Sympathetisches Kühlen als Anwendung für den Ionenfallen-Quantencomputer

Dissertation der Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von Steffen Köhler aus Aalen

München, den 11.05.2001

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Walther

2. Gutachter: Prof. Dr. D. Habs

Tag der mündlichen Prüfung: 23.07.2001

Zusammenfassung

Die Lokalisierung einzelner Ionen in elektromagnetischen Fallen sowie die Reduzierung ihrer kinetischen Energie mit Hilfe der Laserkühlung ermöglichen die experimentelle Überprüfung quantenmechanischer Phänomene. Falls die Ionen zwei langlebige elektronische Energiezustände besitzen, kann in solch einem Zwei-Zustand-System Information gespeichert werden. Die Ionen können in einer linearen Ionenfalle wie eine Kette aufgereiht werden. Im harmonischen Speicherpotential üben sie kollektive Schwingungen aus, die ausgenutzt werden können, um die Ionen miteinander zu koppeln. Ein solches System ist ideal geeignet zur Realisierung eines Quantencomputers. Um logische Gatter zwischen den einzelnen Ionen auszuüben, muß die kollektive Schwingungsbewegung bis in den Lamb-Dicke-Bereich gekühlt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Experiment aufgebaut, das die Realisierung eines Ionenfallen-Quantencomputers basierend auf einer heterogenen Ionenkette ermöglicht. Dieses neuartige Konzept beruht auf der Verwendung zweier unterschiedlicher Ionensorten. Die eine Ionensorte ($^{25}Mg^+$) wird für die Quanteninformationsverarbeitung und die andere ($^{115}In^+$) für die Kühlung der kollektiven Schwingungsmode verwendet. Die Kühlung der gesamten Kette in den Grundzustand der Schwingungsbewegung erfolgt durch sympathetische Wechselwirkung. Wird für die Quantenrechnung das Sørenson-Mølmer-Gatter verwendet, erlaubt dieses Konzept die permanente Laserkühlung der heterogenen Ionenkette, ohne die Rechnung zu stören. Bei einer ausreichend hohen Kühlrate verbleiben die Ionen dauerhaft im Lamb-Dicke-Bereich und die Dekohärenz der Schwingungsmoden wird völlig unterdrückt. Dies führt zu einer bedeutend größeren Anzahl an möglichen Rechenoperationen.

In der linearen Endkappenfalle wurden ²⁵Mg⁺ -Ionen gespeichert. Durch Dopplerkühlung konnte der Phasenübergang von einer Ionenwolke zu einem Ionenkristall erzielt werden. Es konnten Ionenkristalle mit bis zu sechs Ionen stabil gespeichert werden. Erstmalig konnten ¹¹⁵In⁺ -Ionen in einer linearen Falle gespeichert werden. Durch Kühlung mit Helium-Puffergas konnte die Ionenwolke auf eine Temperatur von ca. 550 K gekühlt werden. Das Stabilitätsdiagramm der linearen Falle wurde mit ²⁴Mg⁺ - und ¹¹⁵In⁺ -Ionen bestimmt, um zu sehen, wie groß der Parameterbereich der Falle für die gemeinsame Speicherung beider Ionensorten ist. Eine heterogene Ionenwolke, die aus ¹¹⁵In⁺ und ²⁴Mg⁺ besteht, konnte trotz ihres großen Massenverhältnisses von 4,8 gespeichert werden. Durch sympathetische Laserkühlung wurde eine Temperatur von wenigen K erzielt. Außerdem konnte die Massenabhängigkeit der axialen und radialen Schwingungsfrequenz beider Ionensorten bestätigt werden. Mit der simultanen Speicherung der Magnesium- und Indiumionen konnte die prinzipielle Realisierbarkeit des heterogenen Ionenfallen-Quantencomputers gezeigt werden.

An einem 5-Ionen-Kristall, der aus einem ${}^{24}\text{Mg}^+$ -Ion sowie vier Restgasionen besteht, konnte die sympathetische Kühlung gezeigt werden. Dabei wurde nur ${}^{24}\text{Mg}^+$ lasergekühlt. Obwohl die Kühlrate im Vergleich zum reinen ${}^{24}\text{Mg}^+$ -5-Ionen-Kristall um das fünffache geringer ist, bleibt die kristalline Struktur erhalten. Um die Temperatur eines sympathetisch gekühlten Ionenkristalls zu bestimmen, wurde sein Anregungsspektrum mit dem eines ${}^{24}\text{Mg}^+$ -Einzelions verglichen. Es konnte gezeigt werden, daß ein 2-Ionen-Kristall, der aus einem ${}^{24}\text{Mg}^+$ -Ion sowie einem Restgasion besteht, die gleiche Temperatur besitzt wie ein ${}^{24}\text{Mg}^+$ -Einzelion. Durch sympathetische Wechselwirkung konnten mehrere H₃0⁺ -Moleküle in den Bereich von 10 mK gekühlt werden.

Ein kleines Problem der verwendeten linearen Endkappenfalle ist die existierende Mikrobewegung entlang der Fallenachse. Diese resultiert aus der Verkippung der RF-Elektroden zueinander und kann nicht kompensiert werden. Daher wurde eine neue Fallengeometrie konstruiert und getestet, die eine deutlich höhere Parallelität der RF-Elektroden aufweist. Die gemessene Mikrobewegungsamplitude entlang der Fallenachse ist fünfmal geringer als bei der ursprünglichen Geometrie. In dieser Falle ist es jedoch nicht möglich, die Ionen in den Grundzustand zu kühlen, da das axiale Speicherpotential hierfür zu flach ist. Bei den Experimenten zur gemeinsamen Speicherung von ²⁴Mg⁺ und ¹¹⁵In⁺ wurde festgestellt, daß abwechselnde Bedampfungen der Fallenelektroden mit Magnesium und Indium einen großen Einfluß auf die Speichereigenschaften haben. Mit Hilfe der gewonnenen Erfahrungen wurde für zukünftige Experimente ein Vorschlag für eine neue Fallengeometrie erarbeitet.

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	eitung		1	
2	${f Quanteninformations verarbeitung}$				
	2.1	Qubits	3	7	
	2.2 Quantenfunktionen		enfunktionen	8	
	2.3	Quant	engatter	9	
	2.4	Quant	enalgorithmen	10	
	2.5	Anford	lerungen für die Realisierung eines Quantencomputers	10	
	2.6	Ionenf	allen-Quantencomputer	11	
		2.6.1	Zwei-Zustand-System und die gemeinsame Schwingungsmode	11	
		2.6.2	Quanteninformations verarbeitung mit $^{25}{\rm Mg}^+$ \ldots	15	
		2.6.3	Sørenson-Mølmer-Gatter	17	
3	Die	Speich	erung von Ionen in elektrischen Quadrupolfeldern	21	
	3.1	Dynan	nische Speicherung geladener Teilchen	22	
	3.2	Axiale	r Einschluß	26	
	3.3	Speich	erung verschiedener Ionensorten	27	
4	Las	erkühl	ung	29	
	4.1	Dopple	erkühlung	29	
	4.2	Seiten	bandkühlung am Beispiel von ¹¹⁵ In ⁺	30	
	4.3	Sympa	thetische Kühlung	31	

5	Mg-In-Mischkristall				
	5.1	Axiale Eigenmoden	34		
		5.1.1 2 Ionen	36		
		5.1.2 4 Ionen	37		
	5.2	Heizraten	38		
	5.3	Kühlraten	40		
6	Exp	erimenteller Aufbau	43		
	6.1	Indium-Kühllaser	43		
		6.1.1 Farbstofflaser	43		
		6.1.2 Glasfaser	46		
		6.1.3 Frequenzverdopplung	47		
	6.2	Magnesium-Kühllaser	49		
		6.2.1 Farbstofflaser	50		
		6.2.2 Frequenzverdopplung	51		
		6.2.3 Akusto-optischer Modulator	51		
	6.3	Elektro-optischer Deflektor	52		
	6.4	Falle und Fallenelektronik			
	6.5	Vakuumsystem	55		
	6.6	Ionenerzeugung	57		
	6.7	Laserfokussierung in die Falle	58		
	6.8	Optische Signalaufnahme	59		
7	Experimentelle Ergebnisse				
	7.1	Speicherung von ${}^{24}Mg^+$ und ${}^{25}Mg^+$	63		
	7.2	Speicherung von 115 In ⁺	68		
	7.3 Gemeinsame Speicherung von ${}^{24}Mg^+$ und ${}^{115}In^+$				
		7.3.1 Messung der Fallenparameter	69		
		7.3.2 Nachweis und Kühlung der heterogenen Ionenstrukturen .	74		

INHALTSVERZEICHNIS

	7.4	Sympathetisches Kühlen in Ionen-Kristallen	76		
	7.5	Sympathetisches Kühlen von Molekülen	80		
	7.6	Mikrobewegung entlang der Fallenachse	81		
	7.7	Vorschlag einer zukünftigen Fallengeometrie	84		
8	Aus	sblick			
A	Magnesium				
в	3 Indium				
Li	Literaturverzeichnis				

Kapitel 1

Einleitung

Die Informationstechnologie gehört zu einer der größten Errungenschaften des 20. Jahrhunderts. Die ihr zugrunde liegende Informationstheorie wurde um 1940 von Shannon entwickelt. Erstmals wurde der Begriff Information mathematisch beschrieben und definiert. Shannon's "noiseless coding"-Theorem sowie sein Haupttheorem [1] bilden die Grundlage der modernen Telekommunikation. Sie beschreiben die Theorie der Datenkompression und der Fehlerkorrektur bei der Informationsübertragung. Zur etwa gleichen Zeit legte Turing die Grundlagen der Computerwissenschaft. Gemeinsam mit Church zeigte er, daß es möglich ist eine Maschine zu entwerfen, die jede berechenbare Funktion berechnen kann [2,3]. Dies gilt als die Geburtsstunde des modernen Computers. Gemäß dem Mooreschen Gesetz verdoppelt sich die Geschwindigkeit der Mikroprozessoren alle 18 Monate. Diese rasante Entwicklung ist der Halbleitertechnologie zu verdanken. Durch Verbesserung lithographischer Verfahren konnte die Größe elektronischer Bausteine immer weiter reduziert und dadurch auch die Geschwindigkeit der Prozessoren gesteigert werden. Folgt die technische Entwicklung auch weiterhin dem Mooreschen Gesetz, werden die logischen Bausteine in absehbarer Zukunft nur noch aus wenigen Atomen bestehen. Quantenmechanische Effekte spielen dann eine große Rolle. Ein Geschwindigkeitszuwachs kann dann nicht mehr durch Verkleinerung der Bausteine erfolgen, da die Größe der Atome eine natürliche Grenze darstellt. Einen Vorschlag dazu brachte 1982 Feynman. Er stellte fest, daß ein Computer, der den Gesetzen der Quantenmechanik folgt, für die Simulation eines Quantensystems weit weniger Rechenaufwand benötigt als ein herkömmlicher Computer [4]. David Deutsch legte 1985 die Grundlagen dieses sogenannten Quantencomputers [5]. Die Quanten-Information wird analog zum klassischen Fall in einem Quanten-Bit (Qubit) gespeichert. Das Qubit besteht aus einem quantenmechanischen Zwei-Zustand-System. Der elementare Unterschied zum klassischen Bit besteht darin, daß das Qubit jede Superposition zwischen den beiden logischen Werten 0 und 1 annehmen kann. Dieser Eigenschaft verdankt der Quantencomputer, daß er Rechnungen parallel ausführen kann. Es dauerte jedoch neun weitere Jahre bis die Idee des Quantencomputers auf großes Interesse stieß. Shor veröffentlichte 1994 einen Algorithmus, der es ermöglicht eine Primfaktorenzerlegung einer N-stelligen Zahl in einer Anzahl an Rechenschritten durchzuführen, die kleiner als N^3 ist [6] und nicht wie im klassischen Fall exponentiell mit N ansteigt. Die Bedeutung dieser Entdeckung liegt darin, daß die heute verwendeten Public-Key-Kryptographieverfahren [7,8] auf der praktischen Unmöglichkeit der Primfaktorenzerlegung einer großen Zahl beruhen. Ein Quantencomputer könnte einen solchen Code in Bruchteilen einer Sekunde entschlüsseln. Ein weiterer Quantenalgorithmus wurde 1997 von Grover entdeckt [9]. Mit seiner Hilfe ist die Suche nach einem bestimmten Eintrag in einer Datenbank mit N Einträgen in nur $O(\sqrt{N})$ Schritten mit 50-prozentiger Wahrscheinlichkeit erfolgreich. Im klassischen Fall benötigt man hierzu O(N) Schritte.

Ein Kernstück der Quanteninformationstheorie ist die Verschränkung von Zuständen. Zwei zusammengesetzte Zustände nennt man verschränkt, wenn man den Gesamtzustand nicht als Produkt der Einzelzustände schreiben kann. Diese Verschränkung wird in der Quantenkryptographie [10–12], der Teleportation [13] sowie der Quantenkommunikation [14,15] ausgenützt. Die Quantenkryptographie erlaubt eine abhörsichere Kommunikation. Mit Hilfe der Teleportation kann ein beliebiger quantenmechanischer Zustand von einem Ort zu einem anderen übermittelt werden, ohne den ursprünglichen Zustand messen zu müssen. Die Quantenkommunikation beschäftigt sich mit der Übertragung der Quanteninformation über große Strecken unter Einfluß der Umgebung.

Es gibt mehrere physikalische Systeme, die für die Realisierung eines Quantencomputers in Frage kommen. Das Vielversprechendste ist nach einem Vorschlag von Cirac und Zoller der Ionenfallen-Quantencomputer [16]. Hierbei wird eine Kette von Ionen verwendet. Die Information kann in zwei Energiezuständen des Ions gespeichert werden. Für die Kopplung der Qubits sorgt die kollektive Schwingungsmode der Ionenkette im harmonischen Speicherpotential. Der Ionenfallen-Quantencomputer besitzt den großen Vorteil, daß er skalierbar ist, d.h. er kann auf beliebig viele Qubits ausgedehnt werden. Dies ist ein sehr wichtiges Kriterium, denn der Geschwindigkeitsgewinn eines Quantencomputers gegenüber dem klassischen Computer ist umso größer, je größer das Problem ist. Bei voller Ausnutzung des Quanten-Parallelrechnens, wie z. B. beim Shor-Algorithmus, rechnet ein Quantencomputer mit einem Register von 10 Qubits $2^{10} \approx 10^3$ -mal schneller als ein klassischer Computer. Da die Taktzeit für die Ausübung eines CNOT-Gatters zwischen zwei Ionen unter einem MHz liegt, hat ein 10-Qubit Quantencomputer etwa dieselbe Rechenleistung wie ein 1 GHz Pentium-Prozessor.

Ein großes Problem für die technische Realisierung stellt die Dekohärenz des Quantensystems dar. Die für die Rechnungen benötigten Quanten-Überlagerungszustände sind sehr störanfällig. Daher muß das Quantensystem so gut wie möglich von seiner Umgebung isoliert werden. Dies ist im Falle des Ionenfallen-Quantencomputers sehr gut möglich. Die Ionen werden im Ultrahochvakuum bei einem Druck von 10^{-11} mbar gespeichert und sind dadurch nur einer geringen Wechselwirkung mit dem Restgas ausgesetzt. Da jedoch kein physikalisches System existiert, welches völlig von seiner Umgebung isoliert werden kann, ist es von größter Notwendigkeit das Konzept des Quantencomputers mit dem Konzept der Quanten-Fehlerkorrektur zu kombinieren. Sie ist das Analogon zur klassischen Fehlerkorrektur. Es konnte gezeigt werden, daß in geeignet gewählten Quantensystemen eine große Klasse möglicher Fehler korrigiert werden kann [17, 18]. Dies ist sogar dann der Fall, wenn die korrigierenden Operationen selbst fehlerbehaftet sind [19].

Für die praktische Durchführung einer Quantenrechnung ist es von großem Nutzen, die gewünschte Rechenoperation in eine Abfolge einzelner Gatter zu zerlegen. So kann durch mehrmaliges Anwenden eines CNOT-Gatters (kontrolliertes Nicht-Gatter) und einer Einzelqubit-Rotation jeder beliebige unitäre Operator beschrieben werden. Im Falle des Ionenfallen-Quantencomputers wird für die Durchführung des CNOT-Gatters die kollektive Schwingungsmode der Ionenkette angeregt, die zu diesem Zweck in den Grundzustand gekühlt werden muß [16]. Dies konnte experimentell bisher nur für ein einzelnes Ion [20,21] sowie für zwei Ionen [22–24] erreicht werden. Aufgrund von Heizprozessen, die durch das RF-Feld der Ionenfalle auftreten, wird die Kohärenz der Schwingungsmoden zerstört. Dadurch ist die Anzahl der Rechenoperation begrenzt. Die Heizrate kann bis zu einem Schwingungsquant pro Millisekunde betragen [25]. Einen Beitrag zur Lösung dieses Problems liefert das Gatter von Sørenson und Mølmer. Dieses arbeitet auch bei einer thermisch angeregten Schwingungsmode und erfordert nur eine Lokalisierung der Ionen auf eine Skala der Übergangswellenlänge (Lamb-Dicke-Bereich). Solange die Kühlung der Ionen diese Bedingung sicherstellt, ist das Gatter unabhängig von der Schwingungsquantenzahl. Werden die Ionen jedoch so stark aufgeheizt, daß sie sich nicht mehr im Lamb-Dicke-Bereich befinden, wird das Gatter fehlerhaft.

Dieser scheinbar nur kleine Vorteil kann ausgenutzt werden, um die Dekohärenz der Schwingungsmoden völlig zu unterdrücken. Hierfür wurde in unserer Arbeitsgruppe ein völlig neues Konzept des Ionenfallen-Quantencomputers erarbeitet. Es besteht in der Verwendung einer heterogenen Ionenkette, zusammengesetzt aus zwei unterschiedlichen Ionensorten. Die eine Ionensorte wird für die Quanteninformationsverarbeitung und die andere für die Kühlung der kollektiven Schwingungsmode verwendet. Die Kühlung beruht auf dem Prinzip der sympathetischen Wechselwirkung. Unser Konzept erlaubt es durch kontinuierliches Laserkühlen die Ionen permanent im Lamb-Dicke-Bereich zu halten, ohne die Quantenrechnung zu stören. Bei ausreichend großer Kühlrate lassen sich auf diese Weise Heizeffekte auch bei langen Rechenzeiten effektiv unterdrücken.

Trotz aller Fortschritte bleibt die Frage offen, wann ein Quantencomputer realisiert werden kann. Denkt man an die Faktorisierung sehr großer Zahlen mit Hilfe des Shor-Algorithmus, so benötigt man hierfür einige hundert Qubits. Dieses Ziel erscheint beim heutigen Stand der Technik in weiter Ferne. Betrachtet man den Quantencomputer jedoch als Hilfsmittel um grundlegende Konzepte der Quanteninformationstheorie zu überprüfen, so genügen bereits einige wenige Qubits. Dies scheint in absehbarer Zukunft realisierbar. Einfache 2-Bit-Gatter wurden auch schon in mehreren physikalischen Systemen durchgeführt [26–30]. Mit Hilfe der Kernspinresonanz konnte bereits der Grover-Algorithmus demonstriert werden [31, 32].

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert. Im ersten Kapitel werden die Grundlagen der Quanteninformationstheorie gegeben. Das Prinzip des Ionenfallen-Quantencomputers wird zuerst allgemein und dann anhand des ²⁵Mg -Ions erklärt, gefolgt von einer detaillierten Beschreibung des Sørenson-Mølmer-Gatters. Im zweiten Kapitel wird die Speicherung von Ionen in Ionenfallen beschrieben. Im dritten Kapitel wird die Laserkühlung gespeicherter Ionen behandelt. Die Seitenbandkühlung wird speziell am Beispiel des ¹¹⁵In⁺ -Ions erörtert. Die besonderen Eigenschaften einer heterogenen Ionenkette werden in Kapitel vier diskutiert. Kapitel 5 und 6 beschäftigen sich mit dem experimentellen Aufbau sowie den experimentellen Ergebnissen. Abschließend wird ein Ausblick auf zukünftige Experimente gegeben.

Kapitel 2

Quanteninformationsverarbeitung

2.1 Qubits

Die grundlegende Einheit der Information ist ein Bit, das die beiden logischen Werte 0 oder 1 annehmen kann. In der Quanteninformationsverarbeitung übernimmt das Quantenbit (Qubit) diese Funktion. Physikalisch realisiert wird das Qubit ebenso wie das Bit durch ein 2-Zustand-System. Dies kann ein Spin-1/2-System oder zwei atomare Niveaus sein. Im Gegensatz zum Bit kann das Qubit auch jede mögliche Superposition der Basiszustände annehmen:

$$|\Psi\rangle = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$
 $c_0, c_1 \in C$ mit $|c_0|^2 + |c_1|^2 = 1$ (2.1)

Allerdings kann aus einem Qubit auch nur ein Bit an Information ausgelesen werden, denn eine Messung ergibt eine Projektion auf den Zustand 0 mit einer Wahrscheinlichkeit von $|c_0|^2$ und auf den Zustand 1 mit einer Wahrscheinlichkeit von $|c_1|^2$.

Setzt man M Qubits zusammen, erhält man ein Quantenregister. Es kann einen beliebigen Zustand im 2^M -dimensionalen Hilbertraum B^M mit der Basis $\{|x\rangle : x \in B^M\}$ annehmen. Ein Spezialfall ist der Zustand

$$\frac{1}{2^{M/2}} \left(|0\rangle + |1\rangle \right) \dots \left(|0\rangle + |1\rangle \right) = \sum_{x \in B^M} |x\rangle.$$
(2.2)

Während in einem klassischen Register der Länge M nur eine von 2^M Zahlen gespeichert werden kann, sind im Zustand von Gleichung (2.2) alle 2^M Zahlen

gleichzeitig gespeichert, d.h. in einem Quantenregister können exponentiell mehr Zahlen gespeichert werden.

2.2 Quantenfunktionen

Die Auswertung von Funktionen muß für einen Quantencomputer völlig neu definiert werden. Eine beliebige Funktion der Form

$$f: \{0, 1, 2, \dots, 2^M - 1\} \longrightarrow \{0, 1, 2, \dots, 2^N - 1\}$$
(2.3)

wobei M und N natürliche Zahlen sind, ist nicht zwangsläufig injektiv. Für einen Quantencomputer stellt dies ein Problem dar, da jede Evolution des Systems beschrieben durch die Quantenmechanik unitär, d.h. reversibel sein muß. Folglich definiert man einen Operator U_f auf einem (N+M)-dimensionalen Hilbertraum derart, daß die Abbildung

$$|a\rangle |0\rangle \xrightarrow{U_f} |a\rangle |f(a)\rangle \tag{2.4}$$

unitär ist. Vektor $|a\rangle$ gehört zum 2^{M} -dimensionalen Hilbertraum B^{M} und Vektor $|0\rangle$ zum 2^{N} -dimensionalen Hilbertraum B^{N} . Wendet man den Operator U_{f} auf den Zustand von Gleichung (2.2) an, kann man mit einem Rechenschritt alle 2^{M} Funktionswerte berechnen.

$$\left|\sum_{x=0}^{2^{M}-1}|x\rangle\right| \left|0\right\rangle \xrightarrow{U_{f}} \sum_{x=0}^{2^{M}-1}|x\rangle \left|f(x)\right\rangle = \left|0\right\rangle \left|f(0)\right\rangle + \left|1\right\rangle \left|f(1)\right\rangle + \ldots + \left|2^{M}-1\right\rangle \left|f(2^{M}-1)\right\rangle$$

$$(2.5)$$

Diese Eigenschaft wird als Quantenparallelrechnen bezeichnet. Aufgrund des quantenmechanischen Meßprozesses kann allerdings nur ein einziger Funktionswert ausgelesen werden. Eine Messung projiziert den verschränkten Zustand aus Gleichung (2.5) in einen gewöhnlichen Produktzustand. Der Vorteil eines Quantencomputers besteht darin, daß der tatsächlich gemessene Funktionswert von allen anderen $2^M - 1$ Funktionswerten abhängt. Dies ist eine unmittelbare Folge aus der kohärenten Superposition der Eingabewerte. Ein analoges Beispiel ist das Mach-Zehnder-Interferometer, bei dem es von den Eigenschaften beider Arme abhängt an welchem Ausgang ein Photon detektiert wird. Besonders geeignet ist diese Art der Funktionsauswertung für die Bestimmung von globalen Eigenschaften einer Funktion wie z.B. der Periodizität. Dies wird beim Shor-Algorithmus ausgenutzt.

2.3 Quantengatter

Jeder klassische Algorithmus kann durch wiederholtes Anwenden eines einzigen 2-Bit-Gatters berechnet werden, z.B. durch ein NAND (NOT AND)-Gatter. Beim Quantencomputer kommt jedoch noch die Bedingung der Reversibilität des Gatters hinzu, d.h. jedes Gatter muß ein unitärer Operator sein. Es konnte gezeigt werden, daß ein beliebiger unitärer Operator durch das mehrmalige Anwenden eines 2-Bit-Gatters sowie einer Einzel-Qubit-Rotation¹ beschrieben werden kann [33]. Alle 2-Bit-Gatter, die diese Eigenschaft erfüllen, werden zusammen mit der Einzel-Qubit-Rotation universelles Gatter genannt. Ein wenig später konnte gezeigt werden, daß fast jedes 2-Bit-Gatter universell ist [34,35]. Ein für die praktische Realisierung des Quantencomputers wichtiges universelles 2-Bit-Gatter ist das sogenannte CNOT-Gatter (Controlled NOT) $|0\rangle \langle 0|\otimes I+|1\rangle \langle 1|\otimes NOT$, wobei I der Einzelqubit-Identitätsoperator und NOT der Einzelqubit-NOT-Operator ist. Dabei wird das zweite Qubit (Ziel-Qubit) nur dann invertiert, wenn das erste Qubit (Kontroll-Qubit) den Wert 1 annimmt. Für die Transformation der Basiszustände gilt:

Eine bemerkenswerte Eigenschaft des CNOT-Gatters ist, daß es ausgehend von einer Superposition des Kontroll-Qubits einen verschränkten Zustand erzeugt.

$$(a |0\rangle_1 + b |1\rangle_1) |0\rangle_2 \xrightarrow{CNOT} a |0\rangle_1 |0\rangle_2 + b |1\rangle_1 |1\rangle_2$$

$$(2.7)$$

Verschränkt bedeutet, daß sich der Endzustand nicht als Produkt der Einzelqubit-Zustände schreiben läßt. Aus solch einem Zustand läßt sich keine Information über die beiden einzelnen Qubits gewinnen, sondern nur Informationen, die das Gesamtsystem beschreiben. Diese Eigenschaft gehört zu den grundlegendsten der Quantemechanik. Mit Hilfe solch verschränkter Zustände können Quantenzustände teleportiert [13] sowie ein abhörsicheres Quantenkrypthographie-Protokoll [10–12] erstellt werden.

¹Unter einer Einzel-Qubit-Rotation versteht man die Präparation einer beliebigen Superposition eines einzelnen Qubits.

2.4 Quantenalgorithmen

In der Informationstheorie werden Algorithmen in verschiedene Klassen eingeteilt. Liegt ein Algorithmus in der Komplexitätsklasse P, hängt die Anzahl der Rechenschritte für die Lösung des Problems polynomial von der Größe der Eingabe ab. Solche Algorithmen sind mit Hilfe von klassischen Computern leicht zu berechnen. Es gibt allerdings Algorithmen, für deren Lösung man eine Anzahl an Rechenschritten benötigt, die exponentiell von der Größe der Eingabezahl abhängt. Solche Probleme gelten bei einem Computer als sehr schwer lösbar, da sie zu viel Rechenzeit benötigen. Daher ist man auf der Suche nach Quantenalgorithmen mit polynomialer Rechenzeit für Probleme, die klassisch eine exponentielle Rechenzeit benötigen. Bisher konnte dies allerdings erst für die Algorithmen von Deutsch [36], Simon [37] und Shor [6] gezeigt werden, wobei nur der Shor-Algorithmus von praktischer Bedeutung ist.

2.5 Anforderungen für die Realisierung eines Quantencomputers

Auch wenn der Grundgedanke eines Quantencomputers sehr einfach ist, stellt seine Realisierung eine große Herausforderung dar. Dies liegt daran, daß quantenmechanische Systeme fast immer mikroskopische Systeme sind (Ausnahme: Bose-Einstein-Kondensat und Supraleitung). Die für die Rechnung entscheidende Quanteninterferenz verschiedener Zustände ist dem Prozess der Dekohärenz ausgesetzt. Er entsteht durch die Kopplung des quantenmechanischen Systems mit der Umgebung und führt zur Zerstörung der Interferenzen und damit zu Fehlern während der Quantenrechnung. Folglich muß ein System gewählt werden, das gut von seiner Umgebung isoliert werden kann. Die Anforderungen an ein physikalisches System für die Realisierung eines Quantencomputers sind im einzelnen die folgenden:

- 1. Das System muß in einen definierten Anfangszustand versetzt werden können.
- 2. Eine kohärente Einzelqubit-Rotation muß ausgeführt werden können.

- 3. Ein Zwei-Bit-Gatter muß zwischen zwei beliebigen Qubits durchgeführt werden können. Eine Möglichkeit hierfür ist die Verwendung eines Bus-Qubits, das mit beliebigen anderen Qubits in Wechselwirkung treten kann. Soll ein Gatter zwischen zwei Qubits A und B durchgeführt werden, so wird der Qubit Zustand A auf das Bus-Qubit übertragen und das Gatter zwischen Bus-Qubit und Qubit B durchgeführt.
- 4. Das Auslesen der Quanteninformation muß mit hoher Effizienz erfolgen.
- 5. Während der Rechnung darf das System keiner Dekohärenz ausgesetzt sein. Da jedoch kein System perfekt von seiner Umwelt isoliert werden kann, müssen Quanten-Fehlerkorrektur-Algorithmen [18,38,39] anwendbar sein.
- Für die Berechnung relevanter Probleme muß das System skalierbar sein, d.h. es muß prinzipiell möglich sein, ein Register aus beliebig vielen Qubits zu verwenden².

2.6 Ionenfallen-Quantencomputer

Es gibt verschiedene Vorschläge für physikalische Systeme zur Realisierung eines Quantencomputers. Dazu gehören Kernspins [29,30], Quantenpunkte [40,41], Josephson-Kontakte [42], Atome in optischen Gittern [43,44] und ein System bestehend aus einem Einzelatom in einem optischen Resonator hoher Finesse [27,28]. Das bei heutigem Stand der Technik jedoch mit Abstand vielversprechendste System ist eine lineare Ionenkette gespeichert in einer Ionenfalle. Auf dieses System wird im folgenden detailliert eingegangen.

2.6.1 Zwei-Zustand-System und die gemeinsame Schwingungsmode

Beim Ionenfallen-Quantencomputer wird das Qubit durch zwei verschiedene elektronische Niveaus dargestellt. Dabei handelt es sich um zwei langlebige Zustände, deren Spontanemission vernachlässigt werden kann. Die Kopplung der beiden Zustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$ erfolgt durch Einstrahlung eines Lasers (Rabi-Oszillationen).

²Diese Bedingung wird von der NMR-Technik nicht erfüllt

Wird der Laserpuls gerade so lange eingestrahlt, daß ausgehend von einer Besetzung des unteren Zustandes der obere Zustand zu 100 % besetzt wird, spricht man von einem π -Puls. Wird der obere Zustand nur mit einer 50 %-igen Wahrscheinlichkeit bevölkert von einem $\pi/2$ -Puls.



Abbildung 2.1: Der Ionenfallen-Quantencomputer. Die Quanteninformation wird in jedem Ion in zwei verschiedenen elektronischen Zuständen $|g\rangle$ und $|e\rangle$ gespeichert. Die Kopplung der Ionen untereinander erfolgt über die Coulomb-Abstoßung.

Die lineare Anordnung der Ionen ist durch das harmonische Speicherpotential sowie der gegenseitigen Coulomb-Abstoßung bedingt. Das Speicherpotential ist in der radialen Richtung um einiges steiler als in der axialen. Daher sind die Gleichgewichtspostionen der Ionen entlang der Fallenachse angeordnet. Dieses System ist analog zu einer Kette von gekoppelten Pendeln, wobei die Feder durch die Coulomb-Abstoßung zu ersetzen ist. Eine Kette von N Ionen kann N kollektive, axiale Schwingungsmoden ausführen. Eine dieser Schwingungsmoden z.B. die Schwerpunktsmode, kann als Datenbus verwendet werden. Daher wird von nun an nur noch von einer Mode die Rede sein. Das Energieschema eines jeden Ions setzt sich nun aus den beiden elektronischen Zuständen sowie der harmonischen Schwingung zusammen (siehe Abbildung2.2). Die Zustände der Schwingung werden durch $|n\rangle = |0\rangle, |1\rangle, |2\rangle$ angegeben, wobei n die Zahl der Schwingungsquanten ist. Wir betrachten nun ein Ion der Kette, das von einem Laser mit der Feldstärke $\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega_L t + \phi)$ angeregt wird. Wird das Strahlungsfeld des Lasers klassisch behandelt und die Bewegung der Ionen quantisiert, hat der Wechselwirkungsoperator folgende Form:

$$\hat{H}_{I} = \hbar \Omega (\hat{\sigma}_{+} + \hat{\sigma}_{-}) (e^{i(k_{z}\hat{z} - \omega_{L}t + \phi)} + e^{-i(\vec{k}_{z}\hat{z} - \omega_{L}t + \phi)})$$
(2.8)



Abbildung 2.2: Durch die Kopplung der Ionen setzt sich das Energieschema wie bei einem Molekül aus den elektronischen und den Schwingungsanregungen zusammen.

wobei die Pauli-Operatoren $\hat{\sigma}_{+} = |e\rangle \langle g|$ und $\hat{\sigma}_{-} = |g\rangle \langle e|$ atomare Übergänge beschreiben. Ω ist die Rabi-Frequenz und ist bei einem elektrischen Dipolübergang gegeben durch $\langle e | \hat{\mu} | g \rangle E_0 / (2\hbar)$. Dabei ist $\hat{\mu}$ der Dipoloperator. Der axiale Positionsoperator des Ions ist gegeben durch $\hat{z} = z_0 \vec{e}_z (\hat{a} e^{-i\omega_z t} + \hat{a}^{\dagger} e^{i\omega_z t})$. \vec{e}_z ist der Einheitsvektor in z-Richtung, $z_0 = (\hbar/(2Nm\omega_z))^{1/2}$ ist die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion für N Ionen mit Masse m und ω_z ist die Schwingungsfrequenz der Ionenkette. Wird der Laser resonant auf das n' - n Seitenband gestimmt, d.h. $\omega_L = \omega_0 + (n' - n)\omega_z$ ergibt sich der Wechselwirkungsoperator in der Näherung des rotierenden Feldes zu

$$\hat{H}_I = \hbar \Omega (\hat{\sigma}_+ e^{i\eta(\hat{a}+\hat{a}\dagger)+i\phi} + \hat{\sigma}_- e^{-i\eta(\hat{a}+\hat{a}\dagger)-i\phi})$$
(2.9)

Der Lamb-Dicke-Parameter $\eta = (\vec{k} \cdot \vec{e_z})z_0$ beschreibt das Verhältnis der Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion zur Wellenlänge des eingestrahlten Lasers. Diese Größe bestimmmt die Kopplung zwischen dem internen elektronischen Zustand und dem externen Schwingungszustand. Befinden sich die Ionen im Schwingungszustand $|n\rangle$, vergrößert sich die Ausdehnung der Ionenwellenfunktion um einen Faktor $\sqrt{2n+1}$ und der Lamb-Dicke-Parameter auf den Wert $\sqrt{n+1\eta}$. Ein besonders wichtiger Grenzfall ist der Bereich, in dem der Lamb-Dicke-Parameter klein gegen 1 ist (Lamb-Dicke-Bereich), also $\sqrt{n+1\eta} \ll 1$. Der Lamb-Dicke-Bereich kann durch Laserkühlung erreicht werden. Dies wird in Kapitel 4.2 näher erläutert. In diesem Fall vereinfacht sich der obige Hamilton-Operator (Gleichung (2.9)). Man kann drei Fälle unterscheiden, die schematisch in Abbildung 2.3 zu sehen sind. Fall A: n' - n = 0

$$\hat{H}_I = \hbar \Omega \left(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_- \right) \tag{2.10}$$

Dieser Hamilton-Operator beschreibt die Anregung des elektronischen Zustandes auf dem Träger.

Fall B: n' - n = -1

$$\hat{H}_{I} = i\eta\hbar\Omega \left(\hat{\sigma}_{+}\hat{a} - \hat{\sigma}_{-}\hat{a}^{\dagger}\right) \tag{2.11}$$

Dieser Prozeß beschreibt die Anregung auf dem ersten roten Seitenband. Dieser Hamilton ist identisch zu dem Jaynes-Cummings-Operator, der die Wechselwirkung eines Zwei-Zustand-Systems und einer einzelnen Mode des Strahlungsfeldes beschreibt. Die Rabi-Frequenz ergibt sich zu $\eta \sqrt{n\Omega}$.

Fall C: n' - n = 1

$$\hat{H}_I = i\eta\hbar\Omega \left(\hat{\sigma}_+ \hat{a}^\dagger - \hat{\sigma}_- \hat{a}\right) \tag{2.12}$$

Dieser sogenannte Anti-Jaynes-Cummings-Operator beschreibt die Anregung auf dem ersten blauen Seitenband. Die Rabi-Frequenz ist $\eta \sqrt{n+1}\Omega$.



Abbildung 2.3: Übergang A beschreibt die Anregung auf dem Träger, Übergang B auf dem ersten roten Seitenband und Übergang C auf dem ersten blauen Seitenband.

Die bisherigen Betrachtungen gelten für Zwei-Niveau-Atome, wobei die Quanteninformation in zwei metastabilen Zuständen gespeichert wird. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit die Quanteninformation in zwei Hyperfeinzuständen zu speichern. Um diese beiden Niveaus mit den Schwingungszuständen zu koppeln, benötigt man stimulierte Raman-Übergänge. In Abbildung 2.4 ist ein solches Anregungsschema zu sehen. Die Kopplung zwischen dem Zustand $|g, n\rangle$ und $|e, n - 1\rangle$ erfolgt über eine Zwei-Photonenanregung. Dabei muß die Differenz der Laserfrequenzen ω_1 und ω_2 bei kopropagierenden Laserstahlen genau $\omega_0 - \omega_z$ sein. Ist die Verstimmung Δ gegenüber dem Niveau $|i\rangle$ groß genug gewählt, wird dieses Niveau nicht besetzt. Dadurch kann der Zwei-Photonenübergang durch eine effektive Rabi-Frequenz analog zum Zwei-Niveau-System beschrieben werden. Für den Übergang von $|g, n\rangle$ nach $|e, n - 1\rangle$ ist sie gegeben durch [45, 46]

$$\Omega_{n,n-1}^{Ram} = \frac{-i\Omega_{ei}^*\Omega_{gi}}{\Delta}\eta\sqrt{n},$$
(2.13)

mit den Rabi-Frequenzen Ω_{gi} und Ω_{ei} zwischen den Zuständen $|g\rangle$ und $|i\rangle$ bzw. $|e\rangle$ und $|i\rangle$ und dem Lamb-Dicke-Parameter $\eta = |k_{2z} - k_{1z}|z_0$. k_{2z} und k_{1z} sind die z-Komponenten der Wellenvektoren von Laser 1 und 2.



Abbildung 2.4: Stimulierter Raman-Übergang auf dem erste rote Seitenband.

2.6.2 Quanteninformationsverarbeitung mit ${}^{25}Mg^+$

Das Isotop ²⁵Mg⁺ stellt einen idealen Kandidaten für die Quanteninformationsverarbeitung dar. Das Termschema ist in Abbildung 2.5 zu sehen. Aufgrund seines Kernspins von I = 5/2 erfährt der Grundzustand eine Hyperfeinaufspaltung von 1.79 GHz mit einer Lebensdauer des oberen Hyperfeinniveaus von



Abbildung 2.5: Termschema von $^{25}Mg^+$ mit den ersten beiden Vibrationsniveaus des Hyperfein-Grundzustands

mehr als 10^{12} s. Als Qubit-Zustände geeignete Niveaus sind $(F, m_F) = (3, 3)$ und (2, 2). Die Kopplung dieser beiden Zustände mit der Schwingungsmode sowie die Einzelqubit-Rotation erfolgt über stimulierte Ramanübergänge. Dazu werden die beiden Raman-Laser R_1 und R_2 mit den Laserfrequenzen ω_1 und ω_2 eingestrahlt. Die Verstimmung zum Niveau ${}^2P_{3/2}$ beträgt mehrere 10 GHz. Bevor ein Gatter an den 25 Mg⁺ -Ionen durchgeführt werden kann, müssen die Ionen mit Hilfe der beiden zirkular polarisierten Laser P_1 und P_2 in den Hyperfeingrundzustand $F = 3, m_F = 3$ gepumpt werden, um einen definierten Ausgangszustand zu haben. Am Ende der Rechnung muß gemessen werden, ob sich das Ion im Hyperfeinzustand $F = 3, m_F = 3$ oder $F = 2, m_F = 2$ befindet. Dazu wird der zirkular polarisierte Laser D eingestrahlt. Er koppelt nur an den Zustand $F = 3, m_F = 3$, wodurch ein zustandsselektives Auslesen möglich ist. Der Detektionsübergang von ${}^2S_{1/2}, F = 3, m_F = 3 \rightarrow {}^2P_{3/2}, F = 4, m_F = 4$ ist darüberhinaus ein geschlossener Übergang, so daß viele Fluoreszenzphotonen erzeugt werden können. Dadurch ist ein experimenteller Nachweis mit 100%-iger Wahrscheinlichkeit möglich.

Die eben beschriebenen Übergänge liegen alle bei einer Wellenlänge von 280 nm. Durch die beiden Laser P_1 und P_2 werden die ²⁵Mg⁺ -Ionen dopplergekühlt. Eine Kühlung bis in den Grundzustand, die es für die Realisierung eines Gatters bedarf, ist dadurch nicht möglich. Der Grundzustand kann jedoch durch die Raman-Seitenband-Kühlung [47] oder durch sympathetische Kühlung (siehe Kapitel4.3) erreicht werden.

2.6.3 Sørenson-Mølmer-Gatter

Cirac und Zoller [16] machten 1995 einen Vorschlag wie man ein CNOT-Gatter zwischen zwei Ionen realisieren kann. Die Ionen müssen hierfür jedoch in den Grundzustand der Schwingungsbewegung gekühlt werden. Dies stellt eine große experimentelle Herausforderung dar, da bisher erst zwei Ionen in den Grundzustand gekühlt werden konnten [22–24]. Sørenson und Mølmer [48, 49] schlugen ein Gatter vor, das nur die Kühlung der Ionen in den Lamb-Dicke-Bereich voraussetzt. Daher erscheint dieses Gatter momentan als sehr aussichtsreich für die Realisierung des Ionenfallen-Quantencomputers. Im folgenden wird dieses Gatter ausführlicher beschreiben, da es eine bedeutende Rolle für das Experiment spielt.



Abbildung 2.6: Termschema zweier Ionen. Beide Ionen werden simultan von den zwei Lasern mit Frequenz ω_1 und ω_2 angeregt.

Es handelt sich um ein Gatter, das an zwei Ionen durchgeführt wird. Daher ist es notwendig das Termschema zweier Ionen in Abbildung 2.6 zu betrachten. Die Zustände sind durch drei Quantenzahlen gekennzeichnet: Die elektronischen Zustände der beiden Ionen beschrieben durch die Buchstaben e und g sowie den Vibrationszustand n. Beide Ionen werden gleichzeitig mit jeweils zwei Laserstrahlen angeregt. Die Frequenz des einen Laserstrahls ω_1 liegt um die Verstimmung δ oberhalb des Trägers und die des zweiten Laserstrahls ω_2 um δ unterhalb des Trägers. Es gibt nun zwei verschiedene Parameterbereiche. Sie führen zu einer unterschiedlichen Zeitdauer für die Ausführung des Gatters.

1. Schwaches Feld

Die Bedingung im Regime des schwachen Feldes lautet $\eta\Omega \ll \omega_z - \delta$. Es erfolgt nur eine zu vernachlässigende Besetzung der Zwischenniveaus mit der Schwingungsquantenzahl $n \pm 1$ und der Schwingungsfrequenz ω_z . Desweiteren werden gleiche Lamb-Dicke-Parameter $\eta_1 = \eta_2 = \eta$ und gleiche Rabi-Frequenzen $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ vorausgesetzt. Befinden sich die beiden Ionen im Lamb-Dicke-Bereich, d.h. $\eta\sqrt{n+1} \ll 1$, läßt sich die effektive Rabi-Frequenz $\tilde{\Omega}$ für den Übergang $|gg,n\rangle$ nach $|ee,n\rangle$ in zweiter Ordnung Störungstheorie bestimmen:

$$\tilde{\Omega} = -\frac{(\Omega\eta)^2}{\omega_z - \delta} \tag{2.14}$$

Das bemerkenswerte an Gleichung (2.14) ist, daß die Rabifrequenz nicht von der Schwingungsquantenzahl n abhängt. Dies rührt von der Interferenz der verschiedenen Pfade in Abbildung 2.6 her. Es existiert auch ein resonanter Übergang von $|eg\rangle$ nach $|ge\rangle$. Die Evolution des zwei Ionensystems läßt sich wie folgt beschreiben:

$$|gg\rangle \longrightarrow \cos\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|gg\rangle + i\sin\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|ee\rangle$$

$$|ee\rangle \longrightarrow \cos\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|ee\rangle + i\sin\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|gg\rangle$$

$$|ge\rangle \longrightarrow \cos\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|ge\rangle - i\sin\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|eg\rangle$$

$$|eg\rangle \longrightarrow \cos\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|eg\rangle - i\sin\left(\frac{\tilde{\Omega}T}{2}\right)|ge\rangle \qquad (2.15)$$

Die zeitliche Entwicklung der Dichtematrixelemente ausgehend vom Zustand $|gg\rangle$ ist in Abbildung 2.7 zu sehen. Nach der Zeit $t \approx 1600\omega_z^{-1}$ ist der maximal verschränkte Zustand $1/\sqrt{2}(|gg\rangle - i |ee\rangle)$ erzeugt.



Abbildung 2.7: Zeitliche Entwicklung der Dichtematrixelemente für schwach treibendes Feld. Die erste Kurve (gezählt von oben bei $\omega_z t = 1000$) stellt das Dichtematrixelement $\rho_{gg,gg}$ dar, die zweite den Imaginärteil von $\rho_{gg,ee}$, die dritte $\rho_{ee,ee}$ und die vierte den Realteil von $\rho_{gg,ee}$. Der maximal verschränkte Zustand ist zum Zeitpunkt $t \approx 1600\omega_z^{-1}$ erreicht. Die gewählten Parameter sind: $\delta = 0, 9\omega_z, \eta = 0, 1$ und $\Omega = 0, 1\omega_z$.

2. Starkes Feld

Außerhalb des Regimes des schwachen Feldes muß die Anregung benachbarter Schwingungszustände während des Gatters berücksichtigt werden. Dies führt dazu, daß während der Durchführung des Gatters der interne Zustand mit der Schwingungsbewegung verschränkt ist. Es ist jedoch immer noch möglich einen maximal verschränkten Zustand $1/\sqrt{2} (|gg\rangle - i |ee\rangle)$ unabhängig vom Schwingungszustand zu erzeugen, wenn folgende Bedingung erfüllt ist:

$$\frac{\eta\Omega}{\omega_z - \delta} = \frac{1}{2\sqrt{K}} \qquad K = 1, 2, 3 \dots$$
(2.16)

In Abbildung 2.8 ist ebenfalls die zeitliche Entwicklung der Dichtematrixelemente zu sehen. Der maximal verschränkte Zustand ist ausgehend vom Zustand $|gg\rangle$ nach der Zeit $t \approx 250 \omega_z^{-1}$ erzeugt. Die Evolution läßt sich jedoch nicht mehr durch Rabi-Oszillationen beschreiben. Die Zeit um maximale Verschränkung zu erzeugen, ist gegeben durch

$$\tau = \frac{\pi}{\eta \Omega} \sqrt{K}.$$
 (2.17)

Um nichtresonante Anregungen der Ionen zu vermeiden, muß die Bedingung $\Omega^2/\omega_z^2 \ll 1$ erfüllt sein. Hier wurden für beide Ionen ebenfalls gleiche Lamb-Dicke-Parameter $\eta_1 = \eta_2 = \eta$ und gleiche Rabi-Frequenzen $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega$ vorausgesetzt. Für stark treibendes Feld wird der Endzustand in bedeutend kürzerer Zeit erreicht. Daher wird es auch schnelles Gatter genannt. Ein Vergleich der beiden in den Abbildungen 2.7 und 2.8 dargestellten zeitlichen Entwicklungen zeigt, daß der Geschwindigkeitsgewinn einen Faktor sechs beträgt.



Abbildung 2.8: Zeitliche Entwicklung der Dichtematrixelemente für stark treibendes Feld. Die erste Kurve (gezählt von oben bei $\omega_z t = 130$) stellt das Dichtematrixelement $\rho_{gg,gg}$ dar, die zweite den Imaginärteil von $\rho_{gg,ee}$, die dritte $\rho_{ee,ee}$ und die vierte den Realteil von $\rho_{gg,ee}$. Der maximal verschränkte Zustand ist zum Zeitpunkt $t \approx 250\omega_z^{-1}$ erreicht. Die gewählten Parameter sind: $\delta = 0,95\omega_z, \eta = 0,1$ und $\Omega = 0,177\omega_z$.

Abschließend ist zu erwähnen, daß sowohl das schnelle als auch das langsame Gatter zusammen mit der Einzelqubit-Rotation ein universelles Gatter darstellen. Um eine CNOT-Operation durchführen zu können, wird die eben beschriebene Verschränkungserzeugung mit einer Abfolge von Einzelqubit-Pulsen kombiniert. Außerdem können mit diesem Gatter auch vier Ionen verschränkt werden. Dies wurde in einem Experiment in der Gruppe von Wineland gezeigt [50].

Kapitel 3

Die Speicherung von Ionen in elektrischen Quadrupolfeldern

Durch die Einwirkung elektromagnetischer Felder kann auf atomare Teilchen eine Kraft ausgeübt werden. Dadurch ergibt sich die Möglichkeit, sie in drei Dimensionen zu speichern. Für geladene Teilchen kann jedoch kein statisches elektrisches Feld verwendet werden. Dies folgt unmittelbar aus der Laplace-Gleichung. Kombiniert man ein statisches elektrisches mit einem statischen magnetischen Feld, so ist die Speicherung in einer sogenannten Penning-Falle [51, 52] möglich. In solch einer Falle konnte das anomale gyromagnetische Moment eines einzelnen Elektrons gemessen [53] sowie die Protonen- und Antiprotonenmasse verglichen werden [54].

Eine weiterer Fallentyp ergibt sich durch Verwendung von inhomogenen elektrischen Wechselfeldern. Dies konnte 1958 durch W.Paul [55] zum ersten Mal gezeigt werden. Dabei erfahren die geladenen Teilchen zu einem festen Zeitpunkt in zwei Dimensionen eine zum Fallenzentrum rücktreibende und in der dritten Dimension eine abstoßende Kraft. Eine halbe Schwingungsperiode später wirken die Kräfte exakt in entgegengesetzter Richtung. Aufgrund der Inhomogenität der Felder heben sich diese Kräfte im Zeitmittel nicht auf, sondern es ergibt sich eine effektive Kraft zum Fallenzentrum. Diese sogenannten Paul-Fallen eignen sich besonders gut für die Entwicklung eines neuen Frequenzstandards [56–58]. Durch die Beobachtung der Fluoreszenz eines einzelnen Ions konnte die nichtklassische Natur des emittierten Lichts (*Antibunching*) [59], Quantensprünge [60,61] sowie die Kohärenz der elastischen Streukomponente zum anregenden Lichtfeld [62] nachgewiesen werden.

3.1 Dynamische Speicherung geladener Teilchen

Soll die Bewegung der gespeicherten Teilchen harmonisch sein, benötigt man ein Quadrupolpotential, dessen allgemeinste Form durch

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi(t) \frac{ax^2 + by^2 + cz^2}{2r_0^2}$$
(3.1)

gegeben ist. Die Form der Elektroden muß so gewählt sein, daß sie eine hyperbolische Äquipotentialfläche darstellt. Die Parameter a, b, c müssen so gewählt werden, daß das Potential die Laplace-Gleichung $\Delta \Phi = 0$ erfüllt. Dies führt zu der Bedingung a + b + c = 0. Für den Fall a = b = -c/2 erhält man eine dreidimensionale Speicherung (Paul-Falle), für a = -b und c = 0 existiert nur in der x-y-Ebene ein Speicherpotential [63]. Die z-Achse ist feldfrei. Dieser sogenannte Quadrupol-Massenfilter kann durch Anlegen statischer elektrischer Felder entlang der z-Achse zu einer linearen Falle umfunktioniert werden. Eine weitere Möglichkeit die Bewegung entlang der feldfreien Achse einzuschränken, besteht im Umbiegen der Quadrupolelektroden zu einem Torus (Quadrupolspeicherring) [64].



Abbildung 3.1: Quadrupol-Massenfilter und dazugehöriges Speicherpotential in den beiden radialen Richtungen.

Für die lineare Ionenfalle ergibt sich äquivalent zum Quadrupol-Massenfilter für a = -b folgendes Potential:

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi(t) \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2}$$
(3.2)

Die jeweils gegenüberliegenden Elektroden, die einen Abstand $2r_0$ haben, befinden sich wie in Abbildung 3.1 auf gleichem Potential $\pm \Phi(t)$. Das zeitabhängige Speicherpotential

$$\Phi(t) = U_{DC} - U_{RF} \cos \Omega_{RF} t \tag{3.3}$$

setzt sich aus einer Gleichspannung U_{DC} und einer Wechselspannung mit der Amplitude U_{RF} und der Frequenz Ω_{RF} zusammen.

Die sich daraus ergebenden Bewegungsgleichungen für ein einzelnes geladenes Teilchen haben folgende Form:

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + \frac{e(U_{DC} - U_{RF} \cdot \cos\Omega_{RF}t)}{r_{0}^{2}}x = 0$$

$$m\frac{d^{2}y}{dt^{2}} - \frac{e(U_{DC} - U_{RF} \cdot \cos\Omega_{RF}t)}{r_{0}^{2}}y = 0$$

$$m\frac{d^{2}z}{dt^{2}} = 0$$
(3.4)

Sie beschreiben eine entkoppelte Oszillationsbewegung in der x- und y-Achse sowie eine freie Bewegung entlang der z-Achse. Diese Differentialgleichungen können durch die Einführung der dimensionslosen Parameter

$$a = a_x = -a_y := \frac{4 \, e U_{DC}}{m \, \Omega_{RF}^2 r_0^2} \qquad q = q_x = -q_y := \frac{2 \, e U_{RF}}{m \, \Omega_{RF}^2 r_0^2} \qquad \xi := \frac{1}{2} \Omega_{RF} t \tag{3.5}$$

in eine einfachere Form überführt werden:

$$\frac{d^2\rho}{d\xi^2} + (a - 2q\cos 2\xi)\,\rho = 0 \tag{3.6}$$

Sie ist in der Mathematik als Mathieusche Diffferentialgleichung bekannt, wobei ρ für x bzw. y steht. Die Parameter a und q werden auch als Stabilitätsparameter bezeichnet.

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung läßt sich mit Hilfe des Satzes von Floquet finden und lautet:

$$\rho(\xi) = A e^{\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{2ni\xi} + B e^{-\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{2n} e^{-2ni\xi}$$
(3.7)

Während die Konstanten A und B von den Anfangsbedingungen abhängen, werden die Koeffizienten C_{2n} und der charakteristische Exponent μ nur durch die Stabilitätsparameter bestimmt. Eine stabile Lösung ergibt sich falls μ rein imaginär ist. Ansonsten wächst die Bewegungsamplitude exponentiell als Funktion der Zeit und eine stabile Speicherung ist nicht möglich. Die Stabilität wird also nur durch die beiden Parameter a und q beeinflußt.



Abbildung 3.2: Stabilitätsdiagramm für die Paul-Falle. Es gibt zwei Stabilitätsbereiche, wo sowohl in der x- als auch in der y-Richtung stabiles Speichern möglich ist.

In Abbildung 3.2 sind die Bereiche stabiler Speicherung für die x- und die y-Achse zu sehen. Es ergeben sich zwei Bereiche in denen eine zweidimensionale Speicherung möglich ist. Der experimentell leichter zugängliche Bereich in der Nähe von a = q = 0 ist in Abbildung 3.3 vergrößert dargestellt.

Für den Fall $|q|, |a| \ll 1$, der sogenannten *adiabatischen Näherung* kann die in Gleichung (3.7) gegebene Lösung vereinfacht werden:

$$\rho(t) = \rho_0 \left(1 + \frac{q}{2} \cos(\Omega_{RF} t) \right) \cos \omega_{s\ddot{a}k} t \tag{3.8}$$

Sie setzt sich aus einer Oszillation bei der Fallenfrequenz Ω_{RF} , der sogenannten Mikrobewegung und einer Schwingung mit der Säkularfrequenz $\omega_{säk}$ zusammen.

Die langsame Säkularbewegung wird durch ein Säkularpotential verursacht. Dieses Pseudopotential entsteht durch zeitliche Mittelung der inhomogenen Fallen-



Abbildung 3.3: Niedrigster radialer Stabilitätsbereich für a > 0.

kraft über eine Periode der Fallenfrequenz. Es hat die Form

$$\phi(x,y) = \phi_0 \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} + \frac{1}{2} U_{DC} \frac{x^2 - y^2}{r_0^2}$$
(3.9)

mit der Potentialtiefe ϕ_0

$$\phi_0 = \frac{eU_{RF}^2}{4\,m\Omega_{RF}^2 r_0^2} = \frac{1}{8}\,q\,U_{RF}.\tag{3.10}$$

Aus Gleichung (3.9) ist ersichtlich, daß bei einem nicht verschwindenden Gleichspannungsanteil $U_{DC} \neq 0$ das Säkularpotential in den beiden radialen Richtungen unterschiedlich steil ist und folglich zwei unterschiedliche Säkularfrequenzen auftreten:

$$\omega_{s\ddot{a}k}^{x/y} = \frac{2}{m} \frac{e}{r_0^2} \left(\Phi_0 \pm \frac{1}{2} U_{DC} \right) = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{q^2}{2} \pm a} \right) \cdot \Omega_{RF}$$
(3.11)

Die adiabatische Näherung gilt nur im Grenzfall $\omega_{s\ddot{a}k} \ll \Omega_{RF}$. Um die Abweichungen von der exakten Lösung auf weniger als 5% zu beschränken, muß man für a = 0 den Parameterbreich für q auf $0 \le q \le 0.5$ beschränken. Die hier beschriebene Theorie gilt streng genommen nur für ein einzelnes Ion. Bei mehreren Ionen treten Coulomb-Wechselwirkungen bzw. Raumladungseffekte auf.

3.2 Axialer Einschluß

Bei dem bisher beschriebenen Quadrupol-Massenfilter können sich die Ionen frei entlang der z-Achse ausbreiten. Für die Realisierung einer linearen Ionenfalle benötigt man jedoch einen zusätzlichen Einschluß entlang dieser Achse. Dies kann wie in Abbildung 3.4 gezeigt, durch die Unterteilung der RF-Elektroden in jeweils drei Segmente erfolgen.



Abbildung 3.4: In 3 Teile segmentierte lineare RF-DC-Falle.

Für die Speicherung positiv geladener Ionen werden an die äußeren vier Segmente auf jeder Seite zusätzlich zu den RF-Spannungen eine positive Gleichspannung angelegt. Dadurch ergibt sich entlang der Fallenachse ein harmonisches Potential. Der axiale Einschluß kann aber auch durch Anbringen zusätzlicher Ringelektroden erfolgen. Sind die Ionen alle auf der Fallenachse angeordnet, erfahren sie keine Mikrobewegung. Daher ist es, im Gegensatz zu herkömmlichen Paul-Fallen, mit diesen linearen Ionenfallen möglich, mehrere Ionen mikrobewegungsfrei zu speichern. Dies ist von großem Vorteil für die hochauflösende Spektroskopie an mehreren Ionen, im speziellen für die Realisierung eines Frequenzstandards sowie der Grundzustandskühlung mehrerer Ionen. Das durch die Segmentierung erzielte statische Potential hat folgende Form:

$$\phi_{axial} = k U_{DC}^{Axial} (z^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2)) = \frac{m}{2e} \omega_z^2 (z^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2)), \quad (3.12)$$

mit der an den äußeren Elektroden anliegende Gleichspannung U_{DC}^{Axial} , dem Geometriefaktor k und der axialen Oszillationsfrequenz

$$\omega_z = \sqrt{\frac{2keU_{DC}^{Axial}}{m}}.$$
(3.13)

Das statische Potential schwächt das Pseudopotential in radialer Richtung ab. Es ergibt sich ein effektives radiales Potential

$$\phi_{radial} = \frac{m}{2e} \left(\omega_r^2 - \omega_z^2/2 \right) \cdot \left(x^2 + y^2 \right) = \frac{m}{2e} \left(\omega_r' \right)^2 \cdot \left(x^2 + y^2 \right)$$
(3.14)

wobe
i $\omega_{r}^{'}$ die effektive radiale Oszillationsfrequenz ist.

3.3 Speicherung verschiedener Ionensorten

Für die gleichzeitige Speicherung unterschiedlicher Ionensorten in einer Paul-Falle muß die Masseabhängigkeit der beiden Stabilitätsparameter a und q (Gleichung (3.5)) berücksichtigt werden. In Abbildung 3.5 sind die beiden theoretischen Stabilitätsdiagramme für ²⁵Mg und ¹¹⁵In zu sehen.



Abbildung 3.5: Stabilitätsdiagramm für ${}^{25}Mg^+$ - und ${}^{115}In^+$ -Ionen.

Das Massenverhältnis der beiden Ionensorten beträgt 4.6. Die angegebenen Gleich- und Wechselspannungen sind unter der Annahme eines Elektrodenabstandes von 0.55 mm berechnet. Für die simultane Speicherung beider Ionensorten müssen die beiden Fallenspannungen U_{RF} und U_{DC} so gewählt werden, daß sie in der Schnittfläche beider Stabilitätsdiagramme liegen.
Kapitel 4

Laserkühlung

Für die Realisierung eines Quantengatters müssen die Ionen nahezu [48,49] oder ganz in den Grundzustand der Schwingungsbewegung gekühlt werden [16]. Hierfür wird die Technik der Laserkühlung angewendet. Sie wurde 1975 von Hänsch und Schawlow [65] für freie Atome und von Wineland und Dehmelt [66] für gespeicherte Ionen vorgeschlagen. Die Demonstration der Laserkühlung gelang 1978 an einer Wolke gespeicherter Ionen [67,68]. Einige Jahre später konnte auch die Kühlung freier Atome gezeigt werden [69]. Durch die Entwicklung neuer Kühlmethoden wie z.B. der Raman-Seitenband-Kühlung [46] konnten Atome auf Temperaturen von meheren 100 nK gekühlt werden. Dabei besitzen die Atome Energien, die geringer als die Rückstoßenergie eines einzelnen Photons ist. Bei der Dopplerkühlung gebundener Ionen muß zwischen dem Bereich der starken und der schwachen Bindung unterschieden werden.

4.1 Dopplerkühlung

Der Bereich schwacher Bindung zeichnet sich dadurch aus, daß die Schwingungsfrequenzen ω (Säkular- und axiale Frequenz) um einiges geringer sind als die natürliche Linienbreite Γ des atomaren Übergangs ($\omega \ll \Gamma$). Die Laserkühlung kann in diesem Fall analog zu freien Atomen beschrieben werden. Hier wird ein gegenüber dem atomaren Übergang rotverstimmter Laserstrahl eingestrahlt. Nur die Ionen, die sich auf den Laserstrahl zubewegen, können aufgrund der Doppler-Verschiebung resonant angeregt werden. Es erfolgt ein Impulsübertrag $\hbar k$ auf das Ion in Richtung des eingestrahlten Lasers. Durch die spontane Emission wird das Photon wieder punktsymmetrisch in alle Raumrichtungen abgestrahlt, so daß der dadurch entstehende Rückstoß im Mittel verschwindet. Jedoch führt dieser Rückstoß zu einer Diffusionsbewegung des Ions im Impulsraum. Folglich kann die Bewegung des Ions nicht vollständig gekühlt werden und es stellt sich eine Gleichgewichtstemperatur T ein, die für geringe Laserleistung folgende Form annimmt:

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{4} \left(\frac{\Gamma}{2 \mid \Delta \mid} + \frac{2 \mid \Delta \mid}{\Gamma} \right)$$
(4.1)

Die minimale Temperatur, die sogenannte Doppler-Temperatur ergibt sich bei einer Verstimmung von $\Delta = -\Gamma/2$ zu [70]

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}.$$
(4.2)

Im Falle der Kühlung von ²⁴Mg⁺ - und ²⁵Mg⁺ -Ionen auf dem ²S_{1/2} \rightarrow ²P_{3/2} Übergang ($\Gamma = 2\pi \cdot 43$ MHz) ergibt sich eine Doppler-Temperatur von 1,0 mK.

4.2 Seitenbandkühlung am Beispiel von ¹¹⁵In⁺

Im Bereich starker Bindung ($\omega \gg \Gamma$) besteht das Absorptionsspektrum nicht nur aus der atomaren Übergangsfrequenz ω_A sondern auch aus den Seitenbändern $\omega_A \pm n \cdot \omega$. Wird ein Laserstrahl auf das erste rote Seitenband eingestrahlt, wird dem Ion pro Absorptionsprozess ein Schwingungsquant entzogen. Da die Spontanemission im Mittel den Schwingungszustand nicht verändert, wird das Ion gekühlt. Befindet sich das Ion im Lamb-Dicke-Regime, d.h. die Rückstoßenergie des emittierten Photons ist sehr viel kleiner als die Säkularfrequenz ($\eta^2 = \omega_{rück}/\omega \ll 1$), kann es in den Grundzustand der Oszillationsbewegung gekühlt werden. Die Endtemperatur ist nur durch nichtresonante Anregungen des Trägers bzw. des blauen Seitenbandes mit nachfolgender Emission auf dem roten Seitenband bzw. dem Träger begrenzt. Bei der minimal erreichbaren Endtemperatur ergibt sich eine mittlere Besetzungszahl der Oszillatorniveaus zu [71]

$$\langle n \rangle = \frac{5}{16} \left(\frac{\Gamma}{\omega}\right)^2 \ll 1.$$
 (4.3)

Aufgrund der geringen natürlichen Linienbreite von 360 kHz seines ${}^{1}S_{0} \rightarrow {}^{3}P_{1}$ Übergangs ist ${}^{115}In^{+}$ ideal für die Seitenbandkühlung geeignet. Mit typischen



Abbildung 4.1: Seitenbandkühlung auf dem ersten roten Seitenband.

Schwingungsfrequenzen um 1 MHz kann mit herkömmlichen Ionenfallen der Bereich starker Bindung erreicht werden. Die Grundzustandskühlung von einem bzw. zwei Indiumionen konnte bereits in unserer Arbeitsgruppe gezeigt werden [23]. Der Kernspin I = 9/2 spaltet das ${}^{3}P_{1}$ Niveau, wie in Abbildung 4.2 zu sehen ist, in drei Hyperfeinzustände F = 7/2, 9/2 und 11/2 auf. Die größte Anregungsrate ergibt sich auf dem Übergang ${}^{1}S_{0}, F = 9/2, m_{F} = 9/2 \rightarrow {}^{3}P_{1}, F =$ $11/2, m_{F} = 11/2$. Mit Hilfe des zirkular polarisierten Laser S kann auf diesem Übergang gekühlt werden, was im Experiment auch ausschließlich getan wurde. Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß der ${}^{1}S_{0} \rightarrow {}^{3}P_{0}$ Übergang mit einer Linienbreite von 0,82 Hz ein idealer Kandidat für die Realisierung eines Frequenzstandards darstellt [58].

4.3 Sympathetische Kühlung

Trotz ihrer vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten kann die Laserkühlung nur für einige wenige atomare Systeme angewendet werden. Das Energieschema der zu kühlenden Atome muß so sein, daß durch Absorption und Spontanemission ein geschlossenes System entsteht, ohne eine Vielzahl an Lasern verwenden zu müssen. Moleküle mit ihren zusätzlichen Schwingungs- und Rotationszuständen können folglich nicht lasergekühlt werden. Abhilfe dagegen schafft das Konzept der sympathetischen Kühlung. Hierbei wechselwirkt ein System, das nicht bzw. schlecht lasergekühlt werden kann durch Stöße mit einem lasergekühlten System. Die Wechselwirkung führt zu einer Thermalisierung beider Systeme und damit zu ei-



Abbildung 4.2: Niveauschema von 115 In⁺. Die größte Kühlrate wird auf dem Übergang F = 9/2 nach F = 11/2 mit zirkular polarisiertem Licht erreicht.

ner indirekten Kühlung des ersteren Systems. Die Wechselwirkung kann z.B. die Coulomb-Wechselwirkung bei Ionen oder die s-Wellen Streuung von bosonischen Neutralatomen sein. In einer Penning-Falle konnte 1986 zum ersten Mal sympathetisches Kühlen von zwei Ionensorten nachgewiesen werden [72]. Ebenfalls in einer Penning-Falle konnten Protonen und Antiprotonen durch kalte Elektronen gekühlt werden [73, 74]. Es besteht ein großes Interesse, ein atomares Fermigas durch sympathetische Kühlung mit einem Bose-Einstein-Kondensat unter die Fermi-Temperatur zu kühlen [75]. Für die hochauflösende Spektroskopie birgt dieses Konzept den großen Vorteil, daß die Verschiebungen der Energieniveaus durch Einstrahlen von Lasern vermieden werden kann. Außerdem können ionisierte Moleküle in Ionenfallen sympathetisch gekühlt werden [76]. Eine für den Quantencomputer interessante Anwendung stellt das gemeinsame Speichern zweier Ionensorten in einer Ionenfalle dar. Dabei wird die eine Ionensorte sympathetisch durch die andere gekühlt. Dieses Konzept wird im folgenden Kapitel diskutiert.

Kapitel 5

Mg-In-Mischkristall

Ein völlig neues Konzept für die Realisierung des Ionenfallen Quantencomputers stellt die Verwendung einer heterogenen Ionenkette dar. Im vorliegenden Fall sind das die beiden Ionensorten ${}^{25}Mg^+$ und ${}^{115}In^+$. Wie bereits in Kapitel 2.6.2 erwähnt, sind die ²⁵Mg⁺ -Ionen ideal für die Quanteninformationsverarbeitung geeignet. Für die Durchführung eines Gatters muß die kollektive Schwingung der Ionenkette in den Grundzustand (Cirac-Zoller-Gatter) bzw. in den Lamb-Dicke-Bereich (Sørenson-Mølmer-Gatter) gekühlt werden. Bei ²⁵Mg⁺ ist dies nur durch Raman-Seitenband-Kühlung zu erreichen. Aufgrund der damit verbundenen geringen Kühlrate ist es jedoch sehr schwierig den Grundzustand bei ²⁵Mg⁺ zu erreichen. Dagegen kann ¹¹⁵In⁺ sehr einfach in den Grundzustand gekühlt werden [23]. Es bietet sich daher an, eine Ionenkette bestehend aus ${}^{25}Mg^+$ - und ${}^{115}In^+$ -Ionen zu verwenden. Seitenbandkühlung auf dem ¹¹⁵In⁺ -Übergang bringt die gemeinsame Schwingungsmode in den Grundzustand, wobei eine Anregung der ²⁵Mg⁺ -Ionen nicht notwendig ist. Man spricht von sympathetischer Kühlung. Die mitgekühlten ²⁵Mg⁺ -Ionen können nun für die Quanteninformationsverarbeitung verwendet werden.

Ein großes Problem für die Realisierung der Quantengatter stellen Heizprozesse dar. Diese wirken der Kühlung entgegen und sorgen dafür, daß die Ionen die in den Grundzustand gekühlt worden sind, nach Abschalten des Kühllasers thermisch angeregt werden. Diese Dekohärenz der Schwingungszustände bewirkt, daß die Quantengatter nicht mehr fehlerfrei durchgeführt werden können. Dadurch ist die maximale Anzahl an fehlerfrei ausführbare Gatter durch die Heizrate der Schwingungszustände begrenzt. Die Heizmechanismen sind die RF-Heizung und



Abbildung 5.1: Heterogene Ionenkette im harmonischen Speicherpotential.

die Heizung durch fluktuierende Streufelder. Das Konzept der heterogenen Ionenkette schafft gegen dieses Problem Abhilfe. Wie in Kapitel 2.6.3 gezeigt, arbeitet das Sørenson-Mølmer-Gatter auch bei thermischer Besetzung der Schwingungsniveaus, selbst dann, wenn diese sich ändert. Dies bedeutet, daß während der Quantenrechnung die kollektive Schwingung gekühlt werden kann, so daß die Ionen im Lamb-Dicke-Bereich verbleiben. Dabei darf die Kohärenz der Qubits jedoch nicht zerstört werden. Durch die Verwendung einer heterogenen Ionenkette kann dies garantiert werden, da die beiden Ionensorten unterschiedliche Übergangsfrequenzen besitzen und die Seitenbandkühlung der ¹¹⁵In⁺ -Ionen keinen Einfluß auf die Kohärenz der ²⁵Mg⁺ -Ionen hat.

5.1 Axiale Eigenmoden

In diesem Kapitel werden die kollektiven Schwingungen um die Gleichgewichtsposition der Ionen untersucht. Dabei wird angenommen, daß die Ionen entlang der Fallenachse z aufgereiht sind. Dadurch kann das Problem eindimensional betrachtet werden. Diese Bedingung ist im Experiment erfüllt, da das radiale Potential um ein Vielfaches steiler als das axiale Potential ist. Der axiale Falleneinschluß erfolgt durch ein harmonisches, statisches Potential. Zusätzlich wechselwirken die Ionen untereinander durch die Coulomb-Abstoßung. Es wird eine Kette von N Ionen mit Ladung e und Masse M oder m betrachtet. Die Reihenfolge der Ionen wird durch den Vektor $\vec{m} = (m_1, \ldots, m_N)$ beschrieben wobei $m_i = M, m$. Das auf die Ionen wirkende Potential hat die Form:

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N} a_0 z_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1\\i\neq j}}^{N} \frac{e^2/4\pi\epsilon_0}{|z_i - z_j|}.$$
(5.1)

 z_i ist die Koordinate des i-ten Ions und a_0 eine Konstante. Für ein einzelnes Ion ist die Schwingungsfrequenz gegeben durch $\omega_z = \sqrt{a_0/m}$.

Die Gleichgewichtspositionen der Ionen ergeben sich durch Minimierung des Potentials aus Gleichung (5.1). Dazu wird eine Längenskala ℓ mit

$$\ell^3 := \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 a_0} \tag{5.2}$$

sowie eine dimensionslose Ionenkoordinate $u_i = z_i/\ell$ eingeführt. Für die Gleichgewichtspositionen ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$u_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{1}{\left(u_i - u_j\right)^2} + \sum_{j=i+1}^N \frac{1}{\left(u_i - u_j\right)^2} = 0 \quad i = 1, \dots N.$$
(5.3)

Es kann bis N = 3 analytisch gelöst werden. In Tabelle 5.1 sind die numerisch berechneten, skalierten Gleichgewichtspositionen aufgeführt [77]. Da das Potential unabhängig von der Masse ist, hängen die Gleichgewichtspositionen nicht von der Reihenfolge der Ionen ab.

Ν	skalierte Gleichgewichtsposition u_i
2	-0.630 0.630
3	-1.077 0 1.077
4	-1.437 -0.454 0.454 1.437
5	-1.743 -0.822 0 0.822 1.743
6	-2.012 -1.136 -0.370 0.370 1.136 2.012
7	-2.254 -1.413 -0.687 0 0.687 1.413 2.254
8	-2.476 -1.662 -0.967 -0.318 0.318 0.967 1.662 2.476

Tabelle 5.1: Skalierte Gleichgewichtspositonen von 2-8 Ionen.

Die Ionen führen aufgrund ihrer endlichen Temperatur Schwingungen um die Gleichgewichtspositionen aus. Die Ionenposition als Funktion der Zeit kann geschrieben werden als $z_i(t) = z_i^{(0)} + q_i(t)$. Die Bewegung $q_i(t)$ um die Gleichgewichtsposition $z_i^{(0)}$ wird als sehr klein angenommen. Dadurch kann die harmonische Näherung des Potentials herangezogen werden. Das System wird durch folgende Lagrange-Funktion beschrieben:

$$L = \frac{1}{2} \left[\sum_{i=1}^{N} m_i \dot{q}_i^2 - \sum_{i=1}^{N} V_{ij} q_i q_j \right]$$
(5.4)

 mit

$$V_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial z_i \partial z_j} V(z_1, \dots, z_N) |_{\{z_i^{(0)}\}}$$

=
$$\begin{cases} a_0 + 2 \sum_{k=1, k \neq i}^N \frac{e^2 / 4\pi\epsilon_0}{|z_i^{(0)} - z_k^{(0)}|^3} & \text{für } i = j \\ - 2 \frac{e^2 / 4\pi\epsilon_0}{|z_i^{(0)} - z_j^{(0)}|^3} & \text{für } i \neq j \end{cases}$$
(5.5)

Um die Eigenmoden zu bestimmen, müssen die Eigenwert-Gleichungen

$$\sum_{j=1}^{N} V_{ij} \beta_j^{\alpha} = \omega_{\alpha}^2 \beta_i^{\alpha} \quad i = 1, \dots, N \quad \text{und} \quad \alpha = 1, \dots, N \tag{5.6}$$

für die Schwingungsfrequenz ω_{α} und die Eigenvektoren $\vec{\beta}^{\alpha}$ der N Eigenmoden gelöst werden. Führt man die mit der Masse gewichtete Koordinaten $q'_i = \sqrt{m_i}q_i$ ein, sind die Eigenwert-Gleichungen gegeben durch

$$\sum_{j=1}^{N} V_{ij}^{\prime} \beta_j^{\prime \alpha} = \omega_{\alpha}^2 \beta_i^{\prime \alpha} \quad i = 1, \dots, N \quad \text{und} \quad \alpha = 1, \dots, N \tag{5.7}$$

mit $V_{ij}^{'} = V_{ij}/\sqrt{m_im_j}$ und den neuen Eigenvektoren $\vec{\beta}^{'\alpha}$.

5.1.1 2 Ionen

Der Einfachheit halber betrachten wir zuerst den Fall zweier Ionen mit Massen m und $M = \mu m$, $\mu > 1$. Als Lösung der Eigenwertgleichung (5.6) ergibt sich für die beiden Schwingungsfrequenzen

$$\omega_{\pm}^{2} = \frac{a_{0}}{m} \left(1 + \frac{1}{\mu} \pm \sqrt{1 + \frac{1}{\mu^{2}} - \frac{1}{\mu}} \right)$$
(5.8)

sowie die beiden Eigenvektoren

$$\vec{\beta}_{\pm} = N_{\pm} \left(\frac{1 - \mu \mp \sqrt{1 + \mu^2 - \mu}}{\sqrt{\mu}}, \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right)$$
 (5.9)

wobei die erste Koordinate die Bewegung des Ions mit Masse m und die zweite die des Ions mit Masse M beschreibt. N_{\pm} sind Normierungsfaktoren. Für den Spezialfall $\mu = 1$ ergibt sich ein Verhältnis der beiden Schwingungsfrequenzen von 1 : $\sqrt{3}$. Bei der ersten Schwingungsmode mit dem Eigenvektor $1/\sqrt{2}(1,1)$ schwingen beide Ionen mit gleicher Amplitude gleichphasig. Dadurch ergibt sich eine harmonische Bewegung des gemeinsamen Schwerpunktes. Folglich wird diese Mode auch als COM-Mode (Center Of Mass) bezeichnet. Bei der höheren Schwingungsmode mit Eigenvektor $1/\sqrt{2}(1,-1)$ schwingen beide Ionen gegenphasig mit gleicher Amplitude. Daher heißt diese Mode auch Atmungsmode oder Streckschwingung.



Abbildung 5.2: Die beiden axialen Schwingungsmoden einer 2-Ionen-Kette.

Im Fall $\mu > 1$ verhalten sich die Ionen ähnlich wie im eben geschilderten Fall $\mu = 1$. Bei der Mode mit Eigenfrequenz ω_{-} schwingen die Ionen in Phase und bei der Mode mit Eigenfrequenz ω_{+} in Gegenphase. Die Moden sind jedoch keine reinen COM- bzw. Atmungsmoden mehr. Die Konsequenzen dieser Tatsache werden in Kapitel 5.2 bei der Behandlung der Heizraten noch vertieft.

5.1.2 4 Ionen

Der Fall von vier Ionen, wobei zwei die Masse m und die anderen beiden die Masse $M = \mu m$ besitzen, ist für die Realisierung eines 2-Bit-Quantengatters von großer Bedeutung. Man benötigt zwei ²⁵Mg⁺ -Ionen, um ein 2-Bit-Gatter durchführen zu können. Für die sympathetische Kühlung braucht man mindestens ein ¹¹⁵In⁺ -Ion. Wie in Kapitel 5.3 erläutert wird, verwendet man idealerweise ebenfalls zwei Kühlionen. Es existieren nun vier Möglichkeiten die Ionen anzuordnen. Bei der Lösung der Eigenwert-Gleichung 5.6 stellt sich heraus, daß die Eigenfrequenzen der vier Moden von der Ionenanordnung abhängen. In Tabelle 5.2 sind

A 1	I Ma	/ M.a	/ M.a	/ M.a
Anordnung	$\omega_1/\omega_{COM}^{ray}$	$\omega_2/\omega_{COM}^{mg}$	$\omega_3/\omega_{COM}^{rag}$	ω_4/ω_{COM}
4 Mg-Ionen	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{\frac{29}{5}}$	$3,\!051$
4 In-Ionen	$0.466=\sqrt{rac{m_{Mg}}{m_{In}}}$	0.808	1.124	1.423
In-In-Mg-Mg	0.559	1.116	1.629	2.725
In-Mg-In-Mg	0.576	0.958	1.964	2.555
In-Mg-Mg-In	0.575	0.829	1.953	2.970
Mg-In-In-Mg	0.575	1.243	1.953	1.981

Tabelle 5.2: Vergleich von reinen 4-Ionen-Kristallen aus Magnesium bzw. Indium mit $50/50-^{25} Mg/^{115}$ In-Mischkristallen.

für alle vier möglichen Anordnungen der zwei ${}^{25}Mg^+$ - und zwei ${}^{115}In^+$ -Ionen die Eigenfrequenzen der vier Moden aufgelistet [78]. Als Vergleich dazu sind die Eigenfrequenzen für den reinen ${}^{25}Mg^+$ - und den reinen ${}^{115}In^+$ -Fall angegeben. Die Schwingungsfrequenzen beziehen sich auf die COM-Frequenz des reinen ${}^{25}Mg^+$ -Kristalls.

Man erkennt, daß bei den verschiedenen Schwingungsmoden die Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der Ionenanordnung unterschiedlich stark ausgeprägt ist. Dies ist nochmals in Abbildung 5.3 gezeigt. Dort sind die Schwingungsfrequenzen der vier Moden als Funktion des Massenverhältnisses beider Ionensorten aufgetragen. Die Bänder geben die Variationsbreite der Schwingungsfrequenz bei Permutation der Ionen wieder.

5.2 Heizraten

Unregelmäßig variierende elektrische Felder, wie z.B. fluktuierende Kontaktpotentiale auf den Elektrodenoberflächen können die Schwingungsbewegung der Ionen anregen und damit die Moden aufheizen. Da der Abstand der Ionen zu den Elektroden um ein Vielfaches größer ist als die Länge der Ionenkette, können diese fluktuierenden Störfelder als homogen über die gesamte Ionenkette angenommen werden. Dies bewirkt, daß lediglich die Schwerpunktsbewegung aufgeheizt wird. Bei einer Ionenkette mit nur einer einzigen Ionensorte wird folglich nur die Schwingungsmode mit der niedrigsten Schwingungsfrequenz aufgeheizt. Bei einer heterogenen Ionenkette hängt es stark davon ab, wie die Ionen angeordnet sind. Die niedrigste Schwingungsmode ist nicht mehr zwangsläufig eine



Abbildung 5.3: Schwingungsfrequenzen eines heterogenen 4-Ionen-Kristalls bestehend aus jeweils zwei Ionen mit Masse m bzw. Masse $M = \mu m$ als Funktion des Massenverhältnises μ . Die Bänder geben die Variationsbreite der jeweiligen Schwingungsfrequenz für die vier unterschiedlichen Ionenanordnungen wieder. Das Massenverhältnis von 4,6 der ¹¹⁵ In /²⁵ Mg -Ionenkette ist durch den senkrechten Strich hervorgehoben.

COM-Mode und die höheren Moden müssen auch nicht orthogonal zur COM-Schwingung sein. Die Heizrate \dot{n}_{α} für die verschiedenen Schwingungsmoden α ist gegeben durch [79]:

$$\frac{\dot{n}_{\alpha}}{\dot{n}_{COM}} = \frac{\omega_{COM}}{N\omega_{\alpha}} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{\beta_j^{'\alpha}}{\sqrt{m_i}}\right)^2 \tag{5.10}$$

Sie ist hier normiert auf die Schwerpunktsmode einer Kette identischer Ionen mit Masse m. In Abbildung 5.4 sind die Heizraten für eine Ionenkette bestehend aus jeweils zwei Ionen unterschiedlicher Masse dargestellt. Die Eigenmoden sind entsprechend der Größe der Eigenfrequenzen durchnumeriert. Bei der rechten Anordnung ist zu sehen, daß für jedes Massenverhältnis außer $\mu = 1$ alle Moden geheizt werden. Bei der symmetrischen Anordnung links daneben verschwinden die Heizraten für die zweite und vierte Schwingungsmode. Daher ist diese Anordnung zu bevorzugen. Es bleibt aber noch zu klären, ob es im Falle des ²⁵Mg⁺ - ¹¹⁵In⁺ -Quantencomputers günstiger ist die Magnesium- oder die Indium-Ionen



Abbildung 5.4: Heizraten der verschiedenen Schwingungsmoden der heterogenen Ionenkette als Funktion des Massenverhältnises μ . Vergleich zweier unterschiedlicher Ionenanordnungen. Das Massenverhältnis von 4,6 der ¹¹⁵ In /²⁵ Mg -Ionenkette ist durch den senkrechten Strich hervorgehoben.

in der Mitte zu plazieren.

5.3 Kühlraten

Bei der sympathetischen Seitenbandkühlung werden nur die ¹¹⁵In⁺ Ionen direkt lasergekühlt. Daher kann eine Schwingungsmode nur dann gekühlt werden, wenn die ¹¹⁵In⁺ -Ionen so angeordnet sind, daß sie an der Bewegung teilnehmen. Bei einem 3-Ionen-Kristall mit zwei ²⁵Mg⁺ - und einem ¹¹⁵In⁺ -Ion in der Mitte kann die zweite Schwingungsmode nicht gekühlt werden, da sich das ¹¹⁵In⁺ - Ion dabei nicht bewegt. Ordnet man das ¹¹⁵In⁺ -Ion hingegen außen an, kann man alle drei Moden kühlen. Dies hat jedoch den großen Nachteil, daß die zweite Schwingungsmode analog zu Abbildung 5.4 rechts einer Aufheizung ausgesetzt ist. Dieses Problem kann man durch ein zweites ¹¹⁵In⁺ -Ion in der Kette umgehen. Es

lassen sich alle vier Moden kühlen und die zweite sowie die vierte Mode erfahren bei der symmetrischen Anordnung wie in Abbildung 5.4 links keine Heizung. Daher ist dieser 4-Ionen-Kristall für die Realisierung eines 2-Bit-Quantengatters ideal geeignet. Für eine genauere Betrachtung der Kühlraten, definiert man den Lamb-Dicke-Parameter η_i^{α} für die Mode α und Ion j.

$$\eta_j^{\alpha} = k(\beta_j^{\prime \alpha})^{-1} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_{\alpha}}}$$
(5.11)

Der Lamb-Dicke-Parameter η_j^{α} beschreibt, wie stark die Auslenkung von Ion jan die Mode α koppelt. Für die Kühlrate der Mode α ergibt sich bei gegebener Laserleistung [80]

$$W_{\alpha} = \sum_{j} \mid \eta_{j}^{\alpha} \mid^{2} .$$
(5.12)

Dabei ist jedoch vorausgesetzt, daß sich die Ionen im Lamb-Dicke-Limit befinden. Die Lamb-Dicke-Bedingung ist definiert durch:

$$\max\left\{ \mid \eta_j^{\alpha} \mid^2 n_{\alpha} \right\} \ll 1 \quad \text{für} \quad \alpha, j = 1, \dots, N$$
(5.13)

Abbildung 5.5 zeigt die Kühlraten der vier Schwingungsmoden für die zwei möglichen Ionenanordnungen, bei denen die Heizrate für die zweite und vierte Schwingungsmode verschwindet. Zusätzlich sieht man ganz rechts die Kühlraten eines homogenen 4-Ionen-Kristalls. Lasergekühlt werden nur die Ionen mit Masse M. Die Kühlrate der zweiten Schwingungsmode ist in beiden Fällen größer als die der vierten Mode. Daher ist sie als Bus-Qubit am geeignetsten. Die zweite Schwingungsmode wird etwas stärker gekühlt, wenn sich die ¹¹⁵In⁺ -Ionen außen befinden. Aufgrund der unterschiedlichen Masseabhängigkeit des radialen und des axialen Speicherpotentials ist diese Anordnung nicht besonders stabil. Dagegen ist die Anordnung mit den ¹¹⁵In⁺ -Ionen in der Mitte (Abbildung 5.5(b)) äußerst stabil. Die etwas kleinere Kühlrate kann immer durch einen intensiveren Laser ausgeglichen werden. Diese Konfiguration hat außerdem den Vorteil, daß der Abstand der beiden ²⁵Mg⁺ -Ionen maximal ist. Dadurch erleichtert sich die Einzelionenansprache der ²⁵Mg⁺ -Ionen, die für die Realisierung eines Gatters notwendig ist. Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die Anordnung mit den ¹¹⁵In⁺ -Ionen in der Mitte sowie die Verwendung der zweiten Schwingungsmode als Bus-Qubit die größten Vorteile mit sich bringt.



Abbildung 5.5: Kühlraten der verschiedenen Schwingungsmoden der heterogenen Ionenkette als Funktion des Massenverhältnises μ . Vergleich zweier unterschiedlicher Ionenanordnungen mit einem homogenen Ionenkristall. Gekühlt werden nur die Ionen mit Masse M. Das Massenverhältnis von 4,6 der ¹¹⁵ In /²⁵ Mg -Ionenkette ist durch den senkrechten Strich hervorgehoben.

Kapitel 6

Experimenteller Aufbau

Der Aufbau des Experiments umfaßt zwei Lasersysteme bei den Wellenlängen von $\lambda = 280$ nm und $\lambda = 231$ nm, die linearen Endkappenfalle sowie ein System zur optischen Signalaufnahme.

6.1 Indium-Kühllaser

Das Lasersystem zur Kühlung der Indiumionen besteht aus einem Farbstofflaser, der bei 461,2 nm betrieben wird und einem externen Frequenzverdopplungsresonator zur Erzeugung von Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 230, 6$ nm.

6.1.1 Farbstofflaser

Das zur Kühlung von ¹¹⁵In⁺ benötigte Licht der Wellenlänge von 230,6 nm wird durch Frequenzverdopplung eines durch einen Argon-Ionen-Laser¹ gepumpten Farbstofflasers² erzeugt. Der Argon-Ionenlaser emittiert 4,5 Watt auf den UV-Linien zwischen 330 und 360 nm. Damit wird der Farbstoff Stilben 3 gepumpt, dessen Verstärkungsmaximum bei 430 nm liegt, der aber bei der gewünschten Wellenlänge von 461 nm immer noch den Farbstoff mit der größten Verstärkung darstellt. Stilben 3 wird mit einer Konzentration von 1 g/l in Ethylenglykol gelöst und auf eine Temperatur von 9 °C gekühlt. Die Verwendung einer Düse aus

¹Coherent, Inova 200

 $^{^{2}}$ Coherent,CR 699-21



Abbildung 6.1: Schematischer experimenteller Aufbau.

geschliffenem Edelstahl³ erhöht die passive Frequenzstabilität. Diese erzeugt bei einem Druck von bis zu 10 bar einen wesentlich gleichmäßigeren Farbstoffstrahl als die ursprüngliche Düse der Firma Coherent. Mit dem Farbstofflaser wird eine Ausgangsleistung von 80 mW im Einmodenbetrieb erzielt, wobei nach einer Betriebsdauer von 50-60 Stunden der Farbstoff gewechselt werden muß. Zwei unterschiedliche Methoden der Frequenzstabilisierung stehen zur Auswahl. Für die Dopplerkühlung der Indiumionen genügt die kommerzielle Stabilisierung auf einen temperaturstabilisierten externen Referenzresonator mit geringer Finesse $(F \approx 2)$. Das gewonnene Regelsignal mit einer Bandbreite von 20 kHz wird an zwei Stellelemente im Laserresonator, eine Glasplatte mit Galvanometerantrieb und einen piezogesteuerten Resonatorspiegel geleitet. Der Laser weist eine Li-

³Radiant Dyes Laser Accessories GmbH, RDSN 02

nienbreite von 2 MHz auf kurzer Zeitskala sowie eine Langzeitstabilität von 10 MHz auf. Um Seitenbandkühlung durchführen zu können, muß die Linienbreite des Lasers allerdings vergleichbar oder kleiner als die natürliche Linienbreite des Indium ${}^{1}S_{0} \longrightarrow {}^{1}P_{1}$ -Übergangs von 360 kHz sein. Gleichzeitig muß eine Langzeitdrift der Laserfrequenz verhindert werden. Dies wird durch die Stabilisierung auf einen Resonator sehr hoher Finesse ($F \approx 1000$) mit Hilfe des Pound-Drewer-Hall-Verfahrens [81,82] erreicht. Dafür wird ein elektro-optischer Modulator (EOM) als schnelles Stellglied in den Resonator des Farbstofflasers eingebaut. Mit einer Regelbandbreite von 1,6 MHz erreicht man eine Linienbreite von kleiner als 3 kHz. Die Langzeitstabilität wird durch den extrem kleinen thermischen Ausdehnungskoeffizienten des verwendeten Resonatormaterials (ULE=Ultra Low Expansion Titanium Silicate) erzielt, sowie durch die Aufhängung des Resonators in einem Ultrahochvakuumgefäß, das aktiv temperaturstabilisiert wird. Es verbleibt eine langsame Drift der Laserlinie von 140 kHz/h [83]. Als Frequenzreferenz dient das dopplerfreie Absorptionssignal des Tellurmoleküls, welches mit Hilfe der Sättigungsspektroskopie an einer auf 480 °C geheizten Tellurzelle gewonnen wird.



Abbildung 6.2: Indium Lasersystem. PS: Polarisationsstrahlteiler, PD: Photodiode, EOM: Elektro-optischer Modulator, AOM: Akusto-optischer Modulator. Die Wege a (freier Strahl) und b (Glasfaser) werden im Experiment alternativ benutzt.

6.1.2 Glasfaser

Das oben beschriebene Farbstofflasersystem befindet sich nicht im gleichen Labor wie die Vakuumapparatur, weshalb das Licht mit der Wellenlänge $\lambda = 461$ nm mit Hilfe einer Glasfaser übertragen werden muß. Um nach dem Durchlaufen der Faser mit definierter Polarisation in den Frequenzverdopplungsresonator einkoppeln zu können, benötigt man eine polarisationserhaltende Einzelmodenfaser. Diese Faser hat eine Vorzugsrichtung für das elektrische Feld des Lichts. Dadurch dreht sich die Polarisation durch äußere Einflüsse wie mechanischem Druck und Temperaturänderungen nicht, sofern das Laserlicht mit der entsprechenden Polarisationsrichtung in die Faser eingekoppelt wird, was mit Hilfe einer $\lambda/2$ - Platte erreicht wird. Allerdings besitzt diese Faser eine Abschwächung von 100 dB/km, welche bei der verwendeten Länge von 30 m zu einer Reduzierung der Intensität um den Faktor zwei führt. Die Rayleigh-Streuung mit ihrer ω^4 -Abhängigkeit ist der Hauptverlustmechanismus in der Faser. Dadurch erklärt sich auch die im Vergleich zu Telekomunikationsglasfasern, die bei Wellenlängen im Infraroten verwendet werden, hohe Abschwächungsrate. Zur Einkopplung in die Faser⁴ wird das Laserlicht mit Hilfe einer Linse aufgeweitet und mit einem 20fach Objektiv (N.A. = 0.4) auf einen Strahldurchmesser von wenigen Mikrometern fokussiert. Damit ergibt sich eine maximale Einkoppeleffizienz von 60%. Zusammen mit der oben beschriebenen Abschwächung um 50% ergibt sich eine Gesamttransmission von 30%. Die Auskopplung erfolgt mit einem 20fach Objektiv, womit der Strahl kollimiert wird. Allerdings ist das Strahlprofil leicht elliptisch mit einem Verhältnis von vertikaler zu horizontaler Strahltaille von 1,2. Die transmittierte Leistung von 20-25 mW wird in den Verdopplungsresonator eingekoppelt.

Aufgrund der geringen Transmission durch die Glasfaser, ist die erzielte Leistung im UV durch die Frequenzverdopplung für einige Anwendungen zu gering. Dieses Problem kann man umgehen, indem man das Laserlicht der Wellenlänge $\lambda = 461$ nm direkt von einem Labor in das andere schickt. Dazu wurde ein Loch in die Trennwand gebohrt. Ein Kippspiegelhalter bietet die Möglichkeit sowohl die Faser als auch den direkten Weg durch Luft zu verwenden (siehe Abbildung 6.2). Um räumliche Lagefluktuationen des Laserstrahls am Ort des Verdopplungsresonators zu vermeiden, wird die Strahlführung aktiv mit einem Piezospiegelhalter stabilisiert. Zur Übertragung wird der Strahl kollimiert.

⁴Newport, F-SPA

trigonal 3
negativ einachsig
$\theta{=}60{,}3^\circ$, $\phi{=}0^\circ$
$4,4^{\circ}$
1,25
$2, 2 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 6.1: Kristalleigenschaften von BBO bei einer Wellenlänge der ersten Harmonischen von 461 nm.

6.1.3 Frequenzverdopplung

Zur Frequenzverdopplung wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Verdopplungsresonator mit einem β -Bariumborat-Kristall (BBO) aufgebaut. BBO ist die geeignete Wahl, da er bei der zu verdoppelnden Wellenlänge von 461 nm die höchste Verdopplungseffizienz besitzt. Mit diesem Kristall wurde 1985 Frequenzverdopplung erreicht [84]. Er ist transparent über einen großen Wellenlängenbereich von 200 nm - 2,5 μ m und es konnte die zweite Harmonische bis zu einer Wellenlänge von 210 nm erzeugt werden [85]. Die Kristalleigenschaften sind in Tabelle 6.1 zusammengefaßt.

Für den Frequenzverdopplungsprozess, bei dem aus zwei Photonen der Frequenz ω ein Photon der Frequenz 2ω entsteht, müssen sowohl der Energie- als auch der Impulserhaltungssatz erfüllt werden. Dies führt zu der bekannten Phasenanpassungsbedingung bei kolinearen Strahlen:

$$n(\omega_1) = n(2\omega_1) \tag{6.1}$$

Diese Bedingung kann nur in doppelbrechenden Materialien erfüllt werden. Bei BBO erfolgt eine Typ I Winkelphasenanpassung, wobei das Licht der Frequenz ω außerordentlich und das verdoppelte Licht ordentlich polarisiert ist. Trotz erfüllter Phasenanpassungsbedingung laufen die Fundamentalwelle und die zweite Harmonische auseinander, da die Poynting Vektoren beider Wellen nicht kolinear sind. Dieses Verhalten wird durch den sogenannten Doppelbrechungswinkel ρ beschrieben und führt zu einer Verringerung der Effizienz des Verdopplungsprozesses. Da dieser Winkel bei BBO mit 4,4° sehr groß ist, kann nur ein relativ kurzer Kristall verwendet werden. Das oben beschriebene Auseinanderlaufen der beiden Wellen kann entweder durch eine unkritische Phasenanpassung, bei der die

Phasenanpassung durch die Temperaturabhängigkeit des Brechungsindex erreicht wird oder durch Verwendung eines periodisch gepolten Kristalls [86] vermieden werden. Leider steht bei der Wellenlänge von 461 nm dafür kein geeigneter Kristall zur Verfügung.



Abbildung 6.3: Schematischer Aufbau des Verdopplungsresonators. ZL: Zylinderlinse, Pol: Polarisator.

Da die Intensität des verdoppelten Lichts quadratisch von der Grundwellenintensität abhängt, wird die Fundamentalwelle in den Verdopplungskristall fokussiert. Eine zu starke Fokussierung führt jedoch zu einer großen Divergenz des Laserstrahls und die Phasenanpassung ist bereits nach kurzer Strecke nicht mehr erfüllt. Bei gegebener Kristallänge läßt sich mit einem Optimierungsverfahren [87] ein optimaler Strahldurchmesser finden. Um die Intensität der Fundamentalwelle zu erhöhen, plaziert man den Kristall im Fokus eines Überhöhungsresonators. Hier wurde ein Doppel-Z-Resonator verwendet, der aus zwei gekrümmten und zwei planen Spiegeln besteht. Die beiden Foki befinden sich mittig zwischen den beiden gekrümmten bzw. planen Spiegeln. Durch das nichtaxiale Auftreffen auf die Resonatorspiegel sowie die Verwendung eines im Brewster-Winkel geschnittenen Kristalls ergibt sich jeweils ein Astigmatismus [88]. Die Resonatorgeometrie wurde mit Hilfe des Gausschen Matrizenformalismus so berechnet, daß sich diese beiden Astigmatismen so gut wie möglich kompensieren und gleichzeitig die Strahltaille der Grundwelle ihren optimalen Wert im Kristall annimmt. Die genauen Abmessungen des Resonators sind in Tabelle 6.2 angegeben. Der Überhöhungsresonator wird mit Hilfe der Hänsch-Couillaud-Methode [89] auf die Frequenz des Farbstofflasers stabilisiert. Aufgrund seiner hygroskopischen Eigenschaften wird der

Kristallänge		11 m	ım
Abstand Kristalloberfl	äche-Spiegel	23 m	ım
Spiegelkrümmungsradi	50 m	ım	
Ablenkwinkel der Spie	$lpha = 16^{\circ}$		
Optische Gesamtlänge	des Resonators	231 n	nm
Freier Spekralbereich	$1,3 { m G}$	Ηz	
Strahltaille im Kristall	$\omega=23$	$_{ m \mu m}$	
Tabelle 6.2:	Eigenschaften	des	BBO

Verdopplungsresonators.

BBO Kristall auf 55 °C geheizt um Kondensation zu vermeiden. Die Temperatur wird mit einem Temperaturregler auf $\pm 0,1$ °C genau stabilisiert. Durch den kompakten Aufbau des Resonators ergibt sich eine größere Linienbreite, was zu einer erhöhten Stabilität führt. Dies macht sich durch eine wesentlich stabilere UV-Ausgangsleistung bemerkbar. Der schematische Aufbau des Verdopplungsresonators ist in Abbildung 6.3 zu sehen.

Bei Übertragung von 20 mW des Farbstofflaserstrahls mit Hilfe der Glasfaser wird eine UV-Leistung von 30μ W erzielt. Bei der direkten Übertragung stehen 80 mW für die Verdopplung zur Verfügung. Es ergibt sich eine UV-Leistung von 100 μ W. Da die Leistung des verdoppelten Lichts quadratisch von der Eingangsleistung abhängt, müßte bei der direkten Übertragung deutlich mehr an UV gewonnen werden. Da der Verdoppler jedoch über 10 Meter vom Farbstofflaser entfernt steht, wird die Lasermode trotz Linsenkollimation verzerrt. Folglich ist die Einkopplung in den Verdopplungsresonator nicht mehr so effektiv, was sich durch eine verringerte UV-Leistung bemerkbar macht.

6.2 Magnesium-Kühllaser

Für die Spektroskopie und Kühlung der ²⁴Mg⁺ - und ²⁵Mg⁺ -Ionen auf dem ²S_{1/2} \longrightarrow ²P_{3/2}-Übergang benötigt man ein Lasersystem bei einer Wellenlänge von $\lambda = 280$ nm. Dazu wird das Licht eines Farbstofflasers mit Hilfe eines externen Resonators frequenzverdoppelt. Das Lasersystem zur Kühlung der Magnesiumionen ist dem oben beschriebenen Indium-Lasersystem sehr ähnlich. Es besteht aus einem Farbstofflaser und zwei externen Frequenzverdopplungsresonatoren zur Erzeugung von zwei Laserstrahlen bei 280 nm, wie sie für die Anregung der Hyperfeinzustände von ²⁵Mg⁺ benötigt werden. Der Frequenzunterschied von 1,8 GHz wird mit Hilfe eines AOMs vor einer der Verdopplerstufen erzeugt. Ein identisches Farbstofflasersystem wird für die Anregung der Raman-Übergänge zwischen den beiden Hyperfeinniveaus verwendet. Der einzige Unterschied besteht darin, daß die Verstimmung zur Mg-Resonanz etwa 20 GHz beträgt, um eine Population des oberen Niveaus während des Raman-Überganges zu vermeiden.



Abbildung 6.4: Magnesium Lasersystem. Die Funktionen der einzelnen Laserstrahlen R_1, P_1, R_2, P_2 und D sind in den Kapiteln 2.6.2 und 4.2 beschrieben.

6.2.1 Farbstofflaser

Zwei identische Farbstofflaser⁵ stehen für die Erzeugung von Laserlicht bei einer Wellenlänge von $\lambda = 560$ nm zur Verfügung. Diese werden von einem Argonionen Laser⁶, der auf den Argonlinien zwischen 454 nm und 529 nm emittiert, mit jeweils 12 W gepumpt. Als Lasermedium wird Rhodamin 110 verwendet, das mit einer Konzentration von 0,44g/l in Ethylenglycol gelöst und auf eine Temperatur von 9 °C gekühlt wird. Nach 50-60 Betriebsstunden muß der Farbstoff ausgewechselt werden. Die typische Ausgangsleistung beider Farbstofflaser beträgt 900 mW. Der Farbstofflaser wird mit Hilfe eines Piezospiegels und zweier galvanometrisch drehbarer Glasplatten aktiv auf einen Fabry-Perot-Resonator stabilisiert. Dadurch ergibt sich eine Linienbreite von 1-2 MHz. Die Bestimmung der absoluten Frequenz des Farbstofflasers erfolgt über das dopplerverbreiterte

⁵Spectra Physics, 380 $\overline{\text{D}}$

⁶Coherent, Innova 400

Spektrum des Jod-Moleküls. Der Laser kann auf eine Flanke des dopplerverbreiterten Jodspektrums stabilisiert werden. Dafür wird die Intensität des Lasers mit einem akusto-optischen Modulator (AOM) aktiv auf einen festen Wert geregelt, um eine Drift der Laserfrequenz zu vermeiden. Zusätzlich besteht aber auch die Möglichkeit das dopplerfreie Jodspektrum aufzunehmen.

6.2.2 Frequenzverdopplung

Für die Frequenzverdopplung bei der Fundamentalwellenlänge von 560 nm kann sowohl ein BBO- als auch ein Kaliumdihydrogenphosphat-Kristall (KDP) verwendet werden. BBO besitzt zwar im Vergleich zu KDP einen wesentlich größeren nichtlinearen Koeffizienten, jedoch kann ein viel längerer KDP Kristall verwendet werden, da sein Doppelbrechungswinkel um ein Vielfaches kleiner ist. Folglich weisen beide Kristalle eine ähnliche Verdopplungseffizienz auf. Aufgrund seiner besseren Oberflächenqualität ist es jedoch vorteilhaft KDP zu verwenden. Die Kristalleigenschaften von KDP finden sich in Tabelle 6.3. Bei der Fundametalwellenlänge von 560 nm kann nur eine Typ I Winkelphasenanpassung angewandt werden. Im Experiment stehen 4 Frequenzverdopplungseinheiten (3 KPD-, 1 BBO-Resonator) zur Verfügung wobei speziell für die Spektroskopie und Kühlung von ²⁵Mg⁺ -Ionen ein neuer Verdopplungsresonator mit einem KDP-Kristall aufgebaut wurde. Dieser wurde analog zu der im Kapitel 6.1.3 beschriebenen Methode optimiert und seine Daten sind in Tabelle 6.4 aufgelistet. Die Stabilisierung des Uberhöhungsresonators auf die Farbstofflaserfrequenz erfolgt wieder über die Hänsch-Couillaud-Methode . Der KDP-Kristall wird mit einer Genauigkeit von 0,1 °C auf eine Temperatur von 60 °C stabilisiert, um den Brechungsindex stabil auf einem Wert zu halten. Zusätzlich wird er mit Stickstoff gespült, damit die Kondensation von Wasser an den Oberflächen des hygroskopischen Kristalls verhindert wird. Bei einer Laserleistung von 800 mW werden typischerweise 50 mW UV-Licht erzeugt. Die drei anderen Verdopplungsresonatoren haben Verdopplungseffizienzen in der gleichen Größenordnung.

6.2.3 Akusto-optischer Modulator

Während man für die Kühlung von ${}^{24}Mg^+$ -Ionen nur einen Laserstrahl bei der Wellenlänge von 280 nm verwendet, ist für die Kühlung von ${}^{25}Mg^+$ -Ionen ein

Kristallstruktur	tetragonal $\overline{4}2m$
Doppelbrechung	negativ einachsig
${ m Phasenan passungs winkel}$	eta = 68 °
${ m Doppelbrechungswinkel}$	$1,23$ $^{\circ}$
eff. nichtl. Koeff. (pm/V)	0,36
Konversions effizienz ($W^{-1}cm^{-1}$)	$5,6\cdot 10^{-5}$

Tabelle 6.3: Kristalleigenschaften von KDP bei einer Wellenlänge von 560 nm der ersten Harmonischen.

Kristallänge	$50 \mathrm{mm}$
Abstand Kristalloberfläche-Spiegel	$74,5~\mathrm{mm}$
Spiegelkrümmungsradius	$150 \mathrm{~mm}$
Ablenkwinkel der Spiegel	$17,5^{\circ}$
Optische Gesamtlänge des Resonators	$942~\mathrm{mm}$
Freier Spekralbereich	$217 \mathrm{~MHz}$
Strahltaille im Kristall	$\omega = 59 \; \mu { m m}$

Tabelle6.4:EigenschaftendesKPD-Verdopplungs-
resonators

zweiter Laser nötig. Dieser dient als Rückpumplaser aus dem zweiten Hyperfeinniveau des Grundzustandes. Dafür wird der Laserstrahl bei 560 nm mit Hilfe eines Polarisationsstrahlteilers in zwei Strahlen aufgeteilt (siehe Abbildung 6.4). Die Frequenz des einen Strahls wird beim zweimaligem Durchlaufen eines akustooptischen Modulators (AOM) um 900 MHz verschoben. Nach der Frequenzverdopplung beider Strahlen ergibt sich ein Frequenzunterschied von 1,8 GHz, was genau der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von ²⁵Mg⁺ entspricht. Die Effizienz des AOMs beträgt 87% für die Beugung erster Ordnung. Mit diesem Aufbau können zwei Laserstrahlen mit einer Leistung von jeweils 3 mW erzielt werden.

6.3 Elektro-optischer Deflektor

Für die gezielte Anregung einzelner Ionen bei der Quanteninformationsverarbeitung muß der Fokus des Laserstrahls innerhalb von wenigen μ s von einem Ion zu einem anderen bewegt werden. Hierzu wird ein elektro-optischer Deflektor⁷ (EOD) verwendet. Er besitzt eine Winkelablenkung von 1.80 mrad/kV, die auf einer Zeitskala von einigen μ s variiert werden kann.

6.4 Falle und Fallenelektronik

Zur Speicherung der Ionen wird eine lineare Endkappenfalle verwendet, die ausführlich in Referenz [90] beschrieben ist. Eine lineare Falle hat gegenüber einer Paul-Falle den entscheidenden Vorteil, daß viele Ionen mikrobewegungsfrei gespeichert werden können, indem sie auf der Fallenachse angeordnet werden.



Abbildung 6.5: Lineare Endkappenfalle. Die Maße: $2x_0 = 550 \mu m$, $2y_0 = 380 \mu m$, $2x_1 = 880 \mu m$, $2y_1 = 880 \mu m$, $s = 250 \mu m$, $d = 100 \mu m$.

In Abbildung 6.5 ist die Falle schematisch dargestellt. Die RF-Amplitude wird an zwei Platten angelegt, die sich an einer Kante gegenüberliegen und dadurch einen Spalt bilden, in dem die Ionen gespeichert werden. Diese Platten sind entlang der Fallenachse jeweils in drei Segmente unterteilt, um über ein zusätzliches statisches Potential einen axialen Einschluß zu bewirken. Die Ionen werden im mittleren Segment gespeichert. Die seitlich von den Platten angebrachten vier Elektroden definieren die Masse des RF-Feldes und bewirken ein harmonisches Potential in radialer Richtung. Die in Abbildung 6.5 angegebenen Abstände sind in Bezug auf Fallensteilheit und Harmonizität optimiert.

⁷SpectroLas, Model 30 (ADP)



Abbildung 6.6: Schaltbild des Resonanztransformators. Im unteren Teil ist der Tiefpass zu sehen, der die DC-Spannungsquellen vor dem RF-Feld schützt.

Die Falle wird mit einer Wechselspannung von $\Omega_{RF} = 2\pi \cdot 22.87$ MHz betrieben. Um Amplituden bis 1000 V anlegen zu können, wird das verstärkte RF-Signal eines Funktionsgenerators in einen Resonanzschwingkreis eingekoppelt. Der Schwingkreis besteht aus einer Spule und einer Kapazität, deren Hauptbeitrag von der Falle selbst geliefert wird. Die Einkopplung erfolgt induktiv über zwei Spulen. Dabei wird die Spannung gleichzeitig hochtransformiert. Das Schaltbild des Resonanztransformators ist in Abbildung 6.6 zu sehen. Für eine effektive Einkopplung ist eine sehr gute Impedanzanpassung nötig. Folglich wurde die Eingangsimpedanz des Resonanztransformators mit einer in Serie geschalteten Kapazität (C= 50pF) sowie einer parallel geschalteten Spule (L= 2μ H) nahezu auf 50 Ohm gebracht wurde. Eine Einkopplung von 96% sowie eine Güte des Schwingkreises von 100 wird erreicht. Um an die RF-Segmente unterschiedliche DC-Spannungen anlegen zu können, werden sie durch Koppelkondensatoren voneinander getrennt. Desweiteren werden die DC-Spannungsquellen durch Tiefpässe vor dem RF-Feld getrennt. Durch einen kapazitativen Spannungteiler wird eine Monitorspannung des RF-Feldes abgegriffen.

6.5 Vakuumsystem

Um Stöße mit Restgasatomen zu vermeiden, müssen die Ionen im Ultrahochvakuum (UHV) gespeichert werden. Ein Restgasdruck von $4 \cdot 10^{-11}$ mbar wird erreicht. Um diesen Druck zu erreichen, wird die Vakuumapparatur eine Woche lang bei einer Temperatur von 130 °C ausgeheizt, wobei eine Turbomolekularpumpe⁸ mit vorgeschalteter Drehschieberpumpe⁹ eingesetzt wird. Ab einem Druck von $1 \cdot 10^{-8}$ mbar wird die Turbomolekularpumpe mit einem Drehschiebe-



Abbildung 6.7: Technische Zeichnung der Vakuumkammer. Die Laserstrahlen P_2, R_2, D, P_1, S und D werden durch die entsprechend gekennzeichneten Flansche in die Kammer fokussiert. Der Ionennachweis erfolgt durch Flansch K.

⁸Leybold Vakuum, Turbovac 361

⁹Leybold Vakuum, Trivac D 16 B

ventil abgetrennt und die Ionengetterpumpe¹⁰ mit integrierter Titansublimation hinzugeschaltet. Für diese Experimente wurde eine neue Vakuumkammer konzipiert. Wie in Abbildung 6.7 zu sehen ist, erlaubt sie die Laserkühlung aus fünf verschiedenen Raumrichtungen. Weitere Fenster sind für den Nachweis der Ionen und die Ansprache einzelner Ionen vorgesehen, wobei die Raumrichtungen hierfür so gewählt wurden, daß Streulicht minimiert wird. Die räumliche Anordnung der linearen Enkappenfalle, der Atomöfen, der Elektronenkanone sowie der Nachweislinse ist in Abbildung 6.8 gezeigt. Man erkennt, daß die Falle gegenüber der Senkrechten um 15° in Richtung der Nachweislinse geneigt ist. Durch diese Neigung kühlt der Seitenbandlaser S in allen drei Dimensionen. Der gesamte Aufbau ist auf einer Platte montiert, die durch abwechselnd angeordnete Viton- und Edelstahlringe schwingungsgedämpft wird (siehe Abbildung 6.9).



Abbildung 6.8: Foto der linearen Endkappenfalle mit Atomöfen, Elektronenkanone und Nachweislinse.

 $^{^{10}\}mathrm{Physical}$ Electronics, 640 l/s



Abbildung 6.9: Foto des gesamten Aufbaus in der Vakuumkammer. Die oberen beiden Platten sind schwingungsgedämpft. Am unteren Teil des Fotos erkennt man den Bodenflansch der Vakuumkammer sowie die elektrischen Durchführungen.

6.6 Ionenerzeugung

Die Ionen werden durch Elektronenstoßionisation eines thermischen Atomstrahls erzeugt. Dabei sind der Elektronen- und Atomstrahl so justiert, daß sie sich

im Zwischenraum des äußeren RF-Elektrodenpaars der linearen Endkappenfalle schneiden (siehe Abbildung 6.5). Die Elektronen werden von einem 100 μ m dicken, zu einer Spitze gebogenen Wolframdraht emittiert, der mit einem Strom von 1,6 A geheizt wird. Eine zusätzliche Saugspannung von 130 V zwischen Wolframdraht (Kathode) und Anode beschleunigt die Elektronen. Zur Fokussierung dient ein Wehneltzylinder, der auf dem selbem Potential wie der Wolframdraht liegt. Der Atomofen für Indium besteht aus einem 1 cm langen Tantalröhrchen von 1 mm Außendurchmesser und 0.2 mm Wandstärke, das an einem Ende zusammengepreßt ist. Dieses mit Indium gefüllte Röhrchen wird mit einem 0,25 mm dicken Tantaldraht, der an das Röhrchen geschweißt ist und in dem ein Strom von 2,3 A fließt, geheizt. Der Magnesium-Atomofen unterscheidet sich nur in der Wandstärke des Röhrchens von 0,08 mm sowie im Heizstrom, der hier lediglich 0,95 A beträgt. Der verwendete Magnesiumdraht besitzt die natürliche Isotopenzusammensetzung (^{24}Mg : 79%, ^{25}Mg : 10%, ^{26}Mg : 11%). Folglich können mit diesem Ofen sowohl ²⁴Mg⁺ - als auch ²⁵Mg⁺ -Ionen geladen werden, wenn auch mit deutlich geringerer Effizienz für die ²⁵Mg⁺ -Ionen. Dazu wird der Kühllaser auf die Linie des jeweiligen Isotops abgestimmt. ²⁵Mg kann auch isotopenrein als Magnesiumoxid hergestellt werden. Dieses wurde im technologischen Labor der TU München reduziert. Dadurch steht im Experiment auch ein reiner $^{25}\mathrm{Mg}$ -Ofen zur Verfügung.

6.7 Laserfokussierung in die Falle

Insgesamt werden für das Experiment fünf verschiedene Laserstrahlen benötigt. Ihre räumliche Anordnung ist in Abbildung 6.10 zu sehen, die einen horizontalen Schnitt durch die Vakuumkammer zeigt. Die Quantisierungsachse wird durch das Magnetfeld entlang der Fallenachse festgelegt. Die beiden Raman-Laser R_1 und R_2 besitzen lineare bzw. zirkulare Polarisation. Mit Hilfe eines Objektivs und des EODs kann der Raman-Laser R_1 einzelne Ionen adressieren. Der Seitenbandkühllaser S und der Präparationslaser P_1 besitzen eine Überlagerung aus linearer und zirkularer Polarisation. Der Präparationslaser P_2 sowie der Detektionslaser D sind wieder linear polarisiert. Für die Aufgabe der jeweiligen Laserstrahlen sei auf die Kapitel 2.6.2 und 4.2 verwiesen.



Abbildung 6.10: Räumliche Anordnung der Laserstrahlen.

6.8 Optische Signalaufnahme

Der optische Nachweis der gespeicherten Ionen erfolgt über ihr Fluoreszenzlicht, welches in den gesamten Raumwinkel abgestrahlt wird. Um eine möglichst große Nachweiseffizienz zu erhalten, werden die Ionen mit einer sehr kurzbrennweitigen Quarz Linse , die im Vakuum montiert ist sowie einer zweiten Linse außerhalb der Vakuumkammer auf ein Zwischenbild abgebildet. Mit einer dritten Linse wird das Zwischenbild nochmals vergrößert abgebildet. Um das Streulicht zu reduzieren, wird in der Zwischenbildebene eine räumliche Filterung vorgenommen. Durch den eingebauten 50%-Strahlteiler können die Ionen sowohl mit einer Mikrokanalplatten-Kamera¹¹ als auch mit einem Photonenvervielfacher¹²) (PMT) nachgewiesen werden. Die Ortsauflösung der Mikrokanalplatten-Kamera beträgt 50 μ m (FWHM). Die Quanteneffizienz des Photonenvervielfachers und der

¹¹Hamamatsu, N1831U-02 Detektor C1809 Cooling Unit

¹²Hamamatsu, R166UHP select

Mikrokanalplatten-Kamera ist wellenlängenabhängig und liegt bei etwa 20% (280 nm) bzw. bei etwa 30% (230 nm). Dadurch ergibt sich zusammen mit dem durch die kurzbrennweitige Linse erfaßten Raumwinkel von 1,8% eine Gesamteffizienz des Abbildungssystems von 0,36%(280 nm) bzw.0,53% (230 nm). Dies konnte durch die Zählrate eines einzelnen ²⁴Mg⁺ -Ion von 80 kHz bestätigt werden. Die Gesamtvergrößerung des Abbildungssystems beläuft sich auf einen Faktor 50.



Abbildung 6.11: Linsensystem für den optischen Nachweis der Ionen. Die Brennweiten der Linsen sind: $f_1 = 15mm$, $f_2 = 300mm$, $f_3 = 100mm$ und $f_4 = 100mm$. Die Brennweiten sind für die Wellenlänge $\lambda = 633nm$ angegeben.

Mit diesem System können sowohl Mg- als auch In-Ionen nachgewiesen werden. Die Bildebenen fallen jedoch aufgrund der auftretenden Dispersion ($n_{Mg} = 1.494$, $n_{In} = 1.520$) nicht zusammen. Dies bewirkt, daß nur eine Ionensorte scharf abgebildet wird und daß die Raumfilterung in der Zwischenbildebene nicht für beide Wellenlängen optimal sein kann. Dieses Problem wird durch die Abspaltung des Indium-Strahlengangs mit einem dichroitischen Strahlteiler gelöst. Dadurch kann eine unabhängige räumliche Filterung des Indium-Signals in der Zwischenbildebene vorgenommen werden, wodurch Streulicht unterdrückt wird. Das Zwischenbild wird mit einer Linse auf einen zweiten PMT abgebildet. Eine gleichzeitige Detektion beider Ionensorten ist dadurch möglich. Um auch gleichzeitig Bilder der Ionen aufnehmen zu können, ist die Verwendung eines Spiegelteleskops geplant. In Abbildung 6.12 ist die Auflösung der Nachweisoptik anhand eines 2-Ionen-Kristalls, aufgenommen mit der Mikrokanalplatten-Kamera, zu sehen. Sie beträgt 2, 5μ m. Das rechte Ion besitzt aufgrund der nicht perfekt kompensierten Mikrobewegung eine größere räumliche Ausdehnung.



Abbildung 6.12: 2-Ionen-Kristall bestehend aus ${}^{24}Mg^+$. Die beiden Ionen haben einen Abstand von $15\mu m$. Die Auflösung des Nachweissystems beträgt $2.5\mu m$ (FWHM).

Kapitel 7

Experimentelle Ergebnisse

Für die Kühlung der Ionen in der Ionenfalle steht neben der Dopplerkühlung, mit der Endtemperaturen von 1 mK erzielt werden, auch die Puffergaskühlung mit Helium zur Verfügung. Hierbei werden die Ionen durch Stöße mit leichten Heliumatomen bei Raumtemperatur abgebremst, was zu einer Verringerung der Säkularbewegung führt. Das Heliumgas wird durch ein Nadelventil eingelassen und diffundiert entgegen der Laufrichtung der Turbopumpe in die Vakuumkammer. Bei einem He-Partialdruck von $1 \cdot 10^{-5}$ mbar wird eine Ionentemperatur von meheren hundert Kelvin erreicht, die aufgrund der RF-Heizung immer über der Heliumtemperatur von 300 K liegt. Mit dieser Kühlmethode können um einen Faktor 100-1000 größere Ionenwolken gespeichert werden, was zu einer um einen Faktor 10 größeren Fluoreszenzrate führt. Dies ist v.a. für die Inbetriebnahme der Falle und die Justage der optischen Signalaufnahme von großem Nutzen. Die Messung der Fallenparameter sowie die Säkular- und Radialschwingungsfrequenzen lassen sich bei mit Puffergas gekühlten Ionenwolken mit einem größeren Signal/Rauschverhältnis bestimmen.

7.1 Speicherung von ${}^{24}Mg^+$ und ${}^{25}Mg^+$

Die Charakterisierung der linearen Endkappenfalle erfolgt mit Hilfe der ²⁴Mg⁺-Ionen, da das hierfür benötigte Lasersystem nur aus einem einzigen Laserstrahl bei der Wellenlänge von $\lambda = 280$ nm besteht. Im Gegensatz zu ²⁵Mg⁺ besitzt der Grundzustand von ²⁴Mg⁺ keine Hyperfeinaufspaltung. Die Isotopieverschiebungen der Übergänge sind im Anhang zu finden. Wie in Abbildung 7.1 zu sehen,

können in der linearen Endkappenfalle²⁴Mg⁺ -Kristalle mit bis zu sechs Ionen stabil gespeichert werden. Säkularfrequenzen von bis zu 6 MHz sowie axiale Schwingungsfrequenzen von bis zu 600 kHz können erzielt werden. Das Verhältnis der radialen zur axialen Schwingungsfrequenz bestimmt den linearen Charakter der Falle und damit die maximale Länge der Ionenkette.



Abbildung 7.1: ${}^{24}Mg^+$ -6-Ionen-Kristall

Eine wichtige Voraussetzung für die Kühlung der Ionen in den Grundzustand der Schwingungsbewegung ist die Kompensation der Mikrobewegung. Die in Kapitel 3.1 gelöste Bewegungsgleichung für die gespeicherten Ionen setzt sich aus der Säkularbewegung und der Mikrobewegung zusammen. Nur die Säkularbewegung kann mit Hilfe der Laserkühlung reduziert werden. Die Mikrobewegung führt zu einer Verbreiterung des Anregungspektrums und zur RF-Heizung von Ionenwolken. Im kristallinen Zustand ist die RF-Heizung im Vergleich zur Laserkühlung zu vernachlässigen, allerdings kann durch die Mikrobewegung die Laserkühlung beeinflußt bzw. gestört werden [91]. Im Idealfall sollten die entlang der RF-feldfreien Fallenachse angeordneten Ionenkristalle keine Mikrobewegung erfahren. Durch statische elektrische Störfelder können die Ionen aber radial ausgelenkt werden und unterliegen dann der Mikrobewegung. Diese ist umso stärker, je weiter sich das Ion vom Minimum des Pseudopotentials entfernt. Die Störfelder können durch Kontaktpotentiale auf den Fallenelektroden beim Laden oder durch elektrische Aufladung von dielektrischen Materialien entstehen. Die Mikrobewegung kann mit einer RF-Korrelationsmethode gemessen werden, die ausführlich in [92] beschrieben ist. Im Ruhesystem des Ions kann die Mikrobewegung als Modulation der Laserfrequenz beschrieben werden. Durch die frequenzabhängige Absorption wird die Fluoreszenzrate mit der Mikrobewegungsfrequenz moduliert (siehe Abbildung 7.2). Aus dieser Korrelationsmessung kann die Mikrobewegungsamplitude
bestimmt werden. Für die Kompensation der Mikrobewegung werden die Ionen durch Anlegen zusätzlicher Gleichspannungen an die RF-Masseelektroden M1-M4 wieder ins Minimum des Pseudopotentials geschoben.



Abbildung 7.2: Nachweis der Mikrobewegung über die Modulation der Fluoreszenzintensität. Die periodische Dopplerverschiebung der Laserverstimmung im Ruhesystem des Ions resultiert in einer Intensitätsmodulation des Fluoreszenzlichts.

Da die RF-Korrelationsmethode auf dem Doppler-Effekt erster Ordnung beruht, erhält man nur Auskunft über die Mikrobewegung entlang des eingestrahlten Lasers. Daher benötigt man für den Nachweis der Mikrobewegung in allen drei Raumrichtungen drei Laserstrahlen. Abbildung 7.3 zeigt die Kompensation der Mikrobewegung entlang einer Laserrichtung. In der linearen Endkappenfalle kann die Mikrobewegung in radialer Richtung auf weniger als $\lambda/10$ kompensiert werden. In axialer Richtung sollte bei einer idealen linearen Ionenfalle aus Symmetriegründen keine Mikrobewegung vorhanden sein. Messungen hierzu sind in Kapitel 7.6 aufgeführt.

Für die Experimente zur Realisierung eines Quantencomputers müssen jedoch ²⁵Mg⁺ -Ionen gespeichert werden. Das Lasersystem ist aufgrund der Hyperfeinaufspaltung des ²⁵Mg⁺ -Termschema etwas aufwendiger. Da der Grundzustand ein typisches Λ-System darstellt, benötigt man für die Laserkühlung und Spektroskopie zwei Laserstrahlen mit einem Frequenzunterschied von 1,8 GHz, der genau



Abbildung 7.3: Kompensation der Mikrobewegung in radialer Richtung. (a): Mikrobewegung gemessen bezüglich eines Laserstrahls mit radialer Komponente. (b): Durch Anlegen von Kompensationsspannungen an die RF-Masseelektroden kann die Mikrobewegung minimiert werden. Die restliche Mikrobewegungsamplitude beträgt $\approx 20\mu m.$ M1 = 2, 5V, M4 = 1, 3V.

der Hyperfeinaufspaltung entspricht. Diese Frequenzverschiebung wird wie in Kapitel 6.2.3 erwähnt mit einem AOM realisiert. Es spielt dabei keine Rolle, ob die Frequenz des zweiten Laserstrahls relativ zum ersten erhöht oder erniedrigt wird. Da die absolute Laserfrequenz anhand des dopplerfreien Jodspektrums ermittelt wird, ist es günstiger die Frequenz des zweiten Laserstrahls zu erniedrigen (siehe Abbildung 6.4). Wird das Jodspektrum mit diesem Laser aufgenommen, stehen die in Abbildung 7.4 unten zu sehenden Jodlinien als Referenz zur Verfügung.

Für ein Anregungsspektrum der ²⁵Mg⁺ -Ionen wird der Frequenzunterschied der beiden Laserstrahlen konstant bei 1,8 GHz gehalten und nur die Frequenz des Farbstofflasers variiert. In Abbildung 7.4 ist ein Anregungsspektrum eines mikrobewegungskompensierten ²⁵Mg⁺ -Einzelions mit einer Linienbreite (FWHM) von 64 MHz gezeigt. Der Unterschied zur natürlichen Linienbreite von 43 MHz erklärt sich durch die verbleibende Sättigungsverbreiterung. Die Fluoreszenz kann nur unterhalb der Resonanzfrequenz beobachtet werden, da für Blauverstimmung des Lasers der Kühlprozeß in einen Heizprozeß übergeht, durch den das Ion genügend kinetische Energie erhält, um die Falle zu verlassen.



Abbildung 7.4: Anregungsspektrum eines ${}^{25}Mg^+$ -Einzelions. Als Referenz für die Absolutfrequenz dient das im unteren Teil aufgenommene dopplerfreie Jodspektrum.



Abbildung 7.5: ${}^{25}Mg^+$ -Einzelion sowie ${}^{25}Mg^+$ -3-Ionen-Kristall

Die gespeicherten Ionen führen bei genügend großer Laserkühlung einen Phasenübergang von ungeordneter zu kristallähnlichen geordneten Strukturen aus, sobald die kinetische Energie der thermischen Bewegung kleiner als die potentielle Energie ist. Die ersten Kristallstrukturen wurden 1987 [71,93] experimentell nachgewiesen. Um Kristallisation zu erhalten, wird die Laserfrequenz ausgehend von einer großen Rotverstimmung zur Resonanz hin verstimmt. Schwerere Restgasionen werden entfernt indem ein hoher a-Wert angelegt wird. In Abbildung 7.5 ist ein ²⁵Mg⁺ -Einzelion sowie ein 3-Ionen-Kristall zu sehen.

7.2 Speicherung von 115 In⁺

Die Speicherung der ¹¹⁵In⁺ -Ionen in der linearen Endkappenfalle ist gegenüber der Speicherung von ²⁴Mg⁺ - oder ²⁵Mg⁺ -Ionen dadurch erschwert, daß die Fluoreszenzrate um mehr als einen Faktor 100 geringer ist. Die relativ schmale Linienbreite von 360 kHz des ¹S₀ \longrightarrow ³P₁-Übergangs ist zwar für die Seitenbandkühlung von großem Nutzen, macht jedoch den Nachweis der ¹¹⁵In⁺ -Ionen schwieriger. Hier erwies es sich von großem Vorteil, daß der Strahlengang für den optischen Nachweis mit Hilfe der ²⁴Mg⁺ -Ionen optimiert werden konnte. Die erste Wolke von ¹¹⁵In⁺ -Ionen wurde mit einem auf diese Weise auf ²⁴Mg⁺ optimierten Photonenvervielfacher (PMT) nachgewiesen. Aufgrund der Dispersion der Linsen im Strahlengang werden die Indiumionen zwar nicht scharf auf den PMT abgebildet, jedoch ist die Detektionsfläche des PMT groß genug, um ein Signal nachzuweisen. Anschließend wurde ein separater PMT aufgebaut, der für den Nachweis von Indiumionen optimiert ist.

Aufgrund der Clebsch-Gordan-Koeffizienten beim ${}^{1}S_{0} \longrightarrow {}^{3}P_{1}$ -Übergang wird maximale Fluoreszenzintensität erreicht, wenn der Übergang mit zirkular polarisiertem Licht getrieben wird, und mit zwei Helmholtzspulen ein Magnetfeld von ungefähr 0,6 mT entlang der Laserachse angelegt wird. Dadurch verdoppelt sich die Fluoreszenzrate gegenüber linear polarisiertem Licht. In Abbildung 7.6 ist ein typisches Anregungsspektrum zu sehen. Die 115 In⁺ -Ionen werden durch Puffergas auf eine Temperatur von ca. 550 K gekühlt. Als Frequenzreferenz ist das dopplerverbreitete Tellurspektrum mit aufgenommen. Das Anregungsspektrum ist symmetrisch zur Resonanzfrequenz angeordnet, da bei einem Helium-Partialdruck von $1 \cdot 10^{-5}$ mbar und einer Laserleistung von 100 μ W noch kein Einfluß der Laserkühlung oder -heizung bemerkbar ist.



Abbildung 7.6: Anregungsspektrum einer ¹¹⁵In -Ionenwolke. Als Referenz dient das dopplerverbreiterte Tellurspektrum (unten).

7.3 Gemeinsame Speicherung von ${}^{24}Mg^+$ und ${}^{115}In^+$

7.3.1 Messung der Fallenparameter

Die Experimente zur Speicherung zweier Ionensorten wurden mit ${}^{24}Mg^+$ - und ${}^{115}In^+$ -Ionen durchgeführt und nicht mit ${}^{25}Mg^+$ -Ionen. Dies liegt daran, daß für die Kühlung der ${}^{24}Mg^+$ -Ionen nur ein Laserstrahl benötigt wird und daher mehr Kühlleistung zur Verfügung steht. Dies erleichtert den optischen Nachweis der Ionen. Die gewonnenen Erkenntnisse gelten auch für die ${}^{25}Mg^+$ -Ionen, wenn man berücksichtigt, daß das Massenverhältnis von ${}^{115}In$ zu ${}^{24}Mg$ von 4,8 nahezu identisch ist mit dem von ${}^{115}In$ zu ${}^{25}Mg$ (4,6).

Für die gemeinsame Speicherung der Magnesium- und Indiumionen ist es wichtig, das Stabilitätsdiagramm für beide Ionen einzeln auszumessen, um den Bereich zu bestimmen, in dem die gemeinsame Speicherung möglich ist. Dazu werden, ausgehend von stabil gespeicherten Ionen, die Gleich- bzw. Wechselspannungen an den RF-Elektroden soweit erhöht, bis die Ionen die Falle verlassen und das Fluoreszenzsignal der Ionen verschwindet. Das Ergebnis ist in Abbildung 7.7 dargestellt. Die Form des Stabilitätsdiagramms weist wie in der Theorie für beide Ionensorten eine q^2 -Abhängigkeit auf. Im Falle von ²⁴Mg⁺ wurden das Stabilitätsdiagramm an einzelnen lasergekühlten Ionen vermessen. Bei einem a-Wert von 0 können einzelne Ionen bis zu einem q-Wert von 0,69 gespeichert werden. Der Stabiltätsbereich für ¹¹⁵In⁺ wurde nicht an Einzelionen sondern an mit Puffergas gekühlten Wolken vermessen. Damit konnte, wie oben bereits erwähnt, ein besseres Signal/Rauschverhältnis erreicht werden als für ein Einzelion. Die dadurch entstehenden Raumladungseffekte begründen auch den unterschiedlichen Faktor in der q^2 -Abhängigkeit der beiden Stabilitätskurven. Der Überlappbereich beider Stabilitätsdiagramme, also der Bereich wo gemeinsames Speichern möglich ist, wird durch die Massen-Abhägigkeit des a- und q-Wertes bestimmt (siehe Gleichung (3.5)).



Abbildung 7.7: Stabilitätsdiagramm der linearen Endkappenfalle für $^{25}Mg^+$ und $^{115}In^+$.

Die gemeinsame Speicherung von ²⁴Mg⁺ und ¹¹⁵In⁺ läßt sich durch zwei Methoden nachweisen. Die eine Methode besteht im direkten optische Nachweis über die Fluoreszenzanregung beider Ionensorten. Dazu wird das Fluoreszenzsignal der ²⁴Mg⁺ - und ¹¹⁵In⁺ -Ionen entweder simultan oder abwechselnd aufgenommen. Bei der anderen Methode wird der Nachweis durch Anregung der beiden axialen Schwingungsmoden erbracht. Für das Verständnis der zweiten Methode muß zuerst die Anregung der axialen Schwingungsmode für eine Ionensorte erklärt werden.



Abbildung 7.8: (a):Durch Aufheizen der Ionen geht das Anregungsspektrum von der dunklen zur hellen Kurve über. Je nach Laserverstimmung (angedeutet durch die beiden Pfeile) macht sich dies durch einen Anstieg oder Einbruch der Fluoreszenzrate bemerkbar. (b): Typischer Einbruch der Fluoreszenzrate, wenn die Verstimmung wie bei 2 gewählt wird.

Hierfür wird an einem äußeren RF-Elektrodenpaar ein sinusförmiges RF-Signal angelegt. Stimmt die angelegte Frequenz mit der Schwingungsfrequenz der Ionen überein, werden diese resonant in axiale Schwingung versetzt. Die Ionen werden durch diesen Prozess aufgeheizt und ihr Anregungsspektrum verbreitert sich. Dies ist in Abbildung 7.8(a) schematisch dargestellt. Ist die Laserfrequenz stark rotverstimmt, erhöht sich die Fluoreszenzrate. Bei einer nur geringfügigen Rotverstimmung tritt der gegenteilige Effekt auf und die Fluoreszenzrate erniedrigt sich. Für eine ²⁴Mg⁺ -Wolke mit axialem Einschluß von 50 V ist solch ein Spektrum in Abbildung 7.8(b) gezeigt. Das auf dem PMT gemessene Fluoreszenzsignal weist bei einer Frequenz von 284 kHz einen Einbruch auf. Dies entspricht der Anregung der axialen Schwingungsmode. Die Kopplung zwischen den einzelnen Ionen in der Wolke ist nicht groß genug, um von einer kollektiven Schwingung zu reden. Vielmehr werden alle Ionen gleichzeitig zu einer individuellen Schwingung angeregt. Dies ändert sich erst, wenn die Ionen in den kristallinen Zustand übergehen. Erst dann ist es auch möglich, höhere Schwingungsmoden wie die Atmungsmode anzuregen.



Abbildung 7.9: Axiale Schwingungsfrequenz der ²⁴ Mg^+ - und ¹¹⁵ In^+ -Ionen in Abhängigkeit der axialen Einschlussspannung mit $q_{Mg} = 0, 4$ und $q_{In} = 0, 25$.

Messungen der Schwingungsanregung wurden sowohl an $^{24}Mg^+$ - als auch an $^{115}In^+$ -Ionenwolken für verschiedene axiale Einschluß-Parameter getrennt durchgeführt. Die $^{24}Mg^+$ -Ionen wurden bei einem q-Wert von 0,4 und die $^{115}In^+$ -Ionen bei einem q-Wert von 0,25 gespeichert. Wie in Abbildung 7.9 zu sehen ist, ergibt sich für die axiale Schwingungsfrequenz, wie von der Theorie vorhergesagt (siehe Gleichung (3.13)), eine Abhängigkeit von der Wurzel der axialen Einschlussspannung. Die Verschiebung des Nulldurchgangs rührt von Kontaktpotentialen und statischen Störfeldern her. Die ebenfalls in Gleichung (3.13) angegebene Massenabhängigkeit der axialen Schwingungsfrequenz erlaubt die Bestimmung des Massenverhältnisses der beiden Ionensorten. Das gemessene Verhältnis von 4,9 (1) bestätigt die theoretische Vorhersage von 4,8. Mit derselben Meßmethode kann auch die Säkularfrequenz der radialen Bewegung bestimmt werden. Das sinusförmige RF-Signal wird hierfür an einer der vier RF-Masseelektroden angelegt. In Abbildung 7.10 ist die Abhängigkeit der radialen Schwingungsfrequenz von der Amplitude des RF-Feldes für die ²⁴Mg⁺ - und ¹¹⁵In⁺ -Ionen zu sehen. Die Monitorspannung ist um den Eichfaktor 74 geringer als die tatsächliche RF-Amplitude. Für beide Ionensorten ergibt sich wie in der Theorie vorhergesagt (siehe Gleichung (3.11)) eine lineare Abhängigkeit. Aufgrund der 1/m-Proportionalität der Schwingungsfrequenz berechnet sich das Massenverhältnis beider Ionensorten aus dem Verhältnis der beiden Steigungen. Das gemessenen Verhältnis von 4,9(1) stimmt ebenfalls mit dem theoretischen Wert überein. Diese Messung wurde bei einer axialen Einschlussspannung von 50 V an beiden Ionensorten getrennt durchgeführt.



Abbildung 7.10: Radiale Schwingungsfrequenz der ²⁴ Mg^+ - und ¹¹⁵ In^+ -Ionen in Abhängigkeit der RF-Monitor-Spannung mit $a_{Mg} = a_{In} = 0$.

7.3.2 Nachweis und Kühlung der heterogenen Ionenstrukturen

Die Anregung und Detektion von Schwingungsmoden läßt sich zum indirekten Nachweis der simultanen Speicherung beider Ionensorten nutzen. Dazu wird nur die ²⁴Mg⁺ -Fluoreszenzrate detektiert, der Laser für die Anregung der ¹¹⁵In⁺ -Ionen wird nicht benötigt. Die Anregung der ¹¹⁵In⁺ -Schwingung läßt sich auch über die Fluoreszenz von ²⁴Mg⁺ nachweisen. Wird die Frequenz des Störsignals durchgestimmt, sieht man in Abbildung 7.11 sowohl bei 284 kHz als auch bei 133 kHz eine Veränderung der Zählrate. Der Einbruch bei 284 kHz resultiert aus der Anregung der axialen ²⁴Mg⁺ -Schwingungsmode. Bei der Anregungsfrequenz von 133 kHz werden die Indiumionen aufgeheizt und axial in Schwingung versetzt. Aufgrund der sympathetischen Wechselwirkung wird diese Schwingung auf die Magnesiumionen übertragen, die sich dadurch aufheizen. Dies macht sich in einer Änderung der Magnesiumzählrate bemerkbar. Aus dem Verhältnis der beiden Frequenzen läßt sich die Masse der indirekt nachgewiesenen Ionensorte bestimmen. In diesem Fall ergibt sich für das Massenverhältnis ebenfalls ein mit der Theorie sehr gut übereinstimmender Wert von 4,8 (3). Das relativ kleine Signal bei 133 kHz wurde durch Mittelung über 15 Durchgänge gewonnen. Der Unterschied zwischen Einbruch und Anstieg der Fluoreszenzrate bei den beiden Schwingungsfrequenzen rührt von der zwischenzeitigen Veränderung der Laserverstimmung her.

Geladen wurden die beiden Ionensorten am rechten Rand des Magnesiumstabilitätsdiagramm bei einem q-Wert von 0,62 für Magnesium. Die Ionen wurden bei dieser Messung mit Helium Puffergas gekühlt. Dadurch konnten die axiale Schwingung sowohl der ²⁴Mg⁺ - als auch der ¹¹⁵In⁺ -Ionen individuell angeregt werden. Erst im kristallinen Zustand verschwinden diese Resonanzen und es treten nur noch gekoppelte Eigenschwingungen auf. Die beiden gemessenen Frequenzen entsprechen der Schwerpunktsschwingung der jeweiligen Ionensorte. Diese Methode ist für die Massenbestimmung beliebiger Ionen geeignet. Sie kann auch mit Anregung der radialen Schwingungsbewegung durchgeführt werden.

Der direkte Nachweis für die gemeinsame Speicherung ist um einiges schwieriger, da die Fluoreszenzrate der ¹¹⁵In⁺ -Ionen um mehr als das hundertfache geringer ist als die der ²⁴Mg⁺ -Ionen. Daher ist bei Speicherung von nur wenigen Indiumionen die indirekte Methode vorzuziehen.



Abbildung 7.11: Anregung der beiden axialen Schwingungen der heterogenen $^{24}Mg^+$ / $^{115}In^+$ -Ionenwolke. Ionen werden durch Helium-Pufferegas gekühlt. Die axiale Einschlusspannung beträgt 50 V.

Bei der beschriebenen Speicherung von ²⁴Mg⁺ und ¹¹⁵In⁺ kann noch nicht von einer sympathetischen Kühlung gesprochen werden, da die Ionen mit Helium-Puffergas gekühlt werden. Um sympathetische Effekte zu untersuchen, wurde das Puffergas mit der Turbopumpe abgepumpt und die Magnesiumionen lasergekühlt. Die Indiumionen werden jetzt sympathetisch durch die Magnesiumionen gekühlt. Der Nachweis der gemeinsamen Speicherung ist in Abbildung 7.12 zu sehen. Das ermittelte Massenverhältnis beträgt 4,9 (2). Die Temperatur der Indiumionen ist in derselben Größenordnung wie die der Magnesium-Wolke. Typische Temperaturen von lasergekühlten Magnesium-Wolken sind einige K. Die Übereinstimmung der beiden Temperaturen hängt vom Grad der Coulomb-Kopplung ab. Da das radiale Potential für schwerere Massen flacher ist (siehe Gleichungen (3.9) und (3.10)), wird es zu einer radialen Separation der beiden Ionensorten kommen. Bei Penning-Fallen wurde dieses Phänomen bereits beobachtet und eine höhere Temperatur der sympathetisch gekühlten Ionensorte festgestellt [94, 95]. Diese Messungen zeigen, daß trotz des großen Massenverhältnises der Indium- und Ma-



gnesiumionen von 4,8 eine simultane Speicherung möglich ist. Dies demonstriert die prinzipielle Realisierbarkeit des heterogenen Ionenfallen-Quantencomputers.

Abbildung 7.12: Anregung der beiden axialen Schwingungen der heterogenen ${}^{24}Mg^+$ / ${}^{115}In^+$ -Ionenwolke. Nur die ${}^{24}Mg^+$ -Ionen werden lasergekühlt. Die axiale Einschlussspannung beträgt 50 V.

7.4 Sympathetisches Kühlen in Ionen-Kristallen

Eine wichtige Frage für die sympathetische Kühlung von Ionenkristallen ist das maximale Verhältnis von ungekühlten zu gekühlten Ionen. Für dopplergekühlte Kristalle wurde dies mit $^{24}Mg^+$ -Ionen untersucht. Beim Laden von $^{24}Mg^+$ -Ionen werden bisweilen die Magnesium Isotope $^{25}Mg^+$ und $^{26}Mg^+$ oder ionisierte Restgasmoleküle mit dazugeladen. Diese Ionen können nicht direkt nachgewiesen werden, da ihre Übergänge nicht resonant mit dem Anregungslaser sind. Man beobachtet sie allerdings als dunkle Abstandshalter zwischen den hellen $^{24}Mg^+$ -Ionen im Ionenkristall. In Abbildung 7.13(b) ist ein 5-Ionen-Kristall zu sehen,

der nur aus einem ²⁴Mg⁺ -Ion und vier dunklen Ionen besteht. Das Bild zeigt eine über mehrere Minuten integrierte Aufnahme. Aufgrund von Platzwechsel hat das ²⁴Mg⁺ -Ion im Laufe der Messung alle fünf möglichen Positionen eingenommen. Die entsprechende Aufenthaltswahrscheinlichkeit (Abbildung 7.13(c)) ergibt sich, indem man das Kamerabild über die radiale Position integriert. Die Gewißheit exakt fünf Ionen gespeichert zu haben, ergibt sich aus dem Vergleich mit einem reinen 5-Ionen-Kristall (Abbildung 7.13(a)). Die Gleichgewichtsabstände beider Kristalle stimmen exakt überein. Dieses Ergebnis zeigt, daß ein einzelnes ²⁴Mg⁺ -Ion vier weitere Ionen sympathetisch kühlen kann, ohne daß es zu einem Schmelzen des Kristalls kommt. Dies ist bemerkenswert, da im Vergleich zum reinen 5-Ionen-Kristall die Kühlrate um einen Faktor fünf geringer ist, die Heizung durch äußere Einflüsse jedoch unverändert bleibt. Die verringerte Kühlrate macht sich jedoch in den Sprüngen der Ionen bemerkbar. Die Energie der einzelnen Ionen ist größer als die Energiebarriere für einen Platzwechsel. Bei weiterer Kühlung der Ionenkette mittels Seitenbandkühlung sollten diese Sprünge unterdrückt werden.

Ein ähnliches Resultat wurde auch in [96] gefunden, wo in einem 15-Ionen-Kristall nur ein Ion lasergekühlt wurde. Dieses Experiment wurde ebenfalls in einer linearen Paul-Falle durchgeführt. Die Abstände der RF-Elektroden dieser Falle sind allerdings um einiges größer, wodurch Heizeffekte stark vermindert werden [25]. Desweiteren ist das axiale Potential um eine Größenordnung flacher, wodurch längere Ionenketten erzeugt werden können. Allerdings können in solch einer Falle die Ionen nicht in den Grundzustand gekühlt werden, da das Fallenpotential zu flach ist (siehe Gleichung (4.3)).

Um die Effizienz der sympathetischen Kühlung zu bestimmen, wird die Temperatur eines Einzelions mit der eines heterogenen Kristalls verglichen. In Abbildung 7.14(a) ist das Anregungsspektrum eines Einzelions mit kompensierter Mikrobewegung zu sehen. Das Spektrum ist noch leicht sättigungsverbreitert. Als Vergleich sieht man darunter (Abbildung 7.14(b)) das Anregungsspektrum eines 2-Ionen-Kristalls. Dieser setzt sich aus einem ²⁴Mg⁺ - und einem dunklen Ion zusammen. Aufgrund der nichtlinearen Coulomb-Kopplung zwischen den Ionen ist bei einer Laserverstimmung von ca. 450 MHz ein Phasenübergang zu sehen. Der Übergang von der ungeordneten Bewegung zum kristallinen Zustand macht sich durch einen Einbruch der Fluoreszenzrate bemerkbar. Die hieraus gewonnen Breite der Anregungskurve ist ebenfalls leicht sättigungsverbreitert und mit einer Breite von 73 MHz sogar etwas kleiner als die des Einzelions mit 79 MHz. Die



Abbildung 7.13: A: ${}^{24}Mg^+$ -5-Ionen-Kristall. B: 5-Ionen-Kristall bestehend aus einem ${}^{24}Mg^+$ -Ion und vier Dunkelionen über mehrere Minuten aufintegriert. Während dieser Zeit haben die Ionen die Plätze öfters gewechselt. C: Bild B über radiale Richtung aufintegriert.

Breite der Anregungskurve ist ein Maß für die Geschwindigkeit des ${}^{24}Mg^+$ -Ions und damit für seine Temperatur. Dieser eindeutige Zusammenhang ist im Fall zweier Ionen komplizierter. Einerseits setzt sich die Bewegung aus den verschiedenen Schwingungsmoden zusammen, andererseits haben die beiden Ionen eine unterschiedliche Bewegungsamplitude, da ihre Masse unterschiedlich ist. Ionen mit größerer Masse haben eine kleinere Bewegungsamplitude. Das Restgas setzt sich bei einem Druck von $1 \cdot 10^{-10}$ mbar aus Molekülen ähnlicher Masse wie ²⁴Mg⁺ zusammen [97]. Folglich kann von einer nahezu identischen Bewegungsamplitude und damit auch Geschwindigkeit für die beiden Ionen ausgegangen werden, so daß die Temperatur des 2-Ionen-Kristalls aus der Dopplerverbreiterung des ²⁴Mg⁺ - Ions gewonnen werden kann. Da die Sättigungsverbreiterung in beiden Fällen identisch ist, hat der 2-Ionen-Kristall dieselbe Temperatur wie das Einzelion. Die Anwesenheit eines dunklen Ions führt also nicht zu einer verstärkten Heizung. Eine effektive sympathetische Kühlung eines Dunkelions in den Temperaturbereich von wenigen mK wurde damit gezeigt.



Abbildung 7.14: Vergleich der Temperatur eines sympathetisch gekühlten Kristalls mit einem Einzelion. (a): Anregungsspektrum eines ${}^{24}Mg^+$ -Enzelions. (b): Anregungsspektrum eines 2-Ionen-Kristalls bestehend aus einem ${}^{24}Mg^+$ -Ion und einem Dunkelion. Bei einer Verstimmung von 450 MHz ist der Phasenübergang von der Ionenwolke zum Ionenkristall zu sehen.

7.5 Sympathetisches Kühlen von Molekülen

Es gibt zur Zeit großes Interesse an der Kühlung von Molekülen. Im Gegensatz zu Atomen kann bei Molekülen keine direkte Laserkühlung angewandt werden. Für die Laserkühlung benötigt man geschlossene optische Übergänge, ansonsten wird das System in einen Zustand gepumpt, der keine Kopplung an den Laser besitzt. Im Gegensatz zu Atomen haben Moleküle zusätzliche Rotations- und Schwingungsfreiheitsgrade. Dadurch treten eine Vielzahl von Energieniveaus auf, die ein geschlossenes System unmöglich machen. Einen Ausweg bietet die sympathetische Kühlung von Molekülen. In der linearen Endkappenfalle konnten H₃0⁺ -Moleküle durch ²⁴Mg⁺ -Ionen sympathetisch gekühlt werden. Da H₂0 das mit am häufigste Restgasmolekül bei einem Restgasdruck von $1 \cdot 10^{-10}$ mbar ist, ist es sehr wahrscheinlich, daß H_20^+ als dunkles Molekülion zusammen mit ²⁴Mg⁺ geladen wird. H_20^+ ist jedoch nicht stabil sondern reagiert mit H_20 zu H_30^+ + OH [98]. Das Laden von ${}^{24}Mg^+$ bei einem Helium Puffergasdruck von $1 \cdot 10^{-5}$ mbar macht die Methode um einiges effizienter. Das Puffergas wird danach wieder abgepumpt. Der Nachweis der H_30^+ -Moleküle gelingt wie im Falle der Indiumionen über die Anregung der axialen Schwingungsfrequenz. In Abbildung 7.15(a) sieht man in der Fluoreszenz der ²⁴Mg⁺ -Ionen den bekannten Einbruch bei 284 kHz und einen weiteren bei 314 kHz. Aus dem Verhältnis der beiden Frequenzen ergibt sich die Masse der unbekannten Ionensorte zu 19,3 (5) amu.

Die heterogene Ionenwolke kann durch Erhöhung der Laserkühlung in den kristallinen Zustand gebracht werden. Die individuellen axialen Schwingungen der beiden Ionensorten gehen dabei in eine gemeinsame Schwingungsmode, die Schwerpunktsmode über. Dies ist in Abbildung 7.15(b) zu sehen. Die Einbrüche bei 284 kHz und 314 kHz verschwinden und es tritt eine Schwingungsfrequenz bei 304 kHz auf. Die höheren Schwingungsmoden können nicht angeregt werden, weil dafür ein Feldgradient auf die Ionen wirken muß, was mit der in Kapitel 7.3 beschriebenen Anregungsmethode nicht möglich ist. Aus der Fluoreszenzzählrate sowie der Aufnahme des Ionenkristalls läßt sich bestimmen, daß der Kristall aus zwei ²⁴Mg⁺ -Ionen und drei H₃0⁺ -Molekülen besteht. Die Temperatur der sympathetisch gekühlten Moleküle wird aus dem Anregungsspektrum bestimmt und liegt bei 10 mK.



Abbildung 7.15: (a): Anregung der beiden axialen Schwingungen einer Ionenwolke bestehend aus ${}^{24}Mg^+$ und H_30^+ . (b): Durch Laserkühlung wird die Wolke zum Kristall. Daher kann man nur noch eine gemeinsame Schwingungsfrequenz anregen. Die axiale Einschlussspannung beträgt 50 V.

7.6 Mikrobewegung entlang der Fallenachse

Die axiale Symmetrie der linearen Endkappenfalle bewirkt, daß die RF-Speicherfelder stets senkrecht zur Fallenachse stehen. Folglich sollte keine Mikrobewegung entlang der Fallenachse auftreten. Es wurde jedoch eine Mikrobewegungskomponente entlang der Fallenachse gemessen, die nicht kompensiert werden kann [90]. Eine mögliche Ursache hierfür sind Abweichungen in der Ausrichtung der mittleren RF-Elektroden. Falls diese einen Winkel bezüglich der Fallenachse einschließen, besitzt das RF-Feld auch eine Komponente in diese Richtung. Dadurch sind die Ionen einer Mikrobewegung ausgesetzt.

Um diesen Sachverhalt zu untersuchen wurde in einem parallelen Experiment eine neue Fallenkonstruktion erprobt. In Abbildung 7.16 sind die wesentlichen Unterschiede zur bisherigen Geometrie zu sehen. Der Hauptunterschied besteht darin, daß die bisher in drei Segmente unterteilte RF-Elektrode durch eine durchgehende ersetzt wurde. Dadurch erleichtert sich eine parallele Justage der oberen und unteren RF-Elektrode. Der axiale Einschluß wird durch zwei Ringelektroden



Abbildung 7.16: Lineare Endkappenfalle ohne Unterteilung der RF-Elektroden. Für den axialen Einschluss sorgen zwei zusätzlich angebrachte DC-Ringelektroden.

gewährleistet, an denen nur ein statisches, elektrisches Feld angelegt wird. Der Abstand dieser Elektroden ist mit 19 mm um ein Vielfaches größer als bei der alten Konstruktion. Dies bewirkt ein entsprechend flacheres axiales Speicherpotential, was zur Folge hat, daß in dieser Falle eine Grundzustandskühlung nicht möglich ist. Berechnungen des Potentials ergaben bei einer Spannung von 800 V eine axiale Schwingungsfrequenz von 32 kHz. Im Experiment wurde jedoch bereits bei einer Spannung von 20 V eine Schwingungsfrequenz von 83 kHz gefunden. Dies läßt sich nur durch ein zusätzliches Kontaktpotential erklären. Das radiale Speicherpotential wird durch die neue Geometrie nicht verändert. Die Falle wurde mit ²⁴Mg⁺ -Ionen getestet. Das in Abbildung 7.17 abgebildete Stabilitätsdiagramm zeigt im absteigenden Teil der Kurve eine bessere Übereinstimmung mit der Theorie als im Stabilitätsdiagramm der ursprünglichen Falle (siehe Abbildung 7.7).

In Abbildung 7.18 ist die mit der RF-Korrelationsmethode gemessene Mikrobewegung für beide Fallengeometrien zu sehen. Die daraus berechnete Mikrobewegungsamplitude ist für die neue Geometrie mit einer Amplitude von unter $\lambda/10$ um einen Faktor 5 geringer. Dies bestätigt die Vermutung, daß die Verkippung der RF-Elektroden zur Mikrobewegung des alten Fallentyps beitragen.



Abbildung 7.17: Stabilitätsdiagramm der nicht unterteilten linearen Endkappenfalle. Die Monitorspannung ist um den Eichfaktor 44 geringer als die tatsächliche RF-Amplitude.



Abbildung 7.18: Im Vergleich die axiale Mikrobewegung der unterteilten (a) und nicht unterteilten (b) linearen Endkappenfalle.

7.7 Vorschlag einer zukünftigen Fallengeometrie

Mit Hilfe der unterteilten linearen Endkappenfalle konnte die simultane Speicherung von Magnesium- und Indiumionen demonstriert werden. Dies ist ein wichtiger Schritt für die Realisierung des Ionenfallenquantencomputers basierend auf einer heterogenen Ionenkette. Im Zuge der Untersuchungen sind jedoch auch Probleme aufgetreten, die speziell mit der Fallengeometrie zusammenhängen. Dies sind zum einen die eben beschriebene Mikrobewegung entlang der Fallenachse. Ein weiteres Problem sind die Bedampfungen der Fallenelektroden mit Magnesium und Indium, die beim Laden der Falle entstehen und zu Kontaktpotentialen führen. Durch abwechselndes Laden von Magnesium und Indium entstehen besonders große Kontaktpotentiale, die die Speicherung beeinflussen. Dies konnte bei der gemeinsamen Speicherung der ²⁴Mg⁺ - und ¹¹⁵In⁺ -Ionen beobachtet werden. Der gemeinsame Stabilitätsbereich variiert im Laufe der Zeit. Bisher sind die beiden Atomstrahlen auf die Mitte des linken äußeren RF-Segments gerichtet, um Bedampfungen des mittleren Speichersegments zu verhindern (siehe Abbildung 6.5). Der Atomstrahl wird zwar durch eine Blende kollimiert, weist aber an der Falle einen Durchmesser von 2-3 mm auf. Solange nur mit Magnesium geladen wird, führt die Bedampfung der Fallenelektroden zu einer homogenen Schicht, die auf die Speicherung der Ionen keinen Einfluß hat. Probleme treten erst bei der gemeinsamen Speicherung der Magnesium- und Indiumionen auf. Die Bedampfung setzt sich nun aus zwei verschiedenen Elementen zusammen. Die daraus resultierenden Kontaktpotentiale sind größer und unterliegen großen lokalen und zeitlichen Schwankungen.

Die gewonnenen Einsichten über die Entstehung der Kontaktpotentiale und der Mikrobewegung entlang der Fallenachse sind ausgenutzt worden, um einen Vorschlag für eine neue Fallengeometrie auszuarbeiten (siehe Abbildung 7.19). Das RF-Feld wird wie bei einer 4-Stabfalle (siehe Abb. 3.4) an die vier spitz zulaufenden RF-Elektroden angelegt. Für den axialen Einschluß sorgt eine Dreiteilung jeder RF-Elektrode. Die Unterteilung von zwei untereinander liegender RF-Elektroden ist in Abbildung 7.19 rechts zu sehen. Die beiden anderen sind in der Unterteilung identisch, jedoch in der Reihenfolge der Elektroden vertauscht. Diese Geometrie erlaubt das Laden und Speichern beider Ionensorten in den beiden getrennten Regionen M und I. Hierzu wird an den schmalen Elektroden eine negative DC-Spannung angelegt, während an den anderen Elektroden keine DC-



Abbildung 7.19: Fallengeometrie der 4-Stabfalle, die getrenntes Laden der Magnesium- und Imdiumnionen zuläßt. Im Bereich M und I werden jeweils die Magnesium- und Indiumionen geladen. Danach werden sie in die Speicherregion S geschoben. Elektrode 2 ist gegenüber von Elektrode 1 angebracht. Ihre Unterteilung ist identisch zu der von Elektrode 3. Die Unterteilung von Elektrode 4 ist identisch zu der von Elektrode 1.

Spannung anliegt. Die eigentliche Speicherregion S befindet sich im Überlappbereich der vier langen Elektroden. Durch geeignete Steuerung der DC-Spannungen an den Elektroden können die Magnesium- und Indiumionen gleichzeitig von M und I in die zentrale Speicherregion S geschoben werden. Der zeitliche Verlauf des axialen Speicherpotentials ist dabei in Abbildung 7.20 zu sehen. Durch Kollimation der Atomstrahlen mit Hilfe zweier Blenden auf einen Durchmesser von 1 mm sollten jegliche Bedampfungen verhindert werden.

Die RF-Elektroden werden durch zwei Keramikröhrchen voneinander isoliert, die in einer Kerbe gelagert werden. Die Kerbe muß in die Elektroden eingearbeitet werden, bevor diese in drei Segmente zerteilt werden. Dadurch lassen sich die Elektroden beim Zusammenbau der Falle mit hoher Präzision parallel ausrichten. Folglich sollte die Falle eine zu vernachlässigende Mikrobewegung entlang



Abbildung 7.20: Zeitlicher Verlauf des Speicherpotentials, um die Magnesium- und Indiumionen aus den Laderegionen M und I in die Speicherregion S zu schieben. Hierzu werden an die entsprechenden Elektroden die angegebenen Spannungen angelegt.

der Fallenachse aufweisen. Die Keramikröhrchen haben einen Durchmesser von 2 mm $\pm 0,005$ mm. Die beiden zusätzlich angebrachten Metallstäbe sollen eine Verzerrung des Speicherpotentials durch eventuell auf den Keramikröhrchen befindliche Ladungen verhindern.

Im Vergleich zur linearen Endkappenfalle sollte ein größerer radialer Abstand (etwa 2 mm) der RF-Elektroden gewählt werden. Dadurch wird einerseits die Wahrscheinlichkeit einer Bedampfung der Elektroden weiter reduziert. Andererseits sind bei größerer Distanz zwischen Ionen und Elektroden geringere Heizraten durch lokale Felder zu erwarten [25].

Kapitel 8

Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit konnte die gemeinsame Speicherung von ¹¹⁵In⁺ und ²⁴Mg⁺ trotz ihres großen Massenverhältnisses von 4,8 in einer Ionenfalle demonstriert werden. Die prinzipielle Realisierbarkeit des heterogenen Ionenfallen-Quantencomputers wurde damit gezeigt. Mit Hilfe der sympathetischen Laserkühlung konnte eine heterogene Ionenwolke in den Bereich weniger Kelvin gekühlt werden. Der Übergang zur kristallinen Phase konnte durch Laserkühlung nicht erreicht werden, da die Heizraten in dieser Falle zu groß sind. Dies liegt daran, daß die heterogene Ionenwolke bei einem q-Wert von 0,62 für Magnesium gespeichert werden muß. Dieser Wert liegt am rechten äußeren Rand des Magnesium-Stabilitätsdiagramms. Experimente haben gezeigt, daß der Phasenübergang umso schwerer zu erzielen ist, je größer der angelegte q-Wert ist. Eine weitere Quelle für die Heizung der Ionen sind fluktuierende Kontaktpotentiale. Wie in Kapitel 7.7 diskutiert, entstehen sie durch die Bedampfung der Fallenelektroden mit Magnesium und Indium.

Zur Behebung dieser Probleme wurde für zukünftige Experimente ein Vorschlag für eine neue Fallengeometrie (siehe Abbildung 7.19) ausgearbeitet. Der Vorschlag beinhaltet einen größeren Abstand der Fallenelektroden, was zu einer Verringerung der Heizraten führen sollte [25]. Außerdem soll durch eine Separation der beiden Laderegionen sowie durch eine bessere Kollimation der Magnesium- und Indium-Atomstrahlen die Entstehung von Kontaktpotentialen verhindert werden. Folglich müßte es möglich sein, durch simultane Laserkühlung beider Ionensorten, die heterogene Ionenwolke in den kristallinen Zustand zu versetzen. Die Temperatur eines heterogenen Ionenkristalls liegt im mK-Bereich. Ausgehend von dem kristallinen Zustand können die ¹¹⁵In⁺ -Ionen auf dem ersten roten Seitenband lasergekühlt werden. Die ²⁵Mg⁺ -Ionen werden dagegen durch die sympathetische Wechselwirkung gekühlt. Bei einer axialen Schwingungsfrequenz von 400 kHz, die experimentell erreichbar ist, ergibt sich bei der minimal erreichbaren Endtemperatur eine mittlere Besetzungszahl der Oszillatorniveaus gemäß Gleichung (4.3) von 0, 28. Dies bedeutet, daß die heterogene Ionenkette leicht bis in den Lamb-Dicke-Bereich gekühlt werden kann. Um die erzielte Endtemperatur zu messen, nutzt man aus, daß die Anregungsstärke der verschiedenen Seitenbänder von der mittleren Besetzungszahl der Oszillatorniveaus abhängt. Die Amplitude S_r zur Anregung des $r = n' - n = \pm 1, \pm 2, \ldots$ Seitenbands sowie S_0 zur Anregung des Trägers unterhalb der Sättigung sind gegeben durch:

$$S_r = c \cdot \sum_{n=0}^{\infty} p_n |\langle n| \mathrm{e}^{\mathrm{i}\eta(\mathrm{a}+\mathrm{a}^{\dagger})} |n'\rangle|^2$$
(8.1)

mit p_n der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Besetzung der Oszillatorzustände mit Frequenz ω , η dem Lamb-Dicke-Parameter, a^{\dagger} und a den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Schwingungsmode sowie c einer Konstanten. Befinden sich die Ionen im Lamb-Dicke-Bereich kann man die Exponentialfunktion in Gleichung 8.1 in erster Ordnung von η entwickeln. Wird die thermische Besetzungswahrscheinlichkeit p_n , gegeben durch

$$p_n = e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_BT}} \left(1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_BT}} \right), \qquad (8.2)$$

in Gleichung (8.1) eingesetzt, erhält man für die Amplitude der Anregung des ersten roten Seitenbands S_{-1} , des ersten blauen Seitenbands S_1 sowie des Trägers S_0 folgenden Zusammenhang

$$S_{-1} = c' \eta^{2} \langle n \rangle$$

$$S_{0} = c' [1 - \eta^{2} (2 \langle n \rangle + 1)]$$

$$S_{1} = c' \eta^{2} (\langle n \rangle + 1),$$
(8.3)

wobei c' eine Konstante ist. Dabei wurde der folgende Zusammenhang zwischen Temperatur und mittlerer Besetzung verwendet:

$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1} \qquad T = \frac{\hbar\omega}{k_B \ln(1 + 1/\langle n \rangle)}$$
(8.4)

Die mittlere Besetzungszahl $\langle n \rangle$ der Schwingungsbewegung und damit die Temperatur T des Ionenkristalls läßt sich aus dem Verhältnis der Amplituden S_{-1} und S_1 bestimmen.

Im Falle des ${}^{25}Mg^+ - {}^{115}In^+$ -Ionenkristalls kann die Temperatur am ${}^{1}S_0 \longrightarrow {}^{1}P_1$ -Übergang des Indiumions bestimmt werden. Diese Messung ist bereits an einem einzelnen Indiumion sowie einem Indium-2-Ionen-Kristall durchgeführt worden [23]. Bei diesem Übergang kann die Temperatur jedoch nur aus dem Verhältnis des ersten roten Seitenbands zum Träger bestimmt werden, da bei Anregung des ersten blauen Seitenbands die Ionen aus der Falle geheizt werden. Diese Messung ist unpräzise, weil das erste rote Seitenband selbst bei einer Schwingungsfrequenz von 1 MHz schwer aufzulösen ist [23], da der Ubergang eine Linienbreite von 360 kHz besitzt. Außerdem wird die Ionentemperatur im Verlauf der Messung verändert. Eine genauere Bestimmung der Ionentemperatur ist auf dem schmalen Übergang ${}^{1}S_{0} \longrightarrow {}^{3}P_{0}$ am Indium möglich. Dieser Laser steht im Experiment allerdings nicht zur Verfügung. Die optimale Bestimmung der Temperatur ist deshalb am Übergang zwischen den beiden Hyperfeinniveaus des Grundzustandes von ²⁵Mg⁺ zu erreichen. Mit Hilfe eines stimulierten Raman-Übergangs ist es möglich, die Temperatur aus dem Verhältnis des ersten roten zum ersten blauen Seitenband analog zur Messung in [26] zu bestimmen. Die Linienbreite des Raman-Übergangs kann durch die experimentellen Parameter beliebig verändert werden. Dies erlaubt eine problemlose Auflösung der Seitenbänder. Zusätzlich wird die Temperatur der Ionen während der Messung nur unwesentlich verändert, da der Raman-Übergang nur wenige μ s dauert. Dieses Lasersystem steht im Experiment auch zur Verfügung.

Nachdem die Kühlung der heterogenen Ionenkette, die aus zwei ²⁵Mg⁺ - und zwei ¹¹⁵In⁺ -Ionen besteht, in den Lamb-Dicke-Bereich erzielt und nachgewiesen worden ist, besteht die Möglichkeit, die beiden Magnesiumionen mit Hilfe des Sørenson-Mølmer-Gatters zu verschränken. Zusammen mit der Einzelqubit-Rotation an beiden Ionen kann dann auch zum ersten Mal ein CNOT-Gatter zwischen zwei Ionen in einer Ionenfalle realisiert werden. Eine weitere wichtige Fragestellung des Ionenfallen-Quantencomputers ist die Skalierbarkeit. Prinzipiell gibt es hierfür keine Einschränkung. Die Kühlung einer Ionenkette in den Grundzustand der Schwingungsbewegung konnte bisher jedoch maximal für zwei Ionen gezeigt werden. Es ist geplant, die Untersuchungen zur Kühlung längerer Ionenketten mit Hilfe der hier beschriebenen Anordnung durchzuführen.

Anhang A

Magnesium

- Isotopenzusammensetzung: ²⁴Mg: 79%, ²⁵Mg: 10%, ²⁶Mg: 11%
- Ionisierungsenergie: 7,65 eV
- Übergange von ${}^{24}Mg^+: 3{}^{2}S_{1/2} \rightarrow 3{}^{2}P_{1/2}; 3{}^{2}P_{3/2}$
- Wellenlänge: $\lambda = 280, 270 \text{ nm}; 279, 553 \text{ nm}$
- Linienbreite: $\Gamma = 2\pi \cdot 42.7 \text{ MHz}$
- Übergangsfrequenz: $\omega_A = 2\pi \cdot 1.07287 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$
- Lebensdauer: $\tau_R = 3.75$ ns
- Sättigungsintensität: $I_{sat} = \frac{2\pi^2 \hbar c \Gamma}{3\lambda^3} = 255.5 \,\mathrm{mW/cm}^2$
- **Rückstoßenergie**: $E_R = 10 \, \mu \text{K}$
- **Rückstoßfrequenz:** $\omega_R = 2\pi \cdot 106 \text{ kHz}$
- **Doppler–Kühlgrenze:** $T_{Dop} = 1.0 \text{ mK} \stackrel{\circ}{=} 100 E_R$
- Kernspin von ${}^{25}Mg^+$: I = 5/2
- Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands von ${}^{25}Mg^+$: $\omega_{HFA} = 1788763128(162) \text{ Hz}$

• Isotopenverschiebung:

$^{24}\mathrm{Mg^+} \rightarrow ^{25}\mathrm{Mg^+}$, F=2 Zustand:	$0.55~\mathrm{GHz}$
$^{24}\mathrm{Mg^+} \rightarrow {^{25}\mathrm{Mg^+}}$, F=3 Zustand:	2.34 GHz
$^{24}Mg^+ \rightarrow ^{26}Mg^+$:	$3.05~\mathrm{GHz}$

• Landéfaktoren g_F von ${}^{25}\mathrm{Mg}^+$:

	$3^2S_{1/2}$	$3^2 P_{1/2}$	$3^2 P_{3/2}$
F=4			$-\frac{1}{2}$
F=3	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{7}{18}$
F=2	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
F=1			-1

Anhang B

Indium

• Isotopenzusammensetzung:

 $^{113}\mathrm{In:}$ 4,3%, $^{115}\mathrm{In:}$ 95,7%

• Ionisierungsenergie:

 $5,79 \quad \mathrm{eV}$

• Wellenzahlen der ¹¹⁵In⁺ - Übergange (${}^{1}S_{0}, 9/2$) \rightarrow (${}^{3}P_{1}, F$)

 $F = 7/2: \quad 43349, 30 \pm 0,02 \text{cm}^{-1}$ $F = 9/2: \quad 43350, 36 \pm 0,02 \text{cm}^{-1}$ $F = 11/2: \quad 43351, 62 \pm 0,02 \text{cm}^{-1}$

• Hyperfeinstrukturkonstanten:

 $\begin{array}{rcl} A\left({}^{3}P_{1}\right) &=& 0,232 & \pm 0,003 {\rm cm}^{-1} \\ B\left({}^{3}P_{1}\right) &=& -0,016 & \pm 0,014 {\rm cm}^{-1} \end{array}$

- Isotopieverschiebung zwischen ¹¹⁵In⁺ und ¹¹³In⁺ bei ¹S₀ \rightarrow ³ P₁: $\nu_{113} - \nu_{115} = 0,696 \pm 0,007$ GHz
- Lebensdauern:
 - von ${}^{3}P_{1}$: 0,44 ± 0,04 μ s von ${}^{3}P_{0}$: 0,195 ± 0,005s
- Sättigungsintensität bei ${}^{1}S_{0} \rightarrow {}^{3}P_{1}$: $I_{sat} = 3,837 \text{mW/cm}^{-1}$
- Rückstoßfrequenz:

 $\omega_R = 2\pi \cdot 33 \,\mathrm{kHz}$

Literatur

- [1] C. E. Shannon, Bell Syst. Tech. J. 27, 379 (1948).
- [2] A. M. Turing, Proc. Lond. Math. Soc. Ser. 2 42, 230 (1936).
- [3] A. Church, Amer. J. Math. **58**, 345 (1936).
- [4] R. P. Feynman, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467 (1982).
- [5] D. Deutsch, Proc. Roy. Soc. Lond. A **400**, 97 (1985).
- [6] P. W. Shor, In Proceedings of the 35. Annual Symposium on the Foundations of Computer Science, S. Goldwasser, Hrsg., (1994).
- [7] W. Diffie und M. E. Hellman, IEEE Trans. Inf. Theory **IT-22**, 644 (1977).
- [8] R. Rivest, A. Shamir, und L. Adleman, "On Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems," MIT Laboratory for Computer Science, Technical Report MIT/LCS/TR-212 (1979).
- [9] L. K. Grover, Phys. Rev. Lett. **79**, 325 (1997).
- [10] A. K. Ekert, J. G. Rarity, P. R. Tapster, und G. M. Palma, Phys. Rev. Lett. 69, 1293 (1992).
- [11] R. J. Hughes, D. M. Alde, P. Dyer, G. G. Luther, G. L. Morgan, und M. Schauer, Contemp. Phys. 36, 149 (1995).
- [12] H. Zbinden, J. F. Gautier, N. Gisin, B. Huttner, A. Muller, und Tittle.W., Elect. Lett. 33, 586 (1997).
- [13] D. Bouwmeester, J.-W. Pan, K. Mattle, M. Eibel, H. Weinfurter, und A. Zeilinger, Nature 390, 575 (1997).

- [14] H.-J. Briegel, W. Dur, J. I. Cirac, und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 81, 5932 (1998).
- [15] W. Dur, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, und P. Zoller, Phys. Rev. A 59, 169 (1999).
- [16] I. J. Cirac und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 74, 4091 (1995).
- [17] A. R. Calderbank und P. W. Shor, Phys. Rev. A 54, 1098 (1996).
- [18] A. Steane, Phys. Rev. Lett. 77, 793 (1996).
- [19] D. P. DiVincenzo und P. W. Shor, Phys. Rev. Lett. 77, 3260 (1996).
- [20] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, S. Jefferts, W. M. Itano, D. J. Wineland, und P. Gould, Phys. Rev. Lett. 75, 4011 (1995).
- [21] F. Diedrich, J. C. Berquist, W. M. Itano, und D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 62, 403 (1989).
- [22] B. E. King, C. S. Wood, C. J. Myatt, Q. A. Turchette, D. Leibfried, W. M. Itano, C. Monroe, und D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 81, 1525 (1998).
- [23] E. Peik, J. H. Abel, T. Becker, J. von Zanthier, und H. Walther, Phys. Rev. A 60, 439 (1999).
- [24] F. Schmidt-Kaler et al., J. Mod. Opt. 47, 2573 (2000).
- [25] Q. A. Turchette et al., Phys. Rev. A **61**, 063418 (2000).
- [26] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano, und D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 75, 4714 (1995).
- [27] Q. A. Turchette, C. J. Hood, W. Lange, H. Mabuchi, und H. J. Kimble, Phys. Rev. Lett. 75, 4710 (1995).
- [28] E. Hagley, X. Maitre, G. Nogues, C. Wunderlich, M. Brune, J. M. Raimond, und S. Haroche, Phys. Rev. Lett. 79, 1 (1997).
- [29] N. A. Gershenfeld und I. L. Chuang, Science 275, 350 (1997).
- [30] D. G. Cory, A. F. Fahmy, und T. F. Havel, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 94, 1634 (1997).

- [31] J. A. Jones, M. Mosca, und R. H. Hansen, Nature **393**, 344 (1998).
- [32] I. L. Chuang, N. Gershenfeld, und M. Kubinec, Phys. Rev. Lett. 80, 3408 (1998).
- [33] D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A **51**, 1015 (1995).
- [34] S. Lloyd, Phys. Rev. Lett. **75**, 346 (1995).
- [35] D. Deutsch, A. Barenco, und A. Ekert, Proc. Roy. Soc. London A 449, 669 (1995).
- [36] D. Deutsch und R. Jozsa, Proc. Roy. Soc. London A **439**, 553 (1992).
- [37] D. Simon, In Proceedings of the 35. Annual Symposium on the Foundations of Computer Science, S. Goldwasser, Hrsg., (1994).
- [38] A. K. Ekert und C. Macchiavello, Phys. Rev. Lett. 77, 2585 (1996).
- [39] R. Laflamme, C. Miquel, J. P. Paz, und W. H. Zurek, Phys. Rev. Lett. 77, 198 (1996).
- [40] A. Barenco, D. Deutsch, und A. Ekert, Phys. Rev. Lett. 74, 4083 (1995).
- [41] D. Loss und D. P. DiVincenzo, Phys. Rev. A 57, 120 (1998).
- [42] Y. Makhlin, G. Schön, und A. Shnirman, Nature **398**, 305 (1999).
- [43] D. Jaksch, H.-J. Briegel, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. 82, 1975 (1999).
- [44] G. Brennen, C. Caves, P. Jessen, und I. Deutsch, Phys. Rev. Lett. 83, 1060 (1999).
- [45] D. J. Heinzen und D. J. Wineland, Phys. Rev. A 42, 2977 (1990).
- [46] M. Kasevich und S. Chu, Phys. Rev. Lett. **69**, 1741 (1992).
- [47] M. Kasevich und S. Chu, Phys. Rev. Lett. **69**, 1741 (1992).
- [48] A. Sørensen und K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. 82, 1971 (1999).
- [49] A. Sørensen und K. Mølmer, Phys. Rev. A **62**, 022311 (2000).

- [50] C. A. Sackett et al., Nature **404**, 256 (2000).
- [51] H. Dehmelt, Adv. At. Mol. Phys. **3**, 53 (1967).
- [52] G. Gräff und E. Klempt, Z. Naturforschung **22a**, 1960 (1967).
- [53] R. S. Van Dyck Jr., P. B. Schwinberg, und H. G. Dehmelt, Phys. Rev. D 34, 722 (1986).
- [54] G. Gabrielse et al., Phys. Rev. Lett. **65**, 1317 (1990).
- [55] W. Paul, O. Osberhaus, und E. Fischer, Forschungsbericht des Wirtschaftsund Verkehrsministeriums von Nordrhein-Westfalen (1958).
- [56] R. J. Rafac, B. C. Young, J. A. Beall, W. M. Itano, D. J. Wineland, und J. C. Bergquist, Phys. Rev. Lett. 85, 2462 (2000).
- [57] C. Tamm, D. Engelke, und V. Bühner, Phys. Rev. A 61, 053405 (2000).
- [58] T. Becker, J. v. Zanthier, A. Y. Nevsky, C. Schwedes, M. N. Skvortsov, H. Walther, und E. Peik, Phys. Rev. A 63, 051802(R) (2001).
- [59] F. Diedrich und H. Walther, Phys. Rev. Lett. 58, 203 (1987).
- [60] W. Nagourney, J. Sandberg, und H. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. 56, 2797 (1986).
- [61] E. Peik, G. Hollemann, und H. Walther, Phys. Rev. A 49, 402 (1994).
- [62] J. T. Höffges, H. W. Baldauf, T. Eichler, S. R. Helmfrid, und H. Walther, Opt. Commun. 133, 170 (1997).
- [63] W. Paul und M. Raether, Z.Phys. 140, 262–273 (1955).
- [64] G. Birkl, S. Kassner, und H. Walther, Nature (London) 357, 310 (1992).
- [65] T. W. Hänsch und A. L. Schawlow, Opt. Commun. 13, 68 (1975).
- [66] D. J. Wineland und H. G. Dehmelt, Am. Phys. Soc. 20, 637 (1975).
- [67] D. J. Wineland, R. E. Drullinger, und F. L. Walls, Phys. Rev. Lett. 40, 1639 (1978).

- [68] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. E. Toschek, und H. G. Dehmelt, Phys. Rev. Lett. 41, 233 (1978).
- [69] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable, und A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 55, 48 (1985).
- [70] W. D. Phillips, "Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches, Session LIII, 1990," J. Dalibard, J.M. Raimond, J.Zinn-Justin, Elsevier, Amsterdam, 1992.
- [71] D. J. Wineland, J. C. Bergquist, W. M. Itano, J. J. Bollinger, und C. H. Manney, Phys. Rev. Lett. 59, 2935 (1987).
- [72] D. J. Larson, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, W. M. Itano, und D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 57, 70 (1986).
- [73] G. Gabrielse et al., Phys. Rev. Lett. **63**, 1360 (1989).
- [74] D. S. Hall und G. Gabrielse, Phys. Rev. Lett. 77, 1962 (1996).
- [75] F. Schreck, G. Ferrari, K. L. Corwin, J. Cubizolles, L. Khaykovich, M.-O. Mewes, und C. Salomon, LANL E-print Los Alamos cond-mat/0011291 (2000).
- [76] T. Baba und I. Waki, Jpn. J. Appl. Phys. **35**, 1134 (1996).
- [77] D. F. V. James, Appl. Phys. B 66, 181 (1998).
- [78] V. Ludsteck, Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität (1999).
- [79] D. Kielpinski, B. E. King, C. J. Myatt, C. A. Sackett, Q. A. Turchette, W. M. Itano, C. Monroe, und D. J. Wineland, Phys. Rev. A 61, 032310 (2000).
- [80] G. Morigi und H. Walther, Eur. Phys. J. D 13, 261 (2001).
- [81] R. V. Pound, Review of Scientific Instruments 17, 490 (1946).
- [82] R. W. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, und H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983).
- [83] J. Abel, Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität, 1998.
- [84] C. Chen, B. Wu, A. Jiang, und G. You, Scientia Sinica B 28, 235 (1985).

- [85] D. Eimerl, L. Davis, S. Velsko, E. K. Graham, und A. Zalkin, J. Appl. Phys. 62, 1968 (1987).
- [86] L. E. Myers, R. C. Eckardt, M. M. Fejer, R. L. Byer, W. R. Bosenberg, und J. W. Pierce, J. Opt. Soc. Am. B 12, 2102 (1995).
- [87] G. D. Boyd und D. A. Kleinman, J. Appl. Phys. **39**, 3597 (1968).
- [88] D. M. Kane, Optics Comm. **71**, 113 (1989).
- [89] T. W. Hänsch und B. Couillaud, Optics Commun. 35, 441 (1980).
- [90] H. Baldauf, Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität, 1998.
- [91] J. I. Cirac, L. J. Garay, R. Blatt, A. S. Parkins, und P. Zoller, Phys. Rev. A. 49, 421 (1994).
- [92] J. Höffges, Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität, 1997.
- [93] F. Diedrich, E. Peik, J. M. Chen, W. Quint, und H. Walther, Phys. Rev. Lett. 59, 2931 (1987).
- [94] D. J. Larson, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, W. M. Itano, und D. J. Wineland, Phys. Rev. Lett. 57, 70 (1986).
- [95] H. Imajo, K. Hayasaka, R. Ohmukai, U. Tanaka, M. Watanabe, und S. Urabe, Phys. Rev. A 53, 122 (1996).
- [96] P. Bowe, L. Hornekær, C. Brodersen, M. Drewsen, J. S. Hangst, und J. P. Schiffer, Phys. Rev. Lett. 82, 2071 (1999).
- [97] F. D. M. Welge-Lüßen, Doktorarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität, 1999.
- [98] W. T. Huntress Jr. und R. F. Pinizzotto Jr., J. Chem. Phys. 59, 4742 (1973).
Danksagung

Als erstes möchte ich mich bei Professor Herbert Walther bedanken, der es mir ermöglicht hat, an einem faszinierenden Projekt zu arbeiten. Durch sein mir entgegengebrachtes Vertrauen war ein selbständiges Arbeiten in einer stimulierenden Arbeitsgruppe möglich.

Allergrößter Dank gilt Wolfgang Lange, der mich in jeder Phase dieser Arbeit stark unterstützt hat. Seine unglaubliche Ausdauer, Probleme zu lösen, war immer ein Ansporn für mich. Auf seine physikalische Intuition konnte ich mich stets verlassen. Auf jeden Fall vielen Dank für die hervorragende Betreuung. Die Zusammenarbeit hat riesig Spaß gemacht.

Großen Dank schulde ich auch meinen beiden Kollegen Volker Ludsteck und Sang-Kyung Choi für gemeinsames experimentieren, planen und diskutieren. Den beiden Kalzium-Ionenfängern Gerhard Guthöhrlein und Matthias Keller danke ich für die großartige gegenseitige Unterstützung.

Ekkehard Peik sei für die vielen Ratschläge bezüglich der Speicherung von Indiumionen herzlichst gedankt. Der Indium-Kühlgruppe mit Thomas Becker, Christian Schwedes und Tobias Schneider danke ich für die gute Zusammenarbeit mit dem Indium-Kühllaser. Giovanna Morigi sei für ihre theoretischen Ratschläge gedankt.

Der Mensafraktion sei für die vielen aufregenden Schafkopfrunden gedankt. Dadurch konnte man über kulinarische Unzulänglichkeiten besser hinwegsehen. Mangels qualifizierter Nachwuchspieler mußte diese Beschäftigung leider später aufgegeben werden.

Herrn Schönauer und der Werkstatt danke ich für die Planung und genaue Anfertigung mechanischer Bauteile sowie Herrn Horn und Herrn Brückner für Rat bei allen elektronischen Problemen.

Meinem Bürokollegen Felix Grasbon sei für seine Leidensfähigkeit gedankt, meine Bürounordnung zu ertragen.

Großen Dank schulde ich auch meinen Fußballfreunden, die wissen, daß Fußball doch das Allergrößte ist.

Abschließend möchte ich mich noch bei meiner Familie und bei meiner Freundin Annika bedanken, die für mich immer ein großer Rückhalt waren.

Lebenslauf

Steffen Köhler

geb06.03.1971 in Aalen

1977 - 1981	Grundschule in Aalen
1981-1990	Theodor-Heuss-Gymnasium in Aalen
1990	Abitur
1990-1991	Zivildienst bei der Johanniter-Unfallhilfe in Aalen
1991-1994	Studium der Physik an der
	Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
1994-1995	Studium der Physik an der
	Portland State University, USA
Mai 1995	Master of Science
1995-1997	Studium der Physik an der
	Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg
Nov. 1997	Diplom der Physik
seit Dez. 1997	Promotion an der Ludwig-Maximilians-Universität München

Erklärung

Hiermit erkläre ich, diese Arbeit selbständig und nur unter Verwendung der angegebenen Hilfsmittel angefertigt zu haben.

München, den 1. Mai 2001

Steffen Köhler