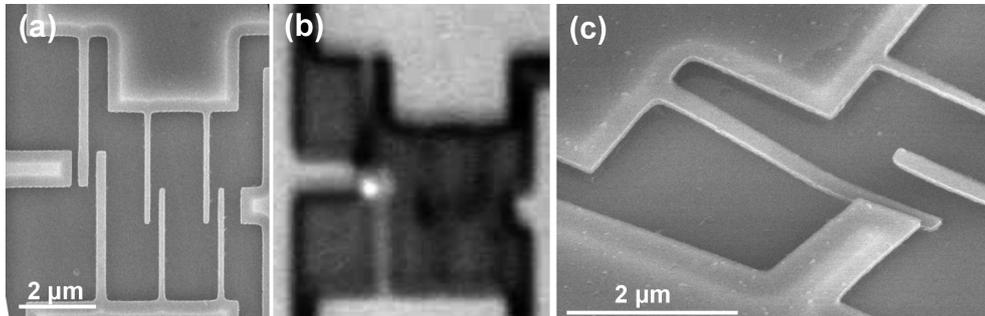


Abbildung 3.1: Elektrolumineszenz zeigende Pinzetenstruktur. (a) REM-Abbildung der Struktur vor dem Anhaften des einen Pinzetenfingers an das Substrat. Die Struktur besteht aus drei parallelen Fingerpaaren, von denen eines längere und breitere ($4 \mu\text{m} \times 250 \text{ nm}$) Finger aufweist als die beiden anderen ($3 \mu\text{m} \times 150 \text{ nm}$). Nach dem Anlegen einer Spannung haftete der obere linke (längere) Pinzetenfinger auf dem Substrat und zeigte Elektrolumineszenz. Eine Abbildung der emittierenden Struktur durch ein optisches Mikroskop ist in (b) gezeigt. Der aufgenommene Bildausschnitt ist etwa der gleiche wie in (a). (c) Abbildung des anhaftenden Pinzetenfingers im REM in Schrägansicht.

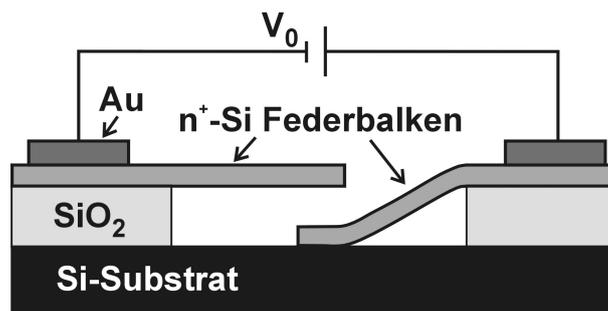


Abbildung 3.2: Die Abbildung zeigt ein Schema der untersuchten Struktur. Der linke Siliziumfinger (Federbalken) ist freitragend und unverbogen, der rechte ist zum Substrat hin gebogen und haftet dort. Zwischen den Fingern wird eine Spannung angelegt.

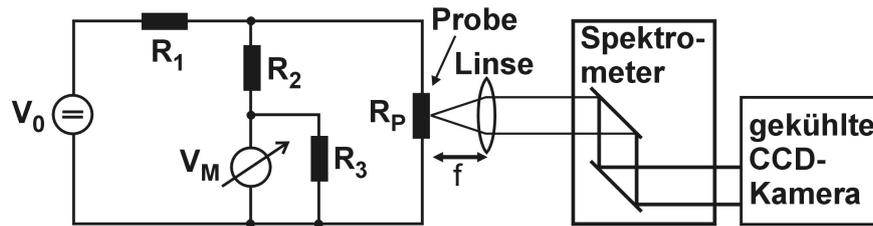


Abbildung 3.3: Messaufbau zur Messung einer Strom-Spannungs-Kurve bzw. des Emissionsspektrums. Im linken Teil der Abbildung ist die Schaltung gezeigt, mit der die Strom-Spannungs-Kurve gemessen wurde: Bei bekannter extern angelegter Spannung V_0 kann unter Kenntnis der Widerstände R_1 bis R_3 sowohl die Spannung am Widerstand R_P , also der Probe, als auch der Strom durch R_P berechnet werden. Im rechten Teil ist der Aufbau zur Messung des Emissionsspektrums gezeigt: Das emittierte Licht wurde mit einem Mikroskopobjektiv gesammelt, in einem Spektrometer spektral zerlegt, und mit einer gekühlten CCD-Kamera (engl.: charge-coupled device) detektiert.

3.2 Strom-Spannungs-Kurve

An der Struktur wurde eine Strom-Spannungs-Kurve aufgenommen. Der bei der Aufnahme verwendete Messaufbau ist in Abbildung 3.3 skizziert. Die Kurve (Abb. 3.4) zeigt bei niedrigen Spannungen verschwindende Ströme. Erst bei einer Einsatzspannung von etwa +11 V bzw. -5 V steigt der Strom steil an. Obwohl die exakten Werte der Einsatzspannungen variierten, hatte die positive Einsatzspannung stets einen höheren Betrag als die negative. Der negative Ast der Kurve ließ sich exponentiell fitten, der positive jedoch nicht. In beiden Polungen setzte kurz nach dem Beginn des Stromflusses auch die Elektrolumineszenz ein. Dabei war die Lichtintensität bei gleichem Strom bei negativer Spannung kleiner als bei positiver.

3.3 Spektrum

Das Emissionsspektrum ist für verschiedene Ströme in Abbildung 3.5 gezeigt. Es ist breitbandig und überdeckt den Spektralbereich von ca. 400 nm - 900 nm mit einem Maximum bei etwa 650 nm. Es zeigt eine Feinstruktur im Bereich des Maximums, die auf drei Teilpeaks hindeutet. Das für die Messung verwendete Spektrometer hatte einen Messbereich von 300 nm - 1050 nm. Mit unterschiedlichen Strömen trat keine Veränderung im Spektralbereich der Emission sowie der Position des Maximums oder der Feinstruktur des Spektrums auf. Die Emission war mit bloßem Auge (ohne Mikroskop) nicht sichtbar und erschien dem Auge durch das Mikroskopobjektiv (100fache Vergrößerung, $NA=0,8$) weiß. Die gemessene Leistung lag in der Größenordnung von 1 pW (maximal, bei niedrigen Spannungen kleiner). Eine Modulation des Signals durch eine angelegte Wechselspannung konnte bis zu einer Anregungsfrequenz von 17 kHz nachgewiesen werden.

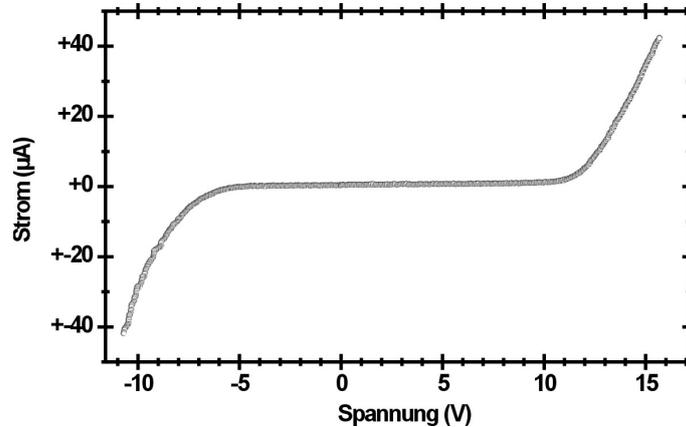


Abbildung 3.4: Strom-Spannungs-Kurve der Nanostruktur, die Elektrolumineszenz zeigt. Die Strom-Spannungs-Kurve hat einen nichtlinearen Verlauf, die Einsatzspannung lag stets bei etwa +11 V bzw. -5 V. Eine positive Spannung bedeutet dabei, dass der heruntergebogene Finger auf positivem Potential liegt. Etwa bei den Einsatzspannungen begann die Probe jeweils auch zu leuchten.

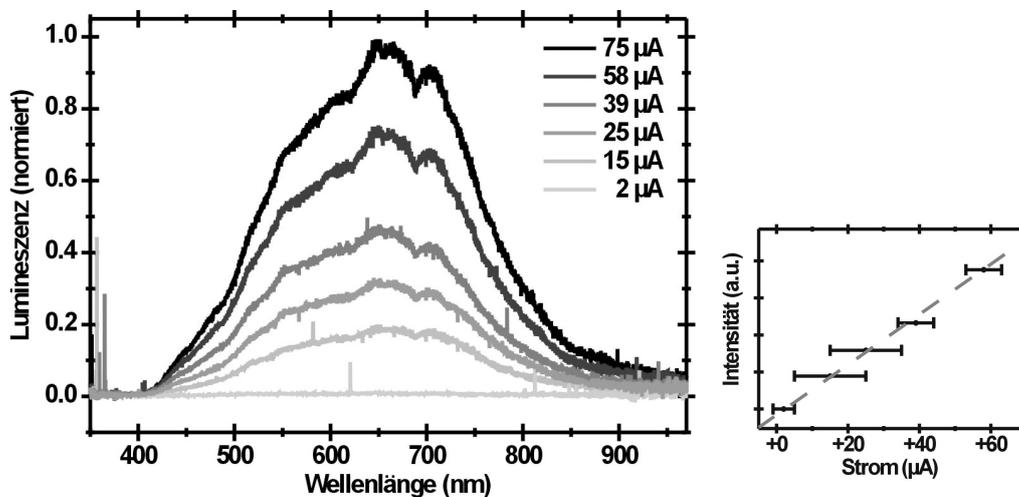


Abbildung 3.5: Elektrolumineszenz-Spektrum. Das im linken Teil der Abbildung gezeigte Spektrum wurde bei unterschiedlichen Strömen und positiven Spannungen aufgenommen und deckt den Bereich des sichtbaren Spektrums ab, mit einem Maximum bei etwa 650 nm. Die Intensität der Emission nimmt linear mit dem Strom zu, wie im rechten Graphen zu erkennen ist. Die großen Fehlerbalken rühren daher, dass bei konstanter Spannung gemessen wurde, der Strom sich aber während einer Messung änderte. Die Feinstruktur des Spektrums sowie die Position des Maximums sind von der Größe des Stroms unabhängig.

3.4 Diskussion

Wegen seiner indirekten Bandlücke zeigt Silizium kaum Lumineszenz. Darüber hinaus läge eine Emission wegen der energetisch geringen Bandlücke von (makroskopisch kristallinem) Silizium nicht im sichtbaren Wellenlängenbereich. Bekannt ist dagegen, dass poröses Silizium, bei dem also die räumliche Struktur durch die Siliziumstege zwischen den Poren bestimmt wird und sich damit auch die Bandstruktur verändert, im sichtbaren Bereich emittieren kann. Typische Charakteristika für die Emission von porösem Silizium sind Spektren im selben Wellenlängenbereich wie bei der hier untersuchten Probe, allerdings ohne die bei der untersuchten Probe auftretende Feinstruktur des Spektrums [36, 37]. Eine weitere Erklärungsmöglichkeit für das Auftreten der EL in der untersuchten Probe besteht darin, dass die Elektronen-Wellenfunktion im Kontaktbereich mit dem Substrat auf enge Silizium- oder Oxidbereiche beschränkt ist (*confinement, quantum size effect*) und daher ein verschobenes Emissionsspektrum hat. Solche Spektren ändern sich allerdings in Abhängigkeit von der Spannung [38], was nicht beobachtet wurde.

Am meisten Ähnlichkeit mit der untersuchten Probe hat so genanntes Funken-prozessiertes (*spark-processed*) Silizium. Die typische Herstellung dieses Materials basiert auf einer Funkenentladung, indem z. B. ein Hochspannungspuls zwischen einer über der Probe positionierten Wolframspitze und der Probe angelegt wird [39]. Ein ähnlicher Prozess könnte im Finger der untersuchten Probe beim Anhaften am Substrat abgelaufen sein. Es ist zumindest zu erwarten, dass die Verbiegung des Siliziumfingers durch eine Spannung zwischen dem Finger und dem Substrat hervorgerufen wurde. Die EL-Spektren, die bei Funken-prozessiertem Silizium beobachtet werden, überdecken denselben Wellenlängenbereich wie die an der Nanopinzettenstruktur gemessenen und zeigen auch eine ähnliche Feinstruktur sowie eine asymmetrische Strom-Spannungs-Kurve (vgl. [40]). Weiterhin nimmt die EL-Intensität mit höherem Strom (bzw. höherer Spannung) zu, wobei die spektrale Ausdehnung sowie auch die Feinstruktur des Spektrums erhalten sind [41, 42]. Dies ist ebenfalls eine Eigenschaft wie sie auch in der untersuchten Nanopinzettenstruktur beobachtet wurde.

Um den Mechanismus für eine Photoemission von Silizium im sichtbaren Bereich zu klären, muss ein Prozess gefunden werden, der im entsprechenden Wellenlängenbereich emittieren kann und der auch mit genügend hoher Wahrscheinlichkeit vorkommt. Der Ursprung der EL in Funken-prozessiertem Silizium ist noch nicht vollständig verstanden [40]. Das Vorhandensein von Sauerstoff während der Funken-Prozessierung scheint allerdings eine wichtige Rolle zu spielen [41, 42]. Ob natürliches Oxid dafür ausreicht, ist umstritten (vgl. Ref. [41] mit Ref. [43]). Das Herunterbiegen und Anschmelzen der untersuchten Nanopinzettenstruktur erfolgte an Luft, so dass Sauerstoff zur Bildung von Oxid zur Verfügung stand. Somit kann also durchaus der gleiche Mechanismus für die EL verantwortlich sein wie bei Funken-prozessiertem Silizium.

Im Gegensatz zu der untersuchten Nanostruktur zeigt allerdings Funken-prozessiertes

Silizium nur bei einer bestimmten Polung der Spannung EL, nicht bei beiden Polungen. Der in Ref. [41] als Erklärung vorgeschlagene Mechanismus ist, dass hochenergetische Elektronen (*hot electrons*) aus dem Kontaktmetall durch einen Tunnelübergang in den Funken-prozessierten Bereich gelangen und dort durch Stoßionisation weitere freie Elektronen generieren. Diese können dann durch strahlende Übergänge an Defektzentren rekombinieren. Analog dazu könnten auch in der nanostrukturierten Probe Elektronen vom freitragenden Siliziumfinger durch den Luftspalt als Tunnelbarriere in den angeschmolzenen Bereich im zweiten Finger gelangen.

Der zweite Pinzettenfinger bewegt sich zwar aufgrund der angelegten Spannung auf den anderen zu nach unten. Die Auslenkung kann allerdings selbst bei den maximal angelegten Spannungen von etwa 20 V nach den Berechnungen in Kapitel 1.2.3 eine Auslenkung von einigen 10 nm nicht überschreiten. Es bestand folglich nicht die Möglichkeit, dass die beiden Finger in Kontakt kamen. Somit war bei positiver Polung stets eine Tunnelbarriere vor dem Eintritt in die angeschmolzene Schicht vorhanden. Für die entgegengesetzte Polung kann das Argument der hochenergetischen Elektronen allerdings nicht angewendet werden, da die EL stets an derselben Stelle auftrat und damit bei dieser Polung in dem Bereich, aus dem die Elektronen heraustunnelten.

In dieser (negativen) Polung war die Intensität allerdings bei gleichem Strom schwächer. Dies könnte auf das Fehlen von hochenergetischen Elektronen im Bereich der Lumineszenz zurückgeführt werden. Die durchfließenden „normal-energetischen“ Elektronen führten vermutlich durch Rekombination an Defektstellen ebenfalls zu EL, allerdings mit geringerer Intensität. Dass die Strom-Spannungs-Kurve nicht symmetrisch ist, hat seine Ursache möglicherweise darin, dass die Austrittsarbeit aus der angeschmolzenen Region kleiner ist als aus dem unveränderten Siliziumfinger.

Kapitel 4

Messaufbau

Die Probe wird zur Messung auf einem xyz-Raster-Positioniertisch, kurz Rastertisch, befestigt. Der weitere Messaufbau besteht aus einem konfokalen Mikroskop als abbildende Optik, einem Detektor und der Messelektronik. Alle Komponenten wurden in den verschiedenen Versuchen variiert. Durch zweidimensionales Rastern über die Probenoberfläche (x_1 – x_3 -Ebene) kann ein Bild der Probe aufgenommen werden. Gleichzeitig können bestimmte Teile der Probe (Nanobalken) zu Schwingungen angeregt und das detektierte Signal auf einer entsprechenden Frequenz demoduliert werden. Im Folgenden werden der Rasteraufbau und die Realisierung eines konfokalen Mikroskops durch Freistrahl- sowie Glasfaseroptik im Detail erläutert. Die für quasistatische und höherfrequente Rastermessungen verwendete Elektronik wird ebenso dargestellt wie die zur Bestimmung von Resonanzen verwendete.

4.1 Aufbau zur Aufnahme eines optischen Rasterbilds

Die Abbildung der Probenoberfläche wurde durch das Verschieben der Probe durch den Laserfokus in einem zweidimensionalen Rasterprozess erreicht, so dass punktweise ein Bild aufgenommen wurde. Das Rastern erfolgte jeweils in zwei Dimensionen (parallel zur Probenoberfläche), während in der dritten Dimension die Probe in die Fokusebene gebracht wurde. Es wurden verschiedene Rasterverfahren verwendet. Sie unterscheiden sich hauptsächlich durch die Größe ihrer Schrittweite sowie deren Konstanz während des Rasterprozesses (Linearität der Rasterabbildung). Im Folgenden findet sich eine Beschreibung der verwendeten Aufbauten und ihrer Komponenten.

Beim Piezo-Rastertisch der Firma *Thorlabs* erfolgt das Rastern durch das Anlegen unterschiedlicher Spannungen an einen piezoelektrischen Kristall. Die Probe kann im Prinzip dreidimensional abgerastert werden. Das Rasterfeld parallel zur Probenoberfläche hat eine Größe von $15 \times 15 \mu\text{m}^2$, eine Vorpositionierung mit Hilfe von Mikrometerschrauben ist über einen Bereich von ca. $2 \times 2 \times 2 \text{ mm}^3$ möglich. Die Rasterschritte sind aufgrund der Nichtlinearität der piezoelektrischen Ausdehnung mit der Spannung nicht äquidistant.

Weiterhin ist es aufgrund der Hysterese der piezoelektrischen Ausdehnung schwierig, eine Aufnahme exakt zu reproduzieren. Eine Beziehung zwischen zwei Rasteraufnahmen, die nicht zur gleichen Zeit aufgenommen wurden, ist daher schwer herzustellen. Ebenso ist es schwierig, aus der Geometrie einer Probe auf Strukturen in der Abbildung zu schließen, da das Bild aufgrund von Nichtlinearität und Hysterese stets verzerrt ist.

Beim linearisierten Rastertisch der Firma *Physical Instruments* wird die Bewegung ebenfalls durch piezoelektrische Elemente hervorgerufen. Zusätzlich zu einem nicht linearisierten Tisch erfolgt hier allerdings eine Kontrolle der Position durch Messung der Kapazität zwischen dem zu positionierenden Proben Tisch und einem festen Rahmen. Damit wird die absolute Position bestimmt und die piezoelektrische Positionierung wird so nachgeregelt, dass ein lineares und äquidistantes Rastern erfolgt. Nachteilig ist an diesem Aufbau, dass der Rasterbereich nur $50 \times 50 \mu\text{m}^2$ beträgt. Die (nicht homogenen) Proben müssen daher vorpositioniert werden. Die Größe des Aufbaus macht außerdem eine Repositionierung aufgrund von thermischer Drift erforderlich.

Zur Positionierung der Probe wurde daher ein Rastertisch der Firma *Attocube* verwendet. Er besteht ebenfalls aus Piezoelementen. Diese werden allerdings im so genannten *slip-stick*-Modus betrieben. Dabei führen asymmetrische Spannungspulse zu einem Vorschub des Proben Tisches. Die Form der Asymmetrie bestimmt die Bewegungsrichtung. Die Schrittweite ist je nach Größe des Spannungspulses unterschiedlich und hat bei Raumtemperatur einen Minimalwert von etwa 50-100 nm (je nach individueller Ausführung der Geräteachsen). Der Rasterbereich ist durch die Länge der beweglichen Achsen festgelegt und beträgt ca. $7,5 \times 7,5 \times 7,5 \text{ mm}^3$. Dieser Positionierer wurde auf den Proben Tisch des linearisierten Rastertisches montiert.

Zusätzlich zur Vorpositionierung kann der *Attocube*-Positionierer ebenfalls zur Aufnahme eines großflächigen Rasterbilds im *slip-stick*-Verfahren verwendet werden. Eine entsprechende Elektronik legt die Anzahl der Schritte in einer Zeile fest und ermöglicht eine Nachkorrektur, falls sich die Schrittweiten der Hin- und Rückrichtung unterscheiden. Weiterhin gibt es einen noch unverstandenen Effekt, der dafür sorgt, dass bei mehrfachem Hin- und Rückrastern nach einer kurzen Einschwingzeit stets derselbe Zeilenbereich abgerastert wird. Die sich ergebenden Rasterbilder sind daher erstaunlich linear. Nachteilig ist im Vergleich zu den kontinuierlich einstellbaren Piezoelementen die im *slip-stick*-Modus relativ große minimale Schrittweite von ca. 50-100 nm bei Raumtemperatur.

Die Verwendung der unterschiedlichen hier beschriebenen Aufbauten kann wie folgt zusammengefasst werden. Zur Messung an freitragenden Strukturen mit Substrat wurde ausschließlich der *Thorlabs* Piezo-Rastertisch verwendet. Ein linearisierter Aufbau wurde erst bei der Messung der völlig freitragenden Strukturen eingesetzt. Hier fand hauptsächlich der kombinierte Aufbau aus linearisiertem *Physical Instruments* Rastertisch mit *Attocube*-Positionierer Verwendung. Einige der Aufnahmen wurden allerdings auch durch Rastern des *Attocube* Systems erstellt.

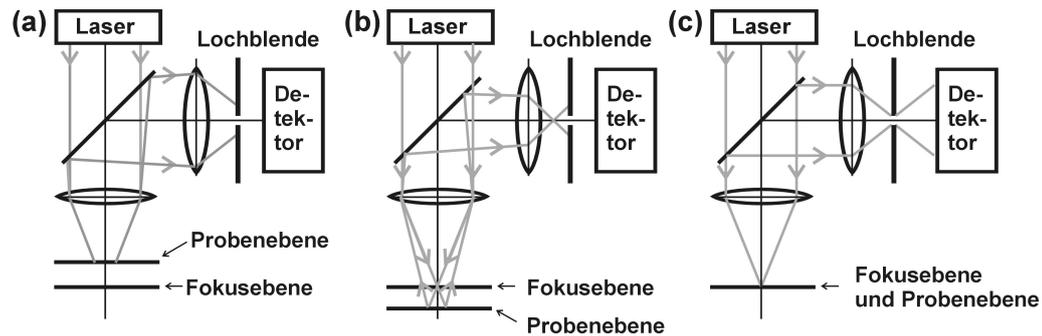


Abbildung 4.1: Funktionsweise eines konfokalen Mikroskops. Parallel einfallendes Licht (hier ein Laserstrahl) wird auf die Probe fokussiert. Das zurückreflektierte oder -gestreute Licht trifft nur dann auf den hinter einer Lochblende positionierten Detektor, wenn es aus dem Fokuspunkt kommt. Kommt es aus einer Ebene, die ober- (a) oder unterhalb (b) der Fokusebene liegt, so wird es größtenteils durch die Lochblende abgeschattet. Die Lochblende ist dabei so positioniert, dass direkt aus dem Fokuspunkt kommendes Licht sie vollständig passieren kann (c).

4.2 Konfokale Mikroskopie

Das Prinzip eines konfokalen Mikroskops ist in Abbildung 4.1 dargestellt. Dabei wird eine sehr hohe Tiefenschärfe erreicht, indem die Probe einerseits nur an einem definierten Fokuspunkt beleuchtet, andererseits nur das aus diesem Fokus zurückfallende Licht detektiert wird. Dies ist für die vorliegende Arbeit vor allem interessant, um Reflexionen vom sich nur 400 nm unterhalb der Nanostruktur befindenden Substrat zu minimieren. Im Gegensatz zu in der Literatur beschriebenen Messungen an ausgedehnten Aktuatoren mit Unterstrukturen von Abmessungen, die kleiner sind als die Wellenlänge [8], werden die Nanostrukturen nicht als Teil eines Fabry-Pérot-Interferometers aufgefasst. Sämtliche Messungen wurden in Reflexion durchgeführt. Bei den völlig freitragenden Strukturen besteht zwar prinzipiell auch die Möglichkeit, in Transmission zu messen. Aufbaubedingt ist die Reflexionsmessung allerdings einfacher durchzuführen, zumal sie den Einsatz komplexer Detektoranordnungen erlaubt. Der erwartete Informationsgehalt ist für beide Anordnungen gleich.

Im Prinzip werden für ein konfokales Mikroskop zwei Lochblenden benötigt: Die erste befindet sich im rückwärtigen Fokus einer Linse, so dass ein paralleler Strahl erzeugt wird, der anschließend durch ein Objektiv auf die Probe fokussiert wird. Damit wird gewährleistet, dass der Fokus gut definiert ist. Bei der Verwendung eines Lasers, dessen Strahldivergenz definitionsgemäß klein ist, entfällt allerdings die Notwendigkeit für die erste Lochblende. Das von der Probe zurückgeworfene Licht durchläuft das Objektiv in rückwärtiger Richtung. Dadurch führt nur das Licht, das aus dem Fokus kommt, zu einem parallelen Strahl. Die zweite Lochblende wird nun im Fokus einer weiteren Linse positioniert, so dass parallele Strahlen ungehindert hindurchtreffen. Streulicht oder

anderes nicht aus dem Fokus des Objektivs kommendes Licht wird dagegen abgeschattet. Mit einem hinter der Lochblende positionierten Detektor kann so mit hoher Tiefenschärfe ein Bild des Fokuspunkts aufgenommen werden. Eine hohe Tiefenschärfe ist für die Aufnahmen an freitragenden Strukturen, bei denen sich ein Substrat im Abstand von nur 400 nm unterhalb der Nanostruktur befindet, besonders wichtig. Bei den völlig freitragenden Strukturen reduziert sie nur den Einfluss von Streulicht.

In der Praxis kann ein konfokales Mikroskop auf verschiedene Weisen realisiert werden, insbesondere kann Freistrahloptik oder Glasfaseroptik verwendet werden. In der vorliegenden Arbeit wurden die Messungen an freitragenden Strukturen in Freistrahloptik durchgeführt, die Messungen an völlig freitragenden Strukturen in Glasfaseroptik.

4.2.1 Realisierung durch Freistrahloptik

In Abbildung 4.2 ist die Realisierung eines konfokalen Mikroskops in Freistrahloptik dargestellt. Aufgrund der Verwendung eines Lasers wird auf die erste Lochblende verzichtet. Das zur Fokussierung verwendete Mikroskopobjektiv hat eine numerische Apertur von $NA=0,8$ und einen Arbeitsabstand von 3,4 mm. Eine hohe numerische Apertur ist von Vorteil, denn sie verkleinert die Fokusgröße und führt gleichzeitig dazu, dass mehr aus dem Fokus kommendes Streulicht aufgenommen werden kann, das optische Signal der Nanostrukturen also größer wird. Es stand außerdem ein Objektiv mit einer numerischen Apertur von $NA=0,95$ zur Verfügung. Es führte allerdings zu keinem sichtbaren Vorteil in der Abbildung. Aufgrund seines geringen Arbeitsabstands von nur etwa 300 μm machte es allerdings eine Fabrikation der Proben auf besonders großflächigen Chips erforderlich. Nur dadurch konnten die Bonddrähte so weit außen angebracht werden, dass sich ein Kontakt der Bonddrähte mit dem Objektiv vermeiden ließ. Um die Fabrikation zu vereinfachen, wurde somit in den meisten Fällen das Objektiv mit $NA=0,8$ und großem Arbeitsabstand verwendet, so dass die Bonddrähte zwischen Objektiv und Probe verlaufen konnten.

Das Licht eines Helium-Neon-Lasers mit einer Nennleistung von 2 mW wurde durch Filter so gedämpft, dass die Lichtleistung auf der Probenoberfläche etwa 40 μW betrug. Um eine möglichst große Lichtausbeute bei gleichzeitig geringer Strahlungsbelastung der Probe zu erreichen, wurde ein polarisierender Strahlteiler verwendet (Glan-Thomson-Polarisator). Beim ersten Durchlaufen des Strahlteilers wird nur eine Polarisationsrichtung in gerader Richtung durchgelassen und trifft auf die Probe. Beim zweimaligen Durchlaufen (hin und zurück) des sich hinter dem Strahlteiler befindenden $\lambda/4$ -Plättchens wird die Polarisation um genau 90° gedreht, so dass sämtliches zurücklaufendes Licht anschließend den polarisierenden Strahlteiler in abgelenkter Richtung passiert. In dieser Richtung durchläuft es einen Sperrfilter (*notch filter*), der Strahlung, die nicht die Anregungsfrequenz hat, herausfiltert. Anschließend wird der Strahl durch eine Linse ($f=10\text{ cm}$) auf die entsprechend angeordnete Lochblende mit einer Lochgröße von 30 μm fokussiert und trifft schließlich

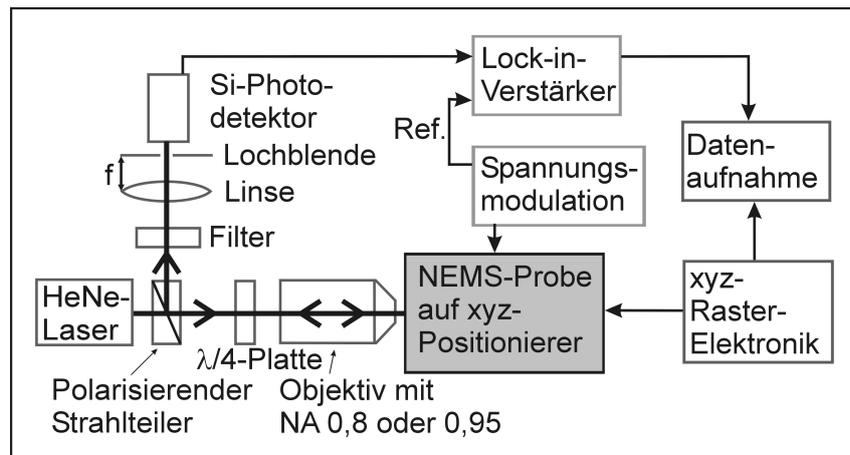


Abbildung 4.2: Im linken Teil des Aufbaus ist die Realisierung eines konfokalen Mikroskops mit Freistrahloptik dargestellt. Im rechten Teil findet sich der Aufbau zur Messung von quasistatischen Auslenkungen. Ein Aufbau desselben Prinzips wurde auch für höherfrequente Anregungen verwendet.

auf den dahinter positionierten Detektor.

4.2.2 Realisierung durch Glasfaseroptik

Bei Verwendung einer Glasfaser übernimmt das Faserende die Aufgabe der Lochblenden. Eine Skizze des Aufbaus ist im linken Teil von Abbildung 4.3 gezeigt. Dadurch dass das Glasfaserende im Fokus einer Linse (*Antireflex 600-1050 nm, $f=15,29$ mm, $NA=0,16$*) platziert wird, breitet sich der Strahl anschließend parallel aus. Nach dem zweimaligen Passieren des Mikroskopobjektivs mit dazwischen liegender Reflexion bzw. Streuung an der Probe wird der parallele Strahl wieder genau auf das Ende der Glasfaser abgebildet. Der zur Auskopplung des zurückgeworfenen Lichts benötigte Strahlteiler wird durch einen 50 : 50- Faserkoppler realisiert.

Dieser Aufbau ist deutlich leichter zu handhaben als der komplett mit Freistrahloptik realisierte, da er unempfindlicher gegen eine Drift mit der Zeit oder der Temperatur ist. Beim zweiten Durchlaufen des 50 : 50- Faserkopplers kommt es allerdings wie beim ersten Durchlaufen zu einem Verlust von 50 % in der Lichtausbeute, was bei der Freistrahloptik durch geschickten Einsatz des polarisierenden Strahlteilers in Kombination mit dem $\lambda/4$ -Plättchen vermieden werden konnte. Um Reflexe an den Faserenden auszublenden, wurden Glasfasern mit angeschrägtem Ende (FC-APC) verwendet. Dies führt zu weiteren Verlusten beim Einkoppeln des Laserlichts in die Faser, was allerdings durch eine höhere Laserleistung ausgeglichen werden kann. Unerwünschte Interferenzen wurden zusätzlich durch die Verwendung eines Diodenlasers mit niedriger Kohärenzlänge

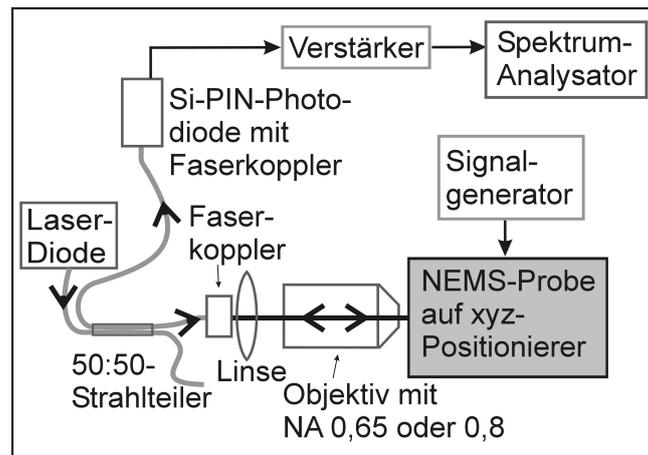


Abbildung 4.3: Der linke Teil der Skizze zeigt die Realisierung eines konfokalen Mikroskops mit Glasfaseroptik. In der rechten Seite ist der Aufbau zur Bestimmung von Resonanzen dargestellt.

vermieden ($2,5 \text{ mW}$, 635 nm , mit Faserkoppler).

Von Vorteil bei der Verwendung einer Glasfaseroptik ist außerdem, dass eine Beleuchtung der Probe von oben erleichtert wird. Der für völlig freitragende Strukturen hauptsächlich verwendete Aufbau aus Glasfaserkoppler, Objektiv, Probe und Positionierungs- bzw. Rastereinheit ist in Abbildung 4.4 gezeigt.

In einem Titangehäuse können die ebenfalls aus Titan bestehenden *Attocube*-Positionierungseinheiten mit einem konfokalen Mikroskop verbunden werden. Dieser Aufbau ist durch seine Kompaktheit thermisch sehr stabil. Die numerische Apertur des Objektivs in diesem Aufbau ist mit einem Wert von 0,65 nur wenig geringer als die des in den anderen Aufbauten verwendeten Mikroskopobjektivs. Nachteilig für die vorliegende Arbeit ist jedoch, dass das Bild des Objektivs aufgrund der Abgeschlossenheit des Aufbaus nicht ausgekoppelt werden kann. Allein mit dem konfokalen Bild ist die Positionierung allerdings schwer zu kontrollieren. Obwohl dieser kompakte Aufbau eine bessere Stabilität bietet, wurde im Hinblick auf eine erleichterte Identifizierung der Probenposition teilweise der instabilere größere Aufbau verwendet.

4.3 Messelektronik

Mit der verwendeten Messelektronik können jeweils mehrere Bilder parallel aufgenommen werden. Werden eine Abbildung der Probe sowie Amplitude und Phase des demodu-

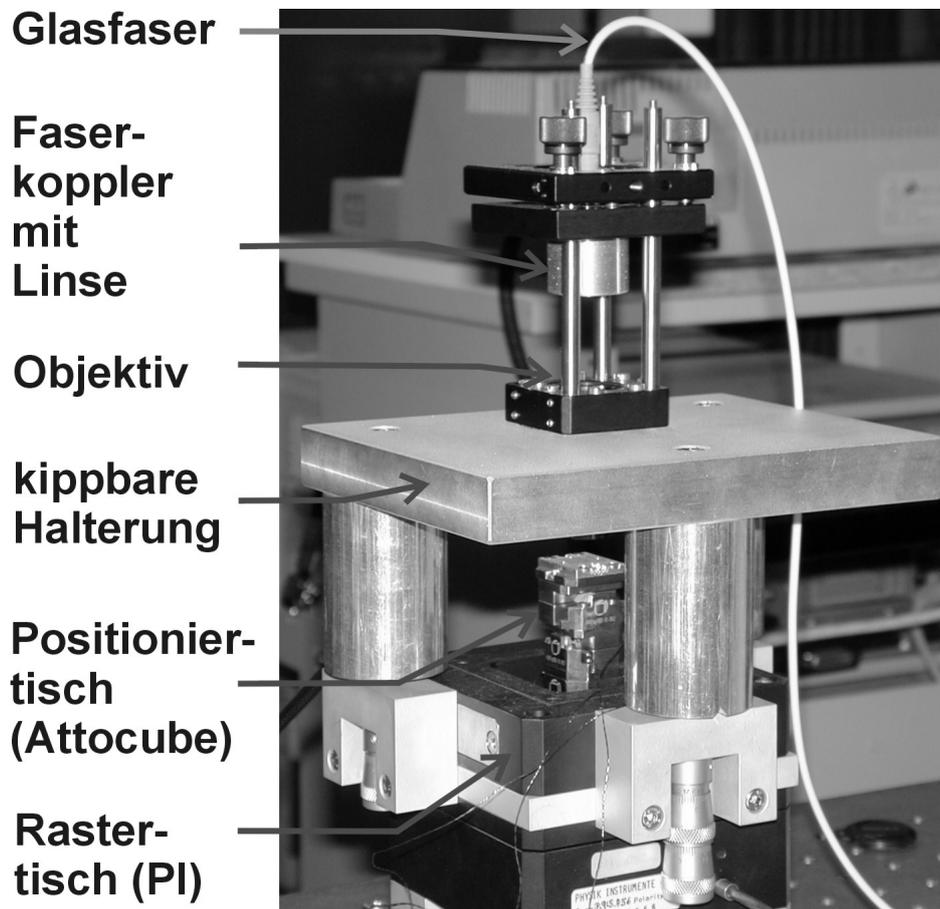


Abbildung 4.4: Verwendeter Messaufbau mit Rastereinheit und Faseroptik. Die Glasfaser wird oberhalb der Probe in einem Faserkoppler so befestigt, dass sich die Austrittsstelle des Strahls im Fokus einer Linse befindet und der Strahl so parallelisiert wird. Ein Objektiv fokussiert den Strahl anschließend auf die Probenoberfläche. Die Probe ist dabei auf einem Attocube-Positionierer befestigt, welcher selbst auf einen PI-Rastertisch montiert ist. Durch die kippbare Halterung kann eine leichte Verkippung der Probe (bis ca. 2°) korrigiert werden, um so den Abstand zwischen Objektivlinse und Probe während des Rastervorgangs konstant zu halten. Zwischen Objektiv und Faserkoppler kann mit einem Strahlteiler ein Teilstrahl ausgekoppelt werden, so dass man ein Bild der Probenoberfläche erhält.

lierten Signals zugleich aufgenommen, so kann eine räumliche Zuordnung einfach durch Übereinanderlegen der Bilder erfolgen. Die Bewegung der Nanostruktur wurde jeweils nachgewiesen, indem bei einem Rasterbild über eine größere Fläche, ein Signal auf der jeweils erwarteten Frequenz, d. h. in der Regel auf der zweiten Harmonischen der Anregung, ausschließlich in den Bereichen detektiert werden konnte, in denen sich bewegliche Nanostrukturen befanden. Dieses Verfahren wurde sowohl für quasistatische als auch für höherfrequente Anregungen verwendet. Die Ermittlung der Resonanzfrequenzen erfolgte dagegen durch Messung mit Hilfe eines Spektrum-Analysators an einer festen Position auf der Probe, an der man eine Schwingung erwartet, d. h. am Ort der Nanostrukturen. Beide Anordnungen werden im Folgenden detailliert beschrieben.

4.3.1 Messung der quasistatischen und höherfrequenten Auslenkung

Der elektronische Teil des Messaufbaus, mit dem sämtliche quasistatischen sowie auch einige hochfrequente Messungen vorgenommen wurden, ist im rechten Teil von Abbildung 4.2 gezeigt. Für die quasistatische Messung wurde ein *Stanford SR 830 DSP lock in*-Verstärker verwendet. Die quasistatische Anregung erfolgte nur teilweise direkt mit dem *lock in*-Verstärker, in den übrigen Fällen wurde ein *Toellner TOE 7708* Funktionsgenerator verwendet, von dem ein Referenzsignal auf den *lock in*-Verstärker gegeben wurde. Der bei niedrigen Frequenzen verwendete *Thorlabs PDA55* Silizium-Photodetektor, der mit nachgeschaltetem *Stanford SR 560* Vorverstärker als Vorfilter betrieben wurde, wurde bei der Detektion auf höheren Frequenzen durch eine Hochfrequenz-taugliche Silizium-PIN-Photodiode mit aufgesetzter Sammellinse ersetzt (*HAMAMATSU S5973-01*). Das Signal wurde mit einem *Femto*-Verstärker verstärkt und mit einem *Stanford SR 844*-Hochfrequenz-*lock in*-Verstärker demoduliert. Die hochfrequente Anregung erfolgte mit einem *Stanford DS 335* bzw. einem *HP 8647A* Signal-Generator, der durch einen *ENI 603L*-Verstärker verstärkt wurde. Ein Teil des Signals wurde über den TTL-Puls bzw. mit einer Spannungsteiler-Schaltung ausgekoppelt und als Referenz auf den *lock in*-Verstärker gegeben.

Zugleich mit dieser Demodulationsmessung kann eine Abbildung der Probe aufgenommen werden. Aus der Abbildung der Demodulation lassen sich die schwingenden Bereiche identifizieren. Diese können Punkt für Punkt auf die gleichzeitig aufgenommene konfokal optische Abbildung übertragen werden. Sofern die Positionen der Nanostrukturen aus dieser Abbildung erkennbar sind, ist damit eine Zuordnung der Schwingung zu einer Struktur möglich.

4.3.2 Bestimmung von Resonanzen

Zur Bestimmung der Resonanzen wurde der Bereich der Probe, dessen Schwingungen vermessen werden sollten, im Fokus des Objektivs positioniert. Die Anregung erfolgte durch

Durchstimmen der Anregungsfrequenz über einen festgelegten Frequenzbereich mit einem *Rhode und Schwartz SML01* Signal-Generator, der durch einen *ENI 603L*-Verstärker verstärkt wurde. Die Detektion erfolgte ebenfalls in einem vorgegebenen Frequenzbereich mit einem *HP 8594D* Spektrum-Analysator. Dabei wurde auf jedem Frequenzkanal das Maximalsignal in einer vorgegebenen Messzeit ermittelt. Durch die Trennung von Anregung und Detektion ist bei entsprechender Auswahl von Anregungs- und Detektionsbereich beispielsweise eine Detektion auf der zweiten Harmonischen möglich. Da die Amplitude des gemessenen Signals etwa proportional zur Auslenkung des Nanoschwingers ist (vgl. Kapitel 6), kann aus dieser Messung die Resonanzfrequenz sowie die Güte des Schwingers bestimmt werden.

Kapitel 5

Prinzip der numerischen Simulationen

Die numerischen Simulationen, die in diesem Kapitel vorgestellt werden, dienen einem besseren Verständnis der mit konfokaler optischer Mikroskopie gewonnenen Bilder. Solche Bilder konnten in den Bereichen, in denen die Strukturgröße deutlich kleiner war als die Fokusgröße, ohne die Simulationen nur schwer interpretiert werden, wenn Strukturen mit Substrat darunter verwendet wurden. Damit konnten insbesondere die Balkenstrukturen mit Breiten von 200 nm bei einer verwendeten Wellenlänge von 633 nm kaum identifiziert werden. Die Simulationen liefern neben einer Anschauung für die konfokal optischen Bilder auch eine Motivation für die Fabrikation völlig freitragender Strukturen.

Die Basis der im Folgenden vorgestellten Simulationen bildet die Faltung der Amplituden der rückgestreuten Welle mit dem Fokusprofil. Zunächst werden die Amplitude und Phase der reflektierten Welle für die unterschiedlichen Bereiche der Probe mit Hilfe der optischen Transfer-Matrix-Methode berechnet. Im weiteren Verlauf des Kapitels werden die Faltung mit dem Fokusprofil sowie die besondere Repräsentation der Nanostrukturen mit Hilfe des Formalismus der Mie-Streuung erläutert.

5.1 Reflexion ebener Wellen, optische Transfer-Matrix-Methode

Die Reflexion von ebenen Wellen an den verwendeten mehrschichtigen Oberflächen wurde mit der optischen Transfer-Matrix-Methode, die in Anhang C genauer beschrieben wird, berechnet. Dabei kann bei bekanntem Mehrschichtsystem aus dem elektrischen Feldvektor der aus dem Medium i (z. B. aus der Luft) auf das System zulaufenden Welle $E_{r,i}$ die in dieses Medium zurücklaufende Welle $E_{l,i}$ berechnet werden.

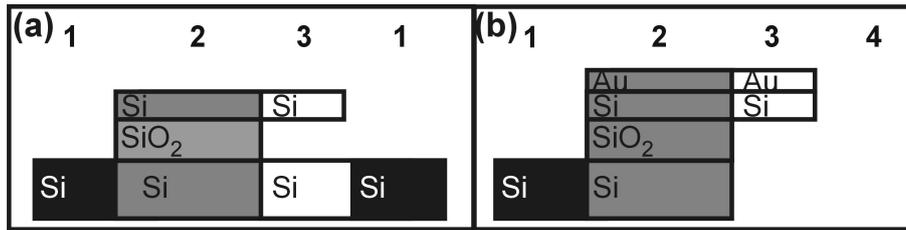


Abbildung 5.1: (a) Für die Simulation wurden die freitragenden Strukturen im Wesentlichen in drei unterschiedliche Bereiche eingeteilt: Erstens: total freigeätzte Bereiche, in denen nur noch das Siliziumsubstrat vorhanden ist (schwarz, 1), zweitens: nicht unterätzte Bereiche, in denen noch die gesamte SOI-Schicht erhalten ist (grau, 2). Schließlich drittens: freitragende Bereiche, in denen das Silizium unterätzt ist (weiß, 3). Aufgrund des Herstellungsverfahrens sind dies neben den Nanostrukturen selbst auch die Randstreifen um die nicht unterätzten Bereiche herum. (b) Bei völlig freitragenden Strukturen sind vier verschiedene Bereiche zu betrachten, da noch der Bereich des Lochs (4) hinzukommt.

Anwendung auf die Pinzettenstrukturen

Für die Simulation wurden die freitragenden Proben mit Substrat unter der Struktur in drei grundsätzlich verschiedene Bereiche eingeteilt, für die jeweils die Amplitude und Phase der reflektierten im Verhältnis zur einlaufenden Welle berechnet wurden. Dabei wurde die vereinfachende Annahme gemacht, dass jeder Bereich unendlich ausgedehnt ist und eine ebene Welle reflektiert wird. Im Experiment hat die einfallende Welle ein gaußförmiges Profil (fokussierter Laser). Sie kann allerdings durch eine ebene Welle angenähert werden. Ein anschauliches Argument dafür ist, dass sich Anteile des Wellenfeldes in anderen Richtungen aufgrund der Rotationssymmetrie um die Ausbreitungsrichtung gegenseitig aufheben, so dass in der Summe nur die zur Strahlrichtung senkrechten Komponenten übrig bleiben, so wie es auch bei ebenen Wellen der Fall ist. Rechnungen bestätigen die ebene Welle als Näherung [44, 45]. (Im Detail ergibt sich aufgrund der Fokussierung des Strahls eine Phasenverschiebung um 90° .) Die drei verschiedenen Bereiche, für die eine reflektierte ebene Welle berechnet wurde, sind gemäß Abb. 5.1 (a): 1.) freigeätzte Bereiche, in denen nur noch das Substrat-Silizium steht, 2.) nicht unterätzte Bereiche und 3.) freitragende Bereiche. Eine Nachbildung der experimentell untersuchten Probe 1 mit Hilfe der hier definierten Bereiche findet sich in Abb. 5.2.

Mit der Transfer-Matrix-Methode wurden die Amplitude und Phase der reflektierten Welle im Vergleich zur einlaufenden Welle $E_{l,Luft}/E_{r,Luft}$ für jeden der Bereiche berechnet. Die gesamte Berechnung wurde auf die Oberseite der Struktur normiert, so dass der Transfer im Bereich 1 mit einem Durchgang durch Luft beginnt. Die Ergebnisse für die drei Bereiche für eine Dicke des SOI-Films von 100 nm bzw. 200 nm und eine Dicke der Siliziumdioxid-Opferschicht von 400 nm für eine Wellenlänge von etwa 635 nm sind in Tabelle 5.1 zusammengestellt. Bei völlig freitragenden Strukturen kommt zu den drei unterschiedlichen Bereichen noch ein vierter, nämlich der des Lochs, hinzu. Es ergeben

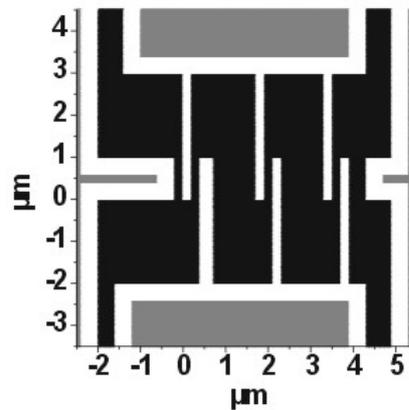


Abbildung 5.2: Für die Simulation wurde hier eine Struktur gewählt, die einer experimentell untersuchten freitragenden Struktur mit Substrat (Probe 1 in Kapitel 6) entspricht. Sie enthält drei parallele Fingerpaare, wobei ein Finger (unten links) mit einer Breite von 300 nm anderthalb Mal so breit ist wie die übrigen. Die Farbgebung kennzeichnet die unterschiedlichen Bereiche, die für die Simulation verwendet wurden, und entspricht den Farben in Abb. 5.1.

	Bereich 1 (Substrat)	Bereich 2 (nicht unterätzt)	Bereich 3 (freitragend)
$\frac{E_{l,Luft}}{E_{r,Luft}}$ (100 nm Si)	$0.59e^{i0.16\pi}$	$0.80e^{i0.94\pi}$	$0.79e^{i0.73\pi}$
$\frac{E_{l,Luft}}{E_{r,Luft}}$ (200 nm Si)	$0.59e^{i0.79\pi}$	$0.81e^{-i0.96\pi}$	$0.92e^{i0.94\pi}$

Tabelle 5.1: Amplituden- und Phasenänderung in den drei unterschiedenen Bereichen freitragender Strukturen. Es wurde eine Dicke des SOI-Films von 100 nm bzw. 200 nm und eine Dicke der Siliziumdioxid-Opferschicht von 400 nm angenommen. Die Berechnung erfolgte mit Hilfe der optischen Transfer-Matrix-Methode für eine Wellenlänge von etwa 633 nm.

sich die in Abb. 5.1 (b) dargestellten vier Bereiche, für die die verwendeten Werte von $E_{l,Luft}/E_{r,Luft}$ in Tabelle 5.2 zusammengestellt sind.

Bereits in Kapitel 1 wurde beschrieben, dass bei Strukturen mit Substrat darunter stets auch eine Bewegung nach unten zu erwarten ist. Um diese Verbiegung simulieren zu können, wurden die Werte von $E_{l,Luft}/E_{r,Luft}$ für kleinere Abstände zum Substrat berechnet, um eine Bewegung nach unten zu simulieren. In Tabelle 5.3 finden sich Angaben für eine um eine Strecke d nach unten verschobene Pinzette (wieder bezogen auf die Oberfläche der nicht verschobenen Struktur). Die Differenzen der E-Feld-Änderung bezogen auf die einfallende Welle zwischen der verschobenen und der unverschobenen Struktur, sind bis zu Verschiebungen von einigen nm etwa linear mit der Verschiebung (jeweils für Real- und Imaginärteil). Diesen Umstand kann man sich bei der Simulation

	Bereich 1 (nur Substrat)	Bereich 2 (nicht unterätzt)	Bereich 3 (völlig freitr.)	Bereich 4 (Loch)
$\frac{E_{l,Luft}}{E_{r,Luft}}$	$0.59e^{-i0.92\pi}$	$0.76e^{-i0.88\pi}$	$0.87e^{-i0.95\pi}$	0

Tabelle 5.2: Amplituden- und Phasenänderung in den vier unterschiedenen Bereichen völlig freitragender Strukturen. Es wurde eine Dicke des SOI-Films von 120 nm, eine Dicke der Siliziumdioxid-Opferschicht von 200 nm sowie eine Dicke von 10 nm Gold auf dem SOI-Film angenommen. Die Berechnung erfolgte mit Hilfe der optischen Transfer-Matrix-Methode für eine Wellenlänge von etwa 635 nm.

einer Pinzetten-Bewegung nach unten zunutze machen.

5.2 Faltung der rücklaufenden Welle mit dem Fokusprofil

Die Grundannahme des Modells für die Simulation ist die Interferenz verschiedener Bereiche innerhalb eines Fokus-Spots. Der konfokale Aufbau wurde dadurch simuliert, dass ein Gauß'sches Intensitätsprofil in allen drei Raumrichtungen verwendet wurde (fokussierter Strahl). Das Rastern des Strahls über die Probe wurde durch ein Rastern des Gauß'schen Profils in der x_1 - x_3 -Ebene wiedergegeben. Da die Amplitude simuliert wurde, wurde für das Gauß'sche Profil die im Integral auf eins normierte Wurzel aus der Intensitätsverteilung verwendet. Dabei wurde an jedem Rasterpunkt das Produkt des Gauß-Profiles in x_1 - und x_3 -Richtung mit den auf die einlaufende Welle bezogenen elektrischen Feldern der von unterschiedlichen Bereichen der Probe reflektierten Welle gebildet. Dieses Produkt wurde über die gesamte Fläche integriert (Faltung von Strahlprofil und Oberflächenreflexion). Aufgrund der unterschiedlichen elektrischen Felder an verschiedenen Orten ergab sich somit eine Interferenz innerhalb des Fokus-Spots.

Das Gaußprofil in x_3 -Richtung wurde durch eine entsprechende Wichtung der Funktionen, die aus unterschiedlichen Ebenen reflektiert werden (von der Pinzettenoberfläche bzw. vom Substrat), berücksichtigt. Aus den so erhaltenen Gesamtamplituden an jedem Punkt wurde die Intensität berechnet und im Bild aufgetragen. Die insgesamt recht grobe Näherung ist insbesondere dadurch gerechtfertigt, dass sie das Bild der Probe im konfokalen Mikroskop gut wiedergibt. Gemäß dieser Beschreibung durchgeführte Simulationen finden sich in Kapitel 6 und werden dort mit den experimentell erzielten Ergebnissen verglichen.

5.3 Mie-Streuung

Für die Balken mit ihrer geringen Breite ist die Annahme einer Reflexion von ebenen Wellen allerdings keinesfalls gerechtfertigt. Die Strukturgröße liegt hier in der Größenordnung

	Realteil	Imaginär- teil	Realteil der Differenz zu d=0	Imaginärteil der Differenz
100 nm Si				
$d = 0$	-0.52775	0.58771	0	0
$d = 0.1nm$	-0.52836	0.58663	6.04E-4	1.08E-3
$d = 0.5nm$	-0.53074	0.58230	2.99E-3	5.41E-3
$d = 1nm$	-0.53365	0.57686	5.90E-3	1.09E-2
$d = 5nm$	-0.55390	0.53231	2.62E-2	5.54E-2
$d = 10nm$	-0.57133	0.47439	4.36E-2	1.13E-1
200 nm Si				
$d = 0$	-0.89937	0.17379	0	0
$d = 0.1nm$	-0.89957	0.17216	2.05E-4	1.63E-3
$d = 0.5nm$	-0.90036	0.16565	9.90E-4	8.14E-3
$d = 1nm$	-0.90126	0.15751	1.90E-3	1.63E-2
$d = 5nm$	-0.90552	0.09248	6.16E-3	8.13E-2
$d = 10nm$	-0.90335	0.01200	3.98E-3	1.62E-1

Tabelle 5.3: Dargestellt sind der Real- und Imaginärteil der Phasenänderung bei der Reflexion, also von $E_{l,Luft}/E_{r,Luft}$ bei einer Bewegung um d nach unten. Außerdem sind die entsprechenden Differenzen dieser Werte zu denen der unbewegten Pinzette ($d=0$) aufgelistet. Es wurde eine Dicke des SOI-Films von 100 nm (oben) bzw. 200 nm (unten) und eine Dicke der Siliziumdioxid-Opferschicht von 400 nm angenommen. Die Rechnung erfolgte für eine Wellenlänge von etwa 633 nm. Man sieht, dass die Differenzen bis zu Auslenkungen von einigen Nanometern etwa linear mit der Auslenkung skalieren. Die zur Berechnung verwendeten Brechungsindizes sind für Si $3.876 + 0.019i$ und für Luft 1.0003.

der Wellenlänge, daher wird eine starke Streuung erwartet.

Bereits 1908 entwickelte Gustav Mie eine vollständige theoretische Beschreibung der Streuung an homogenen kugelförmigen Partikeln beliebiger Größe. Für die Grenzfälle $ka \ll 1$ und $ka \gg 1$ mit dem Wellenvektor k und dem Radius a der streuenden Kugel lässt sich die Lösung durch Näherungen vereinfachen. Beispielsweise geht die Mie-Theorie für den Grenzfall der Streuung an Teilchen, die deutlich kleiner sind als die Wellenlänge der gestreuten Strahlung, in die Rayleigh-Streuung über. In dieser Arbeit liegen die Größen der verwendeten Nanostrukturen (Breite ca. 200 nm) ungünstigerweise etwa in der Größenordnung der verwendeten Wellenlänge ($\lambda \approx 633 \text{ nm} - 635 \text{ nm}$). Somit gilt $ka \approx 0,99$, so dass dieses Produkt weder als wesentlich kleiner noch als größer als 1 angenähert werden kann.

5.3.1 Mögliche Näherungen

Eine einfache Näherung für die fokussierte und an einer freitragenden Nanostruktur reflektierte Welle ist also unmöglich, eine vollständige ungenäherte Lösung würde jedoch den Rahmen dieser Arbeit übersteigen. Es wird daher im Folgenden eine grobe Näherung betrachtet.

Mit Hilfe des Mie-Formalismus können für verschiedene, vor allem kugelförmige, aber auch zylinderförmige Körper die Streuwellen berechnet werden. Nanofederbalken lassen sich zwar prinzipiell gut als Quader oder als Zylinder beschreiben. Die Lösung für Mie-Streuung an Zylindern setzt aber nach Ref. [46] voraus, dass die Länge des Zylinders viel größer ist als seine Breite sowie auch viel größer als die verwendete Wellenlänge. Voraussetzung für den Lösungsansatz ist nämlich, dass die Streuung, die im Fernfeld kugelsymmetrisch ist, im Nahfeld eine Zylindersymmetrie hat. Da die Berechnungen von einer eingestrahnten ebenen Welle ausgehen, in der vorliegenden Arbeit allerdings ein fokussierter Gauß'scher Strahl verwendet wurde (Laser), ist als effektive Länge die Beleuchtungslänge anzunehmen. Diese hat im Fokus aufgrund der beugungsbegrenzten Fokussierung allerdings etwa die Größe der Wellenlänge, so dass die Voraussetzungen zur Benutzung der Lösung für zylinderförmige Körper nicht erfüllt sind.

Aufgrund der gleichen Größenordnung der Breite, Höhe und effektiven Länge wird der Streukörper stattdessen näherungsweise als kugelsymmetrisch betrachtet. In Anhang D findet sich eine Herleitung der Mie'schen Lösung für die Streuung an Kugeln. Auf die effektive Größe der für die Simulation verwendeten Kugeln wird später genauer eingegangen. Da der Abstand zur sammelnden Optik bzw. zum Detektor groß ist (der Arbeitsabstand des verwendeten Objektivs beträgt etwa 3,4 mm) kann man sich für die vorliegende Arbeit auf das Fernfeld der Streuung beschränken.

Nach Anhang D ergibt sich für die elektrische Feldstärke in Kugelkoordinaten (r, θ, φ) :

$$\begin{aligned}
 E_\theta &= c B_\varphi = -E_0 \frac{i}{k r} e^{-ikr+i\omega t} \cos \varphi S_2(\theta), \\
 E_\varphi &= c B_\theta = -E_0 \frac{i}{k r} e^{-ikr+i\omega t} \sin \varphi S_1(\theta), \\
 \text{mit} \quad S_1(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)), \\
 S_2(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (b_n \pi_n(\cos \theta) + a_n \tau_n(\cos \theta)), \\
 \text{wobei gilt} \quad \pi_n(\cos \theta) &= \frac{1}{\sin \theta} P_n^1(\cos \theta) = \frac{d}{d(\cos \theta)} P_n(\cos \theta) \\
 &= \frac{n(\cos \theta P_n(\cos \theta) - P_{n-1}(\cos \theta))}{(\cos \theta)^2 - 1}, \\
 \tau_n(\cos \theta) &= \cos \theta \pi_n \cos \theta - (\sin \theta)^2 \frac{d}{d(\cos \theta)} \pi_n(\cos \theta).
 \end{aligned}$$

Mit $P_n(z)$ werden hier Legendre-Polynome bezeichnet, die Konstanten a_n und b_n werden in Anhang D definiert. Für eine Streuung in Vorwärts- bzw. Rückwärtsrichtung gilt

$$\begin{aligned}
 S_1(0) = S_2(0) &\equiv S(0) = 0.5 \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n) \quad \text{bzw.} \\
 S_1(\pi) = S_2(\pi) &\equiv S(\pi) = 0.5 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (2n+1)(a_n + b_n).
 \end{aligned}$$

Es wurde versucht, die Streuwelle mit der am Substrat reflektierten Gauß'schen Welle zu überlagern, indem die Gauß'sche Welle für achsennahe Strahlen in die Form einer Kugelwelle gebracht wurde. Diese Rechnung erfüllt allerdings aufgrund des kleinen Beleuchtungsspot's nicht die Energieerhaltung: Die Energie der in der Näherung einer ebenen Welle berechneten Streuwelle übersteigt die Energie der eingestrahnten Gauß'schen Welle aufgrund der nicht vollständigen Ausleuchtung des Streuers. Da somit der Lösungsansatz nicht mehr gerechtfertigt ist, und eine Anpassung der Ergebnisse nur durch Vergleich mit den experimentellen Daten erfolgen könnte, wird hier auf die längliche Rechnung verzichtet und die Näherung der Streuwelle direkt anhand der experimentellen Daten durchgeführt. Das formale Ergebnis der Mie-Streuung kann jedoch (in eingeschränkter Weise) für die Streuung an völlig freitragenden Strukturen verwendet werden, da hier die Überlagerung mit einer vom Substrat rückgestreuten Welle entfällt.

a in nm	$P_\theta A/P_0$ in m ²	$P_\varphi A/P_0$ in m ²	$P_{Obj} A/P_0$ in m ²	C_{ext} in m ²
50	$6,16 \times 10^{-17}$	$1,13 \times 10^{-16}$	$1,74 \times 10^{-16}$	$1,03 \times 10^{-15}$
100	$2,14 \times 10^{-14}$	$2,61 \times 10^{-14}$	$4,73 \times 10^{-14}$	$1,61 \times 10^{-13}$
150	$1,34 \times 10^{-14}$	$1,69 \times 10^{-14}$	$3,03 \times 10^{-14}$	$5,38 \times 10^{-14}$
200	$6,57 \times 10^{-14}$	$4,47 \times 10^{-14}$	$1,10 \times 10^{-13}$	$6,58 \times 10^{-13}$
300	$9,99 \times 10^{-14}$	$3,14 \times 10^{-14}$	$1,31 \times 10^{-13}$	$6,64 \times 10^{-13}$
400	$3,46 \times 10^{-13}$	$7,44 \times 10^{-14}$	$1,20 \times 10^{-13}$	$1,21 \times 10^{-12}$

Tabelle 5.4: Anteile P_θ und P_φ der gestreuten Leistung sowie ihre Summe P_{Obj} für verschiedene Radien a einer Siliziumkugel bei einer Wellenlänge von 635 nm. Außerdem ist jeweils der Extinktionsquerschnitt C_{ext} angegeben.

5.3.2 Anwendung auf völlig freitragende Strukturen

Die auf ein Objektiv mit numerischer Apertur $NA=0,8$ treffenden rückgestreuten Intensitäten wurden für die θ - und φ -Komponente des E-Felds separat und ohne Berücksichtigung von Interferenzen berechnet. Die insgesamt auf das Objektiv treffende Intensität I_{Obj} hängt von der pro Flächeneinheit eingestrahlenen Intensität I_0/A ab und ist die Summe der beiden Anteile:

$$\begin{aligned}
 I_\varphi &= \frac{I_0}{A} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{\pi-\arcsin(0,8)}^{\pi} \frac{E_\varphi^* E_\varphi}{E_0 E_0} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi, \\
 I_\theta &= \frac{I_0}{A} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{\pi-\arcsin(0,8)}^{\pi} \frac{E_\theta^* E_\theta}{E_0 E_0} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi, \\
 I_{Obj} &= I_\varphi + I_\theta.
 \end{aligned}$$

Wegen der Proportionalität der Leistung zur Intensität gelten die gefundenen Ergebnisse analog für die Leistung P :

$$\begin{aligned}
 P_\varphi &= \frac{P_0}{A} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{\pi-\arcsin(0,8)}^{\pi} \frac{E_\varphi^* E_\varphi}{E_0 E_0} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi, \\
 P_\theta &= \frac{P_0}{A} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{\pi-\arcsin(0,8)}^{\pi} \frac{E_\theta^* E_\theta}{E_0 E_0} r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi, \\
 P_{Obj} &= P_\varphi + P_\theta.
 \end{aligned}$$

Die numerisch berechneten Werte der gemessenen Leistung P_{Obj} in Einheiten der pro Flächeneinheit eingestrahlenen Leistung P_0/A sind für verschiedene Parameter in Tabelle 5.4 zusammengestellt. Zum Vergleich wurde jeweils der Extinktionsquerschnitt $C_{ext} = 4\pi Re(S(0))/k^2$ angegeben. Alle Berechnungen erfolgten für eine Wellenlänge von $\lambda=635$ nm. Die pro Flächeneinheit eingestrahelte Leistung P_0/A ergibt sich aus der gemessenen Leistung P_0 und der Gauß'schen Fokusfläche, die sich bei einer Halbwertsbreite $FWHM$ durch zweidimensionale Integration $\int \int \exp(-4 \ln 2(x^2 + y^2)/FWHM^2) dx dy$ zu

$(1,13FWHM^2)$ berechnet. Für eine Halbwertsbreite von $FWHM=450$ nm, die etwa der für die entsprechende Messung bestimmten Halbwertsbreite entspricht, ergibt sich eine Fläche von $2,29 \times 10^{-13} \text{ m}^2$. Diese Fläche ist bei Kugelradien von etwa 200 nm und weniger kleiner als der für eine ebene Welle berechnete Extinktionsquerschnitt, wie aus Tabelle 5.4 zu entnehmen ist. Bei größeren Radien „wirkt“ die Kugel also größer als die beleuchtete Fläche. Daher kann die Kugel in diesen Fällen nicht als Streuer, sondern eher als unendlich ausgedehnte Fläche angenähert werden.

Für unpolarisiertes Licht wirkt also ein Balken in seiner Querrichtung eher als Streuer und in seiner Längsrichtung eher als ausgedehnte Fläche, die zu Reflexionen und Transmissionen führt. Ein unpolarisierter Strahl kann als zur Hälfte längs und zur anderen Hälfte quer zum Balken polarisiert angenähert werden. Damit ergibt sich bei Annahme der Streuung an einer Kugel von 100 nm Radius, die für einen Balken von 200 nm Breite steht, nach Tabelle 5.4 für die Querkomponente eine in das Objektiv gestreute Leistung von $P_{Obj} = 4,73 \times 10^{-14} \text{ m}^2 P_{0,quer}/A \approx 0,21 P_{0,quer}$. Für die Längskomponente ergibt sich nach Tabelle 5.2 eine Leistung von $P_{Obj} \approx (0,87)^2 P_{0,längs} \approx 0,76 P_{0,längs}$. Durch Mittelung über den Längs- und Queranteil ergibt sich in dieser Näherung eine reflektierte Leistung, die gegenüber der einfallenden um einen Faktor 0,49 abgeschwächt ist. Daraus lässt sich folgern, dass die von den Balken gestreute Leistung etwa 0,64-mal so groß ist wie die von einer ausgedehnten freitragenden Fläche reflektierte ($0,76 P_0$). Dieser Faktor geht in die in Kapitel 6 gezeigte Simulation der völlig freitragenden Strukturen ein. Um die Rechnung zu überprüfen, wäre es interessant, die Abhängigkeit der von den Balken gestreuten Signale von der Polarisationsrichtung der eingestrahlten Welle zu untersuchen.

Kapitel 6

Messergebnisse, Simulation und Diskussion

Im Folgenden werden die erzielten Messergebnisse vorgestellt. Zunächst werden die Ergebnisse der konfokal optischen Abbildung von freitragenden Strukturen mit Substrat sowie auch von völlig freitragenden Strukturen gezeigt. Anschließend wird für beide Fälle dargestellt, wie quasistatische Auslenkungen mit Hilfe der konfokalen optischen Mikroskopie nachgewiesen und untersucht wurden. Die erzielten Ergebnisse werden diskutiert, wobei auch die gemäß Kapitel 5 durchgeführten Simulationen eingehen. Abschließend wird gezeigt, wie mit konfokaler optischer Mikroskopie die Resonanzfrequenzen völlig freitragender Strukturen bestimmt wurden. Die in diesem Kapitel dargestellten Messungen wurden an fünf verschiedenen Strukturen durchgeführt, welche zum Überblick in Abbildung 6.1 gezeigt sind.

6.1 Optische Abbildung der Nanostrukturen

Mit Hilfe des in Kapitel 4 beschriebenen Rasterverfahrens können zweidimensionale konfokal optische Bilder einer Probenoberfläche aufgenommen werden. Die optische Auflösung reicht allerdings nicht aus, um die Nanostrukturgröße aufzulösen. Speziell bei den freitragenden Strukturen mit Substrat ist die Position der Nanobalken aus der Abbildung nicht einfach zu erkennen. Deshalb wurde stets ein Bild der gesamten Oberfläche als Orientierungshilfe aufgenommen. Im Vergleich mit einem REM-Bild derselben Probe war es somit jeweils möglich, den Ort der Pinzettenstruktur zu bestimmen.

6.1.1 Freitragende Strukturen mit Substrat

Der Fokus konnte für den hier verwendeten Aufbau durch Rastern über die Bruchkante einer GaAs-Probe zu einer Größe von 600 nm (FWHM) in der Rasterebene und einer Tiefenschärfe von etwa 700 nm (FWHM) bestimmt werden. Ein Beispiel der Abbildung einer freitragenden Struktur mit Substrat darunter ist in Abbildung 6.2 (a) gezeigt,

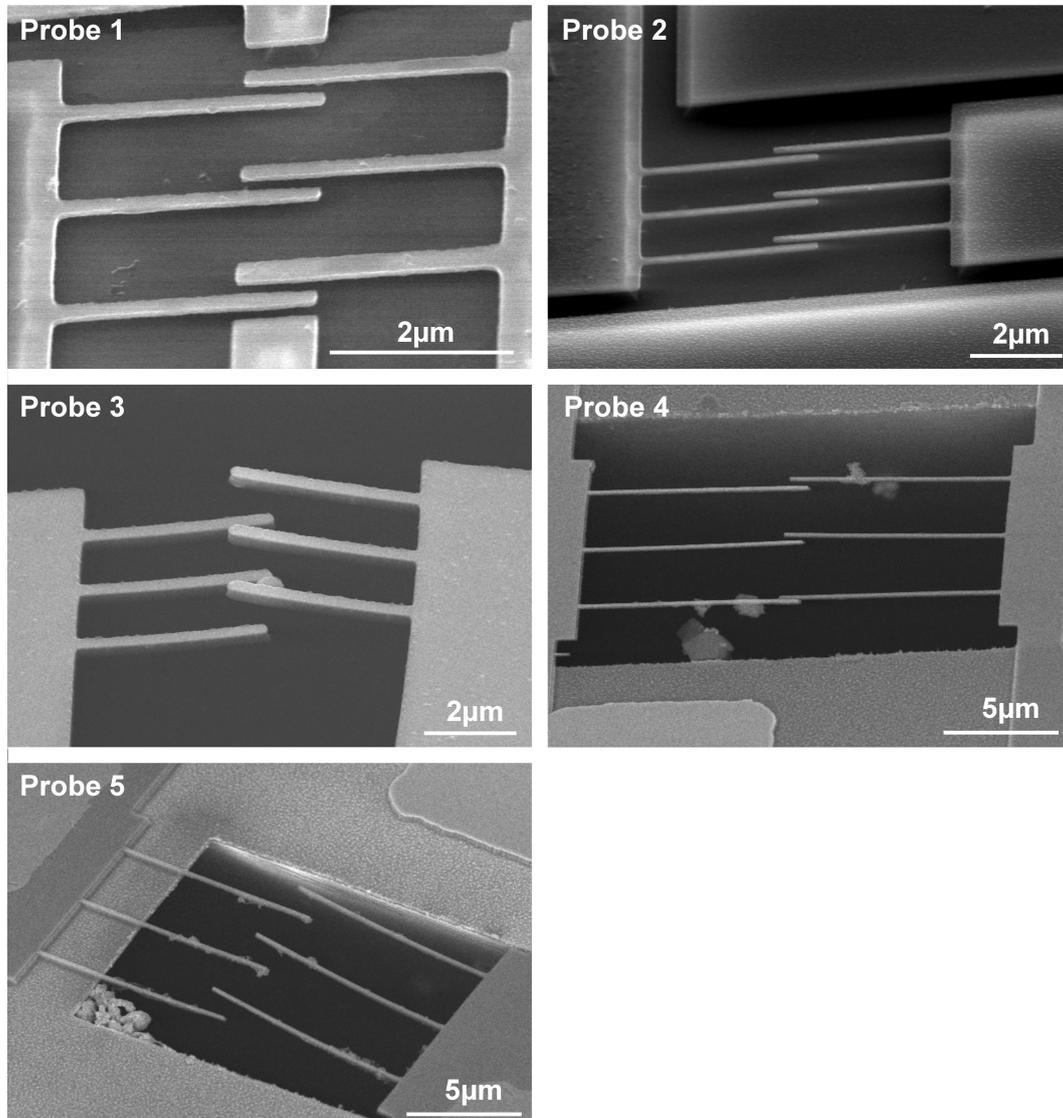


Abbildung 6.1: Überblick über die Proben, an denen konfokal optische Messungen durchgeführt wurden. In Probe 1 und 2 befindet sich unter den 3 bzw. 4 μm langen freitragenden Balken ein Substrat. Die Proben 3 bis 5 haben 3 bzw. 10 μm lange völlig freitragende Balken.

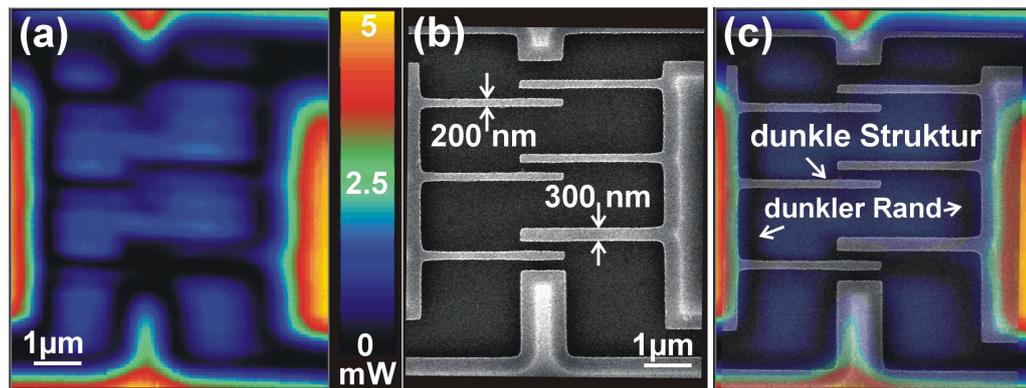


Abbildung 6.2: (a) Abbildung von Probe 1 im konfokalen Rastermikroskop (128×128 Messpunkte). (b) REM-Aufnahme derselben Probe. Es sind 3 Pinzettenpaare mit jeweils $3 \mu\text{m}$ langen Fingern zu erkennen. Die Breite der Strukturen beträgt 200 bzw. 300 nm. (c) In der Überlagerung der Bilder (a) und (b) fällt auf, dass die Nanostrukturen dunkler erscheinen als der Hintergrund. Des Weiteren sind die nicht freitragenden Bereiche von dunklen Rändern umgeben.

zum Vergleich ist in Abbildung 6.2 (b) eine REM-Abbildung derselben Struktur zu sehen. Wie aus Abbildung 6.2 (c) hervorgeht, kann eine Überlagerung des konfokal optischen Bilds mit einem REM-Bild derselben Struktur dadurch erreicht werden, dass die größeren, optisch auflösbaren Bereiche im Rand beider Bilder zur Deckung gebracht werden. Auch wenn dies aufgrund der Nichtlinearität in der Abbildung nicht immer hundertprozentig gelingt, lässt sich auf diese Weise etwa der Bereich der Nanostrukturen identifizieren. Eine linearisierte Rasterabbildung, wie sie bei der Abbildung völlig freitragender Proben verwendet wurde, würde die Identifizierung der Strukturen noch verbessern.

Die Abbildung (6.2 (c)) zeigt im Bereich der Nanostrukturen eine Unterstruktur, obwohl die Nanostrukturen selbst nicht aufgelöst werden können. Die Deutung dieser Unterstruktur ist allerdings nicht offensichtlich. Überraschend ist zunächst, dass die Regionen, in denen sich die Nanostrukturen befinden, dunkler erscheinen als der Hintergrund. Außerdem verlaufen um die größeren, nicht freitragenden Bereiche herum dunkle Ringe.

Um diesen Kontrast zu verstehen und das Bild interpretieren zu können, wurden Simulation gemäß Kapitel 5 angefertigt. Zunächst war nicht klar, wie die Streuung an den Nanostrukturen adäquat berücksichtigt werden kann. Es wurden daher, wie in Abb. 6.3 dargestellt, verschiedene Arten der Simulation erprobt. Die Fokusgröße betrug für alle Simulationen etwa 420 nm in der Rasterebene, was etwa dem Beugungslimit für $\text{NA} = 0.8$ von 396 nm entspricht, und ca. 600 nm in Ausbreitungsrichtung, was etwa der minimal erreichbaren Größe für die maximal zur Verfügung stehende numerische Apertur von 0.95 entspricht. Simulationen mit den experimentell bestimmten Werten von 600 nm bzw. 700 nm zeigten qualitativ und nahezu auch quantitativ dieselben Ergebnisse wie die

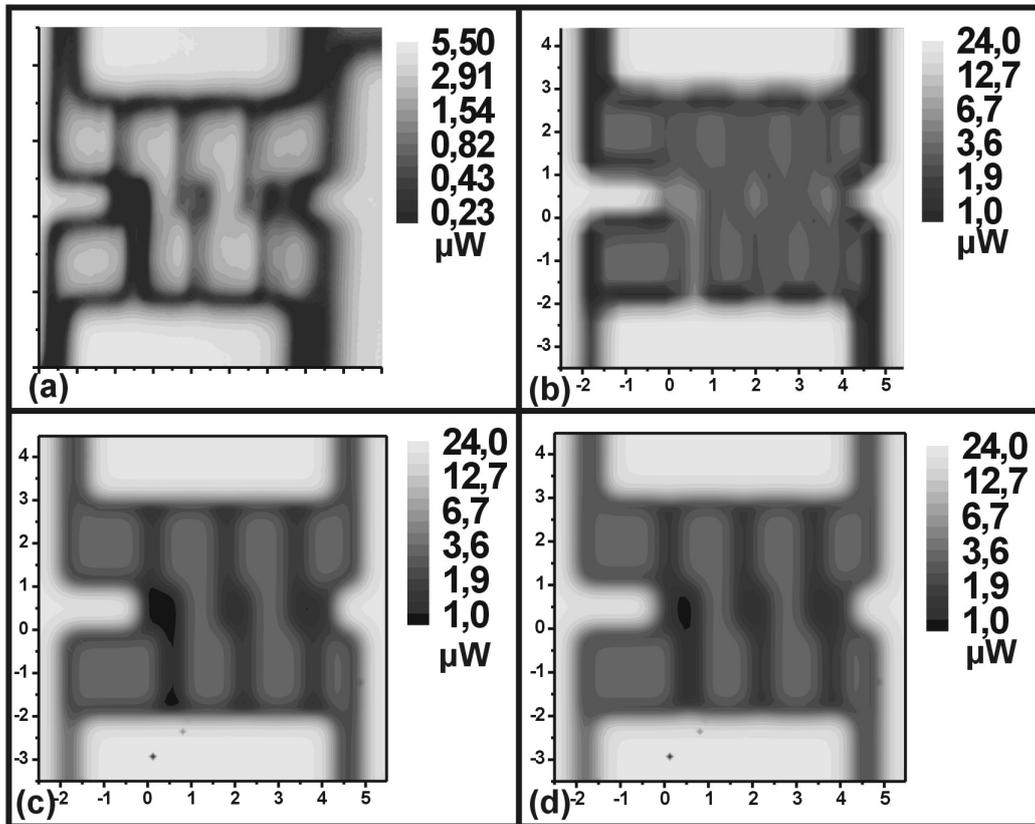


Abbildung 6.3: Die Abbildung zeigt, wie gut verschiedene Arten der Simulation die gemessene Struktur wiedergeben. Abbildung (a) zeigt eine Messung (vgl. Abb. 6.2). (b) In der ersten Simulation wurden die Balkenbereiche nicht gesondert behandelt. Nur die äußeren Bereiche werden richtig wiedergegeben, im mittleren Bereich erscheinen insbesondere die erwarteten dunklen Bereiche hell. (c) Um die dunklen Bereiche richtig wiederzugeben, wurde in dieser Simulation der auf die Balken treffende Anteil des Lichts in der Reflexion zu null gesetzt. Dies gibt die gemessene Struktur näherungsweise wieder, ist allerdings physikalisch nicht zu erwarten. (d) In der letzten Simulation wurden die Wellen, die auf Balken trafen, um einen Faktor 3,75 abgeschwächt, was den Verlust an Intensität durch in andere Richtungen gestreute Anteile beschreiben soll. Da die Messung und insbesondere die dunklen Bereiche gut wiedergegeben werden, wurde diese Simulation im Folgenden verwendet. Die Anzahl der Punkte in der Simulation betrug stets 71×71 . Die Abbildungen zeigen geglättete Darstellungen.

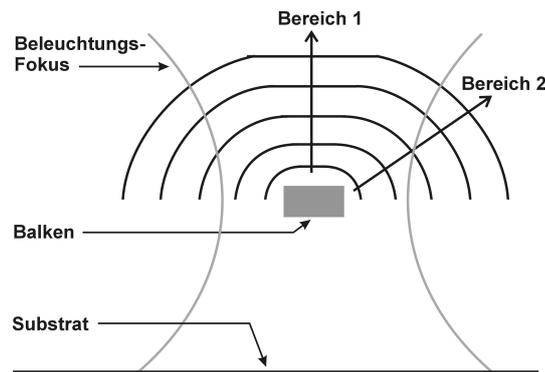


Abbildung 6.4: Prinzip der Wechselwirkung von Licht mit der Nanostruktur. Neben dem Beleuchtungsfokus und dem Balken, der sich 400 nm über einem Substrat befindet, sind für die obere Halbebene die Wellenfronten der zurücklaufenden Welle eingezeichnet. Nur der Anteil im Bereich 1 erreicht das Objektiv. Die Intensität ist somit um den Anteil verringert, der durch Streuung in den Bereich 2 (und äquivalente) gelangt. Die Phase der Welle im Bereich 1 wird aufgrund der ähnlichen Stetigkeitsbedingungen etwa der eines Einfalls auf eine ausgedehnte Fläche entsprechen.

Simulationen mit den hier verwendeten Parametern.

Zunächst wurde das streuende Verhalten der Nanobalken unberücksichtigt gelassen. Diese in Abb. 6.3 (b) gezeigte Simulation gibt zwar die Gesamtstruktur der Probe gut wieder, in den nanostrukturierten Bereichen ist allerdings keine gute Übereinstimmung mit der gemessenen Struktur zu finden. Insbesondere werden die in der Messung als dunkel erscheinenden Balkenpositionen in der Simulation hell wiedergegeben. Um die dunklen Bereiche zu erhalten, wurden die Balken in der zweiten Simulation (Abb. 6.3 (c)) so wiedergegeben als würden sie alles einfallende Licht absorbieren. Dadurch, dass von den Balken kein Licht reflektiert wird, erscheinen sie gegenüber dem Substrat dunkler und die Simulation gibt die Struktur relativ gut wieder. Allerdings sind die Annahmen für diese Simulation nicht physikalisch.

Es ist stattdessen eine Streuung des Lichts an den Balken zu erwarten, bei der ein Teil des Lichts in das Objektiv zurückstreut wird. Die dunklen Bereiche könnten eine Folge von destruktiver Interferenz sein. Eine Skizze der Vorgänge ist in Abb. 6.4 dargestellt. Die Fokusgröße ist etwa um einen Faktor 3 größer als die Strukturbreite, was zu einer starken Streuung des einfallenden Lichts führt. Ein Großteil des Streulichts wird somit nicht vom Objektiv gesammelt, so dass die Intensität gegenüber einer Reflexion an einer unendlich ausgedehnten Fläche abnimmt. Für das Licht, das das Objektiv erreicht, gelten allerdings ähnliche Stetigkeitsbedingungen wie für die Reflexion an einer ausgedehnten Schicht aus Balken und Substrat.

Daher wurde in der in Abb. 6.3 (d) gezeigten Simulation angenommen, dass die

Phase aus der Reflexion von ebenen Wellen an ausgedehnten Schichten bestimmt werden kann, die Amplitude allerdings um einen festen Faktor abgeschwächt ist (verwendet wurde der Faktor 3,75). Das Bild, das man somit erhält, weist eine große Ähnlichkeit mit der gemessenen Abbildung auf und gibt insbesondere die dunklen Bereiche gut wieder. Diese Simulation wurde daher im Folgenden verwendet.

Im Vergleich aller Simulationen mit der Messung fällt auf, dass die gemessene Intensität insgesamt schwächer ist. Dies kann mehrere Gründe haben: Zum wird beim Durchgang durch optische Elemente sowie beim Einkoppeln in den Detektor (durch die Lochblende) ein Teil der Lichtleistung verloren gehen. Zusätzlich ist eine Schwächung der gemessenen Intensität dann zu erwarten, wenn die Probenoberfläche sich nicht exakt in der Fokusebene befindet. Fehler der Simulation sollten vor allem in den ausgedehnten Bereichen nicht zu erwarten sein.

Weiterhin ist das Verhältnis der Intensität im Bereich der Reflexion am Substrat, also zwischen den dunklen Nanostrukturen, zur Intensität der nicht angeätzten, flächigen Strukturen (hell) in der Messung größer als in der Simulation. Der Grund hierfür ist vermutlich, dass in der Simulation eine geringere Tiefenschärfe angenommen wurde als die gemessene. Den in der Simulation verwendeten 600 nm steht ein gemessener Wert von 700 nm gegenüber. Durch den konfokalen Aufbau trifft bei geringerer Tiefenschärfe weniger Intensität aus der Substratebene auf den Detektor. Daher ist das Signal vom Substrat in der Simulation kleiner als in der Messung. Insbesondere ergibt sich in der Messung durch die höhere Intensität in der Substratebene aufgrund der destruktiven Interferenz im Bereich der Nanostrukturen ein guter Kontrast. Damit würde eine bessere Fokussierung, d. h. eine geringere Spotgröße, möglicherweise auch zu kleineren Signalen bei der Bewegungsmessung führen. Eine alternative Erklärung für die Unterschiede zwischen Messung und Simulation liegt in einer nicht idealen Fokussierung, so dass die Fokusebene anstatt sich an der Probenoberfläche zu befinden im Bereich zwischen Oberfläche und Substrat gelegen hat, was ebenfalls zu einer relativen Erhöhung der Intensität im Substratbereich führen würde. Ansonsten wird die gemessene Struktur gut wiedergegeben. Die Simulationen lassen vermuten, dass die dunklen Ränder um nicht freitragende Flächen sowie die dunkel erscheinenden Nanostrukturen Folge einer destruktiven Interferenz in diesen Bereichen sind.

6.1.2 Völlig freitragende Strukturen

Die Identifizierung der freitragenden Strukturen ist, wie im vorigen Kapitel dargestellt, durch Interferenzen mit dem vom Substrat reflektierten Licht erschwert. Dies führt zwar möglicherweise aufgrund von Interferenzeffekten zu einer Verstärkung des Signals, das bei einer Bewegung der Strukturen detektiert werden kann (je nach Schichtfolge der Struktur, vgl. auch Ref. [8]). Insgesamt sind allerdings die Bewegungssignale mit Hilfe des optischen Bilds allein nur schwer einer bestimmten Stelle der Struktur (idealerweise den Balkenenden) zuzuordnen. Deshalb wurden völlig freitragende Strukturen angefertigt, die

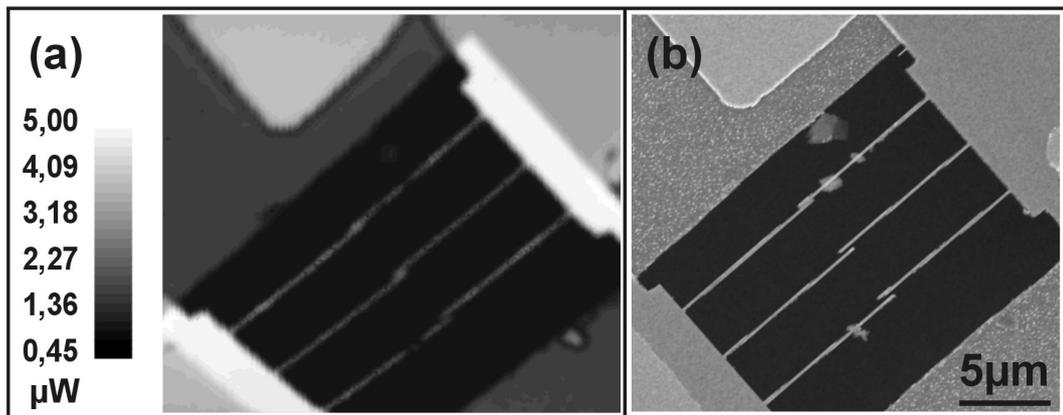


Abbildung 6.5: Die konfokal optische Abbildung der völlig freitragenden Probe 4 wurde mit *slip-stick* Piezo-Positionierung durchgeführt. Die einzelnen jeweils $10\ \mu\text{m}$ langen und je $200\ \text{nm}$ breiten Balken sind gut zu erkennen. Die konfokale Abbildung (a) unterscheidet sich kaum vom REM-Bild (b). Wie an den Verunreinigungspartikeln zu erkennen ist, hat die REM-Abbildung eine viel größere Tiefenschärfe. Dagegen ist im konfokalen Bild zusätzlich der freitragende Bereich identifizierbar (helle Flächen).

die Identifikation erleichtern. Bei diesen Strukturen wurde, wie in Kapitel 2 beschrieben, das Substrat im Bereich der Nanostrukturen entfernt, so dass unterhalb dieser Strukturen ein Loch entsteht. Dadurch werden Interferenzen mit vom Substrat reflektierten Licht ausgeschlossen. Dies könnte theoretisch auch durch einen größeren Abstand des Substrats von der Probenebene erreicht werden. Dieser ist allerdings durch die Schichtstruktur des Ausgangsmaterials vorgegeben und Wafer mit dafür geeigneter Schichtfolge standen nicht zur Verfügung.

Bildete man nun die völlig freitragenden Strukturen im konfokalen optischen Rastermikroskop ab, so ergab sich das in Abb. 6.5 (a) gezeigte Bild. Die Balkenstrukturen können eindeutig identifiziert werden. Die Ähnlichkeit zu dem in Abb. 6.5 (b) dargestellten REM-Bild derselben Probe ist klar zu erkennen. Im Detail sieht man im REM-Bild, dass die drei Balkenpaare in ihrem Überlappbereich unterschiedliche Abstände haben. Bei einem Soll-Abstand vom $200\ \text{nm}$ ist der Abstand beim unteren Paar am größten und beim oberen am kleinsten. Dies wird sogar ansatzweise in der konfokalen Abbildung wiedergegeben: Das untere Paar wird als getrennt wiedergegeben, wie auch aus den in Abb. 6.6 gezeigten Schnitten durch dieselbe Abbildung zu erkennen ist. Der Überlappbereich des mittleren Balkenpaares erscheint in der konfokalen Abbildung dagegen schon als ein Peak. Es ist allerdings noch deutlich zu erkennen, dass es sich nicht um einen durchgehenden Balken handelt, sondern um zwei gegeneinander versetzte oder zumindest um einen in der Mitte geknickten Balken. Das obere Balkenpaar, bei dem die beiden Balken den geringsten Abstand voneinander haben, erscheint dagegen nahezu als ein durchgängiger Balken.

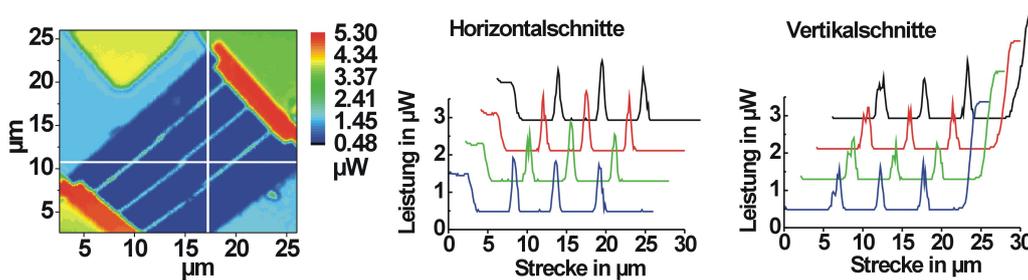


Abbildung 6.6: Horizontale und vertikale Schnitte durch die konfokale Abbildung von Probe 4 (einzelne Schnitte jeweils gegeneinander versetzt). Die Bereiche, in denen jeweils vier Schnitte genommen wurden, sind in der Abbildung gekennzeichnet. Die Positionen der Balken sind in den Schnitten gut zu erkennen, in den Vertikalschnitten ist sogar die Aufspaltung in zwei Peaks im Überlappbereich von zwei Balken sichtbar (linker Peak), während die beiden Balken im mittleren Peak des horizontalen Schnitts nur als ein Peak erscheinen.

Die Tiefenschärfe der optischen Abbildung ist aufgrund der Konfokalität viel geringer als in der REM-Abbildung. Dies wird besonders dadurch deutlich, dass die Verunreinigungs-partikel, die in der REM-Abbildung deutlich zu sehen sind, in der optischen Aufnahme nur ansatzweise oder gar nicht erkennbar sind. Rauigkeiten der Oberfläche (z. B. an der unteren rechten Berandung des Lochs) werden dagegen in der optischen Abbildung deutlicher. Die geringe Tiefenschärfe wird auch aus Abb. 6.7 deutlich. Durch eine in der entsprechenden Höhe positionierte Fokusebene konnte hier erreicht werden, dass von den sechs unterschiedlich weit aus der Ebene herausstehenden Balken (im REM-Bild gut zu erkennen) jeweils nur die drei linken bzw. nahezu nur die drei rechten Balken abgebildet wurden.

Weiterhin werden im konfokalen Bild in Abb. 6.5 die Kontraste zwischen den unterschiedlichen Bereichen der Probe (Zuleitungen, Loch und Substrat) gut wiedergegeben. Zusätzlich zu den im REM-Bild erscheinenden Kontrasten ist im konfokalen Bild deutlich der völlig freitragende Bereich der Zuleitungen identifizierbar (hellste Bereiche). Besonders der Bereich im oberen rechten Teil von Abb. 6.5 ist deutlich als Fortsetzung des Lochs (dunkel) zu erkennen. Die unterschiedlichen Intensitäten bei der Reflexion an unterschiedlichen Bereichen können in etwa aus den in Tabelle 5.2 mit der optischen Transfer-Matrix-Methode berechneten Amplitudenwerten für diese Bereiche vorhergesagt werden. Insbesondere ergibt sich in der Messung ein Intensitätsunterschied von einem Faktor 1,4 zwischen den völlig freitragenden (hellsten) Bereichen und den etwas dunkleren Zuleitungen. Aus der optischen Transfer-Matrix-Methode ergibt sich in guter Übereinstimmung mit dem Experiment ein Faktor 1,3. Im Bereich der Balken wurde eine Leistung von etwa 2 bis $2,2 \mu\text{W}$ gemessen. Dies entspricht einem Faktor von 0,40 bis 0,44 gegenüber dem Signal von den flächigen völlig freitragenden Bereichen. In Kapitel 5 wurde dieser Faktor durch eine Kombination von Mie-Streuung mit der

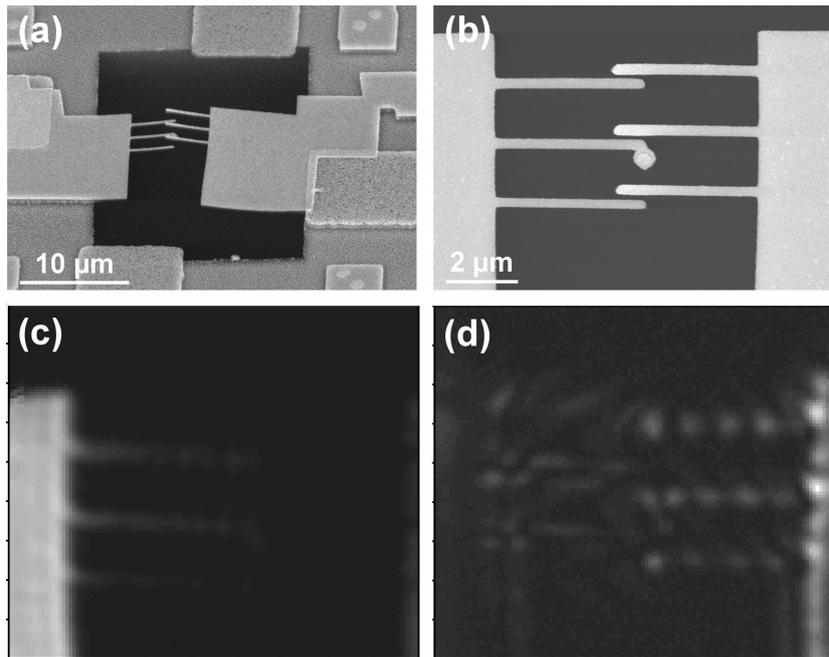


Abbildung 6.7: Wie aus dem REM-Bild (a) zu erkennen ist, liegen die Balken der völlig freitragenden Probe 3 nicht in einer Ebene. Obwohl das senkrechte REM-Bild (b) alle 6 Balken zeigt, kann aufgrund der geringen Tiefenschärfe der konfokalen optischen Abbildung die Fokusebene so eingestellt werden, dass nur die drei linken (c) oder hauptsächlich die drei rechten Balken (d) zu erkennen sind. Die Bildausschnitte sind dabei etwa mit dem in (b) identisch. Trotz der Verwendung eines Diodenlasers und des großen Abstands zum Objektiv von mehreren Millimetern traten Interferenzeffekte auf (helle und dunkle Punkte am Ort der Balken in (d)). Die Verbiegung der Struktur lässt sich damit auf etwa $1,2 \mu\text{m}$ abschätzen, was etwa mit der REM-Analyse übereinstimmt.

optischen Transfer-Matrix-Methode zu 0,64 abgeschätzt. Dies stellt in Anbetracht der groben Näherung ebenfalls eine recht gute Übereinstimmung dar.

Es ist anzunehmen, dass das Signal der Nanobalken vor allem durch Streuung entsteht. Da streuende Objekte ein gutes Maß für die Fokusgröße darstellen, konnte aus den Schnitten in Abbildung 6.6 die Fokusgröße abgeschätzt werden. Mit Hilfe von Gaußfits an den einzelnen Peaks wurden Spotgrößen von etwa 400 bis 500 nm ermittelt. Dies entspricht etwa dem Beugungslimit von $\lambda/(2NA) \approx 397 \text{ nm}$.

Zum Schluss sei noch kurz erwähnt, wie gut das Rastern mit dem *slip-stick*-Verfahren funktioniert. In Abb. 6.8 ist ein Zoom in den Bereich der linken drei Balken von Probe 3 gezeigt. Insbesondere ist die Reproduzierbarkeit des Rasterbereichs für jede Zeile erstaunlich. Sie führt zu einer guten Linearität der Abbildung, wie aus dem Vergleich mit den REM-Bildern hervorgeht. Der zugrunde liegende Effekt ist noch unverstanden. Da die Schrittweite der Vorwärts- und Rückwärtsrasterung unterschiedlich ist und im Experiment grob angeglichen wurde, wäre eine leichte Verschiebung des Rasterbereichs von Zeile zu Zeile zu erwarten, beispielsweise bei gutem Angleich eine halbe Schrittweite pro Zeile. Dies wurde in den Experimenten nicht beobachtet. Stattdessen scheint es einen Mechanismus zu geben, der nach kurzer „Einlaufzeit“ für den gewählten Rasterbereich einen konstanten Zeilenbeginn sowie eine feste Zeilenlänge festlegt.

6.2 Nachweis einer quasistatischen Bewegung

Im Experiment zeigte sich, dass Spannungen von einigen Volt zwischen den Balkenstrukturen zu Strömen in der Nanostruktur führten. Die Ursache dafür ist vermutlich ein Tunnelstrom oder ein Funkenüberschlag durch den Bereich zwischen zwei Balken. Überschritt die angelegte Spannung einen Wert von etwa 3 V (an Luft), so brachten diese Ströme die Struktur zum Schmelzen (für Details dazu siehe Anhang E). Alle im Folgenden gezeigten Messungen wurden an Luft und bei Raumtemperatur durchgeführt. In der Praxis bedeutet dies, dass die Spannungen auf etwa 3 V begrenzt waren. Da man nicht erwarten kann, die unter einer solch kleinen Spannung erzielten Auslenkungen direkt im optischen Bild nachweisen zu können, wurde eine quasistatische Anregung gewählt. Die Messung von differentiellen Signalen ist für die direkte Messung der Schwingungen nanoelektromechanischer Systeme üblich [8, 12]. Die Auslenkungen einer quasistatischen Messung entsprechen gemäß Abschnitt 1.4.5 den Auslenkungen im statischen Fall, solange die Frequenz deutlich kleiner als die Resonanzfrequenz des Systems ist. Die Resonanzen liegen nach Gleichung (1.17) für alle verwendeten Strukturabmessungen im MHz-Bereich.

6.2.1 Freitragende Strukturen mit Substrat

Die Fabrikation von freitragenden Balken über einem Substrat war bis zu Längen von 3 bis 4 μm reproduzierbar erfolgreich. Für eine Strukturbreite von 200 nm, die gewählt

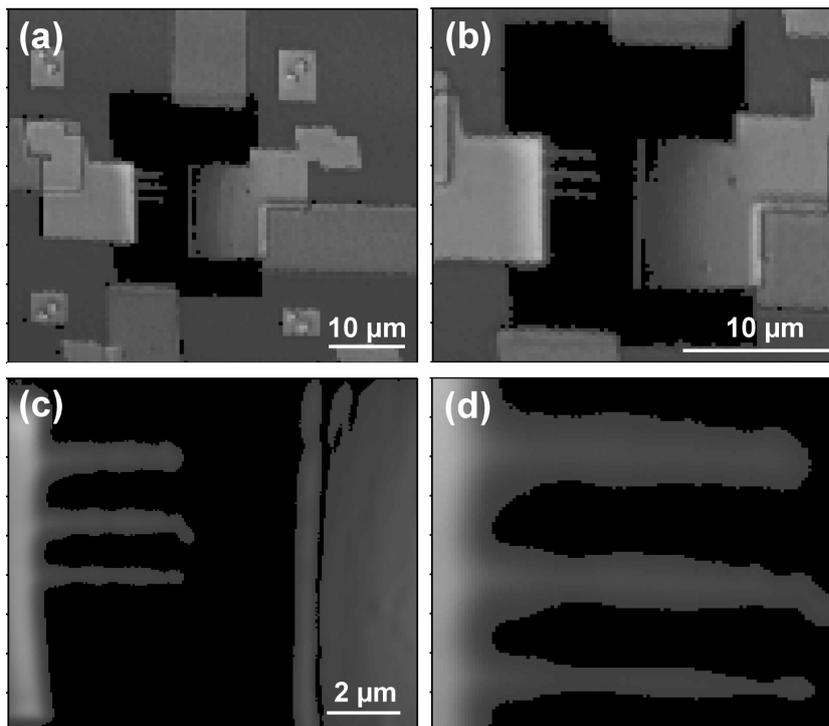


Abbildung 6.8: Konfokal optische Abbildung von Probe 3 im *slip-stick*-Verfahren mit unterschiedlichen Vergrößerungen. Aufgrund der Position der Fokusebene sind nur die linken freitragenden Finger sichtbar (vgl. Abb. 6.7). Von (a) bis (d) wurde die Schrittweite der Piezo-Positionierer sukzessive verkleinert und der Bildausschnitt entsprechend angepasst, so dass in die Struktur hineingezoomt wird.

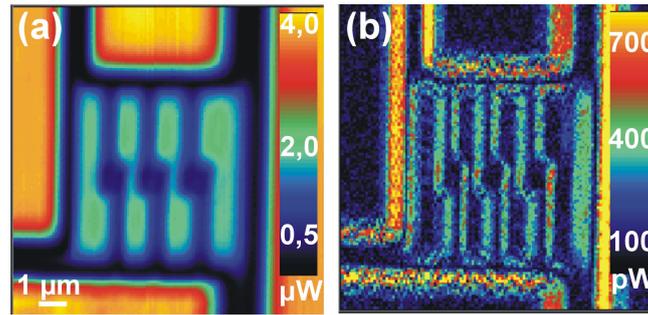


Abbildung 6.9: Konfokal optische Abbildung von Probe 2 (a) und demoduliertes Signal bei periodischer Verschiebung der Probe in horizontaler Richtung um 1 nm (peak to peak) bei einer Frequenz von 350 Hz (b). Diese Messung diente der Eichung der Verschiebungsdetektion. An den senkrechten Kanten der Abbildung sind Signale zu erwarten. Sie sind sowohl an den Rändern der nicht freitragenden Strukturen sowie auch im Bereich der Nanostrukturen sichtbar. Die etwas schwächeren Signale an den horizontalen Kanten sind vermutlich auf eine leichte Schräglage der Probe zurückzuführen.

wurde, um auf die Strukturen noch ebd-Spitzen aufwachsen zu können, sowie einen Überlappbereich der beiden Balken von 1 µm und einen Abstand von 200 nm führt eine Spannung von 3 V gemäß Gleichung 1.9 zu einer Auslenkung von etwa 0,12 nm pro Balken. Berücksichtigt man, dass die Kapazität und auch die Kapazitätsänderung gemäß Abschnitt 1.2.4 gegenüber dem Wert für einen Plattenkondensator um etwa einen Faktor 2 erhöht ist, so ergibt sich eine Auslenkung von etwa 2,4 Å pro Balken. Durch eine Eichmessung wurde zunächst getestet, ob der Messaufbau solch geringe Auslenkungen detektieren kann.

6.2.2 Eichung

Die Sensitivität des Aufbaus wurde folgendermaßen getestet. Eine Probe mit Nanostruktur befand sich auf einem Positionierer, der eine der Rasterbewegung überlagerte Schwingung entlang der Horizontalen ausführte. Die Frequenz der Schwingung betrug 350 Hz, die Amplitude wurde zwischen 2 Å und 2 nm variiert. Die reflektierte Lichtleistung wurde mit einem *lock in*-Verstärker demoduliert. Bei einer Integrationszeit von 10 ms pro Datenpunkt war eine Amplitude von 2 Å noch klar zu identifizieren. Eine Abbildung bei einer Amplitude von 1 nm (peak to peak) ist in Abbildung 6.9 gezeigt. Es ist ersichtlich, dass das Demodulationssignal die Kanten in der Abbildung der Struktur wiedergibt. Die Größe des Demodulationssignals ist für verschiedene Bereiche der Probe - wie Ränder der nicht freitragenden Strukturen, Mitte zwischen zwei Balken, auf einem Balken sowie in Bereichen, in dem nur Rauschen zu erwarten ist - und für verschiedene Größen der periodischen Verschiebung der Probe in Abb. 6.10 dargestellt.

Es zeigt sich, dass das Signal in allen nicht-homogenen Bereichen etwa linear mit

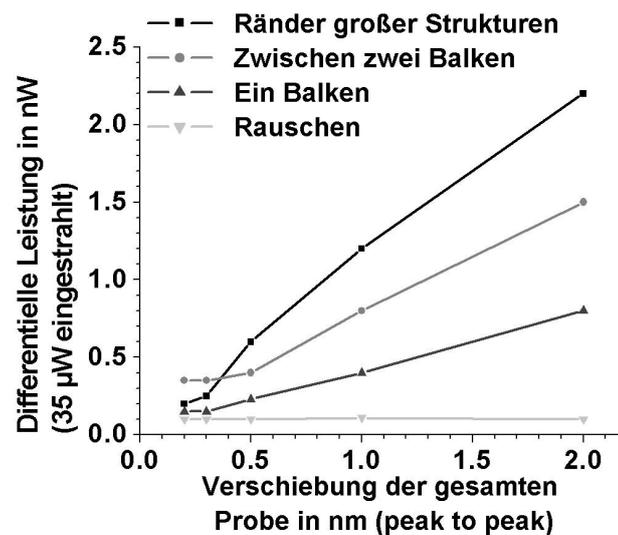


Abbildung 6.10: Aus den Demodulationssignalen der Eichmessung an Probe 2 in Abbildung 6.9 (b) und analogen Messungen wurde an verschiedenen Orten die differentielle Leistung (Leistungsänderung) in Abhängigkeit von der Verschiebung der Probe abgelesen. Im Einzelnen wurde die Änderung am Rand der nicht freitragenden Strukturen, im Überlappbereich zwischen zwei Balken sowie auf einem Balken bestimmt. Für alle Bereiche zeigt sich ein etwa lineares Verhalten mit der Verschiebung. Zum Vergleich wurde in dem Bereich, in dem kein Signal erwartet wurde, ein Rauschwert abgelesen, der etwa konstant ist. Selbst bei einer Verschiebung von 2 \AA liegen alle Signale noch deutlich über dem Rauschwert.

der Verschiebung zunimmt. Dieses Verhalten der optischen Abbildung von nanomechanischen Auslenkungen ist auch in der Literatur beschrieben [8]. Das Rauschen ist dagegen etwa konstant. Durch lineare Extrapolation der Kurve für die Messung an einem Balken ergibt sich für die verwendete Frequenz eine rauschäquivalente Verschiebung von etwa 3 \AA (peak to peak). Daraus lässt sich allgemein eine rauschäquivalente Verschiebung von $3 \text{ \AA}/(\sqrt{350 \text{ Hz}} 2\sqrt{2}) \approx 6 \text{ pm (rms)}/\sqrt{\text{Hz}}$ berechnen. Messungen geringer Balkenauslenkungen sollten in dem Bereich, in dem eine Bewegung stattfindet, d. h. am freien Ende der Nanostrukturen, ein ähnliches Signal ergeben wie die Verschiebung der gesamten Probe.

6.2.3 Seitliche Bewegung der Balken aufeinander zu

Durch Anlegen einer periodischen Spannung zwischen den Balken erfahren diese - wie in Kapitel 1 beschrieben - eine periodische Kraft auf der doppelten Frequenz der Anregung. Nur wenn der veränderlichen Potentialdifferenz ein statischer Anteil überlagert ist, ist auch ein Bewegungsanteil auf der Anregungsfrequenz zu erwarten. Zunächst einmal sei die seitliche Bewegung von zwei parallelen Balken aufeinander zu betrachtet, mit den Bezeichnungen aus Kapitel 1 also eine Bewegung in x_1 -Richtung. Auf die ebenfalls auftretende Bewegung in x_2 -Richtung (zum Substrat) wird im nächsten Abschnitt eingegangen.

In Abb. 6.11 sind die gemessene Amplitude und Phase des auf der ersten bis dritten Harmonischen des Anregungssignals demodulierten reflektierten Lichts gezeigt [47]. Die Demodulationsfrequenz betrug jeweils 700 Hz und ist damit weit von den im MHz-Bereich liegenden Resonanzfrequenzen der Balken entfernt. Die Anregungsspannung betrug im Maximum etwa 3,2 V. Ein Signal erkennt man jeweils nur im Bereich der Nanobalken, deren Positionen durch weiße Kästchen angedeutet sind. Die Korrelation mit dem Anregungssignal ist insbesondere dadurch bestätigt, dass jeweils auch Phasensignale gemessen wurden. Damit ist gezeigt, dass die Balken durch die Anregungsspannung elektromechanisch bewegt werden. Deutlich zu erkennen ist, dass die Signale im Bereich des linken unteren Balkens schwächer sind, da dieser eine größere Breite aufwies als die übrigen Balken und damit steifer war. Das Amplitudensignal auf der zweiten Harmonischen hat bei den schmaleren Balken einen Maximalwert von etwa 0,9 nW. Nach der mit etwa der gleichen eingestrahlten Intensität von $35 \mu\text{W}$ gemessenen Eichung entspricht dies einer Auslenkung der Balken von etwa 1,1 nm im Maximalwert. Da Veränderungen der Interferenzen in der Eichmessung nicht berücksichtigt wurden, diese allerdings vermutlich den Hauptanteil des Signals ausmachen, ist zu vermuten, dass die tatsächliche Auslenkung etwas kleiner ist. Die theoretische Abschätzung der für die verwendeten Parameter zu erwartenden (statischen) Auslenkungen der Balken aufeinander zu beträgt etwa $2,7 \text{ \AA}$.

Neben dem Signal auf der zweiten Harmonischen, das man nach Abschnitt 1.7 bei einer rein oszillierenden Anregungsspannung ohne überlagerte Gleichspannung erwarten würde, wurden auch Signale auf der ersten und dritten Harmonischen gemessen. Ein Signal auf der ersten Harmonischen würde man erwarten, wenn eine der Wechselfspannung überlagerte Gleichspannung zwischen den Balken herrscht. Da diese nicht extern angelegt

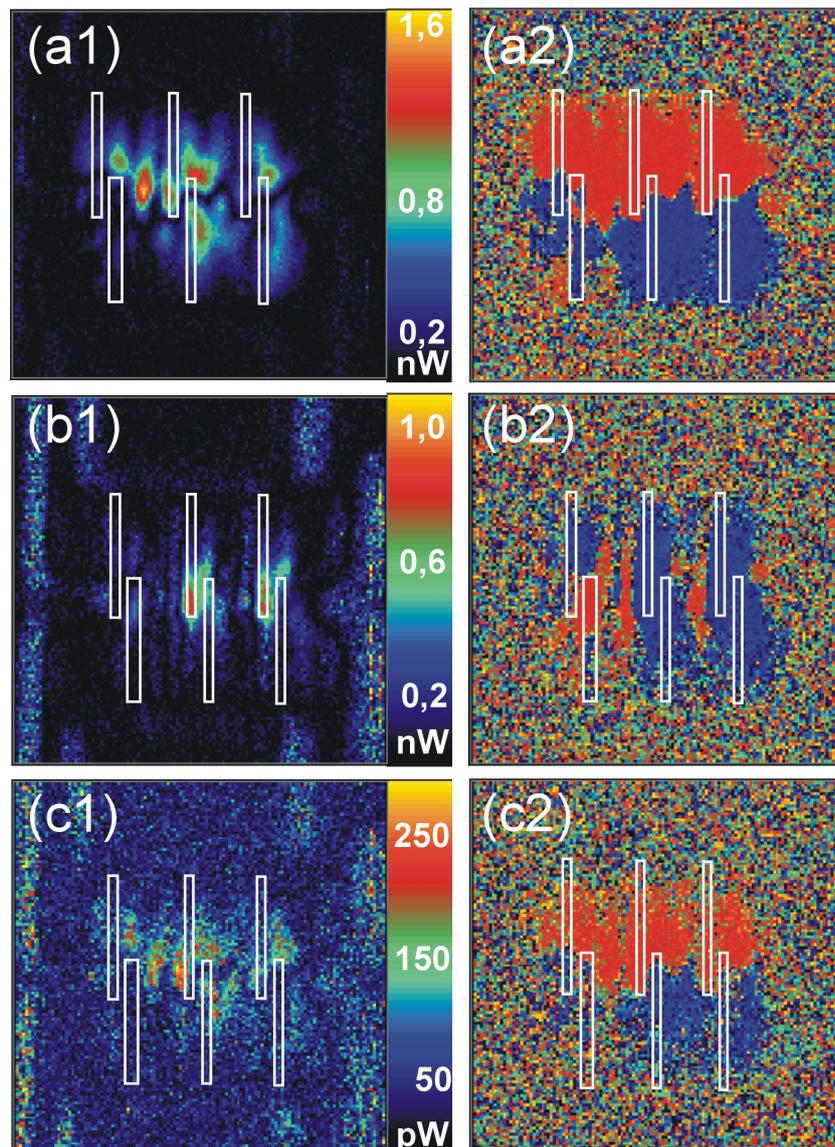


Abbildung 6.11: Eine periodische Spannung von $v_{rms} \approx 2.3$ V, also eine maximale Spannung von etwa 3,2 V zwischen den Balken, wurde an Probe 1 angelegt. Die Probe wurde über dem Bereich der Nanostrukturen mit einer Auflösung von 128×128 Punkten abgerastert, wobei das reflektierte Licht auf einer Frequenz von 700 Hz demoduliert wurde. Diese Frequenz entsprach jeweils der einfachen (a), zweifachen (b) bzw. dreifachen (c) Anregungsfrequenz. Es sind jeweils der Betrag der Amplitude des Signals (links) sowie die Phase des Signals (rechts) gezeigt. Die eingestrahelte Leistung betrug etwa $35 \mu\text{W}$. Durch die weißen Kästchen sind die Bereiche der Nanobalken gekennzeichnet, wie sie sich durch Überlagerung der Abbildung mit einem REM-Bild entsprechend Abb. 6.2 ergeben. Die Bereiche der Bewegung liegen klar im Überlapp der Strukturen. Auf der zweiten Harmonischen liegen die Signale direkt im Bereich, in dem man eine Bewegung erwarten würde. Für alle drei Harmonischen ist ein klares Phasensignal zu erkennen. Die roten Bereiche sind gegenüber den blauen jeweils um 180° phasenverschoben. Die absolute Phasenlage ließ sich aus technischen Gründen nicht zweifelsfrei ermitteln.

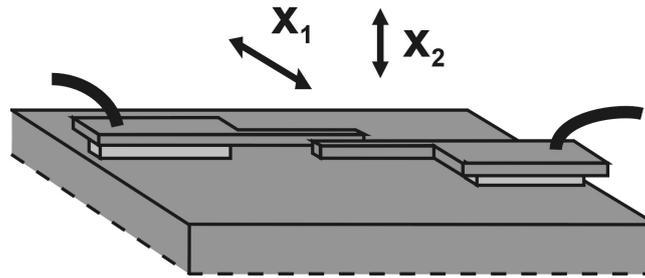


Abbildung 6.12: Schematische Darstellung der unterschiedlichen Bewegungsrichtungen. Die Bewegung in x_1 -Richtung wird auch als horizontal oder seitlich bezeichnet, die Bewegung in x_2 -Richtung entsprechend als vertikal oder Bewegung nach unten.

wurde, müsste es sich um ein Kontaktpotential handeln. Dies ist für die beiden baugleichen und aus dem gleichen Material bestehenden Balken unwahrscheinlich, aber nicht auszuschließen.

Viel wahrscheinlicher ist jedoch eine (überlagerte) Bewegung der Balken nach unten. Zur Illustration der Bewegungsrichtungen sei auf Abb. 6.12 verwiesen. Bereits in Abschnitt 1.7.2 wurde beschrieben, dass bei den freitragenden Strukturen mit Substrat auch eine Bewegung zum Substrat hin zu erwarten ist. Die einfache Erklärung dafür ist, dass zwei Balken, wenn sie auf unterschiedlichem Potential liegen, nicht beide mit dem Substrat auf dem selben Potential liegen können. Mindestens eine der Proben erfährt folglich auch eine Kraft zum Substrat hin. Diese unerwünschte Bewegungsrichtung ist einer der Gründe, weshalb völlig freitragende Proben, also solche bei denen das Substrat unterhalb der Nanostrukturen entfernt wurde, angefertigt wurden.

Für eine Bewegung nach unten ist die Potentialdifferenz zwischen Balken und Substrat entscheidend. Da beide aus unterschiedlichen Materialien bestehen, die Balken aus hoch n-dotiertem Silizium und das Substrat aus schwach p-dotiertem, tritt hier eine Kontaktpotential-Differenz auf. Dies könnte das Auftreten eines Signals auf der ersten Harmonischen erklären. Ein Signal auf der dritten Harmonischen wird gemäß der Taylor-Entwicklung erster Ordnung von $\partial C/\partial U$ in Abschnitt 1.7 ebenfalls erwartet. Falls hier die oszillierende Spannung das dominante Signal ist, wäre zu erwarten, dass ebenfalls ein Signal auf der vierten Harmonischen detektierbar ist. Dies war nicht der Fall. Daher ist zu vermuten, dass die überlagerte Gleichspannung dominiert, so dass das Signal auf der dritten Harmonischen ebenfalls dem Bewegungsanteil nach unten zugeschrieben werden muss. Dies ist auch mit der hohen qualitativen Übereinstimmung mit dem Signal auf der ersten Harmonischen konsistent. Als alternative Interpretation könnte auch ein Übersprechen des Signals der ersten Harmonischen auf die dritte während der Signalverarbeitung angeführt werden.

Bevor die Bewegung nach unten näher untersucht wird und die Simulationen der

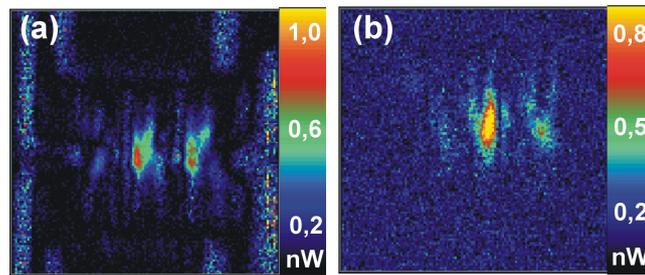


Abbildung 6.13: Das Amplitudensignal (Betrag) wies bei niedrigen Anregungsfrequenzen ein schlechteres Signal-zu-Rausch-Verhältnis auf als bei höheren. Die Anregungsfrequenzen betragen hier 350 Hz (a) bzw. 7,5 kHz (b). Bei leicht verschobener Probenposition ist das ansonsten etwa gleiche Signal gut zu erkennen. Das Rauschen im Bereich der Strukturänder, die aufgrund der alleinigen Bewegung der Balken hier kein Signal zeigen sollten, wird bei höheren Frequenzen kleiner. Trotz des schlechteren Signal-zu-Rausch-Verhältnisses wurde mit dem verwendeten Aufbau vor allem bei niedrigen Frequenzen gearbeitet, um unterhalb einer Resonanz innerhalb des Detektionssystems zu bleiben, die an einer Phasenverschiebung gut zu erkennen war.

beiden Bewegungsrichtungen vorgestellt werden, sei kurz auf das Signal-zu-Rausch-Verhältnis in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz eingegangen. In Abb. 6.13 sind Messungen auf der zweiten Harmonischen des Anregungssignals an Probe 1 gezeigt. Es ist deutlich zu erkennen, dass das Signal-zu-Rausch-Verhältnis bei der höheren Frequenz größer ist, insbesondere verschwinden die Signaturen der Strukturkanten. Leider konnte bei den hohen Anregungsfrequenzen eine Verschiebung des Phasensignals festgestellt werden, die vermutlich auf eine Resonanz im Detektionssystem zurückzuführen ist, so dass bei diesem Aufbau die Detektionsfrequenz auf maximal 700 Hz festgelegt war. Bei der Messung der völlig freitragenden Proben wurde ein anderer Aufbau verwendet, der dieses Problem nicht zeigte, so dass dort höhere Frequenzen verwendet werden konnten.

Simulation der quasistatischen Bewegung

Um das Signal besser interpretieren zu können und insbesondere die beiden Bewegungsrichtungen unterscheiden zu können, wurden Simulationen des differentiellen Signals durchgeführt. Die verwendete Struktur entsprach dabei der Probe 1. In Abb. 6.14 ist das für eine seitliche Bewegung der Balken von jeweils 1 Å aufeinander zu erwartete Signal simuliert. Die Bewegung des breiteren Balkens wurde entsprechend angepasst. Besonders im Phasensignal zeigt sich eine gute Übereinstimmung mit der Messung auf der zweiten Harmonischen in Abb. 6.11: Im Gegensatz zum Signal auf der ersten Harmonischen ergeben sich Streifen gleicher Phase, die sich über den gesamten Signalbereich erstrecken. Dies ist ein weiterer Beleg dafür, dass das Signal auf der zweiten Harmonischen, wie bereits diskutiert, vor allem der seitlichen Bewegung entspricht. Qualitativ weist auch das Amplitudensignal einige Ähnlichkeiten mit dem gemessenen Signal auf.

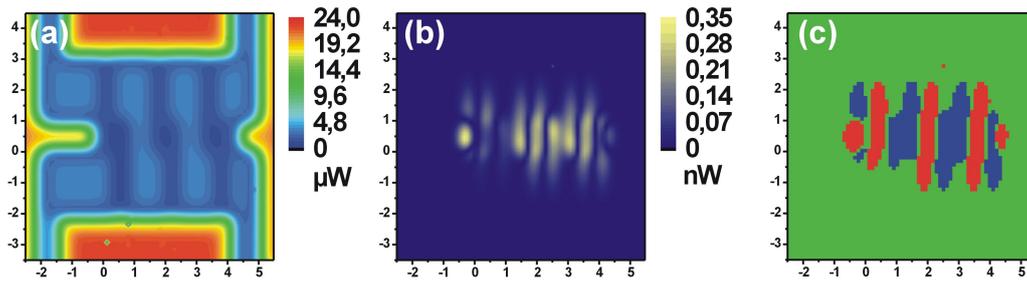


Abbildung 6.14: Simulation der konfokalen optischen Abbildung (a), der Signal-Amplitude (b) und -Phase (c) für eine seitliche Auslenkung von 1 \AA pro Balken (bzw. $0,6 \text{ \AA}$ für den breiteren Balken) bei einer Bewegung von je zwei Balken aufeinander zu und einer eingestrahlichten Intensität von $35 \mu\text{W}$. Im Modell wurde das Signal in den Bereichen der Balken abgeschwächt, um die in andere Richtungen gestreute Intensität zu berücksichtigen.

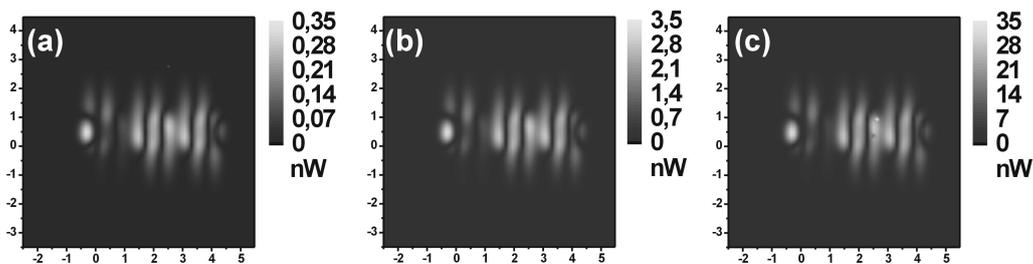


Abbildung 6.15: Die Simulation zeigt eine lineare Abhängigkeit des Signals von der Auslenkung. Es sind maximale Auslenkungen von $0,1 \text{ nm}$ (a), von 1 nm (b) und von 10 nm gezeigt. (Skala beachten!)

Dass die absoluten Werte in der Simulation kleiner sind als in der Messung, ist zum Teil darauf zurückzuführen, dass in der Messung eine Bewegung von etwa $2,7 \text{ \AA}$ erwartet wird, die Simulation dagegen für eine Auslenkung von nur 1 \AA durchgeführt wurde. Aufgrund der bereits in der Eichmessung festgestellten linearen Zunahme des Amplitudensignals mit der Auslenkung, die sich - wie aus Abb. 6.15 hervorgeht - auch in der Simulation zeigte, kann der simulierte Wert leicht angeglichen werden. Man erhält damit ein Maximalsignal von knapp 1 nW , was etwa dem gemessenen Wert entspricht. Aufgrund der Tatsache, dass die Simulation allgemein höhere Werte ergab als die Messung, ist diese Übereinstimmung jedoch mit Vorsicht zu genießen. Das am Substratboden gemessene Signal war mit $2 \mu\text{W}$ etwa halb so groß wie das simulierte, was auf eine tatsächlich etwa halb so große Bewegung hindeuten würde. Unter Berücksichtigung der recht groben Simulation ist insgesamt eine gute Übereinstimmung zu beobachten.

Analog wurde auch für die Bewegung der Balken auf das Substrat zu eine Simula-

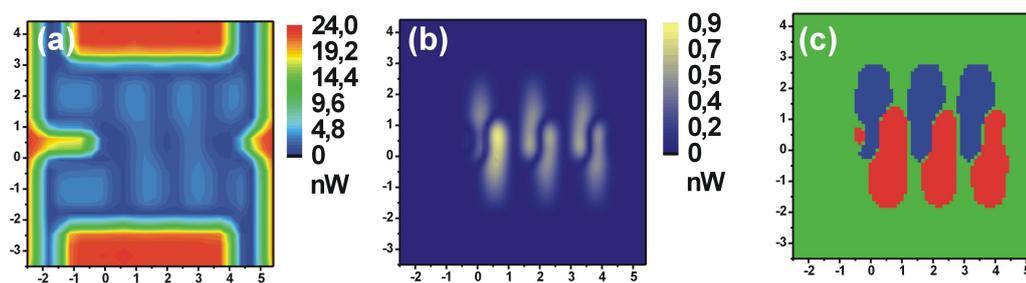


Abbildung 6.16: Analog der Simulation in Abb. 6.14 wurden hier die Abbildung (a), die Amplitude (b) und die Phase (c) für eine Bewegung auf das Substrat zu bei gleichen sonstigen Parametern simuliert. Die simulierte Auslenkung betrug etwa $0,64 \text{ \AA}$ pro Balken (nach unten), was bei den für eine seitliche Auslenkung von 1 \AA benötigten Parametern zu erwarten ist.

tion durchgeführt (Abb. 6.16). Die Parameter der Simulation wurden so gewählt, dass sie denen der Simulation für die seitliche Bewegung entsprechen. Es wurde dabei angenommen, dass sich im Substrat ein mittleres Potential einstellt, so dass gegenüberliegende Balken jeweils abwechselnd eine gleich große Kraft erfahren. Unter dieser Annahme erhält man bei den verwendeten Parametern eine Auslenkung von etwa $0,6 \text{ \AA}$ pro Balken. Der breitere Balken erfährt dabei theoretisch die gleiche Auslenkung wie die schmaleren. In der Simulation der Bewegung zum Substrat weist das Phasensignal eine relativ große Übereinstimmung mit dem auf der ersten Harmonischen der Anregung gemessenen Signal auf. Dieses Signal war bereits in der früheren Diskussion mit der Bewegung nach unten assoziiert worden.

Das Signal der simulierten Bewegung nach unten ist wie das der ersten Harmonischen in der Messung etwas größer als das der seitlichen Bewegung bzw. der Messung auf der zweiten Harmonischen. Die stärkere Ausprägung des Signals am Ort des breiteren Balkens zeigt sich jedoch in der Messung nicht. Insgesamt wird daher eine Überlagerung beider Bewegungsrichtungen (zur Seite und nach unten) für beide Signale (erste und zweite Harmonische) angenommen, wobei die Bewegung nach unten stärker in die erste Harmonische und die zur Seite stärker in die zweite Harmonische einzugehen scheint.

6.2.4 Bewegung nach unten auf das Substrat zu

Um die Bewegung der Balken zum Substrat hin genauer zu untersuchen, wurden die in Abb. 6.17 oberen Balken von Probe 2 gegen das Substrat bewegt. Wieder konnten Signale auf der ersten und zweiten Harmonischen der Anregungsfrequenz gemessen werden. Diesmal zeigen allerdings vermutlich beide Harmonischen eine Bewegung nach unten an. Dass das Signal auf der ersten Harmonischen wieder stärker ausgeprägt ist als das auf der zweiten, ist gemäß Abschnitt 1.7 auf eine Dominanz des Kontaktpotentials gegenüber dem oszillierenden Anteil zurückzuführen. Im Amplituden- wie im Phasenbild ist deutlich

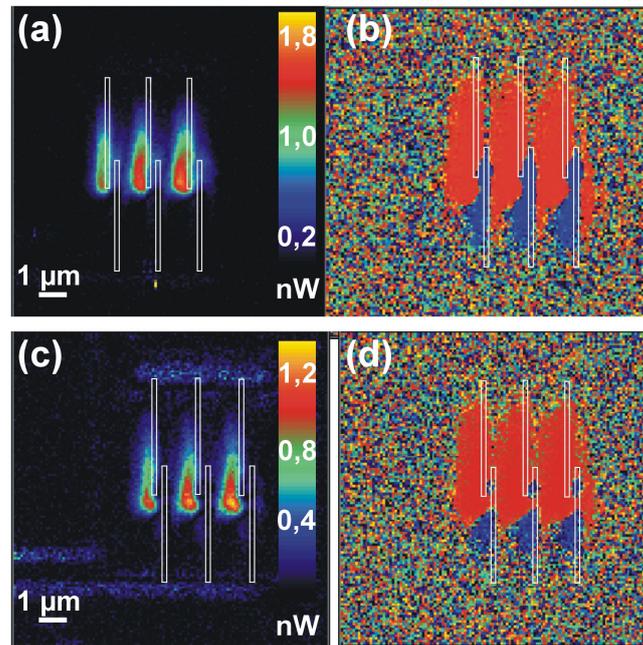


Abbildung 6.17: Zwischen den im Bild oberen Balken von Probe 2 und dem Substrat wurde eine Wechselspannung von etwa $v_{rms} = 2$ V angelegt. Dargestellt sind die Amplitude (a) und Phase (b) der Messung auf der ersten Harmonischen, entsprechend (c) und (d) auf der zweiten Harmonischen. Die Signale wurden jeweils bei einer Frequenz von 710 Hz bei einer Integrationszeit von 10 ms demoduliert, die Anregung erfolgte entsprechend.

zu erkennen, dass sich die Balken, deren Potential aufgrund der angelegten Spannung aktiv oszilliert (in der Abbildung die oberen), stark bewegen. Die anderen Balken erfahren aufgrund ihres festen Potentials ebenfalls eine (kleinere) oszillierende Kraft, wobei ihre Bewegung im Phasenbild als deutlich schwächer auszumachen ist.

6.2.5 Völlig freitragende Strukturen

Völlig freitragende Strukturen wurden ursprünglich aus zwei Gründen angefertigt. Zum einen sollte die unerwünschte Bewegung der Balken in x_2 -Richtung (nach unten) unterdrückt werden, zum anderen konnte man durch den Wegfall des Nassätzschritts in der Präparation wesentlich reproduzierbarer längere und damit flexiblere Balken herstellen. Dies hätte den Vorteil, dass auch bei den kleinen ohne Zerstörung der Strukturen anlegbaren Spannungen eine Verbiegung erwartet wird, die zumindest im Nanometer-Bereich liegt. Leider war es aufgrund der großen Flexibilität der langen Balken bisher nicht möglich, diese zu kontaktieren, ohne sie zu zerstören. In der Regel trat in der Folge des Kontaktierungsvorgangs (Bonden) ein Verkleben der Strukturen auf, d. h. je zwei Balken verbogen sich zueinander und klebten irreversibel aneinander fest.

Dass an diesen Strukturen dennoch Messungen durchgeführt werden konnten, ist der leichten Verbiegung der Balken in Probe 5 zu verdanken: Hier führte die Kontaktierung, vermutlich aufgrund des größeren Abstands zwischen den Balken, nicht zur Zerstörung. Die Messungen zeigen ein Signal in Amplitude und Phase, das deutlich dem Überlappbereich der Strukturen zugeordnet werden kann (s. Abb. 6.18). Aufgrund der Verbiegung der Balken handelt es sich bei der Bewegung erneut um eine gemischte Bewegung zur Seite und nach unten. Das Signal wurde auf der zweiten Harmonischen gemessen. Wie aufgrund der Entfernung des Substrats zu erwarten ist, ließ sich hier weder auf der ersten noch auf der dritten Harmonischen ein Signal detektieren.

Bezüglich der Simulation einer frei tragenden Struktur in Abb. 6.19 sei zuerst die konfokale Abbildung betrachtet. Diese wird von der Simulation gut wiedergegeben. Wie das Experiment zeigt auch die Simulation der Abbildung ein auf den freitragenden Flächen gegenüber den nicht unterstützten Flächen erhöhtes Signal. Vor allem das Amplitudensignal wird ebenfalls gut wiedergegeben, wobei dem Vergleich besonders das mittlere Signal dient, denn die im Experiment verwendete Probe besaß keine Seitenelektroden. Vergleicht man das Phasensignal in der oberen Bildhälfte, da sich hier die gemessenen Balken in der Fokusebene befinden, so lässt sich auch für diese Messung eine gute Übereinstimmung mit der Simulation erkennen. Trotz der fehlenden Interferenzeffekte zeigt die Simulation ein bei gleicher Auslenkung stärkeres Signal als die Simulation der nicht freitragenden Struktur. Möglicherweise ist dies allerdings auf die veränderte Schichtfolge zurückzuführen, denn für die völlig freitragenden Strukturen wurde eine 120 nm dicke Siliziumschicht verwendet, im Gegensatz zu einer 100 nm dicken Schicht für die Strukturen mit Substrat.

Aufgrund der Verbiegung der Balken ist ihr Abstand auf etwa $1\ \mu\text{m}$ vergrößert, wie aus der REM-Abbildung abgeschätzt werden konnte. Als Folge konnte die angelegte Spannung hier höher sein als 3 V. Aus den für die Messung verwendeten Parametern lässt sich mit dem abgeschätzten Abstand die Auslenkung durch die verwendete Spannung von 5,9 V abschätzen. Nimmt man dabei an, dass die Balken aufgrund der kombinierten Auslenkung in horizontaler und vertikaler Richtung eine effektive Breite von etwa 160 nm haben, so ergibt sich nach Gleichung (1.9) ein Wert von etwa 1,6 nm für die in der Abbildung unteren, $10\ \mu\text{m}$ langen Balken und etwa $4,7\ \text{Å}$ für die nur auf einer Länge von etwa $6,7\ \mu\text{m}$ freitragenden oberen Balken. Die Balken werden von der konfokalen Abbildung in der Simulation wie in der Messung mit etwa 1,7 bis $1,8\ \mu\text{W}$ wiedergegeben, abgesehen vom Überlappbereich, der in der Messung fehlt. Aus der Simulation lässt sich ein Wert von 1,6 nW bei einer Auslenkung von $1\ \text{Å}$ ablesen. Der gemessene Wert des Auslenkungssignals von 3 bis 8 nW würde also auf eine Auslenkung von 1,9 bis $5\ \text{Å}$ schließen lassen, etwa dem Wert, der für die kürzeren Balken zu erwarten ist. Da die kürzeren Balken viel besser in der Fokusebene liegen als die längeren, ist anzunehmen, dass die Signale hauptsächlich von ihnen stammen. Trotz der relativ guten Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert sollte man bedenken, dass die Simulation für eine reine Seitwärtsbewegung gemacht wurde, während in der Messung eine gleichzeitige Bewegung nach unten anzunehmen ist.

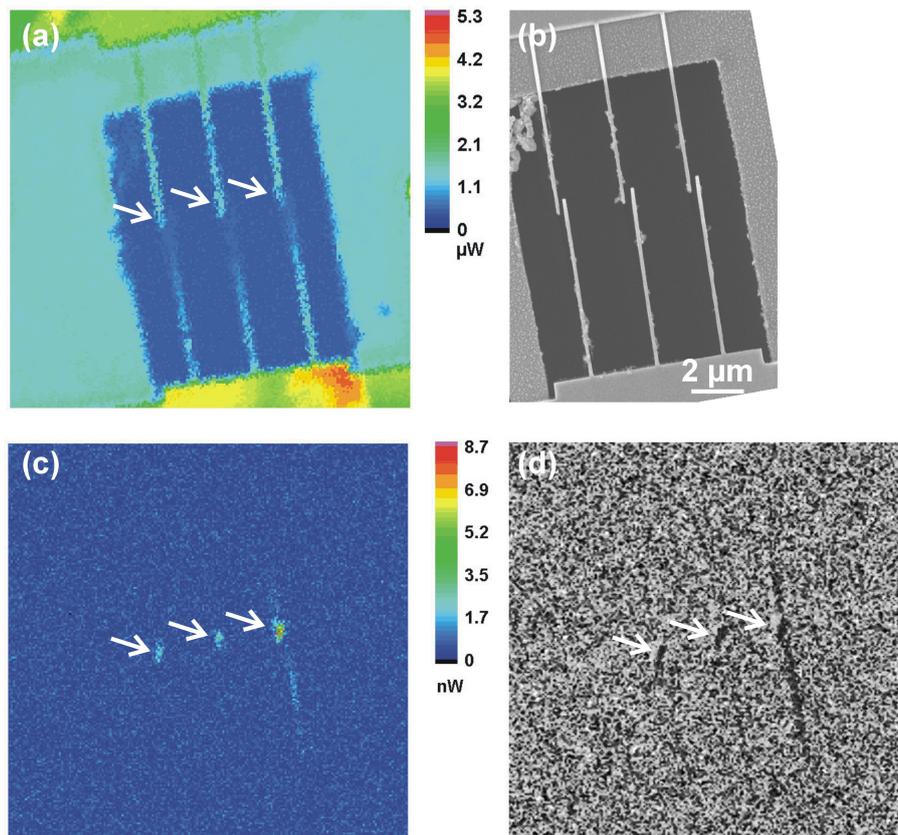


Abbildung 6.18: Konfokal optische Messung an Probe 5 (völlig freitragend). Die Abbildung der Probe (a) zeigt im Überlappbereich vor allem die oberen Balken, da sich die unteren außerhalb des Fokus befinden, was in der REM-Abbildung (b) kaum zu erkennen ist. Abbildung (c) zeigt den Betrag der Amplitude des Signals, (d) die Phase. Die Messung erfolgte mit einer Wechselspannung von $V_{max} = 5,9$ V ($v_{rms} = 4,2$ V) und einer Anregungsfrequenz von 7 kHz. Die weißen Pfeile zeigen den Überlappbereich zwischen den Balken an und befinden sich in den drei optischen Messungen jeweils an der gleichen Stelle.

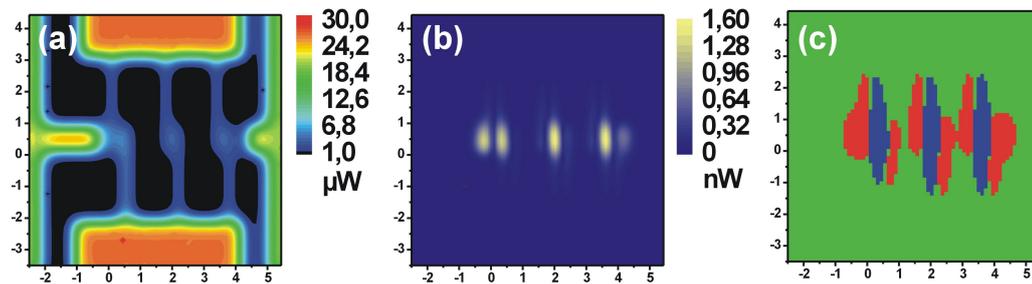


Abbildung 6.19: Simulation einer völlig freitragenden Struktur. Zusätzlich zu den freitragenden Balken wurden in der Simulation die oben und unten im Bild sichtbaren Zuleitungen sowie die kleinen Seitenelektroden als vollständig unterätzt betrachtet (über dem Loch). Gezeigt sind die konfokale Abbildung (a), das Amplituden- (b) und Phasensignal (c). Für die Streuung an den Balken wurde der in Kapitel 5 berechnete Abschwächungsfaktor von 0,64 angenommen, die Balkenauslenkung beträgt 1 \AA und die eingestrahlte Leistung $35 \mu\text{W}$.

6.3 Resonanzen

Mit der in Kapitel 4.3.2 beschriebenen Methode konnten an der völlig freitragenden Probe 5 auch Resonanzfrequenzen bestimmt werden. Abbildung 6.20 zeigt ein mit einer Peakspannung von etwa $3,5 \text{ V}$ ($v_{rms} = 2,5 \text{ V}$) aufgenommenes Resonanzspektrum. Die eingestrahlte Lichtleistung betrug etwa $40 \mu\text{W}$. Die Fokusposition wurde in horizontaler Richtung im Überlappbereich zwischen zwei Balken so festgelegt, dass das differentielle Signal einer quasistatischen Auslenkung maximal war. Einige der gemessenen Peakpositionen stimmen mit den für die geometrischen Abmessungen der Balken von 190 nm Breite und 120 nm Dicke mit Längen von $6,7 \mu\text{m}$ bzw. $10 \mu\text{m}$ nach Gleichung (1.17) für die untersten Schwingungsmoden zu erwartenden Frequenzen sehr gut überein. Das Auftreten der Vertikalschwingung ist darauf zurückzuführen, dass die Balken jeweils eine leichte Verbiegung in dieser Richtung hatten. Der Abstand zwischen den Balken betrug daher etwa $1 \mu\text{m}$ anstatt des Sollabstands von 200 nm (allein in horizontaler Richtung). Aufgrund der geometrischen Abmessungen der Balken ist ihre Kopplung schwach, wie dies auch bei ihrem Sollabstand von 200 nm nach Kapitel 1.5 bereits zu erwarten wäre. Die effektive Federkonstante aufgrund der elektrischen Anregung gemäß Kapitel 1.3 sollte aufgrund des vergrößerten Abstands der beiden Balken ebenfalls kaum von den rein mechanischen Federkonstante abweichen. Insofern wird erwartet, dass die Resonanzen des Balkensystems schlicht die Resonanzen der beiden Einzelbalken sind, was sich auch in der Messung zeigt.

Leichte Abweichungen von den theoretischen Peakposition können auf eine geringe Güte und damit hohe Dämpfung der Schwinger hinweisen, was gemäß Abschnitt 1.4.3 zu einer Verschiebung der Resonanz zu niedrigeren Frequenzen führen sollte. Alter-

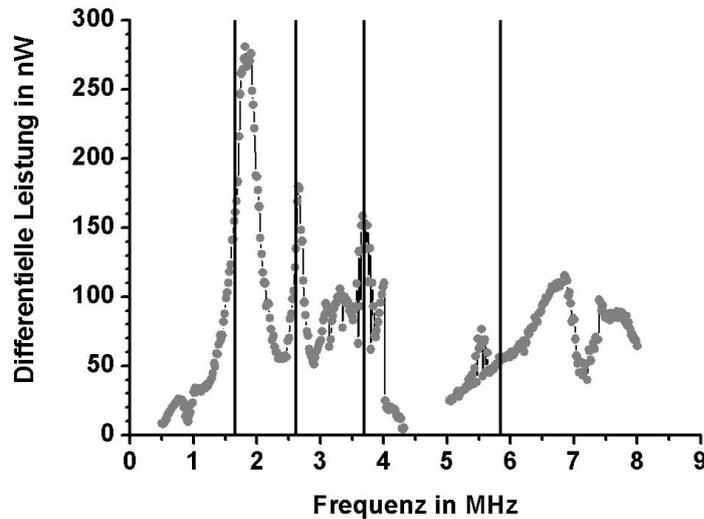


Abbildung 6.20: Im Resonanzspektrum der Messung an Probe 5 sind die Positionen, an denen man theoretisch Resonanzen erwarten würde, durch senkrechte Striche markiert: 2,62 MHz bzw. 1,66 MHz für die horizontale bzw. vertikale Schwingung des 10 μm langen Balkens und entsprechend 5,84 MHz bzw. 3,69 MHz für die des 6,7 μm langen Balkens.

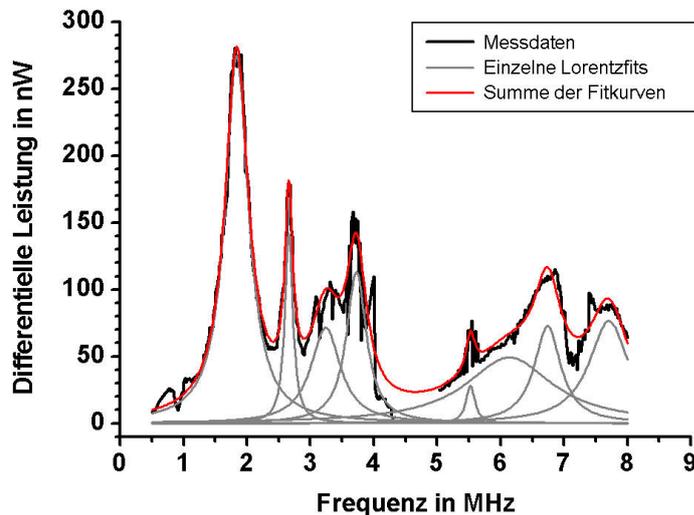


Abbildung 6.21: Das Resonanzspektrum von Probe 5 kann durch eine Summe von acht Lorentzkurven gut wiedergegeben werden.

nativ könnten Abweichungen auch durch leichte Verunreinigungen der Balken durch Siliziumdioxid-Reste, die man im REM-Bild der Struktur erkennen kann, und die daraus resultierenden Verspannungen hervorgerufen werden. Für die Verschiebung der Resonanz aufgrund einer Masse finden sich in Ref.[5] detaillierte Angaben für Strukturen mit Resonanzen, die ebenfalls im MHz-Bereich liegen. Überträgt man diese Berechnungen auf die Siliziumdioxid-Reste, so sollte lediglich eine Verschiebung der Resonanz um einige kHz auftreten.

Dem Spektrum nach ist die Schwingung des längeren Balkens dominant. Dies kann mehrere Gründe haben: Beispielsweise würde ein horizontal nicht symmetrisch zwischen den Balken positionierter Fokuspunkt solche Unterschiede erklären. Eine weitere Erklärungsmöglichkeit besteht darin, dass sich der dominante Balken in vertikaler Richtung näher an der Fokusebene befindet, da die beiden Balkenspitzen aufgrund der aufgetretenen Verbiegung nicht in derselben Ebene liegen. Als dritter Grund käme auch eine größere Auslenkung dieses Balkens aufgrund seiner größeren Länge und damit geringeren Federkonstante in Betracht. Eine geringere Federkonstante ist vermutlich auch der Grund, weshalb die vertikale Schwingung für jeden der beiden Balken ein stärkeres Signal hervorruft als die horizontale, denn die Balken sind 200 nm breit aber nur 120 nm dick.

Gemäß Abbildung 6.21 kann das Spektrum durch eine Summe von acht Lorentzkurven gut wiedergegeben werden. Die Güten der vier Schwingungen, die etwa an den theoretisch vorhergesagten Positionen liegen, können auf Grundlage der Fitkurven auf etwa 4, 18, 10 bzw. 32 abgeschätzt werden. Diese relativ geringen Güten sind zum einen auf die Messung an Luft anstatt im Vakuum zurückzuführen [8]. Güten in der Größenordnung von 10, wie in der vorliegenden Arbeit gemessen, finden sich ebenfalls in Ref. [48]. Ein Vergleich mit Literaturwerten ist allerdings insgesamt schwierig, da vergleichbare Messungen meist im Vakuum durchgeführt werden. Als zweiter Grund für eine geringe Güte ist der dünne Goldfilm auf der Struktur anzugeben, denn diese Filme führen wie auch Dotierungen zu deutlich erhöhter Dissipation [13, 49, 50]. Bei nicht-metallisierten Proben ist vor allem das Oberflächen-zu-Volumen-Verhältnis für die Güte entscheidend. Für das in der vorliegenden Arbeit verwendete Verhältnis von $0,025 \text{ nm}^{-1}$ werden im Vakuum Güten von 1000 bis etwa 2500 erwartet [13, 51].

Das Auftreten von mehr als vier Peaks in der Resonanzmessung kann durch Biegeschwingungen der Balken nicht erklärt werden, denn höhere Schwingungsmoden sollten nach Gleichung (1.17) erst wieder außerhalb des betrachteten Spektralbereichs auftreten. Möglich wären jedoch Schwingungsmoden, bei denen die freitragenden Bereiche der Zuleitungen mitschwingen, wie sie in Ref.[52] beschrieben werden. Alternativ könnten die weiteren im Spektrum sichtbaren Peaks auf Torsionsmoden der Balken zurückzuführen sein. Da die Anregung bei den verbogenen Balken nicht entlang der Hauptträgheitsachsen erfolgte, können diese nicht ausgeschlossen werden. Das maximale Mess-Signal hat einen Wert von 280 nW und ist damit etwa 35-mal so groß wie das bei der quasistatischen Auslenkung gemessene. Nimmt man wie oben begründet eine Linearität des Signals

mit der Auslenkung an und schreibt der quasistatischen Auslenkung den theoretisch erwarteten Wert von 1,6 nm für die Schwingung des dieser Mode zugeordneten Balkens zu, so entspräche dies einer Auslenkung von 56 nm. Obwohl dieser Wert recht groß erscheint, lässt sich zumindest schlussfolgern, dass die resonante Anregung zu Auslenkungen führt, die etwa eine Größenordnung höher liegen als die für eine quasistatische Anregung erzielten.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurden nanoelektromechanische Aktuatoren aus Silizium hergestellt und untersucht. Die Aktuatoren bestanden aus je zwei einseitig aufgehängten Nanobalken, die sich in geringem Abstand gegenüberstanden, so dass sie sich beim Anlegen einer Spannung zwischen ihnen aufeinander zu bewegten. Die experimentellen Ergebnisse, die mit Hilfe von konfokaler optischer Mikroskopie gewonnen wurden, wurden mit Simulationen verglichen und unter Einbeziehung der auf Basis der Elastizitätstheorie zu erwartenden Ergebnisse interpretiert. Vor allem ging es um die statische Auslenkung dieser Systeme, der bislang in der Literatur wenig Aufmerksamkeit gewidmet wurde. Sie wurde in Form von quasistatischen Messungen ermittelt.

Da statische und quasistatische Auslenkungen eines Nanobalkens in der Regel viel geringer sind als seine resonant angeregten, waren vor allem zwei Probleme zu lösen. Dies war zum einen die Detektion kleiner Auslenkungen und zum anderen die Fabrikation weicherer Strukturen, um größere Auslenkungen zu erhalten. Als sensitive Detektionsmethode wurde ein konfokal optisches Verfahren entwickelt, mit Hilfe dessen auch kleine Auslenkungen nachgewiesen werden konnten. Um genügend weiche Balken herstellen zu können, wurde ein neues Präparationsverfahren entwickelt. Im Gegensatz zum ebenfalls in dieser Arbeit vorgestellten und auch verwendeten Standardverfahren zur Herstellung freitragender Nanostrukturen aus SOI (Silizium-Oxid-Silizium)-Heterostrukturen, können mit dieser Technologie Nanobalken mit hohem Aspektverhältnis, also lange und damit weiche Balken, zuverlässig hergestellt werden. Problematisch am herkömmlichen Verfahren ist nämlich, dass sich in geringem Abstand unterhalb der Strukturen ein Substrat befindet, an dem die Nanobalken beim unumgänglichen nasschemischen Ätzen häufig festklebten. Dieser Effekt, der theoretisch gar nicht hätte auftreten sollen, war umso ausgeprägter, je länger die Nanobalken waren. Um dies zu vermeiden, wurde ein Prozess auf SOI-Material entwickelt, der es ermöglicht, direkt unterhalb der Nanostruktur ein Loch in das Substrat einzubringen und damit so genannte völlig freitragende Strukturen herzustellen. Da bei diesem Verfahren der nasschemische Ätzschritt entfällt, war es möglich, 10 μm lange, einseitig aufgehängte Balken einer Breite und Höhe von nur 200 nm bzw. 100 nm herzustellen.

Aus den theoretischen Berechnungen in der vorliegenden Arbeit ergab sich für zwei dieser Balken, die sich in einem Abstand von 200 nm zueinander befinden, eine erwartete Auslenkung von etwa 7 nm pro Balken bei einer Spannung von 3 V, wie sie sich auch an Luft leicht anlegen ließ, was die Distanz zwischen den Balken um 7 % verringert. Aufgrund technischer Probleme bei der Kontaktierung konnte allerdings an diese Proben keine Spannung angelegt werden. Dass somit die erwarteten Auslenkungen nicht durch eine Messung bestätigt werden konnten, stellt aber kein grundsätzliches Problem dar. An ähnlichen Strukturen mit einem größeren Abstand zwischen den Balken wurden in Übereinstimmung mit der theoretischen Vorhersage Auslenkungen von etwa 5 Å nachgewiesen. Für kürzere und damit härtere Balken konnten Auslenkungen von etwa 2 Å beobachtet werden.

Diese außerordentlich gute Auflösung wurde durch die Verwendung von konfokal optischer Rastermikroskopie erzielt. Ein solches Mikroskop wurde in zwei Ausfertigungen, namentlich in Freistrahl- und mit Glasfaseroptik aufgebaut. Obwohl die Nanostrukturen mit der verwendeten Wellenlänge nicht aufgelöst werden konnten, führten sie zu deutlichen Signaturen in der Abbildung. Wurden in den Rasterbildern gleichzeitig auflösbare Strukturen abgebildet, so dienten diese einer Ausrichtung der Gesamtstruktur an einem elektronenmikroskopischen Bild. Damit konnte auch die Position der Nanostrukturen bestimmt werden. Andererseits konnte das Bild mit Hilfe von ebenfalls in dieser Arbeit entwickelten Simulationen gut reproduziert werden, was insbesondere eine Deutung der Signaturen der Nanostrukturen zuließ. Insgesamt ergaben sich für die freitragenden Strukturen mit Substrat deutlich andere Bilder als für die völlig freitragenden Strukturen. Der Abstand zwischen Strukturen und Substrat war so klein, dass das Substrat trotz der Konfokalität des optischen Messaufbaus nicht vollständig ausgeblendet werden konnte. Die erhaltenen optischen Bilder der Nanostrukturen mit Substrat waren daher vor allem durch die Interferenz der Reflexe von Nanostruktur und Substrat geprägt. Für die verwendeten Materialien und Strukturabmessungen ergab sich eine destruktive Interferenz, so dass die Nanostrukturen als „dunkle Schatten“ erkennbar waren.

Die Simulationen, bei denen Punkt für Punkt die reflektierten Amplituden der einzelnen Bereiche mit Hilfe der optischen Transfer-Matrix-Methode berechnet wurden, um sie anschließend mit einem zweidimensionalen Gaußprofil gewichtet zu überlagern, geben die experimentell erhaltenen Bilder gut wieder. Dabei wurde angenommen, dass die Nanostrukturen nur einen verringerten Anteil reflektieren, um einen in andere Richtungen gestreuten Anteil zu berücksichtigen. Für die völlig freitragenden Strukturen konnte die Streuung mit Hilfe des Mie-Formalismus grob abgeschätzt werden. Auch die hier durchgeführten Simulationen gaben die experimentellen Befunde gut wieder. Insbesondere konnten die völlig freitragenden Strukturen aufgrund des entfernten Substrats in der optischen Abbildung sehr gut identifiziert werden. Ein Vergleich mit dem REM-Bild war somit bei diesen Nanostrukturen zur Bestimmung ihrer Position nicht notwendig.

Durch quasistatische Anregung der Strukturen und entsprechende Demodulation

des optischen Messsignals konnten die sich bewegenden Bereiche sowohl der freitragenden als auch der völlig freitragenden Strukturen bestimmt werden. Wie erwartet bewegten sich die freien Enden der Balken am stärksten, wobei das Signal bei den freitragenden Strukturen mit Substrat aufgrund der Interferenzen etwas schwierig zu deuten war. Die völlig freitragenden Proben zeigten dagegen eindeutige Signale. Auch diese Daten wurden von den durchgeführten numerischen Simulationen gut wiedergegeben. Anhand der Simulationen sowie der für die kapazitive Anziehung der verwendeten Systeme gelösten elastizitätstheoretischen Bewegungsgleichung für Balken ließ sich die Auslenkung der Strukturen zu einigen Ångström abschätzen.

Aufgrund der quadratischen Abhängigkeit der Auslenkung von der anregenden Spannung wurden vor allem Signale auf der zweiten Harmonischen der Anregungsfrequenz erwartet. Dass bei den Proben mit Substrat zusätzlich Signale auf anderen Harmonischen detektiert wurden, wurde durch das Auftreten von Kontaktpotentialen erklärt. Aus theoretischen Überlegungen sowie den Simulationen wurde geschlossen, dass diese Signale vor allem die parasitäre Bewegung der Nanostrukturen zum Substrat hin anzeigen. Da sich diese unerwünschte Bewegung nicht ausschalten lässt, solange sich ein Substrat in der Nähe der Strukturen befindet, wurden die völlig freitragenden Strukturen als besonders vorteilhaft bewertet. Für absolut gerade ausgerichtete Strukturen dieser Art ist aufgrund der gefundenen Ergebnisse eine rein seitliche Bewegung zu erwarten. Aus der Bestimmung der Resonanzfrequenzen an völlig freitragenden Systemen konnte durch Vergleich mit den theoretisch erwarteten Frequenzen die Bewegungsrichtung ermittelt werden. Auf diese Weise kann folglich die Bewegung eines Balkens in eine bestimmte Richtung selektiv verstärkt werden. Aufgrund einer leichten Verbiegung der Balken wurden hier allerdings ebenfalls sowohl die horizontale als auch die senkrechte Bewegung detektiert.

Im Folgenden werden für herausgegriffene Teilaspekte der Arbeit die erzielten Ergebnisse kurz zusammengefasst und jeweils damit möglich gewordene, lohnende Weiterentwicklungen angedeutet.

Präparation

Durch die Herstellung völlig freitragender Strukturen wurden die meisten experimentellen und präparativen Probleme gelöst. Bei der Verwendung der Nanostrukturen als resonante Schwinger hat sich allerdings herausgestellt, dass die Güte der Strukturen nicht besonders hoch ist. Neben der mit der Durchführung der Messung an Luft verbundenen Dämpfung ist vor allem eine Metallschicht auf der Struktur als Ursache für Dissipation bekannt. Mit etwas Aufwand ließen sich völlig freitragende Strukturen ohne eine Metallschicht herstellen. Der Prozess müsste dabei so abgewandelt werden, dass anstelle des Metalls ein Maskenmaterial verwendet wird, welches sich durch eine Ätzung wieder entfernen lässt, die nicht nasschemisch ist, um die Nanostruktur nicht zu zerstören. Neben einer Erhöhung der Güte böte eine reine Siliziumstruktur möglicherweise den Vorteil, dass ihre Bewegung im Elektronenmikroskop verfolgt werden könnte.

Über den Fokus dieser Arbeit hinaus könnte das entwickelte Verfahren auf weiter verkleinerte Strukturen angewendet werden. Insbesondere wäre es mit einigem technologischen Aufwand beispielsweise möglich, eine mit Calixaren-Lack definierte Siliziumdioxidmaske zu verwenden, um bis zu 10 nm dünne, völlig freitragende Strukturen herzustellen. In dieser Größenordnung dürften bereits Effekte auftreten, die sich nicht mehr mit Kontinuumstheorien erklären lassen.

Direkte Auslenkungsdetektion im Elektronenmikroskop

Das Schmelzen der Nanostrukturen im Elektronenmikroskop war bei metallisierten Proben besonders ausgeprägt. Die dazu angestellten theoretischen Überlegungen konnten die Ursachen nicht vollständig klären, da sich diese auf Basis von Volumeneigenschaften nicht erklären lassen und zu den Eigenschaften dünner Schichten zu wenig Datenmaterial vorliegt. Es scheint allerdings gesichert zu sein, dass der Schottky-Kontakt zwischen Gold und Silizium einen großen Anteil an der Bereitstellung ausreichend vieler Ladungsträger zum Schmelzen der Strukturen hat. Bei Verwendung von Strukturen mit Metallmasken, die keinen Schottkykontakt zu Silizium ausbilden, z. B. Platin auf p-Silizium, oder von reinen Siliziumstrukturen wäre es vielleicht möglich, die Auslenkungen direkt im REM zu beobachten, sofern sie genügend groß sind.

Optischer Aufbau

Aus der Abschätzung der Mie-Streuung an der Nanostruktur geht hervor, dass die Streuung eine starke Polarisationsabhängigkeit zeigen sollte. Dies sollte unbedingt experimentell untersucht werden, denn bei Bestätigung dieses Effekts könnte dann durch geeignete Einstellung der Polarisationsrichtung das optische Signal der Nanostrukturen und damit vermutlich auch die minimal auflösbare Bewegung erhöht werden.

Die gemessene Fokusgröße lag nahe an der Beugungsgrenze. Durch Verwendung eines blauen Lasers anstelle des roten sollte daher eine Auflösung von etwa 300 nm zu erwarten sein. Auch damit könnte eine Erhöhung des Signals am Ort der Nanostrukturen erreicht werden. Zusätzlich könnte das Substrat weiter aus dem Fokusbereich ausgeschlossen werden, so dass die Interferenz mit dem Substrat stark abgeschwächt würde und sich auch Strukturen mit Substrat besser identifizieren lassen sollten.

Mechanischer Aufbau

Der Fokus der Arbeit lag insbesondere auf der Auslenkung und Detektion an Luft, um so die Grundlagen für universell einsetzbare Nanowerkzeuge zu legen. Ausblickend wäre auch die Entwicklung eines kleineren und damit eher vakuumtauglichen Aufbaus interessant: Zum einen ist die Dämpfung durch die Luft eine wesentliche Ursache für die geringe Güte der resonanten Schwingungen. Zum anderen können im Vakuum erfahrungsgemäß höhere Spannungen angelegt werden, ohne dass ein Tunnelstromfluss einsetzt, der die Strukturen

zerstört, so dass sich dort auch größere Auslenkungen erreichen lassen sollten. Würde man den Aufbau gleichzeitig stabilisieren, indem man das kompakte Titangehäuse so anpasst, dass es ein einfaches Auffinden der Probenposition erlaubt, so wäre ein deutlich höheres Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erwarten. Vor allem könnten bei der Resonanzmessung längere Integrationszeiten gewählt werden, da dieser Aufbau die thermische Drift deutlich reduzieren sollte. Damit könnte möglicherweise die thermische Bewegung der Strukturen nachgewiesen werden, was bislang - vermutlich aufgrund der hohen Dämpfung an Luft - nicht gelungen ist, obwohl die aufgrund der thermischen Energie maximal erreichbare Schwingungsamplitude bereits detektierbar sein sollte. Insbesondere könnten dann auch Proben Verwendung finden, die aus technischen Gründen nicht kontaktiert werden konnten.

Nanooptomechanik: Auslenkung durch photonische Kräfte

In dieser Arbeit wurden photonische Kräfte ausschließlich zur Detektion verwendet. Auch die Auslenkung mit Hilfe photonischer Kräfte stellt allerdings ein interessantes Forschungsgebiet dar, für das die in der vorliegenden Arbeit hergestellten nanoelektromechanischen Bauelemente verwendet werden könnten. Insbesondere ist es denkbar, dass ein gut fokussierter, z. B. blauer Laser am Rand eines Balkens positioniert wird. Der Balken sollte dann aufgrund von Polarisierungseffekten in den Strahl hineingezogen werden, so dass eine Verbiegung durch optische Kräfte möglich sein sollte. Verbiegungen und andere Einflüsse photonischer Kräfte wurden an mikromechanischen Systemen bereits beobachtet [53, 54]. Im Gegensatz zur elektronischen Auslenkung wäre beim Betrieb eines Aktuators durch photonische Kräfte ein Einsatz auch in flüssigen Systemen denkbar, da die Abschirmung dieser Kräfte geringer ist. Das die Probe zerstörende Eintauchen in die Flüssigkeit müsste dazu umgangen werden, beispielsweise indem die Proben nach dem Unterätzen nicht mehr aus der flüssigen Umgebung entfernt würden.

Nanopinzetten

Schließlich sind mit der vorliegenden Arbeit die Grundlagen für die Herstellung und den Betrieb einer Nanopinzette bereitgestellt. Es ist gezeigt worden, dass sich statische Auslenkungen von einigen Nanometern an Luft erreichen lassen sollten, Werte von etwa einem halben Nanometer wurden nachgewiesen. In Verbindung mit aufgebrauchten ebd-Spitzen kann die Distanz zwischen zwei Balken so weit verringert werden, dass eine Auslenkung dieser Größe ausreichen sollte, um die Pinzette zu schließen. Die völlig freitragenden Proben könnten von einer Seite mit ebd-Spitzen versehen werden. Weil sich unter der Struktur ein Loch befindet, wäre eine Beleuchtung von der gegenüberliegenden Seite möglich, wie in Abb. 7.1 gezeigt. Da sich in der Arbeit herausgestellt hat, dass die konfokal optische Detektion auch auf eine Bewegung nach unten sensitiv ist, ließe sich die Struktur so als Spitze eines Rasterkraftmikroskops verwenden. Die Annäherung an die Probenoberfläche, von der etwas gegriffen werden soll, könnte aufgrund der Interferenzeffekte, wie sie auch durch das Substrat aufgetreten sind, erkannt werden. Die angenäherte Pinzette könnte dann zuerst ein Bild der Probenoberfläche aufnehmen, dort

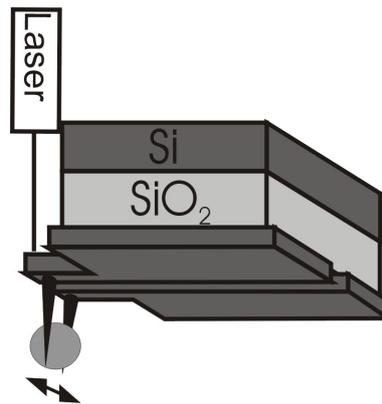


Abbildung 7.1: *Schema einer greifenden Nanopinzettenstruktur*

ein Partikel identifizieren und anschließend greifen. Dies sollte analog dem Einsatz von Nanocantilevern in Rasterkraftmikroskopen [6] gut funktionieren.

Zusammenfassend lassen sich die in dieser Arbeit entwickelten Präparations- und Untersuchungsmethoden vielfältig einsetzen und eröffnen weitreichende Potentiale.

Anhang A

Herleitung der Bewegungsgleichung für Balken

A.1 Grundlagen der Elastizitätstheorie

A.1.1 Der Verzerrungstensor S_{ik} (*strain tensor*)

Wird ein Körper deformiert, so bezeichnet der Verschiebungsvektor \mathbf{u} (mit $u_i = x'_i - x_i$) die Differenz der Koordinaten eines Körperpunkts vor und nach der Deformation (x_i bzw. x'_i) in einem beliebigen Koordinatensystem. Der Abstand $d\mathbf{x}$ zwischen zwei infinitesimal benachbarten Punkten geht durch die Deformation in einen Abstand $d\mathbf{x}'$ über. Bei starren Körpern bleiben die Abstände definitionsgemäß konstant. Für reale (nicht starre) Körper ändern sich die Abstände allerdings nach Ref. [26] gemäß der Gleichung

$$(d\mathbf{x}')^2 = (d\mathbf{x})^2 + 2 S_{ik} dx_i dx_k.$$

Der hier verwendete Verzerrungstensor S_{ik} ist definiert als

$$S_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right).$$

Es sei darauf hingewiesen, dass in der vorliegenden Arbeit die Einstein'sche Summenkonvention verwendet wird. Der Verzerrungstensor ist symmetrisch und kann in jedem Punkt des Körpers diagonalisiert werden. Die Verzerrung kann damit für jeden Punkt als Überlagerung dreier von einander unabhängiger Deformationen entlang der (lokal unterschiedlichen) Hauptachsen des Verzerrungstensors betrachtet werden. In seiner Diagonalform sind die Komponenten ein indirektes Maß für die relative Längenänderung entlang der entsprechenden Hauptachse. Für den häufig auftretenden Fall kleiner Deformationen kann der Verzerrungstensor in seiner linearen Näherung verwendet werden:

$$S_{ik} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right). \quad (\text{A.1})$$

In dieser Näherung gibt der Verzerrungstensor (in Hauptachsenform) direkt die relativen Längenänderungen entlang der Hauptachsen an. Eine weitere anschauliche Größe, die sich durch Komponenten des Verzerrungstensors ausdrücken lässt, ist die Volumenänderung während der Deformation. Sie berechnet sich zu $dV' = dV(1 + S_{ii})$. Die Summe S_{ii} der Diagonalelemente, also die Spur des Tensors bestimmt folglich die Volumenänderung [26].

Entsprechend bedeutet $S_{ii} = 0$, dass keine Volumenänderung stattgefunden hat. In der Literatur wird bereits das Fehlen einer Volumenänderung als so genannte reine Scherung bezeichnet [26]. Eine Scherung im eigentlichen Wortsinn wird allerdings allein durch die Nichtdiagonal-Komponenten des Verzerrungstensors ausgedrückt. Wenn die Spur des Tensors verschwindet, besteht außer einer Scherung noch die Möglichkeit, dass eine Streckung in einer Richtung die Stauchung in einer anderen gerade aufhebt. Jede Deformation kann als Summe einer reinen Scherung (Nichtdiagonal-Komponenten des Tensors) und einer homogenen Dilatation dargestellt werden. Bei letzterer ändert der Körper nur sein Volumen, bleibt sich aber selbst ähnlich (Diagonal-Komponenten des Tensors). Der Verzerrungstensor berücksichtigt nur Verformungen des Körpers selbst, nicht seine Lage im Raum; Drehungen und Translationen bleiben unberücksichtigt.

A.1.2 Der Spannungstensor T_{ik} (*stress tensor*)

Im Gegensatz zum Verzerrungstensor, der die Verformung eines Körpers unter Einwirkung äußerer Kräfte beschreibt, ist der Spannungstensor ein Maß für die äußeren Kräfte selbst bzw. ihre Übertragung in den verformten Körper. Die infolge einer Deformation auftretenden inneren Spannungen sind auf zwischenatomare Kräfte zurückzuführen, die den Körper zusammenhalten. Anschaulich betrachtet versuchen sie, einen deformierten Körper wieder in seinen nicht deformierten Gleichgewichtszustand zurückzusetzen. Solange keine makroskopischen Kraftfelder involviert sind (wie z. B. bei Piezoelektrika), haben diese Kräfte eine geringe Reichweite. Die Elastizitätstheorie als eine makroskopische Theorie trägt dem dadurch Rechnung, dass Kräfte zwischen zwei Bereichen eines Körpers nur über die Grenzfläche zwischen den Bereichen übertragen werden können. Außerdem müssen die Kräfte, die zwei Teilbereiche eines Körpers an ihrer gemeinsamen Grenzfläche gegenseitig aufeinander ausüben, infolge der Gleichheit von Kraft und Gegenkraft in der Summe verschwinden.

Die insgesamt Resultierende aller Kräfte in einem Teilvolumen kann daher als Summe nur der Kräfte betrachtet werden, die auf die Oberfläche dieses Volumens einwirken. Die drei Komponenten der resultierenden Kraft $\int f_i dV$ (f_i - i-te Komponente der pro Volumeneinheit wirkenden Kraft) lassen sich also in ein Integral über die Oberfläche des betrachteten Volumens umwandeln: $\int f_i dV = \oint T_{ik} dA_k$. Verwendet man nun den Gauß'schen Satz, so ergibt sich, dass der Vektor \mathbf{f} als Divergenz eines Tensors zweiter Stufe darstellbar ist, da die auf ein (beliebiges) Volumen wirkende Kraft durch ein Integral

über die Oberfläche des Volumens ausgedrückt werden kann:

$$\int f_i dV = \oint T_{ik} dA_k = \int \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} dV. \quad (\text{A.2})$$

Damit folgt
$$f_i = \frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k}.$$

dA_k ist hier die k -te Komponente des in Richtung der äußeren Normalen orientierten Flächenelements $d\mathbf{A} = \mathbf{e}_k \cdot d\mathbf{A}$. Diese Gleichung definiert den Spannungstensor $T_{ik}(\mathbf{r})$. Sind die Oberflächen senkrecht zu den kartesischen Koordinatenachsen orientiert, so beschreibt die Komponente T_{ik} des Spannungstensors also die i -te Komponente der Kraft pro Flächeneinheit, die auf das senkrecht zur k -Achse orientierte Oberflächenelement (dA_k) des betrachteten Teilvolumens wirkt. Das Vorzeichen wurde gemäß Ref. [26] so gewählt, dass die aufgrund der inneren Spannungen auf die Oberfläche des Körpers wirkenden Kräfte als $-\oint T_{ik} dA_k$ zu schreiben sind. Mit dem Einheitsvektor \mathbf{n} senkrecht auf der Fläche $d\mathbf{A}$ und seinen Komponenten n_k gilt für das Oberflächenelement dA_k : $dA_k = \mathbf{e}_k \cdot d\mathbf{A} = \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{n} dA = n_k dA$.

Sei \mathbf{P} die pro Flächeneinheit wirkende äußere Kraft, so dass die auf ein Oberflächenelement dA wirkende Kraft gleich $\mathbf{P}dA$ ist. Im Gleichgewicht muss diese Kraft durch innere Spannungen kompensiert werden. Mit der Definition des Spannungstensors (Gl. (A.2)) folgt daher

$$0 = P_i dA - T_{ik} dA_k = (P_i - T_{ik} n_k) dA.$$

Somit folgt

$$T_{ik} n_k = P_i. \quad (\text{A.3})$$

Diese Bedingung muss auf der gesamten Oberfläche des Körpers im Gleichgewicht erfüllt sein.

A.1.3 Beziehung zwischen Verzerrungs- und Spannungstensor, Elastizitätsmodul

Wie im letzten Absatz gesehen, führen Kräfte, die auf einen Körper ausgeübt werden, zu Spannungen im Körper. Interessant ist nun, wie sich diese Spannungen in Verzerrungen, also Verformungen des Körpers, übersetzen. Da sich Körper unterschiedlichen Materials bei gleicher Krafteinwirkung unterschiedlich verhalten, ist anschaulich klar, dass hier Materialkonstanten eine Rolle spielen, die beispielsweise die Steifheit des Materials widerspiegeln. Wie sich herausstellt, gibt es bei homogenen Körpern, die hier der Einfachheit halber betrachtet werden, nur zwei unabhängige Konstanten, für die sich allerdings unterschiedliche Bezeichnungsnormen herausgebildet haben. Sollen die Spannungen aus den Verzerrungen berechnet werden, verwendet man üblicherweise die Lamé-Koeffizienten λ

und μ . Für die in der vorliegenden Arbeit wichtige Umrechnung in die Gegenrichtung verwendet man dagegen das Elastizitätsmodul E (auch Young'sches Modul) und den Querkontraktionskoeffizienten ν_P (auch Poisson'sche Zahl) mit $E = (\mu(3\lambda + 2\mu)) / (\lambda + \mu)$, $\nu_P = (\lambda) / (2\lambda + 2\mu)$ [24]. Aufgrund der Symmetrie-Eigenschaften von Spannungs- und Verzerrungstensor besitzen diese Tensoren jeweils nur sechs unabhängige Komponenten:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_1 & T_6 & T_5 \\ T_6 & T_2 & T_4 \\ T_5 & T_4 & T_3 \end{pmatrix}.$$

Mit Hilfe von Elastizitätsmodul und Querkontraktionskoeffizient kann für isotrope Materialien \mathbf{S} folgendermaßen durch \mathbf{T} ausgedrückt werden:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{E} \begin{pmatrix} T_1 - \nu_P(T_2 + T_3) & (1 + \nu_P)T_6 & (1 + \nu_P)T_5 \\ (1 + \nu_P)T_6 & T_2 - \nu_P(T_1 + T_3) & (1 + \nu_P)T_4 \\ (1 + \nu_P)T_5 & (1 + \nu_P)T_4 & T_3 - \nu_P(T_1 + T_2) \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Für Silizium werden die elastischen Parameter je nach Orientierung mit etwa $E = 130$ bis 190 GPa und $\nu_P = 0,18$ bis $0,34$ angegeben [55].

Korrekt gibt es für Materialien mit Diamantstruktur (wie z. B. Silizium) drei unabhängige Materialkonstanten (anstelle von zwei für isotrope Materialien). Die Notation der drei Konstanten s_{11} , s_{12} und s_{44} geht auf die Darstellung von \mathbf{S} und \mathbf{T} als sechsdimensionale Vektoren zurück (aufgrund der 6 unabhängigen Komponenten) [24]. Es gilt:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} s_{11}T_1 + s_{12}(T_2 + T_3) & \frac{1}{2}s_{44}T_6 & \frac{1}{2}s_{44}T_5 \\ \frac{1}{2}s_{44}T_6 & s_{11}T_2 + s_{12}(T_1 + T_3) & \frac{1}{2}s_{44}T_4 \\ \frac{1}{2}s_{44}T_5 & \frac{1}{2}s_{44}T_4 & s_{11}T_3 + s_{12}(T_1 + T_2) \end{pmatrix}.$$

Für kristallines Silizium haben die Konstanten die Werte $s_{11} = 1/(130,0 \text{ GPa})$, $s_{12} = -1/(466,9 \text{ GPa})$ und $s_{44} = 1/(79,5 \text{ GPa})$ [55].

A.2 Gleichgewichtsbedingungen

Als Modell für die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Federbalken wird ein freitragender Balken betrachtet, der an einem Ende eingespannt und am anderen Ende frei beweglich ist. Aus den geometrischen Abmessungen des Balkens sowie aus seinen Materialparametern soll seine Auslenkung unter einer gegebenen Anordnung von Kräften und Drehmomenten berechnet werden. Die Grundlagen hierzu werden im Folgenden erläutert.

A.2.1 Begriffe und Definitionen

Zuerst werden kurz einige Grundbegriffe erläutert, auf die später zurückgegriffen wird. Exemplarisch wird im Folgenden stets eine Biegung um die x_2 -Achse, d. h. in x_1 -Richtung betrachtet (vgl. Abb. 1.1). Die hergeleiteten Gleichungen werden dabei auch in ihrer allgemeinen Form angegeben, wobei allerdings Torsionen stets vernachlässigt werden.

Trägheitsmoment der Querschnittsfläche

Mit den Bezeichnungen in Abb. 1.1 ist das Trägheitsmoment I_2 der Querschnittsfläche für einen Stab bezüglich einer Biegung um die x_2 -Achse gemäß [26] definiert als

$$I_2 = \iint x_1^2 dx_1 dx_2. \quad (\text{A.5})$$

Eine analoge Gleichung gilt auch für I_1 . Die starke Gewichtung von x_1 in der Gleichung für I_2 lässt sich anschaulich damit erklären, dass eine Verbiegung um die x_2 -Achse eine Biegung in x_1 -Richtung darstellt. Die angegebene Gleichung liefert für eine rechteckige Querschnittsfläche wie in Abb. 1.1:

$$I_2 = \int_{x_1=-\frac{b}{2}}^{x_1=\frac{b}{2}} \int_{x_2=-\frac{h}{2}}^{x_2=\frac{h}{2}} x_1^2 dx_1 dx_2 = \frac{1}{12} b^3 h \quad \text{und} \quad I_1 = \frac{1}{12} b h^3. \quad (\text{A.6})$$

Neutrale Achse

Bei einer Biegung wird ein Balken im Allgemeinen an einer Seite gestaucht und an der anderen gedehnt. Um z. B. eine Biegung um die x_2 -Achse zu erreichen, wird ein Stab entlang der x_3 -Achse an einer Seite (z. B. für negative x_1) gedehnt und an der gegenüberliegenden Seite komprimiert. Es gibt also entlang des Stabquerschnitts Bereiche, die in x_3 -Richtung gestaucht bzw. gedehnt sind. Wenn das Gebiet der Kompression von dem der Dehnung durch eine Fläche getrennt wird, die selbst nicht verformt wird, nennt man diese Fläche „Neutrale Fläche“. Bei Stäben, deren Querabmessungen definitionsgemäß klein sind, wird bei einer Biegung im Allgemeinen auch die Querrichtung verformt werden. Anstatt einer unverformten Fläche gibt es also nur eine „Neutrale Achse“. Auf dieser Achse, auch „elastische Linie“ genannt, ist der Verzerrungstensor gleich null, was allerdings nicht bedeutet, dass die Achse nicht gegenüber ihrer ursprünglichen Lage verschoben sein kann; lediglich die lokalen Verzerrungen verschwinden auf dieser Achse.

Saint-Venants Prinzip

Zur konkreten Berechnung von Verformungen benutzt man üblicherweise das Prinzip von Saint-Venant. Bei nicht starren Körpern ist es nicht selbstverständlich, dass Ansatzpunkte von Kräften und Drehmomenten verschoben werden können. Daher kann man eine Summe

von an unterschiedlichen Punkten des Körpers angreifenden Kräften nicht einfach zu einer resultierenden Kraft zusammenfassen. Betrachtet man allerdings Kräfte, die an verschiedenen Stellen eines diskreten Bereichs angreifen, so besagt das Prinzip von Saint-Venant, dass sie bezüglich ihrer Wirkung auf einen weit entfernten Bereich zusammengefasst werden können. Es besagt formal, dass der Unterschied der Wirkungen aller Kräfte und Drehmomente, die in einem diskreten Bereich angreifen, zur Wirkung ihrer Resultierenden in einem Bereich, der „genügend weit“ (als Abstand wird ein etwa fünffacher Bereichsdurchmesser angegeben) vom betrachteten Bereich entfernt ist, vernachlässigt werden kann.

Das Prinzip wird typischerweise benutzt, um die Summe aller Kräfte und Drehmomente, die auf einen Querschnitt des betrachteten Körpers wirken, durch je eine Resultierende zu ersetzen, die im Zentrum dieses Querschnitts angreift. Es besagt noch etwas allgemeiner, dass jede Verteilung von Kräften und Drehmomenten über einen diskreten Bereich eines Festkörpers durch eine andere Verteilung mit denselben resultierenden Kräften und Drehmomenten ersetzt werden kann. Diese Forderung ist zwar für starre Körper selbstverständlich, für nicht starre Körper ist sie allerdings streng genommen falsch. Es gibt Einzelfälle, auf die dieses Prinzip nicht anwendbar ist [24].

In den folgenden Beispielen wird dieses Prinzip meist stillschweigend vorausgesetzt, wenn beispielsweise vereinfachend von einer Kraft gesprochen wird, die am Ende eines Balkens angreift, ohne den Angriffspunkt zu spezifizieren. Der Fehler, der dadurch bei den betrachteten Stäben unter schwacher Biegung entsteht, ist klein, da sich die Kräfte kontinuierlich durch den Körper fortsetzen und sich über den dünnen Stabquerschnitt praktisch kaum ändern.

Lokales Koordinatensystem

Unter Einwirkung von Kräften und Drehmomenten verbiegt sich ein Stab. Dies hat zur Folge, dass die lokalen Größen Spannungstensor und Verzerrungstensor auch in einem lokalen Koordinatensystem betrachtet werden müssen. Mit Hilfe der Abb. A.1 kann für jeden Punkt entlang der Stabachse ein lokales (kartesisches) Koordinatensystem definiert werden. Für die in der vorliegenden Arbeit ausschließlich betrachteten schwach gebogenen Balken wird das lokale Koordinatensystem in jedem Punkt der neutralen Achse durch das konstante globale System (x_1, x_2, x_3) angenähert.

A.2.2 Gleichgewichtsbedingung für schwach gebogene Stäbe

Die folgende Herleitung der Gleichgewichtsbedingungen für einen schwach gebogenen Balken erfolgt im Wesentlichen nach Ref. [26].

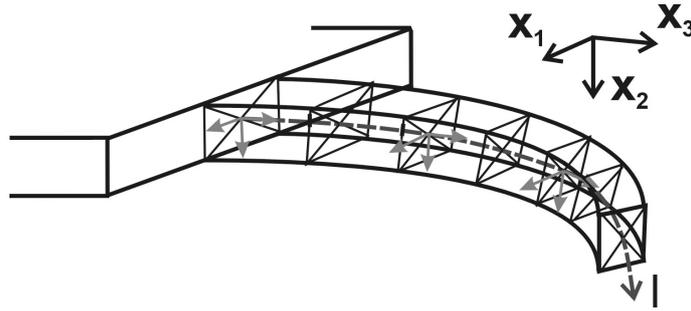


Abbildung A.1: Skizze eines gebogenen Balkens. Stabquerschnitte sind an verschiedenen Orten eingezeichnet und ihre Mittelpunkte gekennzeichnet. Punktabstände auf der neutralen Achse (gestrichelt) werden bei der Biegung weder gestreckt noch gestaucht. Entlang der neutralen Achse, die bei homogenen Materialien durch die Mitte der Stabquerschnitte verläuft, sei die Kurve l definiert, entlang der Längenelemente dl des Balkens betrachtet werden. In jedem Punkt der neutralen Achse kann ein lokales Koordinatensystem definiert werden, wie an einigen Stellen eingezeichnet (hellgrau). Für schwach gebogene Stäbe stimmt das lokale System in jedem Punkt näherungsweise mit dem globalen System (x_1, x_2, x_3) überein.

Kräfte und Drehmomente

Betrachtet man ein infinitesimales Stabelement, so kann die Gesamtkraft, die darauf wirkt, als Summe der äußeren Kräfte und der inneren Spannungen geschrieben werden. Für einen Balken im statischen Gleichgewicht gilt zusätzlich, dass die Summe aller (internen und externen) Kräfte als auch die aller Drehmomente gleich null ist. Außerdem kann der Balken (da er im Gleichgewicht ist) beliebig in zwei Hälften geteilt werden, die jeweils wieder im Gleichgewicht sind, wenn die Kräfte und Drehmomente an der Schnittfläche extern angelegt werden.

Wirkt auf das Längenelement $d\mathbf{l}$, das entlang der Stabachse orientiert ist, die äußere Kraft pro Längeneinheit \mathbf{K} und die Kraft $d\mathbf{F}$ aufgrund innerer Spannungen, so gilt also im Gleichgewicht:

$$d\mathbf{F} + \mathbf{K}dl = 0 \quad \text{und damit} \quad \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial l} = -\mathbf{K}. \quad (\text{A.7})$$

Für das Gesamtdrehmoment $d\mathbf{M}$, das aufgrund von inneren Spannungen auf das Stabelement wirkt, gilt analog und mit dem tangentialen Einheitsvektor \mathbf{e}_t in Stabrichtung:

$$d\mathbf{M} + d\mathbf{l} \times \mathbf{F} = 0 \quad \text{und damit} \quad \frac{d\mathbf{M}}{dl} = \mathbf{F} \times \mathbf{e}_t. \quad (\text{A.8})$$

Dabei wurden Drehmomente aufgrund äußerer Kräfte wegen ihrer vergleichsweise geringen Größe vernachlässigt.

Biegung von Stäben

Betrachtet wird beispielhaft eine Biegung eines Stabs um die x_2 -Achse, also in x_1 -Richtung (vgl. Abb. 1.1), um die Anschauung zu erleichtern. Die Biegung sei schwach, so dass angenommen werden kann, dass sie in einer Ebene, in diesem Fall der $x_1 - x_3$ -Ebene, stattfindet. Es brauchen nur relativ kleine Kräfte an der Oberfläche des Stabs angelegt zu werden, um ihn aufgrund des auftretenden Drehmoments zu verbiegen. Die dadurch hervorgerufenen Kräfte aufgrund von inneren Spannungen, die infolge der Dehnungen und Kompressionen im Innern des Stabs auftreten, sind gegenüber der äußeren Kraft vergleichsweise groß. Die äußeren Kräfte können daher gegenüber den inneren vernachlässigt werden. Dies erscheint auf den ersten Blick verwirrend, denn die die Biegung verursachende Kraft wird in der Herleitung der Bewegungsgleichung ignoriert. Insgesamt führt die Kraft selbst allerdings nur zu Scherungen, die aufgrund ihrer geringen Größe vernachlässigt werden können. Das von der Kraft in Kombination mit der Einspannung des Stabs hervorgerufene Drehmoment wird aber sehr wohl berücksichtigt, denn dieses führt letztlich zur Verbiegung des Stabs. Die Kraft wird also auf der gesamten Oberfläche vernachlässigt. Weiterhin wird angenommen, dass der nur schwach gebogene Stab etwa parallel zur x_3 -Richtung verläuft, es gibt also keine Komponente der Flächennormalen in x_3 -Richtung. Damit gilt nach Gl. (A.3):

$$P_i = T_{ik}n_k = T_{i1}n_1 + T_{i2}n_2.$$

Betrachtet man die Oberfläche in der $x_2 - x_3$ -Ebene, so gilt hier außerdem $n_2 = 0$. Damit folgt $T_{i1}n_1 = 0$ für beliebiges n_1 und damit $T_{i1} = 0$. Dies gilt, da ein Stab dünn ist, nicht nur an der betrachteten Oberfläche, sondern näherungsweise im gesamten Stab. Analoge Argumente führen auf

$$T_{ik} = 0 \quad \text{für alle } (i, k) \neq (3, 3). \quad (\text{A.9})$$

Anschaulich bedeutet dies, dass die Biegung allein durch (lokal unterschiedliche) Kräfte in x_3 -Richtung hervorgerufen wird. Diese Kräfte haben nur Streckungen und Stauchungen entlang der Achsen zur Folge, allerdings entlang aller drei Achsen. Letzteres wird aus dem nach Gl. (A.4) berechneten Verzerrungstensor deutlich. Es gilt

$$\mathbf{S} = \frac{1}{E} \begin{pmatrix} -\nu_P T_{33} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu_P T_{33} & 0 \\ 0 & 0 & T_{33} \end{pmatrix}$$

und damit $S_{33} E = T_{33}$ und $S_{11} = S_{22} = -\nu_P S_{33}$. Die relative Dehnung in jedem Punkt des Stabs kann aus geometrischen Überlegungen zu $(dx'_3 - dx_3) / (dx_3) \approx x_1/R$ abgeschätzt werden [26], wobei x_1 die x_1 -Koordinate des betrachteten Längenelements und R der Krümmungsradius der neutralen Fläche sind. Unter Verwendung der Gleichung (A.1) folgt:

$$\frac{T_{33}}{E} = S_{33} = \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \approx \frac{dx'_3 - dx_3}{dx_3} \approx \frac{x_1}{R}. \quad (\text{A.10})$$

Insgesamt gilt also:

$$\begin{aligned} S_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = \frac{x_1}{R}, \quad S_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = S_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\nu_P \frac{x_1}{R}, \\ S_{12} &= S_{21} = \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0, \quad S_{13} = S_{31} = \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0 \text{ und} \\ S_{23} &= S_{32} = \frac{\partial u_3}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = 0. \end{aligned}$$

Integration dieser sechs Gleichungen mit Integrationskonstanten Null (Koordinatensprung beliebig) führt für die Verschiebungen u_i auf

$$u_1 = -\frac{1}{2R} [x_3^2 + \nu_P(x_1^2 - x_2^2)], \quad u_2 = -\nu_P \frac{x_1 x_2}{R}, \quad u_3 = \frac{x_1 x_3}{R}.$$

Da der Krümmungsradius R sowohl unbekannt als auch an jedem Ort des Balkens unterschiedlich ist, lässt sich aus dieser Kenntnis über die Verschiebungen noch keine Aussage über die Biegung des Balkens treffen.

Drehmoment bei schwacher Biegung

Das durch innere Spannungen vermittelte Drehmoment bei einer Drehung um die x_2 -Achse ergibt sich aus der Definition des Drehmoments, das durch die Kräfte F_i im betrachteten Volumen hervorgerufen wird. Unter Verwendung von Gl. (A.2) sowie der Bedingung aus Gl. (A.9) ergibt sich:

$$M_2 = -(x_3 F_1 - x_1 F_3) = -\left(\int (x_3 T_{1k}) dA_k - \int (x_1 T_{3k}) dA_k \right) = \int (x_1 T_{33}) dA_3.$$

Mit Gl. (A.10) und der Definition des Flächenträgheitsmoments in Gl. (A.5) folgt daraus:

$$M_2 = \int \int \frac{E x_1^2}{R} dx_1 dx_2 = \frac{E I_2}{R}. \quad (\text{A.11})$$

Als schwach gebogene Balken werden hier solche betrachtet, bei denen die Abweichung von der Anfangslage im Vergleich zur Stablänge klein ist. Sie muss allerdings nicht klein gegenüber der Stabdicke sein. Für schwache Biegungen gilt also: $dl \approx dx_3$, der Balken bleibt „fast gerade“. Weiterhin können bei schwachen Biegungen sowie auch generell bei Biegungen entlang der Hauptträgheitsachsen Torsionen vernachlässigt werden. Die Beschreibung erfolgt in einem räumlich festen Koordinatensystem, in dem $U_1(l)$ und $U_2(l)$ die Verschiebung der elastischen Linie in x_1 - bzw. x_2 -Richtung am Ort l auf der Stabachse beschreiben. Betrachtet wird nun eine schwache Biegung um die x_2 -Achse. Mit dem Krümmungsradius R und dem Bogenwinkel θ sowie der Näherung für schwach gebogene Balken $dx_3 \approx dl$ gilt wie aus Abbildung A.2 ersichtlich ist für kleine Biegungen näherungsweise

$$\frac{1}{R} \approx \frac{d\theta}{dl} \approx \frac{d\theta}{dx_3} \approx \frac{d(\tan \theta)}{dx_3} = \frac{d}{dx_3} \left(\frac{dU_1}{dx_3} \right) = \frac{d^2 U_1}{dx_3^2}.$$

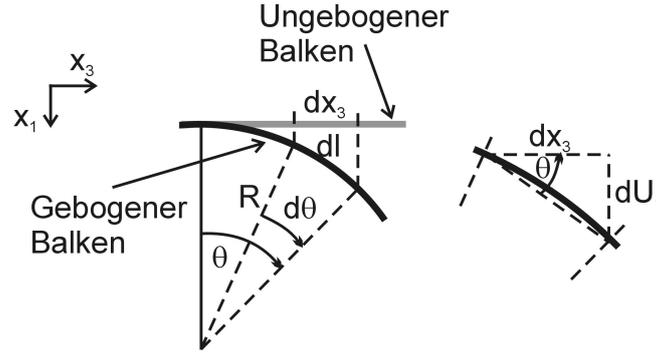


Abbildung A.2: Die Skizze zeigt einen Balken, dessen Verbiegung einen Krümmungsradius R aufweist. Für den Bogenwinkel $d\theta$ und die Bogenlänge dl gilt $d\theta = dl/R$. Weiterhin ist im Ausschnitt sichtbar, dass für schwach gebogene Balken gilt $dU_1/(dx_3) = \tan \theta \approx \theta$.

Mit Gl. (A.11) gelten also für die Verbiegungen U_1 der neutralen Achse in x_1 -Richtung bzw. analog dazu auch für die Verbiegungen U_2 in x_2 -Richtung bei schwach gebogenen Balken die folgenden Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} M_2 &= E I_2 \frac{d^2 U_1}{dx_3^2}, \\ M_1 &= -E I_1 \frac{d^2 U_2}{dx_3^2}, \\ M_3 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Differenzieren von Gl. (A.8) nach der Länge ergibt mit $dl \approx dx_3$ und $\mathbf{e}_t \approx \mathbf{e}_3$ sowie durch Einsetzen von Gleichung A.7:

$$\frac{d^2 \mathbf{M}}{dx_3^2} = \mathbf{e}_t \times \mathbf{K} \approx \begin{pmatrix} -K_2 \\ K_1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.13})$$

Bei der Differentiation wurde aufgrund der kleinen Verbiegung angenommen, dass $d\mathbf{e}_t/(dx_3) \approx 0$, sich also die tangentielle Stabrichtung entlang der Stabachse nicht wesentlich ändert. Wird die in Gl. (A.12) hergeleitete Gleichung zweimal nach x_3 differenziert und dann das in Gl. (A.13) gefundene Ergebnis eingesetzt, so ergibt sich die Bewegungsgleichung für schwach ausgelenkte Balken (wieder analog für U_2):

$$\begin{aligned} \frac{d^4 U_1}{dx_3^4}(l) &= \frac{K_1(l)}{EI_2} \quad \text{für eine Bewegung zur Seite } (x_1\text{-Richtung}) \text{ und} \\ \frac{d^4 U_2}{dx_3^4}(l) &= \frac{K_2(l)}{EI_1} \quad \text{für eine Bewegung nach unten } (x_2\text{-Richtung}). \end{aligned}$$

Es wurde wieder angenommen, dass $\mathbf{e}_t = \mathbf{e}_3$ ist (schwache Biegung). Analog folgt aus der Differentiation von Gl. (A.12) und mit Gl. (A.8):

$$F_1(l) = -E I_2 \frac{d^3 U_1}{dx_3^3}(l),$$

$$F_2(l) = -E I_1 \frac{d^3 U_2}{dx_3^3}(l).$$

A.3 Lösung für ungetriebene Balken

Mit der Newton'schen Gleichung $F_1 = m \ddot{U}_1$ und der daraus resultierenden Kraft pro Längeneinheit $K_1 = -\partial F_1 / (\partial x_3) = -\rho b h \ddot{U}_1$ folgt aus der Bewegungsgleichung (Gl. (1.1)) für einen ungetriebenen in x_1 -Richtung oszillierenden Balken die folgende Differentialgleichung:

$$U_1'''' = -\frac{\rho b h \ddot{U}_1}{E I_2} = -\frac{12 \rho}{E b^2} \ddot{U}_1.$$

Mit dem Separationsansatz

$$U_1(x_3, t) = U_1(x_3) \cos(\omega t + \alpha)$$

folgt für $U_1(x_3)$:

$$U_1''''(x_3) = \frac{\rho b h}{E I_2} \omega^2 U_1(x_3) = \frac{12 \rho}{E b^2} \omega^2 U_1(x_3) \equiv \beta_1^4 U_1(x_3), \quad (\text{A.14})$$

womit die Konstante $\beta_1(\omega)$ definiert wird. Eine allgemeine Lösung der Differentialgleichung für $U_1(x_3)$ ist

$$U_1(x_3) = \beta_2 \sin(\beta_1 x_3) + \beta_3 \cos(\beta_1 x_3) + \beta_4 \sinh(\beta_1 x_3) + \beta_5 \cosh(\beta_1 x_3),$$

wobei die Konstanten β_1 bis β_5 aus den Randbedingungen für einen einseitig eingespannten Balken zu bestimmen sind. Diese Randbedingungen lauten $U_1(0) = 0$, $U_1'(0) = 0$, $U_1''(L) = 0$, $U_1'''(L) = 0$. Mit der Bestimmung von $\beta_1(\omega)$ werden praktisch mögliche Resonanzfrequenzen ω errechnet.

Eine der fünf Konstanten bleibt unbestimmt, sie kann frei gewählt werden und gibt die Amplitude der Schwingung an. Durch Einsetzen und mit den Identitäten $\sin^2 x + \cos^2 x = 1 = \cosh^2 x - \sinh^2 x$ ergibt sich die folgende Lösung der Differentialgleichung:

$$U_1(x_3) = \beta_3' \{ (\cos(\beta_1 x_3) - \cosh(\beta_1 x_3)) (\sin(\beta_1 L) + \sinh(\beta_1 L)) - (\sin(\beta_1 x_3) - \sinh(\beta_1 x_3)) (\cos(\beta_1 L) + \cosh(\beta_1 L)) \}, \quad (\text{A.15})$$

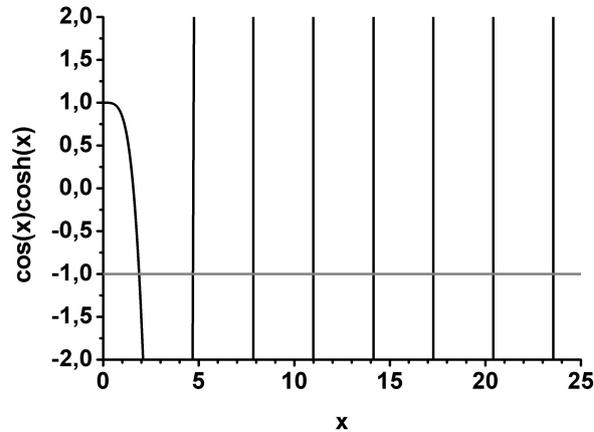


Abbildung A.3: Graphische Lösung der transzendenten Gleichung $\cos(x) \cosh(x) = -1$. Die Abszissenwerte der Schnittpunkte mit der eingezeichneten waagerechten Geraden bei $y = -1$ sind die Lösungen der transzendenten Gleichung. Abgesehen vom kleinsten Schnittpunkt sind sie nahezu äquidistant verteilt.

mit $\beta'_3 = \beta_3 / (\sin(\beta_1 L) + \sinh(\beta_1 L))$. Weiterhin ergibt sich aus den Randbedingungen die folgende Bedingung für β_1 bzw. ω :

$$0 = \cos(\beta_1 L) \cosh(\beta_1 L) + 1.$$

Die letztere, transzendenten Gleichung ($\cos(x) \cosh(x) = -1$) kann graphisch bzw. numerisch gelöst werden (vgl. Abb. A.3). Mit Hilfe der Definition von β_1 (Gl. (A.14)) können damit die verschiedenen möglichen Resonanzfrequenzen berechnet werden. Sei lsg_j eine Lösung der transzendenten Gleichung für $\beta_1 L$, so ergibt sich die zugehörige Resonanzfrequenz ω_j zu

$$\omega_j = \frac{lsg_j^2}{L^2} \sqrt{\frac{Eb^2}{12\rho}}.$$

Mit der Definition der Federkonstanten unter Einwirkung einer Punktkraft in Gleichung (1.14) sowie der Definition der Masse m eines Balkens zu $m = \rho b h L$ ergibt sich für die kleinste Resonanzfrequenz

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{lsg_1^4 k}{3m}} \approx \sqrt{\frac{(1,875)^4 k}{3m}} \approx \sqrt{\frac{k}{\frac{m}{4,12}}}.$$

Für einen harmonischen Oszillator mit $F = -kU$ gilt mit $U \sim e^{i\omega_0 t}$ in der Bewegungsgleichung $-kU = -m\omega_0^2 U$. Somit folgt für die Resonanzfrequenz eines harmonischen Oszillators $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Die gefundene Lösung für die Resonanzfrequenz eines schwingenden Balkens ähnelt also der für die eines harmonischen Oszillators, wie er beispielsweise durch eine Punktmasse an einer Feder realisiert werden kann. Im Gegensatz zu einer Punktmasse ist die Masse eines Balkens allerdings über einen größeren Bereich verteilt; dies wirkt sich so aus, dass eine Punktmasse mit der gleichen Resonanzfrequenz nur etwa ein Viertel der Masse des Balkens hat. Weitere Lösungen der Gleichung und somit weitere Resonanzfrequenzen sind in Tabelle 1.2 dargestellt. Im Gegensatz zu einem harmonischen Oszillator gibt es aufgrund der Bewegungsgleichung mehr als eine Resonanzfrequenz.

Ebenso wie für die Resonanzfrequenzen ergeben sich auch für die Eigenschwingungen unendlich viele Lösungen. Die j -te Eigenschwingung (in x_1 -Richtung) ergibt sich aus der j -ten Lösung der transzendenten Gleichung für $\beta_1 L, lsg_j$, nach Gl. (A.15) zu

$$U_{1,j}(x_3) = \beta_3 \left\{ \left(\cos \left(\frac{lsg_j}{L} x_3 \right) - \cosh \left(\frac{lsg_j}{L} x_3 \right) \right) - \left(\sin \left(\frac{lsg_j}{L} x_3 \right) - \sinh \left(\frac{lsg_j}{L} x_3 \right) \right) \frac{\cos(lsg_j) + \cosh(lsg_j)}{\sin(lsg_j) + \sinh(lsg_j)} \right\},$$

wobei β_3 die Amplitude dieser Mode bezeichnet. Die Eigenmoden sind orthogonal zueinander [24] und die Amplituden können so gewählt werden, dass gilt:

$$\int_0^L U_{1,j}(x_3) U_{1,k}(x_3) dx_3 = L^3 \delta_{jk}.$$

In Analogie zu den Ausführungen in Ref. [24] bezüglich beidseitig eingespannter Balken lässt sich diese Relation dann erreichen, wenn für alle Moden $\beta_3 = L$ gewählt wird.

Anhang B

Anregung der Bewegung durch eine oszillierende Spannung

B.1 Seitliche Bewegung

Gemäß Kapitel 1.7.1 lautet die Gleichung, aus der die Auslenkung U unter der Sinusspannung $V = \sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t) + V_0$ berechnet werden soll:

$$U = \frac{F_{ext}}{k} = \frac{1}{k} \frac{\epsilon_0(L - L_0)h V^2}{(d - 2U)^2}.$$

Mit der Taylorentwicklung von $\frac{1}{(d-x)^2}$ für kleine x : $\frac{1}{(d-x)^2} \approx \frac{1}{d^2} + \frac{2}{d^3}x + \frac{3}{d^4}x^2 + \dots$ ergibt sich für kleine Auslenkungen U :

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{k} F = \frac{1}{k} \frac{\epsilon_0(L - L_0)h V^2}{(d - 2U)^2} \\ &\approx \frac{1}{k} \epsilon_0(L - L_0)h V^2 \left(\frac{1}{d^2} + \frac{4}{d^3}U + \frac{12}{d^4}U^2 + \dots \right) \\ &= \frac{\epsilon_0(L - L_0)h}{k} \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t)V_0 + V_0^2 \right) \left(\frac{1}{d^2} + \frac{4}{d^3}U + \frac{12}{d^4}U^2 + \dots \right). \end{aligned}$$

B.1.1 Näherung nullter Ordnung

In nullter Ordnung ist die rechte Seite der Gleichung von U unabhängig. Das vereinfacht die Lösung der Gleichung zu:

$$U = \frac{\epsilon_0(L - L_0)h}{k} \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t)V_0 + V_0^2 \right) \left(\frac{1}{d^2} \right).$$

Mit $\sin^2(x) = \frac{1}{2}(1 - \cos(2x))$ kann U in eine Summe aus Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen zerlegt werden:

$$U = \frac{\epsilon_0(L - L_0)h}{kd^2} \left((v_{rms}^2 + V_0^2) + (2\sqrt{2} v_{rms} V_0) \sin(\omega t) - (v_{rms}^2) \cos(2\omega t) \right).$$

B.1.2 Näherung erster Ordnung

Nimmt man weitere Summanden der Taylorentwicklung von U hinzu, so findet man weitere Harmonische. In erster Ordnung ergibt sich:

$$U = \frac{\epsilon_0(L - L_0)h}{k} \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t) V_0 + V_0^2 \right) \left(\frac{1}{d^2} + \frac{4}{d^3} U \right).$$

Ersetzt man nun in erster Näherung und für kleine Auslenkungen das auf der rechten Seite stehende U durch die Gleichung selbst unter Vernachlässigung des Terms $4U/d$, so folgt mit der Abkürzung $\alpha = \epsilon_0(L - L_0)h / (k d^2)$

$$\begin{aligned} U &\approx \alpha \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \sin(\omega t) + V_0^2 \right) \times \\ &\quad \left(1 + \frac{4}{d} \alpha \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \sin(\omega t) + V_0^2 \right) \right) \\ &= \alpha \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \sin(\omega t) + V_0^2 \right) \\ &\quad + \frac{4\alpha^2}{d} \left[(2v_{rms}^2)^2 \sin^4(\omega t) + (2\sqrt{2} v_{rms} V_0)^2 \sin^2(\omega t) + (V_0^2)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4v_{rms}^2 (2\sqrt{2} v_{rms} V_0) \sin^3(\omega t) + 4v_{rms}^2 V_0^2 \sin^2(\omega t) + 4\sqrt{2} v_{rms} V_0 (V_0^2) \sin(\omega t) \right]. \end{aligned}$$

Fasst man die Terme nach den Potenzen der Sinusspannung mit $U = U_{\sin^0} + U_{\sin^1} + U_{\sin^2} + U_{\sin^3} + U_{\sin^4}$ zusammen, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} U_{\sin^0} &= \alpha V_0^2 + \frac{4\alpha^2}{d} V_0^4, \\ U_{\sin^1} &= \sin(\omega t) \left(2\sqrt{2} \alpha v_{rms} V_0 + \frac{4\alpha^2}{d} 4\sqrt{2} v_{rms} V_0 V_0^2 \right) \\ &= \sin(\omega t) \left(2\sqrt{2} \alpha v_{rms} V_0 + \frac{16\sqrt{2} \alpha^2}{d} v_{rms} V_0^3 \right), \\ U_{\sin^2} &= \sin^2(\omega t) \left(2\alpha v_{rms}^2 + \frac{4\alpha^2}{d} (8v_{rms}^2 V_0^2 + 4v_{rms}^2 V_0^2) \right) \\ &= \sin^2(\omega t) \left(2\alpha v_{rms}^2 + \frac{48\alpha^2}{d} v_{rms}^2 V_0^2 \right), \\ U_{\sin^3} &= \sin^3(\omega t) \frac{4\alpha^2}{d} 4v_{rms}^2 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \\ &= \sin^3(\omega t) \frac{32\sqrt{2} \alpha^2}{d} v_{rms}^3 V_0, \\ U_{\sin^4} &= \sin^4(\omega t) \frac{4\alpha^2}{d} 4v_{rms}^4 = \sin^4(\omega t) \frac{16\alpha^2}{d} v_{rms}^4. \end{aligned}$$

Mit den trigonometrischen Gleichungen

$$\begin{aligned}\sin^2(\omega t) &= \frac{1}{2}(1 - \cos(2\omega t)), \\ \sin^3(\omega t) &= \frac{1}{4}(3\sin(\omega t) - \sin(3\omega t)), \\ \sin^4(\omega t) &= \frac{1}{8}(\cos(4\omega t) - 4\cos(2\omega t) + 3)\end{aligned}$$

lässt sich die Auslenkung als Summe von Auslenkungen auf der ersten bis vierten Harmonischen der Frequenz der anregenden Spannung darstellen:

$$\begin{aligned}U &= U_0 + U_\omega + U_{2\omega} + U_{3\omega} + U_{4\omega}, \text{ mit} \\ U_0 &= \alpha(v_{rms}^2 + V_0^2) + \frac{\alpha^2}{d}(4V_0^4 + 24v_{rms}^2V_0^2 + 6v_{rms}^4), \\ U_\omega &= \sin(\omega t) \left(\alpha(2\sqrt{2}v_{rms}V_0) + \frac{\alpha^2}{d}(24\sqrt{2}v_{rms}^3V_0 + 16\sqrt{2}v_{rms}V_0^3) \right), \\ U_{2\omega} &= -\cos(2\omega t) \left(\alpha(v_{rms}^2) + \frac{\alpha^2}{d}(24v_{rms}^2V_0^2 + 8v_{rms}^4) \right), \\ U_{3\omega} &= -\sin(3\omega t) \frac{\alpha^2}{d}(8\sqrt{2}v_{rms}^3V_0), \\ U_{4\omega} &= \cos(4\omega t) \frac{\alpha^2}{d}(2v_{rms}^4).\end{aligned}$$

B.2 Bewegung nach unten

Für die Bewegung in x_2 -Richtung verringert sich der Abstand zwischen Balken und Substrat nur um die einfache Auslenkung des Balkens, da sich das Substrat nicht bewegt. Weiterhin erfolgt der Überlapp typischerweise über die gesamte Länge des Balkens, so dass L_0 gleich null zu setzen ist. Analog den Berechnungen für eine seitliche Bewegung in Kapitel 1 ergibt sich die aus der Bewegungsgleichung berechnete Auslenkung näherungsweise zu

$$\begin{aligned}U_2(x_3) &= \frac{6\varepsilon_0 V^2}{24E h^3 d^2} (x_3^4 - 4L x_3^3 + 6L^2 x_3^2), \\ U_2(L) &= \frac{3\varepsilon_0 V^2}{4E h^3 d^2} L^4.\end{aligned}$$

Mit der Kraft in der Näherung des Plattenkondensators bei Annahme eines Überlapps über die gesamte Länge

$$F_2 = \frac{\varepsilon_0 b L V^2}{2(d - U_2)^2} \approx \frac{\varepsilon_0 b L V^2}{2d^2} \approx \frac{2E b h^3}{3L^3} U_2 = 8 \frac{E I_1}{L^3} U_2$$

ergibt sich die Federkonstante

$$k_2 = \frac{\partial F_2}{\partial U_2} = 8 \frac{E I_1}{L^3}.$$

Für die Auslenkung unter einer sinusförmigen Spannung $V = \sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t) + V_0$ folgt damit

$$U_2 = \frac{F_{ext}}{k_2} = \frac{1}{k_2} \frac{\varepsilon_0 L b V^2}{(d - U_2)^2} \approx \frac{\varepsilon_0 L b}{k_2} \left(\sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t) + V_0 \right)^2 \left(\frac{1}{d^2} + \frac{2}{d^3} U_2 + \frac{3}{d^4} U_2^2 + \dots \right).$$

In erster Näherung ergibt sich somit mit $\alpha_2 = \frac{\varepsilon_0 L b}{2k_2 d^2}$:

$$\begin{aligned} U_2 &= \alpha_2 \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} \sin(\omega t) V_0 + V_0^2 \right) \left(1 + \frac{2}{d} U_2 \right) \\ &\approx \alpha_2 \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \sin(\omega t) + V_0^2 \right) \times \\ &\quad \left(1 + \frac{2}{d} \alpha_2 \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \sin(\omega t) + V_0^2 \right) \right) \\ &= \alpha_2 \left(2v_{rms}^2 \sin^2(\omega t) + 2\sqrt{2} v_{rms} V_0 \sin(\omega t) + V_0^2 \right) \\ &\quad + \frac{2\alpha_2^2}{d} \left[(2v_{rms}^2)^2 \sin^4(\omega t) + (2\sqrt{2} v_{rms} V_0)^2 \sin^2(\omega t) + (V_0^2)^2 \right. \\ &\quad \left. + 4v_{rms}^2 (2\sqrt{2} v_{rms} V_0) \sin^3(\omega t) + 4v_{rms}^2 V_0^2 \sin^2(\omega t) + 4\sqrt{2} v_{rms} V_0 (V_0^2) \sin(\omega t) \right]. \end{aligned}$$

Völlig analog zur Lösung für die seitliche Bewegung ergibt sich damit:

$$\begin{aligned} U_2 &= U_{2,0} + U_{2,\omega} + U_{2,2\omega} + U_{2,3\omega} + U_{2,4\omega}, \text{ mit} \\ U_{2,0} &= \alpha_2 (v_{rms}^2 + V_0^2) + \frac{\alpha_2^2}{2d} (4V_0^4 + 24v_{rms}^2 V_0^2 + 6v_{rms}^4), \\ U_{2,\omega} &= \sin(\omega t) \left(\alpha_2 (2\sqrt{2} v_{rms} V_0) + \frac{\alpha_2^2}{2d} (24\sqrt{2} v_{rms}^3 V_0 + 16\sqrt{2} v_{rms} V_0^3) \right), \\ U_{2,2\omega} &= -\cos(2\omega t) \left(\alpha_2 (v_{rms}^2) + \frac{\alpha_2^2}{2d} (24v_{rms}^2 V_0^2 + 8v_{rms}^4) \right), \\ U_{2,3\omega} &= -\sin(3\omega t) \frac{\alpha_2^2}{2d} (8\sqrt{2} v_{rms}^3 V_0), \\ U_{2,4\omega} &= \cos(4\omega t) \frac{\alpha_2^2}{2d} (2v_{rms}^4). \end{aligned}$$

Anhang C

Optische Transfer-Matrix-Methode

Die Reflexion von ebenen Wellen an einer mehrschichtigen Oberfläche kann mit der Transfer-Matrix-Methode beschrieben werden (siehe z. B. [56]). Diese Methode berücksichtigt Vielstrahlinterferenz an parallelen Flächen und wird hier für den senkrechten Einfall von ebenen Wellen auf eine Oberfläche angewendet. Mit der Transfer-Matrix-Methode kann sehr leicht die Reflexion an einem Gesamtsystem aus mehreren Schichten berechnet werden.

Die einfallende ebene Welle sei durch ihren elektrischen Feldvektor \mathbf{E} charakterisiert. Die Orientierung sei so gewählt, dass eine einlaufende Welle senkrecht auf eine Grenzfläche zwischen den Schichten i und j trifft. Es werden die Indices l und r für nach links bzw. nach rechts laufende Wellen verwendet. Beim Übergang über die Grenzfläche ergibt sich jeweils ein reflektierter und ein transmittierter Anteil gemäß $E_{r,i} = \tau_{ij}E_{r,i} + \rho_{ij}E_{l,i}$. Dabei ist $\rho_{ij} = (n_i - n_j) / (n_i + n_j)$ der Reflexionskoeffizient beim Übergang von der Schicht i in die Schicht j und $\tau_{ij} = (2n_i) / (n_i + n_j)$ der entsprechende Transmissionskoeffizient, wie aus den Stetigkeitsbedingungen für die elektrischen und magnetischen Felder an der Grenzfläche folgt. Gemäß Abbildung C.1 gilt für den Übergang zwischen zwei Schichten an der Grenzfläche:

$$\begin{aligned} E_{r,j} &= \tau_{ij}E_{r,i} + \rho_{ji}E_{l,j} \text{ sowie} \\ E_{l,i} &= \tau_{ji}E_{l,j} + \rho_{ij}E_{r,i} \\ \text{und damit} \quad E_{r,i} &= \frac{1}{\tau_{ij}} (E_{r,j} - \rho_{ji}E_{l,j}) = \frac{1}{\tau_{ij}} (E_{r,j} + \rho_{ij}E_{l,j}) \\ \text{sowie} \quad E_{l,i} &= \rho_{ij} \left(\frac{1}{\tau_{ij}} (E_{r,j} + \rho_{ij}E_{l,j}) \right) + \tau_{ji}E_{l,j} = \frac{\rho_{ij}}{\tau_{ij}} E_{r,j} + E_{l,j} \left(\frac{\rho_{ij}^2 + \tau_{ji}\tau_{ij}}{\tau_{ij}} \right) \\ &= \frac{1}{\tau_{ij}} (\rho_{ij}E_{r,j} + E_{l,j}). \end{aligned}$$

Damit kann eine Übergangsmatrix $H_{i,j}$ folgendermaßen definiert werden:

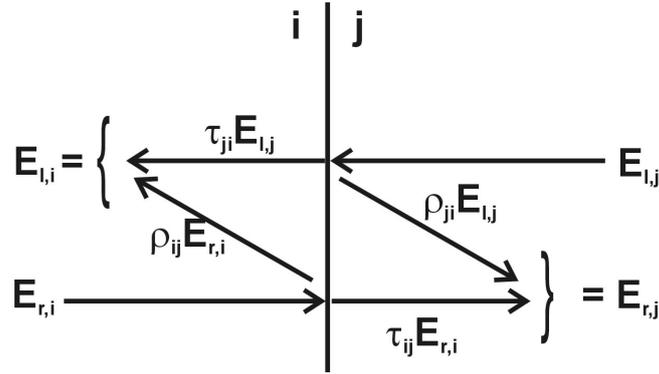


Abbildung C.1: Zur Herleitung der Übergangsmatrix. An der Grenzfläche zwischen den zwei Schichten i und j wird entsprechend den verwendeten Materialien ein bestimmter Bruchteil des einfallenden Lichts reflektiert und der Rest transmittiert. Dies gilt sowohl für die Hin- als auch für die Rückrichtung. Mit r und l sind die nach rechts bzw. nach links laufenden Wellen bezeichnet.

$$\begin{pmatrix} E_{l,i} \\ E_{r,i} \end{pmatrix} = \frac{1}{\tau_{ij}} \begin{pmatrix} 1 & \rho_{ij} \\ \rho_{ij} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{l,j} \\ E_{r,j} \end{pmatrix} = H_{i,j} \begin{pmatrix} E_{l,j} \\ E_{r,j} \end{pmatrix}.$$

Beim Durchgang durch die (homogene) Schicht zwischen zwei Grenzflächen ändert sich die Phase der Welle und bei komplexem Brechungsindex tritt auch Absorption auf. Hat die Schicht j die Dicke d_j und den Brechungsindex n_j , so verändert sich die Phase einer durchlaufenden Welle mit Wellenlänge λ_0 um den Faktor $e^{-2\pi n_j d_j / \lambda_0}$. Für allgemein nach rechts bzw. nach links laufende Wellen kann eine Ausbreitungsmatrix L_j definiert werden, so dass gilt:

$$\begin{pmatrix} E_{l,j} \\ E_{r,j} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{2\pi}{\lambda_0} n_j d_j} & 0 \\ 0 & e^{\frac{2\pi}{\lambda_0} n_j d_j} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_{l,j} \\ E'_{r,j} \end{pmatrix} = L_j \begin{pmatrix} E'_{l,j} \\ E'_{r,j} \end{pmatrix}.$$

Insgesamt kann eine Reflexion an einem Mehrschichtsystem als Aufeinanderfolge von abwechselnd Übergängen zwischen zwei Schichten und Durchgängen durch eine Schicht angesehen werden. Wird dies konsistent angewandt, so werden sämtliche Vielfachinterferenzen implizit berücksichtigt. Die letzte Schicht wird als praktisch unendlich angenommen, so dass von dort nichts reflektiert wird und damit die rücklaufende Welle gleich null ist. Für ein System von Luft - Silizium - Siliziumdioxid - Siliziumsubstrat folgt beispielsweise:

$$\begin{pmatrix} E_{l,Luft} \\ E_{r,Luft} \end{pmatrix} = H_{Luft,Si} L_{Si} H_{Si,SiO_2} L_{SiO_2} H_{SiO_2,Si} \begin{pmatrix} 0 \\ E_{r,Si} \end{pmatrix}.$$

Anhang D

Herleitung der Mie-Streuung an Kugeln

D.1 Lösungen der Wellengleichung

Die Maxwell-Gleichungen für zeitlich periodische elektrische Felder $\mathbf{E}_{ges} = \mathbf{E} e^{i\omega t}$, die sich in ein Produkt aus dem räumlichen Anteil $\mathbf{E}(x_i, x_j, x_k)$ und dem zeitlichen Anteil $e^{i\omega t}$ zerlegen lassen, und entsprechende magnetische Felder (mit $\mathbf{B}_{ges} = \mathbf{B} e^{i\omega t}$) sehen in einem homogenen, ungeladenen und nicht magnetisierbaren Medium mit konstantem komplexen Brechungsindex m bei verschwindenden Strömen wie folgt aus:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{B}_{ges} &= \varepsilon_0 \varepsilon \frac{d}{dt}(\mathbf{E}_{ges}) = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}_{ges}, & \nabla \cdot \mathbf{B}_{ges} &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{E}_{ges} &= -\frac{d}{dt} \mathbf{B}_{ges} = -i\omega \mathbf{B}_{ges}, & \varepsilon_0 \varepsilon \nabla \cdot \mathbf{E}_{ges} &= 0.\end{aligned}$$

Daraus folgt eine vektorielle Wellengleichung für die räumlichen Anteile \mathbf{E} und \mathbf{B} dieser Felder:

$$\begin{aligned}-\Delta \mathbf{E} &= \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) = -i\omega \nabla \times \mathbf{B} = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mathbf{E}, \\ -\Delta \mathbf{B} &= \nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = i\omega \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \nabla \times \mathbf{E} = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mathbf{B}.\end{aligned}$$

Mit dem Ansatz $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 e^{im\mathbf{k}\mathbf{x}}$ und $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{im\mathbf{k}\mathbf{x}}$ für eine räumlich periodische Ausbreitung ergibt sich

$$\begin{aligned}\omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mathbf{E} &= -\Delta \mathbf{E} = k^2 m^2 \mathbf{E} \quad \text{und} \\ \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mathbf{B} &= -\Delta \mathbf{B} = k^2 m^2 \mathbf{B}, \quad \text{so dass folgt} \\ \omega^2 &= \frac{m^2 k^2}{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0} = \frac{m^2 c^2 k^2}{\varepsilon} = c^2 k^2. \quad \text{Damit gilt } \omega = ck.\end{aligned}$$

In kartesischen Koordinaten muss daher jede Komponente die hier allgemein für eine skalare Funktion ψ formulierte skalare Wellengleichung erfüllen:

$$\Delta \psi + k^2 m^2 \psi = 0.$$

Die einfachste Lösung dieser Gleichungen ergibt sich, wenn jede Komponente nur von der zugehörigen Variablen abhängt. Dies ergibt ebene Wellen als Lösung, z. B. für eine Bewegung in x_1 -Richtung: $E_2 = E_0 \mathbf{e}_2 e^{\pm i m k x_1}$.

D.1.1 Kugelsymmetrische Lösungen der Wellengleichung

In Kugelkoordinaten lässt sich die skalare Wellengleichung in einen r -abhängigen, einen φ -abhängigen und einen θ -abhängigen Teil separieren und hat nach Ref. [46] allgemein Lösungen vom folgenden Typ:

$$\psi_{ln} = \begin{cases} \cos(l\varphi) \\ \sin(l\varphi) \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} \cos(l\varphi) \\ \sin(l\varphi) \end{matrix}} \right\} P_n^l(\cos\theta) z_n(mkr) \quad (n \geq l \geq 0).$$

Hierin sind $P_n^l(\cos(\theta))$ assoziierte Legendre-Polynome und $z_n(mkr)$ beliebige sphärische Besselfunktionen, die sich aus den Besselfunktionen $Z_n(r)$ wie folgt berechnen:

$$z_n(mkr) = \sqrt{\frac{\pi}{2r}} Z_{n+\frac{1}{2}}(mkr).$$

D.1.2 Lösung der vektoriellen Wellengleichung mit Hilfe der skalaren Lösung

Bezüglich der Lösungen der vektoriellen Wellengleichung kann man sich folgendes Theorem [46] zunutze machen: Wenn ψ die skalare Wellengleichung erfüllt, so erfüllen die nachfolgend definierten Vektoren \mathbf{M}_ψ und \mathbf{N}_ψ die vektorielle Wellengleichung. Mit \mathbf{r} wird im Folgenden der Ortsvektor bezeichnet. In Kugelkoordinaten gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_\psi &= \nabla \times (\mathbf{r}\psi), \\ m k \mathbf{N}_\psi &= \nabla \times \mathbf{M}_\psi. \end{aligned}$$

Mit zwei beliebigen Lösungen u und v der skalaren Wellengleichung lassen sich damit elektrische und magnetische Felder definieren, die neben der vektoriellen Wellengleichung auch die Maxwell-Gleichungen erfüllen:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= E_0 (\mathbf{M}_v + i \mathbf{N}_u), \\ \mathbf{B} &= B_0 (-\mathbf{M}_u + i \mathbf{N}_v). \end{aligned}$$

Für das elektrische Feld in Kugelkoordinaten ergibt sich die nachfolgende Beziehung. Dabei wurde die Rotation in Kugelkoordinaten eingesetzt. Anschließend wurde eine Ersetzung mit Hilfe der skalaren Wellengleichung mit dem Laplace-Operator in Kugelkoordinaten vorgenommen:

$$\begin{pmatrix} E_r \\ E_\theta \\ E_\varphi \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} i \left(\frac{1}{m k} \frac{\partial^2(r u)}{\partial r^2} + m k r u \right) \\ \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(r v)}{\partial \varphi} + \frac{i}{m k r} \frac{\partial^2(r u)}{\partial r \partial \theta} \\ -\frac{1}{r} \frac{\partial(r v)}{\partial \theta} + \frac{i}{m k r \sin \theta} \frac{\partial^2(r u)}{\partial r \partial \varphi} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.1})$$

Aus diesen Gleichungen lässt sich unter Berücksichtigung der entsprechenden Randbedingungen (die aus den Stetigkeitsbedingungen an auftretenden Grenzflächen folgen) und der allgemeinen Lösung für die skalare Wellengleichung der elektrische Feldvektor berechnen. Eine analoge Beziehung kann auch für den magnetischen Feldvektor angegeben werden.

D.2 Mie-Streuung an einer Kugel

Eine linear polarisierte einfallende ebene Welle mit dem elektrischen und magnetischen Feldvektor $\mathbf{E} = E_0 \mathbf{e}_x e^{-ikz+i\omega t}$, $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_y e^{-ikz+i\omega t}$ kann nach Ref. [46] folgendermaßen in Kugelkoordinaten ausgedrückt werden:

$$u = e^{i\omega t} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) j_n(kr),$$

$$v = e^{i\omega t} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) j_n(kr).$$

u und v sind Lösungen der skalaren Wellengleichung, aus denen sich die vektoriellen Wellenfelder gemäß Gleichung D.1 berechnen lassen. Des Weiteren bezeichnet $j_n(kr)$ die sphärische Besselfunktion zur Besselfunktion erster Ordnung $J_{n+\frac{1}{2}}$.

D.2.1 Allgemeine Lösung

Betrachtet werde nun eine Streuung dieser ebenen Welle an einer homogenen Kugel mit Radius a . Für die Streuwelle außerhalb der Kugel wird der Ansatz

$$u = e^{i\omega t} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} -a_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr),$$

$$v = e^{i\omega t} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} -b_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) h_n^{(2)}(kr)$$

gemacht [46], wobei a_n und b_n zu bestimmende Koeffizienten sind und $h_n^{(2)}(kr)$ die von der Hankelfunktion $H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(kr)$ abgeleitete sphärische Besselfunktion bezeichnet. Dieser Ansatz gewährleistet, dass die Streuwelle im Fernfeld eine sphärische Welle darstellt. Für die gestreute Welle innerhalb der Kugel wird ein analoger Ansatz gemacht:

$$u = e^{i\omega t} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} m c_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) j_n^{(2)}(mkr),$$

$$v = e^{i\omega t} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} m d_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) j_n^{(2)}(mkr).$$

Zusätzlich zu den Koeffizienten c_n und d_n geht hier der Brechungsindex m des Kugelmaterials ein. Der Ansatz lehnt stärker an die ebene einfallende Welle an, denn ein asymptotisches Verhalten ist hier nicht zu berücksichtigen. Da Oberflächenladungen und -ströme als verschwindend angenommen werden, sind alle Komponenten \mathbf{E}_{\parallel} , \mathbf{E}_{\perp} , \mathbf{B}_{\parallel} und \mathbf{B}_{\perp} der Felder stetig an der Grenzfläche bei $r = a$. Mit diesen Randbedingungen ergeben sich die folgenden Lösungen für die Koeffizienten des Streuwellenfelds außerhalb der Kugel:

$$a_n = \frac{\psi'_n(y) \psi_n(x) - m \psi_n(y) \psi'_n(x)}{\psi'_n(y) \zeta_n(x) - m \psi_n(y) \zeta'_n(x)},$$

$$b_n = \frac{m \psi'_n(y) \psi_n(x) - \psi_n(y) \psi'_n(x)}{m \psi'_n(y) \zeta_n(x) - \psi_n(y) \zeta'_n(x)}.$$

Hierbei bezeichnen x und y die Abkürzungen

$$x = ka = \frac{2\pi a}{\lambda}, \quad y = mka$$

und ψ_n und ζ_n die folgenden Riccati-Bessel-Funktionen

$$\psi_n(z) = z j_n(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} J_{n+\frac{1}{2}}(z),$$

$$\zeta_n(z) = z h_n^{(2)}(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} H_{n+\frac{1}{2}}^{(2)}(z) = \sqrt{\frac{\pi z}{2}} \left(J_{n+\frac{1}{2}}(z) - i N_{n+\frac{1}{2}}(z) \right).$$

D.2.2 Betrachtung des Fernfelds

Für $kr \gg n$ gilt nach Ref. [57]:

$$h_n^{(2)}(kr) \approx \frac{i^{n+1}}{kr} e^{-ikr}.$$

Für große n wird die Näherung ebenfalls angewendet, obwohl die Voraussetzung nicht erfüllt ist. Der Fehler dadurch ist allerdings vernachlässigbar, denn die Summanden für große n sind klein. Insgesamt folgt für die Funktionen u und v außerhalb der Kugel im Fernfeld:

$$u \approx e^{i\omega t} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} -a_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) \frac{i^{n+1}}{kr} e^{-ikr}$$

$$= \frac{-i}{kr} e^{-ikr+i\omega t} \cos \varphi \sum_{n=1}^{\infty} a_n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta),$$

$$v \approx e^{i\omega t} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} -b_n (-i)^n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta) \frac{i^{n+1}}{kr} e^{-ikr}$$

$$= \frac{-i}{kr} e^{-ikr+i\omega t} \sin \varphi \sum_{n=1}^{\infty} b_n \frac{2n+1}{n(n+1)} P_n^1(\cos \theta).$$

Damit ergibt sich gemäß Gleichung (D.1) für die Feldkomponenten in Kugelkoordinaten, wobei aufgrund der Ausbreitung an Luft $m \approx 1$ angenommen wurde:

$$\begin{aligned} E_\theta &= c B_\varphi = -E_0 \frac{i}{k r} e^{-ikr+i\omega t} \cos \varphi S_2(\theta), \\ E_\varphi &= c B_\theta = -E_0 \frac{i}{k r} e^{-ikr+i\omega t} \sin \varphi S_1(\theta). \end{aligned}$$

In den Formfaktoren wurden gemäß Ref. [46] die folgenden Abkürzungen benutzt:

$$\begin{aligned} S_1(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n(\cos \theta) + b_n \tau_n(\cos \theta)), \\ S_2(\theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} (b_n \pi_n(\cos \theta) + a_n \tau_n(\cos \theta)), \\ \text{mit } \pi_n(\cos \theta) &= \frac{1}{\sin \theta} P_n^1(\cos \theta) = \frac{d}{d(\cos \theta)} P_n(\cos \theta) \\ &= \frac{n(\cos \theta P_n(\cos \theta) - P_{n-1}(\cos \theta))}{(\cos \theta)^2 - 1}, \\ \tau_n(\cos \theta) &= \cos \theta \pi_n \cos \theta - (\sin \theta)^2 \frac{d}{d(\cos \theta)} \pi_n(\cos \theta). \end{aligned}$$

Mit $P_n(z)$ werden hier Legendre-Polynome bezeichnet. Für eine Streuung in Vorwärtsrichtung ($\theta = 0$) gilt $S_1(0) = S_2(0) \equiv S(0)$. Für den so definierten Faktor $S(0)$ gilt:

$$S(0) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n).$$

Analog gilt für eine Streuung in Rückwärtsrichtung ($\theta = \pi$): $S_1(\pi) = S_2(\pi) \equiv S(\pi)$ mit

$$S(\pi) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} (2n+1)(a_n + b_n).$$

Anhang E

Durchschmelzen der Nanostrukturen

Die in der vorliegenden Arbeit verwendeten Nanostrukturen sind aufgrund ihrer geringen Größe sehr empfindlich. Wie sich herausstellte, schmelzen sie sehr leicht, vor allem bei Stromfluss (Tunnelstrom, kein Kontakt der beiden Balken) oder bei Betrachtung einer kontaktierten Struktur im Rasterelektronenmikroskop (REM). Es handelt sich vermutlich um Tunnelströme aufgrund von Feldemission, wie sie in Ref. [58] auch für unbewegliche Strukturen beschrieben werden.

E.1 Beobachtungen

Bezüglich des Schmelzens im REM unterschieden sich insbesondere metallisierte und nicht metallisierte Strukturen. Waren metallisierte Proben nach außen kontaktiert (*gebondet*, wie in Abbildung E.1 gezeigt), so waren sie bei der ersten Betrachtung im REM bereits geschmolzen. Über den genauen Zeitpunkt des Schmelzens lässt sich somit keine Aussage treffen. Ein Schmelzen trat unabhängig davon auf, ob die Kontakte zu den beiden Nanobalken kurzgeschlossen, durch ein Kabel geerdet, über einen Widerstand (je $1\text{ M}\Omega$) geerdet oder nur auf einen *Chipcarrier* gebondet und nicht weiter verbunden wurden.

Nicht metallisierte Proben schmolzen dagegen erst nach Anlegen einer Spannung. Dabei konnten Spannungen bis etwa 10 V angelegt werden, ohne dass ein Schmelzen der Strukturen auftrat, wie in Abbildung E.2 gezeigt. Eine Bewegung konnte bei diesen Spannungen allerdings noch nicht aufgelöst werden. Das bei höheren Spannungen eintretende Schmelzen der Strukturen ist vermutlich auf einen dann einsetzenden Tunnelstromfluss zurückzuführen. Entsprechend wurde auch außerhalb des REMs ein Schmelzen der Strukturen unter Spannung beobachtet. Im Gegensatz dazu schmolz keine der Proben im REM, wenn ihre Kontaktflächen (Pads) bei der Betrachtung der Probe nicht nach außen verbunden waren.

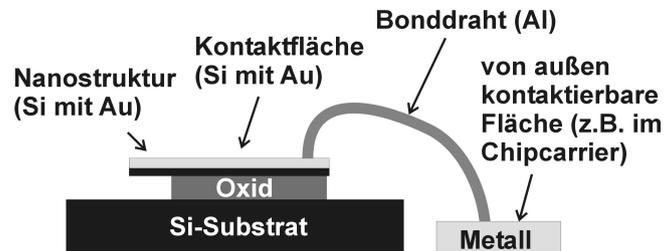


Abbildung E.1: Kontaktierung einer metallisierten Nanostruktur. Die Nanostruktur ist mit der Kontaktfläche verbunden. Diese wird durch einen Bonddraht auf eine Metallfläche nach außen kontaktiert. An diese größere Metallfläche kann entweder direkt ein Draht angelötet werden oder das Anlöten erfolgt auf einer zweiten Metallfläche, die mit der ersten durch eine Steck- oder Pressverbindung verbunden wird (Chipcarrier und -sockel).

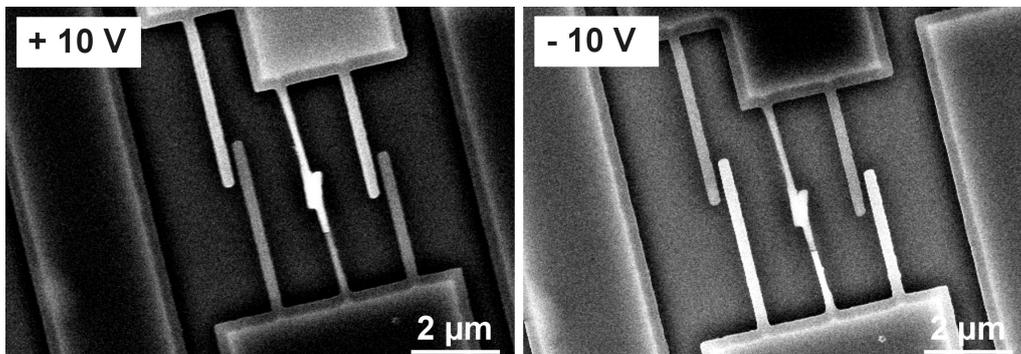


Abbildung E.2: Eine Spannung von 10 V an der Struktur (nicht Metall-beschichtet) ist im REM-Bild als Hell-Dunkel-Kontrast erkennbar. Bei Umpolung (+10 V (links), -10 V (rechts)) ändert sich der Kontrast. Eine Auslenkung der Fingerstrukturen ist jedoch nicht zu erkennen.

E.2 Mögliche Ursachen und Erklärungen

Es ist zu vermuten, dass die Ursache für das Schmelzen in allen Fällen in einer Erwärmung durch einen durch die Nanostrukturen fließenden Strom zu suchen ist (Joule'sche Wärme durch Ohm'sche Verluste). Die Ursache für diesen Stromfluss kann jedoch unterschiedlich sein. Im Folgenden wird zuerst die zum Schmelzen benötigte Energie berechnet. Anschließend wird auf die thermische Abgabe von Leistung eingegangen, also die Abkühlung eines erwärmten Balkens. Das Schmelzen unter Spannung sowie das Schmelzen im REM werden dann unter diesen Aspekten betrachtet.

E.2.1 Widerstand der Balken

Der elektrische Widerstand eines Balkens beeinflusst den Stromfluss bei gegebener Spannung sowie auch die zugehörige absorbierte Leistung. Beim Anlegen einer Spannung traten Ströme auf, obwohl die Balken sich nicht sichtbar bewegten. Es wird angenommen, dass es sich dabei um Tunnelströme durch den Abstand zwischen den Balken handelt. Um die Balken auslenken zu können, ist es wichtig, eine hohe Spannung anlegen zu können. Wird dadurch jedoch der Stromfluss bzw. die im Balken absorbierte Leistung zu groß, so schmelzen die Balken. Im Folgenden wird der elektrische Widerstand der Balken berechnet.

Bei der Berechnung des elektrischen Widerstands beim Stromfluss durch einen Balken werden die verschiedenen Schichten der Balken unterschieden. Ein Überblick über die mit der makroskopischen Gleichung $R = \rho \frac{L}{bh}$ berechneten Widerstände für 3 μm bzw. 10 μm lange Balken ist für die verschiedenen vorkommenden Schichtfolgen (mit/ ohne Metallbeschichtung, schwach/ hoch dotiert) in Tabelle E.1 gegeben.

Bei dünnen Schichten ist zu beachten, dass der Widerstand durch Oberflächenstreuung erhöht ist. Wenn die mittlere freie Weglänge der freien Elektronen l kleiner ist als die Schichtdicke b und zufällige Streuung an einer rauen Oberfläche angenommen wird, so gilt für den spezifischen Widerstand ρ in Abhängigkeit vom Volumenwert des spezifischen Widerstands ρ_0 nach Ref. [59]

$$\frac{\rho_0}{\rho} = 1 - \frac{3l}{8b}.$$

Nimmt man eine mittlere freie Weglänge für Elektronen in Aluminium, Gold und Silizium von etwa 20 nm an, so ergibt sich für eine 50 nm dicke Schicht eine Korrektur um einen Faktor 1,18, für 100 nm dicke Schichten um einen Faktor 1,08 und für 200 nm dicke Schichten um einen Faktor 1,04 gegenüber dem Volumenwert. Bei noch dünneren Schichten kann die Näherung nicht mehr angewendet werden, es ist allerdings von einer deutlichen Erhöhung des Widerstands auszugehen. Weiterhin gelten diese Ausführungen nur für flächige dünne Schichten. Für Drähte, die in zwei Dimensionen eingengt sind, tritt eine weitere Erhöhung des spezifischen Widerstands auf. In Ref. [60] wurden an Gold-Nanodrähten Anstiege des

Aus den Volumenwerten berechnete elektrische Widerstände der unterschiedlichen Balken

	Länge: 3 μm	Länge: 10 μm
100 nm n ⁺ -Si ^a	900 Ω	3 k Ω
120 nm n ⁺ -Si ^a	750 Ω	2,5 k Ω
200 nm p-Si ^b	7,5 M Ω	25 M Ω
50 nm Au ^c	6,6 Ω - 84 Ω	22 Ω - 280 Ω
10 nm Au ^c	33 Ω - 420 Ω	110 Ω - 1,4 k Ω
20 nm Al ^d	20,1 Ω - 172,5 Ω	68,5 Ω - 575 Ω
7,5 nm Al ^d	54,8 Ω - 460 Ω	182,7 Ω - 1,5 k Ω
120 nm n ⁺ -Si ^a + 10 nm Au ^c + 7,5 nm Al ^d	20,0 Ω - 170 Ω	66,8 Ω - 566 Ω
200 nm p-Si ^b + 50 nm Au ^c + 20 nm Al ^d	5,0 Ω - 56 Ω	16,7 Ω - 188 Ω

Tabelle E.1: Die hier angegebenen Widerstände wurden mit der Gleichung $R = \rho \frac{L}{bh}$ berechnet. Dabei wurde eine Breite der Balken von 200 nm angenommen. Für die Metalle hängt der Widerstand stark von der Temperatur ab, so dass jeweils die Werte für Raum- und Schmelztemperatur als Extrema angegeben sind. Bei der Berechnung der Widerstände der Schichtsysteme wurde eine Parallelschaltung angenommen.

^aHoch n-dotiertes Silizium mit $\rho_{el} \approx 6 \times 10^{-6} \Omega\text{m}$

^bSchwach p-dotiertes Silizium mit $\rho_{el} \approx 1 \times 10^{-1} \Omega\text{m}$

^cGold: $\rho_{el} \approx 2,20 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ bei Raumtemperatur bzw. $2,8 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$ bei Schmelztemperatur

^dAluminium: $\rho_{el} \approx 2,74 \times 10^{-8} \Omega\text{m}$ bei Raumtemperatur bzw. $2,3 \times 10^{-7} \Omega\text{m}$ bei Schmelztemperatur

spezifischen Widerstands um einen Faktor 4 gegenüber dem Schichtwert beobachtet, obwohl der Schichtwert nur das 1,5fache des Volumenwerts betrug. Insgesamt hängt der Widerstand von dünnen Drähten von der Oberflächenrauigkeit sowie von der Streuung an Korngrenzen ab. Diese Parameter können je nach Fabrikationsprozess bei gleichen geometrischen Parametern des Drahts sehr unterschiedlich sein, so dass der Widerstand schwer vorhersagbar ist.

E.2.2 Schmelzenergie

Um eine Struktur zu schmelzen, muss sie auf die Schmelztemperatur T_s erwärmt werden und die Schmelzenthalpie Δh_s muss zugeführt werden. Damit berechnet sich die Schmelz-

Materialkonstanten

	Silizium	Gold	Aluminium
T_s	1683 K [61]	1337,58 K [61]	933,52 K [61]
$c_p(T \approx 300 \text{ K})$	$713 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ [55]	$129 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ [61]	$897 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ [61]
$c_p(T_s)$	$1017 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ [55]	$127 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ ^a	$925 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$ ^a
Δh_s	$164 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ [61]	$65,7 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ [61]	$397 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ [61]
$\lambda_t(T = 300 \text{ K})$	$1,56 \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$ [55]	$3,17 \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$ [61]	$2,37 \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$ [61]
$\lambda_t(T_s)$	$0,22 \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$ [55]	$1,2 \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$ ^b	$1,0 \frac{\text{W}}{\text{cm K}}$ ^b
Dichte ρ	$2,33 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [61]	$19,32 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [61]	$2,707 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ [61]
Molmasse	$28,09 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ [61]	$196,97 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ [61]	$26,98 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$ [61]
α_t	$3,68 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ [55] SiO ₂ : $0,55 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ [55]	$14,2 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ [61]	$23,1 \times 10^{-6} \frac{1}{\text{K}}$ [61]
$\rho_{el}(T = 295 \text{ K})$	$0,1 \Omega m$ ^c ; $6 \times 10^{-6} \Omega m$ ^c	$2,20 \times 10^{-8} \Omega m$ [62]	$2,74 \times 10^{-8} \Omega m$ [62]
$\rho_{el}(T_s)$		$2,8 \times 10^{-7} \Omega m$ ^d	$2,3 \times 10^{-7} \Omega m$ ^d
E	170 GPa	80,6 GPa [61]	68,5 GPa [61]

Tabelle E.2: Materialkonstanten von Silizium, Gold und Aluminium (Volumeneigenschaften). Es sind die Schmelztemperatur T_s , die spezifische Wärme c_p bei Raumtemperatur und Schmelztemperatur, die spezifische Schmelzenthalpie Δh_s , die thermische Leitfähigkeit λ_t bei Raumtemperatur und Schmelztemperatur, die Dichte ρ , die Molmasse, der lineare Wärmeausdehnungskoeffizient α_t , die elektrische Leitfähigkeit ρ_{el} bei Raumtemperatur und Schmelztemperatur sowie das Elastizitätsmodul E angegeben.

^anach Dulong-Petit

^bDie angegebenen Werte wurden aus den Widerständen bei Raumtemperatur mit der Grüneisen-Formel und dem Wiedemann-Franz-Gesetz berechnet.

^cbei den verschiedenen in der vorliegenden Arbeit verwendeten Dotierungen

^dmit der Grüneisen-Formel aus den Widerständen bei Raumtemperatur berechnet

energie $E_{schmelz}$ für eine Struktur mit der Masse m zu

$$E_{schmelz} = m \left(\int_{T=T_0}^{T_s} c_p(T) dT + \Delta h_s \right).$$

Geht man davon aus, dass die Struktur vor der Erwärmung eine Temperatur von $T_0 = 293 \text{ K}$ hatte, so ergibt sich mit den Materialparametern aus Tabelle E.2 sowie der spezifischen Wärmekapazität aus Abbildung E.3 für einen Siliziumbalken der Maße $3 \mu\text{m} \times 200 \text{ nm} \times 100 \text{ nm}$ eine Schmelzenergie von nur $E_{schmelz} \approx 199 \text{ pJ}$. Für eine Goldschicht der Dicke 10 nm und sonstigen Abmessungen von $3 \mu\text{m} \times 200 \text{ nm}$ ergibt sich eine Schmelzenergie von $E_{schmelz} \approx 23 \text{ pJ}$.

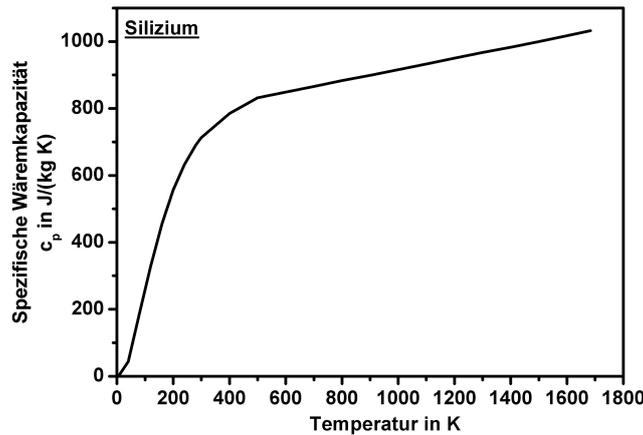


Abbildung E.3: Spezifische Wärmekapazität von Silizium in Abhängigkeit von der Temperatur (aufgetragen nach Ref. [55]). Das Integral $\int_{T=293\text{ K}}^{T_s} c_p(T)dT$ wurde durch graphische Integration ermittelt und ergibt etwa $1,26 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

E.2.3 Thermisch abfließende Leistung

Um eine Erwärmung zu erreichen, muss die zugeführte Leistung größer sein als die abgeführte. Wenn die Probe schmilzt, muss dies noch gelten, wenn die Probe bereits die Schmelztemperatur erreicht hat, da die Schmelzenthalpie zugeführt werden muss. Bei der Berechnung der abgeführten Leistung kann die durch Wärmeübergang erfolgende Abgabe von Energie an die Luft vernachlässigt werden. Es wird nur die über die Aufhängung abfließende Leistung betrachtet. Man kann annehmen, dass sich das Substrat, das aufgrund seiner Größe als Reservoir mit konstanter Temperatur betrachtet wird, etwa auf Raumtemperatur (273 K) befindet und - als obere Abschätzung - dass die Wärme nur am gegenüberliegenden Ende eingebracht wird, also über den gesamten Balken abfließen muss. Dass die Erwärmung an diesem Ende am stärksten ist, zeigt sich auch in der Tatsache, dass die Drähte stets an dieser Seite schmelzen. Der Grund ist vermutlich der, dass die Wärme dort am schlechtesten abfließen kann.

In der verwendeten Näherung gilt für die abgeführte Leistung mit Hilfe der Wärmeleitungsgleichung $\frac{dQ}{dt} = - \int j dA = \int \lambda \nabla T dA \approx \frac{bh}{L} \lambda \Delta T$, wobei j die Wärmestromdichte und λ die Wärmeleitfähigkeit bezeichnet. Da sowohl die Länge L als auch der Querschnitt bh des Balkens konstant sind ($3 \mu\text{m} \times 200 \text{ nm} \times 100 \text{ nm}$), steigt die abgegebene Leistung mit der Temperatur wie das Produkt $\lambda \Delta T$ und die abgegebene Leistung erreicht für den betrachteten Siliziumbalken in dieser Näherung bei seiner Schmelztemperatur ein Maximum von etwa $204 \mu\text{W}$. Dieser Wert müsste von der zugeführten Leistung überschritten werden, um eine Erwärmung bis zum Schmelzen erreichen zu können. Bei einer Beschichtung mit einer Goldschicht von $50 \text{ nm} \times 200 \text{ nm}$ könnten zusätzlich etwa $426 \mu\text{W}$ abgeführt werden.

Aufgrund der äußerst geringen Schmelzenergie (s. o.) ist eine nur ein wenig höhere bzw. nur kurzzeitig höhere eingebrachte als abfließende Leistung ausreichend. Aufgrund der geringen Dicke und Breite der Schichten wird, wie in Abschnitt E.2.1 diskutiert, eine verringerte elektrische und damit auch eine verringerte thermische Leitfähigkeit erwartet. Nach Ref. [63] ist dies auf Phonon-Grenzflächen-Streuung zurückzuführen. Mit den Ausführungen zu den gemessenen Werten im nächsten Abschnitt könnte die abgeführte Leistung um etwa einen Faktor 10 kleiner sein als hier berechnet.

E.2.4 Erwärmung durch Stromfluss

Die durch Stromfluss eingebrachte Leistung $P = VI$ berechnet sich aus dem Strom I und der Spannung V . Für einen Ohm'schen Widerstand vom Betrag $R = V/I$ gilt $P = I^2 R = V^2/R$. Der Widerstand eines 3 μm langen metallisierten Balkens wurde in Abschnitt E.2.1 zu ca. 5 bis 200 Ω abgeschätzt, wobei die Erhöhung des Widerstands durch die geringe Dicke und Breite der Schichten noch unberücksichtigt ist. Um die abfließende Leistung von etwa 200 μW zu übertreffen und so den Balken schmelzen zu lassen, wäre folglich ein Strom von 1 bis 6 mA bzw. eine Spannung von 0,03 bis 0,2 V ausreichend. Für einen nicht metallisierten Balken (100 nm dick) mit einem Widerstand von 900 Ω ergeben sich analog 470 μA bzw. 0,4 V.

In der Praxis wurde fast ausschließlich eine Parallelschaltung von drei Doppelbalkenstrukturen verwendet. Dies erhöht zwar den bei gleicher Spannung durch die Gesamtanordnung fließenden Strom, der Strom pro Struktur ist jedoch gegenüber dem Fall einer einzelnen Anordnung unverändert.

Die vorangehenden Betrachtungen gelten streng genommen nur, wenn die beiden Balken in Kontakt stehen. Bei sich nicht berührenden Balken wird der Widerstand vor allem durch den Tunnelwiderstand über die Distanzstrecke bestimmt. In der Praxis wurde der Distanzbereich zwischen zwei Strukturen teilweise nicht vollständig freigeätzt, so dass die beiden Balken im Überlappbereich verbunden waren. An solchen Strukturen kann der Widerstand eines Balkens in etwa abgeschätzt werden. In diesen Strukturen wurde in der Praxis je nach Länge eines Balkens von ca. 3 bis 10 μm ein Schmelzen bei ca. 3 bis 5 Volt bzw. einem Strom vom 80 bis 200 μA beobachtet. Sind zwei sich gegenüberliegende Balken nicht kurzgeschlossen, so lassen sich im Vakuum Spannungen von über 10 V an die 3 μm langen Strukturen anlegen. Bei weiterer Erhöhung der Spannung setzten ohne sichtbare Bewegung der Balken Ströme ein, vermutlich Tunnelströme aufgrund von Feldemission. Durch ihr plötzliches und nicht reproduzierbares Einsetzen lagen diese Ströme meist sofort in der Größenordnung von einigen mA, was ein sofortiges Schmelzen der Strukturen zur Folge hatte. An Luft (außerhalb des REMs) setzten solche Tunnelströme bereits bei Spannungen von wenig über 3 V ein und führten ebenfalls zur Zerstörung der Struktur durch einen Schmelzvorgang.

Berechnung des Balkenwiderstands aufgrund des gemessenen Schmelzstroms

Aufgrund der gemessenen Werte von Schmelzstrom und -spannung bei nicht metallisierten Strukturen kann auf den Balkenwiderstand zurückgeschlossen werden. Für einen aus zwei $3 \mu\text{m}$ langen kurzgeschlossenen Balken bestehenden „Draht“, der damit eine effektive Länge von etwa $5 \mu\text{m}$ hat, ergibt sich ein Wert von $25 \text{ k}\Omega$ (5 V , $200 \mu\text{A}$). Kurzgeschlossene Balken sind durch Fehler in der Lithographie entstanden und haben, wie aus Betrachtungen im REM geschlossen werden kann, einen guten Kontakt zueinander (kein hoher Kontaktwiderstand). Damit lässt sich auf einen Wert von etwa $15 \text{ k}\Omega$ für einen $3 \mu\text{m}$ langen Balken schließen. Für dünn metallisierte Strukturen einer Länge von $10 \mu\text{m}$ ergibt sich aus analoger Messung und Berechnung ein Wert von etwa $20 \text{ k}\Omega$.

Diese Werte liegen mehr als einen Faktor 10 über den in Abschnitt E.2.1 mit den Volumenparametern theoretisch abgeschätzten Werten. Auch wenn man die aufgrund der geringen Dicke und Breite der Strukturschichten gegenüber den Volumenwerten erhöhten spezifischen Widerstände berücksichtigt, ist dies noch ein relativ hoher Wert. Bei den nicht metallisierten Strukturen ist dies vermutlich durch die starke Rauigkeit der geätzten Struktur zu begründen, möglicherweise spielt auch eine nicht vollständige Aktivierung der Dotieratome eine Rolle, so dass effektiv eine geringere Dotierung vorliegt. Es könnten prinzipiell auch Kontaktwiderstände involviert sein, entweder zwischen den beiden Balken oder bei der Kontaktierung nach außen, die so groß sind, dass sie den Gesamtwiderstand dominieren. Bei den metallisierten Strukturen ist zusätzlich zu vermuten, dass die dünnen Metallschichten im RIE-Ätzprozess zumindest teilweise abgetragen wurden, was zu einer verringerten Schichtdicke und damit zu einem erhöhten Widerstand führt.

E.2.5 Schmelzen im REM

Besonders verwunderlich ist die Tatsache, dass metallisierte Strukturen im REM ohne Anlegen einer Spannung geschmolzen sind, sobald diese Strukturen gebondet waren. Es handelte sich um 200 nm dicke und 200 nm breite Balken aus schwach p-dotiertem Silizium, die mit einer Goldschicht von etwa 50 nm und einer Aluminiumschicht von ca. 20 nm bedeckt waren. Sie hatten eine Länge von $3 \mu\text{m}$. Die für die REM-Abbildung verwendeten Ströme und Spannungen hatten dabei Werte von maximal 200 pA bzw. 10 kV . Die vom REM zugeführte Leistung beträgt somit etwa $2 \mu\text{W}$ und ist folglich etwa einen Faktor 100 kleiner als die in Abschnitt E.2.3 berechnete Leistung, die aus dem Balken abfließen kann. Eine Erwärmung oder gar ein Schmelzen wären also nicht zu erwarten.

Selbst wenn man annimmt, dass der gesamte durch den Elektronenstrahl eingebrachte Primärstrom von ca. 200 pA durch den Balken abfließt, führt dies bei einem Querschnitt des Balkens von $200 \text{ nm} \times 200 \text{ nm}$ zu einer Stromdichte von etwa $0,5 \text{ A/cm}^2$. Diese ist deutlich kleiner als die beim Schmelzen der Strukturen durch Stromfluss gemessene Stromdichte von etwa 1 MA/cm^2 , die bei einem Strom von etwa $200 \mu\text{A}$ erreicht wurde.

Da die gemessene Schmelzstromdichte etwa mit den in Ref. [64] für eine Struktur mit vergleichbarem Querschnitt bestimmten Werten übereinstimmt, ist von der Richtigkeit dieses Werts auszugehen. Damit folgt, dass der Strom des Primärstrahls des REMs nicht direkt zum Schmelzen führen kann.

Sekundärelektronen

Als Ladungsträger für den Schmelzstrom müssen folglich auch die Sekundärelektronen in Betracht gezogen werden. Die Anzahl der erzeugten Sekundärelektronen lässt sich mit der Bethe-Bloch-Gleichung berechnen. Bei nichtrelativistischen Energien beträgt der Energieverlust pro Längeneinheit $\frac{dW}{dx}$ nach Ref. [65]

$$\frac{dW}{dx} = \frac{e^4 N_A Z \rho}{8\pi \varepsilon_0^2 A W} \ln \left(1,166 \frac{W}{J} \right),$$

wobei die Materialdichte ρ , Ordnungszahl Z und Massenzahl A des Materials sowie dessen mittlere Ionisationsenergie J eingeht. Für die Berechnung des Energieverlusts wurde die Energie W näherungsweise als konstant angenommen. Damit ergibt sich beim Durchgang eines Elektrons der Energie von 10 keV durch eine 20 nm dicke Aluminiumschicht ein Energieverlust von etwa 1,5 keV, womit mit einer mittleren Ionisationsenergie von 6,0 eV etwa 250 Sekundärelektronen erzeugt werden können. Beim anschließenden Durchgang durch 50 nm Gold mit nunmehr noch 8,5 keV ergibt sich ein Verlust von 2,5 keV, also aufgrund der mittleren Ionisationsenergie von 9,2 eV etwa 270 Sekundärelektronen. Schließlich ergibt sich für den Durchgang eines 6 keV Elektrons durch 200 nm Si noch ein weiterer Energieverlust von 2 keV und damit aufgrund der mittleren Ionisationsenergie von 8,2 eV etwa 240 Sekundärelektronen, insgesamt also ca. 760 Sekundärelektronen.

Aus einem Primärstrom von 200 pA könnte also maximal ein Sekundärstrom von etwa 150 nA entstehen. Dieser Strom wäre weiterhin etwa um einen Faktor 1000 kleiner als der beim Schmelzen durch Stromfluss außerhalb des REMs gemessene Wert von 80 bis 200 μ A. Selbst wenn man also annimmt, dass die Sekundärelektronen nicht sofort wieder rekombinieren - dies kann durch den Schottky-Kontakt zwischen Gold und Silizium gerechtfertigt werden - kann das Schmelzen der Strukturen nicht zufriedenstellend erklärt werden.

Treibende Kraft für einen Stromfluss

Neben freien Ladungsträgern wird für einen Stromfluss außerdem eine treibende Kraft benötigt. Um die experimentellen Befunde zu erklären, sollte diese deutlich größer sein, wenn die Strukturen nach außen kontaktiert sind. Da die Strukturen auch dann schmolzen, wenn sie nicht geerdet oder kurzgeschlossen waren, sondern nur gebondet, könnte das Aufladen der Kapazität der Kontaktfläche der Grund für einen Stromfluss sein. Die Kapazität der Kontaktfläche sollte sich also durch das Anschließen eines Bonddrahts merklich vergrößern. Auch das ist nicht der Fall: Da ein Schottky-Kontakt

zwischen Silizium und Gold vorliegt, ist anzunehmen, dass sich in der Doppelschicht eine Art Plattenkondensator ausbildet, die eine vergleichsweise hohe Kapazität hat. Die (Eigen-)Kapazität der Bonddrähte ist demgegenüber zu vernachlässigen. Das Auftreten des Schmelzens ausschließlich bei gebondeten Strukturen kann so also nicht erklärt werden.

Als letzte Erklärungsmöglichkeit bleiben Potentialunterschiede innerhalb des REMs. Sie könnten aufgrund der Beschleunigungs-Spannungen von einigen kV sowie durch das Feld des Strahls selbst entstehen. Es ist nun möglich, dass Potentialdifferenzen über den Bereich einer leitfähigen Struktur zu einem Stromfluss führen. Da die Strukturen selbst sehr klein sind, sind bei der nicht kontaktierten Struktur auch die Potentialdifferenzen klein. Eine kontaktierte Struktur könnte wegen ihrer vergrößerten Ausdehnung einer höheren Potentialdifferenz ausgesetzt sein und damit zu größeren Strömen führen. Es wird vermutet, dass dies (in Verbindung mit der Menge der erzeugten und durch den Schottky-Kontakt von den Gegenladungen separierten Sekundärelektronen) der Mechanismus ist, der zum Schmelzen von metallisierten und kontaktierten Strukturen bei der Betrachtung im REM führt. Diese Hypothese wäre mit geeigneten Teststrukturen zu überprüfen.

E.2.6 Schmelzen durch Berührung

Da Spannungen von einigen Volt bereits zu genügend hohen Strömen führen, um die Strukturen zu schmelzen, ist bei der Berührungen der Kontakte stets Vorsicht geboten. Besonders die weichen ($10\ \mu\text{m}$ langen) Balken werden bereits durch geringe Spannungen von nur einigen Volt bis zum *jump to contact* ausgelenkt und kleben anschließend zusammen bzw. schmelzen. Auch durch bestmögliche Erdung der beteiligten Personen und Geräte ließ sich eine Zerstörung bereits gebondeter Strukturen beim Anschließen oder Umstecken der Kontakte leider oft nicht vermeiden.

E.2.7 Durchschmelzen defekter Strukturen

Bei den kurzen Balken von 3 bis $4\ \mu\text{m}$ Länge konnten Strukturen, bei denen sich gegenüberliegende Balken berührten, relativ einfach durchgeschmolzen werden. Dies war notwendig, damit eine nennenswerte Spannung an den parallel geschalteten intakten Strukturen abfiel. Das sukzessive Schmelzen der einzelnen Strukturen ist in Abbildung E.4 gezeigt.

Bei den $10\ \mu\text{m}$ langen Balken war dieses Vorgehen leider nicht möglich: Die Spannung, die zum Schmelzen eines Drahts benötigt wurde, lenkte die intakten Balken aufgrund ihrer geringen Steifigkeit bereits bis zum *jump to contact* aus, so dass sie ebenfalls schmolzen. Auch bei Verwendung eines Vorwiderstands schmolzen die intakten Balken direkt anschließend an den Draht aufgrund eines *jump to contact*. Der Grund ist darin zu sehen, dass bei einem erhöhten Vorwiderstand auch eine vergrößerte Spannung angelegt werden muss, um den benötigten Schmelzstrom zu erhalten. Der nach dem

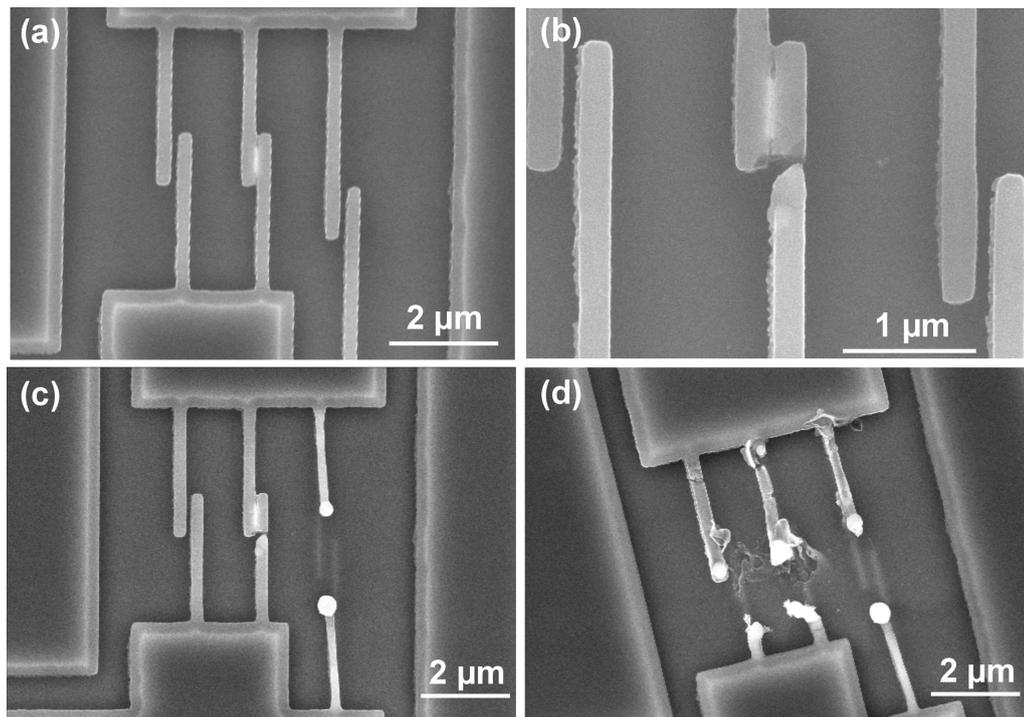


Abbildung E.4: Durch Erhöhung der Spannung und damit des Stroms durch die Struktur können die parallel geschalteten Fingerpaare sukzessive zerstört werden. Zuerst schmelzen dabei Fingerpaare, die zu einem Draht „verklebt“ sind (mittlere Struktur). Sind diese geschmolzen, so fällt an den geöffneten Fingerpaaren eine Spannung ab und je nach Austrittsarbeit aus der Fingeroberfläche fließt ein entsprechender Tunnelstrom. Unterschiedliche Fingerpaare schmelzen bei unterschiedlichen Spannungen. In (a) ist die Struktur vor dem Schmelzen gezeigt, in (b) ist das mittlere zusammenhängende Fingerpaar bereits geschmolzen, die beiden übrigen Fingerpaare sind noch intakt. In (c) ist nur noch das linke Fingerpaar intakt. Dieses schmilzt aufgrund einer erhöhten Spannung in (d) ebenfalls. Auch in der mittleren Struktur ist ein weiteres Schmelzen durch Tunnelstromfluss eingetreten.

Durchschmelzen des Drahts über der Balkenstruktur abfallende Anteil der Spannung war stets genügend groß, um die Balken zusammenzubiegen.

Literaturverzeichnis

- [1] A. N. Cleland, M. L. Roukes, *Appl. Phys. Lett.* **69**, 2653 (1996).
- [2] D. W. Carr, H. G. Craighead, *J. Vac. Sci. Technol. B* **15**, 2760 (1997).
- [3] H. G. Craighead, *Science* **290**, 1532 (2000).
- [4] B. Ilic, H. G. Craighead, S. Krylov, W. Senaratne, C. Ober, P. Neuzil, *J. Appl. Phys.* **95**, 3694 (2004).
- [5] K. L. Ekinici, X. M. H. Huang, M. L. Roukes, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 4469 (2004).
- [6] H. Kawakatsu, S. Kawai, D. Saya, M. Nagashio, D. Kobayashi, H. Toshiyoshi, *Rev. Sci. Instr.* **73**, 2317 (2002).
- [7] F. W. Beil, L. Pescini, E. Höhberger, A. Kraus, A. Erbe, R. H. Blick, *Nanotechnology* **14**, 799 (2003).
- [8] D. W. Carr, L. Sekaric, H. G. Craighead, *J. Vac. Sci. Technol. B* **16**, 3821 (1998).
- [9] A. Erbe, R. H. Blick, A. Tilke, A. Kriele, J. P. Kotthaus, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 3751 (1998).
- [10] M. P. Blencowe, M. N. Wybourne, *Appl. Phys. Lett.* **77**, 3845 (2000).
- [11] A. N. Cleland, J. S. Aldridge, D. C. Driscoll, A. C. Gossard, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1699 (2002).
- [12] E. Buks, M. L. Roukes, *Phys. Rev. B* **63**, 033402 (2001).
- [13] D. W. Carr, S. Evoy, L. Sekaric, H. G. Craighead, J. M. Parpia, *Appl. Phys. Lett.* **75**, 920 (1999).
- [14] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, S. Chu, *Opt. Lett.* **11**, 288 (1986).
- [15] D. M. Eigler, E. K. Schweizer, *Nature* **344**, 524 (1990).
- [16] P. Kim, C. M. Lieber, *Science* **286**, 2148 (1999).

- [17] S. Akita, Y. Nakayama, S. Mizooka, Y. Takano, T. Okawa, Y. Miyatake, S. Yamanaka, M. Tsuji, T. Nosaka, *Appl. Phys. Lett.* **79**, 1691 (2001).
- [18] P. Bøggild, T. M. Hansen, C. Tanasa, F. Grey, *Nanotechnology* **12**, 331 (2001).
- [19] R. Kometani, T. Morita, K. Watanabe, T. Hoshino, K. Kondo, K. Kanda, Y. Haruyama, T. Kaito, J.-i. Fujita, M. Ishida, Y. Ochiai, S. Matsui, *J. Vac. Sci. Technol. B* **22**, 257 (2004).
- [20] S. K. Jericho, M. H. Jericho, T. Hubbard, M. Kujath, *Rev. Sci. Instr.* **75**, 1280 (2004).
- [21] R. Feynman, R. B. Leighton, M. L. Sands, *The Feynman Lectures on Physics*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading (1989).
- [22] H. Kagermann, W. Köhler, *Aufgabensammlung Theoretische Physik*, Bd. Teil 2: Elektrodynamik, Verlag Zimmermann-Neufang, Ulmen (1987).
- [23] K. J. Ziegler, D. M. Lyons, J. D. Holmes, D. Erts, B. Polyakov, H. Olin, K. Svensson, E. Olsson, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 4074 (2004).
- [24] A. N. Cleland, *Foundations of Nanomechanics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2003).
- [25] M. Elwenspoek, R. Wiegerink, *Mechanical Microsensors*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (2001).
- [26] L. D. Landau, E. M. Lifschitz, *Elastizitätstheorie*, Akademie Verlag, Berlin (1991).
- [27] J. Bühler, F.-P. Steiner, H. Baltes, *J. Microchem. Microeng.* **7**, R1 (1997).
- [28] M. Gad-el-Hak (Ed.), *The MEMS Handbook*, CRC Press, Boca Raton (2002).
- [29] C. H. Mastrangelo, C. H. Hsu, *IEEE J. MEMS* **2**, 33 (1993).
- [30] M. Wendel, H. Lorenz, J. P. Kotthaus, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 3732 (1995).
- [31] N. Silvis-Cividjian, C. W. Hagen, L. H. A. Leunissen, P. Kruit, *Microel. Eng.* **61-62**, 693 (2002).
- [32] J. R. Barnes, A. C. F. Hoole, M. P. Murrell, M. E. Welland, A. N. Broers, J. P. Bourgoin, H. Biebuyck, M. B. Johnson, B. Michel, *Appl. Phys. Lett.* **67**, 1538 (1995).
- [33] S. M. Sze, *VLSI Technology*, McGraw-Hill Book Company, Singapore (1988).
- [34] M. Köhler, *Ätzverfahren für die Mikrotechnik*, WILEY-VCH, Weinheim (1998).
- [35] C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai, *Superlatt. Microstr.* **33**, 339 (2004).

- [36] A. Richter, P. Steiner, F. Kozlowski, W. Lang, IEEE Electron Dev. Lett. **12**, 691 (1991).
- [37] N. Koshida, H. Koyama, Appl. Phys. Lett. **60**, 347 (1992).
- [38] S. Tong, X.-N. Liu, L.-C. Wang, F. Yan, X.-M. Bao, Appl. Phys. Lett. **69**, 596 (1996).
- [39] J. Yuan, D. Haneman, Appl. Phys. Lett. **67**, 3328 (1995).
- [40] N. Shepherd, R. E. Hummel, Phys. Stat. Sol. (A) **197**, 222 (2003).
- [41] N. Shepherd, R. E. Hummel, J. Phys. Chem. Solids **64**, 967 (2003).
- [42] J. Yuan, D. Haneman, I. Andrienko, R. Siegele, P. Evans, Semicond. Sci. Technol. **13**, 615 (1998).
- [43] J. Yuan, D. Haneman, J. Appl. Phys. **86**, 2358 (1999).
- [44] Khaled Karrai, *persönliche Mitteilung*.
- [45] M. Lax, W. H. Louisell, W. B. McKnight, Phys. Rev. A **11**, 1365 (1975).
- [46] H. C. van de Hulst, *Light Scattering by Small Particles*, Dover Publications Inc., New York (1981).
- [47] C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai, Appl. Phys. Lett. **83**, 2420 (2003).
- [48] A. Erbe, C. Weiss, W. Zwerger, R. H. Blick, Phys. Rev. Lett. **87**, 096106 (2001).
- [49] S. Evoy, O. Olkhovets, L. Sekaric, J. M. Parpia, H. G. Craighead, D. W. Carr, Appl. Phys. Lett. **77**, 2397 (2000).
- [50] K. L. Ekinici, Y. T. Yang, X. M. H. Huang, M. L. Roukes, Appl. Phys. Lett. **81**, 2253 (2002).
- [51] A. Husain, J. Hone, H. W. Ch. Postma, X. M. H. Huang, T. Drake, M. Barbic, A. Scherer, M. L. Roukes, Appl. Phys. Lett. **83**, 1240 (2003).
- [52] L. Pescini, H. Lorenz, R. H. Blick, Appl. Phys. Lett. **82**, 352 (2003).
- [53] M. Vogel, C. Mooser, K. Karrai, Appl. Phys. Lett. **83**, 1337 (2003).
- [54] C. Hühberger Metzger, K. Karrai, Nature **432**, 1002 (2004).
- [55] INSPEC, The Institution of Electrical Engineers (Hrsg.), *Properties of Silicon*, The Gresham Press, Old Woking, Surrey, England (1988).
- [56] M. V. Klein, T. E. Furtak, *Optik*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1988).

- [57] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol, H. Mühlig, *Taschenbuch der Mathematik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/ Main (1993).
- [58] L. Pescini, A. Tilke, R. H. Blick, H. Lorenz., J. P. Kotthaus, W. Eberhardt, D. Kern, *Adv. Mater.* **13**, 1780 (2001).
- [59] M. Hauder, J. Gstöttner, W. Hansch, D. Schmitt-Landsiedel, *Appl. Phys. Lett.* **78**, 838 (2001).
- [60] A. Bietsch, B. Michel, *Appl. Phys. Lett.* **80**, 3346 (2002).
- [61] H. Stöcker (Hrsg.), *Taschenbuch der Physik*, Harri Deutsch Verlag, Thun und Frankfurt/Main (1994).
- [62] C. Kittel, *Einführung in die Festkörperphysik*, R. Oldenbourg Verlag, München Wien (1996).
- [63] D. Li, Y. Wu, P. Kim, L. Shi, P. Yang, A. Majumdar, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 2934 (2003).
- [64] A. Tilke, L. Pescini, H. Lorenz, R. H. Blick, *Nanotechnology* **13**, 491 (2002).
- [65] L. Reimer, *Scanning electron microscopy: Physics of image formation and microanalysis*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg (1998).

Danke

Abschließend möchte ich mich bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Im Folgenden möchte ich einige besonders hervorheben.

Dr. Heribert Lorenz und Prof. Dr. Jörg P. Kotthaus danke ich für die Übertragung dieser spannenden und abwechslungsreichen Arbeit sowie das stete Interesse an deren Fortgang. Besonders Bert hat durch ausführliche Diskussionen zu Fabrikationsverfahren und Messproblemen einen großen Beitrag zur Machbarkeit dieser Arbeit geleistet. Ihm danke ich auch für die unvoreingenommene Unterstützung als sich die Arbeit viel mehr in Richtung NEMS als in Richtung ebd entwickelte.

Ein außerordentlicher Dank gilt Prof. Dr. Khaled Karraï, der optische Messverfahren ins Spiel brachte und darüber hinaus schließlich die Betreuung der Arbeit als Erstkorrektor übernahm. Er war jederzeit zu Diskussionen bereit und hat aus seinem großen Erfahrungsschatz viele wichtige Anregungen für diese Arbeit gegeben. Ich konnte von ihm viel über Optik lernen und danke auch für die allgemeinen Tipps zum Arbeiten als Physiker/in.

Ich danke der Firma attocube systems, deren Positionierer als Rastereinheiten verwendet wurden. Ein besonderer Dank gilt dabei Dr. Omar Sqalli für die Erfindung des Slip-stick scanning sowie auch dafür, dass er mir sämtliche Änderungswünsche an das Messprogramm nahezu instantan programmierte.

Bei Stephan Manus möchte ich mich für den Hochfrequenz-Detektor bedanken sowie für die ständige Unterstützung bei allen Fragen der Messelektronik sowie bei Fragen zum Schmelzen von Nanobauteilen.

Bei Stefan Schöffberger, Alexander Paul, Armin Kriele und Klaus Werhahn bedanke ich mich für die kontinuierliche und kompetente Unterstützung im Reinraum und bei Wolfgang Kurpas für die Hilfe beim Konstruieren des Messaufbaus.

Dr. Artur Erbe danke ich dafür, dass er mich in die Herstellung nanoelektromechanischer Bauelemente eingeführt hat sowie für sein großes Interesse am Schmelzen von nanoelektromechanischen Strukturen im REM.

Ich danke den Mitarbeitern der Firma nanotools für die Einarbeitung in das Wachsen von ebd-Spitzen, besonders Dr. Martin Wendel, der mir sämtliche Geheimnisse des Spitzenwachsens erklärte.

Bei Matthias Schmidt und Prof. Dr. Ignaz Eisele möchte ich mich für die Oxidation und Nitridation von Silizium- und SOI-Wafern bedanken. Dr. Jessica Hartwich und Dr. R. Johannes Luyken, Infineon Technologies AG, danke ich für den SOI-Wafer.

Dr. Armin Tilke danke ich für viele kleine Tipps zur Fabrikation, seine stets motivierende Unterstützung sowie für das unermüdliche Korrekturlesen dieser Arbeit, zuweilen vom anderen Kontinent aus.

Der Nanooptik-Gruppe danke ich für die gute Zusammenarbeit. Ein besonderer Dank gilt dabei Markus Vogel für die ausführliche Einweisung in die RHK-Box sowie für sein Perl-Skript zum Auslesen der Messdaten und Alexander Högele für die Hilfe mit dem Spektrometer.

Stefan Beyer danke ich für die gute Zusammenarbeit bei der Entwicklung der optischen Zweischicht-Lithographie. Denise Chlosta danke ich für die viele Korrekturen zur neuen Rechtschreibung.

Bei den wechselnden Insassen des „Hinterzimmers“ sowie auch beim gesamten Lehrstuhl bedanke ich mich für die gute Arbeitsatmosphäre.

Lebenslauf

Christine Meyer

- 1974** Geboren in Walsrode
- 1980 - 1984** Grundschule Rethem/ Aller
- 1984 - 1986** Orientierungsstufe Rethem/ Aller
- 1986 - 1993** Gymnasium Walsrode
- 1993** Abitur
- 1993 - 2000** Studium der Physik (Diplom) an der LMU München
- 1999 - 2000** Diplomarbeit am Lehrstuhl für experimentelle Halbleiterphysik,
Prof. Dr. J. P. Kotthaus, Thema: *Herstellung einer
Nano-Patch-Clamp-Sonde aus Quarz*
- 2000** Diplom
- seit 2000** Wissenschaftliche Angestellte an der LMU München,
Lehrstuhl für experimentelle Halbleiterphysik, Prof. Dr. J. P. Kotthaus

Begutachtete Publikationen

- C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai: „Electroluminescence from a current-emitting nanostructured silicon device“, Superlatt. Microstr. **33**, 339 (2003)
- C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai: „Optical detection of quasi-static actuation of nanoelectromechanical systems“, Appl. Phys. Lett. **83**, 2420 (2003)
- N. Fertig, M. George, M. Klau, C. Meyer, A. Tilke, C. Sobotta, R. H. Blick, J. C. Behrends: „Microstructured apertures in planar glass substrates for ion channel research“, Receptors and Channels **9**, 29-40, (2003)
- N. Fertig, C. Meyer, R. H. Blick, C. Trautmann, J. C. Behrends: „Microstructured glass chip for ion-channel electrophysiology“, Phys. Rev. E **64**, 040901 (2001)

Zur Veröffentlichung eingereicht oder in Vorbereitung

- C. Meyer, O. Sqalli, H. Lorenz, K. Karrai: „Slip-stick step-scanner for scanning probe microscopy “ (eingereicht)
- C. Meyer, H. Lorenz: „Electron beam-induced deposition on freely suspended nanostructures“ (in Vorbereitung)
- C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai: „Confocal optical detection of mechanical resonances of freely suspended nano electromechanical structures with no substrate beneath“ (in Vorbereitung)

Konferenzbeiträge

- C. Meyer, O. Sqalli, H. Lorenz, K. Karrai: „Fully suspended nanostructure with no substrate beneath: fabrication and optical imaging“, Proceedings of the IEEE 4th Conference on Nanotechnology (2004)
- C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai: „Optical detection of nanotweezers' actuation“, Proceedings of the IEEE 3rd Conference on Nanotechnology (2003)
- C. Meyer, H. Lorenz, K. Karrai: „Nonresonant electromechanical actuation of nanotweezers“, Verhandlungen der DPG, AKF-Frühjahrstagung Dresden (2003)
- C. Meyer, A. Erbe, A. Kriele, H. Lorenz, J. P. Kotthaus: „Nanopinzette“, Verhandlungen der DPG, AKF-Frühjahrstagung Hamburg (2001)
- C. Meyer, N. Fertig, A. Tilke, R. H. Blick, J. Behrends: „Herstellung nanostrukturierter Sonden für Strommessungen durch Zellmembranen“, Verhandlungen der DPG, AKF-Frühjahrstagung Regensburg (2000)