

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Vorschulkindern.

Der Zusammenhang mit familiären
Einflussfaktoren und digitaler Förderung.

Inaugural-Dissertation

Zur Erlangung des Doktorgrades der Philosophie
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Anna Mues

aus Warstein

2023

Erstgutachter: Prof. Dr. Frank Niklas

Zweitgutachterin: Prof. Dr. Sarah Hofer

Tag der Disputation: 31.07.2023

II

VORWORT

„Die frühkindliche Bildung ist eine, wenn nicht die wichtigste und beste Investition in die Zukunft unserer Gesellschaft“

(Heidelberger Erklärung zur Frühkindlichen und Elementarpädagogik, 2008)

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen einer kumulativen Dissertation, welche die Ergebnisse dreier wissenschaftlicher Forschungsartikel theoretisch einordnet und miteinander diskutiert. Diesen drei Artikeln liegen zwei übergeordnete Fragestellungen zu Grunde: Der erste und zweite Artikel bearbeiten die Frage nach möglichen familiären Einflussfaktoren, welche die Zusammenhänge der häuslichen mathematischen Lernumwelt mit der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen von Kindern in den Blick nehmen. Im dritten Artikel wird eine digitale Intervention evaluiert und überprüft, wie diese sowohl die häusliche mathematische Lernumwelt als auch die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern unabhängig von familiären Einflussfaktoren unterstützen kann. Der Aufbau dieser kumulativen Dissertation entspricht weitestgehend der Struktur einer Monografie: Folglich werden zunächst die theoretischen Grundlagen sowie der aktuelle Forschungsstand, auf dem die drei Artikel basieren, beschrieben und die Ziele der vorliegenden Arbeit definiert. Anschließend findet sich eine Zusammenfassung und ein Nachdruck der drei Forschungsartikel. Die Ergebnisse der drei Artikel werden im Kontext des aktuellen Forschungsdiskurs erörtert und Hinweise und Empfehlungen für weiterführende Forschungsfragen und die Praxis der frühen Bildung werden formuliert. Die vorgestellten Ergebnisse, ihre Diskussion und das Einbeziehen der Limitationen werden schließlich in einem Fazit resümiert und bilden den Abschluss der vorliegenden Arbeit.

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftliche Mitarbeiterin am Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie der Ludwig-Maximilians-Universität München. Zahlreiche Personen haben durch ihre Beiträge und Unterstützung zur Fertigstellung beigetragen und sollen an dieser Stelle gewürdigt werden. Zuallererst möchte ich meinem Doktorvater Prof. Dr. Frank Niklas danken. Danke für Deine stetige Geduld, Motivation, Begeisterungsfähigkeit, Inspiration, Erreichbarkeit und Unterstützung, nicht nur in Bezug auf die Forschung, die in diese Arbeit eingeflossen ist, sondern auch darüber hinaus, in meine berufliche und persönliche Entwicklung während der letzten Jahre. Ich hätte mir keinen besseren Doktorvater wünschen können! Großer Dank gilt auch Prof. Dr. Sarah Hofer, die sich nicht nur bereit erklärt hat, die Zweitbegutachtung dieser Arbeit zu übernehmen, sondern mir mit weiterführenden Hinweisen, anregenden Diskussionen und motivierenden Worten in diesem Prozess zur Seite stand. Herzlich danken möchte ich auch Prof. Dr. Katharina Kluczniok, die mich bereits in meinem Masterstudium begleitet und zugestimmt hat Mitglied meiner Prüfungskommission zu sein.

Darüber hinaus gebührt großer Dank meinen Kolleginnen und Freundinnen, die nicht nur an der vorliegenden Forschung beteiligt waren, sondern auch jeden meiner Schritte vom Anfang

bis zum Ende mit Unterstützung jeglicher Art, vielfältigen Anregungen, großer Herzlichkeit und unglaublicher Teamarbeit begleitet haben: Dr. Astrid Wirth, Dr. Efsun Birtwistle, Tina Schiele, Maria Valcarcel Jimenez und Öykü Camligüney. Des Weiteren möchte ich Prof. Dr. Matthias Stadler danken für seine Zeit, spontane Unterstützung und Hinweise hinsichtlich jeglicher statistischer Fragen und Unklarheiten. Zugleich danke ich Sabine Becker, die als meine Bürokollegin von Tag eins an an meiner Seite stand, mich in diesem Prozess durch gute Gespräche und kritische Fragen unterstützt hat und mir immer wieder Mut machte. Danken möchte ich auch allen anderen Kolleginnen und Kollegen des Lehrstuhls für ihre inspirierenden Kommentare und Anmerkungen zu meiner Forschung im Rahmen des Lehrstuhlmeetings, besonders aber Prof. Dr. Michael Sailer, Simone Steiger und Alexander Kacina für stets unterstützende Gespräche beim Mittagessen, für die Unterstützung bei allen bürokratischen Angelegenheiten sowie für die Unterstützung in allen technischen Fragen.

Mein besonderer Dank gilt auch allen Kindern und teilnehmenden Familien der „Learning4Kids“-Studie, die diese Arbeit erst möglich gemacht haben, und allen studentischen Mitarbeiter*innen und Studierenden, die dieses Projekt unterstützt haben.

Nicht nur im beruflichen Kontext, sondern auch außerhalb der Arbeit habe ich große Unterstützung und Ermutigung von zahlreichen Menschen erhalten, die Teil meines Lebens sind oder meinen Weg gekreuzt haben. Ich möchte besonders Dr. Christian Lüders danken für seinen kritischen Blick, die inspirierenden Diskussionen und den Einblick in eine stärker pädagogisch-soziologische Perspektive und vor allem für das Lektorat dieser Arbeit. Darüber hinaus möchte ich Dr. Katharina Gutermuth danken für das finale Lektorat und den letzten Feinschliff vor Publikation dieser Arbeit. Danken möchte ich auch Prof. Dr. Patrick Isele, der mich bereits zu Beginn meines Bachelorstudiums bestärkt hat in den wissenschaftlichen Kontext der frühen Bildung einzusteigen und wegweisend in meiner Entscheidung eine Doktorarbeit zu verfassen war.

Besonderer Dank gilt meiner langjährigen Freundin Ricarda Redieker: Du bist nicht nur eine der größten Unterstützerinnen in meinem Leben, sondern auch eine meiner größten Kritikerinnen und hast mich stets in all meinen Entscheidungen unterstützt, motiviert, wieder aufgebaut und all das mit unglaublich großem Herz. Ich danke dir für Deine Freundschaft! Darüber hinaus möchte ich auch meinen anderen Freund*innen danken, die mich in dieser besonderen Zeit begleitet, motiviert und unterstützt haben: Lukas, Axel, Josephin, Laura, Elisabeth, Vanessa und den Jungs.

Zuletzt gebührt großer Dank besonders meiner Familie – Danke für Eure Unterstützung auf all meinen Wegen! Besonders möchte ich meinen Eltern danken, die mich stets motiviert haben, sowie meinen Großeltern, die mir immer zur Seite standen und meine persönliche Entwicklung geprägt haben. Und zuletzt meinem Bruder Daniel, der immer für mich da ist, ganz egal wie weit die Entfernung auch sein mag. Danke – Ihr seid großartig!

ZUSAMMENFASSUNG

Von Geburt an bildet die Familie die Basis für das Aufwachsen, das Lernen und die Entwicklung ihrer Kinder. Dabei prägt sie besonders die frühe Kompetenzentwicklung der Kinder in vielen Bereichen langfristig. Wo zunächst die Entwicklung (schrift-) sprachlicher Kompetenzen in der frühen Kindheit im Zentrum der Wissenschaft stand, ist in zahlreichen Studien der letzten Jahre deutlich geworden, dass auch die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen eine zentrale Rolle, besonders im Hinblick auf die spätere (schulische) Kompetenzentwicklung spielt. In diesem Kontext wird vor allem der Home Numeracy Environment (HNE) und weiteren familiären Einflussfaktoren, wie zum Beispiel den elterlichen Überzeugungen gegenüber Mathematik oder dem Berufshintergrund der Eltern, für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder eine besondere Bedeutung zugesprochen.

Die ersten zwei Artikel der vorliegenden Arbeit setzen sich folglich mit der Frage auseinander, welche familiären Einflussfaktoren mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder und der HNE der Familien in Zusammenhang stehen. Im ersten Artikel wurde anhand einer Stichprobe von $N = 190$ Kindern der Einfluss des Berufes der Eltern, die einen Hintergrund im Themenbereich „Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik“ (MINT) haben, mit dem der Eltern, die keinen MINT-Hintergrund haben, auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen ihrer Kinder verglichen. Zudem wurden diese Berufskategorien nochmals unterteilt in den erlernten Beruf und die aktuelle Tätigkeit der Eltern. Die Daten verweisen auf signifikante Unterschiede der mathematischen Kompetenzen der Kinder vor dem Hintergrund dieser Unterteilung. Die Ergebnisse zeigen, dass der erlernte MINT-Beruf der Eltern direkt mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zusammenhing. Die HNE der Familien hingegen wurde durch die aktuellen MINT-Tätigkeiten der Eltern direkt vorhergesagt.

Ein weiterer einflussreicher Aspekt auf die HNE und die mathematischen Kompetenzen der Kinder wurde im zweiten Artikel anhand von $N = 160$ Eltern-Kind Dyaden untersucht. Hier lag das Augenmerk auf den Unterschieden der mathematischen Überzeugungen von Müttern und Vätern und ihrem Zusammenhang mit der HNE und einem vermuteten indirekten Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder. Erste Studien konnten zeigen, dass sich zwischen Müttern und Vätern Unterschiede hinsichtlich ihrer häuslichen mathematischen Anregung mit ihren Kindern finden ließen. In ersten Arbeiten wurden zudem auch von Unterschieden der Überzeugungen im Kontext von Mathematik zwischen Müttern und Vätern berichtet. Dennoch finden sich im Kontext dieser Fragestellung bislang nur wenige Studien. Die Analysen des zweiten Artikels in dieser Arbeit zeigen, dass sich Unterschiede hinsichtlich der mathematischen Überzeugungen von Müttern und Vätern und ihren häuslichen mathematischen Anregungen im Alltag finden lassen. Jedoch müssen diese Ergebnisse mit Vorsicht interpretiert werden, da zugleich Analysen zur Messinvarianz zwar gleiche Faktorstrukturen zwischen Müttern und Vätern aufzeigen, jedoch keine skalare Messinvarianz zum Vergleich von Mittelwerten gefunden werden konnte.

Die Ergebnisse der ersten beiden Artikel geben einen detaillierten Einblick in verschiedene familiäre Einflussfaktoren und ihre Beeinflussung der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder. Dabei wird deutlich, dass die mathematischen Kompetenzen der Kinder sich unter verschiedenen (familiären) Voraussetzungen entwickeln und es stellt sich die Frage, ob und wie man alle Kinder unabhängig ihres familiären Hintergrundes unterstützen kann. Daher wurde im dritten Artikel die Frage analysiert, inwiefern sich die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der frühen Kindheit und der HNE der Familien im Rahmen einer digitalen Interventionsstudie unterstützen lässt. Auf Basis von zwei Messzeitpunkten wurden die Daten von $N = 500$ Kindern und ihren Familien anhand von schrittweisen Regressions- und Varianzanalysen mit Messwiederholung untersucht. Die Ergebnisse zeigen, dass die eingesetzte digitale Intervention die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder unabhängig vom Berufshintergrund der Eltern (MINT vs. Nicht-MINT) unterstützen konnte. Dahingegen wurden keine signifikanten Zusammenhänge zwischen dem Einsatz digitaler Elterninformationen und der HNE der Familien gefunden. Die Ergebnisse des dritten Artikels verdeutlichen, dass der Einsatz digitaler Interventionen die Entwicklung der Kinder unterstützen kann, dass jedoch im Hinblick auf die Unterstützung der Familien und ihrer HNE möglicherweise andere Herangehensweisen oder Umsetzungsmöglichkeiten gefunden werden müssen, um diese effektiv zu erreichen und zu unterstützen.

Alle drei Artikel geben Hinweise auf das Wirkzusammenspiel zwischen familiären Einflussfaktoren, der Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der frühen Kindheit und der HNE der Familien. Daraus lassen sich neue Fragestellungen für zukünftige Forschung und Hinweise für die Praxis, besonders im Kontext von Interventionen ableiten.

ABSTRACT

Starting from birth, the family forms the basis of the growth, learning, and development of their children. The parents play an important role to shape the early competence development of children in the long term. The development of early literacy skills in early childhood was a central focus of several research in the past, however in recent years the early development of mathematical competences was found to play a central role in children's development, especially with regard to later (school) achievement. In this context, the Home Numeracy Environment (HNE) and family factors such as parental beliefs towards mathematics or the occupational background of the parents, are considered to be highly important for the development of children's mathematical competences.

The first two articles of the present study address the question of which family factors are related to children's early mathematical competences and the families' HNE. In the first article, a sample of $N = 190$ children was used to compare the association of parental occupation with parents who have a background in "Science, Technology, Engineering and Mathematics" (STEM) with parents who have no STEM background, and its effect on the development of mathematical competences in their children. Further, these occupational categories were subdivided into the learned occupation and the current occupation of the parents. The data point to significant differences in children's mathematical competences within this division. The results show that parents' learned STEM occupation was directly associated with children's mathematical competences. The families' HNE, on the other hand, was directly associated with parents' current STEM occupation.

Another influencing aspect of the HNE and children's mathematical competences was investigated in the second article using $N = 160$ parent-child dyads. Here, the focus was on the differences between mothers' and fathers' mathematical beliefs and their association with the HNE and a presumed indirect association with children's mathematical competences. Previous studies were able to find differences between mothers and fathers in regards to mathematical activities they provide at home to their children, as well as differences in mothers' and fathers' mathematical beliefs. However, up until now only a few studies were conducted to investigate these differences. The second article reveals that there are differences in mathematical beliefs of mothers and fathers and the mathematical activities they provide at home to their children. However, these results must be interpreted with caution, since at the same time analyses of measurement invariance revealed the same factor structures between mothers and fathers, but no scalar measurement invariance for comparing mean values could be found.

The results of the first two articles provide a detailed insight into various family factors and their influence on the early development of children's mathematical competences. It becomes clear that children's mathematical competences develop under different (family) conditions and the question arises whether and how all children can be supported regardless of their family background. Thus, in the third article, a new question was addressed to investigate to what

extent the development of mathematical competences in early childhood and the families' HNE can be supported within the framework of a digital intervention study. Based on two measurement points, the data of $N = 500$ children and their families were analysed using stepwise regression and repeated measurement analyses of covariance. The results show that the digital intervention was able to support the development of children's mathematical competences regardless of the parents' occupational background (STEM vs. Non-STEM). On the other hand, no significant associations were found between the use of digital parent information and families' HNE. These findings illustrate that the use of digital interventions can support children's development, but that other approaches or implementations may need to be found to support families and their HNE effectively.

All three articles give indications of the interplay between family factors, the development of mathematical competences in early childhood and families' HNE. From this, new questions for future research and hints for practice, especially in the context of family interventions can be further designed and developed.

INHALTSVERZEICHNIS

VORWORT	III
ZUSAMMENFASSUNG	V
ABSTRACT	VII
INHALTSVERZEICHNIS	IX
1. Einleitung	1
2. Theoretischer Hintergrund und Forschungsstand	5
2.1 <i>Der Kompetenzbegriff</i>	5
2.2 <i>Die Entwicklung frühkindlicher Kompetenzen im sozialen Kontext</i>	6
2.3 <i>Die Bedeutsamkeit der häuslichen Lernumwelt für die Entwicklung frühkindlicher Kompetenzen</i>	9
2.4 <i>Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der frühen Kindheit</i>	12
2.4.1 Die Entwicklung des Zahlen- und Mengenverständnisses	15
2.4.2 Klassische Modelle des Zahlen- und Mengenverständnisses	16
2.4.2.1 Logical-Foundations-Modell nach Jean Piaget	16
2.4.2.2 Skill-Integration-Modelle	17
2.4.3 Entwicklungsmodelle früher mathematischer Kompetenzen	20
2.4.3.1 Das Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski	21
2.4.3.2 Das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz und Ricken	24
2.5 <i>Zusammenhänge familiärer Einflussfaktoren mit den frühen mathematischen Kompetenzen im Kindesalter</i>	26
2.5.1 Vorhersage mathematischer Vorläuferfähigkeiten	26
2.5.1.1 Unspezifische Merkmale zur Vorhersage mathematischer Vorläuferfähigkeiten	26
2.5.1.2 Spezifische Merkmale zur Vorhersage mathematischer Vorläuferfähigkeiten	29
2.5.2 Der sozioökonomische Status und der Zusammenhang früher mathematischer Kompetenzen: Eine Frage des Berufes oder auch MINT vs. Nicht-MINT	31
2.6 <i>Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kontext der Familie</i>	33
2.6.1 Die Home Numeracy Environment (HNE)	34
2.6.2 Zusammenhänge mathematischer Kompetenzen von Kindern mit der HNE und familiären Charakteristika	36
2.6.3 Überzeugungen von Eltern im Kontext von Mathematik	40
2.6.3.1 Mathematische Geschlechterstereotype von Eltern	42
2.6.3.2 Selbstwirksamkeit der Eltern im Kontext von Mathematik	43
2.6.3.3 Elterliche Überzeugungen zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause	44
	IX

2.6.4	Unterschiede zwischen Müttern und Vätern im Kontext der HNE und ihren mathematischen Überzeugungen	45
2.7	<i>Förderung des frühen mathematischen Kompetenzerwerbs und der HNE anhand von Interventionsstudien: Eine Bestandsaufnahme analoger und digitaler Ansätze</i>	46
2.7.1	Analoge Interventionsstudien	47
2.7.2	Digitale Interventionsstudien	50
2.7.3	„Learning4Kids“	54
3.	Leitende Forschungsfragen	61
4.	Zusammenfassung der empirischen Forschungsartikel	65
5.	Forschungsartikel	71
5.1	<i>Parental (STEM) Occupations, the Home Numeracy Environment, and Kindergarten Children’s Numerical Competencies</i>	71
5.2	<i>Associations Between Children’s Numeracy Competencies, Mothers’ and Fathers’ Mathematical Beliefs, and Numeracy Activities at Home</i>	97
5.3	<i>How can we support STEM vs. Non-STEM families digitally? Enhancing children’s numeracy competencies and families’ home numeracy environment</i>	125
6.	Diskussion	153
6.1	<i>Zusammenhänge elterlicher Einflussfaktoren mit den mathematischen Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter</i>	153
6.2	<i>Zusammenhänge elterlicher Einflussfaktoren mit der Home Numeracy Environment und den mathematischen Kompetenzen der Kinder</i>	155
6.3	<i>Zusammenhänge der Home Numeracy Environment mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder</i>	158
6.4	<i>Digitale Interventionsansätze zur Unterstützung der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern & der HNE</i>	159
6.5	<i>Limitationen der vorliegenden Artikel</i>	163
6.6	<i>Implikationen und Ausblick für weiterführende Forschung und Praxis</i>	167
6.7	<i>Vorschlag eines integrativen Orientierungsrahmens</i>	171
7.	Fazit	177
	Literaturverzeichnis	179
	Abbildungsverzeichnis	204
	Tabellenverzeichnis	205
	Abkürzungsverzeichnis	206

1. Einleitung

Frühe Bildung von Anfang an als Gelingensbedingung für eine positive Entwicklung jedes Kindes: Dieses Ziel wurde nach dem „PISA-Schock“ im Jahr 2000 formuliert. Hintergrund waren die Ergebnisse der sogenannten PISA-Studie (Programme for International Student Assessment), die unter anderem deutlich machten, dass die Leistungen der Kinder in Deutschland unter dem OECD-Durchschnitt lagen (Baumert et al., 2002). Besonders der sozioökonomische Status (SÖS) der Familien erklärte zu etwa 12% die kindlichen Leistungen, was verdeutlicht, dass nicht für jedes Kind die gleichen Bildungschancen bestehen (Organisation for Economic, Co-operation and Development [OECD], 2019). Aber nicht nur in den Ergebnissen von PISA zeigt sich, dass vor allem die frühkindliche Kompetenzentwicklung in den ersten Lebensjahren sehr bedeutsam für die spätere Entwicklung ist, sondern auch in anderen Arbeiten (Duncan et al., 2007; Jordan & Levine, 2009; Jordan et al., 2010). Bereits vor Eintritt in die Grundschule zeigen sich deutliche Disparitäten hinsichtlich der frühen (mathematischen) Kompetenzen der Kinder (d. h. einige Kinder weisen deutlich schlechtere mathematische Kompetenzen auf als andere; Dowker, 2008; Gould, 2012), die bis in spätere Schuljahre fortbestehen (Davis-Kean et al., 2022; Jordan et al., 2010). Dabei gelten besonders die frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern als Grundlage für die spätere Entwicklung (mathematischer) Kompetenzen (Duncan et al., 2007; Nguyen et al., 2016). Diese stehen zudem mit anderen individuellen Aspekten, wie beispielsweise dem späteren Einkommen, der Berufswahl, dem Bildungsniveau wie auch der Gesundheit in Zusammenhang (Currie & Thomas, 2001; Krajewski & Schneider, 2009a; Reyna & Brainerd, 2007). Die Entwicklung frühkindlicher Kompetenzen findet zum einen im formellen Sektor – in Kita und Schule – als auch im informellen Sektor, nämlich im privaten Raum der Kinder, zum Beispiel zu Hause in der Familie, statt (Burghardt et al., 2020).

Besonders im Vorschulalter verbringen Kinder mehr Zeit in informellen als in formellen Lernumwelten (Stevens et al., 2005). Demnach gilt die Familie und ihre Lernumwelt als erster und wichtigster Bildungsort der Kinder; dabei beeinflusst sie die frühkindliche Kompetenzentwicklung von Geburt an maßgeblich (Lehrl et al., 2020; Melhuish et al., 2015). Im Zusammenhang mit der Covid-19-Pandemie wurde die Familie als wichtige Instanz für die kindliche Entwicklung besonders deutlich. Die Pandemie war dabei nicht allein eine Herausforderung für die Ökonomie und das allgemeine Wohlbefinden der Gesellschaft (Gray et al., 2020), sondern stellte vor allem Familien vor besondere Aufgaben (Oppermann et al., 2021; Prokupek et al., 2023). Besonders Vorschul- und Schulkinder waren von vielen durch die Pandemie erlassenen Restriktionen, wie zum Beispiel den Schließungen von Schulen und Kitas, betroffen. Erste Studien zeigten, dass die Pandemie sich nicht nur auf die Familien und die Qualität der häuslichen Lernumwelt (Oppermann et al., 2021), sondern auch auf die Kompetenzentwicklung und das schulische Lernen der Kinder auswirkte (Engzell et al., 2021). Diese verdeutlichen, dass besonders Kinder mit niedrigem SÖS benachteiligt sind (Contini et al., 2022).

Bereits die bislang sichtbaren Folgen der Pandemie unterstreichen erneut, dass die familiäre Lernumwelt ein entscheidender Faktor in der frühen Entwicklung von Kindern ist; auch Studienergebnisse der letzten Jahre indizieren, dass besonders eine hoch-qualitative Anregung zu Hause einen Ansatzpunkt für die Förderung kindlicher Kompetenzen bietet (Niklas & Schneider, 2014).

Eine besondere Rolle spielt hierbei die elterliche Unterstützung mathematischer Kompetenzen im häuslichen Umfeld. Ein zentrales Konstrukt im Rahmen der frühen mathematischen Kompetenzförderung in der Familie bildet dabei die „Home Numeracy Environment“ (HNE). Die HNE, auch wenn nicht einheitlich über die Forschungslandschaft hinweg operationalisiert, umfasst familiäre Ressourcen, Aktivitäten, Lerngelegenheiten sowie Eltern-Kind-Interaktionen, die den Erwerb früher mathematischer Kompetenzen unterstützen (Duncan et al., 2019; Niklas, 2014; Niklas & Schneider, 2012b). Neben der HNE stehen weitere familiäre Faktoren, wie der berufliche Hintergrund der Eltern oder aber auch die Einstellungen und Überzeugungen von Eltern zum Themenbereich der Mathematik im Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen (del Río et al., 2020; Gutfleisch & Kogan, 2022; Plasman et al. 2021; Susperreguy, Douglas et al., 2020). Die Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen der Kinder zeigt sich dann als besonders positiv, wenn vor allem die Anregung zu Hause von hoher Qualität ist (Lehrl, 2018). Dennoch ist nicht ausschließlich die häusliche mathematische Anregung für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen ausschlaggebend, es lassen sich vielmehr noch weitere Aspekte nennen, die diese neben der HNE beeinflussen. Ferner stehen besonders der SÖS einer Familie (Elliott & Bachman, 2018) oder die Einstellungen und Überzeugungen der Eltern beispielsweise zum Themenbereich der Mathematik (del Río et al., 2020) mit der HNE und gleichzeitig mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder in Zusammenhang.

In der aktuellen Forschungsliteratur konnte bisher nicht abschließend geklärt werden, inwiefern der SÖS als multidimensionales Konstrukt die HNE und die frühkindliche Kompetenzentwicklung beeinflusst (Elliott & Bachmann, 2018). Es ist denkbar, dass einzelnen Aspekten des Konstruktes des SÖS, wie beispielsweise dem Einkommen, dem Beruf oder dem sozialen Status, besonderes Gewicht zukommen und die Zusammenhänge im Kontext der Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter erklären. In der Forschungsliteratur wird dementsprechend eine stärkere Differenzierung einzelner familiärer Hintergrundvariablen diskutiert und empfohlen, dezidiert einzelne Facetten zu analysieren.

Dieser Empfehlung geht die vorliegende Arbeit nach und greift besonders den beruflichen Hintergrund der Eltern im Bereich „Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik“ (MINT¹) und den Zusammenhang mit der HNE und den frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern auf. Dafür wird eine Unterteilung in spezifische Berufskategorien (MINT vs.

¹ In den entstandenen Artikeln (s. Abschnitt 5) wird dieser Term als STEM vs. Non-STEM (engl.) bezeichnet. STEM steht für „Science, Technology, Engineering and Mathematics“ und wird in dieser Arbeit mit dem deutschen Akronym MINT gleichgesetzt.

Nicht-MINT) der Eltern vorgenommen, da Forschungsarbeiten zu Berufsaspirationen und späteren MINT-Kompetenzen von Studierenden Assoziationen mit den Berufen ihrer Eltern aufzeigen (Plasman et al., 2021). Diese Studien legen nahe, dass diese Einflüsse möglicherweise auch schon in der frühen Kindheit sichtbar werden. Zudem fokussiert sich diese Dissertation auf den Zusammenhang elterlicher Einstellungen und Überzeugungen gegenüber Mathematik und untersucht diesbezüglich besonders die Unterschiede zwischen Müttern und Vätern. Der Vergleich zwischen den Elternteilen ist besonders darin begründet, dass die Mehrzahl der vorhandenen Studien hauptsächlich die Aussagen und Einschätzungen von Müttern erfassen (Saracho & Spodek, 2008). Dadurch zeigt sich eine deutliche Forschungslücke hinsichtlich der häuslichen Anregung durch Väter und ihren Überzeugungen und Einstellungen gegenüber Mathematik auf (del Río et al., 2017; Silver et al., 2023). Aus diesem Grund werden Mütter und Väter hinsichtlich ihrer HNE und ihrer Überzeugungen befragt und potenzielle Unterschiede analysiert.

Aus den Erkenntnissen über die Zusammenhänge zwischen den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder, der HNE sowie weiteren familiären Hintergrundmerkmalen lassen sich Hinweise für Förderungs- und Unterstützungsmöglichkeiten ableiten. Bisherige Forschungsergebnisse verdeutlichen, an welchen Stellen Förderansätze benötigt werden und vor allem welche kindlichen und familiären (Kompetenz-)Facetten einer besonders gezielten Förderung bedürfen. Unterstrichen wird dies durch Ergebnisse von Interventionsstudien der letzten Jahre, die zeigen, dass die frühen mathematischen Kompetenzen und die Qualität der HNE durch verschiedene Ansätze (analoger und digitaler Art) positiv beeinflusst werden können (Charitaki et al., 2021; Nelson et al., 2023) und dabei deutliche Kurzzeit-, aber auch Langzeit-Effekte sichtbar werden (Eason et al., 2022).

Im Zuge der Digitalisierung haben erste Ansätze auch den Einsatz digitaler Medien und Geräte erprobt (Berkowitz et al., 2015; Cohrssen et al., 2023). Unter der Annahme, dass heutzutage fast in jedem Haushalt ein digitales Endgerät (z. B. Tablet oder Smartphone) vorhanden ist und somit die Erreichbarkeit aller Familien unabhängig ihres familiären Hintergrundes erleichtert wird (Niklas et al., 2020), zeigen erste Ergebnisse positive Zusammenhänge vom Einsatz digitaler Medien hinsichtlich der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen (Papadakis et al., 2021). Gleichmaßen lässt sich auch eine Verbesserung von Eltern-Kind-Interaktionen durch den Einsatz digitaler Medien erzielen (Zippert et al., 2019). Mit dem Einsatz digitaler Endgeräte als Interventionsinstrumente entstand auch der Ansatz, qualitativ hochwertige Lern-Applikationen (Lern-Apps) zur gezielten Kompetenzförderung in Interventionen einzusetzen (Berkowitz et al., 2015; Papadakis et al., 2018). Die Wirksamkeit von Lern-Apps wurde bisher nur in wenigen Studien untersucht und häufig nur querschnittlich erfasst. Somit ist die Befundlage zu längsschnittlichen Untersuchungen und der Frage, ob der Einsatz von Lern-Apps auch nachhaltige Effekte auf die Kompetenzentwicklung der Kinder zeigt, bisher dünn (Berkowitz

et al., 2015). Vor diesem Hintergrund sollen in einer ersten Annäherung an eine längsschnittliche Erhebung die ersten zwei Messzeitpunkte – von insgesamt sieben – der EU-geförderten Studie „Learning4Kids“ untersucht werden, um einen ersten Ausblick auf mögliche längsschnittliche Erkenntnisse eines solchen Interventionsansatzes liefern zu können. Damit wird anhand der zweiten übergeordneten Forschungsfrage der vorliegenden Arbeit der Frage nachgegangen, wie wirksam ein digitaler Interventionsansatz im Hinblick sowohl auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter als auch die Qualität der HNE in den Familien ist.

Die folgenden Abschnitte geben den vorliegenden Inhalten der Forschungsartikel einen theoretischen Rahmen und liefern einen Überblick über den aktuellen Forschungsstand sowie über die in den Studien verwendeten Variablen. Zunächst wird der Kompetenzbegriff definiert und eine Einführung in die frühkindliche Kompetenzentwicklung in sozialen Kontexten und die Bedeutsamkeit der häuslichen Lernumwelt gegeben (Abschnitt 2.1 bis Abschnitt 2.3). Daran anschließend wird die Kompetenzentwicklung im Bereich der Mathematik im frühen Kindesalter anhand klassischer und neuerer Entwicklungsmodelle theoretisch begründet und mit Hilfe empirischer Befunde untermauert (Abschnitt 2.4 & Abschnitt 2.5). Des Weiteren wird auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kontext der Familie eingegangen und ihre verschiedenen Einflussfaktoren erläutert (Abschnitt 2.6). Eine Bestandsaufnahme bestehender digitaler und analoger Interventionsmaßnahmen und die Skizzierung des Projektes „Learning4Kids“ als Grundlage dieser Arbeit findet sich im Abschnitt 2.7. Abschließend werden die Forschungsfragen der vorliegenden Dissertation in Abschnitt 3 zusammengefasst. Die Forschungsbefunde der Dissertation werden schlussendlich in Abschnitt 6 in Beziehung zueinander gesetzt und kritisch diskutiert.

2. Theoretischer Hintergrund und Forschungsstand

Der folgende Abschnitt führt in die den vorliegenden Artikeln (s. Abschnitt 5) zugrunde liegenden Theorien sowie den aktuellen Forschungsstand ein. Zuerst wird der Begriff der Kompetenz erläutert und definiert und anschließend auf die frühkindliche Kompetenzentwicklung im sozialen Kontext und die Bedeutung der häuslichen Lernumwelt für die Entwicklung der Kinder eingegangen. Es folgt ein Absatz zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen von Kindern und dem Zusammenhang mit familiären Einflussfaktoren. Daran schließt sich ein Absatz zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern in der Familie an, abschließend wird auf die Unterstützung mathematischer Kompetenzen und der HNE im Rahmen von (digitalen) Interventionsstudien eingegangen.

2.1 Der Kompetenzbegriff

Im Kontext der Entwicklung früher individueller Voraussetzungen für das spätere schulische Lernen, aber auch in der Auseinandersetzung mit Bildungszielen im curricularen Rahmen sowie domänenspezifischen (z. B. mathematischen) Leistungen wird eine Vielzahl an Begrifflichkeiten, wie zum Beispiel ‚Kenntnisse‘, ‚Fähigkeiten‘, ‚Fertigkeiten‘ und ‚Kompetenz‘ (synonym) verwendet. Die Begriffe ‚Kenntnisse‘, ‚Fähigkeiten‘ und ‚Fertigkeiten‘ fanden in früheren Arbeiten häufig Verwendung zur Beschreibung von Leistungen oder Entwicklungsständen (Oelkers & Reusser, 2008), wohingegen heute in erster Linie von Kompetenzen gesprochen wird (Gasteiger, 2010). Der Kompetenzbegriff wird demnach in verschiedenen Zusammenhängen verwendet und findet sich zum einen in unterschiedlichen wissenschaftlichen Domänen wieder, zum anderen aber auch im alltagssprachlichen Gebrauch und nicht immer in einheitlicher Verwendung (Hartig, 2008).

In der Literatur finden sich verschiedene Definitionen von Kompetenz, die im Allgemeinen die Voraussetzungen für menschliches Denken und Handeln beschreiben (Gasteiger, 2010). Eine häufig verwendete Definition findet sich bei Weinert (2014); dieser versteht unter Kompetenz „die bei Individuen verfügbaren oder durch sie erlernbaren kognitiven Fähigkeiten und Fertigkeiten, um bestimmte Probleme zu lösen, sowie die damit verbundenen motivationalen, volitionalen und sozialen Bereitschaften und Fähigkeiten, um die Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich und verantwortungsvoll nutzen zu können“ (Weinert, 2014, S. 27-28). Weinert führt damit die Begriffe Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten in ein Ganzes zusammen und sieht diese als notwendige Voraussetzung an, um Probleme zu lösen. Darüber hinaus fasst er die Motivation sowie den Willen und die soziale Bereitschaft, die individuellen Voraussetzungen zur Lösung von Problemen je nach Situation adaptiv einzusetzen in seine Definition mit ein. Er plädiert für eine konkrete Verwendung des Kompetenzbegriffes im Zusam-

menhang mit (domänen-)spezifischen Kenntnissen und Fähigkeiten und weniger mit allgemeinen Fähigkeiten (Weinert, 2014). Die Verwendung des Begriffes mathematische Kompetenz in der vorliegenden Dissertation folgt der hier ausgeführten Definition.

Darüber hinaus macht die Konzentration auf die Anwendung und Umsetzung der Kompetenzen in verschiedenen Situationen und Domänen deutlich, dass diese durch verschiedene Anregung in entsprechenden Kontexten erlernbar und erweiterbar sind. „Kompetenzen können also durch Erfahrung in relevanten Anforderungssituationen erworben, durch Training oder andere äußere Interventionen beeinflusst und durch langjährige Praxis möglicherweise zur Expertise in der jeweiligen Domäne ausgebaut werden“ (Klieme & Hartig, 2007, S. 17). Nach diesem Verständnis von Klieme und Hartig (2007) wird im Folgenden die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Elementarbereich beschrieben.

2.2 Die Entwicklung frühkindlicher Kompetenzen im sozialen Kontext

Die frühkindliche Entwicklung ist geprägt von verschiedenen Aspekten wie der sächlichen Umwelt (räumliche Lebenswelt, Wohnraum, Informationsumfeld etc.) oder den Personen, die ein Kind während seines Heranwachsens begleiten. Dabei gilt die Familie als zentraler und erster Bildungsort in der frühen Kindheit (Bronfenbrenner & Morris, 2006). Die häusliche Lernumwelt, in der Kinder erste Lernerfahrungen im Umfeld ihrer Familie oder auch beim Besuch einer Kindertageseinrichtung machen, zählen als zentrale unterstützende Aspekte frühkindlicher Entwicklung (Anders et al., 2012; Burghardt et al., 2020; Niklas & Schneider, 2014). Zwei Theoriestränge, auf die in der Forschungsliteratur zur Erklärung des Zusammenhangs kindlicher Kompetenzentwicklung und dem Aufwachsen in sozialen Kontexten immer wieder verwiesen wird, sind die ökopsychologischen Theorien nach Bronfenbrenner (Bronfenbrenner 1986; Bronfenbrenner & Morris, 2006) sowie die soziokulturelle Theorie nach Vygotsky (1971, 1978). Diese Theorien haben die sozialen Interaktionen innerhalb einer Familie und die Interaktionen mit der sozialen sowie sächlichen Umwelt der Kinder (Personen, Institutionen etc.) schon früh beschrieben und betrachten die Familie als zentrales Merkmal der kindlichen Entwicklung, wobei sie besonders die dort stattfindenden Interaktionen hervorheben.

So formulierte Bronfenbrenner (1986) in seiner Theorie der ökologischen Systeme, wie bedeutsam sogenannte proximale Einflussfaktoren und Prozesse für die kindliche (domänenspezifische) Kompetenzentwicklung sind. Darunter fallen beispielsweise die sozialen Interaktionen und Aktivitäten zwischen Kindern und ihren Eltern oder weiteren Personen aus ihrem unmittelbaren Umfeld (z. B. Großeltern) und ihre konkreten Anregungen, die das (mathematische) Lernen lenken und unterstützen sollen, etwa durch das Spielen eines Würfelspiels oder gemeinsames Zählen. Distale Einflussfaktoren und Prozesse wiederum, wie beispielsweise der SÖS oder die Familienstruktur, spielen im weiteren Umfeld der Interaktion eine Rolle und können die kindliche Kompetenzentwicklung indirekt beeinflussen. Die proximalen und distalen Einflussfaktoren bestimmen im Hinblick auf die frühe Bildung eine komplexe soziale Lernumwelt

und stehen dabei in Bezug auf das Individuum nicht nur als einzelne Faktoren nebeneinander, sondern auch in Wechselwirkung zueinander.

Für Bronfenbrenner stellen die Familie oder beispielsweise auch die Kindertageseinrichtung, die sich durch charakteristische Rollen, Aktivitäten und Beziehungen auszeichnen, die Mikrosysteme der individuellen Entwicklung eines Kindes dar. Die Interdependenzen und Übergänge der einzelnen Mikrosysteme (z. B. Kooperationen wie Erziehungs- und Bildungspartnerschaften von Elternhaus und Kitas) beschreibt er als Mesosysteme. Des Weiteren wird die kindliche Entwicklung seiner Auffassung nach von dem Exo- und Makrosystem beeinflusst, welches zusätzliche kulturelle, gesellschaftliche und politische Prozesse, Faktoren und Interaktionen der entfernteren Umwelt der Kinder (z. B. Freunde, Nachbarn, aber auch Werte und Gesetze) umfassen.

Gleichermaßen betonte Vygotsky (1978) die Bedeutung des Lernens in sozialen Kontexten und die Erfahrungen, die Kinder in ihrem Elternhaus machen, die zudem unter dem Einfluss von Faktoren wie dem familiären Hintergrund stehen. Er beschreibt in seiner Theorie die Kultur, die soziale Interaktion und die Gemeinschaft als Grundlage für die Entwicklung und das Lernen von Kindern. Dabei werden die Kinder von ihrer Umwelt und ihren Akteuren (Eltern, Geschwister, Freunde, pädagogische Fachkräfte) durch soziale Interaktionen stimuliert. Darüber hinaus werden ihre Entwicklungsprozesse anhand von Umweltfaktoren wie dem SÖS, welcher durch die Interaktionen mit ihren Eltern vermittelt wird, zusätzlich beeinflusst. Vygotsky (1978) betonte, dass das Erkennen der aktuellen individuellen Entwicklungsebene des Kindes durch die es umgebenden Personen zentral für die Unterstützung seines Entwicklungsprozesses ist. Somit ist es den Personen möglich, auf das Kind in passendem Umfang einzugehen, es an seinem individuellen Leistungsstand abzuholen und gemeinsam darauf aufbauend zu interagieren, um es entwicklungsgerecht zu fördern. Dies nannte er „die Zone der nächsten Entwicklung“ (engl., zone of proximal development).

Bereits in den frühen Theorien zum Lernen in sozialen Kontexten (Bronfenbrenner, 1986; Vygotsky, 1978) wird deutlich, dass die kindliche Kompetenzentwicklung in einer komplexen Lernumwelt stattfindet und anhand einer Vielzahl proximaler Faktoren, wie beispielsweise der häuslichen Lernumwelt oder distaler Faktoren, zum Beispiel dem SÖS einer Familie, beeinflusst wird.

Moderne Gesellschaften und somit auch der Lebensraum der Kinder sind Prozesse der sozialen Mobilität und zugleich durch eine „Vererbung“ sozialer Positionen gekennzeichnet. Bourdieu beschreibt (1987) einen weiteren wichtigen Bezugsrahmen des Aufwachsens im sozialen Kontext. In seinem soziologischen Erklärungsansatz unterschiedlicher gesellschaftlicher Stellungen von Akteuren beschreibt er zwei aufeinander bezogene Räume: den Raum der sozialen Position und den Raum der Lebensstile. Der Raum der sozialen Position beschreibt die soziale Klassen-

zugehörigkeit und bestimmt über das verfügbare ökonomische (z. B. Geld), soziale (z. B. Netzwerke, Verpflichtungen oder Beziehungen), kulturelle (z. B. kulturelle Ressourcen, wie Bücher oder Kunstwerke im Haushalt) und symbolische Kapital (z. B. Prestige) und ist mit vorherrschenden Deutungsmustern und einem spezifischen Klassenhabitus und -ethos verbunden, die über die Erziehung in einem Prozess der sozialen Vererbung an die Kinder weitergegeben werden. Dabei untergliedert Bourdieu (1983) das kulturelle Kapital nochmals in drei Kapitalarten:

- Inkorporiertes Kapital: kann als dauerhafte Disposition des Organismus verstanden werden und beschreibt damit beispielsweise die Bildung, die man bewusst oder unbewusst (innerhalb der Familie oder dem institutionellen Kontext) erworben hat.
- Objektiviertes Kapital: beschreibt kulturelle Güter, wie beispielsweise Bücher, Instrumente, Lexika und die damit verbundene Fähigkeit diese Güter nutzen zu können.
- Institutionalisiertes Kapital: dem inkorporierten Kapital wird anhand von Zeugnissen, Zertifikaten oder Titeln, die für bereits erworbene Kenntnisse und Fähigkeiten stehen kulturelle Anerkennung verliehen.

Im Kontext des Aufwachsens im sozialen Raum der Familie ist hier besonders das objektivierte Kapital von Interesse (z. B. Niklas et al., 2013). Der Raum der Lebensstile wird indes von Bourdieu (1983) als kulturelle Praxis beschrieben und steht zwar eng im Zusammenhang mit dem kulturellen Kapital, ist jedoch trotzdem davon abzugrenzen. Die kulturelle Praxis umfasst kulturelle Aktivitäten einer Familie. Darunter kann beispielsweise das gemeinsame Lesen, Spielen, oder auch die gemeinsame Kommunikation im Alltag gefasst werden (Niklas et al., 2013; Niklas & Schneider, 2012b). Je nach Position im sozialen Raum unterscheiden sich diese Praktiken jedoch. Demnach wird der SÖS einer Familie als ein zentrales beeinflussendes Merkmal der kindlichen Entwicklung verstanden (Elliott & Bachmann, 2018; Jordan & Levine, 2009).

In vielen Studien wird der SÖS bislang als globaler Faktor verwendet (Dearing et al., 2012; DeFlorio & Beliakoff, 2015), der sich in seinen Ausprägungen und seiner Operationalisierung häufig unterscheidet (Khundrakpam et al., 2020; White, 1982). Die am häufigsten verwendeten drei Aspekte sind: Einkommen, Beruf und Bildung, die hoch miteinander korrelieren (Braveman et al., 2005; Farah, 2017). Des Weiteren werden aber auch Aspekte wie gesellschaftliches Ansehen, das soziale Umfeld oder Prestige als messbare Faktoren gebraucht (Khundrakpam et al., 2020). Dennoch gibt es immer mehr Studien, die auf eine Differenzierung spezifischer Aspekte des SÖS verweisen und empfehlen, einzelne Aspekte als mediierende Faktoren (z. B. Bildungsniveau der Eltern, Einkommen, Beruf) und ihren Einfluss auf die kindliche Kompetenzentwicklung sowie die späteren akademischen Leistungen zu betrachten (Elliott & Bachman, 2018; Hornburg et al., 2021).

So zeigen verschiedene Studien, dass individuelle kindliche Charakteristika und der spätere Schulerfolg eng mit dem SÖS verknüpft sind (Bachman et al., 2015; Elliott & Bachman, 2018;

Susperreguy et al., 2021). Dabei werden bereits in der frühen Kindheit beispielsweise deutliche Unterschiede hinsichtlich kindlicher (mathematischer) Leistungen, die im Zusammenhang mit dem SÖS der Familien stehen, sichtbar (für eine Übersicht s. Jordan & Levine, 2009). Besonders Kinder aus Haushalten mit niedrigem SÖS starten mit deutlich schwächeren Kompetenzen in die Schule als Kinder aus Familien mit höherem SÖS (Bradley & Corwyn, 2002; Galindo & Sonnenschein, 2015; Morgan et al., 2016). Diese Unterschiede lassen sich über die kindliche Entwicklung hinweg beobachten und bleiben bis ins spätere Alter bestehen (Crosnoe & Schneider, 2010; Duncan & Magnuson, 2011; Reardon & Portilla, 2016). In Anbetracht des frühen Auftretens dieser Unterschiede wird angenommen, dass elterliche Einflussfaktoren, wie der Beruf, ihre Interaktion und die Anregung zu Hause sowie elterliche Einstellungen und Überzeugungen eine bedeutsame Rolle für die kindliche Kompetenzentwicklung spielen (für eine Übersicht s. Elliott & Bachman, 2018). Die Bedeutsamkeit dieser Aspekte für die kindliche Kompetenzentwicklung wird in den folgenden Abschnitten besprochen und empirisch untermauert.

2.3 Die Bedeutsamkeit der häuslichen Lernumwelt für die Entwicklung frühkindlicher Kompetenzen

Besonders in den letzten Jahren wurde intensiv versucht zu verstehen, inwiefern die kindliche Kompetenzentwicklung durch das häusliche Umfeld beeinflusst wird (Daucourt et al., 2021; Lehl et al., 2021; Zippert & Rittle-Johnson, 2020). Dabei beschreibt die familiäre Lernumwelt, all die Aspekte, „die dem Kind im Rahmen der Familie die Möglichkeiten bieten und es darin unterstützen, spezifische Vorläuferfähigkeiten und zusätzliche Fähigkeiten im Bereich Schriftsprache und Mathematik zu erwerben und zu üben und damit auch weiterführende schriftsprachliche und mathematische Kompetenzen zu entwickeln“ (Niklas, 2015, S. 107). Das Konzept der häuslichen Lernumwelt bzw. das Konzept der „Home Learning Environment“ (HLE) wurde von verschiedenen Autor*innen mit dem Ziel, beeinflussende Faktoren der kindlichen Entwicklung in ein Ganzes zu fassen und zu beschreiben, aufgegriffen und konzeptualisiert (Kluczniok et al., 2013; Niklas, 2014; Skwarchuk et al., 2014). Allerdings wird angemerkt, dass es an einer einheitlichen Operationalisierung fehle (Hornburg et al., 2021; Niklas & Schneider, 2012b), auch wenn es Bestrebungen zur Vereinheitlichung beispielsweise im Kontext der „Home Environment Classification Systems“ gibt (Bradley et al., 1990).

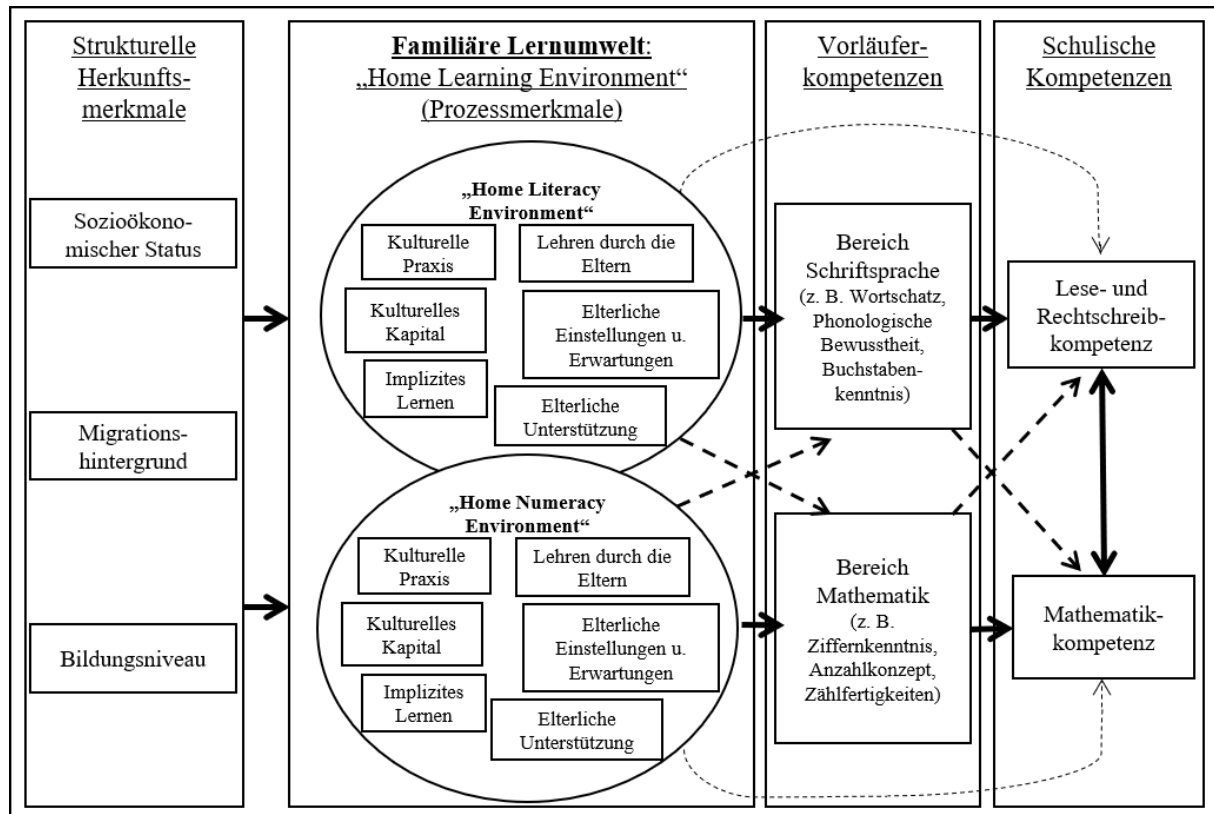
Im deutschsprachigen Raum entstand ein erstes Rahmenmodell zur Erklärung der häuslichen Lernumwelt im Rahmen des Projektes „Bildungsprozesse, Kompetenzentwicklung und Selektionsentscheidungen im Vor- und Grundschulalter“ (Kluczniok et al., 2013; Lehl, 2013). Die HLE wird hier als ein mehrdimensionales Konstrukt beschrieben, das sich aus strukturellen Hintergrundmerkmalen (z. B. SÖS, Bildungshintergrund der Eltern) sowie Orientierungs- und Prozessmerkmalen (z. B. Eltern-Kind-Interaktionen) zusammensetzt. Dabei unterteilen sich die

Prozessmerkmale in generelle Prozesse (z. B. sozial-emotionale Unterstützung) und bereichsspezifische Prozesse (z. B. schriftsprachliche und mathematische Aktivitäten). Des Weiteren konzeptualisierte auch Niklas (2014, 2015) ein Modell der häuslichen Lernumwelt im deutschsprachigen Raum, das jedoch einen stärkeren domänenspezifischen Fokus aufzeigt und aus dem weitere Modelle zur „Home Literacy Environment“ und „Home Numeracy Environment“ hervorgegangen sind (Niklas, 2015; s. Abschnitt 2.6.1 zur Home Numeracy Environment). Zudem finden sich auch im internationalen Kontext Konzeptualisierungen, welche sowohl aus Längsschnittstudien zur Wirksamkeit der frühen häuslichen Lernumwelt entstanden sind (z. B. das Prozess-Orientierungs-Modell von Tietze et al., 1998, das Support-Structure-Challenge-Orientations-Modell von Bäumer et al., 2011), als auch aus kleineren Studien, die beispielsweise das „Home Literacy Model“ (Sénéchal & LeFevre, 2002) oder „Home Numeracy Model“ (Skwarчук et al., 2014) entwickelten, und die häusliche Lernumwelt ebenfalls im Hinblick auf domänenspezifische Aspekte differenzieren.

Im Folgenden wird das Modell der HLE als ein Beispiel einer Konzeptualisierung nach Niklas (2015) beschrieben (s. Abbildung 1). Im Vergleich zu anderen Modellen (Sénéchal & LeFevre, 2002; Skwarчук et al., 2014) stellt das Modell von Niklas (2015) zunächst ein übergeordnetes Modell der HLE dar, das jedoch auch für die domänenspezifischen Aspekte der häuslichen schriftsprachlichen sowie mathematischen Lernumwelt adaptierbar ist und sich unterteilen lässt. Im Modell von Niklas (2015) wird die Bedeutsamkeit, die der familiären Lernumwelt als erster Bildungsort der Kinder für die Entwicklung früher Kompetenzen zukommt und als wichtiger Bestandteil der Entwicklung schulischer Vorläuferfähigkeiten sowie späterer akademischen Kompetenzen verstanden wird, hervorgehoben. Die familiäre Lernumwelt und ihre Ausgestaltung wird hier zunächst von strukturellen Herkunftsmerkmalen wie zum Beispiel dem SÖS oder dem Migrationshintergrund beeinflusst. So zeigt sich eine qualitativ hochwertige häusliche Lernumwelt vor allem bei Familien mit hohem SÖS (Aikens & Babarin, 2008; Anders et al., 2012; Napoli et al., 2021; Niklas et al., 2015). In Familien, in denen sich eine qualitativ hochwertige HLE findet, erfahren die Kinder besonders intensive und anregende Interaktionen zwischen sich und ihren Eltern und werden hinsichtlich ihrer Lernprozesse adäquat gefördert und unterstützt. Darüber hinaus wird deutlich, dass eine qualitativ hochwertige familiäre Lernumwelt die frühkindliche Kompetenzentwicklung im mathematischen, (schrift-)sprachlichen und sozioemotionalen Bereich positiv beeinflusst (Van Voorhis et al., 2013). Zudem zeigt sich in der Forschungsliteratur, dass familiäre Prozessmerkmale die Verbindung zwischen strukturellen Herkunftsmerkmalen und der frühkindlichen Kompetenzentwicklung medieren und als Vermittler agieren. So kann eine positive familiäre Lernumwelt nicht nur die kindliche Entwicklung vorteilhaft beeinflussen, sondern auch die negativen Auswirkungen struktureller Herkunftsmerkmale ausgleichen oder abschwächen (Niklas & Schneider, 2013; Niklas & Schneider, 2014).

Abbildung 1

Modell der familiären Lernumwelt im Zusammenhang mit strukturellen Hintergrundvariablen, Vorläuferkompetenzen und schulischen Kompetenzen nach Niklas (2015) (Niklas, 2015, S.109)



Das Modell von Niklas (2015) verdeutlicht vor allem das Ineinandergreifen der einzelnen Aspekte und ihre Wechselwirkung und expliziert die Zusammenhänge der einzelnen Merkmale. Anhand des Modells wird ersichtlich, dass neben der HLE auch die familiären Charakteristika, wie der SÖS, der Migrationshintergrund oder das Bildungsniveau, beeinflussende Faktoren der familiären Lernumwelt und der kindlichen Entwicklung abbilden. Darüber hinaus zeigen sich noch weitere Einflussfaktoren auf Seiten der Eltern, wie beispielsweise ihre Einstellungen und Überzeugungen, die Erziehungsstile, die Kompetenzerwartungen, Stress und Handlungsstrategien (Deater-Deckhard & Panneton, 2017; del Río et al., 2020; Ulferts, 2020; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020; Vasilyeva et al., 2018), die mit der frühkindlichen Kompetenzentwicklung in Zusammenhang stehen.

Dieser Abschnitt definierte zunächst den Kompetenzbegriff im Kontext von Mathematik im Vorschulalter, als auch den Begriff der Entwicklung mathematischer Kompetenzen. Daran anschließend wurde anhand theoretischer Rahmungen sowie aktueller Forschungsliteratur die kindliche Entwicklung im sozialen Kontext beschrieben, die den nachstehenden Abschnitt zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen einbettet.

2.4 Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der frühen Kindheit

Der folgende Abschnitt führt theoretisch in die Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der frühen Kindheit ein. Zunächst wird die Entwicklung des frühen Zahlen- und Mengenverständnisses erläutert. Anschließend werden verschiedene Modelle zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen dargestellt. Zum einen werden klassische Modelle zur Entwicklung des Zahlen- und Mengenverständnisses und zum anderen neuere Modelle zur Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen skizziert. Diese werden dann im nachfolgenden Kapitel 2.5 in die empirische Befundlage eingeordnet.

Kinder entwickeln bereits von Geburt an erste mathematische Basiskompetenzen (Antell & Keating, 1983; Dehaene, 1999). Butterworth (2005, S.12) führt eine Übersicht erster Entwicklungsschritte früher mathematischer Kompetenzen auf (s. Tabelle 1). Diese verdeutlicht, dass Kinder bereits bei der Geburt erste Anzahlen unterscheiden können, im weiteren Entwicklungsverlauf Zählen lernen und bereits im Vorschulalter erste Rechenoperationen meistern können.

Tabelle 1

Entwicklungsschritte frühkindlicher mathematischer Kompetenzen (Butterworth, 2005, S.12, eigene Übersetzung)

Alter der Kinder	Entwicklungsschritte
Bei Geburt	Erste Unterscheidung kleiner Anzahlen
Ab etwa 4 Monaten	Kann die Zahl 1 addieren oder subtrahieren
Etwa 1 Jahr	Unterscheidung von aufsteigenden und absteigenden Anzahlen
2 Jahre	Zahlwörter und ihre Reihenfolge werden gelernt. Eins-zu-eins-Zuordnungen können bei Aufgaben zum Teilen vorgenommen werden
2,5 Jahre	Erkenntnis, dass Zahlwörter Mengen größer als 1 bedeuten
3 Jahre	Zählen kleiner Anzahlen von Objekten
3,5 Jahre	Die Zahl 1 kann in Bezug auf Objekte und Zahlwörter addiert oder abgezogen werden. Anwendung des Kardinalitätsprinzip zur Bestimmung von Mengen
4 Jahre	Einsetzen von Fingern als Hilfsmittel der Addition
5 Jahre	Kleine Zahlen können addiert werden, ohne die Summe bestimmen zu können
5,5 Jahre	Rechenregeln und Rechenstrategien werden leichter verstanden. Korrektes Zählen bis 40 ist möglich
6 Jahre	Es wird verstanden, dass die Anzahl von Elementen unabhängig von ihrer räumlich unterschiedlichen Anordnung ist
6,5 Jahre	Verständnis der Komplementarität von Addition und Subtraktion

7 Jahre	Das Abrufen einiger arithmetischer Fakten aus dem Gedächtnis ist möglich
---------	--

Das Erlangen dieser Kompetenzen findet sowohl im familiären als auch im institutionellen Umfeld statt (z. B. Burghardt et al., 2020; Melhuish et al., 2015) und beginnt nicht erst mit dem formellen Eintritt in die Schule, sondern bereits in der frühen Kindheit mit der Entwicklung mathematischer Vorläuferfähigkeiten (Fritz & Ricken, 2008; Schneider et al., 2021). Betrachtet man die Entwicklung des Forschungsbereiches hinsichtlich der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kindesalter, so fokussierte sich sowohl die entwicklungspsychologische als auch die mathematikdidaktische Forschung zunächst auf die inhaltsbezogenen Kompetenzaspekte Mengen, Zahlen und Operationen, die im Kontext der Entwicklung späterer Mathematikkompetenzen in verschiedenen Studien hervorgehoben und stärker in den Blick genommen werden (Benz et al., 2017; Clements & Sarama, 2007; Krajewski et al., 2009; Schneider et al., 2021). Clements und Sarama (2007, S. 466) formulieren beispielsweise: „For early childhood, number and operations is arguably the most important area of mathematics learning. In addition, learning in this area may be one of the best developed domains in mathematics research“.

Den Bereichen „Muster und Strukturen“ sowie „Daten und Wahrscheinlichkeiten“ wurde zunächst weniger große Beachtung im Elementarbereich geschenkt, besonders im Hinblick auf die empirische Auseinandersetzung mit diesen Themenbereichen (Clements & Sarama, 2007). Die Grundlage dieser Orientierung bildet das sowohl national als auch international viel diskutierte Konzept der *Mathematical Literacy* (OECD, 2003) sowie die sich darauf aufbauenden Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz (KMK) für verschiedene Schulstufen (KMK 2004; KMK, 2012) in Deutschland. Hier werden neben den oben bereits genannten inhaltsbezogenen auch prozessbezogene Kompetenzen (s. Tabelle 2 für einen Überblick der inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen) und weitere Aspekte wie die Motivation und Überzeugung im Kontext von Mathematik beschrieben. Für den Elementarbereich ist jedoch eine Eins-zu-eins Übertragung aus dem Primar- oder Sekundarbereich im Sinne normativ formulierter Kompetenzerwartungen nicht angedacht (Benz et al., 2017) oder vorzufinden, wenn man sich die deutlich divergierenden Bildungs-, Orientierungs- und Rahmenpläne für den Elementarbereich der Länder anschaut (s. für einen Überblick Gasteiger, 2010). Dennoch finden sich in verschiedenen Publikationen im Zusammenhang mit dem vorschulischen mathematischen Kompetenzerwerb ähnliche Orientierungen und Formulierungen genannter Kompetenzaspekte wieder (Benz et al., 2017; Born-Rauchenecker et al., 2020).

Tabelle 2

Leitideen zu inhalts- bzw. prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen im Elementarbereich in Anlehnung an die Bildungsstandards der KMK für den Primarbereich (KMK, 2004, S. 6)

Inhaltsbezogene Kompetenzen	Prozessbezogene Kompetenzen
Zahlen und Operationen	Problemlösen
Raum und Form	Kommunizieren
Muster und Strukturen	Argumentieren
Größen und Messen	Modellieren
Daten, Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten	Darstellen

Zugleich ist anzumerken, dass der Begriff der *Mathematik* in der Literatur inkonsistent verwendet wird. Dabei liegt in vielen Studien der Forschungsschwerpunkt für den Elementar- und auch Primarbereich auf beispielsweise ersten Zahlenkenntnissen der Kinder, jedoch nicht auf dem vollen Spektrum mathematischer Kompetenzen. Dennoch finden sich verschiedene Begrifflichkeiten, um die Fähigkeitsfacetten der Kinder in ihrer frühkindlichen Entwicklung zu beschreiben (vgl. Blevins-Knabe & Berghout Austin, 2016).

In dieser Arbeit wird der Begriff der *frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen*² verwendet; er beschreibt die (Vorläufer)-Kompetenzen, die im weitesten Sinne als das Verständnis von Zahlen und ihren Beziehungen, das Verständnis von Mengen und Operationen sowie ersten Rechenfertigkeiten definiert werden (Krajewski & Schneider, 2009; Sarama & Clements, 2009). Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter im Kontext von Mengen und Zahlen und wird sowohl theoretisch hergeleitet als auch empirisch untermauert. Hierfür werden in den folgenden Abschnitten ausgehend vom Logical-Foundations-Modell nach Piaget (1967) verschiedene klassische Modelle zum Erwerb des Mengen- und Zahlenverständnisses diskutiert und daran anschließend neuere Entwicklungsmodelle früher mathematischer Kompetenzen in den Blick genommen, die von aktuellen empirischen Ergebnissen zur Entwicklung und Bedeutung früher mathematischer (Vorläufer-)Kompetenzen im Kindesalter gerahmt werden.

² In den Forschungsartikeln (s. Abschnitt 5) wird hier auf „numeracy competencies“ oder „numerical competencies“ referenziert.

2.4.1 Die Entwicklung des Zahlen- und Mengenverständnisses

In verschiedenen Studien der letzten 40 Jahre zeigte sich, dass bereits Säuglinge über erste mathematische Kompetenzen verfügen und schon sehr früh ein erstes mathematisches Verständnis für Mengeneigenschaften vorweisen (Antell & Keating, 1983; Izard et al., 2009; Starkey & Cooper, 1980; Wynn, 1996; Xu & Arriaga, 2007). Dabei werden diese ersten Fähigkeiten in verschiedenen Arbeiten als „Kernsysteme“ beschrieben und unter der Annahme verwendet, dass Kinder bereits von Geburt an über spezifische Aspekte mathematischer Kognition verfügen (Spelke & Kinzler, 2007). Zunächst wurden diese Vermutungen im Kontext des „Habituation-Dishabituation-Paradigmas“ untersucht, wobei die Säuglinge in einem experimentellen Aufbau zuerst an einen Reiz gewöhnt und schließlich mit einem neuen Reiz konfrontiert wurden (s. für eine vertiefende Übersicht Schneider & Lindenberger, 2012). Neben anderen Aspekten gilt beispielsweise die Fixierungsdauer des Blickes als Anhaltspunkt der Methoden der experimentellen Säuglingsforschung. In verschiedenen Studien (Antell & Keating, 1983; Starkey & Cooper, 1980; Wynn 1996) gelang es durch Verwendung dieser Methode zu zeigen, dass sich die Blickdauer sowohl bei Neugeborenen als auch bei sechs Monate alten Säuglingen bei Veränderung einer kleinen Menge, von zwei auf drei Objekte und umgekehrt, nach Einführung des neuen Reizes deutlich erhöhte. Daraus schlussfolgerten die Autor*innen, dass eine Unterscheidung kleiner Mengen bereits in diesem Alter möglich ist. Diese Erkenntnisse konnten auch in neueren Arbeiten repliziert werden (Jordan & Brannon, 2006; Kobayashi et al., 2005). Für Säuglinge im Alter von sechs bis sieben Monaten konnte gezeigt werden, dass sie in der Lage sind, mathematische Korrespondenzen zwischen zwei und drei Objekten verschiedener Modi (sowohl visuelle als auch auditive Stimuli, z. B. Gesichter oder Stimmen) zu unterscheiden. Im Gegensatz zu Starkey und Cooper (1980), die ein Differenzieren größerer Mengen (4 vs. 6 oder 6 vs. 4) in diesem Entwicklungsstadium nicht belegen konnten, erwies sich jedoch in späteren Studien (Izard et al., 2009; Xu & Arriaga, 2007), dass Säuglinge über diese Fähigkeit verfügen, aber nur dann, wenn die „verhältnismäßige Differenz der beiden Quantitäten“ (Hildenbrand, 2016, S. 19) ausreichend groß war.

Diese Erkenntnisse verweisen darauf, dass Kinder ihre Fähigkeit, erste Mengenunterschiede zu meistern, im ersten Lebensjahr erwerben und über diesen Zeitraum weiterentwickeln. Dabei scheint es keiner besonderen Bedeutung zu unterliegen, ob die präsentierten Reize visuell-räumlich oder auditiv-zeitlich sind. Dennoch gibt es auch Forschungsarbeiten, die diese Ergebnisse nicht replizieren konnten und das Vorhandensein früher mathematischer Fähigkeiten von Säuglingen kritisch reflektierten und als eingeschränkt betrachteten (Mix et al., 1997; Moore et al., 1987). Kontrovers diskutiert wird in diesem Zusammenhang, auf welcher Grundlage Kinder die Unterscheidung der repräsentierten Mengen treffen. So konnte nicht eindeutig geklärt werden, ob die Mengenunterscheidung von Säuglingen eher mit der Differenzierung der Anzahl der Objekte zusammenhängt oder aber auf sich unterscheidenden Mengen bzw. Oberflächen

basiert (vgl. Krajewski, 2003). Demnach zeigt sich die Befundlage zu einem ersten Verständnis für Mengen und Zahlen als nicht abschließend geklärt.

2.4.2 Klassische Modelle des Zahlen- und Mengenverständnisses

2.4.2.1 *Logical-Foundations-Modell nach Jean Piaget*

Piaget beschäftigte sich insbesondere in den 1960er und 1970er Jahren als einer der Ersten intensiv mit der kindlichen Entwicklung des Zahlbegriffs. Er nahm an, dass sich der Zahlbegriff in der frühen Kindheit auf der Basis logisch formaler Operationen entwickelt (Piaget & Szeminska, 1972). Darunter fasste er drei zentrale Inhaltsbereiche: *das Verständnis für den Erhalt und die Invarianz von Quantitäten, ordinale und kardinale Eins-zu-eins Zuordnungen sowie additive und multiplikative Kompositionen* (Piaget, 1967). Mit dem Begriff der Zahlinvarianz beschreibt Piaget das Verständnis für Zahlen und für ihre Veränderbarkeit, beispielsweise durch das Hinzufügen oder Wegnehmen von Elementen. Die Erkenntnis und das bewusste Verstehen, dass die Anzahl der Elemente einer Menge sich nicht ändert, nur weil sich deren räumliche Ausdehnung verändert, begann für Piaget mit dem Zahlerhalt, der Erhaltung des numerischen Ganzen. Dafür nannte er zwei Kompetenzen als zentrale Aspekte des Erwerbs des Zahlbegriffs: die Klasseninklusion und die Seriation. Unter Klasseninklusion versteht er die Teil-Ganzes-Menge, die sich durch das Zuordnen einer Teilmenge zu einer Gesamtmenge beschreiben lässt. Nach Piagets Annahme führt diese Kompetenz zum Verständnis des Kardinalzahlaspekts einer Zahl; dies bedeutet, dass eine Menge Teil einer größeren Menge und mit ihr verschachtelt ist. Die Seriation beschreibt hingegen die Kompetenz, Bestandteile einer Menge nach Größe (zunehmend oder abnehmend) zu sortieren, zu ordnen und in eine asymmetrische Relation zueinander zu stellen. Diesen Prozess beschreibt Piaget als den Ordinalitätsaspekt einer Zahl. Somit entwickelt ein Kind nach dem *Logical-Foundations-Modell* von Piaget ein Zahlenkonzept dann, wenn das Verständnis für die Teil-Ganzes-Beziehung (Klasseninklusion) sowie Ungleichheitsbeziehungen (Seriation) ineinandergreift. So begreift es die Zahl bestehend aus ihrer ordinalen und kardinalen Funktion. Von diesem Standpunkt ausgehend erlangen Kinder erst mit diesem Verständnis die Fähigkeit, natürliche Zahlen zu verstehen und mathematische Operationen (beispielsweise Subtraktion) nachvollziehen und umsetzen zu können. Demnach misst Piaget Zählübungen keinen operativen Wert bei und sieht auch keinen förderlichen Effekt in ihnen (Piaget & Inhelder, 1975). Gleichzeitig setzt er das reine Zählen-Können auch nicht gleich mit einem hinreichenden Wissen über die Zahlen und ihre Funktion.

Piagets Modellüberlegungen zur Entwicklung des Zahlbegriffes bei Kindern regte darüber hinaus weitere Forschung in den 1970er Jahren an und brachte deutliche Kritik an dem Modell und den Ergebnissen hervor. Demnach bestätigte sich die gleichzeitige Entwicklung von Kardinal- und Ordinalzahl nicht (Brainerd, 1979). Verschiedene Belege zeigen vielmehr, dass sich das

Ordinalzahlverständnis vor dem Verständnis für Kardinalzahlen entwickelt und dass Trainingsprogramme zu Ordinalzahlen besonders die arithmetischen Fähigkeiten unterstützen (Krajewski et al., 2009). Gleichzeitig wurde auch die Fähigkeit zur Zahlinvarianz hinterfragt. Hier wird dem reinen Zählen an sich, das Piaget für nicht förderlich hielt, eine zentrale Bedeutung zugeschrieben.

2.4.2.2 *Skill-Integration-Modelle*

Vor dem Hintergrund der Kritik an Piagets Theorie (s. beispielsweise Krajewski et al., 2009) zur Zahlbegriffsentwicklung im Rahmen seines Logical-Foundations-Modell wurden seit den 1980er Jahren, besonders im angloamerikanischen Raum, verschiedene Modelle basierend auf Ergebnissen entsprechender Untersuchungen formuliert, die nach Clements (1984) unter dem Begriff der *Skill-Integration-Modelle* zusammengefasst wurden. Durch Arbeiten von Fuson (1988), Gelman und Gallistel (1978) und Resnick (1983, 1989) wurden diese Modellentwicklungen stark beeinflusst. Hierbei wird basierend auf der Annahme, dass Kinder bereits über Kenntnisse und Fertigkeiten im Zusammenhang mit Zahlen verfügen, die Entwicklung des Zahlbegriffs durch die Integration verschiedener Begriffe, Fertig- und Fähigkeiten verstanden. Besonders hervorgehoben wird in diesem Kontext die Integration sogenannter *number skills* (z. B. Zählen und Vergleichen) (Fuson, 1988; Gelman & Gallistel 1978; Resnick, 1989).

Die Grundlage der Zählentwicklung bildet das Beherrschen der Zahlwortreihe. Demnach gelingt der Erwerb der Zahlreihenfolge laut Fuson (1988) erst dann, wenn das Kind lernt, zwischen Zahl- und Nichtzahlwörtern zu unterscheiden, wobei das Erkennen der Struktur der Zahlwörter als notwendig angesehen wird. Besonders im Zahlenraum bis zwanzig bereitet dies Kindern meist Probleme, da hier eine Irregularität vorhanden ist (die Benennung der Zahlworte lautet zum Beispiel „zwölf“ statt „zwei-zehn“ oder „zwanzig“ statt „zweizig“), und diese häufig einfach auswendig gelernt werden muss. Die Autorin beschreibt, dass das Kind erst über die Fähigkeit verfügt, ein tieferes Verständnis im Umgang mit den Zählzahlen zu erlangen, wenn ein Aufsagen der richtigen Zahlenfolge ausgeführt werden kann. In ihrem Modell zur Zählentwicklung beschreibt Fuson (1988) fünf aufeinanderfolgende Ebenen: die *Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe* (string level), die *unflexible Zahlwortreihe* (unbreakable chain level), die *teilweise flexible Zahlwortreihe* (breakable chain level), die *flexible Zahlwortreihe* (numerable chain level) und die *vollständig reversible Zahlwortreihe* (bidirectional chain level).

Die *Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe* beschreibt das Aufsagen von undifferenzierten Zahlwortreihen in Verbindung mit der sprachlichen Entwicklung der Kinder, die sich in einem Alter von etwa zwei Jahren beobachten lässt. Hierbei handelt es sich um das reine Aufsagen der Zahlwörter und ihrer Aneinanderreihung („einszweidreivierfünfsechssieben“), jedoch weniger um das Verständnis ihrer Bedeutung als einzelne Zahl, die im Kontext der Eins-zu-eins Zuordnung auf der nächsten Ebene der *unflexiblen Zahlwortreihe* erworben wird. Hier gelingt den Kindern bereits eine eindeutige Zuordnung von Zahlwort zu zählendem Objekt, was in

einem ersten Abzählen resultiert („eins-zwei-drei-vier-fünf-sechs-sieben“). Dieses Level erfasst nach Fuson dann auch die erste Entwicklung eines kardinalen Verständnisses. Dabei erlangen die Kinder die Fähigkeit, die Mächtigkeit einer Menge zu beschreiben und können im Gegensatz zur *Ebene der Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe* bereits einzelne Zahlwörter voneinander abgrenzen. Jedoch muss die Startzahl immer mit der Eins beginnen und die genannte Zahlwortreihe wird weiterhin als Einheit empfunden. Erst später, etwa in einem Alter von vier Jahren, erreichen Kinder die Ebene der *teilweise flexiblen Zahlwortreihe*, die es ihnen ermöglicht eine beliebige Startzahl zu wählen, um das Zählen zu beginnen („zwei-drei-vier-fünf“ → „fünf-vier-drei-zwei“). Gleichzeitig erlangt das Kind das Bewusstsein, dass die gewählte Startzahl mit einer Kardinalzahl in einer wechselseitigen Verbindung zueinandersteht (cardinal-to-count-transition) und eine Teilmenge beschreibt. Zudem sind Kinder auf dieser Ebene in der Lage, Vorgänger, Nachfolger sowie den Zwischenraum von Zahlen zu benennen. Das schrittweise Weiterzählen von einer beliebigen Startzahl erfolgt mit der Ebene der *flexiblen Zahlwortreihe*. Mit jedem Zahlwort wird die Menge der abgezählten Objekte beschrieben und gleichzeitig die Anzahl der vorausgegangenen Zahlwörter und Schritte während des Zählens ($4+2 \rightarrow$ „vier ... fünf-sechs“). Zahlwortreihen werden zählbar und Teilketten können gezählt und verglichen werden, zudem wird ein erstes zählendes Rechnen durch Abzählen der Finger möglich. Mit der letzten Ebene, der *vollständig reversiblen Zahlwortreihe*, erlangen Kinder die Fähigkeit, vorwärts und rückwärts, ausgehend von einer beliebig gewählten Zahl zu zählen und flexibel zu rechnen ($7-4 = 3 \rightarrow 3+4 = 7$).

Alle Ebenen zusammengefasst zeigen verschiedene Entwicklungsstufen, die aufeinander aufbauen und die zunehmende Fähigkeitsentwicklung beim Umgang mit einer Zahlreihenfolge widerspiegeln. Trotzdem ist nicht ausgeschlossen, dass Kinder sich auf mehreren Ebenen gleichzeitig bewegen, wenn man den Entwicklungsprozess für größere Zahlen berücksichtigt (Fuson, 1988).

Im Gegensatz zu Fuson nehmen Gelman und Gallistel (1978) an, dass bestimmte Prinzipien des Zählens vor dem Erlernen der eigentlichen Zahlwortreihe erworben werden. Dafür unterscheiden sie drei Prinzipien, die deutlich machen, wie richtig gezählt wird, und weitere zwei Prinzipien, anhand derer Bedingungen die ersten Prinzipien Anwendung finden. Hierbei vertreten sie die Annahme, dass die fünf Zählprinzipien angeboren sind und nur die Zahlwörter gelernt werden müssen:

- Das *Eindeutigkeitsprinzip* (one-to-one principle) beschreibt den Vorgang der eindeutigen Zuordnung (Eins-zu-eins) eines Zahlwortes zu jedem zu zählendem Element der vorliegenden Menge. Hilfreich können dabei das Zeigen, Antippen oder Weglegen der bereits gezählten Objekte für Kinder sein.
- Mit dem *Prinzip der stabilen Ordnung* (stable order principle) formulieren die Autor*innen die Unabdingbarkeit einer festen Reihenfolge der Zahlwörter beim Zählen. Dies gilt

auch dann, wenn die gezählte Ordnung nicht der konventionellen Abfolge entspricht („drei“, „vier“, „acht“, „neun“).

- Anhand des *Kardinalprinzips* (cardinal principle) wird nicht nur das zuletzt genannte Zahlwort erkannt, sondern auch die dahinterstehende Menge bzw. die Anzahl aller gezählten Objekte bewusst. Hierbei ist jedoch noch nicht die vollständige Integration von Zählpzahl und Kardinalzahl gefordert, sondern zunächst einmal die Beantwortung der Frage „Wie viele?“.
- Nach den Voraussetzungen des *Abstraktionsprinzips* (abstraction principle) kann eine beliebige Anzahl an Elementen zu einer Menge zusammengefasst werden. Dabei spielt weder die Anordnung noch die Reihenfolge eine besondere Bedeutung – ganz vor dem Hintergrund des *Prinzips der Irrelevanz der Anordnung* (order-irrelevance principle), wonach diese für das Zählergebnis keine Rolle spielt.

Im Ansatz von Resnick (1989) bildet die Verknüpfung von Zählprozedur und dem Wissen über Mengen und ihren Beziehungen die Grundlage der Zahlbegriffsentwicklung. Sie benennt die Prozesse, die dem Erwerb des Mengenverständnisses zugrunde liegen, als *protoquantitative Schemata*. Protoquantitativ beschreibt die Tatsache, dass Kinder zu diesem Zeitpunkt noch keinen präzisen numerischen Anzahlbezug aufweisen, dennoch anhand verfügbarer quantitativer Begriffe („klein“, „groß“, „weniger“, „mehr“) erste Mengen wiedergeben können. Für die Autorin ist dabei ausschlaggebend, die Fähigkeit zu zählen in engem Kontext mit dem Mengenverständnis zu betrachten, wenn es sich um den Erwerb mathematischer Kompetenzen handelt. In ihrem Ansatz schreibt sie der Verbindung der Zählprozedur mit dem Mengenverständnis und dem Verständnis für Mengenbeziehungen eine bedeutsame Rolle für den späteren Kompetenzerwerb zu. Resnick (1989) formuliert drei protoquantitative Schemata: das *Schema des Vergleichens*, das *Schema des Vermehrens und Verminderns* und das *Teil-Ganzes-Schema*:

- Das *Schema des Vergleichens*: Anhand von ersten Zuschreibungen einer Menge von Objekten durch Wörter wie viel, wenig, größer oder kleiner als sind Kinder in der Lage Quantitäten zu beurteilen und darüber hinaus Mengenvergleiche anzustellen.
- Das *Schema des Vermehrens und Verminderns*: Können Kinder bereits feststellen, dass eine Menge weniger oder mehr wird, indem etwas hinzugefügt oder entnommen wird, oder gleichbleibend ist, wenn keine Zu- oder Abnahme passiert, dann spricht Resnick (1989) hier vom protoquantitativen Schema der Zu- und Abnahme. Zusammenhängend mit der Kenntnis über die Zahlwortreihe bildet dieses Schema die Basis für Addition und Subtraktion.
- Das *Teil-Ganzes-Schema*: beschreibt schließlich das Wissen über die Aufteilung einer Menge in mehrere Teilmengen, aber auch die Zusammenführung verschiedener Teilmengen zu einer Gesamtmenge. Wird dieses Wissen später mit einem Zahlbezug verknüpft, erlangen Kinder das Verständnis über die Beziehung zwischen Zahlen, was von Resnick

(1989) als besonders bedeutsam für die Entwicklung weiteren mathematischen Verständnisses angesehen wird. Das Teil-Ganzes-Schema „ermöglicht Formen des mathematischen Denkens, die jüngeren Kindern nicht zugänglich sind“ (Krajewski et al., 2009, S. 22). Dabei bildet es häufig die Basis für Textaufgaben und ihre verschiedenen Typen, die nach der Startmenge, der Austauschmenge, der Summe oder der Differenz fragen.

Die Kombination des Verständnisses der Eins-zu-eins Zuordnung, der Zahlwortreihe, aber auch verschiedener Zahlaspekte beschreibt dabei den komplexen Prozess der Entwicklung der kindlichen Zählkompetenz.

Die Ansätze von Fuson (1988), Gelman und Gallistel (1978) sowie Resnick (1989) skizzieren theoretische Annahmen zur Entwicklung des Zahlen- und Mengenverständnisses in der frühen Kindheit und bilden die Grundlage für die im nächsten Abschnitt beschriebenen Entwicklungsmodelle früher mathematischer Kompetenzen.

2.4.3 Entwicklungsmodelle früher mathematischer Kompetenzen

Die Auseinandersetzung im Kontext der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen geht mit einer langen kognitionspsychologischen Forschungstradition einher (s. Abschnitte 2.4.1 & 2.4.2).

Die zuvor beschriebenen klassischen Modelle und Erkenntnisse dienen als Basis zur Entwicklung erster fundierter und empirisch tragfähiger Entwicklungsmodelle. Dabei gilt Krajewski (2003, 2005, 2007) mit der Konzipierung des „*Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung*“ (ZGV-Modell) als eine der Ersten, die sich der Auseinandersetzung klassischer Annahmen und neuen Erkenntnissen angenommen hat. Besonders hervorzuheben ist, dass dieses Modell nicht nur auf rein theoretischen Überlegungen basiert, sondern auch mit verschiedenen Befunden, besonders längsschnittlicher Natur, vereinbar ist (Krajewski & Schneider, 2006, 2009a, 2009b). Gleichzeitig bildet es die Basis entwickelter Testverfahren zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen von der frühen Kindheit bis zum Ende der Schulzeit („MBK 0. Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter“ [MBK-0]; Krajewski, 2018; „Testverfahren zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen am Ende der Grundschule, in der Sekundarstufe I und II sowie im Studium. MBK-1+“ [MBK-1+]; Ennemoser et al., 2017) und eines für das Vor- und Grundschulalter empirisch untersuchten Trainings mathematischer Fähigkeiten (Mengen, zählen, Zahlen; Krajewski et al., 2007). Auch Fritz und Ricken (2008) haben ein *Entwicklungsmodell zur mathematischen Kompetenzentwicklung* von Kindern entworfen, das ebenfalls als Grundlage entwickelter Testverfahren dient („Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Diagnose“ [MARKO-D], Ricken et al., 2011; „Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Screening“ [MARKO-S], Ehlert et al., 2020). In den folgenden Abschnitten wird das ZGV-Modell von Krajewski (2003, 2005, 2007) sowie das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz und Ricken (2008) näher erläutert, da

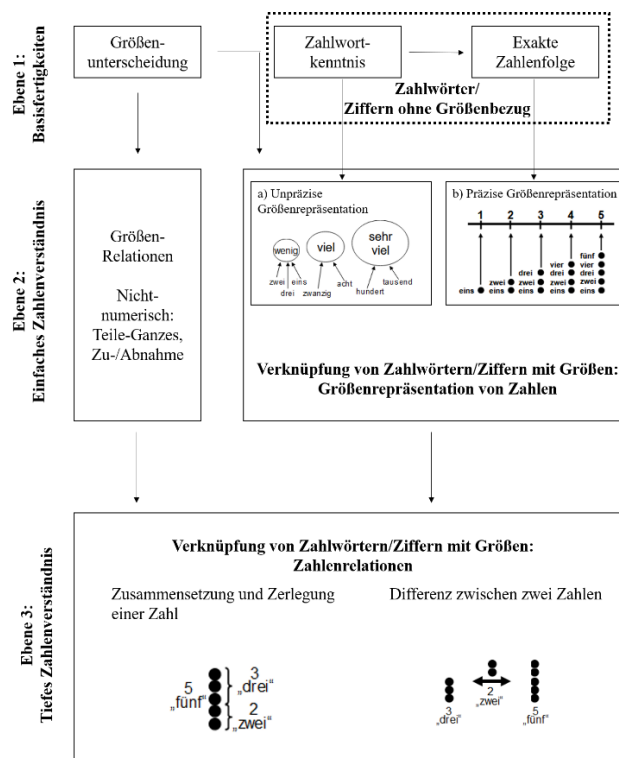
die auf diesen Modellen beruhenden Testverfahren zu Teilen fester Bestandteil der in Abschnitt 5 vorgestellten Studien sind.

2.4.3.1 Das Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung nach Krajewski

Das ZGV-Modell wurde von Krajewski (2003, 2005, 2007) für die kindliche Entwicklungsspanne von der Geburt beginnend und im Grundschulalter endend entwickelt. Dabei beschreibt die Autorin Meilensteine, welche die Kinder durchlaufen und wodurch sie ein fortlaufend vertieftes Verständnis der Verknüpfung von Zahlwörtern, Ziffern sowie Mengen und Größen erlangen (s. Abbildung 2, Krajewski 2007; Krajewski & Ennemoser, 2013). Der zunächst gewählte Begriff des „Mengen- und Zahlenwissens“ oder auch „mengen- und zahlenbezogenen Vorwissens“ (Krajewski, 2003, 2005) wandelte sich hin zum Begriff der „Mengen-Zahlen-Kompetenzen“ (2007) und entwickelte sich weiter zu seiner endgültigen Bezeichnung der „Zahl-Größen-Kompetenz“ (Krajewski & Ennemoser, 2013). Hierbei durchlief besonders der Begriff der „Größe“ eine inhaltliche Erweiterung und umfasst nun neben den zuvor beschriebenen Größen wie Volumen und Fläche auch Zeit und Gewicht.

Abbildung 2

Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 43)



Im Folgenden werden nun die drei im Modell definierten Kompetenzebenen Basisfertigkeiten, einfaches Zahlverständnis und tiefes Zahlverständnis beschrieben (s. Abbildung 2).

Kompetenzebene 1: *Zahlwörter und Ziffern ohne Mengen-/Größenbezug*

Die erste Ebene des Modells erfasst zwei Basisfertigkeiten: Die Wahrnehmung von Mengen- bzw. Größenunterschieden und Zahlwörter. In diesem Stadium weisen beide Fertigkeiten noch keine Beziehung zueinander auf und sind nicht miteinander verknüpft. So zeigen Kinder einen ersten pränumerischen (ohne Zahlbezug) Umgang mit Mengen und beherrschen mit der zweiten Basisfertigkeit das Aufsagen von Zahlwörtern bzw. erwerben ein Verständnis für die exakte Zahlwortfolge. Diese Fähigkeit setzt etwa ab dem zweiten Lebensjahr mit Beginn der ersten sprachlichen Äußerungen ein. Dabei handelt es sich zunächst um ein Nachsprechen vorgeschorener Zahlwörter durch Erwachsene und entwickelt sich hin zu einem selbstständigen Aufsagen von Zahlenreihen, das zu Anfang noch fehlerbehaftet ist, jedoch mit zunehmendem Alter exakter wird. Das Aufsagen der Zahlwörter ist zunächst ein Aufsagen durch Auswendiglernen und entwickelt sich hin zu einem flexiblen Aufsagen (vorwärts, rückwärts, Vorgänger und Nachfolger).

Kompetenzebene 2: *Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengen/Größen*

Lag auf der ersten Ebene keine Verknüpfung von Mengen bzw. Größenrepräsentationen und den dazugehörigen Zahlwörtern vor, so geschieht dieser Schritt auf der zweiten Ebene des Modells und wird als dessen wichtigster Meilenstein beschrieben. Mit etwa drei Jahren entwickelt sich die in diesem Modell bezeichnete *Mengen-/Größenbewusstheit von Zahlen* und durchläuft nach Krajewski zwei Phasen. Das *unpräzise Anzahlkonzept* (bzw. die „unpräzise Größenrepräsentation“, s. Abbildung 2, Ebene 2a) entsteht in der ersten Phase und mündet mit der zweiten Phase in einer präzisen Größenrepräsentation („präzises Anzahlkonzept“, s. Abbildung 2, Ebene 2b). In Phase Eins ordnen Kinder zunächst auf grobe Weise Zahlwörter den entsprechenden Mengen- und Größenbegriffen zu (assoziiert wird „eins“ oder „zwei“ mit dem Begriff „wenig“ und „dreißig“ oder „einhundert“ mit dem Begriff „viel“). Hierbei unterliegt die Entwicklung des Verständnisses grober Kategorisierung zu Mengen- und Größenbegriffen der Annahme, dass Kinder aus ihrer Erfahrung des Aufsagens der Zahlwortreihen diese mit differierendem Zählaufwand verknüpfen und beginnen, erste Kategorisierungen vorzunehmen. Demnach fällt ihnen auch eine exakte Unterscheidung beispielsweise nahe beieinander liegender Zahlen („fünfzehn“ und „sechzehn“) schwer und wird erst in der zweiten Phase möglich. So bildet diese Phase das kindliche Bewusstsein ab und beschreibt, dass Zahlwörter nicht ausschließlich als Wortabfolge vorkommen, sondern mit Größen verknüpft sind, die eine Mächtigkeit darstellen. Diese Phase stellt einen deutlichen Schritt in der Entwicklung der Zahlwortsemantik dar.

Das auf der zweiten Ebene beschriebene *präzise Anzahlkonzept* („präzise Größenrepräsentation“) entwickeln Kinder beispielsweise durch das stetige Auszählen von Mengen im alltäglichen Spiel und dem Bewusstsein, dass die Zähldauer innerhalb einer unpräzisen Mengen- bzw. Größenkategorie differieren: Es wird länger bis „sechzehn“ als bis „fünfzehn“ gezählt. Dadurch

entwickelt sich das Verständnis für eine punktuelle Zahl-Mengen- bzw. Zahl-Größen-Zuordnung, was bedeutet, dass jede in der Zahlenfolge vorkommende Zahl genau mit einer exakt auszählbaren Menge korrespondiert. Somit besitzen Kinder das Wissen über ein Kardinalzahlkonzept bzw. eine präzise Größenrepräsentation („sechzehn“ wird exakt sechzehn Objekten zugeordnet) und das Verständnis für unterschiedliche Größen benachbarter Zahlen.

Mit dem Erlangen dieser Fähigkeit ist es Kindern nun möglich, Mengen nicht ausschließlich isoliert abzuzählen oder mit einem Zahlwort zu verknüpfen (Anzahlkonzept), sondern auch Größenvergleiche anzustellen und beieinanderliegende Zahlen in Beziehung zueinander zu setzen (exakter Größenvergleich). Demnach bedarf es jedoch einer gefestigten Zahlwortkenntnis und dem Beherrschen der exakten Zahlenfolge auf der ersten von Krajewski beschriebenen Ebene.

Gleichzeitig schreitet die Entwicklung des Verständnisses der Mengen- bzw. Größenrelationen ohne Zahlbezug voran. Somit verstehen Kinder die Zu- und Abnahme bei Hinzufügen oder Entfernen von Objekten zu einer Menge, aber auch dass eine Menge unverändert bleibt, wenn man ihr weder etwas hinzugefügt noch entnommen hat. Hierbei ist besonders die Fähigkeit, Mengen in Teilmengen zerlegen und zu anderen Mengen zusammensetzen zu können („Teil-Ganzes-Schema“) für die Entwicklung der Kinder bedeutsam.

Kompetenzebene 3: *Verknüpfung von Zahlwörtern und Ziffern mit Mengen-/Größenrelationen*

Ein weiterer Meilenstein ist erreicht, wenn die zuvor beschriebenen *Mengen- und Größenrelationen* mit *Zahlwörtern* verknüpft werden und sich ein Verständnis für die Beziehung zwischen Zahlen entwickelt. Dadurch erlangen Kinder die Fähigkeit, Zahlen zusammensetzen und zu zerlegen sowie Differenzen zwischen Zahlen zu erkennen. Dies gelingt durch die Verknüpfung des auf Ebene Zwei fehlenden Zahlbezugs zu den Mengen- und Größenrelationen. Somit entwickelt sich eine Erweiterung des Zahlenverständnisses, indem Zahlen in ein Teil-Ganzes-Schema eingeordnet werden können und die Basis für die Zahlzerlegung entsteht (Beispiel: Ich teile meine acht Kuchenstücke auf zwei Mengen à vier Kuchenstücke auf; füge ich diese wieder zusammen erhalte ich wieder acht Kuchenstücke). Das Verständnis für Differenzen zwischen Zahlen macht es Kindern möglich, die exakte Differenzmenge anhand einer Zahl zu beschreiben und zu quantifizieren (Beispiel: Fünf Bonbons sind mehr als drei Bonbons). Erst die Bestandteile der dritten Ebene befähigen Kinder, Zahlen in ihrer vollständigen Semantik für Rechenaufgaben zu benutzen.

Krajewskis ZGV-Modell bietet die Möglichkeit zur Einstufung des Entwicklungsniveaus eines Vorschulkindes. Dennoch ist dabei zu berücksichtigen, dass die Entwicklung der verschiedenen Ebenen und die Erfassung dieser in Abhängigkeit zu den verwendeten Vorgabeformen (Zahlwörter vs. arabische Ziffern; Größe: Zahlenraum 20 vs. Zahlenraum 500; Repräsentationsformen) steht. Demnach lassen sich qualitative Unterschiede je nach gewählter Vorgabeform in der Entwicklung der Ebenen erkennen. Dies kann bedeuten, dass ein Kind im Zahlenraum bis

20 sich auf einer gefestigten dritten Ebene befindet, jedoch für den Zahlenraum 500 bisher nur die erste oder zweite Ebene erreicht hat und sich die dritte Ebene für diesen Zahlenraum erst erarbeiten und aneignen muss. Die formulierten Meilensteine in Krajewskis ZGV-Modell eignen sich zur Überprüfung des Entwicklungsniveaus von Kindern unter der Berücksichtigung jeweiliger Aufgabenformate und verwendeter Diagnostika (Krajewski & Ennemoser, 2013).

2.4.3.2 *Das Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung nach Fritz und Ricken*

Das *Modell der mathematischen Kompetenzentwicklung* nach Fritz und Ricken (2008) zeigt Ähnlichkeiten zu dem zuvor beschriebenen ZGV-Modell von Krajewski (2003, 2005, 2007), unterscheidet sich jedoch hinsichtlich der Aufarbeitung der Ansätze, welche die Basis für beide Modelle bilden. Hierbei folgt Krajewski einer grundsätzlichen Orientierung an den in Abschnitt 2.4.2 vorgestellten klassischen Modellen, betrachtet diese jedoch kritisch und formuliert ihre Annahmen auf einer Weiterentwicklung dieser, wohingegen Fritz und Ricken (2008) besonders die Annahmen von Fuson (1988, s. Abschnitt 2.4.2.2) in ihrem Modell aufgenommen haben. Ähnlich zu dem ZGV-Modell (Krajewski, 2003, 2005, 2007) ist auch das Modell nach Fritz und Ricken (2008) in fünf Entwicklungsstufen unterteilt und diente zudem als Grundlage für die Testentwicklung zur Erfassung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter (MARKO-D, Ricken et al., 2011; MARKO-S, Ehlert et al., 2020).

Stufe 1: Reihenbildung und Mengenvergleich

Die erste Stufe beschreibt kognitive Fähigkeiten, die als Vorstufe des späteren Rechnenlernens angesehen werden, wie beispielsweise das größenbasierte Sortieren von Objekten oder das Aneignen von Zahlwörtern. Auf dieser Stufe findet noch keine exakte Zuordnung eines Zahlwortes auf einzelne Objekte statt, sondern eine Aneinanderreihung der Zahlen als Wortgebilde („eins-zweidreivier“; vgl. Fuson (1988): *Ganzheitsauffassung der Zahlwortreihe*). Des Weiteren nehmen Fritz und Ricken (2008) an, dass eine erste Bestimmung kleinerer Mengen durch eine Eins-zu-eins Zuordnung auch ohne den Zählprozess auf dieser Stufe bereits möglich ist.

Stufe 2: Ordinaler Zahlenstrahl und zählendes Rechnen

Das Zahlwissen der Kinder beginnt sich zu differenzieren und es wird ihnen möglich, Zahlwörter zu unterscheiden und sowohl Zahlwortreihen als auch das Eins-zu-eins Prinzip (so wie bei Gelman und Gallistel [1978] verwendet, s. Abschnitt 2.4.2.2) auszuführen. Dabei kann die Zahlwortreihe nur nach einer festen, vollständigen Ordnung (beginnend mit eins, vgl. Fuson, 1988: *unflexible Zahlwortreihe*, s. Abschnitt 2.4.2.2) aufgesagt und anschließende Zählhandlungen ausgeführt werden. Kommt es zu einer Verknüpfung der Kenntnis über die Zahlwortreihe mit der Kompetenz zum Objektvergleich, entsteht ein mentaler Zahlenstrahl. Dieser ermöglicht es den Kindern, feste Abfolgen und Nachfolgen, ein sogenanntes „Mehr-Werden“, zu

verstehen. Somit erlangen sie ein Wissen über „größere“ und „kleinere“ Zahlen und es gelingt ihnen, zum Beispiel Vorgänger und Nachfolger zu nennen.

Stufe 3: *Kardinale Mengenvorstellung*

Das Verständnis des Kardinalprinzips entwickeln Kinder nach Fritz und Ricken (2008) endgültig auf der dritten Stufe ihres Modells. Auch wenn sie auf der zweiten Stufe bereits die Gesamtmenge anhand des letzten Zahlwortes benennen können, kann darunter nicht abschließend angenommen werden, dass sie auch verstehen, dass das letzte Zahlwort für die Bezeichnung aller Objekte der Menge steht. Mit dem Erwerb des Kardinalverständnisses sind Kinder nun auch im Stande zu addieren und zu subtrahieren. Zudem ist die Zahl Eins nicht mehr als Startzahl festgelegt, sondern die Kinder haben nun die Fähigkeit, mit der als Kardinalzahl bezeichneten Menge (z. B. fünf) weiterzuzählen (vgl. Fuson, 1988: *teilweise flexible Zahlwortreihe*). Damit verändert sich auch das Verständnis von Größenvergleichen. Wo vorher die Weiterführung der begonnenen Zahlwortreihe ausgeführt wurde und ein Größenvergleich auf der Grundlage des Zahlenranges erfolgte (fünf ist kleiner als acht, weil sie in der Zahlwortreihe eher auftaucht), wird nun der Größenvergleich auf Basis der Mächtigkeit (fünf ist kleiner als acht, weil diese Menge weniger Objekte enthält) der vorliegenden Mengen durchgeführt.

Stufe 4: *Teil-Ganzes-Zerlegbarkeit*

Auf dieser Stufe ist es Kindern möglich, Verhältnisse zwischen Mengen zu differenzieren. Damit ist das Verständnis über das Zerlegen und wieder Zusammenfügen sowie das In-Beziehung Setzen einzelner Teilmengen zu ihrer Gesamtmenge gemeint.

Stufe 5: *Relationaler Zahlbegriff und Teilmengenverständnis*

Der letzte Schritt im Modell von Fritz und Ricken beschreibt den Erwerb des relationalen Zahlenbegriffs, der sich nach ihrer Annahme erst ab Schuleintritt entwickelt. Dabei erweitert sich das Verständnis, dass die Zusammensetzung von Zahlen eine neue Zahl ergibt und dass Zahlworte für zusammengesetzte Mächtigkeiten stehen, die man wiederum in unterschiedliche Teilmengen zerlegen kann. Dies ermöglicht eine flexible Handhabung mathematischer Probleme (Schneider et al., 2021).

Die vorgestellten Entwicklungsmodelle (Fritz & Ricken, 2008; Krajewski, 2003, 2013) früher mathematischer Kompetenzen rahmen die klassischen Theorien und Überlegungen zur Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern. Die Verwendung von empirischen Befunden dient der Stützung der theoretischen Überlegungen und der daraus entwickelten verschiedenen Erhebungsinstrumente (Ehlert et al., 2020; Krajewski, 2018), die besonders im deutschsprachigen Raum standardisiert zur Erfassung früher mathematischer Kompetenzen von Kindern eingesetzt werden (z. B. Niklas et al., 2020).

2.5 Zusammenhänge familiärer Einflussfaktoren mit den frühen mathematischen Kompetenzen im Kindesalter

In diesem Abschnitt wird eine detaillierte Übersicht zur empirischen Befundlage mit Fokus auf die Entwicklung frühkindlicher mathematischer Kompetenzen im Zusammenhang mit verschiedenen familiären Einflussfaktoren gegeben. Dabei werden vor allem die mathematischen Vorläuferfähigkeiten in den Blick genommen, die besonders für die Entwicklung (schulischer) mathematischer Kompetenzen eine entscheidende Rolle spielen. Die im nächsten Abschnitt beschriebenen Aspekte wurden in Anlehnung an die in den empirischen Analysen (s. Abschnitt 5) verwendeten Variablen ausgewählt und bilden nur einen Teilausschnitt der verschiedenen Einflussfaktoren der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen ab.

2.5.1 Vorhersage mathematischer Vorläuferfähigkeiten

Schon vor Übertritt in den klassischen Schulkontext weisen Kinder erste Fähigkeiten auf, welche sich als mathematische Vorläuferfähigkeiten beschreiben lassen (Krajewski & Schneider, 2009; Niklas & Schneider, 2014; Passolunghi & Lafranchi, 2012). Dabei werden die späteren mathematischen Kompetenzen von Kindern anhand verschiedener Einflussfaktoren, die sowohl in querschnittlichen als auch in längsschnittlichen Studien herausgearbeitet werden konnten, geformt (Anders et al., 2012; Melhuish et al., 2015; Schneider et al., 2018). Sowohl spezifische als auch unspezifische Merkmale machen eine frühe Vorhersage späterer Mathematikleistungen möglich. Als unspezifische Merkmale (z. B. Intelligenz, sozioökonomischer Status, Arbeitsgedächtnis) lassen sich diejenigen beschreiben, die nicht ausschließlich für die Entwicklung mathematischer Vorläuferfähigkeiten, sondern auch für die allgemeine bzw. schriftsprachliche Kompetenzentwicklung im Vorschulalter von besonderer Bedeutung sind und häufig indirekt mit den schulischen Leistungen der Kinder in Zusammenhang stehen (Schneider et al., 2021). Die zuvor beschriebenen Zahl-Größen-Kompetenzen aus dem ZGV-Modell von Krajewski und Ennemoser (2013) beispielsweise beschreiben hingegen spezifische Prädiktoren für die spätere Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Schulkontext. Im Folgenden wird sowohl auf unspezifische, wie auch auf spezifische Einflussfaktoren mathematischer Vorläuferfähigkeiten eingegangen. Im letzten Abschnitt wird dann dezidiert der MINT-Beruf der Eltern im Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder als weiteres konkretes beeinflussendes Merkmal herausgegriffen.

2.5.1.1 *Unspezifische Merkmale zur Vorhersage mathematischer Vorläuferfähigkeiten*

Als ein immer wieder auftauchendes Merkmal im Kontext früher mathematischer Vorläuferfähigkeiten bei Kindern gilt die Intelligenz. Als unspezifisches Merkmal mathematischer Vorläuferfähigkeiten beeinflusst sie häufig indirekt die akademische Performanz, indem sie mit den

spezifischen Vorläuferfähigkeiten in direktem Zusammenhang steht (Schneider & Näslund, 1999). Zugleich konnten für die Intelligenz auch direkte Zusammenhänge mit den akademischen Leistungen der Kinder nachgewiesen werden (z. B. Niklas & Schneider, 2017). So haben sich verschiedene Studien mit den Zusammenhängen der sowohl sprachlichen als auch nicht-sprachlichen Intelligenz und den späteren (mathematischen) Schulleistungen auseinandergesetzt (Bullock & Ziegler, 1997; Cattell et al., 1997; Passolunghi et al., 2014; Passolunghi et al., 2015; Schneider et al., 2014; Stern, 1997). In einer umfangreichen längsschnittlich angelegten Studie von Geary (2011) zeigte sich beispielsweise, dass die zu Anfang der Studie erfasste Intelligenz der Kinder als deutlicher Prädiktor für ihre mathematischen Fähigkeiten bis zur fünften Klassenstufe herausstach. Passolunghi et al. (2008) untersuchten längsschnittlich den Zusammenhang mathematischer mit kognitiven Fähigkeiten von Beginn der ersten Klasse bis zum Ende der zweiten Klasse. Sie konnten feststellen, dass sich in der ersten Klasse ein direkter Zusammenhang zwischen der Intelligenz und den mathematischen Kompetenzen der Kinder finden ließ, wohingegen im längsschnittlichen Modell dieser Zusammenhang verschwand, jedoch das Arbeitsgedächtnis, das ebenfalls zu beiden Messzeitpunkten erhoben wurde, die mathematischen Kompetenzen zum Ende der zweiten Klasse stabil vorhersagte. Ähnliche Ergebnisse ergaben sich für den deutschsprachigen Raum bei Krajewski et al. (2008). In ihrer Studie erwies sich die Intelligenz ebenfalls als zuverlässiges Vorhersagemerkmal mathematischer Leistungen zum Ende der ersten Klasse, nach dem Hinzuziehen des Arbeitsgedächtnisses verschwand dieser Zusammenhang jedoch ähnlich wie bei Passolunghi et al. (2008) wieder. Eine aktuelle Meta-Analyse von Peng et al. (2019) unterstreicht ebenfalls die Intelligenz als einen zentralen Prädiktor späterer mathematischer Kompetenzen. Ihre Ergebnisse zeigten, dass die fluide (generelle) Intelligenz stärker mit den mathematischen als mit den sprachlichen Kompetenzen assoziiert war und dabei besonders mit komplexeren Fähigkeiten als mit basalen mathematischen Kompetenzen zusammenhing.

In anderen Untersuchungen wird der SÖS als ein weiterer eigenständiger zentraler Prädiktor für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern genannt (für eine Übersicht s. Elliott & Bachmann, 2018). Es zeigt sich, dass Kinder aus Familien mit höherem SÖS eine intensivere Unterstützung in ihrer Entwicklung (schulischer) Kompetenzen durch ihre Eltern erfahren (Gasteiger & Moeller, 2021), was häufig mit höheren Erwartungen der Eltern an ihre Kinder einhergeht (Blevins-Knabe et al., 2000; del R o et al., 2017). Zudem finden sich in Familien mit höherem SÖS mehr Ressourcen, die eine adäquate und bessere Unterstützung ihrer Kinder ermöglichen (Cheung et al., 2020).

Hierbei wird deutlich, dass Kinder mit einem höheren S S signifikant bessere Leistungen aufweisen als Kinder mit einem niedrigen sozioökonomischen Hintergrund. Diese Ergebnisse konnten beispielsweise in Studien von Starkey et al. (2004), und von Jordan und Levine (2009), die verschiedene mathematische (Vorläufer-) Kompetenzen und ihre Einflussfaktoren unter-

suchten, dokumentiert werden. Dabei schienen insbesondere die mathematischen Vorläuferfähigkeiten den Zusammenhang zwischen dem SÖS und den späteren Mathematikleistungen zu mediieren (Jordan et al., 2007). In anderen Arbeiten wurden die untersuchten sozialen Disparitäten der Kinder besonders im Kontext verbaler Aufgaben (beispielsweise Sachaufgaben), aber auch hinsichtlich basaler mathematischer Kompetenzen deutlich (Jordan & Levine, 2009; Ramani & Siegler, 2008). Des Weiteren wurde in verschiedenen Studien dokumentiert (Bachman et al., 2015; Reardon & Portilla, 2016), dass der SÖS nicht nur mit allgemeinen mathematischen Vorläuferfähigkeiten von Kindern zusammenhängt, sondern auch hinsichtlich ganz spezifischer mathematischer Vorläuferfähigkeiten (z. B. number sense oder spatial skills) signifikante Zusammenhänge gefunden werden konnten.

Dass SÖS-bedingte Unterschiede in der Entwicklung mathematischer Kompetenzen darüber hinaus mit dem Alter der Kinder zusammenhängen, wurde beispielsweise in einer Studie von Krajewski und Schneider (2006) deutlich. Die Autor*innen berichteten, dass die soziale Schichtzugehörigkeit erst für die mathematischen Kompetenzen in der vierten Klasse – im Vergleich zu Kindern in der ersten Klasse – von Bedeutung war. Die Zunahme des Einflusses der sozialen Schicht über die Zeit hinweg erklärte ihren Ergebnissen zufolge 18% der Varianz hinsichtlich der Unterschiede der Mathematikleistungen der Schüler*innen zum Ende der Grundschulzeit. In verschiedenen Studien wird also darauf verwiesen, dass sich die zu Schuleintritt beobachteten SÖS-bedingten Unterschiede im Kontext früher mathematischer Vorläuferfähigkeiten im Laufe der kindlichen Entwicklung nicht verringern (Duncan & Magnuson, 2011; Reardon & Portilla, 2016) und demnach bis in den späteren Schulverlauf Chancenungleichheiten zwischen den Kindern bestehen bleiben.

Neben der Intelligenz und dem SÖS zählt auch das Geschlecht des Kindes zu einem weiteren beeinflussenden unspezifischen Merkmal der Entwicklung mathematischer Vorläuferfähigkeiten von Kindern. Die Befunde zur Rolle des Geschlechts für die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen sind allerdings nicht eindeutig. Beispielsweise berichten Niklas und Schneider (2012a) bereits zu Beginn der Grundschulzeit Geschlechtsunterschiede bezüglich mathematischer (Vorläufer-)Kompetenzen. In anderen Studien werden diese erst zum Ende der Grundschulzeit oder aber erst mit Eintritt in die Sekundarstufe dokumentiert (z. B. Brunner et al., 2008). Besonders für den deutschsprachigen Raum zeigt sich, dass Jungen meist bessere mathematische Kompetenzen aufweisen als Mädchen (Artelt et al., 2001). Hingegen indizieren vor allem aktuellere Studienergebnisse (Bakker et al., 2018; Hofer et al., 2022; Hutchison et al., 2018; Kersey et al., 2018), dass sich keine Geschlechtsunterschiede hinsichtlich früher mathematischer Vorläuferfähigkeiten finden lassen und eher von geschlechtsspezifischen Gemeinsamkeiten ausgegangen werden muss (für eine Übersicht zum Thema „Gender (In)equalities in Education“ s. Berkowitz et al., 2020).

Neben den zuvor beschriebenen unspezifischen Merkmalen lassen sich noch weitere allgemeine kognitive und domänenspezifische Aspekte, wie zum Beispiel das Arbeitsgedächtnis,

die exekutiven Funktionen oder die schriftsprachlichen Kompetenzen (z. B. die phonologische Bewusstheit) als beeinflussende Faktoren der späteren Mathematikleistungen von Kindern nennen (Aunola et al., 2004; Chu et al., 2016; Espy et al., 2004; Raghobar & Barnes, 2017). Da diese Aspekte jedoch nicht den Schwerpunkt der vorliegenden Arbeit bilden, wird an dieser Stelle nur kurz auf sie verwiesen.

2.5.1.2 Spezifische Merkmale zur Vorhersage mathematischer Vorläuferfähigkeiten

Geht es um die empirische Auseinandersetzung mit den Einflussfaktoren der späteren Kompetenzentwicklung der Kinder, lag zunächst der Fokus der Forschung auf den schriftsprachlichen Kompetenzen und dem Zusammenhang mit familiären Ungleichheiten (z. B. Rodriguez & Tamis-LeMonda, 2011) und weniger auf dem Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder. Dennoch erwiesen sich besonders frühe mathematische Vorläuferfähigkeiten als starke Prädiktoren für die spätere (mathematischen) Kompetenzentwicklung sowie den Schulerfolg (Duncan et al., 2007).

Zu den spezifischen Vorhersagemerkmalen (späterer) mathematischer (Vorläufer-) Kompetenzen zählt die auch in Krajewskis ZGV-Modell (Krajewski & Ennemoser, 2013) beschriebene Mengen-Zahlen-Kompetenz, die sich aus ersten mathematischen Basisfertigkeiten sowie dem Verständnis für Mengenrelationen und dem Anzahlkonzept zusammensetzt (Fuchs et al. 2010; Hirsch et al., 2018; Passolunghi & Lafranchi, 2012). Eine der ersten Längsschnittstudien hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen frühen mathematischen Vorläuferfähigkeiten und der späteren schulischen mathematischen Entwicklung wurde von Aunola et al. (2004) durchgeführt. Als zuverlässiges Vorhersagemerkmal für die schulischen mathematischen Leistungen in der ersten Klasse zeigten sich hier, wie auch in anderen Studien (Devlin et al., 2022; LeFevre et al., 2006), die kindlichen Zählfertigkeiten. Ähnliche Ergebnisse berichten Nguyen et al. (2016), die längsschnittliche Daten nutzten, um die Mathematikleistungen von Kindern in der fünften Klasse vorherzusagen. Ihre Ergebnisse hoben besonders die fortgeschrittenen Zählfertigkeiten der Kinder im Vergleich zu basalen mathematischen Kompetenzen als zentrale Prädiktoren späterer mathematischer Leistungen hervor.

Als ein weiterer spezifischer Aspekt zur Vorhersage mathematischer Kompetenzen lässt sich der „number sense“ nennen, der nach Dehaene (1997) als angeborene kindliche Fähigkeit verstanden wird und Teil des „approximate number system“ (ANS) ist, das der Verarbeitung von Zahlen dient (Halberda & Feigenson, 2008). Es wird angenommen, dass der number sense die Grundlage für die sich später entwickelnde symbolische oder auch verbale mathematische Kompetenz bildet (Feigenson et al., 2004). Des Weiteren können Fähigkeiten wie die Zuordnung von Zahlen auf einem Zahlenstrahl (number line estimation), das Verständnis oder die Repräsentation von Mengen sowie Mengenvergleiche dem zuvor genannten übergreifenden

Konzept des ANS zugeordnet werden und werden im Folgenden im Hinblick auf empirische Befunde näher beschrieben.

Hinsichtlich der Zusammenhänge zwischen dem frühen number sense und späteren mathematischen Kompetenzen zeigen sich inkonsistente Befunde. Viele Studien befürworten die Bedeutsamkeit vom number sense im Kontext späterer Mathematikleistungen (Butterworth, 2005; Elliott et al., 2019; Jordan et al., 2010; Zhang et al., 2022). Es gibt jedoch auch einige Studien, die diese Zusammenhänge nicht oder nur teilweise nachweisen konnten (Inglis et al., 2011; Libertus et al., 2013). Jordan et al. (2010) untersuchten den Einfluss des number sense auf die späteren mathematischen Fähigkeiten. Ihre Ergebnisse zeigten, dass der zu Anfang der ersten Klasse erhobene number sense stabil die Mathematikleistung zum Ende der ersten und der dritten Klassenstufe mit 12% der Varianz aufklären konnte. Am stärksten war die Assoziation mit den fortgeschrittenen mathematischen Problemlösefähigkeiten im Vergleich zu den basalen Zählfähigkeiten der Kinder. Hingegen zeigte sich in einer längsschnittlich angelegten Studie mit Kindern im Alter von drei bis sieben Jahren von Libertus et al. (2013), dass der number sense nur mit den informellen Mathematikleistungen korrelierte und diese vorhersagen konnte, jedoch nicht als Prädiktor für ihre formalen mathematischen Kompetenzen genutzt werden konnte.

Darüber hinaus gilt als ein weiteres zentrales Vorhersagemerkmal späterer mathematischer Leistungen die Fähigkeit, Zahlen auf einem Zahlenstrahl anzuordnen (number line estimation; Nuraydin et al., 2023; s. auch Meta-Analyse von Schneider et al., 2018). Dabei bleibt das Zuordnen der Zahlen auf einem Zahlenstrahl als ein zentraler Einflussfaktor späterer Mathematikleistungen bestehen – auch nach der Kontrolle verschiedener Aspekte, wie beispielsweise der Intelligenz oder dem Arbeitsgedächtnis (Schneider et al., 2009).

Neben frühen Zählfertigkeiten, dem number sense oder der Kompetenz, Zahlen auf einem Zahlenstrahl zuzuordnen, spielt auch das Mengenverständnis und die damit einhergehende Fähigkeit, Zahlen zu vergleichen oder ihre Größe abzuschätzen oder die Größe einer Menge zu bestimmen, eine entscheidende Rolle (De Smedt et al., 2013; Schneider et al., 2017). In einer Meta-Analyse stellten Gersten et al. (2005) die Fähigkeit zum Zahlvergleich, sowie die vollständig ausgebildeten Zählstrategien beim Rechnen als bedeutsame Prädiktoren für spätere mathematische Leistungen heraus. Aber auch auf non-symbolische Zähl- und Schätzfertigkeiten wurde als zentrale Merkmale mathematischer Vorläuferfähigkeiten beispielsweise bei Desoete et al. (2012) verwiesen.

Zusätzlich erwiesen sich die Mengenwahrnehmung (Subitizing) und die approximative Mengenrepräsentation als Bestandteil des ANS als weitere spezifische Merkmale zur Vorhersage mathematischer Kompetenzen, besonders im Kontext von Dyskalkulie, wo nur eine schwache Ausprägung dieser Facetten bei den untersuchten Kindern sichtbar wurde (Lonnemann et al., 2011).

2.5.2 Der sozioökonomische Status und der Zusammenhang früher mathematischer Kompetenzen: Eine Frage des Berufes oder auch MINT vs. Nicht-MINT

Der SÖS der Familie als multidimensionales Konstrukt wurde bereits im Abschnitt zu den unspezifischen Vorhersagemerkmalen mathematischer Vorläuferfähigkeiten genannt. Dennoch wird immer häufiger auf eine Differenzierung einzelner Aspekte des SÖS und ihrem individuellen Einfluss auf die frühkindliche Kompetenzentwicklung sowie die späteren akademischen Leistungen verwiesen (Elliott & Bachman, 2018; Hornburg et al. 2021).

So haben Wissenschaftler*innen in den letzten Jahren die Rolle horizontaler Unterschiede (beispielsweise des Berufs- und Bildungshintergrundes der Eltern) besonders im Hinblick auf die Beeinflussung kindlicher Kompetenzen im Bereich MINT untersucht (Ertl & Hartmann, 2019; Holmes et al., 2018; Plasman et al., 2021; Tilbrook & Shifrer, 2022). Hinsichtlich dieser Fokussierung wird dem Beruf der Eltern und ihrem Bildungshintergrund im Kontext von mathematischen Leistungen von Schüler*innen im Sinne einer intergenerationalen Transmission (Gutfleisch & Kogan, 2022) eine zentrale Bedeutung zugesprochen (OECD, 2014; Omolade et al., 2014; Shoraka et al., 2015).

Wigfield, Eccles et al. (2006; neu konzeptualisierte Version, Eccles & Wigfield, 2020) leiten diesen Zusammenhang theoriebasiert her und beschreiben die Beeinflussung kindlicher Kompetenzen durch verschiedene elterliche Einflussfaktoren anhand ihres „parent-socialization-models“. Sie formulieren die Annahme, dass elterliche Charakteristika (wie beispielsweise der (MINT-) Beruf der Eltern) zum einen direkt mit den kindlichen Kompetenzen zusammenhängen, zum anderen aber auch entsprechende spezifische Überzeugungen oder Verhaltensweisen der Eltern beeinflussen, die wiederum mit den Kompetenzen der Kinder assoziiert sind. Eine konkretere Annahme im Kontext vom Zusammenhang des MINT-bezogenen Berufes der Eltern mit den kindlichen Kompetenzen findet sich in den theoretischen Überlegungen zum MINT-Kapital (engl., STEM-capital; DeWitt et al., 2016).

Die Idee des MINT-Kapitals nach DeWitt et al. (2016) beschreibt dieses als „naturwissenschaftliche Formen des kulturellen Kapitals (einschließlich naturwissenschaftlicher Kompetenzen und Dispositionen, Wissen über die Übertragbarkeit naturwissenschaftlicher Fähigkeiten und Qualifikationen); wissenschaftsbezogene Verhaltensweisen und Praktiken (z. B. der Umgang mit wissenschaftsbezogenen Medien, informelle naturwissenschaftliche Erfahrungen) und wissenschaftsbezogenes Sozialkapital (z. B. elterliches naturwissenschaftliches Wissen, Gespräche mit anderen über Wissenschaft, Ermutigung durch andere, mit der Wissenschaft fortzufahren)“ (DeWitt et al., 2016, S. 4, eigene Übersetzung). Diese Theorie umfasst unterschiedliche elterliche Aspekte, welche die Kompetenzen der Kinder beeinflussen können.

Der Zusammenhang zwischen dem (MINT-) Beruf der Eltern und den Kompetenzen von Kindern wurde nicht nur theoretisch beschrieben (DeWitt et al., 2016; Eccles & Wigfield, 2020), sondern auch empirisch untersucht. So konnte in einer Studie von Omolade et al. (2014) beispielsweise gezeigt werden, dass sich der Bildungshintergrund der Eltern als stärkstes Vorhersagemerkmal, neben dem Beruf der Eltern und ihrer Motivation, für die späteren mathematischen Leistungen von Studierenden herausstellte.

Ferner wurde der Beruf der Eltern in der PISA-Studie als zentraler Aspekt im Zusammenhang mit den mathematischen Leistungen der Schüler*innen und ihren Lernfähigkeiten betont. Dabei zeigte sich vor allem, dass die Mathematikleistungen von Schüler*innen mit Eltern in hochqualifizierten Berufen signifikant besser waren als von jenen, deren Eltern in niedrig- bis mittelqualifizierten Berufen arbeiteten (OECD, 2014). Ähnliche Ergebnisse berichteten Chi et al. (2017), die sich mit den naturwissenschaftlichen Kompetenzen von Schüler*innen und dem Zusammenhang mit den elterlichen Berufen auseinandergesetzt haben. Hier zeigte sich, dass der Beruf beider Elternteile signifikant mit den naturwissenschaftlichen Kompetenzen der Schüler*innen zusammenhing. Insgesamt wurden die Unterschiede zwischen den sozioökonomischen Merkmalen von Müttern und Vätern und den mathematischen Leistungen der Kinder bisher nur in wenigen Studien untersucht (Chi et al., 2017; Dearing et al., 2012; Erola et al., 2016; Guo et al., 2019; Lawson et al., 2015).

Erst in den letzten Jahren wurde ein stärkerer Fokus auf den thematischen Bezug von Berufen der Eltern im Zusammenhang mit verschiedenen Kompetenzfacetten von Schüler*innen und Studierenden gelegt (für eine Übersicht s. Plasman et al., 2021). Beispielsweise beschäftigten sich bislang nur wenige Studien mit der Differenzierung von MINT- vs. Nicht-MINT-Berufen von Eltern und dem Zusammenhang naturwissenschaftlicher bzw. mathematischer Kompetenzen der Kinder (Bowden et al., 2018; Plasman et al., 2021; Shoraka et al., 2015). Diese Forschungsarbeiten, welche sich in erster Linie auf den US-amerikanischen Kontext konzentrierten, konnten Zusammenhänge zwischen der elterlichen Beschäftigung in MINT-Bereichen und den MINT-bezogenen beruflichen Zielen und Entscheidungen (Cheng et al., 2019; Holmes et al., 2019) sowie den Kompetenzen der Kinder, Jugendlichen und Studierenden in verschiedenen MINT-Bereichen feststellen (Bowden et al., 2018; Gutfleisch & Kogan, 2022).

So untersuchten beispielsweise Shoraka et al. (2015) anhand von längsschnittlichen Daten der „Longitudinal Study of American Youth“ den Zusammenhang von elterlicher Bildung und Berufstätigkeit in MINT-Bereichen mit den Leistungsunterschieden der Schüler*innen in Mathematik. Wie auch im OECD-Bericht (2014) erzielten die Schüler*innen, bei denen mindestens ein Elternteil in einem hochqualifizierten Beruf tätig war, höhere Mathematikleistungen als Schüler*innen, deren Eltern eher in Berufen arbeiteten, die einem niedrigen bis mittleren Qualifizierungsbereich zuzuordnen sind. Dies traf auch noch zu, wenn sowohl das Geschlecht der

Schüler*innen als auch der Bildungshintergrund der Eltern berücksichtigt wurden. Darüber hinaus wurde insbesondere für Eltern, die in MINT-Bereichen arbeiteten, ein positiver Effekt auf die mathematischen Leistungen der Schüler*innen festgestellt (Shoraka et al., 2015).

Differenziert man den Berufshintergrund der Eltern zwischen ihrem erlernten Beruf und ihren aktuellen Tätigkeiten, findet sich wenig Forschung im Hinblick auf den Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder. In einer Studie von Hsieh und Simpkins (2022) wurden zwar beide Facetten (STEM degree und occupation) erfasst, die Autor*innen schlossen diese für ihre Berechnungen jedoch zu einer Variable zusammen und berichteten, wie auch in anderen Studien zu finden (Bowden et al., 2018; Plasman et al., 2021; Shoraka et al., 2015), von einem positiven Zusammenhang des beruflichen MINT-Hintergrundes der Eltern mit den mathematischen Kompetenzen der Schüler*innen.

Vor dem Hintergrund der hier vorgestellten Ergebnisse wird deutlich, dass sich bisherige Studien hauptsächlich auf den Sekundar- und den tertiären Bildungsbereich fokussierten, wenn es um die Wirkungszusammenhänge zwischen dem elterlichen MINT-Beruf und den Kompetenzen der Schüler*innen und Studierenden geht. Für den Elementar- und Primarbereich lässt sich hinsichtlich dieser Zusammenhänge eine deutliche Forschungslücke vorfinden.

Der vorherige Abschnitt gab einen Überblick über die empirische Befundlage spezifischer und unspezifischer Merkmale mathematischer Vorläuferfähigkeiten, die im Zusammenhang mit späteren mathematischen Kompetenzen der Kinder stehen. Anschließend wurde erneut ein kennzeichnender Aspekt des SÖS, der Berufshintergrund der Eltern, herausgegriffen und differenziert dargestellt. Die Darstellung der Befundlage empirischer Ergebnisse erweitert die in Abschnitt 2.4 beschriebene Theorie, die in Kombination die Basis der in Abschnitt 5 zu findenden empirischen Artikel dieser Dissertation bilden.

2.6 Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Kontext der Familie

Im folgenden Abschnitt wird die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern in den Kontext der Familie eingebettet und zunächst anhand des „Home Numeracy Environment“ Modells nach Niklas (2014) konzeptualisiert. Anschließend werden mit Hilfe von empirischen Erkenntnissen der aktuellen Forschungslandschaft die zuvor beschriebenen Konzeptualisierungen aufbereitet, um die Bedeutsamkeit der Familie im Kontext der frühkindlichen Entwicklung mathematischer Kompetenzen hervorzuheben. Nachfolgend wird auf elterliche Überzeugungen im Kontext von Mathematik und ihren Einfluss auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder eingegangen. Abschließend wird kurz der Forschungsstand zu Unterschieden zwischen Müttern und Vätern und ihrer jeweiligen Einflussnahme auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder skizziert. Dies ordnet die zuvor beschriebene kindliche mathematische Entwicklung im familiären Kontext noch einmal in eine andere Perspektive ein und stellt die verschiedenen Wirkzusammenhänge der einzelnen Faktoren dar.

2.6.1 Die Home Numeracy Environment (HNE)

Basierend auf dem in Abschnitt 2.3 vorgestellten Konzept der HLE wurde im Rahmen der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern im häuslichen Kontext die „Home Numeracy Environment“ (HNE) konzeptualisiert. Anhand dieser Konzepte wird versucht, die verschiedenen Möglichkeiten, mit denen Eltern die mathematischen Kompetenzen ihrer Kinder beeinflussen können, zu beschreiben und zu rahmen (Blevins-Knabe & Austin, 2016; LeFevre et al., 2009; Niklas & Schneider, 2014). Ähnlich wie zum Konzept der HLE (s. Abschnitt 2.3) finden sich auch hier verschiedene Operationalisierungen in der aktuellen Forschungsliteratur wieder (für eine Übersicht und kritische Auseinandersetzung s. Hornburg et al., 2021). Die in der vorliegenden Arbeit vorgestellten Artikel (s. Abschnitt 5) folgen den Definitionen und Operationalisierungen von LeFevre et al. (2009) und dem Modell der HNE nach Niklas (2014). Demnach kann die HNE als alle Aspekte einer Familie, welche die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern unterstützen, definiert werden. Dazu zählen zum einen die Häufigkeit und Qualität der Eltern-Kind-Interaktionen im Kontext von mathematischen Aktivitäten zu Hause, zum anderen die aktive sowie passive Unterstützung des mathematischen Lernens der Kinder durch beispielsweise das Spielen eines Brettspiels mit mathematischem Inhalt (z. B. Ubongo oder Mensch ärgere dich nicht) oder aber auch direkte Instruktionen des Zählens („Wie viele Kuchenstücke kannst du auf den Tellern zählen?“) sowie Materialien, die den Kindern zu Hause zur Verfügung gestellt werden (z. B. Bücher mit Zahlen, Rechenspiele, Lern-Apps etc.). Wenngleich die Einstellungen und Überzeugungen der Eltern im Modell von Niklas (2014) als Bestandteil des Konstruktes der HNE verstanden werden, werden die elterlichen Überzeugungen zu Mathematik in der vorliegenden Arbeit, insbesondere im zweiten Artikel (s. Abschnitt 5.2) als alleinstehendes Merkmal, das im Zusammenhang mit der HNE steht betrachtet (s. Abschnitt 2.6.3; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020; Susperreguy, Douglas et al., 2020; Zippert & Rittle-Johnson, 2020).

LeFevre et al. (2009) zählten zu den Ersten, die verschiedene Aspekte einer mathematischen Lernumwelt beschrieben. Ihre theoretischen Überlegungen basierten dabei auf Erkenntnissen früherer Arbeiten zur Beziehung zwischen „home literacy activities“ und frühen schriftsprachlichen Fähigkeiten der Kinder (z. B. Sénéchal & LeFevre, 2002). In Anlehnung daran entwickelten LeFevre et al. (2009) einen Fragebogen zur Erfassung der HNE, in dem Eltern gebeten wurden, beispielsweise die Häufigkeit der Durchführung mathematischer Aktivitäten mit ihren Kindern zu berichten. Die Autor*innen verwiesen auf der Grundlage der Ergebnisse einer vorab durchgeführten Hauptkomponentenanalyse (engl., principal component analysis), dass das Konzept der HNE in zwei Kategorien unterteilt werden kann: in formelle und informelle Aktivitäten. Unter formellen Aktivitäten verstehen LeFevre et al. (2009) die bewussten und aktiven Lehranstrengungen der Eltern, wie das Zählen von Gegenständen, das Üben einfacher Summen

oder das Lesen von Zahlenbüchern. Informelle Aktivitäten hingegen umfassen das unbeabsichtigte „Unterrichten“ der Eltern, das beispielsweise bei Aktivitäten wie dem Spielen von Brett- oder Kartenspielen, der Verwendung von Kalendern und dem Lesen von Uhren stattfindet.

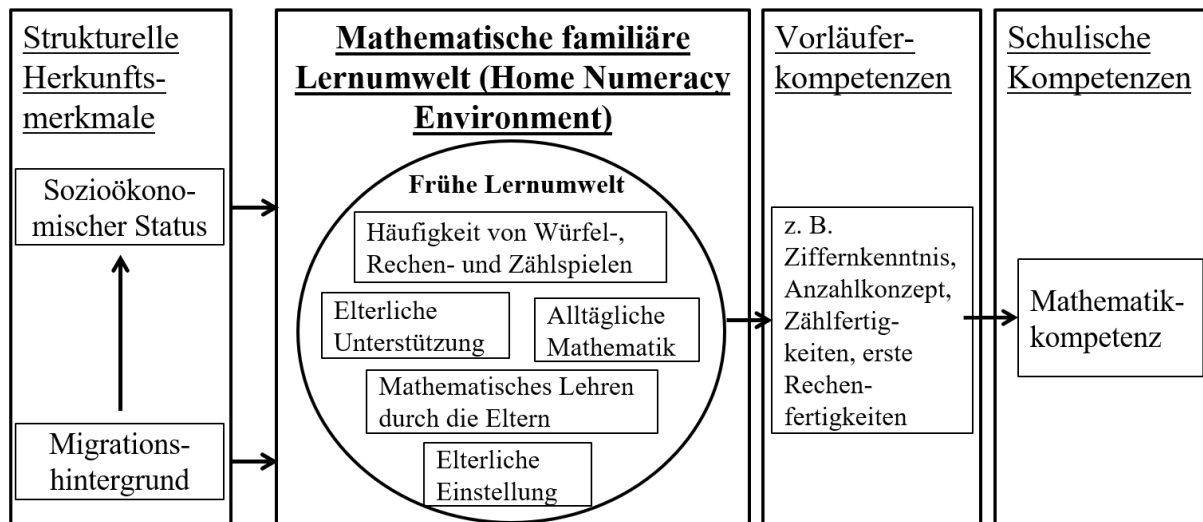
Daran anschließend finden sich in der Literatur zur HNE noch weitere Unterscheidungen verschiedener Merkmale. In Anlehnung an Vygotskys (1978) Idee der Zone der nächsten Entwicklung unterteilten beispielsweise Skwarchuk (2009) oder Skwarchuk et al. (2014) die HNE in zwei Kategorien hinsichtlich des Schwierigkeitsgrades der berichteten Aktivitäten, demnach in grundlegende (engl., basic activities) und fortgeschrittene Aktivitäten (engl., advanced activities). Diese Unterscheidung orientiert sich an dem Alter, aber auch dem vorliegenden Entwicklungsstand und den Fähigkeiten des Kindes. So fassen die Autor*innen unter den grundlegenden Aktivitäten erstes Zählen oder das Erkennen von Nummern und Zahlen, wohingegen die fortgeschrittenen Aktivitäten mit schwierigeren Zahlenübungen, wie beispielsweise erstem Rechnen, beschrieben werden.

Daneben wurden Modelle zur Erklärung des Zusammenhangs zwischen der HNE, den mathematischen Kompetenzen der Kinder und weiteren strukturellen Merkmalen und familiären Charakteristika entwickelt (Niklas, 2014; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy, Douglas et al., 2020) und in den letzten Jahren erweitert – zum Beispiel zu Modellen der so genannten „Home Mathematics Environment“ (HME), die darüber hinaus Aspekte wie beispielsweise räumlich-geometrische häusliche Aktivitäten mit einfassen (Hornburg et al., 2020; Zippert & Rittle-Johnson, 2020).

Zum einen finden sich in der Literatur allgemeinere Modelle, welche die HNE im frühen Kindesalter beschreiben und die vorhandenen Prozesse in domänenspezifische (z. B. das Spielen von Zahlenspielen oder das gemeinsame Lesen) und globale Prozesse (Aktivitäten oder Interaktionen, die keinen spezifischen Entwicklungsbereichen zugeordnet werden können bzw. bei denen einzelne Inhaltsbereiche in ein Gesamtbild der jeweils stattfindenden Prozesse eingeordnet werden) unterscheiden (Kluczniok et al., 2013; Lehl, 2018, basierend auf dem Prozess-Orientierungs-Modell nach Tietze et al., 1998, s. Abschnitt 2.3). Zum anderen entwickelte beispielsweise Niklas (2014) ein domänenspezifisch ausgerichtetes Modell der HNE (s. Abbildung 3). Dieses verdeutlicht, dass die HNE direkt auf die mathematischen Vorläuferfähigkeiten wie zum Beispiel die Ziffernkenntnis oder auch die Zählfertigkeiten der Kinder einwirkt und diese dann die späteren mathematischen Kompetenzen in der Schule vorhersagen. Zudem zeigt das Modell auch, dass die HNE selbst von dahinterliegenden strukturellen Herkunftsmerkmalen wie dem SÖS oder dem Migrationshintergrund beeinflusst wird (Niklas & Schneider, 2014, 2017).

Abbildung 3

Modell der mathematischen Lernumwelt im Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen in der frühen Kindheit (Niklas, 2014, S.75).



Die in diesem Abschnitt vorgestellte Konzeptualisierungen der HNE werden im folgenden Kapitel mittels empirischer Befunde gerahmt.

2.6.2 Zusammenhänge mathematischer Kompetenzen von Kindern mit der HNE und familiären Charakteristika

Die Wirkzusammenhänge der HNE mit den frühen, aber auch späten mathematischen Kompetenzen von Kindern sowie weiteren familiären Charakteristika, wie dem SÖS oder den mathematischen Einstellungen und Überzeugungen der Eltern wurden in verschiedenen Studien in den letzten Jahren untersucht (Eason et al., 2022; Niklas & Schneider, 2014; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020). Dabei konnte der Einfluss häuslicher mathematischer Aktivitäten im Zusammenhang von Eltern-Kind-Interaktionen auf die frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern sowohl in Europa (Anders, et al., 2012; Girard et al., 2021; Manolitsis et al., 2013; Niklas & Schneider, 2014, 2017), als auch in Asien (Huang et al., 2017), in Nordamerika (LeFevre et al., 2009; Skwarchuk et al., 2014) und in Lateinamerika (del Río et al., 2017; Susperreguy, Douglas et al., 2020) dokumentiert werden.

Eine der ersten Studien, die sich mit dem Zusammenhang der mathematischen Aktivitäten, die Kinder in ihrem häuslichen Umfeld erleben, und ihren dadurch beeinflussten Leistungen im Bereich Mathematik beschäftigte, ist die Studie von LeFevre et al. (2010). Die Autor*innen untersuchten den Zusammenhang zwischen der Häufigkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause, den elterlichen Einstellungen und Überzeugungen gegenüber Mathematik und den kindlichen mathematischen Kompetenzen. Ihre Ergebnisse legten nahe, dass die mathematischen

Fähigkeiten der Kinder signifikant positiv von der Durchführung mathematischer Aktivitäten in der Interaktion mit ihren Eltern beeinflusst wurden.

In einer Studie von Skwarchuk (2009) zeigte sich, dass vor allem bei Familien, in denen ein häufiges Umsetzen (komplexer) mathematischer Aktivitäten berichtet wurde, hochqualitative Interaktionen festgestellt werden konnten; anders als bei LeFevre et al. (2010) standen diese jedoch nicht in Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder. Auch in einer Studie von Silver et al. (2020) wurde die HNE als zentraler Einflussfaktor kindlicher mathematischer Kompetenzen berichtet. Die Autor*innen testeten und befragten 114 Kinder und ihre Eltern anhand verschiedener Erhebungsinstrumente und Fragebogen und konnten neben der HNE die kindliche inhibitorische Kontrolle, das ANS und das spontane Konzentrieren auf Zahlen als weitere zentrale Prädiktoren kindlicher mathematischer Kompetenzen festmachen. An anderer Stelle konnten Kleemans et al. (2012) dokumentieren, dass die späteren Mathematikleistungen der Kinder auf die Aktivitäten und Interaktionen zwischen Kindern und Eltern im Kontext von Mathematik zurückzuführen waren. Besonders deutlich wurde hier, dass die mathematischen Leistungen und das Wissen der Kinder umso größer ausfielen, je häufiger die Aktivitäten stattfanden. Eine Studie von Niklas et al. (2016) machte deutlich, dass die Interaktionen zwischen Eltern und ihren Kindern eine bedeutsame Rolle für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern spielen: Diese verbesserten sich erkennbar, wenn gemeinsam mit den Eltern ein Brettspiel gespielt wurde.

Auch längsschnittliche Untersuchungen konnten den Zusammenhang zwischen der HNE und den kindlichen mathematischen Kompetenzen bestätigen. Susperreguy, Di Lonardo Burr et al. (2020) untersuchten den Einfluss der HNE auf die späteren mathematischen Kompetenzen der Kinder. Dafür begleiteten sie 368 Kinder von Beginn bis zum Ende der Kindergartenzeit. Ihre Ergebnisse zeigten, dass Kinder, die regelmäßige mathematische Anregungen zu Hause zu Beginn der Kindergartenzeit erfuhren, deutlich bessere mathematische Kompetenzen und eine deutlich bessere Entwicklung hinsichtlich symbolischer und non-symbolischer Zahlenvergleiche zum Ende der Kindergartenzeit zeigten. Zudem erwies sich das elterliche Wissen über mathematikbasierte Spiele als Vorhersagemerkmale der arithmetischen Fähigkeiten der Kinder und der Entwicklung der Fähigkeit non-symbolischer Zahlenvergleiche. Auch Silinskas et al. (2020) analysierten längsschnittlich die Zusammenhänge zwischen den formellen mathematischen Aktivitäten zu Hause und den Rechenfertigkeiten der Kinder. Dafür begleiteten sie 341 Kinder aus Litauen vom Ende der Kindergartenzeit über den Beginn der ersten Klasse bis zum Ende der ersten Klasse hinweg. Ihre Ergebnisse zeigten, dass die Eltern die Häufigkeit der durchgeführten häuslichen mathematischen Aktivitäten an das Kompetenzniveau der Kinder über die drei Messzeitpunkte hinweg anpassten. Im Gegensatz zur Studie von Susperreguy, Di Lonardo Burr et al. (2020) konnten sie jedoch keinen signifikanten Zusammenhang zwischen der Häufigkeit der mathematischen Aktivitäten und den arithmetischen Fähigkeiten der Kinder feststellen.

Auch im deutschsprachigen Raum haben bisher einige Studien das Konstrukt der HNE und ihre Auswirkungen auf die bereichsspezifische Entwicklung von Kindern untersucht (Anders et al., 2012; Lehl et al., 2020; Niklas, et al., 2016; Niklas & Schneider, 2014, 2017). In Arbeiten von Niklas und Schneider (2014, 2017) erwies sich die HNE als zuverlässiger Prädiktor der frühen mathematischen Kompetenzen und für die weitere Entwicklung der Kinder, selbst nach Kontrolle verschiedener Variablen wie dem SÖS, der Intelligenz und den schriftsprachlichen Fähigkeiten der Kinder. Anders et al. (2012) konnten zudem zeigen, dass die mathematischen Kompetenzen von Kindern bereits im Alter von drei Jahren signifikant durch die HNE, aber auch durch die häusliche schriftsprachliche Lernumwelt vorhergesagt werden konnten und betonen hier eine domänenübergreifende Verbindung. Auch Napoli und Purpura (2018) berichteten für den internationalen Raum in einer Studie mit 114 Kindergartenkindern, dass die HNE ein zentraler Einflussfaktor der mathematischen und der schriftsprachlichen Kompetenzen der Kinder war; sie wiesen ebenfalls darauf hin, dass diese Ergebnisse die domänenübergreifende Beziehung zwischen der HNE und der Kompetenzentwicklung der Kinder verdeutlicht.

Im Hinblick auf die von LeFevre et al. (2009) definierten informellen und formellen mathematischen Aktivitäten zeigen sich divergierende Befunde in der aktuellen Forschungslandschaft. So konnten zum einen positive Zusammenhänge für beide Aspekte mit den kindlichen mathematischen Kompetenzen gefunden werden (Niklas & Schneider, 2014; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020), es gab jedoch auch Arbeiten, in denen diese Zusammenhänge nicht oder nur teilweise repliziert werden konnten (DeFlorio & Beliakoff, 2015; Missall et al., 2015; Silinskas et al., 2020; Skwarchuk, 2009).

Skwarchuk et al. (2014) untersuchten die Zusammenhänge formeller und informeller häuslicher mathematischer Aktivitäten mit den kindlichen mathematischen Kompetenzen. Die formellen mathematischen Aktivitäten in der Familie (z. B. erstes Rechnen üben) waren mit dem kindlichen Wissen über das symbolische Zahlensystem assoziiert, wohingegen die kindlichen non-symbolischen Rechenfertigkeiten mit den informellen Aspekten der HNE (z. B. Spiele spielen) und mit den Einstellungen und Überzeugungen der Eltern gegenüber Mathematik (z. B. der eigenen Freude der Eltern am Rechnen) zusammenhingen. Studienergebnisse von Mutaf-Yıldız et al. (2018) belegten, dass die formelle HNE signifikant mit den kindlichen Zählfähigkeiten assoziiert war, jedoch nicht mit der non-symbolischen Zahlenverarbeitung der Kinder. Hingegen konnten für die informelle HNE signifikante Zusammenhänge zu den kindlichen Rechenfähigkeiten und den kindlichen Kompetenzen, Zahlen auf einem Zahlenstrahl zuzuordnen zu können, nachgewiesen werden.

Die verschiedenen nationalen und internationalen Studien und ihre Ergebnisse machen deutlich, dass die Frage, welche Aspekte der HNE inwiefern mit der (späteren) Entwicklung mathematischer Kompetenzen zusammenhängen, bisher nicht abschließend geklärt werden konnte. So verweisen Mutaf-Yıldız et al. (2020) in ihrer Meta-Analyse darauf, dass die formellen Aspekte der HNE deutlich häufiger in bestehenden Arbeiten berücksichtigt wurden als die informellen

Aspekte und es hier weiterer Forschung bedarf, um die Frage nach dem besseren Vorhersage-merkmal im Kontext kindlicher mathematischer Fähigkeiten und der HNE weiter zu erörtern.

Ein weiterer Einflussfaktor, der nicht nur im Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder, sondern auch der HNE steht, ist der SÖS. Dieser wurde in verschiedenen Arbeiten als bedeutsamer Prädiktor berichtet (z. B. DeFlorio & Beliakoff, 2015; Elliott & Bachmann, 2018). Saxe et al. (1987) zählten zu den ersten Wissenschaftler*innen, die sich mit dem Zusammenhang elterlicher mathematischer Aktivitäten im Kontext variierender sozioökonomischer Hintergründe der Familien beschäftigten. Ihre Ergebnisse wiesen nur minimale Unterschiede zwischen den durchgeführten Aktivitäten der Eltern und ihren Kindern auf. Andere Forschungsarbeiten (Bradley & Corwyn, 2002; Gasteiger & Moeller, 2021; Ho, 2010) stellten hingegen fest, dass ein höherer SÖS der Eltern mit stärkerem Engagement und gleichzeitig mit qualitativ hochwertigeren mathematikbezogenen Aktivitäten im Alltag zusammenhing. Zugleich fanden sich auch Hinweise, dass Eltern mit niedrigem SÖS häufiger formale Aktivitäten, wie das Bearbeiten von Hausaufgaben, unterstützten, um die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen ihrer Kinder zu fördern (z. B. Gasteiger & Moeller, 2021). Cheung et al. (2020) analysierten die Wirkzusammenhänge zwischen elterlichen Einflussfaktoren, der HNE und den kindlichen mathematischen Kompetenzen von 290 philippinischen Familien aus Haushalten mit niedrigem und mittlerem SÖS. Neben dem Bildungsniveau der Eltern stellten sich weitere Aspekte wie die berichteten mathematischen Aktivitäten, die häuslichen (mathematischen) Ressourcen, die HNE und die Rechenfertigkeiten der Eltern als direkte Einflussfaktoren auf die kindlichen mathematischen Kompetenzen heraus. Zugleich zeigten sich indirekte Effekte der elterlichen Rechenfertigkeiten und der eigenen mathematischen Aktivitäten mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder durch die HNE. Hinsichtlich des familiären sozioökonomischen Hintergrundes bildete sich ein sehr diverses Bild der häuslichen mathematischen Lernumwelten in den Familien ab. Die vorhandenen Ressourcen differierten stark zwischen den Familien hinsichtlich der Anzahl der verschiedenen Ressourcentypen (z. B. Spiele, Lernmaterialien, etc.). Im Hinblick auf die mathematischen Aktivitäten wurde berichtet, dass am häufigsten über Geld und Preise gesprochen wird, um den Kindern beizubringen, wie man mathematische Aufgaben im Kopf rechnen kann und um gemeinsam mit ihnen zu zählen.

Diese Befunde deuten darauf hin, dass der familiäre Hintergrund mit der HNE und somit mit den Eltern-Kind-Interaktionen einhergeht, die wiederum mit den frühen mathematischen Kompetenzen assoziiert sind. So werden nicht nur indirekte, sondern auch direkte Zusammenhänge zwischen dem SÖS, der HNE und den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder deutlich. Darüber hinaus stechen weitere elterliche Faktoren, die mit der HNE in Verbindung gebracht werden können und sich auf die Kompetenzen der Kinder auswirken, heraus wie beispielsweise die elterlichen Einstellungen und Überzeugungen gegenüber Mathematik, ihre Haltung sowie ihre Erwartungen (Skwarchuk et al., 2014; Sonnenschein et al., 2012; del Río et al.,

2017). Auf die elterlichen Einstellungen und Überzeugungen gegenüber Mathematik als weiterer wichtiger beeinflussender Aspekt wird folglich im nächsten Kapitel vertieft eingegangen.

2.6.3 Überzeugungen von Eltern im Kontext von Mathematik

Wenn es um die Art und Weise geht, wie Eltern ihre Kinder in frühe Lernerfahrungen im mathematischen Bereich einbeziehen (z. B. durch Aktivitäten und Diskussionen über Mengen; Thippana et al., 2020; Zippert & Rittle-Johnson, 2020), zeigt sich eine große Variabilität, die unter anderem durch elterliche Charakteristika, wie die elterlichen (mathematischen) Einstellungen und Überzeugungen, geprägt ist.

Die Einstellungen und Überzeugungen im Kontext von Mathematik können als das Interesse der Eltern an der Mathematik und ihr Selbstvertrauen bei der Durchführung von Mathematik definiert werden (Benz, 2012) und werden im Folgenden mit dem Begriff Überzeugung beschrieben. Unter den Oberbegriff der Überzeugungen von Eltern hinsichtlich Mathematik werden in dieser Arbeit zudem die Konstrukte der mathematischen Geschlechterstereotype, der Selbstwirksamkeit der Eltern hinsichtlich Mathematik und ihre Einschätzungen zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause gefasst und bilden einzelne Facetten der elterlichen Überzeugungen ab. Diese Unterteilung lässt sich auch in anderen Forschungsarbeiten finden (z. B. del Río et al., 2017, 2020; Sonnenschein et al., 2012, 2016) und wird in den folgenden Abschnitten ausgeführt.

Theoretisch können die zuvor formulierten Annahmen sowie die später präsentierten empirischen Befunde mit der *Expectancy-Value Theory* von Eccles et al. (1983) gerahmt werden. Eccles und Kolleg*innen (1983) formulieren die Annahme, dass die elterlichen Überzeugungen die Leistungsmotivation, die Bildungsaspirationen und die Fähigkeiten der Kinder beeinflussen. In der Expectancy-Value Theory werden zwei Arten elterlicher Überzeugungen, die auf die häusliche (akademische) Unterstützung Einfluss nehmen beschrieben. Zum einen sind dies allgemeine Überzeugungen wie beispielsweise bezüglich ihrer eigenen akademischen Fähigkeiten, Geschlechterstereotype oder Erziehungsstile; zum anderen handelt es sich um kindbezogene Überzeugungen, dies können zum Beispiel die Wahrnehmung der akademischen Fähigkeiten und Interessen der Kinder sowie die Werte und Erwartungen der Eltern in Bezug auf die akademischen Leistungen ihrer Kinder sein (Eccles, 1993; Simpkins et al., 2015). Es wird angenommen, dass die elterlichen Überzeugungen durch Eltern-Kind-Charakteristika (z. B. Einkommen der Eltern, Bildungshintergrund der Eltern, Geschlecht des Kindes) sowie durch weitere Umwelteinflüsse (z. B. Familie, Nachbarn, Kultur) geprägt werden, diese widerspiegeln und gleichzeitig die Lernerfahrungen der Kinder formen (Eccles & Wigfield, 2020).

Bisherige Forschungsarbeiten zeigen divergierende Befunde hinsichtlich des Zusammenhangs zwischen der häuslichen Anregung, den mathematischen Kompetenzen der Kinder und den Überzeugungen der Eltern (LeFevre et al., 2010; Maloney et al., 2015; Missall et al., 2015;

Skwarchuk et al., 2014; Sonnenschein et al., 2012). Auch wenn die Gründe für diese gemischten Ergebnisse bisher nicht eindeutig identifiziert wurden, sind mögliche Erklärungen beispielsweise Unterschiede im Alter der Studienteilnehmer*innen, Unterschiede hinsichtlich der Messinstrumente oder Fragebogenkonstruktionen, aber auch Faktoren demografischer Natur, die zu verschiedenen Ergebnissen führen könnten (Zippert & Rittle-Johnson, 2020). Dennoch nehmen einige Studien an, dass die elterlichen mathematischen Überzeugungen hinsichtlich verschiedener Aspekte wie der Selbstwirksamkeit, akademischer Erwartungen oder Geschlechterstereotype als Schlüsselaspekte zum Verständnis der Unterschiede in der häuslichen mathematischen Anregung und dem Zusammenhang zu den mathematischen Kompetenzen der Kinder beitragen (DeFlorio & Beliakoff, 2015; del Río et al., 2017; Missall et al., 2015; Skwarchuk et al., 2014; Sonnenschein et al., 2012). In neueren Arbeiten konnte nachgewiesen werden, dass die Überzeugungen der Eltern ihre Interaktionen und die Aktivitäten, die sie zu Hause mit den Kindern durchführen, beeinflussen und mit ihnen in wechselseitiger Verbindung stehen (del Río et al., 2017; Missall et al., 2015; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020). Neben der indirekten Verbindung über die HNE zu den mathematischen Kompetenzen der Kinder wird angenommen, dass die Überzeugungen der Eltern auch direkt zum Beispiel mit dem kindlichen Selbstkonzept, aber auch mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zusammenhängen (del Río et al., 2019, 2020). Eltern, die tendenziell positivere Überzeugungen gegenüber Mathematik berichteten, führten auch häufiger formelle Lernanregungen wie das Abzählen von Tortenstücken und das Aufsagen von Zahlwörtern gemeinsam mit ihren Kindern zu Hause durch (del Río et al., 2017; Missall et al., 2015; Skwarchuk et al., 2014). Darüber hinaus zeigte sich, dass Eltern, die sich häufig an formellen Lernaktivitäten mit ihren Kindern beteiligten und Spaß an der Mathematik haben, höhere Erwartungen an sich selbst, aber auch an ihre Kinder formulierten (Blevins-Knabe et al., 2000; del Río et al., 2017; Kleemans et al., 2012; Skwarchuk et al., 2014).

Wie bereits erwähnt geht ein höherer SÖS mit einer stärkeren elterlichen Unterstützung und einer höheren Qualität der HNE einher, sodass die Annahme formuliert werden kann, dass die zu beobachtenden Unterschiede hinsichtlich elterlicher Unterstützung sich auch in unterschiedlichen Überzeugungen der Eltern widerspiegeln (für eine Übersicht s. Elliott & Bachman, 2018; Sonnenschein et al., 2016). Dies führt zu einer deutlichen Varianz zwischen Familien, die zusätzlich in Abhängigkeit weiterer familiärer Hintergrundmerkmale (z. B. ethnische Herkunft) steht (Skwarchuk et al., 2014, Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020). Des Weiteren befürworteten Eltern mit höherem Einkommen eher als Eltern mit niedrigerem Einkommen die Einbeziehung des Rechnens in ihren Alltag als beste Strategie zur Förderung der frühkindlichen Entwicklung mathematischer Kompetenzen. Eltern mit niedrigerem Einkommen waren stattdessen eher der Meinung, dass eine direkte Anweisung die beste pädagogische Strategie zur Förderung der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern ist (DeFlorio & Beliakoff, 2015). Weitere untersuchte Aspekte, welche die elterlichen Überzeugungen gegenüber Mathematik beeinflussen, sind beispielsweise die eigenen mathematischen Kompetenzen

der Eltern (Braham & Libertus, 2017; Elliott et al., 2017). Darüber hinaus wird angenommen, dass eine wechselseitige Verbindung zwischen den elterlichen Überzeugungen und den kindlichen mathematischen Kompetenzen besteht (Douglas et al., 2021). Diese Aspekte werden jedoch nicht weiter beleuchtet, da sie nicht Bestandteil der vorliegenden Arbeit sind.

2.6.3.1 *Mathematische Geschlechterstereotype von Eltern*

Geschlechterstereotype (engl., gender stereotypes) und die damit einhergehende Erwartung gegenüber spezifischen Kompetenzen lassen sich besonders in bestimmten akademischen Bereichen wie der Mathematik beobachten, wenngleich sich in verschiedenen Ländern und Kulturen deutliche Unterschiede zeigen (Breda et al., 2020; Lewis & Lupyan, 2020; Nosek et al., 2009). So neigen auch Eltern dazu, beeinflusst von gesellschaftlichen Strukturen, Stereotype in Bezug auf Geschlecht und berufliche Ausrichtung zu haben (Breda et al., 2020; del Río et al., 2020). Diese Überzeugungen werden nicht unbedingt absichtlich entwickelt, können sich aber dennoch auf die Vorstellungen der Kinder über Mathematik und ihre tatsächlichen Leistungen auswirken (del Río et al., 2019, 2020; Sonnenschein et al., 2012). Mathematische Geschlechterstereotype können als Bevorzugung eines Geschlechts gegenüber einem anderen definiert werden (z. B. Jungen sind besser in Mathematik als Mädchen; del Río et al., 2020).

In ihrer systematischen Übersichtsarbeit haben Gunderson et al. (2012) gezeigt, dass sich die Geschlechterstereotype der Eltern und ihre Erwartungen direkt auf die eigenen Überzeugungen, den Erfolg und die Leistungen der Kinder in Mathematik auswirken. Diese Stereotype wirkten sich jedoch nicht nur auf die eigenen Überzeugungen und die Entwicklung der Kinder aus, sondern beeinflussten auch die Art und Weise, wie Eltern mit ihren Kindern hinsichtlich mathematischer Aktivitäten umgingen. Dahingehend neigten Eltern beispielsweise dazu, sich mit Söhnen häufiger mit mathematischen Aktivitäten zu beschäftigen als mit Töchtern (del Río et al., 2017; Gunderson et al., 2012; Jacobs et al., 2005; Nosek et al., 2009). Darüber hinaus berichteten del Río et al. (2017), dass sich das Engagement der Mütter bei fortgeschrittenen Rechenaktivitäten je nach Geschlecht ihres Kindes unterschied, d. h. Mütter engagierten sich häufiger bei Jungen als bei Mädchen. In diesem Sinne deuten neuere Forschungsergebnisse darauf hin, dass sich elterliche Geschlechterstereotype auch auf die Interaktionen zwischen Eltern und Kindern sowie auf die Leistungen und die Entwicklung der Kinder auszuwirken scheinen.

In einer Studie von Uscianowski et al. (2020) wurden 172 Eltern von 3,5 bis 4,5 Jahre alten Kindern gebeten, im Rahmen einer Online-Umfrage eine Frage, die sie ihrem Kind zu den Handlungen, Zahlen oder Formen der Figuren auf 18 Bilderbuchseiten stellen würden, zu nennen. Die Ergebnisse wiesen darauf hin, dass Eltern komplexe mathematikbezogene Fragen häufiger stellen, wenn sie einen Sohn haben. In einer anderen aktuellen Studie von Hildebrand et al. (2022) befragten die Autor*innen 93 Eltern-Kind-Dyaden anhand eines computergestützten Programmes zu fünf verschiedenen Facetten im Zusammenhang mit Geschlechterstereotypen gegenüber Mathematik. Zwei implizite „Association Tests (IATs): math-gender IAT, [...] math-

difficult IAT“ (Hildebrand et al., 2022, S.4), ein Mathematiktest, der als Kontrolle diente, ein Fragebogen zu expliziten Zuschreibungen von Mathematik zu einem Geschlecht und zuletzt ein Fragebogen zu Mathematikangst wurden durchgeführt. Ihre Befunde legten nahe, dass die befragten Eltern Mathematik eher mit dem männlichen Geschlecht assoziieren, ähnlich wie in einer Studie von del Río et al. (2020). Hierbei wiesen die Eltern signifikant stärkere implizite mathematische Geschlechterstereotype im Vergleich zu ihren Kindern auf. Darüber hinaus machten die Ergebnisse des math-difficult IAT deutlich, dass die Eltern unbewusst stärker das Lösen von schwierigen mathematischen Aufgaben dem männlichen Geschlecht zuwiesen als dem Weiblichen. Auch bei den Kindern zeigte sich, dass diese eher das männliche Geschlecht mit dem Lösen schwieriger Mathematikaufgaben verknüpften (Hildebrand et al., 2022). Hinsichtlich der expliziten Geschlechterstereotype wurde deutlich, dass Väter sich eher mit Mathematik als mit Lesen in Verbindung brachten und Mütter sich eher mit dem Lesen assoziierten (del Río et al., 2020; Hildebrand et al., 2022). Ein ähnliches Muster zeigte sich bei den Kindern. Hinsichtlich des Tests zu Mathematikangst konnten die Autor*innen keine signifikanten Effekte finden. Des Weiteren ergaben ihre Analysen, dass die elterlichen mathematischen Überzeugungen mit verschiedenen Facetten der kindlichen mathematischen Überzeugungen zusammenhängen (math gender-beliefs, math self-identification), besonders im Hinblick auf die Töchter. So fassten sie zusammen, dass die Daten darauf hindeuten, dass Kinder, die in die Schule kommen, bereits einige negative Überzeugungen in Bezug auf Mathematik entwickelt hatten und dass die Überzeugungen der Eltern in Bezug auf Mathematik einen großen Einfluss besonders auf junge Mädchen haben können (Hildebrand et al., 2022).

Hingegen zeigten sich in anderen Studien keine geschlechtsstereotypen Unterschiede, wie beispielsweise bei Gaylord et al., (2020), die annahmen, dass Eltern bestimmte Arten von Büchern mit mathematischem Inhalt eher für Jungen und andere eher für Mädchen auswählen würden. Diese Vermutung bestätigte sich jedoch nicht in ihren Ergebnissen.

2.6.3.2 *Selbstwirksamkeit der Eltern im Kontext von Mathematik*

Neben den Überzeugungen zu Geschlechterstereotypen zeigt sich auch die mathematische Selbstwirksamkeit (engl., self-efficacy) der Eltern als wichtiger Aspekt im Kontext ihrer mathematischen Überzeugungen, für ihre eigenen mathematischen Erfahrungen und Leistungen sowie für die mathematischen Interaktionen mit ihren Kindern (Missall et al., 2015). Bandura (1977) beschreibt Selbstwirksamkeit als das Vertrauen in die eigenen Fähig- und Fertigkeiten. Die elterliche mathematische Selbstwirksamkeit kann somit definiert werden als die Überzeugung der Eltern, mathematische Probleme lösen zu können, und ihre Überzeugung, das mathematische Lernen der Kinder und ihr Umfeld in unterstützender Weise beeinflussen zu können (Ardelt & Eccles, 2001).

Albanese et al. (2019) zeigten in ihrer systematischen Literaturanalyse, dass die Selbstwirksamkeit der Eltern im Allgemeinen in Zusammenhang mit der kindlichen Entwicklung und ihren Leistungen stand. Sie dokumentierten, dass die Selbstwirksamkeit der Eltern mit den akademischen und schulbezogenen Leistungen (Holloway et al., 2016; Phillipson & McFarland, 2016) und mit der häuslichen Lernumwelt (Bojczyk et al., 2018) der Familien zusammenhing. Dass ein hohes Maß an elterlicher Selbstwirksamkeit mit einer besseren Qualität der häuslichen Lernumgebung verbunden war, wurde auch bei Peacock-Chambers et al. (2017) deutlich. Die Häufigkeit informeller mathematischer Aktivitäten und ihr Zusammenhang mit dem Zahlenverständnis der Kinder wurde durch die mathematische Selbstwirksamkeit der Eltern und ihren Einstellungen zur Mathematik vermittelt. Dabei konnte die mathematische Selbstwirksamkeit der Eltern auch indirekt mit den arithmetischen Fähigkeiten der Kinder über informelle mathematische Aktivitäten in Verbindung gebracht werden (Vasilyeva et al., 2018). Bojczyk et al. (2018) analysierten 112 Mutter-Kind-Dyaden hinsichtlich der mütterlichen Selbstwirksamkeit und der häuslichen Lernumwelt. Es zeigten sich direkte Effekte von der Selbstwirksamkeit der Mütter auf die häusliche Anregung, indem eine höhere Selbstwirksamkeit der Mütter eine positivere Anregung zu Hause aufzeigte. Des Weiteren untersuchten del Río et al. (2020) den Zusammenhang zwischen elterlichen Überzeugungen mit den Überzeugungen der Kinder und ihren Leistungen im Kontext von Mathematik anhand von 267 Grundschulkindern und ihren Eltern. Ihre Analysen belegten, dass das kindliche explizite Selbstkonzept die mathematischen Leistungen vorhersagte. Das Selbstkonzept der Kinder wurde dabei marginal durch die Mathematikangst der Mütter vorhergesagt. Es ließ sich jedoch kein signifikanter Zusammenhang mit der Selbstwirksamkeit der Eltern finden. In einer anderen Studie von del Río et al. (2019) hingegen ließ sich ein positiver Zusammenhang des impliziten mathematischen Selbstkonzeptes der Kinder mit der Selbstwirksamkeit der Mütter gegenüber Mathematik und ein negativer Zusammenhang mit der Selbstwirksamkeit der Väter nachzeichnen.

2.6.3.3 *Elterliche Überzeugungen zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause*

Die Überzeugungen der Eltern zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause werden als ein weiterer wichtiger Aspekt angesehen, der mit der HNE und dem Engagement der Kinder in mathematische Aktivitäten in Verbindung gebracht wird (z. B. Le Fevre et al., 2009; Sonnenschein et al., 2012; Zippert & Ramani, 2017).

Sonnenschein et al. (2012) untersuchten die Überzeugungen der Eltern hinsichtlich ihrer Einschätzung zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause und deren Zusammenhang mit den mathematischen Aktivitäten der Kinder. Die meisten der befragten Eltern hielten Mathematik zu Hause für sehr wichtig und nur 14% der Eltern stimmten dem nur teilweise oder gar nicht zu. Eltern, die mathematische Aktivitäten zu Hause für wichtig hielten, berichteten

eine positivere Einstellung zur Unterstützung des mathematischen Lernens ihrer Kinder, gleichzeitig nahmen ihre Kinder auch häufiger an mathematischen Aktivitäten zu Hause teil. In einer anderen Studie von Sonnenschein et al. (2021) zeigte sich zudem, dass Eltern das gemeinsame Lesen mit ihren Kindern vor der gemeinsamen Durchführung mathematischer Aktivitäten priorisierten und dieser keine so große Bedeutung zusprachen wie dem gemeinsamen Lesen. Die Autor*innen mutmaßten, dass diese unterschiedliche Priorisierung möglicherweise durch ein geringeres Selbstvertrauen hinsichtlich der Durchführung alltäglicher mathematischer Aktivitäten der Eltern entsteht. Gleichzeitig berichteten sie, dass die Eltern sich mehr Informationen durch Institutionen, wie der Schule oder den Kindergarten, und den dortigen pädagogischen Fachkräften zur Entwicklung ihrer Kinder und zu Umsetzungsmöglichkeiten mathematischer Aktivitäten auch anhand digitaler Optionen, wie beispielsweise durch Lern-Apps, wünschten (Sonnenschein et al., 2021). Zeigten Eltern stärkere Überzeugungen, dass Mathematik und die Durchführung mathematischer Aktivitäten bedeutsam sind, dann korrelierte dies positiv mit den fortgeschrittenen mathematischen Kompetenzen ihrer Kinder. Bei Eltern, die eine gesteigerte Angst vor Mathematik berichteten, aber der Durchführung mathematischer Aktivitäten eine besonders positive Bedeutung zuschrieben, wirkte sich dies positiv signifikant auf die mathematischen Leistungen ihrer Kinder aus. Diese wiesen deutlich bessere mathematische Leistungen auf als Kinder von Eltern mit Mathematikangst, die weniger positive Überzeugungen hinsichtlich der Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten berichteten (Silver et al., 2021).

2.6.4 Unterschiede zwischen Müttern und Vätern im Kontext der HNE und ihren mathematischen Überzeugungen

Die bisherige Forschung über die mathematischen Aktivitäten und Interaktionen der Eltern mit ihren Kindern stützt sich in der Regel auf Daten, die hauptsächlich von Müttern berichtet wurden (Saracho & Spodek, 2008). Es gibt nur wenige Untersuchungen, die sowohl Mütter als auch Väter berücksichtigten und die Unterschiede hinsichtlich der häuslichen Anregung sowie ihren mathematischen Überzeugungen untersuchten (del Río et al., 2017, 2020; Tomasetto, 2015; Silver et al., 2023).

Del Río et al. (2017) zeigten zum Beispiel, dass die mathematikbezogenen Interaktionen der Mütter einen besseren Prädiktor für die Vorhersage der kindlichen mathematischen Kompetenzen darstellten als die Interaktionen der Väter, was auf eine unterschiedliche Art und Weise der kindlichen Unterstützung durch die Elternteile hindeutet. Außerdem stellten sie einen indirekten Zusammenhang zwischen den Erwartungen der Mütter an die Rechenleistungen und den tatsächlichen mathematischen Kompetenzen der Kinder in ihrer Studie fest, mediiert durch die häusliche mathematische Anregung der Mütter, während für die Väter ein solcher Effekt nicht berichtet werden konnte. Silver et al. (2023) untersuchten die Unterschiede von Müttern und Vätern hinsichtlich ihres Engagements bei der Durchführung mathematischer Aktivitäten mit

ihren Kindern und die moderierende Rolle ihrer mathematischen Überzeugungen. Ihre Ergebnisse zeigten, dass die berichteten Überzeugungen und das berichtete Engagement an mathematischen Aktivitäten sich nicht hinsichtlich des Geschlechtes der Kinder signifikant unterschieden. Mütter berichteten, dass sie häufiger mit ihren Kleinkindern an mathematischen Aktivitäten teilnahmen als Väter; jedoch verringerte sich dieser Unterschied, sobald die Eltern eine stärkere Überzeugung von der Bedeutung von Mathematik für ihre Kinder vertraten. Die Autor*innen betonten zudem, dass Kinder selbst in sehr frühem Alter unterschiedliche Möglichkeiten erleben, Mathematik zu Hause zu lernen, wobei die Erfahrungen sowohl durch das Geschlecht der Eltern als auch durch deren Überzeugungen geprägt werden.

In den letzten Abschnitten wurde sowohl theoretisch als auch empirisch hergeleitet, welche verschiedenen Faktoren die frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder beeinflussen. Dabei wurde besonders auf verschiedene familiäre Einflussfaktoren (SÖS, elterliche Überzeugungen), die im Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder stehen sowie auf die HNE als zentraler Prädiktor verwiesen. Abschließend stellt sich also die Frage, wie sich das Zusammenspiel dieser Aspekte positiv beeinflussen lässt, um die frühen und dann auch die späteren mathematischen Kompetenzen der Kinder erfolgreich zu unterstützen und zu fördern. Im nächsten Kapitel wird daher auf die Wirksamkeit von Interventionen in diesem Kontext eingegangen und eine Bestandsaufnahme empirischer Befunde zu sowohl analogen als auch digitalen Interventionsansätzen dargestellt.

2.7 Förderung des frühen mathematischen Kompetenzerwerbs und der HNE anhand von Interventionsstudien: Eine Bestandsaufnahme analoger und digitaler Ansätze

Dieser Abschnitt erläutert die Wirksamkeit von Interventionen im Kontext der Unterstützung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern und der HNE in den Familien. Es werden sowohl analoge als auch digitale Ansätze anhand einer kurzen Bestandsaufnahme aktueller Studien vorgestellt, welche die Grundlage der im letzten Teilabschnitt (2.7.3) vorgestellten „Learning4Kids“- Studie bilden.

Interventionen in der frühen Kindheit zeigen sich als besonders effektiv nicht nur auf individueller Ebene (z. B. Cohrssen & Niklas, 2019; Ribner et al., 2023), sondern auch im Hinblick auf bildungsökonomische Aspekte (Heckman, 2006; Spieß, 2013). Da Disparitäten hinsichtlich der mathematischen Entwicklung bereits bei sehr jungen Kindern erkennbar sind (Dowker, 2008; Gould, 2012) und diese bis ins spätere Alter anhalten können (Davis-Kean et al., 2022; Jordan et al., 2009), sollten Interventionen möglichst früh stattfinden (Niklas et al., 2020). Familiäre Charakteristika, wie der SÖS oder der Migrationshintergrund, zählen zwar zu kaum veränderbaren Aspekten, die Qualität der HNE, die in engem Zusammenhang mit der Kompe-

tenzentwicklung der Kinder steht, oder die Entwicklung mathematischer Kompetenzen hingegen lassen sich anhand von Interventionen beeinflussen (Nelson et al., 2023; Nelson & McMaster, 2019).

Saracho (2017, S. 10, eigene Übersetzung) formuliert verschiedene Charakteristika einer erfolgreichen Intervention im familiären Kontext. Der Autorin zufolge sollten Interventionen

- (1) einen vielschichtigen familienbezogenen Ansatz verfolgen,
- (2) sich auf die direkte Stimulierung und Motivation der Kinder konzentrieren,
- (3) die Eltern mit einbeziehen und bilden,
- (4) die Qualität der Eltern-Kind-Interaktionen verbessern und stärken und
- (5) das Betreuungsumfeld bereichern (d. h. ein Umfeld für eine adäquate Entwicklung mathematischer Kompetenzen schaffen).

2.7.1 Analoge Interventionsstudien

Der Fokus auf mathematikbezogene Interventionsansätze zur Unterstützung der Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern hat vor dem Hintergrund aktueller Studienergebnisse weltweit zugenommen (z. B. Lee & Pant, 2017). Interventionsansätze zur Unterstützung früher mathematischer Kompetenzen wurden demnach in verschiedenen Studien analysiert (Charitaki et al., 2021; Nelson & McMaster, 2019). Neben allgemeinen Trainings (z. B. Kytälä et al., 2015; Sterner et al., 2020) wurden auch spezifische Aspekte wie beispielsweise die Unterstützung durch das Spielen von Gesellschaftsspielen oder das Spielen mit Bauklötzen untersucht (z. B. Gasteiger & Moeller, 2021; Zimmermann et al., 2019). Eine diverse Studienlandschaft zeigt sich auch hinsichtlich der Zielgruppe, die zum einen Kinder mit niedrigem SÖS und/oder Migrationshintergrund (Jordan et al., 2012; Ramani & Siegler, 2008), aber auch mit Rechenschwierigkeiten oder -Defiziten (Kroesbergen & Van Luit, 2003) berücksichtigen.

Kytälä et al. (2015) führten eine Interventionsstudie mit 61 Vorschulkindern durch und untersuchten zwei unterschiedliche Trainingskonditionen sowie den Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder. Zum einen führten sie ein Training zum Zählen durch, zum anderen ein Training, welches das Zählen mit Aufgaben für das Arbeitsgedächtnis kombinierte. Ihre Ergebnisse zeigten, dass das gezielte domänenspezifische Training im Hinblick auf die Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen effektiver war als die Kombination von Inhalten zum Zählen und für das Arbeitsgedächtnis. Die Autor*innen begründeten ihre Befunde damit, dass nicht auszuschließen sei, dass das kombinierte Training möglicherweise erst später Effekte zeige, die direkt nach dem Training noch nicht zu beobachten waren. Demnach mutmaßten sie, dass ein kombiniertes Training möglicherweise eher signifikante Zuwächse der mathematischen Kompetenzen der Kinder im Kontext einer Langzeitintervention zeigen würde. In einer anderen Studie konnten Sterner et al. (2020) mit Erstklässler*innen einen

signifikanten Zuwachs des number sense für die Kinder berichten, die zum allgemeinen Mathematikunterricht noch ein zusätzliches Training erhielten. Dieser Trainingseffekt blieb auch nach neun Monaten weiterhin bestehen. Die Interventionsgruppe erhielt ein 10-wöchiges strukturiertes Training, durchgeführt von Lehrkräften mit einem Schwerpunkt auf Zahlen und Zahlenrepräsentationen. Die Kontrollgruppe erhielt ebenfalls ein strukturiertes Training, jedoch ausschließlich zur phonologischen Bewusstheit. Auch besondere Förderprogramme wurden in verschiedenen Studien untersucht (Klein et al., 2008; Leyva et al., 2018; Starkey et al., 2022). Beispielhaft lässt sich die Evaluation des *Pre-K-Mathematics* Interventionsansatzes nennen. So führten Starkey et al. (2022) eine Replikationsstudie mit 389 Kindern mit niedrigem SÖS durch und untersuchten die Wirksamkeit des Programmes. Die Autor*innen konnten anhand dieser Stichprobe zum einen vorherige Befunde replizieren (Klein et al., 2008), zum anderen aber auch verdeutlichen, dass das untersuchte Programm besonders die frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder mit niedrigem SÖS unterstützte und den Kompetenzrückstand verringerte.

Neben allgemeinen Trainings, die explizit auf mathematische Vorläuferfähigkeiten, wie das Zählen, die Zahlenrepräsentation oder den number sense abzielen, erwies sich der spezifische Einsatz von alltäglichen Instrumenten, wie beispielsweise Brettspielen, ebenfalls als förderlich. In diesem Kontext konnten Gasteiger und Moeller (2021) ganz gezielt zeigen, dass die Verwendung eines Brettspiels mit Nummern und Zahlen deutlich effektiver die Zählkompetenzen sowie das Erkennen von Mustern und Strukturen der Kinder förderte als vergleichsweise der Einsatz von Brettspielen mit Farben oder nicht-numerischen Symbolen. Diese Ergebnisse konnten auch noch ein Jahr später bei einer Follow-up Erhebung repliziert werden.

Neben domänenspezifischen Interventionsansätzen wurden auch positive Effekte in domänenübergreifenden Interventionsansätzen hinsichtlich der Unterstützung früher mathematischer Kompetenzen berichtet. In diesem Sinne untersuchten Korat et al. (2017) ein Interventionsprogramm zu frühen schriftsprachlichen Kompetenzen und analysierten neben der Wirksamkeit auf die phonologische Bewusstheit auch die mathematischen Kompetenzen der Kinder. Ihre Befunde machten deutlich, dass es einen domänenübergreifenden Interventionseffekt und einen Zusammenhang zwischen der kindlichen phonologischen Bewusstheit und den mathematischen Kompetenzen der Kinder gab.

Ebenso wurde in verschiedenen Meta-Analysen die Effektivität mathematischer Interventionen im Kontext der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern überprüft. Dabei wurden jedoch hauptsächlich Interventionen im institutionellen Kontext (Kita oder Schule) in den Blick genommen. Nelson und McMaster (2019), die 34 Studien zu frühen Mathematikinterventionen für Kinder im Vorschulalter untersuchten, wiesen einen großen Effekt der analysierten Trainings ($g = 0.64$) nach. Ähnliche Effektstärken ($g = 0.61$) berichteten Charitaki et al. (2021) von Rechentrainings für Kinder im Vorschulalter bis hin zur zweiten Klasse, wobei insbesondere Interventionen, die über einen kurzen Zeitraum angelegt waren, große Effekte verzeichneten.

Trotz der stärkeren Verbreitung von Forschungsergebnissen im Kontext der HNE in den letzten zehn Jahre (für eine Übersicht s. Mutaf-Yıldız et al., 2020) sind Interventionen zur Förderung zahlenbezogener Aktivitäten im häuslichen Lernumfeld, besonders im Vorschulalter immer noch selten. Aktuelle Studien belegen jedoch, dass die Häufigkeit zahlenbezogener Aktivitäten und Spiele sowie die Verwendung von Ziffern in täglichen Gesprächen erfolgreich verbessert werden kann und gleichzeitig eine stärkere Beteiligung an gemeinsamen mathematikbezogenen Aktivitäten zwischen Eltern und Kindern mit höheren mathematische Fähigkeiten der Kinder einhergehen (Tomasetto et al., 2022). Dies konnte vor allem dann beobachtet werden, wenn Eltern strukturierte, intensive Programme mit sich wiederholenden Informationssitzungen sowie Anleitungen zu mathematikbezogenen Aktivitäten, die zu Hause durchgeführt werden können, oder zum gemeinsamen Spielen mit ihren Kindern erhielten (Dulay et al., 2019; Niklas et al., 2016; Starkey & Klein, 2000).

Zudem zeigten auch weniger intensive Interventionsansätze ihre Wirkung, zum Beispiel bei dem Besuch eines Museums (Braham et al., 2018; Vandermaas-Peeler et al., 2016) oder dem alltäglichen Einkaufen (Hanner et al., 2019). In einer Studie von Hanner et al. (2019) erhielten Eltern der Interventionsgruppe den Hinweis, während des Einkaufens mit ihren Kindern intensiver mathematikbezogene Themen anhand von Fragen (z. B. „Wie viele Eier siehst du im Karton?“, eigene Übersetzung) in ihre Interaktionen zu integrieren. In der aktiven Kontrollgruppe wurden die Eltern dazu aufgefordert nur allgemein mehr mit ihren Kindern während des Einkaufens zu interagieren. Die reine Kontrollgruppe hingegen erhielt keine zusätzlichen Hinweise zum Einkaufen. Die Beobachtungen der Familien während des Einkaufens ergaben, dass sich die mathematikbezogenen Interaktionen in der Interventionsgruppe im Vergleich zu den beiden Kontrollgruppen verdoppelten (Hanner et al., 2019). Eine aktuelle Studie von Tomasetto et al. (2022) konnte zudem dokumentieren, dass die Beratung von Eltern durch einen Kinderarzt hinsichtlich der frühkindlichen Entwicklung mathematischer Kompetenzen und der Unterstützung durch mathematische Aktivitäten im Alltag bei einer regulären Routineuntersuchung im Alter von fünf Jahren zu einer Intensivierung mathematikbezogener Aktivitäten zu Hause geführt hat. Hinsichtlich der Wirksamkeit auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder berichteten die Autor*innen keine signifikanten Effekte. Dieser Ansatz zeigte sich als besonders vielversprechend, wenn es darum geht die HNE zu verbessern, was vor allem im Hinblick auf die Unterstützung von Familien mit niedrigem SÖS und/oder Migrationshintergrund interessant ist, da der Kinderarzt ein Ort ist, an dem die Erreichbarkeit aller Familien unabhängig von ihrem Hintergrund gegeben ist.

In vielen Studien zur Unterstützung der häuslichen Lernumwelt wurden häufig nur Familien mit mittlerem bis hohem SÖS berücksichtigt und analysiert (z. B. Niklas et al., 2016, 2017), da Familien mit niedrigem SÖS aus verschiedenen Gründen nur selten bereit sind, an Interventionsstudien teilzunehmen (Winkworth et al., 2010). Dennoch legten Befunde beispielsweise von Leyva et al. (2018) nahe, dass ein vierwöchiges intensives Training für Eltern mit niedrigem

Einkommen und lateinamerikanischen Hintergrund die mathematischen Kompetenzen der Kinder mit einem erhöhten Risiko (d.h. die Kinder, deren Fähigkeiten sich im niedrigsten 25. Perzentil zum Prä-Test befanden) signifikant unterstützen konnte. Während des Trainings wurden gemeinsam mit pädagogischen Fachkräften mathematische Strategien (z. B. die Verbindung von Mengen und numerischen Symbolen oder einfaches Zählen) für die Umsetzung in alltäglichen Situationen, in diesem Fall das Kochen, erarbeitet und gezeigt, wie diese in den Alltag eingebunden werden können. Besonders Kinder mit geringen Fähigkeiten zu Beginn des Trainings profitierten von der Intervention.

Bisher existieren nur wenige Meta-Analysen, die sich mit den Zusammenhängen zwischen Interventionen der häuslichen Lernumwelt und der Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern beschäftigten, da der Fokus bislang eher auf der Analyse von Literacyprogrammen lag (z. B. Van Steensel et al., 2011). Nelson et al. (2023) fokussierten sich als eine der Ersten in ihrer Meta-Analyse auf 25 Interventionsstudien vom Vorschulalter bis zur dritten Klasse mit dem Schwerpunkt mathematischer Kompetenzförderung von Kindern in informellen Lernumwelten, die verschiedene Aktivitäten von gemeinsamem Spielen, Lesen von Büchern mit mathematischem Inhalt oder auch Alltagssituationen wie das gemeinsame Essen untersuchten. Ihre Ergebnisse verweisen darauf, dass Interventionsansätze in informellen häuslichen Settings einen durchschnittlichen signifikanten Effekt ($g = 0.26$) aufzeigten. Betreuungspersonen können laut ihren Befunden die kindliche mathematische Entwicklung selbst mit einem minimalen Zeitaufwand positiv beeinflussen. Dies gilt umso mehr, wenn sie geschult und unterstützt werden. Erfuhren die Betreuungspersonen eine Ersts Schulung und erhielten anschließende Unterstützung, waren die Effekte statistisch signifikant, wohingegen die durchschnittlichen Effekte bei keiner Schulung oder ohne anschließende Unterstützung nicht signifikant waren. Diese Einweisungen waren unterschiedlicher Art, beispielsweise ein kurzer Elternabend (Niklas et al., 2016) oder ein Telefongespräch, in dem die Intervention sowie die Materialien und die Umsetzung erklärt wurden, oder aber auch gezielte Hausbesuche, bei denen die Umsetzung von Aktivitäten anhand von Trainer*innen unterstützt wurde (Dulay et al., 2019). Die weitere Unterstützung fand dabei häufig im Rahmen von Erinnerungsanrufen (Libertus et al., 2020) oder Erinnerungen über Kurznachrichtendienste statt (Leyva et al., 2018), welche sich als besonders wirksam erwies.

2.7.2 Digitale Interventionsstudien

Die Verfügbarkeit von Multi-Touch-Technologien (z. B. Smartphones oder Tabletcomputer (Tablets)) und ihre Nutzung haben in den letzten zehn Jahren zugenommen. Durch die zunehmende Verbreitung dieser Geräte sind auch Kinder zu einer Zielgruppe von Nutzer*innen geworden (Papadakis et al., 2018). Neben dem reinen Konsumieren bieten digitale Medien auch vielfältige Aspekte zur Förderung der mathematischen Entwicklung von Kindern und eröffnen

die Möglichkeit, traditionelle Probleme im Bildungsbereich anzugehen, insbesondere einen einfachen Zugang zu Bildung für alle Kinder und ihre Familien zu schaffen (Papadakis et al., 2018) und die Qualität der Lernumgebungen zu verbessern (Lee & Choi, 2020). Hervorzuhebende Merkmale digitaler Endgeräte, die diese Möglichkeiten unterstützen, sind ihre Interaktivität, die einfache Nutzung und Zugänglichkeit und die Möglichkeit einer genauen und digitalen Erfassung von Messdaten mit und von den Geräten (Sammelmann et al., 2016). Dies gelingt unter anderem durch den Einsatz mobiler Sensortechnologien (Birtwistle et al., 2022), um beispielsweise valide Daten zur App-Nutzung in Interventionsstudien oder Experimenten zu sammeln.

Der Einsatz von digitalen Technologien im Bildungsbereich der Mathematik ist keine neue Idee. Digitale Geräte werden verwendet, um die Entwicklungsprozesse, das Wissen, das Engagement und das Verständnis von Kindern, Jugendlichen und Studierenden zu fördern (Calder, 2015; Papadakis et al., 2018). Befunde ergaben, dass mit Hilfe digitaler Geräte das Lernen und die Entwicklung von Kindern im Vergleich zu typischen (analogen) Lernsituationen (z. B. im Klassenzimmer) besonders wirksam unterstützt werden konnte (z. B. Calder, 2015). Vor allem der Einsatz und die regelmäßige Nutzung von „pädagogischen“ Applikationen (Apps) als Bildungsinstrument hat sich im frühkindlichen Kontext, zum Beispiel in Kindergärten oder Schulen, sowie in der häuslichen Lernumwelt etabliert (Hirsh-Pasek et al., 2015). Auch als Interventionsinstrument hat der Einsatz von Apps Zustimmung in der Forschungslandschaft erhalten (Berkowitz et al., 2015; Hirsh-Pasek et al., 2015; Papadakis et al., 2018).

Die empirische Evidenz der letzten Jahre verweist in verschiedenen Studien auf positive Zusammenhänge zwischen der Nutzung von Touchscreen-basierten Geräten, digitalen Spielen und den mathematischen Kompetenzen von Kindern (Berkowitz et al., 2015; Dejonckheere et al., 2015; Moyer-Packenham et al., 2016; Papadakis et al., 2021, 2018; Schacter & Jo, 2017; Schaeffer et al., 2018). Besonders im Kontext von Interventionen, die multi-touch-basierte Endgeräte nutzten, wurde deutlich, dass die Mathematikleistungen der Kinder durch den Einsatz von mathematischen Apps gefördert werden konnten (z. B. Outhwaite et al., 2019; Pitchford, 2015), auch für Kinder, die bisher keine Erfahrungen mit digitalen Geräten gesammelt hatten (Lee & Choi, 2020). Des Weiteren wurde berichtet, dass sich eine regelmäßige Nutzung von Lern-Apps einmal in der Woche signifikant positiv auf die mathematischen Lernzuwächse der Kinder auswirkte. Eine höhere Nutzungsintensität (zweimal in der Woche oder mehr) zeigte hingegen keine weitere signifikante Verbesserung oder Verschlechterung der Kompetenzen (Berkowitz et al., 2015). Zudem wurde bei dem Vergleich verschiedener Lerngruppen (Computer vs. Tablet vs. Kontrolle) deutlich, dass die Kinder der Tablet-Gruppe und Computergruppe signifikant bessere Kompetenzen nach der Intervention aufzeigten als die Kinder der Kontrollgruppe, welche eine 30-minütige mathematische „hands-on“ Aufgabe von den pädagogischen Fachkräften erhielten, die sie im regulären Unterricht durchführten. Darüber hinaus schnitten die Kinder der Tablet-Gruppe am besten ab (Papadakis et al., 2018).

Griffith et al. (2019) untersuchten den Einsatz pädagogischer Lern-Apps für Kinder und Familien mit niedrigem SÖS. Ihre Befunde zeigten, dass die Kinder signifikante Fortschritte nach einer dreimonatigen Nutzung der Lern-Apps zu Hause hinsichtlich ihrer mathematischen Fähigkeiten im Vergleich zu der Kontrollgruppe, die gewöhnliche Apps ohne mathematischen Hintergrund erhielten, aufwiesen. Zudem berichteten sie, dass das bewertete akademische Interesse der Eltern durch das gemeinsame Spielen der Lern-Apps mit ihren Kindern im Vergleich zu den Eltern der Kontrollgruppe signifikant zunahm. Die bereitgestellten pädagogischen Lern-Apps wurden gut in den Familien angenommen und bestimmungsgemäß genutzt. Am häufigsten wurden die Apps gemeinsam mit einem Elternteil oder einem Geschwisterkind genutzt. Die Autor*innen schlussfolgerten, dass angesichts der weiten Verbreitung von mobilen Endgeräten – selbst in den einkommensschwächsten Familien – Apps ein vielversprechender Weg sein können, um frühe Leistungsdisparitäten zu schließen oder zu verringern.

Eine Meta-Analyse von Griffith et al. (2020) konnte zudem die Wirksamkeit vom Einsatz (mathematischer) Lern-Apps auf die Fähigkeiten der Kinder anhand von 35 Interventionsstudien bestätigen. Ihre Ergebnisse verdeutlichen, dass die Interventionsgruppen in fast allen Studien bessere mathematische Kompetenzen nach der Intervention aufwiesen als die Kontrollgruppen. Besonders wenn App-basierte Interventionsansätze mit Ansätzen vor Ort (z. B. Trainings im Klassenzimmer) verglichen wurden, zeigten sich signifikant stärkere Kompetenzzuwächse der Kinder, die ein App-basiertes Training durchliefen.

Im Hinblick auf digitale Interventionsstudien im Bereich der häuslichen Lernumwelt gibt es bisher wenig Forschung zur häuslichen mathematischen Lernumwelt im Kontext digitaler Medien (Niklas et al., 2021). Die vorhandenen Befunde verweisen dennoch auf eine positive Unterstützung von Eltern-Kind-Interaktionen oder dem sogenannten „Math-Talk“ durch die Nutzung digitaler Medien und im Besonderen von Apps (De Vries et al., 2021; Griffith & Arnold, 2018; Griffith et al., 2022; Zippert et al., 2019). So berichteten Berkowitz et al. (2015), dass vor allem die Familien von der Nutzung einer App mit mathematischen Geschichten profitierten, in denen die Eltern eher ängstlich dem Thema Mathematik und der Umsetzung von Mathematik in ihren Alltag und die Integration in ihre Interaktionen mit ihren Kindern gegenüberstanden. Griffith und Arnold (2018) analysierten anhand von Beobachtungsdaten Eltern-Kind-Interaktionen in 36 Familien mit Kindern im Vorschulalter während des gemeinsamen Spielens mit Lern-Apps. Dabei verglichen sie die beobachteten Interaktionen während der Nutzung digitaler Instrumente und der Nutzung analoger Instrumente, wie Bücher oder Spiele, im Hinblick auf elterliche Verhaltensweisen (Wärme, Verspieltheit, Engagement der Eltern und Autonomieunterstützung) sowie hinsichtlich ihres Engagements und der Reaktion der Kinder in der Situation. Während der Interaktion mit der App übernahmen eher die Kinder die Führung des Gesprächs als vergleichsweise beim gemeinsamen Lesen und Spielen von Rechenspielen, das eher von den Eltern geleitet wurde. Eine höhere Qualität der elterlichen Verhaltensweisen stand zudem im Zusammenhang mit höherem Engagement der Kinder. Dabei zeigten die Kinder

deutlich negativere Reaktionen (z. B. Frustration, Jammern) während der gemeinsamen App-Interaktionen und positivere Reaktionen (z. B. Lächeln, Begeisterung) während der gemeinsamen Lese- und Mathe-Spiel-Interaktionen.

Im Kontext von Studien, die sich mit dem „Math-Talk“ auseinandersetzten, berichteten Zippert et al. (2019) von einer Zunahme der Eltern-Kind-Interaktionen beim Spielen mit einem App-basierten digitalen Brettspiel. Eltern, die zusätzliche Informationen darüber erhielten, wie sie mit ihren Kindern über Mathematik interagieren können, führten mehr und intensivere mathematikbezogene Gespräche im Vergleich zu Eltern und ihren Kindern, die nur das digitale Mathe-Brettspiel ohne weitere Anweisungen oder Informationen spielten. Dass das Design einer App ebenfalls eine Rolle spielen könnte, wenn es um die Interaktionen von Eltern mit ihren Kindern geht, vermuteten die Autor*innen Griffith und Arnold (2018). In ihrer Studie engagierten und interagierten Eltern weniger hinsichtlich des akademischen Inhaltes, wenn sie ein digitales Gerät erhielten. Vergleichsweise zeigten sich ein höheres Engagement der Eltern und intensivere Interaktionen mit ihren Kindern während des gemeinsamen Lesens in einer klassischen Lesesituation. Als auffällig berichteten die Wissenschaftler*innen, dass die gemeinsam geführten Gespräche während der Nutzung des digitalen Instruments eher auf die Eigenschaften und Möglichkeiten des Gerätes oder der App ausgerichtet waren als auf den mathematikbezogenen Inhalt, der damit vermittelt werden sollte. Die Autor*innen verwiesen auf die Bedeutung des App-Designs, vermuteten aber auch, dass sich Eltern bei der Diskussion akademisch-mathematischer Inhalte im Vergleich zu Themen wie Lesen und Sprache weniger selbstbewusst fühlen, und somit den mathematischen Themenbereich nicht intensiv in die Gespräche mit ihren Kindern einbauen.

In einer Studie von Cohn et al. (2023) wurden keine Tablets, sondern Mobiltelefone als leicht zugängliche Interventionsinstrumente eingesetzt, um das gemeinsame Lernen von Eltern und Kindern zu Hause während der Covid-19-Pandemie zu unterstützen. Vier kurze Videos wurden den Eltern über die Messenger-App WhatsApp zur Verfügung gestellt, in denen es um die Bedeutung der häuslichen Lernumwelt, das Spielen mit Bausteinen, Zählspiele und die Förderung des dialogischen Lesens ging. Außerdem wurden ihnen Materialien, wie Bauklötze oder ein Buch, nach Hause geschickt. Die Auswertung der Fragebogen legte nahe, dass in der Interventionsgruppe keine signifikanten Veränderungen im Hinblick auf die Einschätzung der Skala der „Bedeutsamkeit von Mathematik“ festgestellt werden konnten. Auch der Vergleich der Skalen „Messen“ und „Zählen“ zeigte über die Zeit der Intervention hinweg keine signifikanten Veränderungen, weder für die Interventions- noch für die Kontrollgruppe. In der Interventionsgruppe wurde jedoch ein signifikanter Anstieg der Mittelwerte für die Skalen „Messen“ und „Zählen“ festgestellt.

Demnach zeigen die aktuellen Befunde sowohl zu analogen als auch zu digitalen Interventionsstudien, dass sich diese zum einen positiv auf die frühkindliche Entwicklung mathematischer Kompetenzen auswirken können, zum anderen aber auch anhand gezielter Formate die Qualität

der HNE und die Eltern-Kind-Interaktionen in den Familien unterstützen konnten. Dennoch bedarf es weiterer Studien besonders hinsichtlich erfolgreicher Unterstützungsmöglichkeiten der HNE im digitalen Kontext im Hinblick auf die berichteten inkonsistenten Ergebnisse der aktuellen Forschungslandschaft (Cohrssen et al., 2023). Darüber hinaus wird deutlich, dass Kinder digitalen Technologien ein deutliches Interesse gegenüber bringen, nicht nur in spielerischer Hinsicht, sondern auch, wenn es um gezielte Lerninhalte geht (z. B. Cahoon et al., 2017).

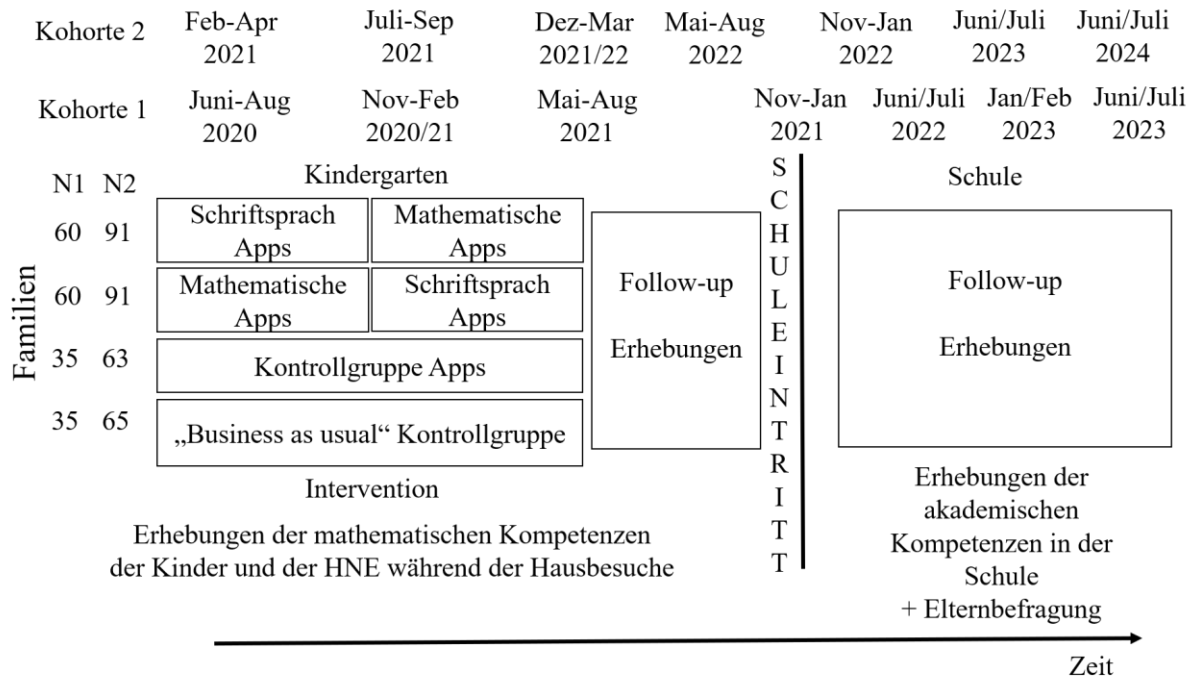
2.7.3 „Learning4Kids“

Die zuvor erläuterten theoretischen Rahmungen sowie Konzeptualisierungen und empirischen Variablen finden sich in der in diesem Abschnitt vorgestellten „Learning4Kids“-Studie wieder (Niklas et al., 2020). An dieser Stelle wird ein kurzer Einblick in die Studie, welche die Basis aller vorliegenden Artikel ist, gegeben. Dabei werden der Hintergrund der Studie, die verschiedenen erhobenen Variablen, ihre Konzepte und Messinstrumente sowie das Studienziel und die Fokussierung auf die mathematische Interventionsgruppe im Rahmen dieser Arbeit erläutert und dargestellt.

Die für die vorliegende Dissertation entstandenen Artikel basieren auf Daten der ersten beiden Messzeitpunkte von insgesamt sieben Messzeitpunkten der fünfjährigen Längsschnittstudie (Projektlaufzeit 03/2019 – 01/2025) „Learning4Kids“ der Ludwig-Maximilians-Universität München (LMU) (Niklas et al., 2020; 2022). Die „Learning4Kids“-Studie wird von der Europäischen Union im Rahmen des ERC-Starting Grant gefördert und wurde von verschiedenen Institutionen (Europäische Ethikkommission, Ethikkommission der Fakultät für Psychologie und Pädagogik der LMU, Referat für Bildung und Sport der Stadt München sowie dem bayerischen Kultusministerium) genehmigt. Sie wird von Herrn Prof. Dr. Frank Niklas am Lehrstuhl für pädagogische Psychologie und empirische Pädagogik der LMU geleitet. Dieses Projekt erfasst über einen Zeitraum von vier Jahren (1,5 Jahre vor Schuleintritt bis zum Ende der 2. Klasse) die mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen der Kinder im Zusammenhang einer digitalen Intervention, welche die Nutzung von Tablets mit spezifischen Lern-Apps vorsieht. Aufgrund der Covid-19-Pandemie musste der ursprüngliche Plan, $N = 500$ Kinder von Beginn an zu rekrutieren und über diesen Zeitraum zu begleiten, geändert werden und es entstand ein Zwei-Kohorten-Design (s. Abbildung 4).

Abbildung 4

Zwei-Kohorten-Design und Zeitplan der „Learning4Kids“-Studie (Niklas et al., 2022, S. 3)

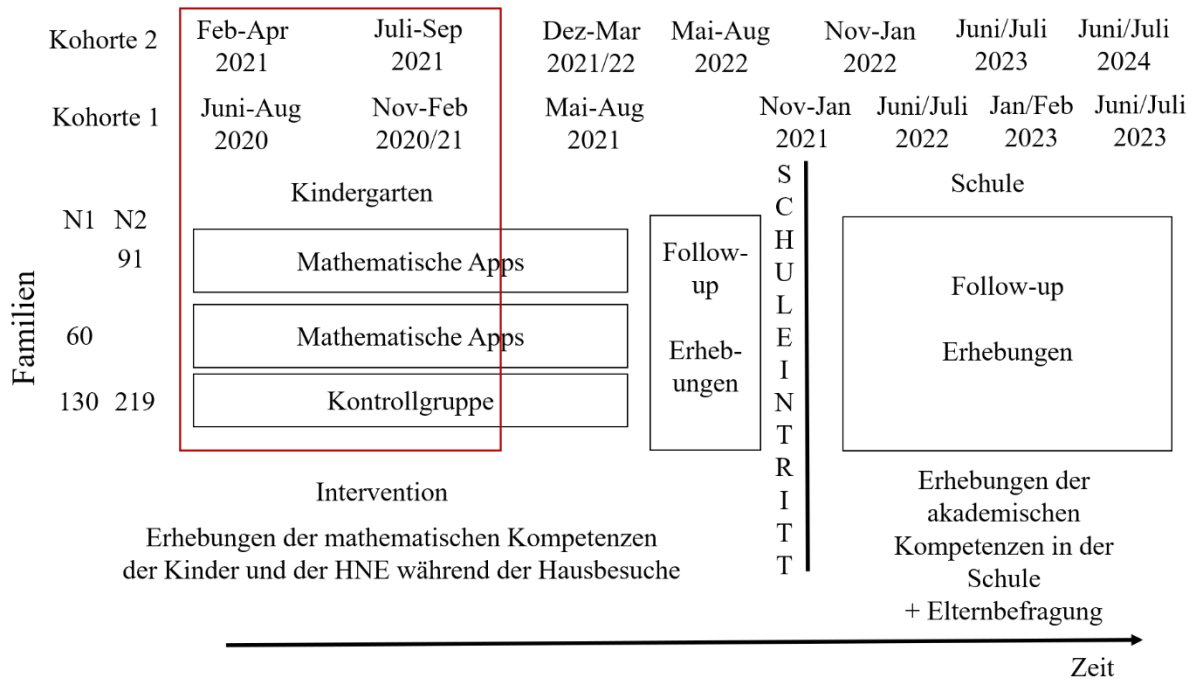


Die erste Kohorte startete im Sommer 2020, die zweite Kohorte (mit jüngeren Kindern) zu einem späteren Zeitpunkt zu Beginn des Jahres 2021 (Niklas et al., 2020). Im Rahmen dieser Arbeit wurde sich nur auf den Erwerb mathematischer Kompetenzen der Kinder konzentriert; daher wurden nur diejenigen Kinder als Interventionskinder berücksichtigt, die eine mathematische Intervention erhielten – alle anderen Kinder wurden (unabhängig von ihrer ursprünglichen Zuteilung) als „Kontrollgruppe“ behandelt (s. Verändertes mathematisches Zwei-Kohorten-Design in Abbildung 5). Folglich wird des Weiteren nur die veränderte Zusammensetzung beschrieben.

Abbildung 5

Verändertes mathematisches Zwei-Kohorten-Design und Zeitplan der „Learning4Kids“-Studie

(in Anlehnung an Niklas et al., 2022)



Anmerkung. Der rote Rahmen markiert die Messzeitpunkte, auf denen die Analysen der empirischen Forschungsartikel basieren.

Die ersten Familienbesuche wurden vor Beginn der Tablet-Interventionsphase durchgeführt. Die Familien der ersten Kohorte wurden zum ersten Mal im Sommer 2020 und erneut im Winter 2020/2021 besucht. Die ersten Erhebungen der zweiten Kohorte fanden im Februar bis April 2021 statt und wurden etwa sechs Monate später ein zweites Mal mit den Kindern durchgeführt (s. Abbildung 5). Aufgrund der Covid-19-Pandemie und sich dadurch verschobenen Erhebungsterminen konnten nicht alle Kinder wie geplant nach 168 Tagen besucht werden. Daher wurde die genaue Zeit zwischen dem ersten und dem zweiten Besuch für beide Kohorten als Kontrollvariable berechnet (s. Artikel 3, Abschnitt 5.3).

Die Stichprobe bestand aus insgesamt $N = 500$ Kindern. In der ersten Kohorte wurden $n_1 = 60$ und in der zweiten Kohorte $n_2 = 91$ Kinder anhand eines randomisierten Verfahrens der Interventionsgruppe zugewiesen. Demnach befanden sich insgesamt (beide Kohorten berücksichtigend) in der für diese Arbeit fokussierten mathematischen Interventionsgruppe $n = 151$ Kinder und in der Kontrollgruppe $n = 349$ Kinder (s. Abbildung 5). Die Familien der Interventionsgruppe erhielten einen Tablet-Computer (Tablet) mit spezifischen Lern-Apps zu frühen mathematischen Kompetenzen wie beispielsweise ersten Zählfähigkeiten, dem Erlernen von Zahlen oder auch ersten Rechenaufgaben. Gleichzeitig wurden über das Gerät digitale Informationen

für die Eltern über die Entwicklung und Förderung früher mathematischer Kompetenzen von Kindern bereitgestellt. Zu Beginn der Intervention erschienen fünf Lern-Apps auf dem Tablet, die Inhalte zu mathematischen Basisfähigkeiten enthielten (für einen inhaltlichen Überblick über die Apps zur Förderung mathematischer Kompetenzen, s. Abschnitt 5.3, Artikel 3, Appendix Table 1). Anschließend installierten sich in jedem folgenden Monat (ca. drei bis fünf) weitere Lern-Apps, sodass im fünften und letzten Monat insgesamt 18 Lern-Apps zur Verfügung standen. Die einzelnen Apps folgten einem adaptiven Leveldesign, das mit sehr einfachem Schwierigkeitsgrad begann und sich über die Zeit hinweg allmählich zu einem anspruchsvolleren Niveau steigerte. Ein ähnlicher zeitlicher Rhythmus wurde auch für die Bereitstellung der Elterninformationen gewählt. Einmal im Monat wurde eine neue Elterninformation auf dem Tablet freigeschaltet

Alle entwickelten Lern-Apps zielten darauf ab, die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen zu unterstützen. Die Entwicklung der Apps folgte dem theoretischen Rahmen von Hirsh-Pasek et al. (2015). Zunächst verweisen die Autor*innen darauf, dass die Etikettierung einer App, beispielweise im App-Store, mit dem Wort „pädagogisch“ nicht immer automatisch mit Inhalten einhergehen, die als angemessen, unterstützend und sinnvoll für Kinder beschrieben werden können. Im Hinblick auf diese Schieflage der Verwendung des Wortes „pädagogisch“ im Kontext digitaler Lerninstrumente (besonders im Hinblick auf Apps) entstanden in den letzten Jahren verschiedene theoretische Rahmungen, die zusammenfassen, was eine pädagogisch wertvolle App enthalten soll (Hirsh-Pasek et al., 2015; Kolak et al., 2021; Papadakis et al., 2020). Nach Hirsh-Pasek et al. (2015) lernen Kinder anhand einer digitalen App dann am besten, wenn diese sie kognitiv beschäftigt und aktiviert, das Lernerlebnis als sinnvoll und sozial interaktiv empfunden wird und wenn die App zudem ein bestimmtes Lernziel verfolgt. Die in der „Learning4Kids“-Studie entwickelten Apps orientieren sich an diesen fünf Bestandteilen: aktivierend, kognitiv engagierend, sinnvoll, sozial interaktiv und mit einem Lernziel versehen (engl. active, engaged, meaningful, socially interactive).

Die thematische Ausrichtung der Apps konzentrierte sich dabei zum einen auf mathematische Basisfähigkeiten, wie beispielsweise erstes Zählen, Nachfahren und Sortieren von Zahlen, einem ersten Lernen der Zahlwörter, aber auch auf komplexere Fähigkeiten wie beispielsweise dem Lernen der Uhr und dem Erlernen erster Messfähigkeiten. In den Apps wurden verschiedene Darstellungen von Zahlenwerten, wie arabische Zahlen, Punkte, Würfel oder Finger, verwendet. Außerdem wurden die Zahlen, die während der App-Nutzung angetippt wurden, immer verbalisiert (ausschließlich in deutscher Sprache in Vorbereitung auf das deutsche Schulsystem). Die inhaltliche Ausrichtung lehnt sich an Forschungsbefunde zum frühen Erwerb mathematischer Kompetenzen und ihre Prädiktoren an und greift verschiedene Vorläuferkompetenzen wie beispielsweise erstes Zählen oder die Bestimmung von Zahlenfolgen vorwärts und rückwärts heraus (Endlich et al., 2017; Nguyen et al., 2016; Passolunghi & Lafranchi, 2012).

Die digitalen Elterninformationen wurden ebenfalls auf dem Studien-Tablet über einen PDF-Reader (MuPDF-App) bereitgestellt. Zusätzlich zu den monatlichen Elterninformationen erhielten die Eltern wöchentliche Tipps, wie sie sich mit ihren Kindern zu Hause mit Mathematik und der Umsetzung im Alltag beschäftigen können. Dabei wurden zum Beispiel Themen wie Mathematik und Zahlen im Alltag und Eltern als Vorbilder besprochen (s. Niklas et al., 2020; s. auch eine Übersicht in Wirth, Birtwistle et al., 2022; s. Abschnitt 5.3, Artikel 3, Appendix Table 2).

In Anlehnung an die Empfehlungen von Gearing et al. (2011) zur „Intervention Fidelity“ wurden zu Beginn eine umfassende Testleitereinweisung für alle Teammitglieder und Forschungsassistent*innen sowie detaillierte Interventionsprotokolle bereitgestellt. Außerdem erhielten die Eltern Leitlinien zur Verwendung der Geräte und dazu, wo sie bei Bedarf Unterstützung finden konnten. Gleichzeitig wurden die Nutzungszeiten aller Apps über eine App auf dem Tablet („Phone study app“, PSA) mit Hilfe von Mobile Sensing aufgezeichnet (Birtwistle et al., 2022; Niklas et al., 2022). Die PSA wurde zudem als Belohnungssystem für die Kinder eingesetzt. Nach jeweils 30 Minuten App-Nutzungszeit erschien eine neue Belohnung (ein virtueller Tieraufkleber auf einer Weltkarte), wobei innerhalb von 24 Stunden maximal zwei Aufkleber erreicht werden konnten.

Die mathematischen Kompetenzen der Kinder wurden anhand von verschiedenen standardisierten Testverfahren erfasst (s. für eine Übersicht Niklas et al., 2020). Dies waren unter anderem der MARKO-S Test (Ehlert et al., 2020) bestehend aus 21 Items zu den Themen Kardinalität, Zahlen, Zahlenteilung, Ordnungszahlenbalken sowie Inklusion und Relationen. Außerdem wurde eine adaptierte Version des standardisierten MBK-0 (Krajewski, 2018) verwendet. Hier wurden die Additions- und Subtraktionsfähigkeiten der Kinder getestet. Zudem wurden anhand mehrerer Untertests des „Würzburger Vorschultests: Erfassung von schriftsprachlichen und mathematischen (Vorläufer-) Fähigkeiten und sprachlichen Kompetenzen im letzten Kindergartenjahr“ (WVT) (Endlich et al., 2017) weitere mathematische Kompetenzen, wie Zahlenfolgen vorwärts, Zahlenfolgen rückwärts, Wissen über Zahlendarstellungen und Zahlensymbole, erhoben.

Neben den kindlichen mathematischen Kompetenzen wurden darüber hinaus die HNE der Familien, die Überzeugungen der Eltern (nur in Kohorte 2, s. Niklas et al., 2022) sowie familiäre Charakteristika erfasst. In diesem Zusammenhang wurden die Eltern mit Hilfe eines Fragebogens gebeten, häusliche Aktivitäten im Rahmen der formellen und informellen HNE zu berichten. Des Weiteren wurden sie zu ihren Überzeugungen hinsichtlich Mathematik befragt. Dieser Fragebogen enthielt Fragen zu ihrer eigenen mathematischen Selbstwirksamkeit sowie zu Geschlechterstereotypen im Hinblick auf Mathematik und die Einschätzung der Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause (für eine Übersicht s. Abschnitt 5.2, Artikel 2, Appendix

Table S4). Überdies beantworteten die Eltern weitere Fragen zu Charakteristika, die ihre Kinder, die Familie oder sie selbst betrafen, beispielsweise Fragen zum Alter und Geschlecht der Kinder, zum Einkommen oder dem Beruf der Eltern (Niklas et al., 2020).

Im Rahmen der Erfassung des SÖS der Familien wurde neben der Verwendung eines globalen SÖS-Maßes (zusammengesetzt aus Einkommen, Bildungshintergrund und Prestige) zusätzlich eine Unterscheidung des berichteten Bildungshintergrundes der Eltern zwischen den erlernten und aktuellen MINT- und Nicht-MINT-Berufen der Eltern vorgenommen. Diese Unterscheidung bietet eine weitere Möglichkeit, die Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen von Kindern zu untersuchen und adressiert eine bisher vorhandene Forschungslücke (s. Abschnitt 5.1). Als erlernte Berufe der Eltern werden die Berufe bezeichnet, welche die Eltern während eines Studiums oder einer Ausbildung erlernt haben und schließen die dort erworbenen Fähigkeiten mit ein. Unter dem aktuellen Beruf der Eltern wird der Beruf oder die Tätigkeit verstanden, den die Eltern zum Zeitpunkt der Befragung aktiv ausübten. Dies muss jedoch nicht bedeuten, dass sie ein abgeschlossenes Studium oder eine Ausbildung für diese Tätigkeit erlernt haben. Die Idee einer solch dezidierten Unterscheidung stützt sich auf frühere Berichte (Bott et al., 2010), die darauf hinweisen, dass in Deutschland im Jahr 2005 52% der im MINT-Bereich tätigen Personen tatsächlich als MINT-Fachleute ausgebildet waren, während 36% der in MINT-bezogenen Berufen tätigen Personen nicht im MINT-Bereich spezialisiert waren. Folglich haben über ein Drittel der Personen, die in MINT-Berufen tätig sind, keine MINT-bezogenen Fächer erlernt oder spezifische Fähigkeiten durch eine Ausbildung erworben. Diese Zahlen unterstreichen die Notwendigkeit einer Differenzierung zwischen den erlernten und den aktuellen Berufen der Eltern. Folglich können der elterliche Beruf und die Differenzierung zwischen dem erlernten und aktuellen Beruf als spezifische Aspekte des SÖS vielversprechende Prädiktoren für die frühkindliche Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern sein.

3. Leitende Forschungsfragen

Die vorliegende Dissertation verfolgt das Ziel, einen Beitrag zur aktuellen Forschungslage und deren Weiterentwicklung hinsichtlich der Zusammenhänge zwischen der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern, der HNE und verschiedenen familiären Einflussfaktoren zu leisten. Darüber hinaus wird angestrebt, einen Beitrag zur Diskussion um geeignete nachhaltige Interventionsansätze zur Förderung der HNE sowie den frühkindlichen mathematischen Kompetenzen zu erbringen, der in dieser Arbeit im Kontext digitaler Unterstützungsmöglichkeiten diskutiert wird.

Daraus ergeben sich die folgenden leitenden Forschungsfragen, die im Rahmen von drei Artikeln untersucht wurden:

1. Welche spezifischen familiären Faktoren (MINT-Beruf der Eltern, mathematische Überzeugungen der Eltern) stehen im Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder und der HNE der Familien?
2. Inwiefern lässt sich die Entwicklung frühkindlicher mathematischer Kompetenzen und die HNE der Familien im Rahmen einer digitalen Intervention unterstützen?

Geht es um den Einfluss spezifischer familiärer Hintergrundmerkmale verweisen Elliott und Bachman (2018) darauf, dass besonders im Hinblick auf die Zusammenhänge zwischen spezifischen Aspekten des SÖS, der HNE und dem frühen mathematischen Kompetenzerwerb von Kindern eine Forschungslücke besteht. Dabei wird deutlich, dass besonders Kinder mit niedrigem SÖS geringere Kompetenzen vorweisen und gleichzeitig eine geringere Qualität der HNE in Familien mit niedrigerem SÖS vorzufinden ist (Bradley & Corwyn, 2002; Gasteiger & Moeller 2021). Um diese Unterschiede in den Entwicklungsverläufen der Kompetenzen der Kinder oder der HNE zu erklären, wird häufig auf ein globales Konstrukt des SÖS zurückgegriffen (Dearing et al., 2012; DeFlorio & Beliakoff, 2015), obgleich die Frage im Raum steht, ob möglicherweise einzelne Aspekte stärker oder weniger stark die Kompetenzentwicklung der Kinder beeinflussen. Daran anlehnend wurden Empfehlungen abgeleitet, sich dezidiert mit einzelnen Facetten des SÖS auseinanderzusetzen und diese im Hinblick auf den Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder und der HNE zu überprüfen (Elliott & Bachman, 2018; Hornburg et al., 2021). Vor diesem Hintergrund geht der erste Artikel der vorliegenden Arbeit auf eine spezifische Facette des SÖS, den Beruf der Eltern, ein, greift diesen heraus und untersucht dessen Einfluss auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter und die HNE der Familien. Dabei waren besonders die Unterscheidung zwischen Eltern mit einem MINT-Beruf und Eltern mit keinem MINT-Beruf sowie die Unterteilung zwischen der erlernten und aktuell ausgeübten Tätigkeit von Interesse. Die frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder, die HNE sowie der Beruf der Eltern wurden zunächst deskriptiv abgebildet und ihre bivariaten Zusammenhänge wurden in einem ersten Schritt überprüft. Darüber hinaus wurde ein „structural equation model“ (SEM) erstellt, das die Wirkzusammenhänge der

einzelnen Facetten anhand latenter Konstrukte darstellt. Besonders durch die explizite Unterscheidung der einzelnen Facetten lassen sich neue interessante Erkenntnisse erzielen, die eine mögliche Erklärung bieten, weshalb Kinder bereits vor Schuleintritt unterschiedlich starke mathematische Kompetenzen entwickeln. Darüber hinaus geben die Ergebnisse des ersten Artikels einen Einblick in die Zusammenhänge des elterlichen Berufshintergrundes und der häuslichen mathematischen Anregung sowie dem Zusammenspiel mit der Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder und leisten einen Beitrag zur Differenzierung des SÖS im empirischen Bildungskontext.

Neben Aspekten des SÖS verweisen del R o et al. (2017) auf ein weiteres Desiderat im Kontext der Wirkzusammenhänge von mathematischen Kompetenzen und der HNE. Nach Aussage der Autor*innen wurden bisher die Unterschiede zwischen Müttern und Vätern hinsichtlich ihrer häuslichen mathematischen Anregung sowie ihren mathematischen Überzeugungen und dem Einfluss auf die Kompetenzentwicklung der Kinder nicht hinreichend untersucht (del R o et al., 2017). Die Berücksichtigung dieser weiteren familiären Faktoren (mathematische Überzeugungen und HNE) soll zu einem ganzheitlicheren Bild verschiedener Einflussfaktoren und deren Zusammenhang mit den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder beitragen. Dafür wurden in einem zweiten Artikel die mathematischen Überzeugungen der Eltern herausgegriffen und bezüglich der genannten Aspekte analysiert. Erste Erkenntnisse bestehender Forschungsarbeiten zeigen auf, dass sich Unterschiede hinsichtlich der mathematischen Überzeugungen und der häuslichen mathematischen Anregung zwischen Müttern und Vätern finden lassen (del R o et al., 2017, 2019) und dass diese teilweise auch mit dem Geschlecht der Kinder assoziiert zu sein scheinen (del R o et al., 2020; Tomasetto et al., 2015). Demnach erfahren Mädchen und Jungen unterschiedliche mathematische Anregung zu Hause durch ihre Eltern. Im Rahmen der „Learning4Kids“-Studie ist es gelungen, 160 Eltern-Kind-Dyaden zu erheben, in denen die Antworten beider Elternteile (Mutter und Vater) und die Kinderdaten enthalten waren. Die erfassten Dyaden waren Hauptfokus der Analysen in einem zweiten Artikel, der die daraus entstandenen Ergebnisse zusammenfasst. Neben der Analyse möglicher Unterschiede zwischen Müttern und Vätern und dem Zusammenhang mit dem kindlichen Geschlecht wurde das verwendete Erhebungsinstrument auf seine Messinvarianz geprüft und damit die Frage gestellt, ob sich Überzeugungen und die häusliche Anregung von Müttern und Vätern mit Hilfe derselben Instrumente überhaupt vergleichbar erfassen lassen oder ob es einer Veränderung bestehender Instrumente bedarf. Die Überprüfung dieser Forschungsfragen wurde mit Hilfe von Analysen zur Messinvarianz, t-tests sowie SEMs durchgeführt, die als Ziel hatten, ein einheitliches Gesamtbild des Zusammenspiels der einzelnen Facetten abzubilden (s. Abschnitt 5.2, Artikel 2, Figure 1). Die beiden ersten beschriebenen Artikel versuchen sich anhand neuer Erkenntnisse der ersten leitenden Forschungsfrage anzunähern und diese in den aktuellen Forschungsdiskurs einzubetten.

Daran anschließend bearbeitet der dritte Artikel die zweite leitende Forschungsfrage der vorliegenden Arbeit und versucht diese anhand empirischer Ergebnisse zu erörtern. Obgleich die explizite Förderung früher mathematischer Kompetenzen anhand von Interventionen, auch digitaler Art, in verschiedenen Arbeiten bereits untersucht wurde (Berkowitz et al., 2015; Cohrsen & Niklas, 2019; Zippert et al., 2019), verweisen Niklas et al. (2021) darauf, dass besonders im Hinblick auf die Wirksamkeit digitaler Unterstützung der HNE, die direkt mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zusammenhängt (Niklas & Schneider, 2014), die Forschungsgrundlage rar ist. Die Auseinandersetzung mit einer digitalen Intervention und ihrem Einfluss auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern, im Speziellen aber den Einfluss auf die Qualität der HNE, ermöglicht einen Einblick in ihr Zusammenspiel und eröffnet neue Perspektiven. Dies soll ein vertieftes Verständnis über die Entwicklung kindlicher mathematischer Kompetenzen sowie die HNE schaffen, um geeignete Förderkonzepte entwickeln zu können, um somit einen nachhaltigen Beitrag zur Entwicklung der Kinder beizutragen. Anhand von Varianzanalysen mit Messwiederholung sowie Regressionsanalysen wurde der beschriebene Interventionsansatz und seine Wirksamkeit untersucht und evaluiert. Nachfolgend wurden aus den gewonnenen Ergebnissen mögliche Hinweise für zukünftige Forschung und Praxis abgeleitet.

Diese Dissertation adressiert und diskutiert die zuvor beschriebenen Forschungslücken im Rahmen der drei genannten Artikel (für eine Zusammenfassung s. Abschnitt 4). Auf der Grundlage der Daten beider Kohorten der längsschnittlich angelegten „Learning4Kids“-Studie leistet die vorliegende Arbeit einen Beitrag zu neuen Erkenntnisgewinnen in der Frage nach familiären Einflussfaktoren und ihre Zusammenhänge mit der kindlichen Entwicklung mathematischer Kompetenzen sowie der HNE der Familien, zeigt gleichzeitig auf, welche Unterstützungsansätze an dieser Stelle wirksam sein können, und diskutiert diese kritisch.

4. Zusammenfassung der empirischen Forschungsartikel

Der folgende Abschnitt fasst die drei in dieser Dissertation in englischer Sprache verfassten Artikel zusammen. Eine erweiterte Diskussion der Ergebnisse dieser Artikel findet sich in Abschnitt 6.

Artikel 1: Parental (STEM) Occupations, the Home Numeracy Environment and Kindergarten Children's Numerical Competencies

Der SÖS gilt neben Aspekten wie der HNE als ein entscheidender Faktor, wenn es um die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern geht (Elliott & Bachman, 2018). Besonders der Einfluss einzelner Facetten des SÖS wird in der aktuellen Forschungsliteratur diskutiert und die konkrete Auseinandersetzung mit diesen fokussiert. Dies geschieht vor allem vor dem Hintergrund, dass die frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern bereits vor Schuleintritt eine entscheidende Rolle für die späteren schulischen Leistungen spielen (Duncan et al., 2007).

Anhand von Daten der beiden ersten Messzeitpunkte der ersten Kohorte der längsschnittlich angelegten Studie „Learning4Kids“ analysiert dieser Artikel den Einfluss der Berufe der Eltern auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder. Dabei wird zwischen MINT- und Nicht-MINT-Berufen sowie zwischen erlernten und aktuell ausgeführten Tätigkeiten unterschieden und so ein spezifischer Aspekt des SÖS erfasst, um zu verstehen, ob die elterlichen Berufe mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zusammenhängen und ob ein solcher Zusammenhang mit der HNE in Verbindung steht. Dazu wurden Daten aus einer Stichprobe von $N = 190$ Kindern ($M_{\text{Alter}} = 63.58$ Monate; $SD = 4.41$) zu zwei Messzeitpunkten untersucht. Anhand von standardisierten Testverfahren (MARKO-S, Ehlert et al., 2020; MBK-0, Krajewski, 2018; WVT, Endlich et al., 2017) wurden die frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder erhoben. Die HNE wurde mit Hilfe eines Fragebogens erfasst, den die Eltern während der Durchführung der Erhebungen ausfüllten. Der Fragebogen enthielt Fragen zu formellen und informellen Aspekten der HNE (z. B. „Wie häufig sprechen Sie mit Ihrem Kind über Maßeinheiten (z. B. über Gewicht, Temperatur oder Geschwindigkeit)?“). Des Weiteren wurden Charakteristika der Eltern und Kinder erfasst wie beispielsweise der Beruf der Eltern oder das Alter des Kindes. Hier wurden sowohl der erlernte Beruf als auch die aktuelle Tätigkeit erfragt. Diese wurden anschließend von zwei unabhängigen Wissenschaftler*innen nach den „Aggregatbestimmung MINT-Berufe“ und den „Aggregatbestimmung Ingenieurberufe“, die auf der „Klassifikation der Berufe von 2010 (KldB)“ der Agentur für Arbeit basieren, kategorisiert (Bundesagentur für Arbeit, 2013, 2017). Wurde bei mindestens einem Elternteil der Berufshintergrund der Kategorie MINT zugewiesen, wurde der Berufshintergrund der Eltern mit MINT kodiert. Die Daten wurden anhand einer bivariaten Korrelationsanalyse (Pearson's r) und Cross-Lagged Modellen analysiert, um die Vorhersage der mathematischen Kompetenzen der Kinder durch

ein globales Maß der HNE und der elterlichen MINT- bzw. Nicht-MINT-Berufe zu untersuchen.

Die korrelativen Ergebnisse zeigen einen signifikanten Zusammenhang zwischen dem erlernten Beruf der Eltern und den mathematischen Kompetenzen der Kinder. Der aktuelle Beruf der Eltern war jedoch nicht signifikant mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder assoziiert. Außerdem wurden signifikante Zusammenhänge zwischen dem erlernten bzw. aktuellen Beruf der Eltern und der HNE zum ersten Messzeitpunkt in den Korrelaten sichtbar. Die HNE und die mathematischen Kompetenzen der Kinder zeigen zu beiden Messzeitpunkten einen signifikanten positiven Zusammenhang. Ein detaillierterer Blick auf die mit Hilfe der Cross-Lagged Modelle latent modellierten Variablen zeigt jedoch, dass der erlernte Beruf der Eltern ausschließlich die mathematischen Kompetenzen der Kinder vorhersagt, jedoch nicht mit der HNE zusammenhängt. Für den aktuellen MINT-Beruf der Eltern hingegen wurde ein direkter Zusammenhang zu der häuslichen mathematischen Lernumwelt gefunden; dieser war jedoch nicht direkt mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder assoziiert. Die autoregressiven Pfade des Modells verdeutlichen, dass die Qualität der HNE und die Kompetenzen der Kinder über beide Messzeitpunkte hinweg stabil blieben. Zudem ließ sich ein direkter Effekt von der HNE zum ersten Messzeitpunkt auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder zum ersten Messzeitpunkt feststellen.

Folglich zeigen diese Ergebnisse, dass spezifische Facetten des SÖS und nicht ausschließlich ein globales Maß mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder in Verbindung stehen. Eine stärkere Konzentration auf spezifische Unterschiede von Familienmerkmalen und ihre potenziellen Auswirkungen auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder sowie die HNE der Familien scheint demnach sinnvoll zu sein. Ein Grund für die gefundenen Unterschiede könnte in weiteren beeinflussenden Faktoren wie den Überzeugungen der Eltern liegen. Haben diese eine MINT-Tätigkeit erlernt, bringen sie möglicherweise auch entsprechende Fähigkeiten mit, zum anderen auch eine positivere Einstellung gegenüber dem MINT-Bereich, die sich positiv auf die kindliche Entwicklung auswirken könnte. Als Limitation der Studie ist zu nennen, dass keine weiteren Kontrollvariablen in diesem Modell betrachtet wurden und mögliche andere Aspekte zusätzlich die gefundenen Zusammenhänge erklären könnten. Eine genauere Betrachtung anderer Facetten (z. B. Einkommen, Bildungshintergrund) des Konstruktes des SÖS und ihrem Wechselspiel in zukünftigen Arbeiten würde weitere Aufschlüsse über die Bedeutsamkeit des Berufes der Eltern und seinen Wirkmechanismen im Hinblick auf die häusliche mathematische Anregung sowie die frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern ermöglichen.

Artikel 2: Associations Between Children's Numeracy Competencies, Mothers' and Fathers' Mathematical Beliefs and Numeracy Activities at Home

Die Wirkzusammenhänge zwischen den mathematischen Überzeugungen von Eltern, ihrer mathematischen Lernumwelt, die sie ihren Kindern bereiten, und den kindlichen mathematischen Kompetenzen sind bislang nicht hinreichend untersucht worden (Sonnenschein et al., 2012; Susperreguy, Douglas et al., 2020). Insbesondere wurden diese Zusammenhänge nur in wenigen Studien explizit getrennt für Mütter und Väter untersucht (del Río et al., 2017, 2019). Der zweite Artikel dieser Dissertation untersuchte die mathematischen Geschlechterstereotype, die Selbstwirksamkeit und die Überzeugungen zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause von Müttern und Vätern und ihren Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder und der HNE anhand einer Stichprobe von $N = 160$ Kindern ($n = 80$ Mädchen) mit einem Durchschnittsalter von $M = 59.15$ Monaten ($SD = 4.05$).

Hierfür wurde neben den in Artikel 1 und Abschnitt 2.7.3 beschriebenen standardisierten Testverfahren und dem Elternfragebogen zur HNE ein zusätzlicher Abschnitt hinsichtlich der mathematischen Überzeugungen der Eltern dem Elternfragebogen hinzugefügt (s. auch Niklas et al., 2022). Dieser enthielt Fragen zu mathematischen Geschlechterstereotypen, der mathematischen Selbstwirksamkeit der Eltern sowie den Überzeugungen zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause (s. Abschnitt 5.2, Artikel 2, Appendix Table S4). Zur Erfassung beider Elternteile wurde an das zweite Elternteil, welches nicht den Hauptfragebogen während der Erhebung ausgefüllt hat, ein Fragebogen entweder in Papierform zu Hause vor Ort oder ein QR-Code/Link ausgegeben. Dadurch war es auch nach Beendigung des Familienbesuches möglich den ausgefüllten Fragebogen von beiden Elternteilen zu erhalten, unabhängig davon ob beide Elternteile während der Erhebung präsent waren. Da besonders die Unterschiede zwischen Müttern und Vätern bislang wenig untersucht wurden, wurden die erfassten Konstrukte zuerst anhand einer „multiple-group confirmatory factor analysis“ (MGCFA) analysiert und anschließend auf ihre Messinvarianz überprüft, um mit Hilfe von t-tests, sowie einem „multiple-group structural equation model“ (MGSEM) die Unterschiede und Zusammenhänge der verschiedenen Variablen zu analysieren.

Die erhobenen Konstrukte wiesen in den Analysen nur eine konfigurale Messinvarianz auf. Dies macht deutlich, dass die Ergebnisse von Müttern und Vätern nicht hinsichtlich ihrer Mittelwerte verglichen werden können. Trotzdem scheinen die eingesetzten Fragebogenkonstrukte die gleichen Faktorstrukturen zwischen Müttern und Vätern zu erfassen. Aufgrund dessen wurde mit den geplanten Vergleichen fortgefahren, diese Einschränkung wurde jedoch als entsprechende Limitation kritisch diskutiert. Die deskriptiven Ergebnisse zeigen, dass sowohl Väter als auch Mütter Jungen für mathematisch kompetenter als Mädchen hielten. Väter dokumentierten im Vergleich zu Müttern eine größere mathematische Selbstwirksamkeit über sich selbst. Darüber hinaus verdeutlichte das MGSEM, dass bei den Müttern nur ihre Selbstwirk-

samkeit, jedoch keine andere Überzeugungsfacette positiv mit der Häufigkeit der durchgeführten mathematischen Aktivitäten zu Hause assoziiert war. Für die Väter wiederum hängt nur ihre Überzeugung zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause mit ihrer tatsächlich umgesetzten Häufigkeit mathematischer Aktivitäten positiv zusammen, welche gleichzeitig direkt die mathematischen Kompetenzen der Kinder vorhersagt. Zudem zeigen sich verschiedene Zusammenhänge zwischen den erhobenen Überzeugungsfacetten sowohl bei Müttern als auch bei Vätern (s. Abschnitt 5.2, Figure 2). Das Geschlecht der Kinder hatte keinen signifikanten Einfluss auf die untersuchten Studienvariablen.

Die nicht invarianten Konstrukte und die unterschiedlichen Ergebnisse führen zu verschiedenen Fragen, die in zukünftigen Arbeiten adressiert werden sollten. Somit lässt sich aus den Ergebnissen ableiten, dass bestehende Skalen zur Bewertung der elterlichen Überzeugungen und häuslicher mathematischer Aktivitäten einer Überarbeitung bedürfen, um zukünftig die Unterschiede zwischen Müttern und Vätern und deren potenzielle Zusammenhänge mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zu untersuchen. Die Ergebnisse verdeutlichen zudem, dass es möglicherweise relevante Unterschiede zwischen den Überzeugungen von Müttern und Vätern und der häuslichen mathematischen Lernumwelt gibt, deren Verständnis zu einem besseren Einblick in die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern führt.

Artikel 3: How can we support STEM vs. Non-STEM families digitally? Enhancing children's numeracy competencies and families' home numeracy environment

Bereits vor Schuleintritt lassen sich deutliche Disparitäten hinsichtlich des frühen Kompetenzerwerbs zwischen Kindern erkennen (Davis-Kean et al., 2022; Dowker, 2008). Mit Hilfe (digitaler) Interventionsansätze kann man diesen Ungleichheiten entgegenwirken und besonders benachteiligte Kinder in ihrer Entwicklung mathematischer Kompetenzen unterstützen (Berkowitz et al., 2015; Papadakis et al., 2018).

Der dritte Artikel der vorliegenden Dissertation untersuchte einen digitalen Interventionsansatz und seine Wirksamkeit auf die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen sowie die Unterstützung der HNE. Dafür wurden in zwei Kohorten ($N_1 = 190$ Kinder; $M_1\text{Alter} = 63.60$ Monate; $SD_1 = 4.40$; $N_2 = 310$; $M_2\text{Alter} = 59.36$ Monate; $SD_2 = 3.94$) spezifische Lern-Apps mit mathematischem Inhalt sowie Elterninformationen zum frühen mathematischen Kompetenzerwerb bei Kindern eingesetzt.

Untersucht wurde, ob die Bereitstellung mathematischer Lern-Apps für Vorschulkinder und die digitalen Informationen für die Eltern über die Entwicklung des mathematischen Kompetenzerwerbs der Kinder sowohl die mathematischen Kompetenzen der Kinder als auch die Qualität der HNE der Familien verbessert, wobei der mögliche Einfluss des elterlichen erlernten Berufs (MINT vs. Nicht-MINT) berücksichtigt wurde. Um dieser Forschungsfrage nachzugehen, wurden Daten beider Kohorten der ersten zwei Messzeitpunkte der „Learning4Kids“-Studie herangezogen.

Von den insgesamt 500 Familien wurden in Kohorte 1 $n_1 = 60$ und in Kohorte 2 $n_2 = 91$ Kinder randomisiert der Tablet-Interventionsgruppe zugeordnet. Die Familien erhielten über einen Zeitraum von fünfeinhalb Monaten ein Tablet mit mathematischen Lern-Apps und Informationen für die Eltern über die Entwicklung und Unterstützung des mathematischen Kompetenzerwerbs von Kindern. Zu Beginn der Intervention wurden fünf Lern-Apps mit grundlegenden numerischen Inhalten bereitgestellt und im Verlauf der Interventionszeit erhielten die Kinder jeden Monat zusätzliche Lern-Apps, so dass im fünften und letzten Monat insgesamt 18 Apps zur Verfügung standen (s. Niklas et al., 2020). Der Schwierigkeitsgrad der Apps begann mit sehr einfachen Aufgaben und steigerte sich allmählich zu schwierigeren und anspruchsvolleren Aufgaben. Die Elterninformationen wurden ebenfalls über das Studien-Tablet zur Verfügung gestellt. Jeden Monat wurde eine neue Elterninformation auf dem Tablet freigeschaltet sowie wöchentliche Tipps zur Umsetzung mathematischer Aktivitäten zu Hause bereitgestellt. Die Nutzungszeiten aller Apps wurden über die PSA auf dem Tablet mit Hilfe von „Mobile Sensing“ erfasst (Birtwistle et al., 2022; Niklas et al., 2022). Gleichzeitig wurde die PSA als Belohnungssystem für die Kinder eingesetzt. Nach jeweils 30 Minuten App-Nutzung erschien eine neue Belohnung (ein virtueller Tieraufkleber auf einer Weltkarte), wobei innerhalb von 24 Stunden maximal zwei Aufkleber erreicht werden konnten.

Wie in den vorangegangenen Artikeln wurden die mathematischen Kompetenzen anhand standardisierter Testverfahren erhoben (s. Abschnitt 2.7.3) und die Eltern wurden über familiäre Hintergrundmerkmale und die HNE sowie zur Bewertung der bereitgestellten Apps und Elterninformationen befragt. Um die vorangestellte Forschungsfrage: „Inwiefern lässt sich die Entwicklung frühkindlicher mathematischer Kompetenzen und die HNE der Familien im Rahmen einer digitalen Intervention unterstützen?“ (s. Abschnitt 3) zu analysieren, wurden zunächst bivariate Korrelationsanalysen und anschließend Varianzanalysen mit Messwiederholung sowie schrittweise Regressionsanalysen durchgeführt.

Im Hinblick auf die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder zwischen dem ersten und zweiten Messzeitpunkt zeigen Gruppenvergleiche und Regressionsanalysen mit genauen App-Nutzungszeiten einen signifikant größeren Zuwachs der mathematischen Kompetenzen für Kinder aus Interventionsfamilien – selbst nach Berücksichtigung kindlicher und familiärer Hintergrundmerkmale. Diese Zuwächse waren unabhängig von der Berufstätigkeit der Eltern. Des Weiteren klärten die eingesetzten Apps zwischen 1.1% und 1.8% der Varianz der mathematischen Kompetenzen der Kinder zum zweiten Messzeitpunkt auf. Demnach führten höhere Nutzungszeiten der Apps zu größeren Zuwächsen des mathematischen Kompetenzerwerbs, auch nach Berücksichtigung der Kontrollvariablen (s. Abschnitt 5.3, Artikel 3, Table 2). Die berichteten Nutzungszeiten der Eltern korrelierten positiv mit den tatsächlichen Nutzungszeiten der Elterninformationen. Je häufiger Eltern die Informationen nutzten, desto besser bewerteten sie diese auch. Die Ergebnisse zeigen zudem, dass die HNE der Familien nicht signifikant durch die Intervention unterstützt werden konnte und auch der Berufshintergrund der

Eltern (MINT vs. Nicht-MINT) keinen signifikanten Einfluss hatte. Vertiefende Analysen mit Teilstichproben (Eltern, welche die Informationen genutzt haben, vs. Eltern, welche die Informationen gar nicht genutzt haben) wiesen keinen signifikanten Interventionseffekt hinsichtlich der Qualität der HNE auf.

Die Ergebnisse des dritten Artikels verdeutlichen, dass der Einsatz pädagogisch sinnvoller Lern-Apps die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern in den ersten Lebensjahren unabhängig vom beruflichen MINT-Hintergrund der Eltern fördern kann. Dennoch gilt es zu diskutieren und zu hinterfragen, wie sich die HNE der Familien anhand digitaler Interventionen unterstützen lässt, da dies mit der durchgeführten Intervention nicht umzusetzen war. Die hier gewonnenen Erkenntnisse zeigen auf, dass neue Instrumente und digitale Ansätze erforderlich sind, um die Eltern in den Interventionsprozess einzubeziehen und somit sowohl Kinder bei der Entwicklung mathematischer Kompetenzen einerseits als auch Eltern im Zusammenhang einer qualitativ-hochwertigen HNE andererseits zu unterstützen. Zugleich eröffnen die vorgestellten Ergebnisse neue Perspektiven für Forschung und Praxis.

5. Forschungsartikel

5.1 Parental (STEM) Occupations, the Home Numeracy Environment, and Kindergarten Children's Numerical Competencies

Anna Mues, Efsun Birtwistle, Astrid Wirth & Frank Niklas

Department of Psychology, LMU Munich, D-80539 München, Germany;
Efsun.Birtwistle@lmu.de (E.B.); Astrid.Wirth@psy.lmu.de (A.W.); Ni-
klas@psy.lmu.de (F.N.)

* Correspondence: Anna.Mues@psy.lmu.de

Mues, A., Birtwistle, E., Wirth, A. & Niklas, F. (2021). Parental (STEM) Occupations, the Home Numeracy Environment, and Kindergarten Children's Numerical Competencies. *Education Sciences*, 11, 819.
<https://doi.org/10.3390/educsci11120819>

Copyright © 2021 Mues, Birtwistle, Wirth und Niklas. Lizenzinhaber MDPI, Basel, Schweiz. Dies ist ein Open-Access-Artikel, der unter den Bedingungen der Creative Commons Attribution License (CC BY) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) verbreitet wird. Die Nutzung, Verbreitung oder Vervielfältigung in anderen Foren ist gestattet, sofern der/die ursprüngliche(n) Autor(en) und der/die Urheberrechtsinhaber genannt werden und die ursprüngliche Veröffentlichung in dieser Zeitschrift in Übereinstimmung mit der anerkannten wissenschaftlichen Praxis zitiert wird. Eine Nutzung, Verbreitung oder Vervielfältigung, die nicht mit diesen Bedingungen übereinstimmt, ist nicht gestattet.

Abstract: Children's early numerical competencies are of great importance for later academic achievement. Young children gain these competencies in the context of the home numeracy environment (HNE). Additionally, child characteristics and families' socioeconomic status (SES) are associated with children's competencies. In this study, we investigated parents' occupations (i.e., STEM or non-STEM occupation) as a specific aspect of the SES to understand whether parental occupations are associated with children's numerical competencies and whether such an association may depend on the HNE. We analysed data from a sample of $N = 190$ children ($M_{age} = 63.58$ months; $SD = 4.41$) at two measurement points. Correlational analyses and crossed-lagged models were conducted to predict children's numerical competencies by a global measure of the HNE and parental STEM vs. non-STEM occupations. We found significant associations between parents' learned and current occupations and the HNE. Further, significant associations between parents' learned occupations and children's numerical competencies were observed. However, parents' current occupations were not significantly associated with children's numerical competencies. Consequently, more specific facets of the SES instead of a global measure seem to be associated with children's numerical competencies. A greater focus on specific differences between family characteristics and their potential impact on children's HNE and the development of their numerical competencies seems expedient.

Keywords: STEM; parental occupations; home numeracy environment (HNE); children's numerical competencies; socioeconomic status (SES)

1. Introduction

1.1. Family's Socioeconomic Status and Children's Early Numerical Competencies

In the context of early child development, many studies consider the socioeconomic status (SES) of a family to be a key aspect [1]. Most of the research on SES-based disparities in children's early academic skills and development focuses on literacy and language skills [2]. In comparison, numerical competencies, such as the comparison of numbers, the knowledge about counting principles and cardinality, and solving arithmetic problems, have not been the focus of many studies [1], despite being of great importance for later school achievement [3]. When children start school with lower numerical competencies, these school-readiness disparities often persist, which shows the fundamental role of early numerical competencies for children's later advanced mathematical skills [4,5].

Several studies indicate that individual child characteristics and later school achievement are associated with families' SES [1,6,7]. For instance, poverty and low parental education seem to be associated with children's poor outcome scores, whereas parents with higher income and education often provide a higher-quality learning environments by having more conversations with their children, being more responsive, and providing more teaching experiences, all of which leads to better child performance [1,8,9].

Here, the SES can be conceptualized as a multidimensional construct that acts as an indicator of a family's economic and social resources. SES is mostly measured with three objective parental factors: income, occupation, and education [10]. In addition, neighbourhood, social standing, and prestige are often considered as SES estimates as well [1,10].

Studies showed that differences in children's early numeracy competencies depend partly on their SES background and that such differences are found even for very specific mathematical abilities, such as number sense or spatial skills [6,11]. Starkey, Klein, and Wakeley [12] reported significantly greater mathematical abilities in children from a middle-income family when compared to a lower-income family group in 10 out of 16 tasks assessing mathematical knowledge (e.g., ordering, comparing numbers, addition or subtraction). Jordan, Kaplan, Locuniak, and Ramineni [13] examined children's basic number skills and mathematical achievement during kindergarten and first grade and showed that these seem to be associated with SES, with children from a higher income group achieving better outcomes than children from low-SES families.

Most studies consider a global SES construct in their analyses [1,14,15]. However, in their review, Elliott et al. [1] discussed specific aspects of SES, such as parental educational attainment, education, occupation, or income, as mediating factors for children's numerical achievement and development. They pointed out that it would be useful to take a closer look at individual aspects of SES and not only to examine SES as a global construct to be able to establish more specific connections with child outcomes [1].

1.2. Parental Occupation and Other Aspects of Socioeconomic Status

In recent years, several studies focussed on the role that parents play in children's development of numerical competencies [16–18]. Here, studies differ in their usage of various SES measures [10,19], and the most common aspects (i.e., parental occupation, education, and income) seem to be highly correlated [20,21].

Parental occupation and education seem to be important factors for students' mathematical achievement [18,22,23]. For instance, Omolade, Kassim, and Modupe [23] showed that parental education was the best predictor of students' achievement, followed by parental occupation and motivation.

Within data from the PISA study in 2012, the OECD established an association between parental occupations, students' mathematical performance, and their learning [22]. Students whose parents had professional occupations outperformed students whose parents worked in elementary occupations in mathematics. Chi et al. [24] found similar results for students' scientific competencies. Here, both mothers' and fathers' occupations were significantly linked to children's scientific competencies. Differences between mothers' and fathers' socioeconomic characteristics and children's mathematical outcomes or achievement have been considered in only a few studies so far [14,24–27].

The association between parental occupation and education and children's mathematical achievement was also affirmed in longitudinal data. For instance, Shoraka et al. [18] used data from the Longitudinal Study of American Youth to examine the direct effect of parental education and occupation in STEM fields on students' achievement gap in mathematics. As in the OECD report [22], students with at least one parent who was working in a professional occupation achieved higher mathematics scores compared to students whose parents were not working in professional occupations while controlling for students' gender and parents' education. Moreover, especially for parents working in STEM fields, a positive effect on students' mathematical achievement was found.

Only a few studies addressed the differentiation of parental STEM vs. non-STEM occupations and the interrelation with children's mathematical competencies [17,18,28]. In most cases, this relationship was examined with high-school students' competencies and their career aspirations, rather than with early numeracy development [17]. Plasman et al. [17] provided a detailed overview that shows a positive effect of parents' STEM occupations on students' mathematical achievement.

Our study analyses the differences in parents' learned and current STEM or non-STEM occupations. Parents' learned occupations (German term: *erlernter Beruf*) are referred to as the professions that parents have learned and the skills that were gained in the course of training or studies. Parents' current occupations refer to the professions that parents currently are working in, which they do not necessarily have to have learned. This distinction relies on previous reports that point out that, in Germany [29], in the year of 2005, 52% of the individuals working in the STEM field had actually been trained as STEM professionals, but 36% of the people working in STEM-related occupations were not specialised in STEM. Consequently, several people working in STEM professions have not learned STEM-related subjects or gained specific skills through training. These figures underline the need for a differentiation between the learned and current occupations of parents. It can be assumed that parents' mathematical interactions with their children will vary depending on parents' own experiences, attitudes, and beliefs [30]. As parents' experiences are closely associated with both their occupational training and their current occupation, it is very likely that parents' occupations will impact children's numerical competencies through such mathematical interactions at home [1,17]. Consequently, parental occupation and the differentiation between learned and current occupation as specific aspects of the SES may be promising predictors of children's early numeracy development.

1.3. Home Numeracy Environment

During early childhood, a child's individual development is predicted by different aspects of their learning environment, such as kindergarten education [31], and the experiences that they make in the context of their family, which are summed up in the home learning environment [3,32]. According to Bronfenbrenner's ecological theory [33], proximal aspects in

children's environment, such as direct parent–child interactions, are important for the development of children's competencies. Similarly, Vygotski's [34] idea of learning in social contexts highlights the importance of children's experiences in their homes and of family characteristics, such as parental SES.

Experiences in the early years are not only important for the development of general knowledge, but also for developing domain-specific competencies [31]. In recent years, several studies [4,13,14,35,36] reported that children's early numerical skills predict later mathematical skills [4,37]. Here, one of the predictors of early mathematical and numerical abilities is the home numeracy environment (HNE) [5,38]. The HNE can be defined as all of the aspects in the family that support children's early mathematical learning, such as the frequency and quality of mathematical parent–child interactions, mathematical resources at home (e.g., books with numbers), and parental attitudes towards mathematics and teaching mathematics at home.

The HNE, especially in terms of mathematical activities and support at home, can be differentiated into formal and informal aspects. LeFevre et al. [39] described formal aspects as using number books and practicing number skills. These aspects are defined through active engagement of parents in numeracy with the goal of teaching their children about mathematics. On the other hand, informal aspects include the frequency of mathematical games and applications in everyday life that incidentally support children's numeracy competencies [39]. For example, parents who play dice games with their children more frequently provide them with opportunities to learn numerical content, such as counting or adding, as well as number symbols and number words, in an environment that is fun and leads to greater motivation [40,41]. Both aspects of the HNE seem to support children's mathematical competencies [1,39,42].

For German-speaking countries, only a few studies examined the construct of the learning environment at home and its impact on children's domain-specific development [3,32,37,38,43]. Anders et al. [32] showed that mathematical competencies at age three are significantly predicted by the home literacy as well as the home numeracy environment. Further, Niklas and Schneider [37] found the HNE to be a reliable predictor of early initial mathematical abilities and children's further development and competencies, even after controlling for several variables, such as SES, intelligence, and linguistic variables. These results are similar to those presented by LeFevre et al. [39], who also found significant correlations between the HNE and numerical competencies of children.

The HNE was investigated by several researchers as a predictor of numerical skills in its association with the SES [1,15]. Saxe et al. [44] were some of the first researchers to empirically investigate parents' numerical practices in the context of varying SES. In their study, they found only minimal differences for the frequency of home learning activities that parents provided to their 2- and 4-year old children. However, higher levels of parental education were associated with greater engagement in more qualitative activities. Further, parents with a high

SES reported including numerical activities in everyday life more often than other parents, albeit parents with a low SES engaged more often in formal schoolwork to improve mathematical skills directly [41].

In summary, evidence suggests that parental SES seems to be associated with parent–child interactions and, thus, the home learning environment and the HNE, which, in turn, are connected to children’s mathematical learning [1].

1.4. Early Development of Numerical Competencies in the Home

Different studies show that early numerical competencies, such as knowledge about numbers and quantities, are important predictors for later mathematical achievements [13,45]. Children who are better with counting, matching specific amounts of objects to numbers, or identifying more number symbols earlier than other children in their development [4] “also do better in mathematics later at school” [37] (p. 330).

Sarama and Clements [46] identified different important domains of numerical abilities. Here, numeracy skills can be described as a variety of number-based skills, including solving arithmetic problems, comparing numbers, and knowledge of counting principles and cardinality [4,35].

Despite children’s innate mathematical abilities [4], they develop and learn further mathematical competencies through interaction with their environment, and thus with people, objects, and events. Different opportunities (e.g., interacting, playing, discussing) can support their learning about numbers or may even engage them in advanced numerical thinking [38].

Various studies [39,47,48] examined children’s performance in relation to mathematical activities that they experience at home or to their parents’ characteristics. For instance, LeFevre and colleagues [39] analysed the associations between the frequency of mathematical parent–child activities, parental expectations and attitudes towards mathematics, and children’s early mathematical learning. Here, mathematical activities predicted children’s mathematical fluency significantly. Similarly, Kleemans et al. [47] showed that later mathematical achievement of children was associated with numeracy activities between parents and children. The more frequent such activities are, the better children’s early numeracy skills, such as mathematical knowledge and fluency, will be.

Therefore both parent–child activities, such as playing, reading, painting, or visiting a library, and the social characteristics of parents, such as the SES and, thus, their education, their income, and their occupation, have a great impact on the development of children’s early mathematical skills [39,49].

1.5. The Present Study

Although the impact of parents’ occupation on students’ mathematical and STEM achievements has been explored in several studies, most of these studies focused on late child-

hood and adolescents [16,22,24,27]. Assuming that parents act as socio-cultural agents and influence their children's development, we expect that the expertise that arises from a scientifically based profession should have a specific impact on the development of the mathematical competences of young children.

Accordingly, we tested the following hypotheses:

- (1) We hypothesize that parents' learned STEM vs. non-STEM occupations are associated with the HNE and with children's numerical competencies. Here, the HNE acts as a mediator.
 - a. We hypothesize that parents' learned STEM vs. non-STEM occupations are associated with the HNE.
 - b. We further expect an association between parents' learned STEM vs. non-STEM occupations and children's numerical competencies.
- (2) We further expect a similar interrelation between parents' current STEM vs. non-STEM occupation, with the families' HNE as a mediator, and children's numerical competencies.
 - a. Here, we expect, similarly to H1a, an association between parents' current STEM vs. non-STEM occupation and the HNE.
 - b. Additionally, we also hypothesize an association for parents' current STEM vs. non-STEM occupation and children's numerical competencies.

To our knowledge, this is the first study with young children that differentiates parental occupations into learned and current STEM vs. non-STEM occupations to test their associations with the HNE and child outcomes.

2. Materials and Methods

2.1. Sample and Procedure

We analysed data from two measurement points (t1 and t2) from the first cohort of the EU-funded, 5-year longitudinal study "Learning4Kids" conducted in Germany [50]. There was a period of five and a half months between the first and the second assessments. The sample comprised $N = 190$ children, including 98 girls and 92 boys, with an average age of $M = 63.58$ months at t1 ($SD = 4.41$). The assessments were carried out by trained psychologists, educators, and research assistants and included standardized mathematical tests to assess children's numerical competencies. Further, parents were asked to fill out written surveys about the HNE, the family background, the children's characteristics, their learned and current occupations. In total, 64.2% of the families spoke German as their main language, and the parental surveys were provided in several languages to the families who did not have German as their first language.

Before the beginning of the assessments, families were contacted and informal consent was obtained through kindergartens, public places, and a professional company for study recruitment. Afterwards, formal consent was obtained at the first family visit from the parents of

children in the penultimate year of kindergarten. The child and parent assessments took place at families' homes. Ethical approval for all research activities was acquired by the European Research Council Executive Agency, as well as the ethics committee of the Faculty of Psychology and Educational Sciences at LMU Munich.

2.2. *Measures*

2.2.1. Children's Numerical Competencies

Children's numerical competencies were assessed with different tests. Here, the "Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter-Screening" (MARKO-S) [51] that included 21 items, an adapted version of the calculation subtest of the "Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter" [52] comprising addition and subtraction (R, eight items), and several subtests from the "Würzburger Vorschultest" [53] assessing number sequences forward (Zfv, eight items), number sequences backwards (Zfr, six items), number symbol knowledge (Zk, eight items), and knowledge of numerical representations (VuN, eight items) were used (Cronbach's α between 0.70 and 0.87). The items of each subtest were summarized into one scale for each measurement point. Finally, children's numerical competencies were measured with a latent variable for each measurement point (NumC t1 and NumC t2), including all numerical subtest scales.

2.2.2. Home Numeracy Environment

The global HNE was measured as a latent variable consisting of a combination of the formal and informal HNE. The formal HNE comprised five items and the informal comprised ten items (Cronbach's α : 0.80 and 0.75).

Parents were asked about the formal and informal learning environments that they provided for their children. For example, this included questions about the engagement in everyday mathematical activities (e.g., "How often do you talk with your child about measurements (e.g., weight, temperature, or speed)?") or teaching of mathematical concepts (e.g., "At home, I often explain to my child how to split apples for people or cakes in pieces"). This assessment was adapted from a survey used by Niklas et al. [54]. Parents rated the HNE items on a 5-point Likert scale (e.g., several times a week to never, or does not apply at all to does apply exactly). Values of 4 to 0 were assigned accordingly, with higher values indicating a higher-quality HNE, and the mean was used for the analyses.

2.2.3. Parental Occupations and Their Allocation to STEM

Further, parents were asked about their learned and current occupations with a survey. The answers were categorized into occupations involving a STEM background or non-STEM background based on the "Aggregatbestimmung MINT-Berufe" and "Aggregatbestimmung Ingenieurberufe", which are based on the "Klassifikation der Berufe von 2010 (KldB)" of the Job Agency of Germany [55,56]. The coding was done independently by two coders. The intercoder

reliability for the mothers' learned occupation was Cohen's $K = 0.98$, and for the current occupation, it was Cohen's $K = 0.89$. The intercoder reliability for the fathers' learned occupation was Cohen's $K = 0.96$, and for the current occupation, it was Cohen's $K = 0.94$. All discrepancies were discussed and solved in agreement. If one or two parents of the child had a STEM background, the occupational background was coded with 1 = STEM. In case neither the mother nor the father had a STEM background, this was coded as 0 = non-STEM. For our analyses, the current and the learned occupational backgrounds (STEM vs. non-STEM) were used, and there were almost no reported occupational changes in the current parental occupations between t1 and t2 (at least none that would have changed the STEM status). All families from whom information about at least one parental occupation was available were included in the analytic sample. Consequently, only participants for whom there was no information about the occupation for either the mother or the father were excluded.

All descriptive data and the sample sizes for all variables are shown in Table 1.

Table 1. Descriptive statistics of the study variables (sample sizes, means, standard deviations, minima and maxima).

Variables	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>Min</i>	<i>Max</i>
HNE_t1	190	2.70	.71	.35	3.85
HNE_t2	186	2.87	.57	1.01	3.95
NumC_t1	190	26.70	12.50	.00	61.00
NumC_t2	188	36.20	12.80	9.00	61.00
Learned Occupation	181	.55	.49	.00	1.00
Current Occupation	164	.44	.49	.00	1.00

Note: HNE = Home Numeracy Environment; NumC = Numerical competencies; Learned occupation (0 = non-STEM, 1 = STEM); Current occupation (0 = non-STEM, 1 = STEM)

2.3. Analytical Approach

All analyses were conducted using SPSS 26 [57] and MPlus 8.6 [58]. Altogether, 9 cases out of the total number of child–parent dyads ($N = 190$) had to be excluded from analyses of the learned occupation and 26 cases had to be excluded from analyses of the current occupation. The main reasons for the exclusion were missing values of the occupational variables and a drop-out of two families at the second measurement point, as well as only partially completed parental surveys and missing test scores of a few children.

Considering the incomplete variables of children's assessments, the percentage of missing values ranged between 0.5% ($n = 1$) and 1.6% ($n = 3$). For the items of the parental survey, the range of the missing values was between 0.5% ($n = 1$) and 4.2% ($n = 8$). There were more missing values for the occupational variables of mothers and fathers (from 8.9% ($n = 17$) for mothers' and fathers' learned occupations to 22.6% ($n = 43$) for mothers' and 21.6% ($n = 41$) for fathers' current occupations). The percentages of missing values for occupational background in a family were 4.7% ($n = 9$) for the learned occupation and 13.7% ($n = 26$) for the current occupation.

To address the problem of missing values, maximum likelihood estimations with robust standard errors (MLR) were used for all models [59]. This led to a final sample of $N = 181$ for the analysis of the learned occupation and $N = 164$ for the analysis of the current occupation.

To test whether the drop-out was biased, independent t-tests were conducted for our study variables (HNE, NumC, SES, and migration background). We examined the differences between the excluded cases and all other cases of our dataset for the analyses of both the learned and current occupations.

The results showed that the excluded cases of the learned occupation dataset differed significantly in children's numerical competencies at t1 ($t(188) = 2.332, p = 0.021$) and t2 ($t(186) = 2.091, p = 0.038$), the SES ($t(185) = 5.550, p < 0.001$), and the migration background ($t(180,000) = -15.770, p < 0.001$). Here, the children who were not included in the analyses showed lower numeracy abilities at t1 ($M = 17.33, SD = 11.29$) and t2 ($M = 13.88, SD = 4.63$), had a lower SES ($M = -1.74, SD = 0.80$), and were more likely to have a migration background. No significant differences were found for HNE.

For the current occupation, the excluded cases only differed significantly from the remainder of the sample concerning the SES ($t(185) = 2.952, p = 0.004$) and the migration background ($t(32,362) = -2.643, p = 0.013$). Consequently, the drop-out in our sample was biased and needs to be considered as a limitation of our study.

First, the measurement models will be described. In the next step, we analysed the correlations (Pearson's r) between all study variables. Finally, crossed-lagged models were used with the final dataset and are described in detail below.

2.4. Measurement Model and Statistical Model Analysis

To test the relationships between the learned and current occupations, the HNE, and the numerical competencies of the children, we developed two different models (for learned and for current occupations). Here, learned and current occupations were introduced as manifest predictor variables, and the HNE was introduced as a latent variable comprising the formal and informal HNE. Similarly, the numerical competencies of the children (NumC) were assessed with the numerical tests and then combined in a latent variable.

Before testing the two final statistical models, we first assessed the fit of the measurement models for the four latent variables through confirmatory factor analysis (CFA). Second, we evaluated how well the statistical model fit the data [58]. To evaluate the fit of the measurement models and the statistical model, the Chi-square goodness-of-fit statistic and additional fit indices (the root mean square error of approximation (RMSEA), the comparative fit index (CFI), and the standardized root mean squared residuals (SRMR)) were used. The following values, which indicate good model fit between the hypothesized model and the observed data, were considered to assess the model fit: Chi square $p \geq 0.05$, CFI ≥ 0.95 , RMSEA ≤ 0.06 , and SRMR ≤ 0.08 [60].

Modification indices were considered to improve the model fit; however, only modifications aligning with theory were applied. We added the highest modification indices one after another to the model to examine the changes in the fit values after each change. This process continued until a sufficient model fit was achieved [61]. All applied modifications are described in our section on the results.

3. Results

3.1. Measurement Models of Numerical Competence and the HNE

In the first step, the fit of the measurement models for numerical competence at t1 and t2 (NumC t1, NumC t2), including six variables each, and the HNE consisting of the formal and informal HNE, including five and ten items each, was evaluated using a CFA (see Table 2).

Table 2. Chi-square test (X^2 , df, p), confirmatory fit index (CFI), root mean square error of approximation (RMSEA), and standardized root mean square residual (SRMR) for the measurement models of children's numerical competencies and HNE at t1 and t2.

	X^2	<i>Df</i>	<i>p</i>	<i>CFI</i>	<i>RMSEA</i>	<i>SRMR</i>
Numerical Competence t1	3.933	8	.86	1	.00	.01
Numerical Competence t2	10.578	8	.22	.99	.04	.01
HNE formal t1	7.853	5	.16	.98	.05	.03
HNE formal t2	7.088	5	.21	.98	.04	.03
HNE informal t1	33.970	29	.24	.99	.03	.04
HNE informal t2	63.196	29	.00	.93	.08	.06

Note. Fit Criteria for all measurement models and statistical models were Chi Square $p \geq .05$, CFI ≥ 0.95 , RMSEA ≤ 0.06 and SRMR ≤ 0.08 .

The latent variables of the children's numerical competencies comprised the standardized numeracy tests of each measurement point. MPlus' modification indices suggested to add a correlation for the tests calculation task with MARKO-S, and such a correlation was included in our model for t1 and t2, as both tests focussed on children's calculation abilities.

The latent variables (see Figure 1) of the HNE were defined by the formal (five items) and informal HNE (ten items) of each measurement point. At both measurement points, MPlus' modification indices recommended to correlate items two with three, five with six, five with seven, six with seven, eight with ten, and nine with ten for the informal HNE (for detailed information, see Appendix A). Given that we assessed various facets of the informal HNE, these correlations were appropriate and were included in our model. Overall, the measurement models for children's numerical competencies and the formal and informal HNE showed a good model fit (see Table 2), with the exception of the informal HNE at t2, which showed slightly lower values. All models were included in the next step of the analysis.

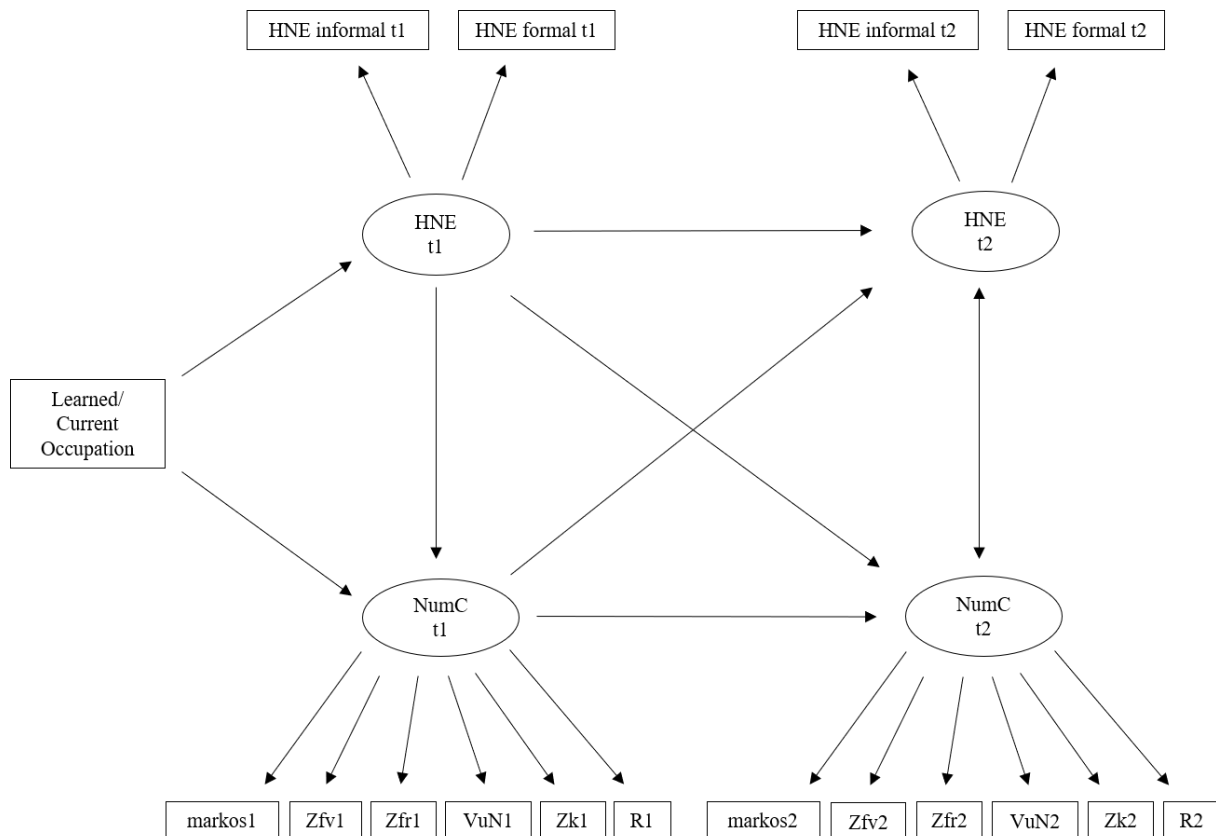


Figure 1. Measurement model of the associations between the learned and the current occupation of the parents, the HNE, and the mathematical competencies of the children. *Note.* Circles represent latent variables and rectangles represent measured variables.

3.2. Correlational Analyses

Table 3 provides an overview of the correlations between the latent variables of the HNE and mathematical competencies at t1 and t2, as well as the manifest variables of the learned and current occupations.

Table 3. Cross-sectional correlational analyses for parent's occupation, home numeracy environment, and children's mathematical competencies.

	2	3	4	5	6
Learned Occupation	.508**	.171*	.109	.209**	.255*
Current Occupation (2)	1	.183*	.154	.095	.152
HNE t1 (3)		1	.866**	.317**	.278**
HNE t2 (4)			1	.333**	.321**
NumC t1 (5)				1	.895**
NumC t2 (6)					1

Note. Pearson's correlation coefficients for manifest and latent variables. $N = 160 - 190$.

* = $p < .05$, ** = $p < .01$, HNE = Home numeracy environment, NumC = Numerical Competencies of the children.

The cross-sectional correlational analyses showed a positive association between the HNE and children's numerical competencies at both measurement points. A STEM-related parental occupation was significantly associated with the HNE that parents provide at home for their children. However, such an association was only found for the learned and current occupations at t1. Further, the learned occupation also correlated significantly with children's numerical outcomes. Despite the small effect size of the correlations, no significant associations were found between the current parental occupation with or without a STEM background and children's numerical competencies.

3.3. Statistical Models of Parental Occupation, HNE and Children's Numerical Competencies

For our final statistical models, the direct paths from the first to the second measurement points of all latent variables were set as autoregressive paths. The paths from HNE t1 to NumC t2, NumC t1 to HNE t2, and NumC t1 to NumC t2, as well as for the relation between HNE t1 and NumC t1, were formed as regressions. Due to current research [42,62], we expected a direct cross-sectional association between the HNE and the numerical competencies of the children at the first measurement point. Table 4 shows the model fit for our two final models.

Table 4. Chi-square test (X^2 , df , p), confirmatory fit index (CFI), root mean square error of approximation (RMSEA), and standardized root mean square residual (SRMR) for the statistical models of the learned and current occupation.

	X^2	df	p	CFI	$RMSEA$	$SRMR$
Learned Occupation	188.310	102	.00	.95	.07	.05
Current Occupation	175.126	102	.00	.95	.07	.05

Note. Fit criteria for all measurement models and statistical models were Chi Square $p \geq .05$, $CFI \geq 0.95$, $RMSEA \leq 0.06$ and $SRMR \leq 0.08$.

To address H1, we tested the association between the learned occupation (STEM vs. non-STEM background) of the parents with the HNE and NumC. In a second step, we tested the association for the current occupation (STEM vs. non-STEM background).

For our first hypothesis, results from crossed-lagged analysis (see Table 4) demonstrated that the data fitted the model well. The learned occupation of the parents with a STEM background was significantly positively associated with the numerical competencies of the children at t1 (see Figure 2). To verify whether this association can also be found for the second assessment of children's mathematical competencies, we conducted an exploratory mediation analysis which showed a significant direct effect of .24 ($p < 0.01$) from STEM-related learned occupations of parents onto t2 of children's numeracy competencies. Within the mediation analysis, the model showed a significant specific indirect effect of 0.16 ($p = 0.01$) mediated by children's numerical outcomes at t1 with an effect size of 0.19 ($p = 0.01$) and also a significant total effect 0.25 ($p < 0.01$). This indicates a relevant association between the learned occupation and children's numerical development.

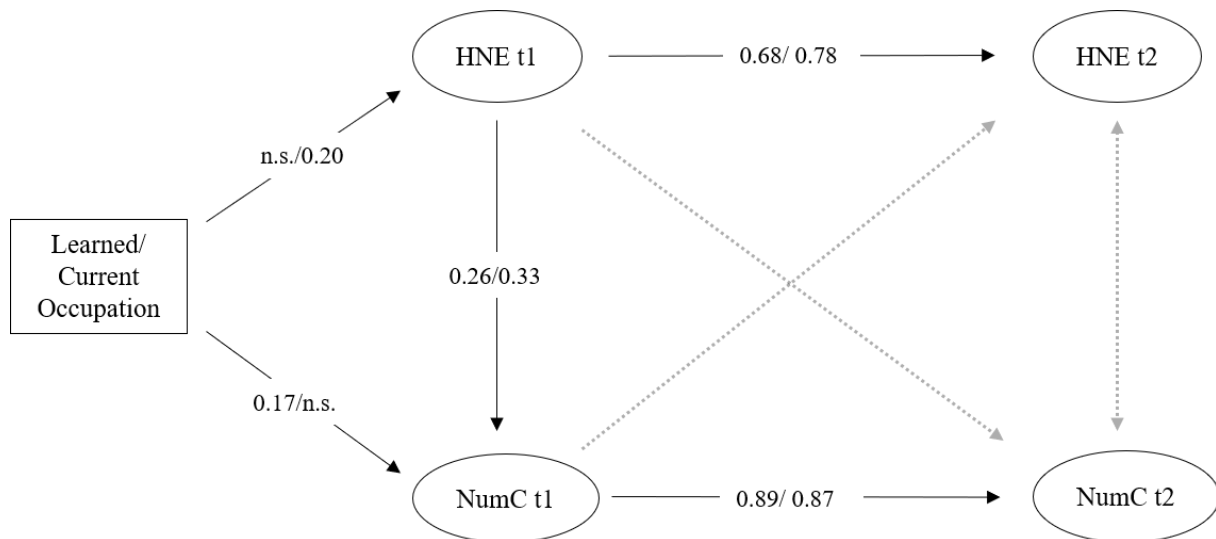


Figure 2. Statistical models of the associations between the learned/current occupation of the parents, the HNE, and the mathematical competencies of the children. Note. Circles represent latent variables and rectangles represent measured variables. Lines indicate significant associations, and dotted lines indicate nonsignificant associations.

No significant association of learned occupation with the HNE was found. The autoregressive path of t1 onto t2 of the HNE was strong and significant ($\beta = .68$; $p < 0.01$) indicating that the HNE remains relatively stable across two measurement points. The same was found for the stability of children's numerical competencies ($\beta = .89$; $p < 0.01$). The expected direct path from HNE t1 onto NumC t1 was also positive and significant ($\beta = .26$; $p < 0.01$). No other significant direct paths were found in our model. However, HNE t1 had an indirect effect on NumC t2 mediated by NumC t1 ($\beta = .23$; $p < 0.001$).

To address our second hypothesis, we conducted the same analysis again and used the current occupation of parents with a STEM background as a predictor variable. The results show (see Table 4) that our data fit the model well. The results of the standardized model show a significant association between the current occupation and the HNE at t1, but no significant association for the numerical competencies of the children at t1 (see Figure 2).

Other than that, this model resembles the first model. Again, the mathematical competencies at t2 were not directly predicted by the HNE at t1, but an indirect effect from HNE t1 on NumC t2 mediated by NumC t1 was found with 0.29 ($p < 0.001$).

4. Discussion

Early numeracy development and child and family characteristics that are associated with this development are intensively discussed in current research to understand how we can support children to improve their skills and abilities [62–64]. However, still, not much is known about the specific associations of parents' learned and current STEM or non-STEM occupations with children's numerical competencies and families' HNE at an early age [17,18].

By means of a detailed analysis of STEM- and non-STEM-related occupations that parents learned and currently practice, we investigated the association of parents' occupations with

their children's numeracy competencies and the HNE. Our results indicate that parents' learned STEM occupations, but not their current occupations, are positively related to children's numerical competencies. However, our findings did not support the hypothesis that parents' learned occupation significantly predict the HNE. Instead, such an association was only found for their current occupations.

4.1. Direct Links between Parents' STEM Occupations and Children's Numerical Competencies

Consistently with the results from previous studies [17,18], children with at least one parent in a STEM-related occupation outperformed children with parents without a STEM-related occupation. However, unlike previous work [17,18], we differentiated between parents' learned and current occupations. Our findings showed that only parents' learned STEM occupations, but not their current STEM occupations, were associated with children's numeracy competencies. In contrast to other studies, we examined these associations for preschool-aged children and not for high-school students or adolescents [17,18,23].

Unexpectedly, the link between parental occupation and children's numerical competencies was found only for parents' learned STEM occupation, but not for parents' current STEM occupation. Here, different possible explanations can be put forward.

One can assume that parents who have studied an occupation in a STEM field already had a strong interest in this area before choosing their course of study or training [65]. Accordingly, they will show greater interest, as well as positive beliefs and attitudes, concerning STEM [66]. Such positive attitudes and beliefs may be related to children's numerical competencies [67–69].

Further, it can be assumed that experiencing STEM education leads to certain skill sets (e.g., critical thinking, problem solving, active learning), which [70] may then be passed through by the parents to their children. These skills are also important skills for early STEM learning according to Steffensky [71]. Moreover, studies showed an interrelation between children's mathematical and scientific competencies at an early age [4,27,44].

Further, we suppose that the education that parents went through shaped their skills, attitudes, motivation, and interests [72,73], which they are likely to pass on to their children. This may play a role in children's numerical development and mathematical outcomes. Similarly, Sonnenschein et al. [74] pointed out that parents' behaviours and practices, which reflect their cultural heritage, beliefs, and experiences, influence children's development.

However, we could not find a link between parents' current occupation and children's numerical competencies. We assume that parents' occupations that they currently perform can vary widely and are not necessarily related to their learned occupation. This means that a current STEM occupation does not equal a STEM education, or conversely, a STEM education does not equal a current occupation in that field [29]. For example, Cech and Blair-Loy [75] found that many parents left STEM occupations after the birth of their first child.

Consequently, it can be assumed that parental learned occupations (but not their current occupations) are connected to parents' beliefs and attitudes and, in turn, are associated with parent-child interactions at home, which were not assessed within our HNE measurements. Here, clearly, more research is needed that focusses on the association of specific aspects of parental occupations, beliefs, and attitudes with specific aspects of the HNE [63].

Passing on good numerical and mathematical skills could also be influenced by parents' genetics, as suggested by Puglisi et al. [76], who could not find a direct association of the informal home literacy environment with children's literacy skills when parental skills were controlled for. Our findings may be interpreted as being in favour of the results of Puglisi et al. [72]. However, as pointed out above, a more differentiated look at parental factors, especially the influence of parents' occupations, is needed.

4.2. Associations between Parents' Characteristics and the Home Numeracy Environment

As expected, we found a significant association of parents' occupations and families' HNE, although this link was only affirmed for parents' current occupation in our statistical models. We assume that parents' current occupation is reflected in their everyday activities, which can be seen in the home numeracy environment that they provide for their children.

Accordingly, it seems plausible to us that families in which at least one parent is currently working in a STEM field show a higher quality in their HNE, assuming that a current STEM background is related to more activity in and discussion of numerical and scientific topics in general [77].

Further, Zucker et al. [78] showed that parental involvement in helping children with science or math or doing more STEM-related activities was associated with parental values and self-efficacy. They also reported a direct association between mothers' working in a STEM-related field and higher self-efficacy when engaging in informal STEM activities. Here, they suggested an indirect link between a maternal STEM career and parental involvement, mediated by a higher self-efficacy in encouraging children's informal STEM learning.

These results underline our findings and raise the assumption that especially mothers who are currently working in a STEM profession are involved in particularly high-quality mathematical activities [78]. However, we can only speculate about this idea, as we have not investigated this association. It would be of great interest to check whether there is a difference in the quality of the HNE between mothers and fathers and the other factors (e.g., occupations) to which this may be related.

Unlike we expected, for parents' learned occupation, we did not find a statistically significant link with the HNE. This could be related to the fact that the profession was learned further back in time and the questions about mathematical activities of the parents reflected more of their current activities and not those of the past. It can therefore be assumed that there is not such a strong link between the occupation learned in the past and

the current interactions. Nevertheless, our cross-sectional correlations show a significant correlation between the learned occupation and the HNE at t1. This could indicate that learning a STEM profession also plays a (minor) role for later home numeracy activities.

In our sample, mostly fathers were educated and worked in STEM occupations [28,79–81]. However, about 80% of our parental surveys and, thus, the questions on the HNE were filled out by mothers. Consequently, it may be possible that the association between parental STEM occupation and the HNE would have been stronger if the individuals with STEM backgrounds would actually have answered our questions. This issue of potential

differences in the answering patterns of fathers and mothers should be considered in the future, as only a few studies investigated such differences in socioeconomic characteristics, HNE, and interest, attitudes, and beliefs concerning science and mathematics [14,24–27,82].

Only a few studies investigated the link between different aspects of the SES and the HNE [e.g., 1,15,37]. Here, differences between high- and low-SES families concerning home math activities were found by DeFlorio and Beliakoff [15] and by Elliott and Bachman [1]. However, other studies did not find significant associations [e.g., 37], and most studies used the SES or aspects of it as control variables only. Our findings indicate that it is worthwhile to analyse specific facets of the SES in the context of the HNE and the development of children's competencies during kindergarten.

4.3. The Role of the Home Numeracy Environment in Children's

In addition to many different aspects that impact children's numerical competencies and their development, such as parental factors, the SES, and child characteristics, such as intelligence, the HNE is an important predictor of children's numerical competencies [42,62]. Our results replicated previous findings [39,42,47,77], with significant positive correlations and a direct link in our cross-sectional analyses of the families' HNE and children's numerical competencies. However, HNE t1 and NumC t2 were only indirectly correlated, with NumC t1 as a mediator, and no significant association was found for the correlation of HNE t2 and NumC t2 in our model. As our correlational analyses showed significant associations between all measures of HNE and NumC (see Table 3), we attribute the missing links of our HNE measures and NumC t2 in our model to the great stability of NumC across t1 and t2. Consequently, most of the variance of NumC t2 was explained by NumC t1. Previous studies also reported inconsistent findings for the association between the HNE and children's numerical competencies. For instance, while some studies found positive associations [37,47], others found no such associations [15,67]. Clearly, more research on the HNE and its association with children's early competencies is necessary, and studies should consider additional factors that might influence this association, such as parental beliefs, expectations, and cultural backgrounds [15,62].

Further, our CFA modelling indicates that the construct of the HNE has space for improvement. As also mentioned by Hornburg et al. [63], we recommend that the construct of the

HNE needs to be used carefully and greater thought should be put into assessments and operationalisations. This could mean that it is not enough to capture caregiverinitiated activities, but also child-initiated ones or, additionally, aspects such as the family structure [63,82].

4.4. Limitations and Further Research

Some limitations need to be considered when interpreting our findings. First, our sample is not representative for the German population, and in addition, we could not use the whole sample of our study, leading to a reduced sample size for the final analysis. Consequently, the biased drop-out needs to be considered.

Second, we did not control for additional variables in our main analyses, such as a global SES measure, children's intelligence, sex, age, or migration background [37], because we wanted to focus mainly on the associations of one specific aspect of the SES (STEM vs. non-STEM occupations) with the HNE and children's mathematical outcomes. The inclusion of further control variables in exploratory analyses led to a very low model fit.

Although we used two measurement points in our study, it is necessary to exercise caution when interpreting the findings regarding causality. However, previous research based on longitudinal data also showed direct relations between the HNE and children's mathematical abilities [42,47,83], and other studies with representative sample sizes undermined the assumption of a relation between STEM-related parental occupations and better mathematical competencies of children [17,18,22].

With additional methods of data collection, more detailed information about the associations between parents' occupation, the HNE, and children's mathematical abilities could have been examined. For instance, surveys on parental beliefs and attitudes, observational methods to directly capture the parent-child interactions, and interviews to obtain more qualitative data on parental occupations and the skills they learned would provide us with a greater insight [1,63].

Further research on differences in parents with STEM-related occupations regarding their educational qualification and highest degree and the associations of these differences with children's mathematical competencies and development would be of great interest.

In order to find out more precisely why the learned STEM profession is a predictor for early numerical skills of the children, but not the current STEM profession of the parents, we also need further research. In particular, one should look at the potential link between parents' occupations and children's competencies in different fields and the potential influence of the content and skills gathered during their education as mediators for children's early numerical competencies. Additionally, a greater sample size might show different results and would offer more opportunities for further statistical investigation, e.g., in which ways parents who learned STEM occupations, but do not currently work in a STEM-related field, may differ from parents with the same background and from parents who learned something else, but who are now working in STEM occupations.

In addition, looking at gender-related differences not only in the parents, but also between girls and boys, may provide a greater insight into mathematical learning and development and how mathematics are provided at home in different ways [28,84,85].

Altogether, it would be interesting to use the analysed and additional variables in a more comprehensive model and to examine them in a larger sample with a longitudinal design and more assessments.

5. Conclusions

Our findings indicate that parents' learned occupations seem to play an important role in children's early numerical development [17]. Further, the HNE was an important predictor for children's early numerical competencies, which aligns with the results of prior studies [39,42,83]. Our study shows that concentrating on only SES as a global factor may not be sufficient to explain the development of children's competencies [1]. This indicates that it is worthwhile to look at the construct of the SES in more detail and to differentiate between subcomponents. Consequently, depending on the research focus, future studies should consider which aspect(s) of the SES to assess. Despite our results, we still need more information about the specific associations and mechanisms that connect parental STEM vs. non-STEM occupation, the HNE, and children's numerical outcomes. Here, research on parental beliefs and attitudes and on the clarification and specification of the HNE may be helpful [15,63,74] to provide policy and practise with more detailed information about how to best support children and their parents.

Author Contributions: Conceptualization: A.M. and F.N.; methodology: A.M.; formal analysis: A.M.; investigation: A.M., E.B., A.W. and F.N.; resources: F.N.; data curation: E.B.; writing—original draft preparation: A.M.; writing—review and editing: A.M., E.B., A.W. and F.N.; visualization: A.M.; supervision: F.N.; project administration: F.N.; funding acquisition: F.N. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This project has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 research and innovation programme (Grant agreement No 801980). The design of the study, collection, analysis and interpretation of data and writing the manuscript were not influenced by the ERC.

Institutional Review Board Statement: The study was conducted according to the guidelines of the Declaration of Helsinki, and approved by the European Research Council Executive Agency as well as the ethics committee of the Faculty of Psychology and Educational Sciences at LMU Munich.

Informed Consent Statement: Informed consent was obtained from all subjects involved in the study.

Data Availability Statement: The raw data supporting the conclusions of this manuscript will be made available by the authors, without undue reservation, to any qualified researcher on reasonable request.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest. The funders had no role in the design of the study; in the collection, analyses, or interpretation of data; in the writing of the manuscript, or in the decision to publish the results.

Appendix A

Item description of the informal home numeracy environment.

Items	Item Description
Item 1	How often does your child count in everyday life (e.g. when setting the table with tableware or when counting down hours or days until a certain event)?
Item 2	How often do you play counting games with your child (e.g. “Benjamin Blümchen: Lerne Zählen”, “Die Maus – Lern-Spiel-Sammlung”, “Kosmolino: 1,2,3...”)?
Item 3	How often do you play arithmetic games with your child (e.g. „Ich lerne Rechnen“, „Zahlen und Rechnen“, „Zählen und Rechnen mit Ernie und Bert“, „1+2=3 Rechnen macht Spaß“)?
Item 4	How often do you play dice games with your child (e.g. „Mensch ärgere Dich nicht“ or „Tempo, kleine Schnecke“)?
Item 5	How often do you involve your child in weighing and counting food and paying at the counter when you go shopping?
Item 6	How often do you involve your child in counting, weighing or measuring ingredients when cooking?
Item 7	How often do you talk with your child about measurements (e.g. weight, temperature or speed)?
Item 8	In our family, we think that it is important to be able to calculate.
Item 9	My child shows interest in learning to calculate and to count and is looking forward to it.
Item 10	Mathematics is important in our family.

References

1. Elliott, L.; Bachman, H.J. SES disparities in early math abilities: The contributions of parents’ math cognitions, practices to support math, and math talk. *Dev. Rev.* **2018**, *49*, 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2018.08.001>
2. Rodriguez, E.T.; Tamis-LeMonda, C.S. Trajectories of the home learning environment across the first 5 years: Associations with children’s vocabulary and literacy skills at prekindergarten. *Child Dev.* **2011**, *82*, 1058–1075. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01614.x>
3. Niklas, F.; Schneider, W. Home learning environment and development of child competencies from kindergarten until the end of elementary school. *Contemp. Educ. Psychol.* **2017**, *49*, 263–274. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.03.006>
4. Krajewski, K.; Schneider, W. Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learn. Instr.* **2009**, *19*, 513–526. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002>
5. Duncan, G.J.; Dowsett, C.J.; Claessens, A.; Magnuson, K.; Huston, A.C.; Klebanov, P.; Pagani, L.S.; Feinstein, L.; Engel, M.; Brooks-Gunn, J.; et al. School readiness and later achievement. *Dev. Psychol.* **2007**, *43*, 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>

6. Bachman, H.J.; Votruba-Drzal, E.; El Nokali, N.E.; Castle Heatly, M. Opportunities for Learning Math in Elementary School. *Am. Educ. Res. J.* **2015**, *52*, 894–923. <https://doi.org/10.3102/0002831215594877>
7. Susperreguy, M.I.; Jiménez Lira, C.; Xu, C.; LeFevre, J.-A.; Blanco Vega, H.; Benavides Pando, E.V.; Ornelas Contreras, M. Home Learning Environments of Children in Mexico in Relation to Socioeconomic Status. *Front. Psychol.* **2021**, *12*, 626159. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.626159>
8. Duncan, G.J.; Brooks-Gunn, J.; Klebanov, P.K. Economic Deprivation and Early Childhood Development. *Child Dev.* **1994**, *65*, 296. <https://doi.org/10.2307/1131385>
9. Ho, E.S.C. Family influences on science learning among Hong Kong adolescents: What we learned from PISA. *Int. J. Sci. Math. Educ.* **2010**, *8*, 409–428. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9198-3>
10. Khundrakpam, B.; Choudhury, S.; Vainik, U.; Al-Sharif, N.; Bhutani, N.; Jeon, S.; Gold, I.; Evans, A. Distinct influence of parental occupation on cortical thickness and surface area in children and adolescents: Relation to self-esteem. *Hum. Brain Mapp.* **2020**, *41*, 5097–5113. <https://doi.org/10.1002/hbm.25169>
11. Reardon, S.F.; Portilla, X.A. Recent Trends in Income, Racial, and Ethnic School Readiness Gaps at Kindergarten Entry. *AERA Open* **2016**, *2*, 2332858416657343. <https://doi.org/10.1177/2332858416657343>
12. Starkey, P.; Klein, A.; Wakeley, A. Enhancing young children’s mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Child. Res. Q.* **2004**, *19*, 99–120. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.002>
13. Jordan, N.C.; Kaplan, D.; Locuniak, M.N.; Ramineni, C. Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learn. Disabil. Res. Pract.* **2007**, *22*, 36–46. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x>
14. Dearing, E.; Casey, B.M.; Ganley, C.M.; Tillinger, M.; Laski, E.; Montecillo, C. Young girls’ arithmetic and spatial skills: The distal and proximal roles of family socioeconomics and home learning experiences. *Early Child. Res. Q.* **2012**, *27*, 458–470. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2012.01.002>
15. DeFlorio, L.; Beliakoff, A. Socioeconomic Status and Preschoolers’ Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. *Early Educ. Dev.* **2015**, *26*, 319–341. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.968239>
16. Giannelli, G.C.; Rapallini, C. Parental occupation and children’s school outcomes in math. *Res. Econ.* **2019**, *73*, 293–303. <https://doi.org/10.1016/j.rie.2019.08.003>
17. Plasman, J.; Gottfried, M.; Williams, D.; Ippolito, M.; Owens, A. Parents’ Occupations and Students’ Success in STEM Fields: A Systematic Review and Narrative Synthesis. *Adolesc. Res. Rev.* **2021**, *6*, 33–44. <https://doi.org/10.1007/s40894-020-00136-z>
18. Shoraka, M.; Arnold, R.; Kim, E.S.; Salinitri, G.; Kromrey, J. Parental Characteristics and the Achievement Gap in Mathematics: Hierarchical Linear Modeling Analysis of Longitudinal Study of American Youth (LSAY). *Alta. J. Educ. Res.* **2015**, *61*, 280–293.
19. White, K.R. The relation between socioeconomic status and academic achievement. *Psychol. Bull.* **1982**, *91*, 461–481. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.91.3.461>
20. Braveman, P.A.; Cubbin, C.; Egerter, S.; Chideya, S.; Marchi, K.S.; Metzler, M.; Posner, S. Socioeconomic status in health research: One size does not fit all. *JAMA* **2005**, *294*, 2879–2888. <https://doi.org/10.1001/jama.294.22.2879>
21. Farah, M.J. The Neuroscience of Socioeconomic Status: Correlates, Causes, and Consequences. *Neuron* **2017**, *96*, 56–71. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2017.08.034>
22. OECD. PISA in Focus; OECD: Paris, France, 2014.

23. Omolade, A.; Kassim, A.; Modupe, S. Relative Effects of Parents' Occupation, Qualification and Academic Motivation of Wards on Students' Achievement in Senior Secondary School Mathematics in Ogun State. *J. Educ. Pract.* **2014**, *5*, 99–105.
24. Chi, S.; Wang, Z.; Liu, X.; Zhu, L. Associations among attitudes, perceived difficulty of learning science, gender, parents' occupation and students' scientific competencies. *Int. J. Sci. Educ.* **2017**, *39*, 2171–2188. <https://doi.org/10.1080/09500693.2017.1366675>
25. Erola, J.; Jalonen, S.; Lehti, H. Parental education, class and income over early life course and children's achievement. *Res. Soc. Stratif. Mobil.* **2016**, *44*, 33–43. <https://doi.org/10.1016/j.rssm.2016.01.003>
26. Lawson, K.M.; Crouter, A.C.; McHale, S.M. Links between Family Gender Socialization Experiences in Childhood and Gendered Occupational Attainment in Young Adulthood. *J. Vocat. Behav.* **2015**, *90*, 26–35. <https://doi.org/10.1016/j.jvb.2015.07.003>
27. Guo, J.; Marsh, H.W.; Parker, P.D.; Dicke, T.; van Zanden, B. Countries, parental occupation, and girls' interest in science. *Lancet* **2019**, *393*, e6–e8. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(19\)30210-7](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(19)30210-7)
28. Bowden, M.; Bartkowski, J.; Xu, X.; Lewis Jr., R. Parental Occupation and the Gender Math Gap: Examining the Social Reproduction of Academic Advantage among Elementary and Middle School Students. *Soc. Sci.* **2018**, *7*, 6. <https://doi.org/10.3390/socsci7010006>
29. Bott, P.; Helmrich, R.; Zika, G. MINT-Berufe—die Not ist nicht so groß wie oft behauptet! Analysen aus der ersten BIBB-IAB Qualifikations- und Berufsfeldprojektion. In *Indikatoren und Benchmarks*; Bundesinstitut für Berufsbildung: Bonn, Germany, 2010; pp. 40–44.
30. Niklas, F.; Wirth, A.; Guffler, S.; Drescher, N.; Ehmig, S.C. The Home Literacy Environment as a Mediator between Parental Attitudes toward Shared Reading and Children's Linguistic Competencies. *Front. Psychol.* **2020**, *11*, 1628. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.01628>
31. Burghardt, L.; Linberg, A.; Lehrl, S.; Konrad-Ristau, K. The relevance of the early years home and institutional learning environments for early mathematical competencies. *J. Educ. Res. Online* **2020**, *12*, 103–125. https://www.waxmann.com/index.php?eID=download&id_artikel=ART104310&uid=frei
32. Anders, Y.; Rossbach, H.-G.; Weinert, S.; Ebert, S.; Kuger, S.; Lehrl, S.; von Maurice, J. Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early Child. Res. Q.* **2012**, *27*, 231–244. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.08.003>
33. Bronfenbrenner, U. *The Ecology of Human Development: Experiments by Nature and Design*; Harvard University Press: Cambridge, MA, USA; London, UK, 1979; ISBN 9780674224575.
34. Vygotsky, L.S. *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*; Harvard University Press: Cambridge, MA, USA; London, UK, 1980; ISBN 9780674076686.
35. Jordan, N.C.; Kaplan, D.; Nabors Oláh, L.; Locuniak, M.N. Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Dev.* **2006**, *77*, 153–175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
36. Passolunghi, M.C.; Vercelloni, B.; Schadee, H. The precursors of mathematics learning: Working memory, phonological ability and numerical competence. *Cogn. Dev.* **2007**, *22*, 165–184. <https://doi.org/10.1016/j.cogdev.2006.09.001>
37. Niklas, F.; Schneider, W. Casting the die before the die is cast: The importance of the home numeracy environment for preschool children. *Eur. J. Psychol. Educ.* **2014**, *29*, 327–345. <https://doi.org/10.1007/s10212-013-0201-6>

38. Niklas, F.; Cohrssen, C.; Tayler, C. Improving Preschoolers' Numerical Abilities by Enhancing the Home Numeracy Environment. *Early Educ. Dev.* **2016**, *27*, 372–383. <https://doi.org/10.1080/09669760.2016.1155147>
39. LeFevre, J.-A.; Skwarchuk, S.-L.; Smith-Chant, B.; Fast, L.; Kamawar, D.; Bisanz, J. Home Numeracy Experiences and Children's Math performance in the Early School Years. *Can. J. Behav. Sci.* **2009**, *41*, 55–66. <https://doi.org/10.1037/a0014532>
40. Cohrssen, C.; Niklas, F. Using mathematics games in preschool settings to support the development of children's numeracy skills. *Int. J. Early Years Educ.* **2019**, *27*, 322–339. <https://doi.org/10.1080/09669760.2019.1629882>
41. Gasteiger, H.; Moeller, K. Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *J. Exp. Child Psychol.* **2021**, *204*, 105060. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.105060>
42. Skwarchuk, S.-L.; Sowinski, C.; LeFevre, J.-A. Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *J. Exp. Child Psychol.* **2014**, *121*, 63–84. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.006>
43. Lehrl, S.; Ebert, S.; Blaurock, S.; Rossbach, H.-G.; Weinert, S. Long-term and domain-specific relations between the early years home learning environment and students' academic outcomes in secondary school. *Sch. Eff. Sch. Improv.* **2020**, *31*, 102–124. <https://doi.org/10.1080/09243453.2019.1618346>
44. Saxe, G.B.; Guberman, S.R.; Gearhart, M.; Gelman, R.; Massey, C.M.; Rogoff, B. Social Processes in Early Number Development. *Monogr. Soc. Res. Child Dev.* **1987**, *52*, 2. <https://doi.org/10.2307/1166071>
45. Krajewski, K. Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. [Preschool awareness of quantities and numbers and their importance for the early detection of arithmetic weaknesses]. In *Diagnostik von Mathematikleistungen*; Hasselhorn, M., Marx, H., Schneider, W., Eds.; Hogrefe: Göttingen, Germany, 2005; pp. 49–70. ISBN 9783801718664.
46. Sarama, J.; Clements, D.H. *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*; Routledge: New York, NY, USA, 2009; ISBN 9781135592509.
47. Kleemans, T.; Peeters, M.; Segers, E.; Verhoeven, L. Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Child. Res. Q.* **2012**, *27*, 471–477. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.12.004>
48. LeFevre, J.-A.; Polyzoi, E.; Skwarchuk, S.-L.; Fast, L.; Sowinski, C. Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? *Int. J. Early Years Educ.* **2010**, *18*, 55–70. <https://doi.org/10.1080/09669761003693926>
49. Melhuish, E.; Phan, M.; Sylva, K.; Sammons, P.; Siraj-Blatchford, I.; Taggart, B. Effects of the Home Learning Environment and Preschool Center Experience upon Literacy and Numeracy Development in Early Primary School. *J. Soc. Issues* **2008**, *64*, 95–114. <https://doi.org/10.1111/j.1540-4560.2008.00550.x>
50. Niklas, F.; Annac, E.; Wirth, A. App-based learning for kindergarten children at home (Learning4Kids): Study protocol for cohort 1 and the kindergarten assessments. *BMC Pediatr.* **2020**, *20*, 554. <https://doi.org/10.1186/s12887-020-02432-y>
51. Ehlert, A.; Ricken, G.; Fritz, A. MARKO-Screening—Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter—Screening [MARKOScreening—Mathematics and Concepts of Calculation before School Entry]; Hogrefe: Göttingen, Germany, 2020.
52. Krajewski, K. MBK 0. Test Mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter [MBK 0. Assessment of Basic Mathematical Competencies in Kindergarten Age], 1st ed.; Hogrefe: Göttingen, Germany, 2018.

53. Endlich, D.; Berger, N.; Küspert, P.; Lenhard, W.; Marx, P.; Weber, J.; Schneider, W. WVT: Würzburger Vorschultest: Erfassung Schriftsprachlicher und Mathematischer (Vorläufer-) Fertigkeiten und Sprachlicher Kompetenzen im Letzten Kindergartenjahr [WVT: Würzburg Preschool Test: Assessment of Literacy and Mathematical (Precursor) Abilities and Linguistic Competencies in the Last Year of Kindergarten]; Hogrefe: Göttingen, Germany, 2017.
54. Niklas, F.; Cohrsen, C.; Tayler, C. Parents supporting learning: A non-intensive intervention supporting literacy and numeracy in the home learning environment. *Int. J. Early Years Educ.* **2016**, *24*, 121–142. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.1076676>
55. Bundesagentur für Arbeit. Ingenieurberufe [Engineering Professions]. 2013. Available online: <https://statistik.arbeitsagentur.de/DE/Statischer-Content/Grundlagen/Klassifikationen/Klassifikation-der-Berufe/KldB2010/Arbeitshilfen/Berufsaggregate/Generische-Publikationen/Steckbrief-Ingenieur.pdf?blob=publicationFile&v=5> (accessed on 2 July 2021).
56. Bundesagentur für Arbeit. MINT-Berufe [STEM-Occupations]. 2017. Available online: https://statistik.arbeitsagentur.de/DE/Statischer-Content/Grundlagen/Klassifikationen/Klassifikation-der-Berufe/KldB2010/Arbeitshilfen/Berufsaggregate/Generische-Publikationen/MINTBerufe.pdf?__blob=publicationFile&v=5 (accessed on 2 July 2021).
57. IBM Corp. IBM SPSS Statistics for Windows; IBM Corp.: Armonk, NY, USA, 2019.
58. Muthen, L.K.; Muthen, B.O. MPlus User's Guide: Eighth Edition; Muthen, L.K., Muthen, B.O., Eds.; Los Angeles, CA, USA, 2017. Available online: [https://www.scirp.org/\(S\(czeh2tfqyw2orz553k1w0r45\)\)/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=2123077](https://www.scirp.org/(S(czeh2tfqyw2orz553k1w0r45))/reference/ReferencesPapers.aspx?ReferenceID=2123077) (accessed on 2 July 2021).
59. Lai, K. Estimating Standardized SEM Parameters Given Nonnormal Data and Incorrect Model: Methods and Comparison. *Struct. Equ. Modeling Multidiscip. J.* **2018**, *25*, 600–620. <https://doi.org/10.1080/10705511.2017.1392248>
60. Hu, L.-T.; Bentler, P.M. Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: Conventional criteria versus new alternatives. *Struct. Equ. Modeling Multidiscip. J.* **1999**, *6*, 1–55. <https://doi.org/10.1080/10705519909540118>
61. Schumacker, R.E.; Lomax, R.G. A Beginner's Guide to Structural Equation Modeling, 3th ed.; Routledge: New York, NY, USA, 2010; ISBN 9781841698908.
62. Susperreguy, M.I.; Douglas, H.; Xu, C.; Molina-Rojas, N.; LeFevre, J.-A. Expanding the Home Numeracy Model to Chilean children: Relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. *Early Child. Res. Q.* **2020**, *50*, 16–28. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.06.010>
63. Hornburg, C.B.; Borriello, G.A.; Kung, M.; Lin, J.; Litkowski, E.; Cosso, J.; Ellis, A.; King, Y.A.; Zippert, E.; Cabrera, N.J.; et al. Next directions in measurement of the home mathematics environment: An international and interdisciplinary perspective. *J. Numer. Cogn.* **2021**, *7*, 195–220. <https://doi.org/10.5964/jnc.6143>
64. del Río, M.F.; Strasser, K.; Cvencek, D.; Susperreguy, M.I.; Meltzoff, A.N. Chilean kindergarten children's beliefs about mathematics: Family matters. *Dev. Psychol.* **2019**, *55*, 687–702. <https://doi.org/10.1037/dev0000658>
65. Maple, S.A.; Stage, F.K. Influences on the Choice of Math/Science Major by Gender and Ethnicity. *Am. Educ. Res. J.* **1991**, *28*, 37–60. <https://doi.org/10.3102/00028312028001037>
66. Moore, R.; Burrus, J. Predicting STEM Major and Career Intentions With the Theory of Planned Behavior. *Career Dev. Q.* **2019**, *67*, 139–155. <https://doi.org/10.1002/cdq.12177>

67. Missall, K.; Hojnoski, R.L.; Caskie, G.I.L.; Repasky, P. Home Numeracy Environments of Preschoolers: Examining Relations among Mathematical Activities, Parent Mathematical Beliefs, and Early Mathematical Skills. *Early Educ. Dev.* **2015**, *26*, 356–376. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.968243>
68. Tazouti, Y.; Malarde, A.; Michea, A. Parental beliefs concerning development and education, family educational practices and children’s intellectual and academic performances. *Eur. J. Psychol. Educ.* **2010**, *25*, 19–35. <https://doi.org/10.1007/s10212-009-0002-0>
69. Viljaranta, J.; Lazarides, R.; Aunola, K.; Rääkkönen, E.; Nurmi, J.-E. The Different Role of Mothers’ and Fathers’ Beliefs in the Development of Adolescents’ Mathematics and Literacy Task Values. *Int. J. Gend. Sci. Technol.* **2015**, *7*, 297–317.
70. Siekmann, G.; Korbel, P. Defining “STEM” Skills: Review and Synthesis of the Literature- support document 1NCVER, Adelaide. 2016. Available online:<http://www.ncvre.edu.au> (accessed on 2 July 2021).
71. Steffensky, M. Naturwissenschaftliche Bildung in Kindertageseinrichtungen. [STEM Education in Early Childhood Institutions]; WiFF Expertisen; Deutsches Jugendinstitut e.V.: München, Germany, 2017, Available online: <https://www.weiterbildungsinitiative.de/publikationen/detail/naturwissenschaftliche-bildung-in-kindertageseinrichtungen>.
72. Albarracín, D.; Wyer, R.S. The Cognitive Impact of Past Behavior: Influences on Beliefs, Attitudes, and Future Behavioral Decisions. *J. Pers. Soc. Psychol.* **2000**, *79*, 5–22. <https://doi.org/10.1037/0022-3514.79.1.5>
73. Ugras, M. The Effects of STEM Activities on STEM Attitudes, Scientific Creativity and Motivation Beliefs of the Students and Their Views on STEM Education. *IOJES* **2018**, *10*, 165–182. <https://doi.org/10.15345/iojes.2018.05.012>
74. Sonnenschein, S.; Galindo, C.; Metzger, S.R.; Thompson, J.A.; Huang, H.C.; Lewis, H. Parents’ Beliefs about Children’s Math Development and Children’s Participation in Math Activities. *Child Dev. Res.* **2012**, *2012*, 1–13. <https://doi.org/10.1155/2012/851657>
75. Cech, E.A.; Blair-Loy, M. The changing career trajectories of new parents in STEM. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **2019**, *116*, 4182–4187. <https://doi.org/10.1073/pnas.1810862116>
76. Puglisi, M.L.; Hulme, C.; Hamilton, L.G.; Snowling, M.J. The Home Literacy Environment Is a Correlate, but Perhaps Not a Cause, of Variations in Children’s Language and Literacy Development. *Sci. Stud. Read.* **2017**, *21*, 498–514. <https://doi.org/10.1080/10888438.2017.1346660>
77. Cheung, S.K.; Dulay, K.M.; McBride, C. Parents’ characteristics, the home environment, and children’s numeracy skills: How are they related in low- to middle-income families in the Philippines? *J. Exp. Child Psychol.* **2020**, *192*, 104780. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104780>
78. Zucker, T.A.; Montroy, J.; Master, A.; Assel, M.; McCallum, C.; Yeomans-Maldonado, G. Expectancy-value theory & preschool parental involvement in informal STEM learning. *J. Appl. Dev. Psychol.* **2021**, *76*, 101320. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2021.101320>
79. Wang, M.-T.; Degol, J.L. Gender Gap in Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM): Current Knowledge, Implications for Practice, Policy, and Future Directions. *Educ. Psychol. Rev.* **2017**, *29*, 119–140. <https://doi.org/10.1007/s10648-015-9355-x>
80. Anaya, L.; Stafford, F.; Zamarro, G. Gender gaps in math performance, perceived mathematical ability and college STEM education: The role of parental occupation. *Educ. Econ.* **2021**, *6*, 1–16. <https://doi.org/10.1080/09645292.2021.1974344>

81. Niepel, C.; Stadler, M.; Greiff, S. Seeing is believing: Gender diversity in STEM is related to mathematics self-concept. *J. Educ. Psychol.* **2019**, *111*, 1119–1130. <https://doi.org/10.1037/edu0000340>
82. del Río, M.F.; Susperreguy, M.I.; Strasser, K.; Salinas, V. Distinct Influences of Mothers and Fathers on Kindergartners' Numeracy Performance: The Role of Math Anxiety, Home Numeracy Practices, and Numeracy Expectations. *Early Educ. Dev.* **2017**, *28*, 939–955. <https://doi.org/10.1080/10409289.2017.1331662>
83. Silinskas, G.; Di Lonardo, S.; Douglas, H.; Xu, C.; LeFevre, J.-A.; Garckija, R.; Gabrialaviciute, I.; Raiziene, S. Responsive home numeracy as children progress from kindergarten through Grade 1. *Early Child. Res. Q.* **2020**, *53*, 484–495. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.06.003>
84. Mejía-Rodríguez, A.M.; Luyten, H.; Meelissen, M.R.M. Gender Differences in Mathematics Self-concept across the World: An Exploration of Student and Parent Data of TIMSS 2015. *Int. J. Sci. Math. Educ.* **2021**, *19*, 1229–1250. <https://doi.org/10.1007/s10763-020-10100-x>
85. Niklas, F.; Schneider, W. Die Anfänge geschlechtsspezifischer Leistungsunterschiede in mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen. [The beginning of gender-based performance differences in mathematics and linguistic competencies]. *Z. für Entwickl. und Pädagogische Psychol.* **2012**, *44*, 123–138. <https://doi.org/10.1026/0049-8637/a000064>

5.2 Associations Between Children's Numeracy Competencies, Mothers' and Fathers' Mathematical Beliefs, and Numeracy Activities at Home

Anna Mues, Astrid Wirth, Efsun Birtwistle & Frank Niklas

Department of Psychology, Ludwig-Maximilians-Universität München, Germany

Mues, A.; Wirth, A.; Birtwistle, E. & Niklas, F. (2022). Associations Between Children's Numeracy Competencies, Mothers' and Fathers' Mathematical Beliefs, and Numeracy Activities at Home. *Front. Psychol.* 13:835433.
doi:10.3389/fpsyg.2022.835433

Copyright © 2021 Mues, Wirth, Birtwistle und Niklas. Dies ist ein Open-Access-Artikel, der unter den Bedingungen der Creative Commons Attribution License (CC BY) (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) verbreitet wird. Die Nutzung, Verbreitung oder Vervielfältigung in anderen Foren ist gestattet, sofern der/die ursprüngliche(n) Autor(en) und der/die Urheberrechtsinhaber genannt werden und die ursprüngliche Veröffentlichung in dieser Zeitschrift in Übereinstimmung mit der anerkannten wissenschaftlichen Praxis zitiert wird. Eine Nutzung, Verbreitung oder Vervielfältigung, die nicht mit diesen Bedingungen übereinstimmt, ist nicht gestattet.

Children's numeracy competencies are not only relevant for their academic achievement, but also later in life. The development of early numeracy competencies is influenced by children's learning environment. Here, the home numeracy environment (HNE) and parent's own beliefs about mathematics play an important role for children's numeracy competencies. However, only a few studies explicitly tested these associations separately for mothers and fathers. In our study, we assessed mothers' and fathers' mathematical gender stereotypes, self-efficacy and their beliefs on the importance of mathematical activities at home, and tested their associations with parents' numeracy activities and children's numeracy competencies in a sample of $N = 160$ children ($n = 80$ girls) with an average age of $M = 59.15$ months ($SD = 4.05$). Both, fathers and mothers regarded boys as being more competent in mathematics than girls. Fathers when compared to mothers reported a greater mathematical self-efficacy. Further, only mothers' self-efficacy was associated with the frequency of numeracy activities with the study child. In contrast, only fathers' beliefs on the importance of mathematics was associated with their numeracy activities which, in turn, predicted children's numeracy competencies. However, the non-invariant constructs and varying results lead to the question whether a revision of existing scales assessing parental beliefs and home numeracy activities is needed to investigate differences of mothers and fathers and their potential associations with children's numeracy outcomes.

Keywords: parental beliefs, home numeracy environment, numeracy competencies, gender stereotypes, self-efficacy, importance of mathematical activities at home

INTRODUCTION

Children's early competencies and their development are supported by different experiences and aspects in their environment and in everyday life (e.g., Burghardt et al., 2020). In addition to kindergarten attendance (Melhuish et al., 2015) and the home learning environment (LeFevre et al., 2009; Anders et al., 2012; Niklas and Schneider, 2014), parents' beliefs, attitudes and expectations (Sonnenschein et al., 2012; Skwarchuk et al., 2014; del Río et al., 2017) are discussed as important predictors of children's early numeracy development.

Children's early numeracy competencies are essential prerequisites for their later mathematics performance, academic achievement, and school success (Duncan et al., 2007; Jordan et al., 2007; Niklas and Schneider, 2017). Aspects such as child and family characteristics [e.g., sex or socioeconomic status (SES)] further influence children's cognitive development (Niklas and Schneider, 2014).

The home numeracy environment (HNE) focuses on the early numeracy activities of parents and their children at home (LeFevre et al., 2009). Ecological and sociocultural theories emphasize the importance of the HNE for children's mathematical development (Vygotsky, 1980; Bronfenbrenner and Morris, 2006). Recent studies support this association and reported a positive correlation between home numeracy activities and children's numeracy competencies (LeFevre et al., 2009; Skwarchuk, 2009; Niklas and Schneider, 2014, 2017). However, additional relevant factors such as parental beliefs and expectations toward mathematics, have rarely been considered in recent research (del Río et al., 2017). Further, there are currently only a few studies (Tomasetto et al., 2015; del Río et al., 2019, 2020) that investigated potential differences between mothers and fathers, which may offer interesting insights as fathers have only recently become more involved in their children's lives in many countries (Cabrera et al., 2000;

Baker, 2014). The present study investigated children's numeracy competencies and took the following factors into account; (1) three types of parental beliefs toward mathematics: gender stereotypes, self-efficacy and beliefs on the importance of mathematical activities at home, (2) differences in mothers' and fathers' beliefs toward mathematics and home numeracy activities, and (3) children's sex.

Children's Early Numeracy Competencies

Children develop various numeracy competencies even before the start of their formal education (e.g., counting, number line estimation or knowledge of numbers and quantities; Krajewski and Schneider, 2009). Early development of academic competencies is highly predictive for success at school and later in life (Duncan et al., 2007; Jordan et al., 2007; Niklas and Schneider, 2017) as well as for children's further mathematical development (Geary et al., 2009; Krajewski and Schneider, 2009; Jordan et al., 2010). However, these competencies vary greatly between children by the time they start school (Gould, 2012) and are influenced by diverse environmental aspects such as the home learning environment (LeFevre et al., 2009, 2010; Niklas and Schneider, 2017; Susperreguy et al., 2021) and parents' beliefs and expectations toward mathematics (Skwarchuk et al., 2014; del Río et al., 2017). For boys and girls in contrast, often no significant differences concerning numeracy-related and language abilities were found at school entry (Niklas and Schneider, 2012; Kersey et al., 2018). Consequently, girls and boys seem to bring along more or less equal abilities at this age regardless of their sex.

Nguyen et al. (2016) suggested that early numeracy abilities are the strongest predictors of later mathematical achievement. Here, children's advanced counting competencies (i.e., counting forward or backward from a given number or counting with cardinality) have been shown to be more predictive than their basic counting competencies (i.e., number recognition or

verbal counting). This finding suggests that it is important to promote advanced counting activities and not to focus on basic counting skills only. However, basic skills still need to be considered as they build the basis for some advanced competencies and critical concepts. Further, children's understanding of quantities and number words and arithmetic abilities were also identified as important predictors for later mathematical competencies (Jordan et al., 2006, 2009; Krajewski and Schneider, 2009). Our study investigated children's numeracy outcomes in the context of additional potentially influencing factors (e.g., HNE and parents' characteristics) to elaborate which aspects play an important role for children's numeracy development before developing later mathematical skills.

Home Numeracy Environment and Parental Involvement in Mathematical Outcomes

The HNE is defined as the interaction between children and their parents concerning numeracy activities within the home environment (e.g., playing dice or counting games and exposure to numerical content; e.g., LeFevre et al., 2009; Skwarchuk et al., 2014). The HNE may be differentiated into formal and informal home activities (e.g., LeFevre et al., 2009). Here, aspects such as using number books and active stimulation of number skills, which require dynamic engagement and the intention of parents to teach mathematics to their children are subsumed as formal HNE. In contrast, informal aspects were described as activities that 'incidentally' support children's numeracy abilities such as naturally occurring activities in the home that induce counting or exposure to numbers (e.g., playing mathematical games and involving the child in measuring ingredients).

Playful learning activities motivate and engage children in learning numbers, counting, and reasoning, and also prepare them to advance their mathematical thinking skills (e.g., problem solving, mental representation of numbers; Cohn et al., 2014; Niklas et al., 2016). Parents often provide

such learning opportunities and thus motivate their children to learn mathematics (Cohrssen and Niklas, 2019; Gasteiger and Moeller, 2021). For example, Cohrssen and Niklas (2019) reported gains in children's mathematical competencies through playing a math game, underlining the importance of parent-child interactions in shared mathematical activities.

Further, LeFevre et al. (2009) showed that children who are often involved in mathematical activities with their parents at home, are more likely to improve their computational efficacy and accuracy while solving mathematical problems (see also Kleemans et al., 2012). However, positive associations (Niklas and Schneider, 2014; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy et al., 2020) and no significant associations (Skwarchuk, 2009; DeFlorio and Beliakoff, 2015; Missall et al., 2015) were found for the formal and the informal HNE and children's mathematical outcomes with the informal HNE seemingly being the better predictor (LeFevre et al., 2009). Consequently, more research on the specific aspects and mechanisms that may support children's mathematical learning in the context of the HNE are necessary (see also Hornburg et al., 2021).

For instance, research identified additional parental factors which can be linked to the HNE and may impact on children's competencies such as parental beliefs, attitudes and expectations (Sonnenschein et al., 2012; Skwarchuk et al., 2014; del Río et al., 2017). It is also of interest, whether numeracy activities at home and children's numeracy outcomes are influenced by further parental factors such as potential differences between mothers and fathers.

Parental Beliefs Towards Mathematics

Research indicates that parental beliefs, expectations and attitudes predict parental numeracy activities and children's numeracy competency development (Skwarchuk et al., 2014; Missall et al., 2015; del Río et al., 2017; Susperreguy et al., 2020), which aligns with the expectancy-value theory by Eccles. This theory assumes

that parental beliefs influence children's achievement motivation, their educational aspirations, and their abilities and provide them with experiences at home and in everyday life which are directed by the beliefs of the parents (Eccles et al., 1983; Jacobs et al., 2005). Recent studies also suggest a direct link between parental beliefs, children's self-concept and their mathematical performance (del Río et al., 2019, 2020), indicating that parents' personal beliefs and thoughts may have a tremendous impact on children's perception of their own abilities and thus also on children's academic outcomes in mathematics.

Parental beliefs toward mathematics can simply be defined as parents' interest in mathematics and their feeling of confidence while performing mathematics (Benz, 2012). Further constructs such as gender stereotypes, self-efficacy and the importance of mathematical activities at home are often subsumed under the umbrella-term *beliefs* (e.g., Sonnenschein et al., 2012, 2016; del Río et al., 2017, 2020). Research shows that parents who tend to have positive beliefs regarding mathematics also engage more frequently in formal numeracy practices such as counting pieces of a pie and teaching how to count (Skwarchuk et al., 2014; Missall et al., 2015; del Río et al., 2017).

Further, parents who engage in formal numeracy activities frequently and who enjoy doing mathematics were reported to have higher expectations for both themselves and their children to perform successfully in numeracy tasks (Blevins-Knabe et al., 2000; Kleemans et al., 2012; Skwarchuk et al., 2014; del Río et al., 2017). However, the associations between parental beliefs and expectations, numeracy-related activities at home and children's numeracy outcomes seem to vary between studies (LeFevre et al., 2009; Skwarchuk, 2009; Sonnenschein et al., 2012; del Río et al., 2017). This finding inspired us to investigate the role that parental beliefs toward mathematics (especially gender stereotypes, self-efficacy and the importance of mathematical activities at home) play for parents' numeracy practices and children's early numeracy competencies.

Gender Stereotypes

Gender stereotypes in certain academic areas such as mathematics are often observed in society and they may differ across countries and cultures (Nosek et al., 2009; Breda et al., 2020; Lewis and Lupyan, 2020). As an important part of the societal structure, parents tend to have stereotypes concerning gender and occupation (Breda et al., 2020; del Río et al., 2020). These beliefs are not necessarily developed intentionally, however, they still may impact on children's own beliefs about mathematics and their actual outcomes (Sonnenschein et al., 2012; del Río et al., 2019, 2020). Gender stereotypes in mathematics can simply be described as favouring one gender over another (e.g., boys can do mathematics better than girls, del Río et al., 2020).

In their systematic review, Gunderson et al. (2012) showed that parents' gender stereotypes and their expectations directly affected children's own beliefs, success and achievement in mathematics. These stereotypes do not only impact on their children's own beliefs and development, they also influence how parents engage with their children while doing mathematical activities. For instance, parents tend to engage with sons more often than with daughters (Jacobs et al., 2005; Nosek et al., 2009; Gunderson et al., 2012; del Río et al., 2017). Moreover, del Río et al. (2017) reported that mothers' engagement in advanced numeracy activities differed depending on the sex of their child; that is, mothers engaged with boys more often than with girls. Consequently, recent research indicates that parental gender stereotypes seem to impact on parent-child interactions as well as on children's achievement and development.

Self-Efficacy

Parents' mathematical self-efficacy also plays an important role for their mathematical beliefs, their own mathematical experiences and achievements, and the mathematical interactions with their children (Missall et al., 2015). Self-efficacy describes the interest in and the ability to achieve certain be-

haviors successfully (Bandura, 1977). Parental mathematical self-efficacy can thus be defined as parents' belief of being able to solve mathematical problems and their belief of being able to influence children's mathematical learning and their environment in a supportive way (Ardelt and Eccles, 2001).

Peacock-Chambers et al. (2017) showed that high levels of parental self-efficacy were associated with a better quality home learning environment. Further, the frequency of informal mathematical activities and its association with children's numerical understanding was mediated by parents' mathematical self-efficacy and their attitudes toward mathematics. Here, parents' mathematical self-efficacy was also linked indirectly to children's arithmetic skills via informal mathematical activities (Vasilyeva et al., 2018).

Parental Beliefs on the Importance of Mathematical Activities

Parental beliefs about the importance of doing mathematical activities at home are regarded as another important factor that is associated with the HNE and children's engagement in mathematical activities (e.g., Sonnenschein et al., 2012). Sonnenschein et al. (2012) analyzed parental beliefs on the importance of mathematical activities at home and their relation with children's mathematical activities at home. Most of the surveyed parents regarded mathematics at home to be very important and only 14% of the parents considered it as being not so important.

Parents who reported mathematical activities at home to be important, not only had a more positive attitude toward supporting children's mathematical learning, their children also engaged in mathematical activities at home more often (Sonnenschein et al., 2012).

Although the HNE and parental beliefs are associated with children's numeracy competencies, we still do not know much about potential differences between the beliefs of mothers and fathers, and whether they may be associated differentially to children's numeracy skills.

Differences in Mothers' and Fathers' Mathematical Beliefs and the Numeracy-Related Interactions with Their Child

Previous research on parents' numeracy activities and the interactions with their children has usually relied on data reported by mothers only (Saracho and Spodek, 2008). However, there is some research that took both mothers and fathers into account. For instance, del Río et al. (2017) showed that mothers' advanced numeracy-related interactions were a better predictor for children's numeracy outcomes than fathers' interactions, suggesting that mother-child and father-child interactions may support children's learning in different ways. Further, an indirect effect of mothers' expectations toward mathematics and children's numeracy outcomes was found through the advanced numeracy activities mothers provided at home, whilst no such association was detected for fathers' expectations.

Tomasetto et al. (2015) reported a specific role of mothers' math-gender stereotypes concerning their daughters, but not their sons. del Río et al. (2020) further reported that mothers' and fathers' implicit measures both showed a stronger association for mathematics with males than females. Significantly stronger math-gender stereotypes were found for the explicit measures of mothers compared to fathers. In addition, fathers compared to mothers were more convinced that they are good in mathematics.

The scarcity of research that focusses on the differences between mothers and fathers in their beliefs and numeracy activities at home further underlines the need for such studies that examine the relation of these aspects with children's numeracy outcomes.

The Present Study

In recent years, several studies analyzed the home numeracy activities and parental beliefs (e.g., del Río et al., 2017; Susperreguy et al., 2020). However, only a few studies investigated mothers' and fathers' beliefs toward mathematics and potential differences (e.g., Tomasetto et al., 2015; del Río et al., 2017). In addition, few studies considered the associations between children's sex,

children's numerical competencies and the HNE simultaneously (del Río et al., 2017, 2020). Therefore, in the present study, we will try to identify aspects that influence children's numeracy competencies. Here, we analyse three types of parents' mathematical beliefs—namely gender stereotypes, self-efficacy, and parental beliefs on the importance of mathematical activities at home—and the numeracy practices they conduct with their children at home. One key objective is to investigate potential differences in mothers' and fathers' beliefs toward mathematics and their numeracy activities at home and children's numeracy competencies while considering both parents' and children's sex.

Accordingly, we were interested in answering the following four questions:

- (1) Do we find measurement invariance for our constructs, when we ask mothers and fathers the same questions?
- (2) Do we find differences between mothers' and fathers' beliefs toward mathematics (i.e., concerning gender stereotypes, self-efficacy, and beliefs on the importance of mathematical activities at home)?
- (3) Is there an association between these aspects and the numeracy-related activities at home and children's numeracy outcomes?
- (4) Do these associations differ for boys and girls?

To answer these questions, we tested the following five hypotheses:

- (1) We expected to measure the same constructs (i.e., beliefs and HNE), when we ask mothers and fathers the same questions (i.e., measurement invariance).
- (2) We suggest that mothers and fathers will differ significantly in their mathematical gender stereotypes, self-efficacy and the reported importance of mathematical activities at home. Here, we expected mothers to show lower mathematical self-efficacy than fathers (del Río et al., 2019, 2020).

- (3) In addition, we hypothesized that mothers who expect boys to excel in mathematics when compared to girls to have a lower mathematical self-efficacy, whereas fathers with the same stereotypes should have a higher mathematical self-efficacy (del Río et al., 2019, 2020).
- (4) We expected parents with a greater mathematical self-efficacy who reported less strong gender stereotypes toward mathematics to engage more often in numeracy related activities and to have children who perform better in the numeracy tasks (del Río et al., 2017).
- (5) Finally, we expected that the findings and associations will differ significantly dependent on whether the study child is a boy or a girl.

MATERIALS AND METHODS

Sample

We assessed children’s numeracy competencies (NumC) in a sample of $N = 310$ children ($n = 160$ girls) with an average age of $M = 59.36$ months ($SD = 3.94$) and surveyed both, their mothers and fathers concerning their mathematical self-efficacy (SE), gender stereotypes (GS), beliefs on the importance of mathematical activities at home (IOMA), and the numeracy activities they provide at home to their children (NA). The data was taken from the first measurement point of the second cohort of the EU-funded, 5-year-longitudinal study “Learning4Kids” project (Niklas et al., 2020a). Trained psychologists, educators and research assistants performed the assessments which included

standardized numeracy tests to assess children’s numeracy competencies. Further, parents were asked to fill in a written survey assessing SE, GS, IOMA, NA, their family background and children’s characteristics. Here, children’s sex assigned at birth was reported by their parents in our parental survey.

The majority of our sample spoke German as main language (68.1%). Families, whose first language was not German (27.5%) reported 16 different languages as main language and were provided with surveys in their own language when possible (e.g., Turkish, Polish, English, etc.). Before the beginning of the assessments, families were contacted via mail and received a description of the study and the invitation to contact the project team for participation via e-mail or telephone. In a next step, we called all the families who indicated their interest to participate in our study and explained the study requirements and obtained an informal consent. Some of the participating families were recruited through kindergartens. During the family visit, formal consents were collected. All research activities were approved by the European Research Council Executive Agency and the Ethics committee of the Faculty of Psychology and Educational Sciences at the University of Munich.

As our research focuses on differences between fathers’ and mothers’ mathematical beliefs and interactions and as the great majority of children in our sample lived together with both parents, only children for whom data from both, mothers and fathers were available, were included in the analyses¹.

¹ One single case of a mother-mother dyad was present in our sample. Consequently, this case had to be excluded for statistical reasons.

Accordingly, about half of the sample (children with complete mother-father dyads) were included in the analytic sample ($N = 160$, $n = 80$ girls). Children in this subsample had an average age of $M = 59.15$ months ($SD = 4.05$). A potentially biased drop-out between the excluded and all other cases was tested with independent t-tests for our study variables (i.e., numeracy activities, numeracy competencies, beliefs, SES, age, sex). No significant differences between the excluded and all other cases were found (all p 's > 0.05 , $BF_{10} < 0.07$), except for the beliefs on the IOMA of fathers which were significant ($p < 0.05$), but the Bayes Factor was low ($BF_{10} = 1.37$), indicating that the analytic sample seems to be comparable to the total sample.

Measures

Children's Numeracy Competencies

All participating children were assessed with various numeracy tests. We used the "Marko-Screening—mathematics and concepts of calculation before school entry" (MARKO-S; Ehlert et al., 2020) which includes 21 items concerning numbers, cardinality, ordinal number bars and number division, inclusion and relations (Cronbach's $\alpha = 0.78$ and Mc Donald's $\omega = 0.77$). Further, addition and subtraction were tested by an adapted version of the calculation subtest of the "Assessment of basic mathematical competencies in kindergarten" (Krajewski, 2018) with eight items (Cronbach's $\alpha = 0.70$ and Mc Donald's $\omega = 0.69$). Various subtests from the "Würzburger preschool test: Assessments of literacy and mathematical (precursor) abilities and linguistic competencies in the last year of kindergarten" (Endlich et al., 2017) were applied to assess competencies such as number sequences forward, number sequences backward, number symbol knowledge and knowledge of numerical representations (Cronbach's $\alpha = 0.92$ and Mc Donald's $\omega = 0.92$). All of the subtests consisted of eight items, except number sequences backward with six and knowledge of numerical representations with 10 items. Afterward, scales were built from all items

for each subtest. Finally, children's numeracy competencies were measured by a latent variable including all numeracy items (Cronbach's $\alpha = 0.93$ and Mc Donald's $\omega = 0.93$).

Parental Surveys

Both parents completed our surveys (see survey questions in **SupplementaryMaterial**). The caregiver who was present during the assessments was asked to fill in the main questionnaire which consisted of questions regarding numeracy practices provided at home, family and child characteristics and additionally included questions about the own beliefs toward mathematics. The other parent, who was or was not present during the assessments, was also asked to fill in a survey which only consisted of questions on home numeracy activities and beliefs toward mathematics. The main questionnaire was offered as a paper and pencil survey at home, whereas the additional parental survey was offered either as a paper and pencil survey version or as an online survey version, to assess as many parental pairs as possible.

Numeracy Activities at Home

Parents were asked about informal numeracy-related activities that they do together at home with their children. The NA were measured as a latent variable and contained six items (adapted from Niklas et al., 2016) with questions about parents' involvement in everyday numeracy activities [e.g., "How often do you involve your child in cooking (e.g., counting, weighing, or measuring ingredients)?"] (Mothers' Cronbach's $\alpha = 0.65$ and Mc Donald's $\omega = 0.68$; Fathers' Cronbach's $\alpha = 0.67$ and Mc Donald's $\omega = 0.65$). Parents rated the items on a 5-point Likert scale (e.g., from several times a week to never). Values of 4–0 were assigned accordingly with higher values indicating more frequent NAs and the values were averaged for both, fathers and mothers.

Parental Beliefs

Parental beliefs toward mathematics were assessed with statements concerning parents' own mathematical SE, their GS toward mathematics and the IOMA at home. Parental SE was measured with 6 items (Mothers' Cronbach's $\alpha = 0.75$ and Mc Donald's $\omega = 0.87$; Fathers' Cronbach's $\alpha = 0.77$ and Mc Donald's $\omega = 0.87$) and included statements such as "In school, I was good at math" (see also Skwarchuk et al., 2014; Missall et al., 2015; Susperreguy et al., 2020). Parental GS were surveyed with three items (e.g., "Girls need less assistance than boys in mathematics") (Mothers' Cronbach's $\alpha = 0.87$ and Mc Donald's $\omega = 0.87$; Fathers' Cronbach's $\alpha = 0.88$ and Mc Donald's $\omega = 0.89$), that are based on work by Tatto et al. (2012), Tomasetto et al. (2015), and Blömeke et al. (2017). Parents were also asked to evaluate the importance of their child doing mathematical activities at home with three items (e.g., "It is important to me that my child does mathematical activities at home") (Mothers' Cronbach's $\alpha = 0.50$ and Mc Donald's $\omega = 0.50$; Fathers' Cronbach's $\alpha = 0.62$ and Mc Donald's $\omega = 0.62$) (Sonnenschein et al., 2012). These items were adapted for our study and values of 0–4 were a signed (from "not at all true" to "completely true").

Statistical Analysis

Data analysis was performed by using IBM SPSS Statistics 28.0 (IBM Corp, 2021), JASP 0.16.0.0 (JASP Team, 2021) and Mplus 8.7 (Muthén and Muthén, 2021). Bayes factors were calculated with JASP (Overstall and King, 2014; Morey and Rouder, 2015; JASP Team, 2021).

The percentage of missing values at the item level of childrens' variables as well as mothers' and fathers' variables was low (max. 8.1%). Children's missing values ranged from 0.6 to 8.1%. Mothers had a range of missing values from 1.2 to 3.1% and for fathers, missing values ranged from 0.6 to 1.2%. First, a multiple-group confirmatory factor analysis (MGCFAs) was conducted to test our analyzed constructs for mothers and fathers. Here, we implemented

the diagonally weighted least square estimator (DWLS, WLSMV in MPLUS) as this estimator is recommended to be used for categorical ordinal data and its usage leads to more reliable results when ordered Likert scales are applied (Li, 2016, 2021; Lionetti et al., 2016). Next, we tested measurement invariance to check the comparability of the constructs for mothers and fathers (see **Supplementary Material**).

Descriptive statistics of parents' beliefs toward mathematics and their numeracy activities are shown in **Table 1**. Bayesian paired t-tests as well as Bayesian repeated-measurement analyses of variance (ANOVA) were applied to test for potential differences between mothers' and fathers' beliefs, their NA, and to check whether and how parents' mean values may vary for boys and girls. Further, Bayesian independent t-tests were conducted to investigate how mothers' and fathers' beliefs differ when having a son or a daughter as study child. Additionally, we tested mothers' and fathers' values in GS and the reported IOMA against an expected mean value by using Bayesian one-sample t-tests. Here, parents' answers were reported on a 5-point Likert scale from 0 to 4. The expected mean value of 2 for GS would indicate no perceived differences between boys' and girls' mathematical abilities. These analyses are based on the theoretical assumption that boys and girls at kindergarten age do not differ in regard to their numerical abilities (Niklas and Schneider, 2012; Kersey et al., 2018). Consequently, we assume that parents should not attribute more competence to one sex over the other (boys vs. girls). For IOMA, the expected mean value of 2 would indicate, that parents' regard mathematical activities at home neither as important nor as unimportant. Here, we expected parents would regard the IOMA on average above the mean value of 2 (see Sonnenschein et al., 2012). Finally, a multiple-group structural equation model (MGSEM) was used to analyze the associations of our theoretical model (see **Figure 1**). To evaluate the model fit, several goodness-of-fit indices were considered: the root mean square error of approximation

(RMSEA, ≤ 0.06), the comparative fit index (CFI, ≥ 0.95), and the standardized root mean squared residuals (SRMR, ≤ 0.08) (Hu and Bentler, 1999). Although we also report the Chi-Square goodness-of-fit statistic (X^2 , $p \geq 0.05$), this measure may be oversensitive to minor model misspecifications and sample size (Chen, 2007). Modification indices aligning with theory were considered to improve the model fit. Here, the highest modification indices one after another were added to the model to examine the changes until a sufficient model fit was achieved (Schumacker and Lomax, 2010). All applied modifications are described in our “Results” section.

RESULTS

Construct Validity and Measurement Invariance

First, we evaluated our measurement models for the study variables using MGCFA. The model fit of the theoretical model was good, except for the SRMR which showed a value

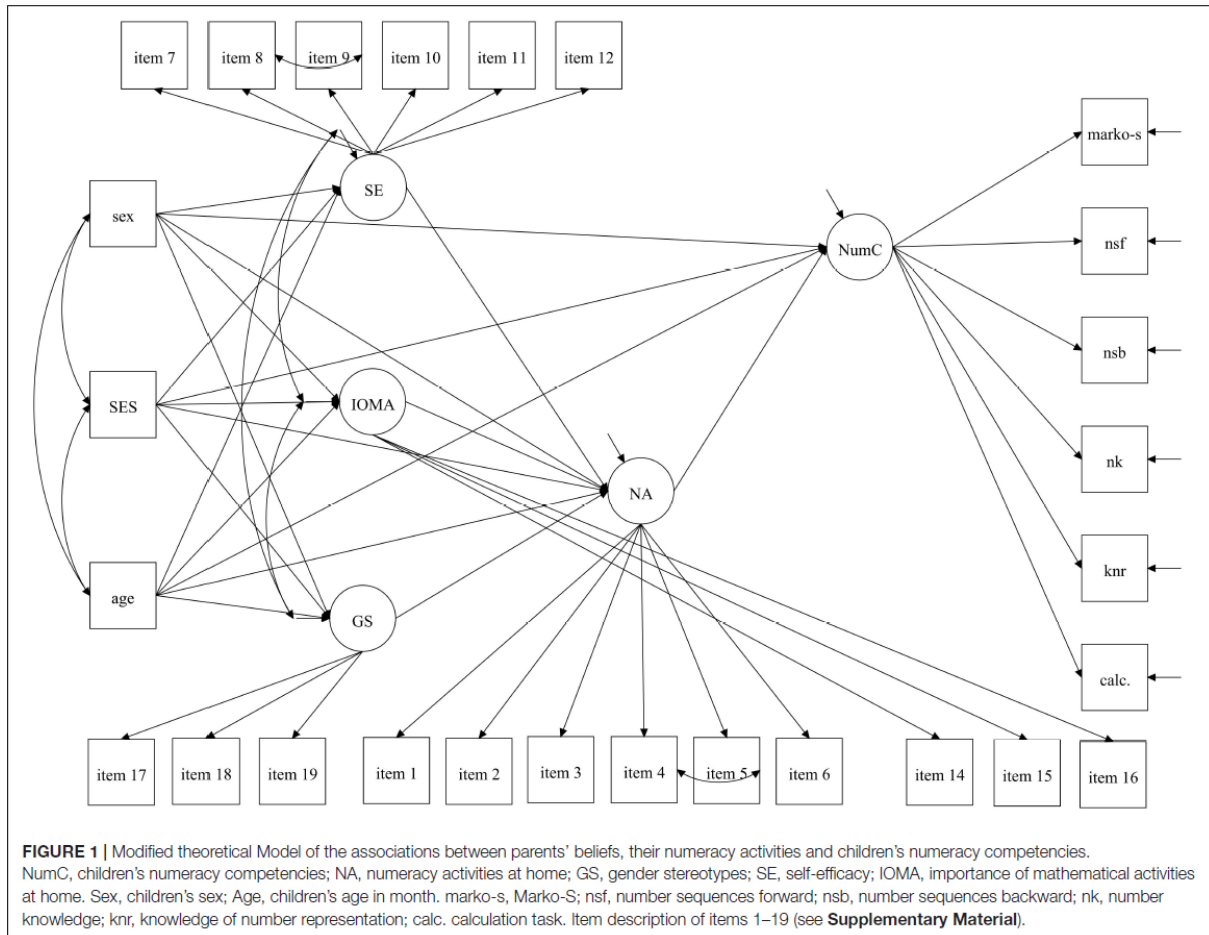
slightly above the cut-off [$X^2(556) = 1024.019$, $p < 0.01$, RMSEA = 0.07, CFI = 0.93, SRMR = 0.08]. To improve the model fit, some modification indices as suggested by MPlus were included after careful theoretical considerations. Here, correlations of item residuals were included by using the WITH statement of MPlus. For mothers’ and fathers’ numeracy activities, a correlation of the item residuals of item 4 with item 5 was included (see item description in **Supplementary Material**).

Further, for parent’s self-efficacy, correlations of the item residuals of items 9 and 10 were included (see item description in **Supplementary Material**). With the application of these modification indices, our model showed a slightly better model fit [$X^2(552) = 929.284$, $p < 0.01$, RMSEA = 0.07, CFI = 0.95, SRMR = 0.08]. The Chi-square differentiation test showed a significant p -value ($X^2 = 124.007$, $df = 4$, $p < 0.001$), indicating that we can proceed with this modified model.

TABLE 1 | Descriptive statistics of parental variables for the total analytic sample and subsamples of boys and girls.

	Total					Boys					girls				
	<i>N</i>	Min	Max	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>N</i>	Min	Max	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>N</i>	Min	Max	<i>M</i>	<i>SD</i>
NA m	160	.67	4.00	2.27	.76	80	.67	3.67	2.27	.75	80	.67	4.00	2.27	.78
NA f	160	.17	3.83	2.18	.74	80	.17	3.83	2.09	.74	80	.67	3.67	2.27	.73
GS m	156	.00	3.33	1.47	.76	78	.00	3.00	1.41	.73	78	.00	3.33	1.54	.78
GS f	159	.00	3.33	1.36	.87	79	.00	2.33	1.23	.84	80	.00	3.33	1.49	.89
SE m	159	.00	4.00	2.83	.99	80	.00	4.00	2.84	.94	79	.00	4.00	2.81	1.05
SE f	160	.20	4.00	3.13	.85	80	.20	4.00	3.05	.86	80	.60	4.00	3.20	.85
IOMA m	157	1.00	4.00	2.94	.66	79	1.33	4.00	2.84	.66	78	1.00	4.00	3.03	.66
IOMA f	159	.33	4.00	2.81	.74	79	.33	4.00	2.70	.78	80	.67	4.00	2.91	.68

N, sample size; Min, minimum; Max, maximum; *M*, mean; *SD*, standard deviation; NA, Numeracy activities; GS, Gender stereotypes; SE, Self-efficacy; IOMA, Importance of mathematical activities at home; m, Mothers; f, Fathers.



In order to evaluate whether we assessed equal constructs for mothers and fathers with our parental survey, measurement invariance was tested. For later analyses (i.e., paired t-tests, and MGSEM), scalar invariance was needed to compare the latent means of mothers and fathers. To evaluate the model fit of the observed data, the change of the alternative Comparative Fit Index (CFI; ≤ -0.01) and root mean square error of approximation (RMSEA; ≤ 0.015) was used instead of the very sensitive Chi-Square (X^2) (Chen, 2007). For our measurement model, configural invariance was found only. This finding indicates that the results of mothers and fathers cannot be compared in regard to mean difference tests, but that our survey questions seem to measure the same factor structure of our constructs for mothers and fathers (see **Supplementary Material**). We will continue with the planned comparisons between mothers and fathers, but will discuss this limitation later.

Mothers' and Fathers' Beliefs and Home Numeracy Activities

Paired t-tests showed that no significant differences between mothers' and fathers' beliefs and numeracy activities were found, with the exception of SE. Here, fathers showed a significantly greater SE toward mathematics than mothers [fathers: $M = 3.13$, $SD = 0.85$; mothers: $M = 2.83$, $SD = 0.99$; $t(158) = -3.08$; $p < 0.01$; $BF_{10} = 8.14$, Cohen's $d = -0.24$, small effect size].

Further, no significant differences for mothers' and fathers' beliefs and numeracy activities were found when the study child's sex was included in our repeated-measurement ANOVAs. Consequently, no differences for mothers and fathers were found, independent of the sex of the study child. Further, parents were asked, whether girls have better mathematical competencies and need less support than boys. On average, both mothers and fathers regarded boys to be more competent in mathematics than girls [comparison to expected mean: mothers: $t(155) = -8.68$, $p < 0.01$,

$\text{Log}(BF_{10}) = 27.83$, Cohen's $d = -0.70$, medium effect size; fathers: $t(158) = -9.261$, $p < 0.01$, $\text{Log}(BF_{10}) = 31.34$, Cohen's $d = -0.73$, medium effect size]. In addition, parents regarded mathematical activities at home to be important on average [comparison to the expected mean: mothers: $t(156) = 17.679$, $p < 0.01$, $\text{Log}(BF_{10}) = 82.33$, Cohen's $d = 1.1$, large effect size; fathers: $t(158) = 13.825$, $p < 0.01$, $\text{Log}(BF_{10}) = 59.40$, Cohen's $d = 1.41$, large effect size].

Associations Between Parents' Beliefs Toward Mathematics, Their Numeracy Activities and Children's Numeracy Competencies

To evaluate the associations between our study variables, a MGSEM was conducted (see **Figure 2**).

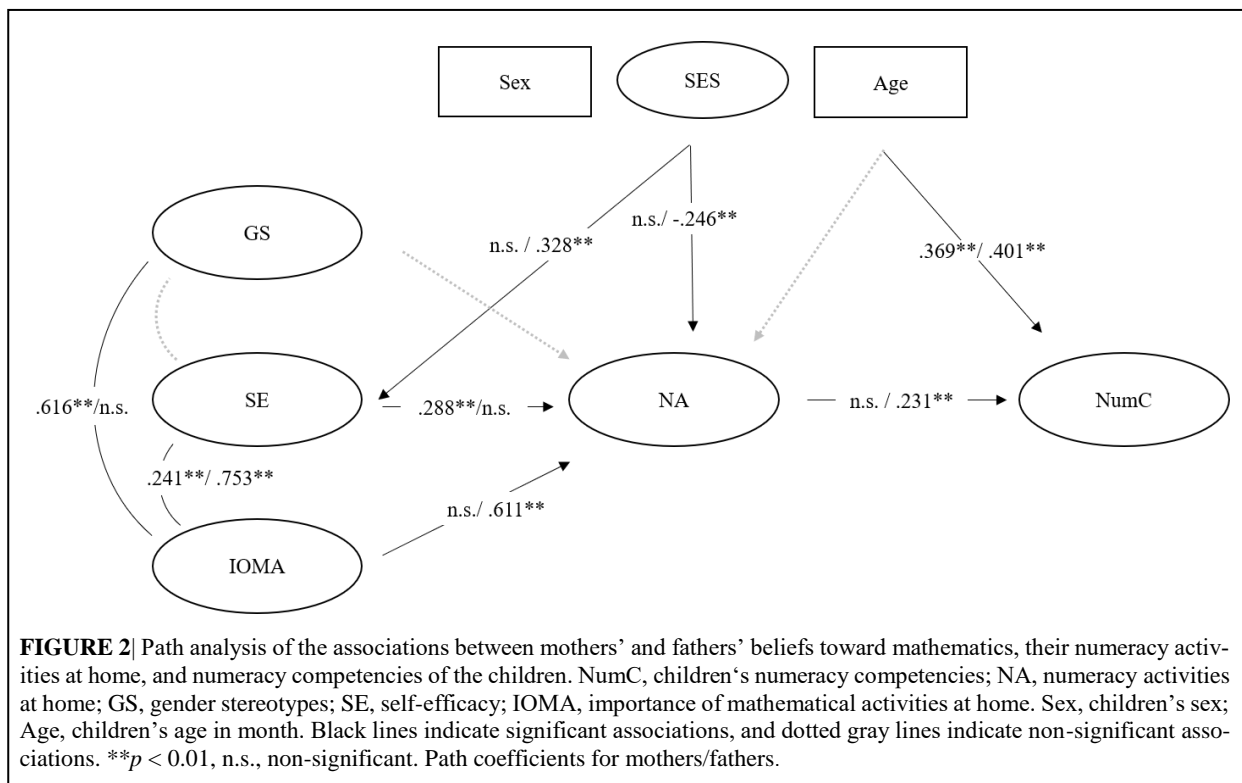
Path Analysis

In our model, we expected a direct association between parents' NA and NumC and an indirect effect of mothers' and fathers' beliefs toward mathematics on children's NumC via the NA. Further, we controlled for children's sex, age and families' SES. We used a MGSEM to compare mothers and fathers (see **Figure 1**). Here, the goodness-of-fit indices suggested a good model fit, with the exception of the SRMR [$X^2(676) = 864.049$, $p < 0.001$, RMSEA = 0.04, CFI = 0.97, SRMR = 0.11].

Results from our MGSEM demonstrated that mothers' NA were not significantly ($\beta = 0.096$, $p > 0.05$) associated with children's NumC (see **Figure 2**). The indirect paths of mothers' beliefs on children's NumC via NA were also not significant. However, mothers' reported SE was significantly positively associated with their NA ($\beta = 0.319$, $p < 0.001$). In addition, mothers' IOMA and GS ($\beta = 0.616$, $p < 0.001$) and IOMA and SE ($\beta = 0.251$, $p < 0.01$) were

associated, indicating that the attitude of the importance to do mathematical activities at home is accompanied by a more positive attitude that girls are more competent in mathematics than boys. No significant association was found between their GS and their SE. Additionally, children's age was significantly associated with children's NumC ($\beta = 0.367$, $p < 0.001$). Here, older children had better outcomes in comparison to younger children. No significant associations were found for children's sex and families SES and mothers' beliefs and NA.

For fathers, we found a significant association between their NA and children's NumC ($\beta = 0.251$, $p < 0.01$). Contrary to mothers, fathers' beliefs on the IOMA were significantly positively associated with their NA ($\beta = 0.611$, $p < 0.01$). Here, additionally a total indirect effect on children's NumC was found ($\beta = 0.153$, $p < 0.05$), revealing that fathers who value the importance of mathematical activities to a greater extent also engage more often in numeracy activities at home with their children, who—in turn—show better numeracy abilities. No further indirect effects were found for fathers' beliefs, their NA and NumC. Their SE and GS were not significantly associated with each other and with the NA. However, there was a significant correlation between fathers' SE and their beliefs on the IOMA ($\beta = 0.774$, $p < 0.001$), whereas no such association was found for GS and IOMA. In regard to our control variables, SES was positively associated with fathers' SE ($\beta = 0.338$, $p < 0.001$) and negatively associated with their NA ($\beta = -0.243$, $p < 0.05$). Again, children's age was associated with children's NumC ($\beta = 0.401$, $p < 0.001$). No significant associations were found for children's sex and the other study variables.



DISCUSSION

Children's early numeracy competency development and later mathematical achievement have been investigated previously, however, many questions about influencing factors such as the HNE or parental beliefs remained unanswered (Niklas and Schneider, 2014, 2017; del Río et al., 2017; Susperreguy et al., 2021). This study investigated potential differences between mothers' and fathers' beliefs and numeracy practices at home. Contrary to recent research (Niklas and Schneider, 2014, 2017; Skwarchuk et al., 2014; del Río et al., 2017; Susperreguy et al., 2020), our results only confirmed a significant association of fathers' numeracy practices at home and children's numeracy competencies, but not of mothers' numeracy practices and children's numeracy competencies. Moreover, our results expand current research (del Río et al., 2020; Susperreguy et al., 2020) by contributing to the identification of further factors that may influence children's numeracy competency acquisition and parental practices by examining the distinct associations of mothers' and fathers' beliefs and child outcomes.

The analyses of measurement invariance (H1) showed that the questions we

asked mothers and fathers may have assessed the same factor structure of our constructs for mothers and fathers, however, the means were not equivalent. Here, it may be possible that mothers and fathers have a different understanding of our constructs, as found by Meunier and Roskam (2009) who analyzed self-report self-efficacy and found differing associations for mothers and fathers. Consequently, more research is needed to develop standardized parental surveys that provide not only objective, reliable and valid assessments of parental beliefs, but that are also comparable across main caregivers. Such surveys should include questions about the formal and the informal HNE and may also refer to a broader construct of the home math environment by including further aspects of mathematics as proposed by recent literature (e.g., geometry, spatial activities, patterning, and measurement; Zippert and Rittle-Johnson, 2020; Hornburg et al., 2021). As no scalar measurement invariance was found, our reported findings must be interpreted with caution: No direct comparisons of the values of mothers and fathers are possible. Nevertheless, in the following we try to identify possible explanations for the potential differences we found between mothers and fathers.

Our results showed significant differences between mothers' and fathers' beliefs for parents' self-efficacy (H2). As expected, fathers' reported mathematical self-efficacy was greater than that of mothers (Hofmann et al., 2005; del Río et al., 2019, 2020). Here, societal and cultural stereotypes might have differential effects on males and females, as, for example, even if women work in STEM-related occupations, they still show lower self-concept scores in mathematics compared to men (Niepel et al., 2019; Breda et al., 2020; Lewis and Lupyan, 2020).

Another possible explanation could be that mothers seem to have a higher level of math anxiety than fathers, which is reflected in their self-assessment. For example, Schmader et al. (2004) showed that stereotypes can cause anxiety, which in turn has a negative effect on the awareness of one's own abilities. Further, del Río et al. (2017) reported statistically significant higher math anxiety levels for mothers than for fathers, which led to less frequent engagement in mathematical activities. According to Hornburg et al. (2021), cultural influences need to be considered and more research is needed to identify mechanisms that lead to the on average lower SE of mothers. Moreover, as parental attitudes and beliefs may impact parents' interactions with their children and children's own attitudes (e.g., Niklas et al., 2020b), it is important to inform parents, especially mothers, and to intervene early so that any potential detrimental effects for children can be prevented.

Consistent with prior research, fathers and mothers in our sample regarded boys to be more competent in mathematics than girls (del Río et al., 2019, 2020). These results fit with the literature on mathematical gender stereotypes of adults (Nosek et al., 2009; Miller et al., 2015; Breda et al., 2020) and underline the suggestion of del Río et al. (2017), that cultural stereotypes may implicitly influence parents' own experience of raising their own son or daughter.

As stated before and contrary to current research (Niklas and Schneider, 2014, 2017; Skwarchuk et al., 2014), our findings

supported the assumption of a direct association of children's numeracy competencies and parents' numeracy-related activities for fathers only, but not for mothers. This finding stands in contrast to results of del Río et al. (2017), who reported a significant association for mothers only. Here, it should be noted that we only measured informal aspects of the HNE (see LeFevre et al., 2009) and that the associations reported by del Río et al. (2017) were found in the context of formal numeracy practices.

Focusing on the formal HNE or using a more comprehensive assessment of the home math environment as suggested in recent literature (e.g., Zippert and Rittle-Johnson, 2020; Hornburg et al., 2021) may lead to more informative and possibly different results. Such an approach may also help to shed light on the inconsistent findings concerning the association of formal and informal numeracy practices with children's numeracy development (see Elliott and Bachman, 2018). Indeed, analyses with similar measures, but with data from only one main caregiver (mostly mothers) for whom more information about the HNE were assessed, showed that numeracy practices provided at home were a significant predictor of children's numeracy competencies (Mues et al., 2021).

In regard to further associations of parental beliefs, numeracy activities and children's numeracy competencies (H3 and H4), our findings showed that mothers with higher SE provided more frequent numeracy activities at home for their children. Similar results have been reported by Peacock-Chambers et al. (2017), who demonstrated that higher parental self-efficacy levels were associated with higher scores in measures of the home learning environment. This would also inversely be in line with findings of del Río et al. (2019), who reported that mothers with lower self-efficacy values provided lower quality numeracy activities for their children. Further, Vasilyeva et al. (2018) reported an indirect effect of parents' self-efficacy to children's arithmetic skills via parents' informal mathematical activities.

Additionally, mothers' reported IOMA and SE were significantly correlated. This result indicates that higher SE values and the reported IOMA may be mutually dependent (see also Sonnenschein et al., 2012). Our findings in regard to parental beliefs on the importance of doing mathematical activities at home are in line with findings from Sonnenschein et al. (2012, 2016) and demonstrate that both, mothers and fathers endorse the importance of mathematical activities at home.

In contrast to mothers, a significant association between the IOMA and fathers' NA was found, indicating that the reported belief about the importance of numeracy activities at home is associated with the direct implementation of such activities. We further found an indirect effect of IOMA via NA on children's numeracy abilities. This result aligns with findings from Sonnenschein et al. (2012), who found comparable results, when measuring parental beliefs and the frequency of children's numeracy related activities. The higher SE of fathers compared to mothers may play a role for the different associations found for both main caregivers. Although no direct association of fathers' SE with fathers' NA were found, SE correlated significantly with fathers' reported IOMA. Here, further research is needed to understand the causal associations of our measures and why specific associations were found for mothers or fathers only.

Children's sex, did not show any significant associations with parental beliefs, NA, and child outcomes in any of our analyses (H5; see also De Keyser et al., 2020; Zippert and Rittle-Johnson, 2020). In contrast, for families' SES, significant associations with fathers' SE and NA were found, indicating higher SES is associated with a higher SE of fathers, but lower frequencies of NA. Tazouti and Jarlégan (2019) reported similar findings about the positive association between parents' SES and self-efficacy, but stated that this association was stronger for mothers, contrary to our findings. However, in their analyses, they did not find measurement invariance, and therefore their results must be interpreted with caution.

As fathers are still considered as the main earner in families in many cultural contexts, societal expectations may influence their SE. For instance, gender stereotypes often lead to women being regarded as less competent compared to men, in particular in the field of science, technology, engineering and mathematics (Niepel et al., 2019; Breda et al., 2020). Finally, our findings are in line with previous research showing a significant association between children's age and their competencies, with older children outperforming younger ones (e.g., Niklas and Schneider, 2017).

However, in addition to parents' beliefs and numeracy activities, there are other contributing factors which have a potential impact on children's numeracy abilities. For instance, Puglisi et al. (2017) did not find a direct association of the informal home literacy environment with children's literacy skills while controlling for parental factors. They argued that parents' genetics may also be an important factor for passing on good numerical and mathematical skills onto children. A genetic component on children's mathematical abilities was also mentioned by Hart et al. (2009), who analyzed data on 314 same-sex twins.

Genetic influences on children's academic achievement are discussed in numerous studies (see e.g., Ludwig et al., 2013; Baron-Cohen et al., 2014; Davis et al., 2014; Pettigrew et al., 2015). Moreover, prior research also discussed intergenerational transmissions between parents and their children concerning mathematical abilities. Here for example, parents' approximation number system was associated with toddlers' number processing, even after controlling for children's vocabulary and parents' mathematical abilities (Navarro et al., 2018). Consequently, it is recommended to consider a genetically sensitive design when investigating children's mathematical abilities in the context of the HNE (Napoli and Purpura, 2018; Hart et al., 2021) and a more differentiated look at parental factors and other influencing aspects is needed. Still, our findings contribute to the understanding of pa-

rental aspects that are associated with numeracy-related activities at home and children's numeracy outcomes (**Figure 2**).

The fact that our findings are supported by the results and suggestions of previous research, but are also in contrast with some other research (e.g., Sonnenschein et al., 2012; del Río et al., 2017, 2019; Peacock-Chambers et al., 2017; Vasilyeva et al., 2018), underlines the importance of further investigation of parental factors, such as beliefs and home numeracy activities, but also of differences between mothers and fathers. In our view, surveys and questions assessing parents own beliefs and numeracy practices need to be discussed in the context of missing measurement invariance and the prevailing criticism of using self-reported data only in most studies (Missall et al., 2016; Zippert and Rittle-Johnson, 2020). Our findings implicate that we need to improve our measurement methods before investigating the potential differences between mothers and fathers. Further, we suggest that future research should not only take potential differences between mothers and fathers into account, but should also analyze how parents influence each other in their beliefs and activities and thus may together impact on the development of their children.

Further, clearer definitions of different aspects of parents' beliefs are needed, as we noticed different wordings and definitions for similar items and scales in research. For example, del Río et al. (2020) used the term "parents' self-concept" when using very similar items and questions that we defined as parental self-efficacy. Additionally, other relevant family characteristics (e.g., children's and parent's sex, age, SES etc.) need to be considered and examined concerning their associations with each other, as well as with different aspects of the HNE and children's numeracy competencies (see Hornburg et al., 2021). We would like to stress the importance of developing novel surveys or of improving existing surveys to measure parental mathematical beliefs and the home mathematical environment and potential differences between parents.

Despite these open questions, our findings underline the need for more practical implications to support children's early numeracy development. Here, interventions designed to further investigate gender-based differences, self-efficacy beliefs and HNE may improve our understanding and uncover mechanisms that are at work (see Kaya and Lundeen, 2010). For instance, during a parent evening and through playful parent-child activities at the kindergarten, parents can be made aware of the importance of the role their beliefs and actions play for their children's competency development (Niklas et al., 2016). Another option would be to apply digital interventions, for example via a mobile app which regularly provides useful information or practical tips for parents that they may use in their everyday life together with their children (Niklas et al., 2020a).

Further, a long-term intervention program with early childhood teachers showed change and modifications in beliefs toward mathematics as well as in their pedagogical content knowledge (Bruns et al., 2017). Kaya and Lundeen (2010) reported an effective intervention in the context of parents' attitudes and interest in science by applying an interactive home, school and community collaboration. Their findings showed that family interactions and parents' attitudes toward science became more positive and the interest in the involvement of elementary science increased due to the intervention. Consequently, we assume that interventions including information on the HNE and gender-based differences, and enabling parents to inform themselves about these topics and share their thoughts, feelings and ideas in a group accompanied by a professional will lead to a better understanding and a potential change of their belief set. Such interventions may also influence parental abilities, attitudes, and feelings about mathematics, but more importantly might also improve the relationship with their children and positively impact on children's beliefs and competencies.

Limitations and Further Research

Our study has several limitations that need to be considered when interpreting these findings. First, we only used cross-sectional data, so that no causal interpretation of our findings is possible. Longitudinal data collection and using a mixed-method approach would allow a greater insight onto this topic. However, many of our results align with findings of recent research (Sonnenschein et al., 2012; del Río et al., 2017, 2019, 2020).

Second, due to missing data, we only were able to analyze data from a reduced sample ($N = 160$). There were minor differences between fathers who remained and fathers who dropped out in regard to the IOMA, which needs to be taken into account when interpreting the results.

Third, we could not establish scalar measurement invariance between mothers and fathers as stated in our discussion. Therefore, all comparisons between mothers and fathers need to be interpreted cautiously. However, our descriptive analyses still provide very important information and indicate that studies should consider the sex of both, parents and children. Here, new measurement instruments are needed that work similarly for mothers and fathers (see also Hornburg et al., 2021). In addition, we did not test for potential differences between the different language versions of our survey items and this needs to be considered when interpreting the results of families with a language background other than German.

Fourth, our IOMA scale showed a low internal inconsistency, which might be driven partly by the fact that it only included three items. Here, a more comprehensive assessment of IOMA would be helpful for a more reliable measure.

Fifth, we did not control for siblings of the study child. Consequently, the results for parents need to be interpreted with caution, as siblings of the same or different sex may also influence parental mathematical beliefs and activities as well as children's numeracy competencies.

Sixth, our findings rely on self-reported data of parents only, which may lead

to biased and social desirable answers (Missall et al., 2016; Zippert and Rittle-Johnson, 2020). Here, parent-child interactions captured by observational measures or qualitative data on more specific aspects and actions at home assessed through interviews may be useful additional methods of data collection.

In our research, we focussed on mothers and fathers as these were the most common main caregivers for the children in our sample. Here, we only assessed heteronormative families as our total sample included only one case that differed from the majority. However, it would also be of great interest to investigate whether the results would change for same-sex parents or other caregivers (e.g., grandparents).

Seventh, it should be mentioned that the current study did not use a genetically sensitive design. Future research should consider both environmental and genetic factors when investigating associations of children's numeracy abilities and family characteristics.

Finally, it has to be mentioned that the sex of the children was reported as a binary construct in our study only which is consistent with the historical approach in this field but is questioned in latest research regarding its adequacy (see e.g., Berner et al., 2020). However, for the age group analyzed in our study, we still believe that a binary classification will be appropriate for almost all children.

CONCLUSION

Our findings indicate that parents regard boys to be more competent in mathematics than girls. Additionally, parents' self-efficacy differed with mothers showing a lower mathematical self-efficacy compared to fathers. Further, mothers' mathematical self-efficacy and fathers' reported importance of mathematical activities at home correlated with actual numeracy activities at home. Only the frequency with which fathers engaged in numeracy activities with their child were positively associated with children's numeracy competencies.

Moreover, our findings raise very important questions for the field of educational psychology: What do we measure when we assess mathematical beliefs and activities of one main caregiver via survey only? How would results differ when both main caregivers are surveyed with questionnaires that show scalar measurement invariance? Are the findings valid for both, boys and girls, or do we need to put a greater focus on parental and child sex differences from early age onward?

Our results indicate that we are still in need of better, standardized and thoroughly evaluated assessment tools (see also Hornburg et al., 2021). Further, more research on the various influencing factors and their interaction in the context of children's numeracy competency development is needed. Our findings demonstrate that there may be relevant differences between mothers' and fathers' beliefs and numeracy activities at home, which need to be considered for a better understanding of children's early numeracy development.

The main goal should be to support children's competencies development regardless of the main caregiver's and the child's sex. Consequently, we also need more detailed information about existing differences and about how best to support children and their parents according to the individual needs of the child. Future research should consider and analyze practical implications which will provide more insight into topics such as HNE and beliefs toward mathematics and which will lead to parental awareness on the importance of the role their beliefs and actions play for their children's competencies development.

DATA AVAILABILITY STATEMENT

The raw data supporting the conclusions of this article will be made available by the authors, without undue reservation.

ETHICS STATEMENT

The studies involving human participants were reviewed and approved by the European Research Council Executive Agency and Ethics Committee of the Faculty of Psychology and Educational Sciences at the University of Munich. Written informed consent to participate in this study was provided by the participants' legal guardian/next of kin.

AUTHOR CONTRIBUTIONS

AM and FN conceptualized the main ideas of the manuscript. AM conducted the main analyses and wrote the original draft. AM, AW, EB, and FN investigated the study, reviewed, and edited the manuscript. FN was responsible for the resources, supervision, project administration, and funding. EB was responsible for the data curation. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

FUNDING

This project has received funding from the European Research Council (ERC) under the European Union's Horizon 2020 Research and Innovation Program (Grant agreement no. 801980). The design of the study, collection, analysis and interpretation of data and writing the manuscript were not influenced by the ERC.

ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to all the children and their parents who participated in this study and to our research assistants who contributed to our research.

SUPPLEMENTARY MATERIAL

The Supplementary Material for this article can be found online at:

<https://www.frontiersin.org/articles/10.3389/fpsyg.2022.835433/full#supplementary-material>

REFERENCES

- Anders, Y., Rossbach, H.-G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehl, S., et al. (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early Child. Res. Q.* 27, 231–244. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.08.003
- Ardelt, M., and Eccles, J. S. (2001). Effects of mothers' parental efficacy beliefs and promotive parenting strategies on inner-city youth. *J. Fam. Issues* 22, 944–972. doi: 10.1177/019251301022008001
- Baker, C. E. (2014). African American fathers' contributions to children's early academic achievement: evidence from two-parent families from the early childhood longitudinal study–birth cohort. *Early Educ. Dev.* 25, 19–35. doi: 10.1080/10409289.2013.764225
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: toward a unifying theory of behavioural change. *Psychol. Rev.* 84, 191–215. doi: 10.1037/0033-295x.84.2.191
- Baron-Cohen, S., Murphy, L., Chakrabarti, B., Craig, I., Mallya, U., Lakatošová, S., et al. (2014). A genome wide association study of mathematical ability reveals an association at chromosome 3q29, a locus associated with autism and learning difficulties: a preliminary study. *PLoS One* 9:e96374. doi: 10.1371/journal.pone.0096374
- Benz, C. (2012). Attitudes of kindergarten educators about math. *J. Für Mathematik Didaktik* 33, 203–232. doi: 10.1007/s13138-012-0037-7
- Berner, N., Rosenkranz, L., and Schütz, J. (2020). "Geschlecht als variable in der quantitativen bildungsforschung [Gender as a variable in educational research]," in *Methoden und Methodologien in der Erziehungswissenschaftlichen Geschlechterforschung*, eds M. Kubandt, M. Kubandt, and J. Schütz (Opladen: Verlag Barbara Budrich), 26–44.
- Blevins-Knabe, B., Austin, A. B., Musun, L., Eddy, A., and Jones, R. M. (2000). Family home care providers' and parents' beliefs and practices concerning mathematics with young children. *Early Child Dev. Care* 165, 41–58. doi: 10.1080/0300443001650104
- Blömeke, S., Dunekacke, S., and Jenßen, L. (2017). Cognitive, educational and psychological determinants of prospective preschool teachers' beliefs. *Eur. Early Child. Educ. Res. J.* 25, 885–903. doi: 10.1080/1350293X.2017.1380885
- Breda, T., Jouini, E., Napp, C., and Thebault, G. (2020). Gender stereotypes can explain the gender-equality paradox. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 117, 31063–31069. doi: 10.1073/pnas.2008704117
- Bronfenbrenner, U., and Morris, P. A. (2006). "The bioecological model of human development," in *Handbook of Child Psychology: Theoretical Models of Human Development*, eds W. Damon and R. M. Lerner (Hoboken, NJ: Wiley).
- Bruns, J., Eichen, L., and Gasteiger, H. (2017). Mathematics-related competence of early childhood teachers visiting a continuous professional development course: an intervention study. *Math. Teach. Educ. Dev.* 19, 76–93.
- Burghardt, L., Linberg, A., Lehl, S., and Konrad-Ristau, K. (2020). The relevance of the early years home and institutional learning environments for early mathematical competencies. *J. Educ. Res. Online* 12, 103–125.
- Cabrera, N. J., Tamis-LeMonda, C. S., Bradley, R. H., Hofferth, S., and Lamb, M. E. (2000). Fatherhood in the twenty-first century. *Child Dev.* 71, 127–136. doi: 10.1111/1467-8624.00126

- Chen, F. F. (2007). Sensitivity of goodness of fit indexes to lack of measurement invariance. *Struct. Equat. Model.* 14, 464–504. doi: 10.1080/10705510701301834
- Cohrssen, C., and Niklas, F. (2019). Using mathematics games in preschool settings to support the development of children's numeracy skills. *Int. J. Early Years Educ.* 27, 322–339. doi: 10.1080/09669760.2019.1629882
- Cohrssen, C., Tayler, C., and Cloney, D. (2014). Playing with maths: implications for early childhood mathematics teaching from an implementation study in Melbourne, Australia. *Education 3-13* 43, 641–652. doi: 10.1080/03004279.2013.848916
- Davis, O. S. P., Band, G., Pirinen, M., Haworth, C. M. A., Meaburn, E. L., Kovas, Y., et al. (2014). The correlation between reading and mathematics ability at age twelve has a substantial genetic component. *Nat. Commun.* 5:4204. doi:10.1038/ncomms5204
- De Keyser, L., Bakker, M., Rathé, S., Wijns, N., Torbeyns, J., Verschaffel, L., et al. (2020). No association between the home math environment and numerical and patterning skills in a large and diverse sample of 5- to 6-year-olds. *Front. Psychol.* 11:547626. doi: 10.3389/fpsyg.2020.547626
- DeFlorio, L., and Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic status and preschoolers' mathematical knowledge: the contribution of home activities and parent beliefs. *Early Educ. Dev.* 26, 319–341. doi: 10.1080/10409289.2015.968239
- del Río, M. F., Strasser, K., Cvencek, D., Susperreguy, M. I., and Meltzoff, A. N. (2019). Chilean kindergarten children's beliefs about mathematics: family matters. *Dev. Psychol.* 55, 687–702. doi: 10.1037/dev0000658
- del Río, M. F., Susperreguy, M. I., Strasser, K., Cvencek, D., Iturra, C., Gallardo, I., et al. (2020). Early sources of children's math achievement in Chile: the role of parental beliefs and feelings about math. *Early Educ. Dev.* 32, 637–652. doi: 10.1080/10409289.2020.1799617
- del Río, M. F., Susperreguy, M. I., Strasser, K., and Salinas, V. (2017). Distinct influences of mothers and fathers on kindergartners' numeracy performance: the role of math anxiety, home numeracy practices, and numeracy expectations. *Early Educ. Dev.* 28, 939–955. doi: 10.1080/10409289.2017.1331662
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., et al. (2007). School readiness and later achievement. *Dev. Psychol.* 43, 1428–1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Eccles, J. S., Adler, T. F., Futtermann, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. L., et al. (1983). "Expectancies, values, and academic behaviors," in *Achievement and Achievement Motivation*, ed. J. T. Spence (New York, NY: W. H. Freeman), 75–146.
- Ehlert, A., Ricken, G., and Fritz, A. (2020). MARKO-Screening - Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Screening [MARKO-Screening -Mathematics and Concepts of Calculation before School Entry]. Göttingen: Hogrefe.
- Elliott, L., and Bachman, H. J. (2018). How do parents foster young children's math skills? *Child Dev. Perspect.* 12, 16–21. doi: 10.1111/cdep.12249
- Endlich, D., Berger, N., Küspert, P., Lenhard, W., Marx, P., Weber, J., et al. (2017). WVT: Würzburger Vorschultest: Erfassung schriftsprachlicher und mathematischer (Vorläufer-) Fertigkeiten und sprachlicher Kompetenzen im letzten Kindergartenjahr [WVT: Würzburg preschool test: Assessment of literacy and mathematical (precursor) abilities and

- linguistic competencies in the last year of kindergarten]. Göttingen: Hogrefe.
- Gasteiger, H., and Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *J. Exp. Child Psychol.* 204:105060. doi: 10.1016/j.jecp.2020.105060
- Geary, D. C., Bailey, D. H., Littlefield, A., Wood, P., Hoard, M. K., and Nugent, L. (2009). First-grade predictors of mathematical learning disability: a latent class trajectory analysis. *Cogn. Dev.* 24, 411–429. doi: 10.1016/j.cogdev.2009.10.001
- Gould, P. (2012). What number knowledge do children have when starting Kindergarten in NSW? *Aust. J. Early Child.* 37, 105–110. doi: 10.1177/183693911203700314
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., and Beilock, S. L. (2012). The role of parents and teachers in the development of gender-related math attitudes. *Sex Roles* 66, 153–166. doi: 10.1007/s11199-011-9996-2
- Hart, S. A., Little, C., and van Bergen, E. (2021). Nurture might be nature: cautionary tales and proposed solutions. *NPJ Sci. Learn.* 6, 1–12. doi: 10.1038/s41539-020-00079-z
- Hart, S. A., Petrill, S. A., Thompson, L. A., and Plomin, R. (2009). The ABCs of math: a genetic analysis of mathematics and its links with reading ability and general cognitive ability. *J. Educ. Psychol.* 101, 388–402. doi: 10.1037/a0015115
- Hofmann, W., Gawronski, B., Gschwendner, T., Le, H., and Schmitt, M. (2005). A meta-analysis on the correlation between the implicit association test and explicit self-report measures. *Pers. Soc. Psychol. Bull.* 31, 1369–1385. doi: 10.1177/0146167205275613
- Hornburg, C. B., Borriello, G. A., Kung, M., Lin, J., Litkowski, E., Cosso, J., et al. (2021). Next directions in measurement of the home mathematics environment: an international and interdisciplinary perspective. *J. Numer. Cogn.* 7, 195–220. doi: 10.5964/jnc.6143
- Hu, L., and Bentler, P. M. (1999). Cutoff criteria for fit indexes in covariance structure analysis: conventional criteria versus new alternatives. *Struct. Equat. Model.* 6, 1–55. doi: 10.1080/10705519909540118
- IBM Corp (2021). IBM SPSS Statistics for Windows (Version 28) [Computer software]. Armonk, NY: IBM Corp.
- Jacobs, J. E., Davis-Kean, P., Bleeker, M., Eccles, J. S., and Malanchuk, O. (2005). “I can, but I don’t want to”: the impact of parents, interests, and activities on gender differences in math,” in *Gender Differences in Mathematics: An Integrative Psychological Approach*, eds A. M. Gallagher and J. C. Kaufman (Cambridge: Cambridge University Press).
- JASP Team (2021). JASP (Version 0.16.0.0) [Computer software]. Available online at: <https://jasp-stats.org/download/> [accessed on February 16, 2022].
- Jordan, N. C., Glutting, J., and Ramineni, C. (2010). The importance of number sense to mathematics achievement in first and third grades. *Learn. Individ. Differ.* 20, 82–88. doi: 10.1016/j.lindif.2009.07.004
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., and Ramineni, C. (2007). Predicting first-grade math achievement from developmental number sense trajectories. *Learn. Disabil. Res. Pract.* 22, 36–46. doi: 10.1111/j.15405826.2007.00229.x
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., and Locuniak, M. N. (2006). Number sense growth in kindergarten: a longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Dev.* 77, 153–175. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x

- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., and Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Dev. Psychol.* 45, 850–867. doi: 10.1037/a0014939
- Kaya, S., and Lundeen, C. (2010). Capturing parents' individual and institutional interest toward involvement in science education. *J. Sci. Teach. Educ.* 21, 825–841.
- Kersey, A. J., Braham, E. J., Csumitta, K. D., Libertus, M. E., and Cantlon, J. F. (2018). No intrinsic gender differences in children's earliest numerical abilities. *NPJ Sci. Learn.* 3:12. doi: 10.1038/s41539-018-0028-7
- Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., and Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Child. Res. Q.* 27, 471–477. doi: 10.1016/j.ecresq.2011.12.004
- Krajewski, K. (2018). MBK 0. Test Mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter [MBK 0. Assessment of basic Mathematical Competencies in Kindergarten age], 1st Edn. Göttingen: Hogrefe.
- Krajewski, K., and Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: findings from a four-year longitudinal study. *Learn. Instruct.* 19, 513–526. doi:10.1016/j.learninstruc.2008.10.002
- LeFevre, J. A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S. L., Fast, L., and Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? *Int. J. Early Years Educ.* 18, 55–70. doi: 10.1080/09669761003693926
- LeFevre, J. A., Skwarchuk, S. L., Smith-Chant, B., Fast, L., Kamawar, D., and Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Can. J. Behav. Sci.* 41, 55–66.
- Lewis, M., and Lupyan, G. (2020). Gender stereotypes are reflected in the distributional structure of 25 languages. *Nat. Hum. Behav.* 4, 1021–1028. doi: 10.1038/s41562-020-0918-6
- Li, C.-H. (2016). The performance of ML, DWLS, and ULS estimation with robust corrections in structural equation models with ordinal variables. *Psychol. Methods* 21, 369–387. doi: 10.1037/met0000093
- Li, C.-H. (2021). Statistical estimation of structural equation models with a mixture of continuous and categorical observed variables. *Behav. Res. Methods* 53,2191–2213. doi: 10.3758/s13428-021-01547-z
- Lionetti, F., Keijsers, L., Dellagiulia, A., and Pastore, M. (2016). Evidence of factorial validity of parental knowledge, control and solicitation, and adolescent disclosure scales: when the ordered nature of likert scales matters. *Front. Psychol.* 7:941. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00941
- Ludwig, K. U., Sämman, P., Alexander, M., Becker, J., Bruder, J., Moll, K., et al. (2013). A common variant in myosin-18B contributes to mathematical abilities in children with dyslexia and intraparietal sulcus variability in adults. *Transl. Psychiatry* 3:e229. doi: 10.1038/tp.2012.148
- Melhuish, E., Ereky-Stevens, K., Ariescu, A., Penderi, E., Rentzou, K., Tawell, A., et al. (2015). A Review of Research on the Effects of Early Childhood Education and Care (ECEC) upon child development: CARE project; Curriculum Quality Analysis and Impact Review of European Early Childhood Education and Care (ECEC). Available online at: https://ecec-care.org/fileadmin/careproject/Publications/reports/new_ver-

- sion_CARE_WP4_D4_1_Review_on_the_effects_of_ECEC.pdf [accessed on December 11, 2016].
- Meunier, J.-C., and Roskam, I. (2009). Self-efficacy beliefs amongst parents of young children: validation of a self-report measure. *J. Child Fam. Stud.* 18, 495–511. doi: 10.1007/s10826-008-9252-8
- Miller, D. I., Eagly, A. H., and Linn, M. C. (2015). Women’s representation in science predicts national gender-science stereotypes: evidence from 66 nations. *J. Educ. Psychol.* 107, 631–644. doi: 10.1037/edu0000005
- Missall, K., Hojnoski, R. L., Caskie, G. I. L., and Repasky, P. (2015). Home numeracy environments of preschoolers: examining relations among mathematical activities, parent mathematical beliefs, and early mathematical skills. *Early Educ. Dev.* 26, 356–376. doi: 10.1080/10409289.2015.968243
- Missall, K. N., Hojnoski, R. L., and Moreano, G. (2016). Parent–child mathematical interactions: examining self-report and direct observation. *Early Child Dev. Care* 187, 1896–1908. doi: 10.1080/03004430.2016.1193731
- Morey, R. D., and Rouder, I. N. (2015). Computation of Bayes Factors for Common Designs [R package BayesFactor version 0.9.11-1.]. Comprehensive R Archive Network (CRAN). Available Online at: <https://cran.r-project.org/web/packages/BayesFactor/index.html>. [accessed on December 13, 2021].
- Mues, A., Birtwistle, E., Wirth, A., and Niklas, F. (2021). Parental (STEM) occupations, the home numeracy environment, and kindergarten children’s numerical competencies. *Educ. Sci.* 11:819. doi: 10.3390/educsci11120819
- Muthen, L. K., and Muthen, B. O. (2021). *MPlus User’s Guide*, 8th Edn. Los Angeles, CA: Muthén & Muthén.
- Napoli, A. R., and Purpura, D. J. (2018). The home literacy and numeracy environment in preschool: cross-domain relations of parent-child practices and child outcomes. *J. Exp. Child Psychol.* 166, 581–603. doi: 10.1016/j.jecp.2017.10.002
- Navarro, M. G., Braham, E. J., and Libertus, M. E. (2018). Intergenerational associations of the approximate number system in toddlers and their parents. *Br. J. Dev. Psychol.* 36, 521–539. doi: 10.1111/bjdp.12234
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., et al. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Child. Res. Q.* 36, 550–560. doi: 10.1016/j.ecresq.2016.02.003
- Niepel, C., Stadler, M., and Greiff, S. (2019). Seeing is believing: gender diversity in STEM is related to mathematics self-concept. *J. Educ. Psychol.* 111, 1119–1130. doi: 10.1037/edu0000340
- Niklas, F., Annac, E., and Wirth, A. (2020a). App-based learning for kindergarten children at home (Learning4Kids): study protocol for cohort 1 and the kindergarten assessments. *BMC Pediatr.* 20:554. doi: 10.1186/s12887-020-02432-y
- Niklas, F., Cohrssen, C., and Tayler, C. (2016). Improving preschoolers’ numerical abilities by enhancing the home numeracy environment. *Early Educ. Dev.* 27, 372–383. doi: 10.1080/10409289.2015.1076676
- Niklas, F., and Schneider, W. (2012). Die Anfänge geschlechtsspezifischer Leistungsunterschiede in mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen [The beginning of gender-based performance differences in mathematics and linguistic competencies]. *Z. Entwicklungspsychol. Pädagog. Psychol.* 44, 123–138. doi: 10.1026/0049-8637/a000064

- Niklas, F., and Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: the importance of the home numeracy environment for preschool children. *Eur. J. Psychol. Educ.* 29, 327–345. doi: 10.1007/s10212-013-0201-6
- Niklas, F., and Schneider, W. (2017). Home learning environment and development of child competencies from kindergarten until the end of elementary school. *Contemp. Educ. Psychol.* 49, 263–274. doi: 10.1016/j.cedpsych.2017.03.006
- Niklas, F., Wirth, A., Guffler, S., Drescher, N., and Ehmig, S. C. (2020b). The home literacy environment as a mediator between parental attitudes toward shared reading and children's linguistic competencies. *Front. Psychol.* 11:1628. doi: 10.3389/fpsyg.2020.01628
- Nosek, B. A., Smyth, F. L., Sriram, N., Lindner, N. M., Devos, T., Ayala, A., et al. (2009). National differences in gender-science stereotypes predict national sex differences in science and math achievement. *Proc. Natl. Acad. Sci. U. S. A.* 106, 10593–10597. doi: 10.1073/pnas.0809921106
- Overstall, A. M., and King, R. (2014). Conting: an R package for Bayesian analysis of complete and incomplete contingency tables. *J. Stat. Softw.* 58, 1–27. doi: 10.18637/jss.v058.i07
- Peacock-Chambers, E., Martin, J. T., Ne-castro, K. A., Cabral, H. J., and Bair-Merritt, M. (2017). The influence of parental self-efficacy and perceived control on the home learning environment of young children. *Acad. Pediatr.* 17, 176–183. doi: 10.1016/j.acap.2016.10.010
- Pettigrew, K. A., Fajutrao Valles, S. F., Moll, K., Northstone, K., Ring, S., Pennell, C., et al. (2015). Lack of replication for the myosin-18B association with mathematical ability in independent cohorts. *Genes Brain Behav.* 14, 369–376. doi: 10.1111/gbb.12213
- Puglisi, M. L., Hulme, C., Hamilton, L. G., and Snowling, M. J. (2017). The home literacy environment is a correlate, but perhaps not a cause, of variations in children's language and literacy development. *Sci. Stud. Read.* 21, 498–514. doi: 10.1080/10888438.2017.1346660
- Saracho, O. N., and Spodek, B. (2008). Fathers: the 'invisible' parents. *Early Child Dev. Care* 178, 821–836. doi: 10.1080/03004430802352244
- Schmader, T., Johns, M., and Barquissau, M. (2004). The costs of accepting gender differences: the role of stereotype endorsement in women's experience in the math domain. *Sex Roles* 50, 835–850. doi: 10.1023/B:SERS.0000029101.74557.a0
- Schumacker, R. E., and Lomax, R. G. (2010). *A Beginner's Guide to Structural Equation Modeling*, 3. Edn. Oxfordshire: Routledge.
- Skwarchuk, S.-L. (2009). How do parents support preschoolers' numeracy learning experiences at home? *Early Child. Educ. J.* 37, 189–197. doi:10.1007/s10643-009-0340-1
- Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C., and LeFevre, J.-A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: the development of a home numeracy model. *J. Exp. Child Psychol.* 121, 63–84. doi: 10.1016/j.jecp.2013.11.006
- Sonnenschein, S., Galindo, C., Metzger, S. R., Thompson, J. A., Huang, H. C., and Lewis, H. (2012). Parents' beliefs about children's math development and children's participation in math activities. *Child Dev. Res.* 2012, 851657. doi:10.1155/2012/851657
- Sonnenschein, S., Metzger, S. R., and Thompson, J. A. (2016). Low-income parents' socialization of their

- preschoolers' early reading and math skills. *Res. Hum. Dev.* 13, 207–224. doi: 10.1080/15427609.2016.1194707
- Susperreguy, M. I., Douglas, H., Xu, C., Molina-Rojas, N., and LeFevre, J.-A. (2020). Expanding the home numeracy model to Chilean children: relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. *Early Child. Res. Q.* 50, 16–28. doi: 10.1016/j.ecresq.2018.06.010
- Susperreguy, M. I., Jiménez Lira, C., Xu, C., LeFevre, J.-A., Blanco Vega, H., Benavides Pando, E. V., et al. (2021). Home learning environments of children in Mexico in relation to socioeconomic status. *Front. Psychol.* 12:626159. doi:10.3389/fpsyg.2021.626159
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., et al. (2012). Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). Paris: IEA.
- Tazouti, Y., and Jarlégan, A. (2019). The mediating effects of parental self-efficacy and parental involvement on the link between family socioeconomic status and children's academic achievement. *J. Fam. Stud.* 25, 250–266. doi: 10.1080/13229400.2016.1241185
- Tomasetto, C., Mirisola, A., Galdi, S., and Cadinu, M. (2015). Parents' math-gender stereotypes, children's self-perception of ability, and children's appraisal of parents' evaluations in 6-year-olds. *Contemp. Educ. Psychol.* 42, 186–198. doi: 10.1016/j.cedpsych.2015.06.007
- Vasilyeva, M., Laski, E., Veraksa, A., Weber, L., and Bukhalenkova, D. (2018). Distinct pathways from parental beliefs and practices to children's numeric skills. *J. Cogn. Dev.* 19, 345–366. doi: 10.1080/15248372.2018.1483371
- Vygotsky, L. S. (1980). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Zippert, E. L., and Rittle-Johnson, B. (2020). The home math environment: more than numeracy. *Early Child. Res. Q.* 50, 4–15. doi: 10.1016/j.ecresq.2018.07.009
- Conflict of Interest:** The authors declare that the research was conducted in the absence of any commercial or financial relationships that could be construed as a potential conflict of interest.
- Publisher's Note:** All claims expressed in this article are solely those of the authors and do not necessarily represent those of their affiliated organizations, or those of the publisher, the editors and the reviewers. Any product that may be evaluated in this article, or claim that may be made by its manufacturer, is not guaranteed or endorsed by the publisher

Supplementary Material

Supplementary Data

Measurement invariance and factor loadings

In the second analytical step, we tested the measurement invariance of our full model for configural, metric and scalar invariance. Here, the change of the alternative Comparative Fit Index (CFI; $\leq -.01$) and root mean square error of approximation (RMSEA; $\leq .015$) was used instead of the very sensitive Chi-Square (χ^2) (Chen, 2007). For our planned analyses (e.g. *t*-tests, MGSEM) scalar invariance would be needed. However, our model only achieved configural invariance (see Table S1).

Table S1

Analyses of measurement invariance testing for the theoretical model.

Invariance	CFI	RMSEA	χ^2 (df)	χ^2	<i>p</i>	Decision
Configural	.98	.069	446.932 (254)			Accept
Metric	.96	.085	554.135 (270)	110.748	<.001	Reject
Scalar	.93	.103	910.978 (336)	497.373	<.001	Reject

Note. Fit Criteria for all measurement models CFI $\leq -.01$; RMSEA $\leq .015$.

Table S2

Factor loadings for mothers and fathers of the MGSEM

Construct	Items	Loadings of Mothers	Loadings of Fathers
NumC	MARKO-S	0.736**	0.738**
	Number sequences forwards	0.778**	0.778**
	Number sequences backwards	0.795**	0.798**
	Number symbol knowledge	0.839**	0.843**
	Knowledge of numerical representation	0.751**	0.751**
	Calculation	0.684**	0.674**
NA	Item 1	0.863**	0.836**
	Item 2	0.886**	0.835**
	Item 3	0.405**	0.429**
	Item 4	0.394**	0.383**
	Item 5	0.496**	0.460**
	Item 6	0.217*	0.273**
SE	Item 7	0.840**	0.797**
	Item 9	0.911**	0.894**
	Item 10	0.823**	0.922**
	Item 11	0.553**	0.923**
	Item 12	0.636**	0.931**
	Item 13	0.390**	0.820**
GS	Item 14	0.924**	0.902**
	Item 15	0.938**	0.945**

<u>IOMA</u>	Item 16	0.877**	0.804**
	Item 17	0.746**	0.551**
	Item 18	0.919**	0.806**
	Item 19	0.859**	0.627**

Note. Significance level ** $p < .001$, * $p < .01$. See item description in Table S3 supplementary material.

Survey questions

The following tables show the relevant items of our parental survey assessing numeracy activities (Table S3) and parental beliefs towards mathematics (Table S4). Items 1 to 6 in Table S3 assess parents' NA at home. In Table S4, items 7 to 13 assess SE, items 17 to 19 assess GS, and the other items were used to assess parents' perceived IOMA at home.

Table S3

Parental survey - parents' numeracy activities at home.

Item	Description	Several times a week	Once a week	Every 2-3 weeks	Less often	Never
1	How often do you play counting games with your child (e. g., "Benjamin Blümchen: Lerne Zählen", "Die Maus Lern-Spiel-Sammlung", "Kosmolino: 1,2,3...")?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	How often do you play calculation games with you child (e. g., "Ich lerne Rechnen", "Zahlen und Rechnen", "Zählen und Rechnen mit Ernie und Bert", "1+2=3 Rechnen macht Spaß")?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	How often do you play dice games with your child (e. g., "Mensch ärgere Dich nicht" or "Tempo, kleine Schnecke")?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	How often do you involve your child in shopping (e.g., weighing and counting groceries or paying at the check-out counter)?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	How often do you involve your child in cooking (e.g., counting, weighing, or measuring ingredients)?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	How often do you talk to your child about units of measurement (e.g., about weight, temperature, or speed)?	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Table S4*Parental Survey - Parental beliefs towards mathematics.*

Item	Description	Not at all true	Rather not true	Neither true nor false	Rather true	Completely true
7	Mathematics is fun for me.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8 ¹	I avoid situations, in which I have to deal with mathematics.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9	I am good at communicating mathematical content.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	I like communicating mathematical content.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11	My mathematical skills are good (calculating total prices, measuring ingredients etc.).	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12	My advanced mathematical skills are good.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	In school, I was good at math.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14	It is important to me that my child does mathematical activities at home.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15	It is important to me to be able to help my child in mathematics.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16	My child often sees me doing mathematical activities.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	Girls need less assistance than boys in mathematics.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	Girls are more competent in mathematics than boys.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19	Math is more often the favourite subject of girls than of boys.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

¹Item 8 was excluded from our analyses due to a response bias, as it was the only negatively worded item (see e.g., Corwyn, 2000).

5.3 How can we support STEM vs. Non-STEM families digitally? Enhancing children's numeracy competencies and families' home numeracy environment

Anna Mues ^{a,*}, Efsun Birtwistle ^b, Astrid Wirth ^a, Tina Schiele ^a & Frank Niklas ^a

^a Department of Psychology, Ludwig-Maximilians-Universität München, Germany

^b School of Psychology, University of Nottingham, Nottingham, United Kingdom

* Corresponding Author

(unveröffentlichtes Manuskript)

Abstract

Early numeracy competencies are of great importance for children's later academic achievements. In addition to family characteristics such as the socioeconomic status including parental occupations, the home numeracy environment (HNE) plays a central role in children's competencies development. Here, interventions with digital learning applications (apps) offer the potential to approach all families and to support the quality of HNE regardless of family background.

We investigated whether the provision of specific numeracy learning apps to preschool children and parent information about children's numeracy development improves both, children's numeracy competencies and the quality of families' HNE while considering the potential impact of parental occupation (STEM vs. Non-STEM). Children's numeracy competencies were measured twice in two cohorts ($N_1 = 190$ children; $M_{\text{age}} = 63.6$ months; $SD_1 = 4.4$; $N_2 = 310$; $M_{\text{age}} = 59.4$ months; $SD_2 = 3.9$) with a six-month interval between t_1 and t_2 . Parents were surveyed about the family characteristics and the HNE. Families in the numeracy intervention group ($N_{\text{total}} = 151$) received tablet computers with specific numeracy learning apps and parent information for the period between t_1 and t_2 .

We did not find any significant intervention effect on the quality of the HNE. However, group comparisons and regression analyses with exact app usage times showed significantly greater numeracy competency gains for children from intervention families, even when taking child and family characteristics into consideration. These gains were independent of parental occupations. Our findings demonstrate that high-quality educational learning apps can support the development of children's numeracy competencies already at preschool age. Further ideas on how to reach families and enhance the HNE are discussed.

Keywords: Early Childhood Education, Home Numeracy Environment, Numeracy Competency Development, App-based-Learning, STEM, Learning4Kids

1 Introduction

Early numeracy abilities are central predictors for later mathematical achievement and success (Duncan et al., 2007; Niklas & Schneider 2017). For instance, knowledge about numbers and quantities, counting, and first calculation abilities predict mathematical performance in primary school (Devlin et al., 2022; Krajewski & Schneider, 2009; Niklas & Schneider, 2014). Additional aspects, such as language abilities (Lehrl et al., 2020), family background characteristics (e.g., socioeconomic status (SES), parental occupation; Mues et al., 2021), and families' home numeracy environment (HNE), are also linked to children's early numeracy development (e.g., Napoli & Purpura, 2018; Niklas et al., 2016).

Children's competencies vary greatly by the time they start school (i.e., some children show poorer numeracy skills than others; Dowker, 2008; Gould, 2012), and these differences tend to persist until later school years (Davis-Kean et al., 2022; Jordan et al., 2009). Consequently, the focus on mathematics education and intervention approaches to support the development of children's mathematical abilities has increased worldwide (e.g., Lee & Pant, 2017). Still, the question arises how best to support children's development of numeracy competencies and the HNE quality independently of family background and resources. Here, digital interventions may appeal to all children and families (e.g., Niklas et al., 2020).

In recent years, mobile technology, such as tablet computers, has been used in intervention studies as an encouraging educational approach to enhance learning environments for children (Carr, 2012). As children grow up in media-rich homes worldwide and are in contact with digital tools in daily life, digital interventions seem to be a promising approach to support their development (Niklas et al., 2020, 2022). A variety of digital interventions using educational applications (apps) has been successful in the context of early numeracy development, not only in laboratory settings but also in naturalistic contexts such as the family environment (e.g., Berkowitz et al., 2015; Papadakis et al., 2018). Consequently, we developed an intervention approach to improve the quality of the HNE and to support children's numeracy abilities by using educational apps, which were designed on the base of the four postulated learning pillars of Hirsh-Pasek and colleagues (2015). Here, we evaluated whether this approach was successful and whether potential intervention effects were associated with parental STEM vs. Non-STEM occupations.

2 Children's early numeracy learning and family characteristics at home

Numeracy abilities of preschoolers include a variety of number-based skills (Krajewski & Schneider, 2009; Raghobar & Barnes, 2017). Here, important steps for the development of quantity-number competencies and the transition from a procedural to a conceptual understanding of numerals and arithmetic skills are the identification of basic numerals, the recognition and understanding of the linkage between numbers and words as well as the ability to count, compare, order and discriminate quantities (e.g. Geary & van Marle, 2018; Schneider et al.,

2017). Outstanding later mathematical performance was more often found in young children who were better at counting, matching objects to numerals, and identifying more number symbols than other children (see for an overview Devlin et al., 2022). Early numeracy abilities were discovered to be better predictors of later mathematical competencies compared to other factors such as SES (Jordan et al., 2006), rapid naming speed (Krajewski & Schneider, 2009), and intelligence (Niklas & Schneider, 2017).

Additionally, several studies (Dearing et al., 2012; Niklas & Schneider, 2014; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020, Susperreguy, Douglas et al., 2020) showed that the HNE, children grow up in, is connected to specific types of mathematical skills (e.g., arithmetic and spatial skills). The HNE can be defined as family interactions and activities such as reading a number-related book, playing a dice game as well as direct numeracy-related instructions, which support children's numeracy learning in the home environment (LeFevre et al., 2009; Niklas & Schneider, 2014). However, not only the frequency of analogue mathematical activities and interactions in the family and with peers is associated with children's numeracy development (Niklas & Schneider, 2014), but also the usage of appropriate digital tools and applications (e.g. Moyer-Packenham et al., 2016; Papadakis et al., 2018).

Furthermore, the SES, which consists of the level of education, income, and occupational prestige of the parents, is another important family characteristic for children's development at home (Braveman et al., 2005; Farah, 2017; Khundrakpam et al., 2020; White, 1982). Parental occupations, and here especially Science-Technology-Engineering and Mathematics (STEM) occupations, were shown to be an important predictor for students' mathematical achievement (OECD, 2014) and children's numeracy abilities in early years (Mues et al., 2021). For instance, Mues et al. (2021) showed that parents' learned STEM occupation was directly associated with children's numeracy outcomes and correlated with the families' HNE.

3 Digital technology in contexts of children's (numeracy) learning

Multi-touch technology (also called smart mobile devices) availability and its usage have increased over the last decade. Therefore, children have become major consumers of these devices (Papadakis et al., 2018). Digital media offers enticing aspects to foster children's mathematical development and opens up the possibility of addressing traditional issues in the field of education such as accessibility to education for all children and their families (Papadakis et al., 2018). It further brings educational opportunities in the early childhood context and the chance to enhance the quality of learning environments (Lee & Choi, 2020). Special features of tablet technologies, in comparison to traditional media, are interactivity, easy usage, accessibility, and the possibility of accurate and digital measurement (Semmelmann et al., 2016), e.g. by using mobile sensing technology (Birtwistle et al., 2022) to collect valid app usage data in interventions or experiments.

Investigating the use of technologies as a developmentally appropriate approach in the educational context of mathematics is not a new idea. Digital tools have been used for a long time to enhance children's and students' developmental processes, knowledge, engagement and understanding (Calder, 2015; Papadakis et al. 2018). They have been proven to support children's learning and development effectively in comparison to a typical (analogue) learning situation (e.g., classroom) (e.g., Calder, 2015). In addition to other technologies, the regular use of 'educational' apps as an educational tool in the early childhood context, for example in kindergartens or schools, as well as in the home learning environment has increased (see Hirsh-Pasek et al., 2015). However, 'educational' does not automatically mean appropriate, supportive, and meaningful for children (see Hirsh-Pasek et al., 2015).

Several theoretical evaluation frameworks have been developed to summarize what an educational app should include (Hirsh-Pasek et al., 2015; Kolak et al., 2021; Papadakis et al., 2020). For instance, Hirsh-Pasek et al. (2015) suggested that children learn best when they are cognitively engaged and active, when they experience the app as meaningful as well as socially interactive, and when they are also guided by a specific educational goal.

4 Digital interventions at home

In recent years, various studies have shown positive associations between the usage of touch-screen based devices, digital games, and children's numeracy abilities (Berkowitz et al., 2015; Dejonckheere et al., 2015; Moyer-Packenham et al., Papadakis et al., 2021; 2019; Schacter & Jo, 2017; Schaeffer et al., 2018). Interventions have proven to foster children's performance in numeracy tasks when using mathematical apps (e.g., Outhwaite et al., 2019; Pitchford, 2015), even when comparing learning groups using two different digital devices (computer vs. tablet vs. control; Papadakis et al., 2018). Positive results also were found concerning the frequency of learning app usage (Berkowitz et al., 2015) as well as for children who lack experience with digital devices (Lee & Choi, 2020).

Compared to research on the home literacy environment, research on the home numeracy environment is scarce. However, there are some findings on the support of parent-child interactions or math talk while using apps (see Niklas et al., 2021). For instance, Berkowitz et al. (2015) reported a significant increase in mathematical achievement by the end of the school year when children frequently had used a math story app about once a week. Here, the occasional math-relation interactions were also benefiting children whose parents were anxious about doing mathematics. In regard to math talk, Zippert et al. (2019) reported an increase in parent-child interactions while playing with an app-based digital board game. Parents who had received additional information about how to interact with children about mathematics produced more math-related talk compared to parents and their children who only played the digital math board game without any further instructions or information. However, Griffith and Arnold (2018)

point out that the app design is decisive and that parents seem to engage less during mathematical interactions with electronic toys compared to literacy interaction during shared reading. The authors draw attention to the importance of the app design, but also suggest that parents might be less comfortable with discussing academic mathematical content in comparison to literacy. Not only tablets but also mobile phones were utilized in a study by Cohrsen et al. (2023) as an easily accessible tool of intervention to enable caregivers supporting their children's learning at home. Four short videos were provided to the parents through the messenger app WhatsApp, concerning the importance of the home learning environment, playing with blocks, counting games, and how to encourage dialogic reading. In addition, building blocks or a story book were sent to their homes. No significant change in the 'mathematics importance' scale was found for the intervention group and no significant effects were demonstrated when comparing the 'measurement' and 'counting' scales over time for the intervention and the control group. However, within the intervention group, significant increases in mean scores for the 'measurement' and 'counting' scales were reported.

5 The present Study

With our intervention approach, we aimed at supporting children's numeracy competencies with digital learning apps for tablets and the HNE with parent information on children's early numeracy development, while considering potential differences due to parents' STEM vs. Non-STEM occupations. Consequently, we examined the following research questions:

- (1) Does a digital intervention with educational apps improve preschoolers' numeracy competencies and is this improvement associated with parents' occupations (STEM vs. Non-STEM)?
- (2) Which numeracy apps are particularly supportive of children's early numeracy competencies when controlled for parents' occupation (STEM vs. Non-STEM)?
- (3) How frequently did parents use the provided parent information (guidelines and tips) and is there a correlation between the parents' reported usage times, the actual usage times, the HNE, and the STEM background?
- (4) Does the parent information on early numeracy development enhance the quality of the HNE in the families and is this also associated with parents' occupation (STEM vs. Non-STEM)?

6 Materials and methods

6.1 Sample

The data used in our analysis was taken from the first and second measurement point of the EU-funded 5-year-longitudinal study "Learning4Kids" in Germany (Niklas et al. 2020, 2022). Children's numeracy competencies were assessed in a total sample of $N = 500$ children from two cohorts with an average age of $M_{total_age} = 60.96$ months ($SD_I = 4.61$) and $n = 257$ girls and $n = 243$ boys. Cohort 1 consisted of $n_I = 190$ children with an average age of $M_{Iage} = 63.6$

months ($SD_1 = 4.4$) at the first measurement point. Cohort 2 included $n_2 = 310$ children with an average age of $M_{2age} = 59.36$ months ($SD_2 = 3.94$). From the first to the second measurement point, there was a drop out of a total of 5 families, which led to a final analytic sample of $N = 495$. In addition to children's assessments, parents were surveyed regarding formal and informal aspects of the HNE and family and child characteristics.

About 40.7 % of families in our total sample declared German as their second language and were given translated surveys in their native language whenever possible (e.g., English, Turkish, Italian, etc.). Cohort 1 families were mainly recruited from kindergartens and a professional online marketing company for study recruitment. For Cohort 2, the recruiting approach was changed due to the Covid-19 pandemic and limited access to kindergartens. Therefore, we contacted 6000 families via mail with the support of the Government Department administration office in Munich, which provided contact details of families with children in the target age group. The families received a description of the study, an invitation to participate in our project and to contact the project team via e-mail or telephone. Afterward, all families who indicated their interest in participating were contacted and written formal consent was collected during the first family visit. The European Research Council Executive Agency and the Ethics committee of the Faculty of Psychology and Educational Sciences at the University of Munich approved all research activities.

6.2 Measures

6.2.1 Children's numeracy competencies

To assess children's numeracy abilities, different standardized tests were used. The MARKO-Screening test ("mathematics and concepts of calculation before school entry", MARKO-S; Ehlert et al., 2020) consists of 21 items concerning cardinality, numbers, number division, ordinal number bars, as well as inclusion and relations (Cronbach's α $t_1 = .80$; $t_2 = .79$). We also used an adapted version of a standardized calculation subtest with eight items ("Assessment of basic mathematical competencies in kindergarten", Krajewski, 2018). Here, children's addition and subtraction skills were tested (Cronbach's α $t_1 = .75$; $t_2 = .73$). Moreover, several subtests of the "Würzburger preschool test: Assessments of literacy and mathematical (precursor) abilities and linguistic competencies in the last year of kindergarten" were used (Endlich et al., 2017): number sequences forward, number sequences backward, knowledge of numerical representations and number symbol knowledge. Each subtest comprises eight items with the exception of number representation with ten items (Cronbach's α $t_1 = .93$; $t_2 = .94$). A sum score of all subtests was used in our analysis (Cronbach's α $t_1 = .86$; $t_2 = .89$).

6.2.2 Parental surveys

Parents were asked to fill in written surveys about numeracy-related activities with their children at home and about family and child characteristics. For both cohorts, mostly mothers (C1 = 72.3%; C2 = 73.9%) filled in our parent survey.

6.2.3 Home numeracy environment

We asked parents to report on the formal and informal HNE (LeFevre et al., 2009), with five (Cronbach's α t1 = .79; t2 = .76) and ten items (Cronbach's α t1 = .76; t2 = .71). Here, statements in the context of teaching mathematical concepts (e.g., "At home, I specifically show my child numbers and how to write them") or questions about the engagement in everyday numeracy activities such as "How often do you involve your child in weighing and counting food and paying at the counter when you go shopping?" were rated on a 5-point Likert scale (e.g., "does not apply at all" to "does exactly apply", or "several times a week" to "never"). Values of 4 to 0 were assigned accordingly, with higher values indicating a higher-quality HNE. The mean of both, formal and informal items, was calculated and then used to measure a global HNE construct (Cronbach's α HNE t1 = .84; Cronbach's α HNE t2 = .77).

6.2.4 Family and child characteristics

Parents were further questioned about their learned occupation, children's age and sex. Parents' professions were categorized into occupations with and without a STEM-background, as education and occupation are considered as strong predictors of SES (OECD, 2014; Omolade et al., 2014). The learned STEM-occupation seemed to be associated with children's numeracy competencies and families' HNE (Mues et al., 2021), and we thus decided to take this variable as a measure of SES into account.

The categorization of the STEM vs. Non-STEM background is based on job classifications by the German Job Agency (Bundesagentur für Arbeit, 2013; Bundesagentur für Arbeit, 2017). Two independent researchers coded the occupations of all participants as 1 = STEM and 0 = Non-STEM. They agreed almost perfectly according to the thresholds of Kappa reported by Landis and Koch (1977) with an intercoder reliability of Cohen's $K = 0.99$ for mothers' learned occupations and Cohen's $K = 0.98$ for fathers' learned occupations.

6.3 Intervention

This article investigated the first two measurement points of the five-year longitudinal study "Learning4Kids" (Niklas et al, 2020; 2022). The first family visit and child assessment were conducted before the tablet-intervention phase started, while t2 took place after the tablet-phase with a duration of 168 days. Cohort 1 was first visited in summer 2020 and reassessed in winter 2021, whereas the first assessment of cohort 2 took place in February and March 2021 and the children were reassessed a second time about six months later. Due to the Covid-19 pandemic, not all children could be visited as planned and the exact time between the first and the second visit for both cohorts was calculated (time between the Assessments = TBA) and used as a control variable in our analysis. The difference between the two time points showed a wide range ($M = 188.36$, $SD = 20.432$, $Min. = 155$, $Max. = 272$ days).

In cohort 1, $n_1 = 65$ and in cohort 2, $n_2 = 91$ children were randomly assigned to the numeracy group. Families received a tablet computer with specific numeracy learning apps and parent

information on numeracy development and support. Children started the intervention with five learning apps including basic numerical content and received additional learning apps each month with a total of 18 apps available in the fifth and final month (see Niklas et al., 2020). The difficulty level of the apps started from very easy and gradually increased to more difficult and challenging levels.

All developed numeracy apps aimed to support efficient numeracy learning and followed the framework of Hirsh Pasek et al. (2015). They focused mainly on topics in the context of numeracy activities, e.g., counting, number drawing and sorting, number learning, learning the clock, and measurements. Different forms of numerical values such as Arabic numbers, dots, dice or fingers were used. Furthermore, numbers tapped on during app usage were always verbalized. Consequently, further competencies, apart from number recognition learning, were implemented in most of the apps. The apps were also categorized into the following four categories, according to children's early numeracy abilities as identified by Nguyen et al. (2016): Number knowledge, Counting, Sorting, and Measurement (see Appendix Table 1).

The parent information were also provided on the tablet device via a PDF-Reader (MuPDF app). Supplementary parent information was automatically installed on the tablet every month. Further, parents received tips on how to engage in mathematics together with their children at home every week. Topics such as mathematics and numbers in everyday life and parents as role models were included (see Niklas et al., 2020; see also an overview in Wirth et al., 2022; for an overview of the topics see Appendix Table 2). Aligning with recommendations by Gearing and colleagues (2011), a comprehensive assessment training for all team members and research assistants as well as detailed intervention protocols were provided. In addition, parents received guidelines on how to use the devices and where to find support, if needed. Simultaneously, the usage times of all apps were monitored via an app on the tablet ('Phone study app', PSA), using mobile sensing (Birtwistle et al., 2022; Niklas et al., 2022). The PSA was also used as a reward system for the children. A new reward (a virtual animal sticker on a world map) appeared after every 30 minutes of app usage with a maximum of two stickers achievable within 24 hours.

7. Results

Data analysis was performed with IBM SPSS Statistics 28.0 (IBM Corp, 2021). To examine our research questions, correlational analysis, repeated measurement analysis of covariance (repeated-measure ANCOVA), as well as stepwise linear regression analysis were conducted.

7.1 Correlational Analysis

Table 1 provides an overview of the correlations between children's numeracy competencies (t1&t2), families' HNE (t1&t2), as well as children's characteristics and the TBA. Children's numeracy competencies were significantly associated with families' HNE at t1 and t2. Further, the results show a positive association between parental STEM occupations and children's numeracy competencies as well as families' HNE. This indicates that children whose parents have

a STEM-background show a greater numeracy outcome and experience a better HNE quality compared to children with parents without STEM-background. Additionally, the correlation matrix shows that older children show higher numeracy as well as higher intelligence scores than younger ones. Another result was, girls show significantly lower numeracy scores at the second measurement point in comparison to boys. Children's intelligence was positively associated with children's numeracy competencies and boys showed lower intelligence scores than girls (at t1). No significant correlations were found for the study variables and the TBA.

Table 1

Correlational analysis for children's numeracy competencies, families' HNE, parental STEM vs. Non-STEM occupation, and child characteristics

	2	3	4	5	6	7	8	9
NumC1 (1)	.857**	.222**	.211**	.104*	.262**	.242**	-.072	.023
NumC2(2)	1	.220**	.228**	.120**	.276**	.265**	-.093*	.080
HNE1 (3)		1	.643**	.169**	-.054	.095*	-.030	.021
HNE2 (4)			1	.093*	-.016	.060	.003	.054
STEM ^a (5)				1	-.078	.058	.082	-.055
Age (6)					1	.150**	-.053	.083
Intelligence (7)						1	.126**	.040
Sex ^b (8)							1	-.039
TBA (9)								1

Note. Pearson's r correlation coefficients; $N = 491-500$. NumC = numeracy competencies, HNE = home numeracy environment, STEM = parental STEM vs. Non-STEM occupation, TBA = time between the assessments t1 & t2, 1 = t1, 2 = t2. ^a Non-STEM = 0, STEM = 1, ^b female = 1, male = 0. * $p < .05$; ** $p < .01$.

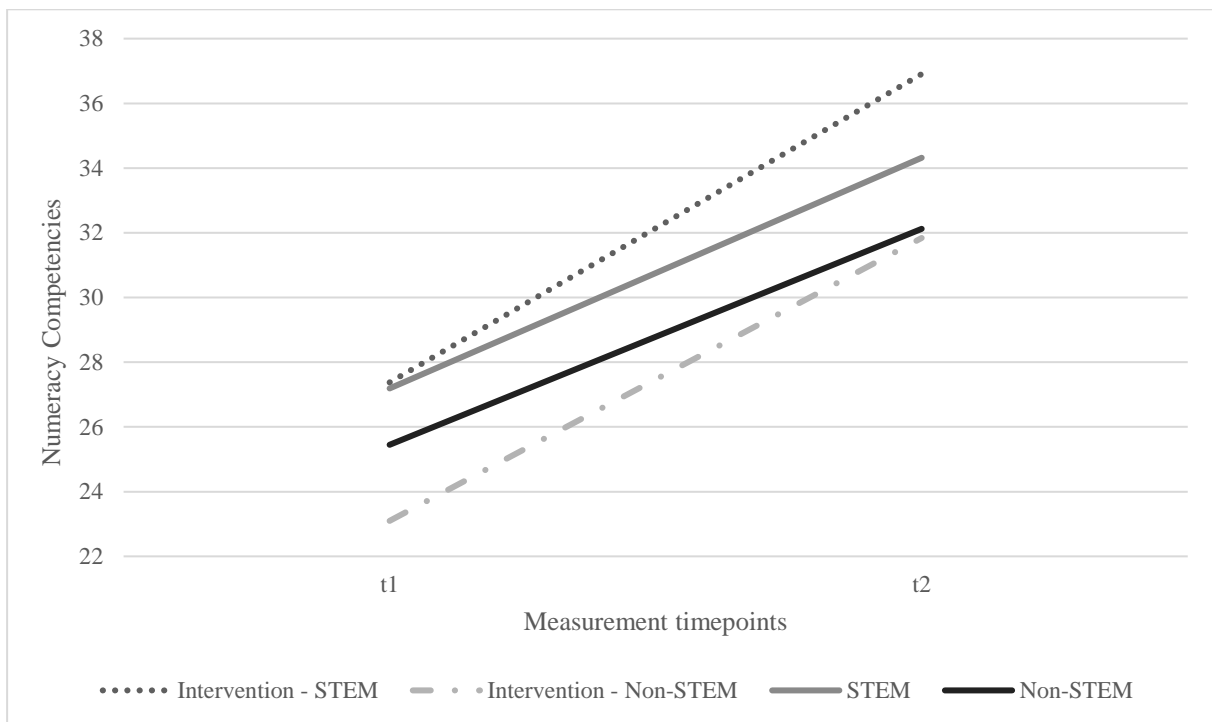
7.2 Intervention effect of the tablet-based intervention on children's numeracy competencies development

We found a significant intervention effect of our tablet intervention on children's numeracy outcomes ($F(1,475) = 12.68, p < .001, \eta^2 = 0.26$) after considering children's age, sex, intelligence, and TBA. Children who received the numeracy tablet intervention showed a significantly greater numeracy gain over time in comparison to children who did not use educational numeracy apps. Further, no significant effect on the development of numeracy competencies was found for parents' STEM vs. Non-STEM occupation ($F(1,475) = 1.38, p = .24, \eta^2 = .003$). Parents' STEM occupation did not interact significantly with the digital intervention (see Figure 1). However, between-subject effects show that children whose parents have a STEM occupation performed better in numeracy across t1 and t2 ($F(1,475) = 11.702, p < .001, \eta^2 = 0.24$).

TBA was significantly associated with children's numeracy development with longer time periods between assessments being associated with better outcomes ($F(1,475) = 5.46, p = .02, \eta^2 = 0.11$).

Figure 1

Intervention effect of the tablet-based intervention on children's numeracy competencies and its association with parents' occupation (STEM vs. Non-STEM)



7.3 App usage times and the development of children's numeracy competencies

To examine which apps led to greater gains in numeracy competencies at t2, several stepwise linear regression analyses with the exact app usage times for the total usage time of apps and each app category were conducted.

First, we controlled for children's numeracy competencies at t1. Second, we included the control variables sex, age, intelligence, TBA, and parents' STEM occupation in the regression model. In a third step, the HNE t1 was controlled for. In the last step, the five different application categories were taken into consideration: the total apps, the number knowledge apps, the counting apps, the sorting apps and the measurement apps.

Results show that 73% of the variance of children's numeracy outcomes in t2 was explained by children's numeracy outcomes at t1. An additional 1.2% was explained by children's characteristics and parents' occupations as well as by the TBA. Including the HNE at t1 in the analysis did not explain significant additional variance. However, when including the apps, the additional explained variance ranged between 1.1% and 1.8% ($p < .001$; see Table 2). Higher app usage times led to greater gains in numeracy skills, even when controlling for all other variables.

This finding was valid not only when the total app usage time of all apps was considered (4a) but also for each individual app category (see Table 2 Number 4 b,c,d,e).

Table 2

Regression analysis to predict children's numeracy competencies at t2 by app usage time while considering children's numeracy competencies at t1, and family and child characteristics.

Model	Variables	β	SE	t	p	Explained Variance R^2
1	NumC1	.86	0.03	36.535	.001	.734 **
2	NumC1	.82	0.03	33.208	.001	.743 **
	Sex ^a	-.04	0.70	-1.724	.085	
	Age	.05	0.08	1.989	.047	
	Intelligence	.06	0.03	2.491	.013	
	STEM vs. Non-STEM ^b	.04	0.70	1.775	.076	
	TBA	.06	0.02	2.383	.018	
3	NumC1	.82	0.03	32.233	.001	.743
	Sex ^a	-.04	0.70	-1.680	.094	
	Age	.05	0.08	2.104	.036	
	Intelligence	.06	0.03	2.428	.016	
	STEM vs. Non-STEM ^b	.04	0.70	1.599	.110	
	TBA	.05	0.02	2.348	.019	
	HNE t1	.03	0.61	1.127	.260	
4a)	Total app usage time	.12	.00	5.611	.001	.759**
4b)	Number Knowledge Apps	.11	.00	4.696	.001	.754**
4c)	Counting Apps	.14	.00	6.060	.001	.761**
4d)	Sorting Apps	.13	.00	5.589	.001	.758**
4e)	Measurement Apps	.12	.00	5.309	.001	.757**

Note. $N = 495$. β = standardized regression coefficients, ^a female = 1, male = 0, ^b Non-STEM = 0, STEM = 1; * $p < .05$; ** $p < .01$. NumC1 = Numeracy Competencies t1, NumC2 = Numeracy competencies t2 HNE t1 = home numeracy environment t1, STEM = parental STEM vs. Non-STEM occupation, TBA = time between the assessments t1 & t2.

7.4 Parents' usage of digital parental guidelines and tips

To have a more detailed look into parents' usage of parental guidelines and tips, the actual usage time was considered in a correlational analysis (see Table 3). Table 3 shows a positive

correlation between the reported usage of parental guidelines and the actual usage times, indicating that the reported usage time is positively associated with the actual usage times of the parents. However, this was not found for the reported usage of the tips and the actual usage times, for which no significant associations were found. Further, the more often parents reported using the parental guidelines, the better they rated it. Similarly, a higher usage time of the parental guidelines correlated significantly positive with a higher reported usage of the tips and their evaluation. Additionally, the family's quality of HNE at t2 correlated significantly positive with the parents' self-reported usage and ratings of the parental guidelines. This did neither apply for the tips nor for the actual usage times. No significant association was found between the parents' STEM occupation, the reported usage and the evaluation of the guidelines and tips. However, the actual usage times were significantly positive associated with parents' STEM occupation.

Table 3

Correlational analysis for parents' usage and rating of parental guidelines and tips with actual usage times of MuPDF Reader, the HNE, and parents' STEM background.

	2	3	4	5	6	7
HNE2 ^a (1)	.093*	.188*	.210*	.111	.137	.067
STEM ^b (2)	1	.065	.064	-.030	-.011	.093*
Guidelines_U (3)		1	.720**	.718**	.643**	.263**
Guidelines_R (4)			1	.548**	.668**	.126
Tip_U (5)				1	.801**	.152
Tip_R (6)					1	.109
MuPDF_UT (7)						1

Note. ^a HNE2 = HNE at t2, ^b Non-STEM = 0, STEM = 1, Guidelines_U = Parental guidelines reported usage, Guidelines_R = parental guidelines reported rating, Tip_U = parental tips reported usage, Tip_R = parental tips reported rating, MuPDF_UT = PDF Viewer 1 actual usage times

7.5 Intervention effect of the tablet-based intervention on the quality of the HNE

A repeated measurement ANCOVA was conducted to analyze the change in the quality of the HNE across groups (intervention vs. control group). No significant intervention effect ($F(1,470) = 0.32, p = .86, \eta^2 = .000$) and effect of parents' STEM vs. Non-STEM occupation on the change in families' quality of the HNE was found ($F(1,470) = 2.75, p = .1, \eta^2 = .006$) (see Figure 2). In addition, we examined the extent to which an intervention effect on the quality of the HNE might only be evident for families who used the provided parent information. For this purpose, we formed two subsamples with either parents who used our parent information and parents who didn't use the provided material at all according to their actual usage times. Here, the repeated measurement ANCOVA showed no intervention effect ($F(1,159) = 0.12, p = .91,$

$\eta^2 = .000$). Furthermore, we calculated a stepwise linear regression analysis with the actual usage data of the MuPDF-Reader (see Table 4). First, we included families' HNE at t1. In the second step, we included child and family characteristics as control variables and in the last step, we accounted for the actual usage times of the MuPDF-Reader. The regression analysis shows that 41% of the HNE at the second measurement point was explained by the HNE at t1 and neither the control variables nor the actual usage data of the MuPDF-Reader explained further variance significantly.

Figure 2

Intervention effect of the tablet-based intervention on families' quality of the HNE and its association with parents' occupation (STEM vs. Non-STEM)

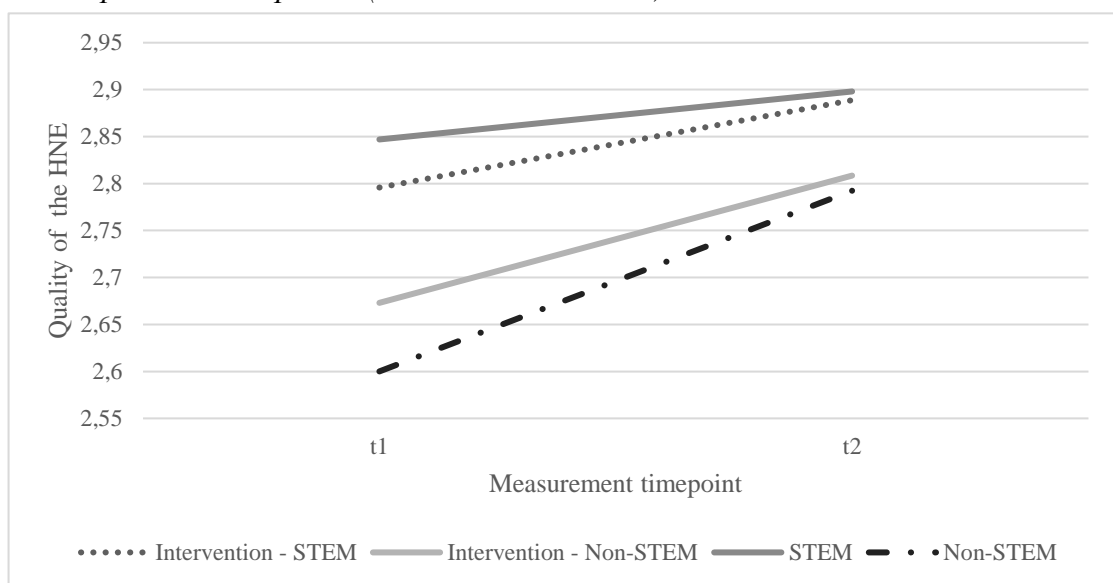


Table 4

Regression analysis to predict the quality of families' HNE at t2, by the HNE at t1, family and child characteristics and actual usage data of the MuPDF-Reader.

Model	Variables	B	SE	t	p	Explained Variance R ²
1	HNE1	.64	0.03	18.397	.001	.413 **
2	HNE1	.65	0.03	18.098	.001	.409
	Sex ^a	.03	0.40	.738	.461	
	Age	.02	0.004	.556	.578	
	Intelligence	-.01	0.002	-.177	.860	
	STEM vs. Non-STEM ^b	-.02	0.04	-.477	.633	
3	HNE1	.65	0.03	18.074	.001	.410
	Sex ^a	.03	0.04	.798	.425	

Age	.02	0.004	.530	.596
Intelligence	-.003	0.002	-.088	.930
STEM vs. Non-STEM ^b	-.02	0.04	-.604	.546
MuPDF	.05	0.003	1.335	.183

Note. $N = 495$. β = standardized regression coefficients, ^a female = 1, male = 0, ^b Non-STEM = 0, STEM = 1; * $p < .05$; ** $p < .01$. HNE1 = Home numeracy environment at t1.

8. Discussion

Different intervention approaches have been proposed in recent years for the support of children's numeracy competencies (Lee & Choi, 2020; Niklas et al., 2020; Papadakis et al., 2018). Digitalization and digital interventions may support children's development from the early years onwards (Berkowitz et al., 2015; Lee & Choi, 2020; Papadakis et al., 2018), but at the same time, less attention has been paid to the families' home learning environment (see Niklas et al., 2021 or Eason et al., 2022).

The present study evaluates a digital intervention approach with the aim to support children's numeracy competencies as well as families' home numeracy environment in the early years by the means of educational apps and digital parent information. Our results indicate that preschool children's numeracy competencies can be influenced positively by using high-quality educational learning apps. However, we did not find a positive impact of digital parent information on the quality of families' HNE. Additionally, parental STEM vs. non-STEM occupation background was not significantly associated with children's numeracy and families' HNE development between t1 and t2.

8.1 Supporting children's numeracy competencies with a digital tablet-based intervention approach

Aligning with other studies (Berkowitz et al., 2015; Moyer-Packenham et al., 2016; Papadakis et al., 2018), our findings reveal that a tablet-based intervention can support the development of children's early numeracy competencies. Our results show that the usage of educational and meaningful numeracy apps may lead to significant gains in children's numeracy competencies (Moyer-Packenham et al., 2016; Outhwaite et al., 2019; Papadakis et al. 2021). However, the total usage times were relatively low (about 40 minutes per week) and only small effects were found. Here, no specific app category stood out and all app types supported children's development. In our study, the greatest gain in children's numeracy competencies was reached when children used the apps on counting competencies.

Most numeracy app-based intervention studies did not account for different numeracy app categories but either analyzed individual apps only (e.g., Berkowitz et al., 2015) or included a variety of numeracy-based apps considering different competency facets in general (e.g. Papadakis et al., 2018; Schacter & Jo, 2017). To our knowledge, categorization systems for apps

were only be found in the few studies (e.g., Outhwaite et al., 2019) and seem to be a new approach when evaluating app-based interventions supporting early numeracy competencies. Such categorization systems, that could be based on the differentiation of basic numeracy skills such as counting, number understanding, etc. (see Nguyen et al. 2016; Krajewski & Schneider, 2009), may open up a new perspective concerning the usage of the apps in praxis and the evaluation of the apps in the context of children's numeracy learning. Consequently, high-quality learning apps seem to be able to support children's competencies development (Hirsh-Pasek et al., 2015)

However, more research about the associations between apps developed based on educational intended frameworks such as Hirsh-Pasek et al. (2015), Kolak et al. (2021), or Papadakis et al. (2020), as well as ratings of children, parents, and teachers (see Wirth et al., 2021) are needed to identify specific aspects of learning apps that are of particular educational value.

8.2 Supporting families' HNE by a digital tablet-based intervention approach

To this date and to our knowledge, little is known about digital interventions in the context of families' HNE (see Niklas et al., 2021) even though the quality of the HNE in analogue contexts has been the focus of recent research (Lehrl et al., 2021, Niklas et al., 2016, Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020). Our findings demonstrate that the digital availability of parent information concerning children's numeracy development via a PDF Reader is not enough to motivate parents to engage, not only with the tablet but also with their children at home. Consequently, we did not find a significant change in the quality of families' HNE, even when considering the intervention group and its quality development only and analyzing subsamples of parents who used the information and parents who did not use the information at all.

This finding stays in contrast with other interventions, mostly analogue, that provided math-related information and increased families' math-engagement at home (Dulay et al., 2019; Niklas et al., 2016). Most of the studies (e.g., Niklas et al., 2016; Starkey & Klein, 2000) combined the provision of information with further activities for the parents such as information evenings for the parents and recurring meetings on how to support children's numeracy competencies at home. However, Cohrssen et al. (2023) also reported similar non-significant findings when using the messenger app WhatsApp as a tool to send informative short videos about children's early development to parents to enhance the quality of HNE in the families during the COVID-19 pandemic. Further, the results of Griffith and Arnold (2018) also showed that parents were mostly in favor of non-digital intervention tools than of digital apps. Here, the authors reported, that parent-child interactions were mostly directed towards app features and not toward app content (e.g., numbers, quantities, math concepts) when using the app.

Consequently, important questions need to be posed: What is needed to support families' HNE digitally and how can families be encouraged within a digital intervention approach to support their children's learning? One idea would be to create a specific app for parents containing all

parent information instead of PDF files. Further, push messages were not helpful as children were the main users of the tablets in our study and many parents never used the tablets and thus never accessed our parent information. Parents mostly saw the tablet as a tool merely for their children and not for themselves and due to that they did not use the tablet or checked the tablet regularly for parent information.

Reminding the parents by an e-mail or through other channels might have worked much better as stated by Ramani and Scalise (2020), who chose different types of reminder (e-mail, text messages or paper slips every week) and used them more often (1x per week) to remind their families about their card game intervention. Nevertheless, more research about this topic is needed. It would be necessary to analyze parents' needs and accessibility in order to pursue an intervention approach that is as sustainable as possible.

However, interventions seem to be more efficient when children and parents are approached at the same time while playing a digital game or a math-related app and receiving math-related information on how to interact with children. For example, Schaeffer et al. (2018) showed a positive intervention effect for children of parents with higher math anxiety when using an app together, that focused on children's mathematical achievement and parents' expectations. Further, Berkowitz et al. (2015) reported changes in parent-child interactions when using apps to engage in math-related topics.

Zippert et al. (2019) documented an increase in parents' and children's math talks when playing a digital boardgame. However, both, children and parents, engaged in more math talk when parents were instructed in advance about math-related topics and how to interact with children concerning mathematics at home. Further, a combination of a digital and non-digital approach by combining mathematical apps and a board game may encourage families in interacting more intensively in the context of mathematics (see Griffith & Arnold, 2018). Accordingly, an approach, that is both parent- and child-centered may address parents adequately and lead to greater quality in families' HNE: for instance, apps could be developed that require parents and children to play together.

To grasp a broader understanding of the associations between families' home numeracy or math environment and child outcomes also new assessment tools are needed (Hornburg et al., 2021). Effective tools should address not only the formal and informal HNE but also aspects such as a general digital home learning environment (Lehrl et al., 2021) and digital home numeracy practices such as math apps selection processes and parental perceptions of math app effectiveness (see Alam & Dubé, 2022).

8.3 Family and intervention characteristics to consider when investigating in children's numeracy competencies

Our correlational analysis showed a significant association between parents' STEM occupation, children's numeracy development, and families' HNE (see also Mues et al., 2021). Further, the

between-subject effects demonstrate that children with parents with a STEM-background showed higher starting numeracy values, but they did not show a significant difference between children with and without parents with a STEM-background across the intervention period. Consequently, children profited of our digital math intervention, independent of their parents' occupational STEM background. Family characteristics such as parental occupation, parental beliefs, attitudes or the general SES are important predictors of children's numeracy competencies, families' HNE, and engagement in mathematical activities (e.g., Cheung et al., 2020; Eason et al., 2022; Elliot & Bachmann, 2018; Mues et al. 2022). However, digital interventions may support children's competencies development independent of these characteristics.

In our analysis, we controlled also for the variance of the TBA. Evidently, the TBA mattered for children's numeracy development. Being an unexpected result, we further investigated whether we would find an interaction effect between the intervention group and TBA. However, within a repeated measurement ANCOVA including the interaction between intervention group and TBA, no significant effect was found ($F(1, 475) = 1.19, p = .28, \eta^2 = .002$). Accordingly, the results show, that children who were assessed with more time between the assessments showed greater gains in numeracy competencies than children who were assessed closer to the actual day difference we were aiming at. As children's numeracy competencies increase with age (e.g., Litkowski et al., 2020; Niklas & Schneider 2017), it is important to consider TBA in intervention studies in early childhood research.

9. Limitations & future research

Several limitations of this study need to be considered when interpreting the findings. To start with, only the first two out of seven planned measurement points were used for our analysis. Accordingly, only immediate intervention effects were analyzed, and potential long-term effects still need to be investigated. Nevertheless, our first findings align with similar results of long-term interventions such as in Berkowitz et al. (2015).

A second point limitation is that we assigned our apps based on a self-developed category system. However, some apps are not exclusively assignable to one category or the other (e.g., some apps include tasks tapping on number knowledge and on counting). Therefore, it would also be conceivable to use another category system.

Third the descriptive data shows that parents did not use the provided information regularly which weakened the intervention fidelity and is probably the reason, why we did not find any impact on the quality of the HNE.

Further, we used only self-reported data of parents to assess families' HNE which might have led to biased and socially desirable answers (Missall et al., 2016; Zippert & Rittle-Johnson, 2020). Additionally, mostly mothers filled in our surveys as they were present during child assessments. Considering both mothers' and fathers' answers might lead to a different understanding of parents' engagement at home (Hornburg et al., 2021; Mues et al. 2022). Conse-

quently, new assessment tools capturing a broader concept such as the Home Math Environment (Hornburg et al., 2021; Zippert & Rittle-Johnson, 2020) and/or also including scales regarding a digital home numeracy environment when working in the digital age (Alam & Dubé, 2022) should be used.

10. Conclusions

Our results indicate that using meaningful educational learning apps can support children's numeracy development in early years independent of parental occupational STEM background. However, our intervention approach was not sufficient to enhance the quality of families' HNE. Here, new tools and digital approaches are needed to include parents in the intervention process. Altogether, our findings indicate, that the use of high-quality learning apps seems to be able to support the competence development of all children regardless of the STEM or Non-STEM occupational background of their parents. Therefore, such apps can be used in and recommended for practice regardless of the families children grow up in.

References

- Alam, S. S., & Dubé, A. K. (2022). Measuring Digital Home Numeracy Practice: A Scale Development and Validation Study. *Journal of Research in Childhood Education*, 1–31. <https://doi.org/10.1080/02568543.2022.2100021>
- Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science (New York, N.Y.)*, 350(6257), 196–198. <https://doi.org/10.1126/science.aac7427>
- Birtwistle, E., Schoedel, R., Bemann, F., Wirth, A., Sürig, C., Stachl, C., Bühner, M., & Niklas, F. (2022). Mobile sensing in psychological and educational research: Examples from two application fields. *International Journal of Testing*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/15305058.2022.2036160>
- Braveman, P. A., Cubbin, C., Egerter, S., Chideya, S., Marchi, K. S., Metzler, M., & Posner, S. (2005). Socioeconomic status in health research: One size does not fit all. *JAMA*, 294(22), 2879–2888. <https://doi.org/10.1001/jama.294.22.2879>
- Bundesagentur für Arbeit. (2013). *Ingenieurberufe [Engineering professions]*. https://statistik.arbeitsagentur.de/DE/Statischer-Content/Grundlagen/Klassifikationen/Klassifikation-der-Berufe/KldB2010/Arbeitshilfen/Berufsaggregate/Generische-Publikationen/Steckbrief-Ingenieur.pdf?__blob=publicationFile&v=5
- Bundesagentur für Arbeit. (2017). *MINT-Berufe [STEM-occupations]*. https://statistik.arbeitsagentur.de/DE/Statischer-Content/Grundlagen/Klassifikationen/Klassifikation-der-Berufe/KldB2010/Arbeitshilfen/Berufsaggregate/Generische-Publikationen/MINTBerufe.pdf?__blob=publicationFile&v=5

- Calder, N. (2015). Apps: Appropriate, Applicable, and Appealing? In T. Lowrie & R. Jorgensen (Eds.), *Mathematics Education in the Digital Era. Digital Games and Mathematics Learning* (Vol. 4, pp. 233–250). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9517-3_12
- Carr, M. J. (2012). Does Math Achievement h'APP'en when iPads and Game-Based Learning are Incorporated into Fifth-Grade Mathematics Instruction? *Journal of Information Technology Education: Research*, *11*, 269–286. <https://doi.org/10.28945/1725>
- Cheung, S. K., Dulay, K. M., & McBride, C. (2020). Parents' characteristics, the home environment, and children's numeracy skills: How are they related in low- to middle-income families in the Philippines? *Journal of Experimental Child Psychology*, *192*, 104780. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104780>
- Cohrssen, C., Richards, B., & Wang, R. (2023). Using smartphones to disseminate home learning support to primary caregivers: An exploratory proof-of-concept study. *Infant and Child Development*, *6*(42), 42. <https://doi.org/10.1002/icd.2399>
- Davis-Kean, P. E., Domina, T., Kuhfeld, M., Ellis, A., & Gershoff, E. T. (2022). It matters how you start: Early numeracy mastery predicts high school math course-taking and college attendance. *Infant and Child Development*, *31*(2). <https://doi.org/10.1002/icd.2281>
- Dearing, E., Casey, B. M., Ganley, C. M., Tillinger, M., Laski, E., & Montecillo, C. (2012). Young girls' arithmetic and spatial skills: The distal and proximal roles of family socioeconomics and home learning experiences. *Early Childhood Research Quarterly*, *27*(3), 458–470. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2012.01.002>
- Dejonckheere, P.N., Smitsman, A., Desoete, A., Haeck, B., Ghyselinck, K., Hillaert, K., & Coppinolle, K. (2015). Early math learning with tablet PCs: The role of action. *European Journal of Psychology and Educational Studies*, *2*(3), 79. <https://doi.org/10.4103/2395-2555.190477>
- Devlin, D., Moeller, K., & Sella, F. (2022). The structure of early numeracy: Evidence from multi-factorial models. *Trends in Neuroscience and Education*, *26*, 100171. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100171>
- Dowker, A. (2008). Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science*, *11*(5), 650–654. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00713.x>
- Dulay, K. M., Cheung, S. K., Reyes, P., & McBride, C. (2019). Effects of parent coaching on Filipino children's numeracy, language, and literacy skills. *Journal of Educational Psychology*, *111*(4), 641–662. <https://doi.org/10.1037/edu0000315>
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, *43*(6), 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>

- Eason, S. H., Scalise, N. R., Berkowitz, T., Ramani, G. B., & Levine, S. C. (2022). Widening the lens of family math engagement: A conceptual framework and systematic review. *Developmental Review, 66*(3), 101046. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2022.101046>
- Ehlert, A., Ricken, G., & Fritz, A. (2020). *MARKO-Screening - Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Screening [MARKO-Screening - mathematics and concepts of calculation before school entry]*. Hogrefe.
- Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. *Developmental Review, 49*(2), 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2018.08.001>
- Endlich, D., Berger, N., Küspert, P., Lenhard, W., Marx, P., Weber, J., & Schneider, W. (2017). *WVT: Würzburger Vorschultest: Erfassung schriftsprachlicher und mathematischer (Vorläufer-) Fertigkeiten und sprachlicher Kompetenzen im letzten Kindergartenjahr [WVT: Würzburg preschool test: Assessment of literacy and mathematical (precursor) abilities and linguistic competencies in the last year of kindergarten]*. Hogrefe.
- Farah, M. J. (2017). The Neuroscience of Socioeconomic Status: Correlates, Causes, and Consequences. *Neuron, 96*(1), 56–71. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2017.08.034>
- Gearing, R. E., El-Bassel, N., Ghesquiere, A., Baldwin, S., Gillies, J., & Ngeow, E. (2011). Major ingredients of fidelity: A review and scientific guide to improving quality of intervention research implementation. *Clinical Psychology Review, 31*(1), 79–88. <https://doi.org/10.1016/j.cpr.2010.09.007>.
- Geary, D. C., & van Marle, K. (2018). Growth of symbolic number knowledge accelerates after children understand cardinality. *Cognition, 177*, 69–78. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2018.04.002>
- Gould, P. (2012). What number knowledge do children have when starting Kindergarten in NSW? *Australasian Journal of Early Childhood, 37*(3), 105–110. <https://doi.org/10.1177/183693911203700314>
- Griffith, S. F., & Arnold, D. H. (2018). Home learning in the new mobile age: parent–child interactions during joint play with educational apps in the US. *Journal of Children and Media, 13*(1), 1–19. <https://doi.org/10.1080/17482798.2018.1489866>
- Hirsh-Pasek, K., Zosh, J. M., Golinkoff, R. M., Gray, J. H., Robb, M. B., & Kaufman, J. (2015). Putting education in "educational" apps: Lessons from the science of learning. *Psychological Science in the Public Interest: A Journal of the American Psychological Society, 16*(1), 3–34. <https://doi.org/10.1177/1529100615569721>
- Hornburg, C. B., Borriello, G. A., Kung, M., Lin, J., Litkowski, E., Cosso, J., Ellis, A., King, Y. A., Zippert, E., Cabrera, N. J., Davis-Kean, P., Eason, S. H., Hart, S. A., Iruka, I. U., LeFevre, J.-A., Simms, V., Susperreguy, M. I., Cahoon, A., Chan, W. W. L., . . . Purpura, D. J. (2021). Next directions in measurement of the

- home mathematics environment: An international and interdisciplinary perspective. *Journal of Numerical Cognition*, 7(2), 195–220. <https://doi.org/10.5964/jnc.6143>
- IBM Corp. (2021). *IBM SPSS Statistics for Windows (Version 28)* [Computer software]. IBM Corp. Armonk, NY.
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Nabors Oláh, L., & Locuniak, M. N. (2006). Number Sense Growth in Kindergarten: A Longitudinal Investigation of Children at Risk for Mathematics Difficulties. *Child Development*, 77(1), 153–175. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x>
- Jordan, N. C., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. N. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850–867. <https://doi.org/10.1037/a0014939>
- Khundrakpam, B., Choudhury, S., Vainik, U., Al-Sharif, N., Bhutani, N., Jeon, S., Gold, I., & Evans, A. (2020). Distinct influence of parental occupation on cortical thickness and surface area in children and adolescents: Relation to self-esteem. *Human Brain Mapping*, 41(18), 5097–5113. <https://doi.org/10.1002/hbm.25169>
- Kolak, J., Norgate, S. H., Monaghan, P., & Taylor, G. (2021). Developing evaluation tools for assessing the educational potential of apps for preschool children in the UK. *Journal of Children and Media*, 15(3), 410–430. <https://doi.org/10.1080/17482798.2020.1844776>
- Krajewski, K. (2018). *MBK 0. Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter [MBK 0. Assessment of basic mathematical competencies in kindergarten age]* (1st ed.). Hogrefe.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction*, 19(6), 513–526. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002>
- Landis, J. R., & Koch, G. G. (1977). The Measurement of Observer Agreement for Categorical Data. *Biometrics*, 33(1), 159. <https://doi.org/10.2307/2529310>
- Lee, H. K., & Choi, A. (2020). Enhancing early numeracy skills with a tablet-based math game intervention: a study in Tanzania. *Educational Technology Research and Development*, 68(6), 3567–3585. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09808-y>
- Lee, J., & Pant, M. D. (2017). Analyses of children’s mathematics proficiency from ECLS-K 1998 and 2010 cohorts: Why early mathematics? *Contemporary Issues in Early Childhood*, 18(1), 99–103. <https://doi.org/10.1177/1463949117692281>
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home Numeracy Experiences and Children’s Math performance in the Early School Years. *Canadian Journal of Behavioural Science*, 41(2), 55–66.

- Lehrl, S., Ebert, S., Blaurock, S., Rossbach, H.-G., & Weinert, S. (2020). Long-term and domain-specific relations between the early years home learning environment and students' academic outcomes in secondary school. *School Effectiveness and School Improvement, 31*(1), 102–124. <https://doi.org/10.1080/09243453.2019.1618346>
- Lehrl, S., Linberg, A., Niklas, F., & Kuger, S. (2021). The Home Learning Environment in the Digital Age-Associations Between Self-Reported "Analog" and "Digital" Home Learning Environment and Children's Socio-Emotional and Academic Outcomes. *Frontiers in Psychology, 12*, 592513. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.592513>
- Litkowski, E. C., Duncan, R. J., Logan, J. A. R., & Purpura, D. J. (2020). When do preschoolers learn specific mathematics skills? Mapping the development of early numeracy knowledge. *Journal of Experimental Child Psychology, 195*, 104846. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104846>
- Missall, K. N., Hojnoski, R. L., & Moreano, G. (2016). Parent–child mathematical interactions: examining self-report and direct observation. *Early Child Development and Care, 187*(12), 1896–1908. <https://doi.org/10.1080/03004430.2016.1193731>
- Moyer-Packenham, P. S., Bullock, E. K., Shumway, J. F., Tucker, S. I., Watts, C. M., Westenskow, A., Anderson-Pence, K. L., Maahs-Fladung, C., Boyer-Thurgood, J., Gulkilik, H., & Jordan, K. (2016). The role of affordances in children's learning performance and efficiency when using virtual manipulative mathematics touch-screen apps. *Mathematics Education Research Journal, 28*(1), 79–105. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0161-z>
- Mues, A., Birtwistle, E., Wirth, A., & Niklas, F. (2021). Parental (STEM) Occupations, the Home Numeracy Environment, and Kindergarten Children's Numerical Competencies. *Education Sciences, 11*(12), 819. <https://doi.org/10.3390/educsci11120819>
- Mues, A., Wirth, A., Birtwistle, E., & Niklas, F. (2022). Associations Between Children's Numeracy Competencies, Mothers' and Fathers' Mathematical Beliefs, and Numeracy Activities at Home. *Frontiers in Psychology, 13*, 835433. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.835433>
- Napoli, A. R., & Purpura, D. J. (2018). The home literacy and numeracy environment in preschool: Cross-domain relations of parent-child practices and child outcomes. *Journal of Experimental Child Psychology, 166*, 581–603. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.10.002>
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitler, M. E. (2016). Which Preschool Mathematics Competencies Are Most Predictive of Fifth Grade Achievement? *Early Childhood Research Quarterly, 36*, 550–560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Niklas, F., Annac, E., & Wirth, A. (2020). App-based learning for kindergarten children at home (Learning4Kids): Study protocol for cohort 1 and the kindergarten assessments. *BMC Pediatrics, 20*(1), 554. <https://doi.org/10.1186/s12887-020-02432-y>

- Niklas, F., Birtwistle, E., Wirth, A., Schiele, T., & Mues, A. (2022). App-based learning for kindergarten children at home (Learning4Kids): Study protocol for cohort 2 and the school assessments. *BMC Pediatrics*, 22(1), 705. <https://doi.org/10.1186/s12887-022-03737-w>
- Niklas, F., Cohrssen, C., Lehrl, S., & Napoli, A. R. (2021). Editorial: Children's Competencies Development in the Home Learning Environment. *Frontiers in Psychology*, 12, 2178. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.706360>
- Niklas, F., Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Improving Preschoolers' Numerical Abilities by Enhancing the Home Numeracy Environment. *Early Education and Development*, 27(3), 372–383. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.1076676>
- Niklas, F., & Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: the importance of the home numeracy environment for preschool children. *European Journal of Psychology of Education*, 29(3), 327–345. <https://doi.org/10.1007/s10212-013-0201-6>
- Niklas, F., & Schneider, W. (2017). Home learning environment and development of child competencies from kindergarten until the end of elementary school. *Contemporary Educational Psychology*, 49(2), 263–274. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.03.006>
- OECD. (2014). *PISA in Focus*. Paris, France. <https://doi.org/10.1787/5jz8mr7kp026-en>
- Omolade, A., Kassim, A., & Modupe, S. (2014). Relative Effects of Parents' Occupation, Qualification and Academic Motivation of Wards on Students' Achievement in Senior Secondary School Mathematics in Ogun State. *Journal of Education and Practice*, 5(22), 99–105. <https://www.iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/view/14547>
- Outhwaite, L. A., Faulder, M., Gulliford, A., & Pitchford, N. J. (2019). Raising Early Achievement in Math with Interactive Apps: A Randomized Control Trial. *Journal of Educational Psychology*, 111(2), 284–298. <https://doi.org/10.1037/edu0000286>
- Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2018). The effectiveness of computer and tablet assisted intervention in early childhood students' understanding of numbers. An empirical study conducted in Greece. *Education and Information Technologies*, 23(5), 1849–1871. <https://doi.org/10.1007/s10639-018-9693-7>
- Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2021). Teaching mathematics with mobile devices and the Realistic Mathematical Education (RME) approach in kindergarten. *Advances in Mobile Learning Educational Research*, 1(1), 5–18. <https://doi.org/10.25082/AMLER.2021.01.002>
- Papadakis, S., Vaiopoulou, J., Kalogiannakis, M., & Stamovlasis, D. (2020). Developing and Exploring an Evaluation Tool for Educational Apps (E.T.E.A.) Targeting Kindergarten Children. *Sustainability*, 12(10), 4201. <https://doi.org/10.3390/su12104201>
- Pitchford, N. J. (2015). Development of early mathematical skills with a tablet intervention: A randomized control trial in Malawi. *Frontiers in Psychology*, 6, 485. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00485>

- Raghubar, K. P., & Barnes, M. A. (2017). Early numeracy skills in preschool-aged children: A review of neurocognitive findings and implications for assessment and intervention. *The Clinical Neuropsychologist, 31*(2), 329–351. <https://doi.org/10.1080/13854046.2016.1259387>
- Ramani, G. B., & Scalise, N. R. (2020). It's more than just fun and games: Play-based mathematics activities for Head Start families. *Early Childhood Research Quarterly, 50*, 78–89. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.011>
- Schacter, J., & Jo, B. (2017). Improving preschoolers' mathematics achievement with tablets: a randomized controlled trial. *Mathematics Education Research Journal, 29*(3), 313–327. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0203-9>
- Schaeffer, M. W., Rozek, C. S., Berkowitz, T., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2018). Disassociating the relation between parents' math anxiety and children's math achievement: Long-term effects of a math app intervention. *Journal of Experimental Psychology. General, 147*(12), 1782–1790. <https://doi.org/10.1037/xge0000490>
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & De Smedt, B. (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science, 20*(3). <https://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Semmelmann, K., Nordt, M., Sommer, K., Röhnke, R., Mount, L., Prüfer, H., Terwiel, S., Meissner, T. W., Koldewyn, K., & Weigelt, S. (2016). U Can Touch This: How Tablets Can Be Used to Study Cognitive Development. *Frontiers in Psychology, 7*, 1021. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01021>
- Starkey, P., & Klein, A. (2000). Fostering Parental Support for Children's Mathematical Development: An Intervention with Head Start Families. *Early Education and Development, 11*(5), 659–680. https://doi.org/10.1207/s15566935eed1105_7
- Susperreguy, M. I., Di Lonardo Burr, S., Xu, C., Douglas, H., & LeFevre, J.-A. (2020). Children's Home Numeracy Environment Predicts Growth of their Early Mathematical Skills in Kindergarten. *Child Development, 91*(5), 1663–1680. <https://doi.org/10.1111/cdev.13353>
- Susperreguy, M. I., Douglas, H., Xu, C., Molina-Rojas, N., & LeFevre, J.-A. (2020). Expanding the Home Numeracy Model to Chilean children: Relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. *Early Childhood Research Quarterly, 50*(2), 16–28. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.06.010>
- White, K. R. (1982). The relation between socioeconomic status and academic achievement. *Psychological Bulletin, 91*(3), 461–481. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.91.3.461>
- Wirth, A., Birtwistle, E., Mues, A., & Niklas, F. (2022). *Kinder spielerisch auf die Schule vorbereiten: Fähigkeitsentwicklung und Förderung im Vorschulalter* [Preparing children for school: Skill development of and support for children in preschool age] (1. Auflage). Hogrefe. <https://doi.org/10.1024/86198-000>

- Wirth, A., Annac, E., Mues, A., & Frank Niklas (2021). *Lern-Apps für Vorschulkinder: Evaluationskriterien und Nutzungspräferenzen*. [Learning-Apps for preschool children: Evaluation criteria and usage preferences]. Fachtagung Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie PaEpsy 14. – 16. September, Online-Konferenz.
- Zippert, E. L., Daubert, E. N., Scalise, N. R., Noreen, G. D., & Ramani, G. B. (2019). "Tap space number three": Promoting math talk during parent-child tablet play. *Developmental Psychology*, 55(8), 1605–1614. <https://doi.org/10.1037/dev0000769>
- Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2020). The home math environment: More than numeracy. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 4–15. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.009>

Appendix

Table 1

Overview of learning apps used in the intervention

		Numeracy intervention	Category
Month 1	App 1	Memory (Numbers)	Number knowledge
	App 2	Number drawing	Number knowledge
	App 3	Painting with numbers	Number knowledge
	App 4	Number sorting	Sorting
	App 5	Build a number rocket	Number knowledge
Month 2	App 6	Collecting nuts (numbers)	Counting
	App 7	Snakes and Ladders (Numbers)	Counting
	App 8	Tap it! Numbers	Number knowledge
	App 9	Mathemarmite	Counting
Month 3	App 10	Measurement app	Measurement
	App 11	Finding pairs (numbers)	Sorting
	App 12	Count and compare	Counting
Month 4	App 13	Counting the balloons	Counting
	App 14	Number-Domino	Sorting
	App 15	Connect the number dots	Number knowledge
Month 5	App 16	Learn the clock	Measurement
	App 17	Count and sort objects	Sorting
	App 18	Categorize numbers	Sorting

Table 2

Overview of parent information and tips provided to the families

		Parental information	Tips
Month 1	Week 1	Mathematics in everyday life	Tip 1 Playing and math learning
	Week 2		Tip 2 Playing and math learning
	Week 3		Tip 3 Playing and math learning
	Week 4		Tip 4 Playing and math learning
Month 2	Week 5	Numbers and parents as role models	Tip 5 Playing and math learning
	Week 6		Tip 6 Playing and math learning
	Week 7		Tip 7 Playing and math learning
	Week 8		Tip 8 Playing and math learning
Month 3	Week 9	Counting and comparing	Tip 9 Playing and math learning
	Week 10		Tip 10 Playing and math learning
	Week 11		Tip 11 Playing and math learning
	Week 12		Tip 12 Playing and math learning
Month 4	Week 13	Mathematical games	Tip 13 Playing and math learning
	Week 14		Tip 14 Playing and math learning
	Week 15		Tip 15 Playing and math learning
	Week 16		Tip 16 Playing and math learning
	Week 17		Tip 17 Playing and math learning
Month 5	Week 18	Measurement, forms, and teaching by the parents	Tip 18 Playing and math learning
	Week 19		Tip 19 Playing and math learning
	Week 20		Tip 20 Playing and math learning
	Week 21		Tip 21 Playing and math learning

6. Diskussion

Die vorliegende Dissertation soll einen Beitrag zum Wissens- und Forschungsstand des Wirkzusammenspiels der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen, der HNE und weiteren familiären Einflussfaktoren leisten und diskutiert in einem zweiten Schritt einen möglichen Förderungs- und Unterstützungsansatz für Kind und Familie im Rahmen einer digitalen Intervention im genannten Kontext. In dieser Arbeit werden verschiedene Forschungslücken adressiert und Unschärfen im aktuellen wissenschaftlichen Diskurs bearbeitet und kritisch hinterfragt. Die Wirkmechanismen der HNE und der familiären Charakteristika auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder sowie der Einfluss einer gezielten Intervention durch den Einsatz von Lern-Apps werden in den aktuellen Forschungskontext eingeordnet und diskutiert. Abschließend werden Limitationen der vorliegenden Arbeit aufgestellt und Implikationen für die weitere Forschung und ihre Praxis abgeleitet.

6.1 Zusammenhänge elterlicher Einflussfaktoren mit den mathematischen Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter

Die frühe Entwicklung mathematischer Kompetenzen und die damit verbundenen familiären Charakteristika werden in der aktuellen Forschungslandschaft intensiv diskutiert (Hornburg et al., 2021; Schneider et al., 2018; Seitz & Weinert, 2022; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020). Ziel ist es, ein Verständnis darüber zu erlangen, wie es gelingen kann, Kinder in ihrer Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen zu unterstützen und ihre Fähigkeiten und Fertigkeiten zu verbessern – gleichzeitig aber auch mit dem Blick auf die Familie, die sie umgibt und beeinflusst, mit dem Ziel, auch dort die Wirkzusammenhänge zu untersuchen und mögliche Unterstützungsmöglichkeiten auszuloten.

Die Auseinandersetzung in den ersten zwei Artikeln der vorliegenden Arbeit mit spezifischen Facetten familiärer Hintergrundmerkmale sowie Merkmalen der HNE dient der Annäherung an ein solches Verständnis (Daucourt et al., 2021; Elliott & Bachman, 2018; Hornburg et al., 2021). Dass der SÖS der Eltern als spezifisches Hintergrundmerkmal im Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder und der HNE steht, wurde in den letzten Jahren anhand verschiedener Studien deutlich (Eason et al., 2022; Elliott & Bachman, 2018; Niklas & Schneider, 2017). Die Ergebnisse des ersten Artikels eröffnen demnach eine neue Perspektive, den SÖS nicht nur als globalen Faktor zu betrachten und zu verwenden, sondern den Blickwinkel zu erweitern und sich einen ganz spezifischen Aspekt familiärer Einflussfaktoren herauszugreifen und diesen in Zusammenhang mit der Entwicklung mathematischer Kompetenzen zu setzen (Elliott & Bachman, 2018; Gutfleisch & Kogan, 2022). So lässt sich bereits in anderen Forschungsarbeiten erkennen, dass die Auseinandersetzung mit spezifischen Aspekten elterlicher Einflussfaktoren, wie beispielsweise dem Berufshintergrund, im Speziellen im MINT-Bereich, im Rahmen der (mathematischen) Kompetenzentwicklung von Kindern, Jugendlichen

und Studierenden für den Wissenschaftskontext von Interesse ist (Gutfleisch & Kogan, 2022; Plasman et al., 2021). Wenngleich vor allem im Elementar- und Primarbereich die Erkenntnislage zu den Wirkzusammenhängen intergenerationaler Transmission im Hinblick auf die MINT-Berufe der Eltern nach aktuellem Kenntnisstand bisher nicht bis kaum vorhanden ist (s. auch Gutfleisch & Kogan, 2022).

Die Haupthypothese der aktuell vorzufindenden Studien (Gutfleisch & Kogan, 2022; Hsieh & Simpkins, 2022; Thaning, 2021), welche die Zusammenhänge zwischen dem beruflichen (MINT-) Hintergrund der Eltern und den Kompetenzen der Kinder untersuchen, lautet einfach formuliert, dass Eltern berufsspezifisches Kapital (z. B. Werte, Wissen oder soziale Netzwerke) an ihre Kinder weitergeben, was zu vergleichbaren Bildungsvorteilen und Berufsaspirationen in Anlehnung an die Erwerbstätigkeit der Eltern führt (Jonsson et al., 2009). Der erste Artikel der vorliegenden Arbeit untersuchte jedoch die intergenerationale Transmission zwischen Kindern und ihren Eltern im Vorschulalter nicht nur im Allgemeinen, sondern adressiert eine aktuelle Forschungslücke anhand der expliziten Spezifizierung der erlernten und aktuellen MINT- vs. Nicht-MINT-bezogenen Berufe der Eltern und ihren Zusammenhang mit den kindlichen mathematischen Kompetenzen und der HNE und erweitert den bisherigen Forschungsstand um diesen Aspekt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die erlernten MINT-Berufe der Eltern, jedoch nicht ihre derzeitig ausgeübten Tätigkeiten, positiv mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zusammenhängen. Des Weiteren zeigt die latente Modellierung des SEM, dass der erlernte Beruf der Eltern nicht signifikant mit der HNE zusammenhängt. Stattdessen wurde ein solcher Zusammenhang nur für den aktuell ausgeübten Beruf der Eltern gefunden.

Im Einklang mit Ergebnissen anderer Studien (Giannelli & Rapallini, 2019; Plasman et al., 2021; Shoraka et al., 2015) verdeutlichen die Ergebnisse des ersten Artikels, dass Kinder mit mindestens einem Elternteil in einem MINT-bezogenen Beruf bessere mathematische Leistungen aufzeigen als Kinder mit Eltern ohne beruflichen MINT-Hintergrund. Dieser Zusammenhang fand sich jedoch nur für die Kinder, deren Eltern einen MINT-Beruf erlernt hatten. Dieses Ergebnis ist besonders interessant vor dem Hintergrund der Ergebnisse von Hsieh und Simpkins (2022), die sowohl den erlernten als auch aktuell ausgeübten Beruf der Eltern erfassten und als eine Variable zusammengefasst haben und in ihren Ergebnissen eine ausschließlich positive Assoziation mit den mathematischen Kompetenzen der untersuchten Neuntklässler berichteten. Der Vergleich der Ergebnisse gibt einen Hinweis darauf, dass eine dezidierte Unterteilung der vorhandenen Facetten des Berufshintergrundes der Eltern mögliche unterschiedliche Zusammenhänge beschreibt, im Vergleich zur allgemeinen Verwendung einer „Berufsvariable“ ohne konkrete Spezifizierung (erlernter Beruf /aktueller Beruf).

Dass der erlernte Beruf der Eltern positiv mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder assoziiert ist, lässt sich gut in die theoretischen Überlegungen des „parent-socialization-models“ von Wigfield, Eccles et al. (2006; neu konzeptualisierte Version, Eccles & Wigfield, 2020) einordnen und ist kongruent mit der Literatur zum MINT-Kapital (engl., STEM-capital) und seiner Übertragung auf die kindliche Motivation und ihre Entwicklung (DeWitt et al., 2016). Demnach beeinflussen die spezifischen Facetten des Berufes der Eltern (MINT vs. Nicht-MINT) und die im Sinne des MINT-Kapitals einhergehenden Kompetenzen und der Habitus der Eltern die mathematischen Kompetenzen der Kinder. Die im ersten Artikel dargestellten Ergebnisse lassen sich in diesem Sinne in die genannten Modelle und Konzepte eingliedern und unterstreichen damit die theoretischen Annahmen der Autor*innen (DeWitt et al., 2016; Eccles & Wigfield, 2020).

Eine Begründung für den nicht signifikanten Zusammenhang des aktuell ausgeübten Berufs der Eltern mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder könnte sein, dass das Ausüben eines MINT-Berufes nicht notwendigerweise bedeutet, dass auch ein MINT-Beruf erlernt wurde oder umgekehrt (Bott et al., 2010). Das MINT-Kapital, beziehungsweise die entsprechenden Werte, Überzeugungen, Strategien und Handlungen wird somit möglicherweise nur zu Teilen oder gar nicht übertragen (DeWitt et al., 2016; Wigfield et al., 2006). Dieser Aspekt sollte in weiterführender Forschung konkreter anhand einer größeren Stichprobe betrachtet werden, die ermöglicht, die folgenden Kategorien und ihre Unterschiede auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder zu untersuchen und somit eine konkreteres Bild über mögliche Zusammenhänge und ihre Begründung zu erhalten: Erlernter MINT-Beruf + aktuell ausgeübter MINT-Beruf; Erlernter MINT Beruf + ausgeübter Beruf in einem anderen Berufsfeld; aktuell ausgeübter MINT-Beruf + Erlernter Beruf eines anderen Berufsfeldes.

Die Zusammenhänge mathematischer elterlicher Überzeugungen mit den kindlichen mathematischen Kompetenzen, die im zweiten Artikel dieser Arbeit untersucht wurden, wurden unter der Annahme analysiert, dass die mathematischen Überzeugungen der Eltern nicht in direktem Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder stehen, sondern diese indirekt über die HNE beeinflussen (Douglas et al., 2021; Silver et al., 2023). Deshalb findet sich die Diskussion der Ergebnisse des zweiten Artikels in Abschnitt 6.2 und 6.3, in denen es um die Zusammenhänge der HNE mit elterlichen Faktoren und den mathematischen Kompetenzen der Kinder geht.

6.2 Zusammenhänge elterlicher Einflussfaktoren mit der Home Numeracy Environment und den mathematischen Kompetenzen der Kinder

Nicht zuletzt aufgrund der unterschiedlichen Konzeptualisierungen und Operationalisierungen der HNE (s. auch Abschnitt 2.6.1) sind die Wirkzusammenhänge und Mechanismen der HNE mit familiären Aspekten wie spezifischen Facetten des SÖS oder den Überzeugungen der Eltern nicht abschließend geklärt (Elliott & Bachman, 2018; Hornburg et al., 2021; Susperreguy,

Douglas et al., 2020). Die Ergebnisse der ersten Studie weisen signifikant positiv latent modellierte Zusammenhänge zwischen dem aktuell ausgeübten MINT-Beruf der Eltern und der HNE auf. Jedoch zeigen sich nur kleine korrelative signifikante bivariate Zusammenhänge mit dem erlernten Beruf der Eltern. Zum einen kann vermutet werden, dass sich möglicherweise die derzeitige Berufstätigkeit der Eltern in ihren täglichen Aktivitäten stärker widerspiegelt, was sich wiederum in der Qualität der HNE niederschlägt. Zum anderen lässt sich annehmen, dass dies mit einer gesteigerten Umsetzung mathematischer Aktivitäten im Alltag und einem höheren Anteil an mathematischen Gesprächen im häuslichen Umfeld einhergeht. In einer Studie von Zucker et al. (2021) wird beispielsweise deutlich, dass der aktuelle MINT-Beruf, hier ausschließlich für Mütter, mit der informellen Anregung zu Hause, mediiert durch die eigene Selbstwirksamkeit, positiv zusammenhängt. Dieses Ergebnis verdeutlicht, dass Mütter, die einen MINT-Beruf ausüben, eine stärkere Selbstwirksamkeit aufwiesen, was dazu beigetragen hat, dass sie mehr informelle mathematische Aktivitäten zu Hause durchführten und ihre Kinder in diesem Bereich eine intensivere Anregung erfuhren. Anhand dieser Erkenntnisse könnte man vermuten, dass insbesondere Mütter (mit MINT-Hintergrund), wie auch in anderen Arbeiten hervorgehoben (del Río et al., 2017; Huang et al., 2017), besonders qualitativ hochwertige mathematische Aktivitäten zu Hause mit ihren Kindern durchführen. Allerdings lässt sich über diese Idee zunächst nur spekulieren, da dieser Zusammenhang unter Berücksichtigung der Selbstwirksamkeit in dem ersten Artikel nicht untersucht wurde.

Anders als erwartet konnte für den erlernten Beruf der Eltern kein statistisch signifikanter Zusammenhang mit der HNE berichtet werden. Dies könnte mit der Tatsache zusammenhängen, dass die Fragebogenitems zu den mathematischen Aktivitäten der Eltern (formelle und informelle HNE) eher ihre aktuellen Aktivitäten widerspiegeln und nicht die erlernten Fähigkeiten und das Wissen der Eltern (DeWitt et al., 2016; Thaning, 2021). Auch wenn die Ergebnisse des Cross-Lagged Modells keine signifikanten Zusammenhänge nahelegen, zeigen die bivariaten Korrelationen kleine Zusammenhänge. Demnach kann die Vermutung angestellt werden, dass auch der erlernte MINT-Beruf eine (geringe) Rolle für die Umsetzung häuslicher mathematischer Aktivitäten spielt. In der erhobenen Stichprobe ergab sich die MINT-Kategorisierung zu einem großen Teil aus den berichteten erlernten und aktuellen Berufen der Väter. Allerdings wurden etwa 80% der Elternfragebogen und damit auch die Fragen zur HNE von Müttern und nicht von beiden Elternteilen oder nur von Vätern ausgefüllt. Ein ähnliches Bild findet sich auch in anderen Studien wieder, in denen hauptsächlich Mütter die Studien mit ihren Kindern begleiten (Hornburg et al., 2021; Saracho & Spodek, 2008). Zum einen könnte dies ein Hinweis darauf sein, dass der Zusammenhang zwischen dem MINT-Beruf der Eltern und der HNE anders ausgefallen wäre, wenn sowohl Mütter und Väter mit und ohne MINT-Hintergrund die Fragen zur formellen und informellen HNE beantwortet hätten und man diese beiden Facetten getrennt voneinander untersuchen könnte. Zum anderen unterstreicht es aber auch den Bedarf an diverseren Stichproben verschiedener Erziehungsberechtigter und hebt die Frage nach mög-

lichen Unterschieden in den Antwortmustern von Vätern und Müttern und ihre zukünftige Berücksichtigung in weiteren Studien hervor, da es bislang wenig Erkenntnisse zu den Einflüssen und Unterschieden verschiedener Erziehungsberechtigter oder dem Kind nahestehender Personen gibt (del Río et al., 2017; Silver et al., 2023; Thomson et al., 2020).

Des Weiteren wird in der Wissenschaft diskutiert, dass nicht nur strukturelle Hintergrundmerkmale wie der Berufshintergrund der Eltern die Qualität der HNE beeinflussen, sondern auch andere Einflussfaktoren wie beispielsweise die Überzeugungen der Eltern (Dowker et al., 2021; Hao et al., 2022; Silver et al., 2021). Neben den allgemeinen Wirkmechanismen von mathematischen Überzeugungen auf die mathematische häusliche Lernumwelt werden zudem Unterschiede zwischen Müttern und Vätern im Hinblick auf die genannten Aspekte diskutiert. So untersuchte der zweite Artikel den Zusammenhang (allerdings ohne eine dezidierte Unterscheidung zwischen MINT vs. Nicht-MINT des beruflichen Hintergrundes der Eltern) zwischen den elterlichen mathematischen Überzeugungen, der HNE und den mathematischen Kompetenzen der Kinder.

Die Forschung zeigt, dass elterliche mathematische Überzeugungen indirekt mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder zusammenhängen und über die häuslichen mathematischen Aktivitäten vorhergesagt werden (del Río et al., 2017; Missall et al., 2015; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy, Douglas et al., 2020), was sich mit den Annahmen der „Expectancy-Value-Theory“ von Eccles deckt (1983; s. Abschnitt 2.6.3). Die Ergebnisse des zweiten Artikels konnten diese Vermutungen teilweise unterstützen und direkte Zusammenhänge zwischen einigen Facetten der mathematischen Überzeugungen (Selbstwirksamkeit und Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause) der Eltern und der HNE nahelegen. Besonders interessant war jedoch, dass die Zusammenhänge zwischen der HNE und den elterlichen mathematischen Überzeugungen zwischen Müttern und Vätern differierten. So steht nur die Selbstwirksamkeit der Mütter positiv in Zusammenhang mit der HNE (vgl. Peacock-Chambers et al., 2017; Vasilyeva et al., 2018; Zucker et al., 2021). Hingegen zeigt sich bei den Vätern nur für die Überzeugungen zur Bedeutsamkeit mathematischer Aktivitäten zu Hause ein positiver Zusammenhang mit der HNE (s. auch Sonnenschein et al., 2012, jedoch zeigen ihre Ergebnisse diesen Zusammenhang für Eltern im Allgemeinen).

Eine weitere Analyse des Zusammenspiels zwischen elterlichen Aspekten und der häuslichen mathematischen Lernumwelt und potenziellen Unterschieden zwischen Müttern und Vätern im zweiten Artikel legt nahe, dass sich dezidierte Unterschiede zwischen den Überzeugungen aber auch zwischen der häuslichen Anregung der Eltern und dem Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder beobachten ließen. Diese Unterschiede könnten mit den verschiedenen Aspekten, wie beispielsweise dem beruflichen Hintergrund, der Herkunft der Eltern, aber auch der eigenen Sozialisation zusammenhängen (Elliott & Bachman, 2018; Hornburg et al., 2021; Hsieh & Simpkins, 2022; Sonnenschein et al., 2012) und sollten in zukünftiger Forschung Berücksichtigung finden, wenn Unterschiede zwischen Erziehungsberechtigten oder

anderen Personen der kindlichen Umwelt diskutiert werden. Zugleich sollten diese Ergebnisse und Unterschiede zwischen Müttern und Vätern vorsichtig interpretiert werden, da weitere Analysen des zweiten Artikels darauf verweisen, dass die erhobenen Fragebogenkonstrukte zwar gleiche Faktorstrukturen aufweisen, jedoch keine skalare Messinvarianz für die Vergleichbarkeit von Mittelwerten im Rahmen einer Analyse zur Messinvarianz aufzeigen.

Darüber hinaus könnte eine erweiterte Analyse elterlicher mathematischer Überzeugungen vor dem Hintergrund eines MINT- oder Nicht-MINT-bezogenen Berufes der Eltern weitere Aufschlüsse zu den im ersten Artikel berichteten Ergebnissen im Kontext der HNE liefern, wenn davon ausgegangen wird, dass zwischen den strukturellen Merkmalen und der HNE die Überzeugungen der Eltern stehen und diese die häuslichen mathematischen Anregungen der Eltern beeinflussen (Douglas et al., 2021; Eccles & Wigfield, 2020).

6.3 Zusammenhänge der Home Numeracy Environment mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder

In den ersten beiden Artikeln gelang es, die auch in anderen Studien (del Río et al., 2017; Niklas & Schneider, 2014, 2017; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy, Di Lonardo Burr et al., 2020) erwähnten positiven Zusammenhänge zwischen der HNE und den mathematischen Kompetenzen der Kinder und ihrer Entwicklung mit Hilfe von SEMs und Korrelationen zu replizieren. Allerdings konnte in den Analysen des zweiten Artikels dieser Zusammenhang nur für die häusliche Anregung der Väter festgestellt werden. Dieses Ergebnis steht jedoch in Kontrast zu anderen Studienergebnissen, die beim Vergleich von Müttern und Vätern ausschließlich eine positive Assoziation mit den von Müttern ausgeübten mathematischen Aktivitäten und den kindlichen mathematischen Kompetenzen fanden (für einen Überblick s. Mutaf-Yıldız et al., 2020). Allerdings wurden im zweiten Artikel ausschließlich die informellen häuslichen mathematischen Aktivitäten analysiert, wohingegen beispielsweise bei del Río et al. (2017), die einen positiven Zusammenhang ausschließlich für die häusliche mathematische Anregung der Mütter berichteten, nur formelle Aktivitäten untersucht wurden. Dies deutet zum einen auf eine deutliche Diskrepanz in der Forschungslandschaft im Kontext der Erfassung unterschiedlicher Facetten sowie, weitgreifender gedacht, unterschiedlicher Konzepte hin (Niklas, 2014; Skwarchuk et al., 2014). Zum anderen weist es aber auch auf eine mögliche unterschiedliche Ausgestaltung der HNE durch verschiedene Akteure und ihren Einfluss auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder hin (del Río et al., 2017; Silver et al., 2023). Noch einmal mehr unterstreichen diese Hinweise, dass eine Differenzierung zwischen unterschiedlichen Bezugspersonen in der Lernumwelt des Kindes (Mütter, Väter, Großeltern, pädagogische Fachkräfte) neue Einblicke eröffnen und ermöglichen könnten, die Wirkmechanismen der HNE auf die mathematische Kompetenzentwicklung der Kinder genauer zu verstehen.

Vor dem Hintergrund uneinheitlicher Operationalisierungen und Befunde zum Zusammenhang der HNE mit den mathematischen Kompetenzen der Kinder und dem Hinweis, dass in verschiedenen Studien auch die HNE als Prädiktor der frühen mathematischen Kompetenzen von Kindern festgestellt werden konnte (Anders et al., 2012; LeFevre et al., 2010; Niklas & Schneider, 2017), stellt sich die Frage, welches Messinstrument mit welchen Facetten (HNE, Home Literacy Environment, formell, informell) die Wirkzusammenhänge der häuslichen Anregung im Kontext der Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kindern am besten beschreibt. Daran anknüpfend lässt sich diskutieren, ob das Konzept der HNE und ihre verschiedenen Operationalisierungen die alleinige Möglichkeit darstellen, diese Zusammenhänge zu bestimmen. Eine Studie von Wirth, Stadler et al. (2022) zur Untersuchung der Erfassung der allgemeinen HLE und der Zusammenhänge mit den schriftsprachlichen und mathematischen Kompetenzen von Kindern gibt Hinweise darauf, dass weniger die Differenzierung einzelner Facetten der HLE ausschlaggebend ist, um die frühen Kompetenzen zu erklären. Vielmehr zeigte sich, dass die Verwendung eines eindimensionalen HLE-Konstruktes, in Form eines Buchtitel-Rekognitionstests, auch nach Kontrolle verschiedener Kind- und Familiencharakteristika sowohl die schriftsprachlichen als auch die mathematischen Kompetenzen signifikant vorhersagte. Vor allem machten ihre Analysen deutlich, dass der Fragebogen zur HNE die geringsten Faktorladungen aufzeigte. Diese heterogenen Erkenntnisse auch im Kontext der in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse verdeutlichen die Notwendigkeit einer genaueren Untersuchung der verschiedenen Dimensionen der häuslichen Lernumwelt unter Berücksichtigung unterschiedlicher Operationalisierungen und Studienmerkmale und einer daraus möglichen resultierenden Weiterentwicklung oder Abänderung eingesetzter Messinstrumente.

6.4 Digitale Interventionsansätze zur Unterstützung der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern & der HNE

Die vorigen Abschnitte beschreiben die verschiedenen Wirkzusammenhänge familiärer Einflussfaktoren auf die HNE und die mathematischen Kompetenzen der Kinder und heben hervor, dass die Ausgestaltung der HNE und die Entwicklung der frühkindlichen mathematischen Kompetenzen von unterschiedlichen Faktoren beeinflusst werden und von ihnen abhängig sind. Dies hat zur Folge, dass nicht alle Kinder unter den gleichen Voraussetzungen lernen und sich entwickeln können. Die daraus resultierenden unterschiedlichen Chancen der Kinder bilden sich in späteren Bildungsdisparitäten ab, die den schulischen Erfolg und akademischen Werdegang der Kinder beeinflussen (OECD, 2019). Daraus ergibt sich die Frage, wie einerseits die Entwicklung der Kinder, andererseits aber auch die Eltern und Familien in diesem Prozess unterstützt werden können, um einer Chancengleichheit für alle Kinder möglichst nahe zu kommen.

Die intensive Auseinandersetzung mit einer adäquaten frühen Förderung und Unterstützung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern hat erst in den letzten Jahren an Aufschwung gewonnen (Charitaki et al., 2021; Nelson et al., 2023). Besonders im Zuge der Digitalisierung eröffneten sich neue Möglichkeiten, Interventionen mit Kindern und ihren Familien durchzuführen und diese zu unterstützen (Berkowitz et al., 2015; Cohns et al., 2023). Mit der zunehmenden Verbreitung multitouch-basierter Endgeräte in den Haushalten (Chaudron et al., 2018) eignen sich besonders Smartphones oder Tablets als leicht zugängliche Interventionsinstrumente. Neben den bereits genannten positiven Aspekten wie der einfachen Nutzung, der Interaktivität und der Möglichkeit einer genauen Erfassung von Messdaten zur Auswertung digitaler Interventionsansätze machen es digitale Geräte möglich, fast alle Familien zu erreichen und in ihrem Alltag zu begleiten, ohne zusätzliche Interventionsinstrumente oder Materialien hinzuziehen zu müssen (Papadakis et al., 2018). Somit bietet der Einsatz von Tablets in Interventionen einen niedrighwelligen und im Alltag leicht umsetzbaren Zugang für Kinder und Familien und eröffnet neue Unterstützungsmöglichkeiten (Niklas et al., 2020). Davon profitieren nicht nur alle Familien, sondern auch ganzheitlich betrachtet zeigen sich Interventionen in der frühen Kindheit als Gewinn für Gesellschaft und Ökonomie (Heckman, 2006).

Der dritte Artikel dieser Dissertation untersuchte vor diesem Hintergrund den Einsatz spezifischer mathematischer Lern-Apps zur Förderung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter. Gleichzeitig wurde ein digitaler Ansatz zur Verbesserung der HNE anhand digitaler Elterninformationen evaluiert. Die Ergebnisse stehen im Einklang mit Befunden anderer Studien (Berkowitz et al., 2015; Papadakis et al., 2018) und unterstreichen, dass der Einsatz pädagogisch-wertvoller Lern-Apps einen positiven Einfluss auf die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder hat.

Besonders hervorzuheben ist, dass die Intervention auch unabhängig vom elterlichen Berufshintergrund (MINT vs. Nicht-MINT) alle Kinder unterstützt hat. Dies stützt die Zielformulierung, dass ein digitaler Interventionsansatz alle Kinder und ihre Familien unabhängig von familiären Charakteristika unterstützen soll (Niklas et al., 2020; Saracho, 2017). Ob dies auch auf die Kontrolle anderer familiärer Merkmale zutrifft, wie beispielsweise für Kinder mit Migrationshintergrund oder mit niedrigem SÖS, gilt es in zukünftigen Analysen zu untersuchen. Ergebnisse anderer Studien geben vielversprechende Hinweise darauf, dass die Unterstützung der frühen Kompetenzentwicklung auch im Kontext anderer zu untersuchender familiärer Hintergrundmerkmale eine positive Wirksamkeit zeigt (z. B. Holtzman et al., 2023; Leyva et al., 2018).

Die Anzahl digitaler Interventionsansätze zur Unterstützung der HNE in der aktuellen Forschungslandschaft ist bisher sehr gering und wenig untersucht (Lehrl et al., 2021). Die Wirksamkeit analoger Interventionsansätze zur Unterstützung der HNE konnte hingegen bereits in verschiedenen Studien bewiesen werden (Nelson et al., 2023).

Die Ergebnisse des dritten Artikels legen nahe, dass die digitale Verfügbarkeit von Elterninformationen über die Entwicklung der mathematischen Kompetenzen von Kindern über einen PDF-Reader im Rahmen der vorgestellten „Learning4Kids“-Studie nicht ausreichend war, um die HNE in den Familien zu stärken. Dementsprechend fanden sich keine signifikanten Veränderungen der HNE der Familien über die ersten zwei Messzeitpunkte hinweg, selbst dann nicht, wenn nur die Interventionsgruppe und ihre Entwicklung betrachtet wurde. Verschiedene analoge Interventionsansätze, die Elterninformationen nutzten, konnten die Wirksamkeit auf die Qualität der HNE bisher hinreichend belegen (Dulay et al., 2019; Mutaf-Yıldız et al., 2020; Niklas et al., 2016), wenngleich in Studien, die ebenfalls einen digitalen Ansatz verwendeten, keine eindeutigen positiven Zusammenhänge gefunden werden konnten (Cohrssen et al., 2023; Griffith & Arnold, 2018).

Es lassen sich verschiedene Gründe anführen, die eine Erklärung der nicht vorzufindenden Wirksamkeit des im dritten Artikel analysierten Interventionsansatzes auf die Qualität der HNE darlegen. Der Zugriff auf die Elterninformationen gelang über das zur Verfügung gestellte Studien-Tablet. Das Gerät war sowohl zur Lernunterstützung der Kinder als auch der Eltern gedacht. Zur Erinnerung an neue Informationen und Tipps wurden Push-Nachrichten versendet, welche die Eltern auf neue Inhalte aufmerksam machen sollten. Dies erwies sich jedoch nicht als hilfreich, da in der untersuchten Studie die Kinder die Hauptnutzer*innen der Tablets waren und ein Großteil der Eltern angab, die Tablets nie genutzt und somit sich auch nicht mit den Elterninformationen auseinandergesetzt zu haben. In der längsschnittlich angelegten Studie „Aufwachsen in Deutschland 2019. Alltagswelten von Kindern, Jugendlichen und Familien“ (Kuger et al., 2021) wird berichtet, dass über die Hälfte der befragten Kinder im Alter von drei bis zehn Jahren Smartphones und Tablets eher alleine oder mit anderen Kindern nutzen anstatt gemeinsam mit ihren Eltern. Diese Ergebnisse unterstreichen auch die Berichterstattung der Eltern in den hier vorgestellten Ergebnissen, die das Tablet meist nur als Hilfsmittel für ihre Kinder und nicht für sich selbst oder für eine gemeinsame Nutzung ansahen, was als ein weiterer Hinweis für keine oder nur eine geringe Nutzung der Elterninformationen und Tipps verstanden werden kann. Erfolgreiche analoge Interventionsstudien kombinierten häufig den regelmäßigen Einsatz von Informationen oder Material mit beispielsweise einem einführenden Elternabend oder einer allgemeinen Informationsveranstaltung (Niklas et al., 2016; Ramani & Scalise, 2020). In ähnlicher Weise wurde dies anhand der Elterninformationen als Material sowie zusätzlichen Informationen zur Verwendung und den Inhalten des Studien-Tablets zu Beginn der Studie umgesetzt. Die Ergebnisse legen jedoch nahe, dass diese Herangehensweise nicht ausreichend war und an dieser Stelle möglicherweise ein anderes (persönlicheres) Vorgehen erfolgreicher gewesen wäre (z. B. eine digitale Informationsveranstaltung zu Beginn der Studie vor dem Hintergrund der Covid-19-Pandemie).

Die in dieser Dissertation dargestellten Ergebnisse werfen die Frage auf, was es benötigt, um Eltern auch digital erreichen zu können und die Vorteile des Einsatzes digitaler Geräte, besonders im Hinblick auf die Erreichbarkeit einer Vielzahl an Familien, zur Unterstützung nutzen zu können. Verschiedene Vorschläge können an dieser Stelle angebracht werden. Eine Möglichkeit wäre es, die Erinnerung anhand von Push-Nachrichten zu verändern und beispielsweise die Eltern per E-Mail oder über andere Kanäle zu erinnern, wie es auch erfolgreich bei Ramani und Scalise (2020) berichtet wurde. Sie wählten zum einen verschiedene Arten der Erinnerung (E-Mail, Textnachrichten oder Zettel jede Woche), zum anderen eine höhere Häufigkeit (1x pro Woche), um die Familien an ihre Kartenspiel-Intervention zu erinnern. Des Weiteren wäre der Einsatz einer eigenen App für die Eltern denkbar, die sie sich auf ihr persönliches Smartphone oder Tablet installieren können und über die sie auf die verfügbaren Inhalte zu jeder Zeit und an jedem Ort Zugriff haben und das Lesen und Nutzen der Informationen besser in ihren Alltag integrieren können (z. B. während des Heimwegs in der U-Bahn).

Darüber hinaus scheinen Interventionen vor allem dann effizient zu sein, wenn Kinder und Eltern gleichzeitig angesprochen werden, während sie ein digitales Spiel oder eine mathematikbezogene App nutzen und Informationen darüber erhalten, wie sie mit ihren Kindern interagieren können (Berkowitz et al., 2015; Schaeffer et al., 2018; Zippert et al., 2019). Bei Schaeffer et al. (2018) zeigte sich zum Beispiel ein positiver Interventionseffekt für Kinder von Eltern mit Mathematikangst, wenn sie gemeinsam eine App nutzten, die sich auf die mathematischen Leistungen der Kinder und die Erwartungen der Eltern konzentrierte.

Ein weiterer Punkt, der sich kritisch hinterfragen lässt, ist der des Zeitaspektes und damit einhergehend die Frage, ob ein Zeitraum von ca. sechs Monaten ausreicht, um die HNE in den Familien nachhaltig zu verbessern und ob diese Verbesserung anhand eingesetzter Messinstrumente erfassbar ist. Bislang gibt es wenig Forschung, besonders im Hinblick auf Interventionen zur Unterstützung der HNE (Nelson et al., 2023), die den Aspekt der Dauer von Interventionen und mögliche Kurz- oder Langzeiteffekte und ihre Wirksamkeit untersuchen (Fikrat-Wevers et al., 2021; Sénéchal & Young, 2008; Van Steensel et al., 2011). Nur in einem Fall konnte ein Moderationseffekt festgestellt werden: Sénéchal und Young (2008) fanden in ihrer Meta-Analyse einen moderaten signifikanten Effekt zugunsten kürzerer als längerer Literacy Interventionsprogramme. Daraus leitet sich der Bedarf einer stärkeren Auseinandersetzung hinsichtlich des Zeitaspektes von Interventionsprogrammen, die auf die Unterstützung von Familien abzielen, in zukünftiger Forschung ab. Darüber hinaus wäre eine längsschnittliche Betrachtung der Entwicklung der HNE, im spezifischen Kontext der „Learning4Kids“-Studie über mehrere Messzeitpunkte hinweg, die den nachhaltigen Einfluss der (digitalen) Intervention auf die HNE untersucht, von großem Interesse.

Letztlich stellt sich die Frage, ob die eingesetzten Messinstrumente die erwartete Veränderung der häuslichen mathematischen Anregungen der Eltern erfassen oder ob es anderer Instrumente bedarf. So werden anhand der in Abschnitt 2.7.3 beschriebenen Messinstrumente ausschließlich

formelle und informelle häusliche analoge Aktivitäten und Interaktionen erfasst, weniger aber Interaktionen um und mit digitalen Geräten erfragt. Alam und Dubé (2022) entwickelten ein Modell und Messinstrument, welches die digitale mathematische häusliche Lernumwelt beschreiben und erfassen soll. Neben Charakteristika von Kindern (Fähigkeiten, Wille, Überzeugungen) und Eltern (Ressourcen, Überzeugungen, Erwartungen) greifen sie auch die Qualität (Elterliches Engagement, Feedbacktypen, die eigene Nutzung digitaler Geräte der Eltern) und Quantität (Häufigkeit digitaler Anregung, technische Aspekte, z. B. der Gerätetyp) häuslicher digitaler Anregung in ihrem Modell mit auf. Eine erste Evaluation ihres Modells zeigte, dass das elterliche Engagement in digitale mathematische häusliche Anregungen das Zählen der Kinder und ihre angewandten Problemlösefähigkeiten am stärksten beeinflusste und dass die Eltern die häuslichen Anregungen den Fähigkeiten ihrer Kinder entsprechend anpassten (Alam & Dubé, 2023). Demnach ist es gut möglich, dass die HNE in den Familien eine Änderung erfahren hat, diese jedoch anhand der eingesetzten Messinstrumente nicht erfasst wurde, da diese sich nicht auf die Interaktionen im digitalen Rahmen beziehen und hier möglicherweise von den Eltern deutlich differenziert wird zwischen analogen und digitalen Anregungen und Interaktionen im Alltag mit ihren Kindern. Es lässt sich vermuten, dass eine zusätzliche Erfassung von Aspekten der digitalen HNE detailliertere Einblicke in die häuslichen mathematischen Anregungen der Familien bringen würde und die Ergebnisse sich dahingehend verändern bzw. anders einordnen lassen.

Die Ergebnisse dieser Dissertation zum Einsatz eines digitalen Interventionsansatzes zeigen vielversprechende Erkenntnisse hinsichtlich der Unterstützung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder. Im Kontext der Verbesserung der HNE bedarf es eines weiteren „Fine-Tunings“, einerseits hinsichtlich der eingesetzten Messinstrumente, andererseits um digitale Interventionsinstrumente gezielter und auf die richtige Art und Weise einzusetzen und somit die Familien und ihre Qualität und Quantität der HNE im digitalen Rahmen zu fördern und zu verbessern.

6.5 Limitationen der vorliegenden Artikel

Die in dieser Arbeit vorgestellten empirischen Ergebnisse weisen wichtige Limitationen auf, die im Folgenden diskutiert werden und bei der Interpretation der Ergebnisse Berücksichtigung finden sollten.

Im Hinblick auf die Auseinandersetzung mit den familiären Einflussfaktoren auf die mathematische Lernumwelt und die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird deutlich, dass die beschriebenen Aspekte in unterschiedlichem Maße aufeinander einwirken und sich gegenseitig beeinflussen (Elliott & Bachman, 2018; Douglas et al., 2021; Susperreguy et al., 2021; Vasilyeva et al., 2018). Es ist im Rahmen der den drei vorgestellten Artikeln zugrunde liegenden Datensätzen jedoch kaum möglich, das Zusammenspiel der verschiedenen Wirkmechanismen und alle für die Entwicklung mathematischer Kompetenzen relevanten Aspekte darzustellen.

Somit bilden die vorliegenden Ergebnisse nur einen kleinen Ausschnitt potenzieller Einflussfaktoren und Wirkzusammenhänge ab, die im Zusammenhang mit der Entwicklung mathematischer Kompetenzen in der frühen Kindheit stehen.

Die hier präsentierten Studien stellen (zum Teil) eine querschnittliche Betrachtung der untersuchten Zusammenhänge dar und geben erste Hinweise auf mögliche längsschnittliche Effekte im Rahmen der untersuchten Daten (Betrachtung von zwei Messzeitpunkten in Artikel 2 und 3). Auf den Studienergebnissen basierend lassen sich nur erste Vermutungen über die weitere Entwicklung der mathematischen Kompetenzen der Kinder und auch der HNE der Familien aufstellen und unter diesem Aspekt auch mögliche nicht-signifikante Ergebnisse oder negative Ergebnisse durch die Intervention im längsschnittlichen Verlauf nicht ausschließen. So bieten längsschnittliche Betrachtungen die Möglichkeit, den Entwicklungsverlauf der Kinder abzubilden und ein verlässlicheres Bild der Zusammenhänge und der Wirksamkeit des evaluierten Interventionsansatzes zu überprüfen.

Die kleinen Stichprobengrößen im ersten und zweiten Artikel, die sich durch unterschiedliche Einschränkungen der Analysemethoden oder der formulierten Forschungsfrage ergaben, sollten kritisch reflektiert werden: Von diesen Ergebnissen lassen sich keine generalisierbaren Aussagen ableiten, da die verwendeten Stichproben keine repräsentativen Größenordnungen abbilden und dieselben Analysen mit Hilfe größerer Stichproben möglicherweise andere Ergebnisse liefern würden (Muthén & Muthén, 2002).

Im Rahmen der gewählten Fokussierung auf die Entwicklung mathematischer Kompetenzen der Kinder und dem damit einhergehenden abgeänderten Studiendesign zeigen alle drei Artikel Limitationen auf. In den ersten beiden Artikeln wurden ebenso wie im dritten Artikel Daten und die in diesem Zusammenhang erhobenen Variablen der „Learning4Kids“-Studie verwendet. Jedoch wurde für die Analyse und Interpretation der Ergebnisse der Aspekt der eigentlichen Intervention nicht berücksichtigt, da im Kontext dieser Artikel nicht die Intervention und ihre Wirksamkeit von Interesse waren. Hier stand die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter unter Berücksichtigung verschiedener elterlicher Einflussfaktoren (Berufshintergrund der Eltern, elterliche Überzeugungen gegenüber Mathematik) im Vordergrund. Trotzdem muss die Vermutung angestellt werden, dass die Intervention ein möglicher zusätzlicher Einflussfaktor der Entwicklung mathematischer Kompetenzen war. Die Intervention wurde jedoch nicht als Kontrollvariable der ersten beiden Artikel hinzugezogen, was die Interpretation der Ergebnisse limitiert. Des Weiteren wäre vor allem im Zusammenhang der Ergebnisse des ersten Artikels eine stärkere Kontrolle verschiedener Hintergrundvariablen, wie beispielsweise der Intelligenz der Kinder, dem Geschlecht oder aber auch der Anzahl an Geschwistern, dem Besuch einer Kindertageseinrichtung oder der Nutzung digitaler Geräte zu Hause wünschenswert gewesen. Besonders der SÖS und die Intelligenz stellen sich als entscheidende beeinflussende Faktoren der mathematischen Kompetenzen dar (Elliott & Bachman, 2018; Passolunghi

et al., 2015; Peng et al., 2019; Reardon & Portilla, 2016) und könnten die Ergebnisse der analysierten Daten in eine andere Perspektive rücken.

Für die in Artikel zwei untersuchten Überzeugungen der Eltern im Kontext von Mathematik wurde im Rahmen dieser Dissertation ein neues Fragebogeninstrument der „Learning4Kids“-Studie hinzugefügt. Dieses setzt sich zusammen aus verschiedenen Item-Konstruktionen unterschiedlicher Studien, die nur zum Teil bereits mit Familien und Kindern getestet wurden (del Río et al., 2017; Missall et al., 2015; Skwarchuk et al., 2014; Sonnenschein et al., 2012; Susperreguy, Douglas et al., 2020), zum Teil aber auch aus der Forschung zur Professionalisierung pädagogischer Fachkräfte stammen (Blömeke et al., 2017; Tatto et al., 2012). Allerdings ist das eingesetzte und für die Analysen des zweiten Artikels verwendete Fragebogeninstrument bislang nicht hinreichend im Kontext von Eltern und Familien im Allgemeinen validiert worden. Dies wird auch an den im zweiten Artikel vorzufindenden Ergebnissen zur Messinvarianz der verwendeten Instrumente deutlich. An dieser Stelle wäre eine eigenständige Validierung des eingesetzten Fragebogeninstruments notwendig, um in zukünftiger Forschung valide und vergleichbare Messinstrumente auch im Rahmen der Auseinandersetzung mit den Überzeugungen der Eltern zu verwenden.

Hinsichtlich der Erfassung der mathematischen Kompetenzen der Kinder in allen drei Artikeln lässt sich anführen, dass diese ausschließlich als eindimensionales Konstrukt in den Analysen Verwendung fanden und diese Vorgehensweise sich im Hinblick auf den aktuellen empirischen Diskurs um die Struktur und Dimensionalität des Konstruktes der mathematischen Kompetenz hinterfragen lässt (Devlin et al., 2022; Dierendonck et al., 2021). Dieser Diskurs verweist darauf, dass frühe mathematische Kompetenzen in der Vergangenheit meist als eindimensionales globales Konstrukt erfasst wurden, wodurch sich der Einsatz der verwendeten Erhebungsinstrumente darauf konzentrierte, verschiedene Kompetenzfacetten (z. B. Zählen oder Mengen vergleichen) zu erheben, diese aber im Nachgang wieder zu einem Konstrukt zusammenzufassen (Nguyen et al., 2016; Purpura & Lonigan, 2013). Allerdings zeigte sich in neueren Arbeiten (Devlin et al., 2022; Dierendonck et al., 2021), dass von einer Multidimensionalität früherer mathematischer Kompetenzen ausgegangen werden muss und zuvor genutzte Erhebungsinstrumente zwar als eindimensionale Konstrukte verwendet wurden, ihnen aber mehrdimensionale Strukturen unterliegen (Aunio et al., 2004, 2006; Ryoo et al., 2015). So erwiesen sich verschiedene Kompetenzfacetten als zentrale Vorläuferfähigkeiten späterer Mathematikleistungen (in unterschiedlichen Entwicklungsphasen; Nguyen et al., 2016; Passolunghi & Lafranchi, 2012; Schneider et al., 2018). Devlin et al. (2022) arbeiteten in ihrer Meta-Analyse Fähigkeiten wie das Zählen, Beziehungen zwischen Zahlen Erkennen sowie grundlegende arithmetische Kompetenzen als zentrale Aspekte früherer mathematischer Kompetenzen heraus. Darüber hinaus betonten sie, dass die Anzahl und die Inhalte der identifizierten Dimensionsstrukturen der analysierten Studien deutlich variierten. Somit schlussfolgerten sie, dass ihre Arbeit dazu beigetragen

hat, zentrale Faktoren früher mathematischer Kompetenzen und ihrer Modellstruktur herauszuarbeiten, jedoch weitere Forschung notwendig wäre, um die Struktur systematischer und koordinierter zu erfassen und Vergleichbarkeit und Kohärenz zwischen Studien zu ermöglichen. Daraus kann die Annahme formuliert werden, dass eine mehrdimensionale Erfassung der mathematischen Kompetenzen in den beschriebenen Artikeln andersartige Erkenntnisse erzielt hätte, die möglicherweise einer reelleren Abbildung früher mathematischer Kompetenzen und ihren Facetten nahekommen würde.

Neben der eindimensionalen Verwendung der mathematischen Kompetenzen der Kinder in den vorliegenden Analysen lassen sich auch die verwendeten Messinstrumente zur Erfassung der HNE kritisch diskutieren. Diese bildeten ausschließlich informelle und formelle Aspekte mathematischer Aktivitäten und Interaktionen ab, schließen jedoch komplexere mathematische Aktivitäten wie geometrische und räumliche Aktivitäten, die ebenfalls regelmäßig im Alltag von Eltern initiiert werden (Missall et al., 2017; Skwarchuk et al., 2014), wie im Ansatz der HME postuliert (Hornburg et al., 2021; Zippert & Rittle-Johnson, 2020), nicht mit ein. Darüber hinaus basieren alle Daten mit Ausnahme der standardisiert erhobenen mathematischen Kompetenzen der Kinder auf der Selbsteinschätzung der Eltern, die zu allen Messzeitpunkten einen Elternfragebogen ausgefüllt haben. Somit muss angenommen werden, dass die beantworteten Fragebogenitems einer gewissen Verzerrung im Sinne der sozialen Erwünschtheit oder der retrospektiven Beantwortung der Fragen von Aktivitäten, die in der Vergangenheit zurückliegen, unterliegen (Sénéchal et al., 1996).

Auch aus der Durchführung der Intervention ergeben sich Limitationen, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit berücksichtigt werden müssen. So kam es während der aktiven Phase der Intervention immer wieder zu technischen Problemen (z. B. keine Verbindung mit dem Internet, nicht alle Apps haben sich installiert, Tablet verließ den Projektmodus etc.), welche die Wirksamkeit der Intervention beeinflussen können. Der Einfluss der genannten Probleme auf die Interventionsmaßnahmen – und in diesem Zuge auch auf die Entwicklung der Kinder und der Familien – sollte in zukünftigen Analysen Berücksichtigung finden. Daneben kam es aufgrund der Covid-19-Pandemie und der teilweise schweren Erreichbarkeit der Familien zu deutlichen Verzögerungen der individuellen Erhebungen, was zu einer großen Varianz des vergangenen Zeitraumes zwischen den Erhebungen unter den Studienteilnehmer*innen führte (s. Abschnitt 5.3, Artikel 3).

Schließlich – und besonders den letzten Artikel betreffend – wurde im Rahmen dieser Arbeit ausschließlich die mathematische Interventionsgruppe analysiert und alle anderen ursprünglichen Gruppen als Kontrollgruppe behandelt, wenngleich das ursprüngliche Design insgesamt vier randomisierte Gruppen enthielt (s. Abbildung 4 in Abschnitt 2.7.3). Dies hat zur Folge, dass sich zum einen domänenübergreifende Einflüsse zwischen den schriftsprachlichen und mathematischen Kompetenzen nicht ausschließen lassen (Kwok et al., 2021), zum anderen können aber auch unterschiedliche Effekte, je nachdem, mit welchen inhaltlichen Apps die Kinder

die Intervention gestartet haben, nicht ausgeklammert werden. Es kann vermutet werden, dass die Kinder, die zuerst mit den schriftsprachlichen Inhalten gestartet sind und im Anschluss die Apps mit den mathematischen Inhalten erhielten, zum dritten Messzeitpunkt stärkere mathematische Kompetenzen aufweisen als umgekehrt. Diese Annahme stützt sich auf Befunde zu domänenübergreifenden Zusammenhängen zwischen den schriftsprachlichen und mathematischen Kompetenzen (Kwok et al., 2021; Purpura et al., 2011), zudem auf Ergebnisse die darauf verweisen, dass bessere schriftsprachliche Fähigkeiten in der frühen Kindheit mit stärkeren kindlichen mathematischen Kompetenzen einhergehen und sich beispielsweise in einem besseren mathematischen Textverständnis oder mathematischem Fachwortschatz äußern (Peng & Lin, 2019; Ufer & Bochnik, 2020). Folglich ist davon auszugehen, dass das Einbeziehen eines dritten Messzeitpunktes und der anderen Interventionsgruppen ein differenzierteres Bild der Wirkzusammenhänge abbildet.

6.6 Implikationen und Ausblick für weiterführende Forschung und Praxis

Die Ergebnisse der vorliegenden Arbeit eröffnen neue Perspektiven und Ansatzpunkte für Wissenschaft und Praxis und verweisen gleichzeitig auf neue Forschungslücken, die in zukünftigen Arbeiten berücksichtigt werden sollten.

Die gefundenen Wirkzusammenhänge zwischen familiären Einflussfaktoren, der HNE und den kindlichen mathematischen Kompetenzen zeigen Ausschnitte aus dem Zusammenspiel verschiedener sich beeinflussender Faktoren der kindlichen Entwicklung im sozialen Kontext der Familie. Weitere Einflussfaktoren dürfen in diesem Zusammenspiel jedoch nicht außer Acht gelassen werden. Neben familiären Einflussfaktoren zeigen sich auch kindspezifische Aspekte, die für die Entwicklung der Kinder eine entscheidende Rolle spielen. So etwa die schriftsprachlichen Vorläuferfähigkeiten der Kinder, die in einem domänenübergreifenden Zusammenhang mit den mathematischen Vorläuferfähigkeiten stehen (Birgisdottier et al., 2020; Kleemans et al., 2012; Purpura et al., 2011). Diese Vorläuferfähigkeiten spielen im Rahmen der Entwicklung mathematischer Kompetenzen eine entscheidende Rolle und bestimmen einen nicht unbeachtlichen Teil der Entwicklung in der frühen Kindheit mit. Eine Studie von Purpura et al. (2011) kommt zu dem Schluss, dass die frühen mathematischen Kompetenzen durch verschiedene Facetten früher schriftsprachlicher Vorläuferfähigkeiten, wie zum Beispiel dem Wortschatz oder der phonologischen Bewusstheit der Kinder, beeinflusst werden. Diese Ergebnisse legen eine wichtige Verbindung zwischen der Entwicklung von schriftsprachlichen Vorläuferfähigkeiten und der mathematischen Entwicklung nahe. Darüber hinaus wird in Untersuchungen zum Zusammenhang der Entwicklung mathematischer Kompetenzen mit der häuslichen Anregung deutlich, dass nicht nur die HNE von großer Bedeutung ist, sondern auch die Home Literacy Environment einen zentralen Einflussfaktor darstellt (Anders et al., 2012; Lehl et al., 2020; Sonnenschein et al., 2013).

In Anbetracht dessen lassen sich die hier gefundenen Zusammenhänge nicht nur anhand familiärer Einflussfaktoren, sondern auch mit Hilfe kindspezifischer Aspekte erklären. Des Weiteren wird, besonders vor dem Hintergrund der kurz vorgestellten Studie von Wirth, Stadler et al. (2022), in Abschnitt 6.3 sichtbar, dass neben der HNE auch die Erfassung der Home Literacy Environment in zukünftigen Untersuchungen Berücksichtigung finden sollte, um die frühe Entwicklung der Kinder zu erklären.

Neben den allgemeinen schriftsprachlichen Vorläuferfähigkeiten heben Purpura und Reid (2016) in einer Studie im Speziellen die mathematische Sprache als beeinflussenden Aspekt mathematischer Kompetenzen hervor. Zudem berichten die Autor*innen einen signifikanten Zusammenhang mit dem Bildungsniveau der Eltern, der zeigt, dass ein niedriger Bildungshintergrund zu schlechteren mathematischen Leistungen der Kinder führte. Dieses Ergebnis verknüpften sie mit Ergebnissen zu häuslichen Eltern-Kind-Interaktionen und vermuteten, dass in Haushalten mit höherem Bildungsniveau eine intensivere und qualitativ hochwertigere Anregung zwischen Eltern und Kindern stattfindet (vgl. Bradley & Corwyn, 2002). Ebenfalls gehen die Autor*innen davon aus, dass Eltern mit höherem Bildungsniveau höhere Erwartungen an die Leistungen ihrer Kinder haben, aber auch ein stärkeres Bewusstsein der Bedeutung mathematischer Kompetenzen für den späteren Bildungsweg ihrer Kinder aufzeigen (vgl. DeFlorio & Beliakoff, 2015) und diese somit ein reichhaltigeres mathematisches Vokabular in gemeinsamen Interaktionen verwenden. Auch in anderen Arbeiten finden sich Hinweise, dass hochqualitative Interaktionen und der sogenannte „Math-Talk“ der Eltern als zusätzlicher Einflussfaktor auf die kindliche mathematische Entwicklung angesehen werden kann und in Zusammenhang mit der HNE und den Überzeugungen der Eltern steht oder als Aspekt der HNE angesehen wird (Douglas et al., 2019; Thippana et al., 2020). In zukünftigen Arbeiten wäre es also interessant zu untersuchen, wie das Zusammenspiel formeller und informeller mathematischer Aktivitäten mit den Überzeugungen der Eltern und ihren gesprochenen Interaktionen mit den Kindern die Entwicklung ihrer mathematischen Kompetenzen beeinflusst und anhand welcher möglichen strukturellen Merkmale wie dem Bildungshintergrund sich diese Aspekte unterscheiden. Daraus ergibt sich vor allem für den Einsatz von Interventionen die Überlegung, Instrumente zu entwickeln und einzusetzen, welche die Interaktionen zwischen Eltern und Kindern hinsichtlich mathematischer Inhalte gezielt anregen und damit nicht nur die Kompetenzen der Kinder, sondern auch die HNE der Familien stärken.

Darüber hinaus empfiehlt sich für zukünftige Arbeiten ein breiteres Spektrum eingesetzter Erhebungsinstrumente, die beispielsweise die zuvor genannten Interaktionen nicht nur anhand von Fragebogeninstrumenten quantitativ erfassen, sondern zum Beispiel mit Hilfe von Beobachtungen oder Videografie auch eine qualitative Analyse der Interaktionen erlauben und die Untersuchung des Einflusses auf die kindliche Entwicklung möglich machen und qualitativ inhaltliche Einblicke in die mathematische Anregung in den Familien ermöglichen (Cahoon et

al., 2017). Ergänzend bietet eine umfassendere Datenerhebung spezifischer Aspekte die Möglichkeit, ein vertieftes Verständnis über das Zusammenspiel der einzelnen Faktoren zu erlangen und klarere Anforderungen für Interventionsansätze oder curriculare Rahmen zu formulieren. Somit kann es besser gelingen, Familien zu befähigen, ihre Kinder adäquat zu unterstützen, einen Austausch zwischen Wissenschaft und Praxis anzuregen und gezielte Empfehlungen zur Kompetenzentwicklung der Kinder im informellen sowie formellen Kontext zu formulieren.

Daran anschließend wird deutlich, dass trotz der bestehenden Forschung zur HLE und im Besonderen zur HNE und den Ergebnissen der letzten Jahre immer noch nicht abschließend geklärt werden konnte, wie man diese Konstrukte am besten operationalisieren kann, durch welche spezifischen Mechanismen das Lernen der Kinder beeinflusst wird und welche Facetten sich am bedeutsamsten zeigen. Hornburg et al. (2021) diskutierten in ihrem Positionspapier die nächsten Schritte bei der Messung des Konstruktes der HNE bzw. HME im Hinblick auf die mathematische Lernumwelt und kamen zu dem Schluss, dass noch viel mehr Arbeit erforderlich ist, um die HME zu definieren und zu operationalisieren, damit sie in Forschung und Praxis in verschiedenen Ländern und Kontexten erfolgreicher eingesetzt werden kann. An diese Ideen und Vorschläge sollte in zukünftigen Untersuchungen angeknüpft werden, um einen Beitrag zur Erweiterung und dem Erkenntniszuwachs der genannten Aspekte zu erlangen.

Besonders im Hinblick auf den digitalen Wandel unserer Gesellschaft steht die Operationalisierung der HNE vor neuen Herausforderungen. Schließlich ist bisher noch nicht ausreichend untersucht, wie beispielsweise auch digitale Medien mit der häuslichen mathematischen Anregung in den Familien assoziiert sind und sie beeinflussen oder ob es spezifische kulturelle und länderspezifische Unterschiede gibt. Wenn nicht nur das Würfelspiel oder das gemeinsame Messen beim Kochen die häusliche Anregung in den Familien bestimmen, sondern beispielsweise auch die Auswahl geeigneter Lern-Apps oder digitaler Geräte das Lernen in den Familien beeinflussen, braucht es eine Neuausrichtung bestehender Instrumente und eine Eingliederung in den digitalen Kontext (Alam & Dubé, 2023).

Die vorliegenden Ergebnisse verdeutlichen, dass es weiterhin einen Bedarf an erfolgreichen familienbezogenen Interventionen gibt, die nicht intensiv sind und sich an alle Familien, unabhängig von ihrem persönlichen Hintergrund richten (z. B. Purpura et al., 2017). Sie werfen die Frage auf, wie zukünftige (digitale) Interventionsansätze aussehen müssen, um Familien und ihre Kinder adäquat zu unterstützen und in welchem Rahmen oder möglicherweise auch in welchen Kontexten (z. B. beim Kinderarzt oder in Kooperation mit pädagogischen Fachkräften; Tomasetto et al., 2022), Interventionen so umgesetzt werden können, dass möglichst viele Familien erreicht werden.

Im Verlauf der Literaturrecherche für diese Arbeit, obgleich die vorliegende Dissertation ihren Schwerpunkt auf die Auseinandersetzung mit den empirischen Zusammenhängen zwischen den mathematischen Kompetenzen von Kindern im Vorschulalter, ihrer Entwicklung, der HNE und

weiteren familiären Charakteristika richtet, wurde deutlich, dass die Begriffe mathematische Kompetenz und mathematische Kompetenzentwicklung in der frühen Bildung keine einheitliche Verwendung und Operationalisierung aufweisen. Es gibt eine Reihe an verschiedenen Definitionen zur Beschreibung von (mathematischen) Kompetenzen (Böhringer, 2021), die nicht selten einem heterogenen Verständnis in unterschiedlichen Zusammenhängen unterliegen, das sich aus den nur teilweise miteinander zu vereinbaren Wurzeln der verschiedenen Disziplinen begründet (Benz et al., 2017; vgl. auch Abschnitt 2). Besonders deutlich wird die Inkonsistenz der Verwendung des Kompetenzbegriffes in verschiedenen Publikationen und Curricula dabei nicht nur im nationalen Raum (Benz et al., 2017; Böhringer, 2021; KMK, 2004, 2012), sie schlägt sich auch in internationalen Arbeiten nieder (Clements & Sarama, 2007; OECD, 2014). Vor allem finden sich international unterschiedliche Begrifflichkeiten, die die mathematischen Kompetenzen in der frühen Kindheit beschreiben: *mathematical competencies*, *numeracy competencies*, *numeracy skills*, *numerical competencies* (Bakker et al., 2018; Burghardt et al., 2020; Hwang, 2020; Purpura & Lonigan, 2013; Seitz & Weinert, 2022).

Eine präzisere Operationalisierung dieser Begriffe würde nicht nur eine Vergleichbarkeit zukünftiger Studien ermöglichen, sondern vor allem eine theoriegeleitete Forschung, die im wissenschaftlichen Kontext (der Psychologie) im Sinne der Replizierbarkeit von Ergebnissen als mangelnd bezeichnet wird (Muthukrishna & Heinrich, 2019). Daraus lässt sich ableiten, dass der Forschungsbereich der pädagogischen Psychologie die Ausarbeitung von Forschungsfragen nicht ausschließlich auf empirischen Befunden formulieren, sondern das Zusammenspiel aus theoriegeleiteter Forschung und empirischer Auseinandersetzung die Basis zukünftiger Arbeiten bilden sollte (für eine vertiefende Auseinandersetzung zur Theorie und Messung in der Psychologie s. Borgstede, 2022). Ziel wäre ein bewussterer Einsatz bestehender Messinstrumente und Analysemethoden sowie die Verwendung theoretischer Rahmungen und Konzepte. Dies könnte eine eindeutigere Perspektive hinsichtlich beeinflussender (mathematischer) Kompetenzfacetten und eine noch gezieltere Förderung und Unterstützung früher mathematischer Kompetenzen von Kindern ermöglichen.

Darüber hinaus bietet eine kohärentere Operationalisierung die Möglichkeit, einheitliche Empfehlungen für bestehende Bildungs- und Orientierungspläne im Elementarbereich zu formulieren und klare Anforderungen und Umsetzungen an den Bildungsbereich der Mathematik zu stellen (Benz et al., 2017). Auch wenn im gemeinsamen Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen der Versuch unternommen wurde, anhand einer allgemeinen Formulierung Einheitlichkeit in die Bildungs- und Orientierungspläne der Länder zu bringen (Jugend- und Familienministerkonferenz, 2004), zeigen sich trotzdem sehr unterschiedliche Ausgestaltungen des Bildungsbereiches Mathematik (Hasemann & Gasteiger, 2014), die eine einheitliche gezielte Umsetzung mathematischer Bildungsanregungen innerhalb Deutschlands kaum möglich machen. Gleichzeitig birgt die Uneinigkeit über die Bedeutsamkeit des mathe-

matischen Bildungsbereiches sowie seine Definition und die damit einhergehenden Anforderungsprofile an die pädagogische Praxis deutliche Herausforderungen für die pädagogischen Fachkräfte. Dies trifft sowohl auf die bereits in der Praxis tätigen Fachkräfte als auch auf die sich aktuell in Ausbildung befindenden angehenden Erzieher*innen zu (Born-Rauchenecker et al., 2020). Derzeit prägt nicht nur ein uneindeutiges Bild hinsichtlich der Empfehlungen zur Förderung mathematischer Kompetenzen im Elementarbereich die Landschaft, sondern auch hinsichtlich der zu lehrenden Inhalte im Zuge der Professionalisierung pädagogischer Fachkräfte. Dies betrifft damit nicht nur die häusliche Lernumwelt der Kinder, in der sie aufwachsen, sondern auch die institutionalisierte Lernumwelt als zweiten Bildungsort. Demnach kann es für zukünftige Forschung eine Aufgabe sein, den Kompetenzbegriff im Bereich Mathematik für den Elementarbereich zu erarbeiten und eine einheitliche Operationalisierung vorzuschlagen, die sich nicht nur in den Bildungs- und Orientierungsplänen der Bundesländer wiederfindet, sondern auch die Ausbildung pädagogischer Fachkräfte und somit nachhaltig die Kompetenzen der Kinder beeinflusst.

6.7 Vorschlag eines integrativen Orientierungsrahmens

Die Ergebnisse dieser Dissertation zeigen letztlich, dass es wenige Modelle gibt, die ein ganzheitliches Bild und nicht nur einzelne Aspekte oder Facetten des Zusammenspiels verschiedener Wirkmechanismen und ihrer gegenseitigen Einflussnahme im Kontext der Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern zeichnen. Im folgenden Abschnitt wird nun der Versuch unternommen, einen integrativen Orientierungsrahmen zu formulieren, der ein umfassenderes Abbild der verschiedenen in dieser Dissertation beschriebenen Aspekte und ihre Zusammenhänge darstellen soll (s. Abbildung 6). Gleichzeitig bettet er die in dieser Arbeit vorgelegten empirischen Ergebnisse ein und soll zukünftiger Forschung Orientierung bieten, welche Aspekte der Entwicklung (mathematischer) Kompetenzen von Kindern im Gesamtkontext (vorrangig) Berücksichtigung finden sollten.

Der integrative Orientierungsrahmen basiert auf verschiedenen bereits im Forschungskontext bestehenden Modellen und richtet sich an theoretischen Überlegungen sowie empirischen Erkenntnissen aus. Die in dieser Arbeit beschriebenen Ergebnisse werden in einen erweiterten Rahmen eingeordnet, welcher damit eine bisher bestehende Forschungslücke eines umfassenderen Rahmens im Kontext der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen adressiert. Die Basis dieses integrativen Orientierungsrahmens bildet das ursprüngliche „Expectancy-Value-Model“ von Eccles et al. (1993), das im Jahr 2020 weiterentwickelte „Model of parents socialization“ (Eccles & Wigfield, 2020) sowie das von Niklas (2014) entwickelte Modell der mathematischen Lernumwelt, das durch das kürzlich entwickelte Modell der digitalen mathematischen Lernumwelt von Alam und Dubé (2022) ergänzt wird, um auch den digitalen Aspekt der hier vorliegenden Dissertation mit einzubeziehen. Diese Modelle beschreiben zusammen-

gefasst die verschiedenen Wirkzusammenhänge zwischen elterlichen und familiären Charakteristika, kindlichen Charakteristika sowie die davon beeinflussten und entstehenden Überzeugungen, Verhaltensweisen und ihre Einflüsse auf die kindlichen Kompetenzen.

Die Entwicklung des vorliegenden Rahmens wurde von der Idee geleitet, ein Gesamtmodell zur Beschreibung der Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern im Kontext ihrer sie umgebenden Lernumwelt und den damit einhergehenden beeinflussenden Faktoren zu erstellen. Dieser Orientierungsrahmen basiert somit auf mehreren Adaptionen verschiedener bereits bestehender Modelle und ihren empirischen Auseinandersetzungen. Er richtet sich an ökopsychologischen Theorien (Bronfenbrenner, 1986; Bronfenbrenner & Morris, 2006) sowie Theorien der familiären Sozialisation (Vygotsky, 1971, 1978) aus und bettet sich in den aktuellen empirischen Forschungskontext zum Zusammenspiel familiärer Einflussfaktoren, der HNE, den elterlichen Überzeugungen und den frühen mathematischen Kompetenzen der Kinder ein (del Río et al., 2017; Douglas et al., 2020; Niklas & Schneider, 2014; Skwarchuk et al., 2014; Susperreguy).

Abbildung 6 stellt den integrativen Orientierungsrahmen bildlich dar. Die dort präsentierten Kästen beschreiben einzelne Komponenten, die beispielhaft Einflussfaktoren listen, welche beliebig erweiterbar und bisher in ihrer Aufzählung nicht ausgeschöpft sind. Dieser Rahmen unterliegt grundsätzlich nicht der Annahme, dass die sechs beschriebenen Komponenten *Strukturelle Merkmale, elterliche mathematische Überzeugungen, mathematische Lernumwelt, digitale Lernumwelt, Mathematische (Vorläufer-)Kompetenzen und Interventionsansätze* gleichermaßen gewichtet werden, besonders im Hinblick auf den zeitlichen Aspekt (Querschnitt vs. Längsschnitt). Darüber hinaus wird angenommen, dass die relative Gewichtung der einzelnen potenziellen Einflussfaktoren von weiteren Aspekten wie Entwicklungsprozessen, situativen Prozessen, individuellen Unterschieden und kontextbezogenen Prozessen abhängig ist. Die durchgehenden Pfeile zeigen an, dass zu diesen Zusammenhängen bereits empirische Befunde vorhanden sind, die gestrichelten Pfeile verweisen auf hypothetische Assoziationen. Im Kern wird von einer Einflussnahme der verschiedenen Aspekte im Sinne des Orientierungsrahmens von links nach rechts ausgegangen, jedoch stellen die gepunkteten Pfeile den iterativen Charakter des Rahmens dar, der sich darin begründet, dass das Zusammenspiel der beschriebenen Aspekte nicht mit den kindlichen Kompetenzen endet, sondern diese wiederum die Überzeugungen der Eltern, ihre Aktivitäten als auch die Charakteristika der Kinder beeinflussen: „Today’s choices and performances become tomorrow’s past experience“ (Eccles & Wigfield, 2020, S. 3). Schlussendlich soll dieser Rahmen einen Erstentwurf eines Modells darstellen, das in dieser Form ergänzt, erweitert und ausgearbeitet sowie zukünftig empirisch überprüft werden kann.

Wie im Modell von Niklas (2014) dargestellt, beginnt auch dieser Rahmenvorschlag mit der Komponente der strukturellen Merkmale: Diese teilen sich in elterliche und familiäre Charakteristika, kindliche Charakteristika und digitale Charakteristika auf. Die elterlichen und familiären Charakteristika stehen zum einen im Zusammenhang mit den mathematischen Überzeugungen der Eltern (Eccles & Wigfield, 2020) und andererseits mit der häuslichen mathematischen Lernumwelt. Diese werden als mediierende Faktoren zwischen strukturellen Merkmalen und der Entwicklung kindlicher mathematischer Kompetenzen verstanden (Douglas et al., 2021; Silver et al., 2023) sowie als (direkte) beeinflussende Faktoren der Entwicklung der kindlichen mathematischen Kompetenzen (del Río et al., 2017). Ebenso finden sich empirische Befunde zum Einfluss kindlicher Charakteristika auf die Überzeugungen der Eltern (del Río et al., 2019) und ihre mathematischen Anregungen zu Hause (Eason et al., 2022) wie auch auf die Kompetenzen der Kinder direkt (Geary, 2011; Niklas & Schneider, 2012b; Purpura et al., 2011). Zum Einfluss digitaler Charakteristika auf die mathematischen Überzeugungen und die mathematische Lernumwelt gibt es meinem Kenntnisstand nach bisher keine empirischen Untersuchungen. Es kann jedoch angenommen werden, dass diese eine beeinflussende Rolle beispielsweise für die Gestaltung digitaler mathematischer Anregung zu Hause spielen (Alam & Dubé, 2022). Möglicherweise zeigen die Eltern unterschiedliches Engagement je nach Benutzerfreundlichkeit des Gerätetyps oder des Betriebssystems, auch in Abhängigkeit ihrer zuvor genutzten Geräte (Smartphones, Computer) und dem damit einhergehenden vertrauten Umgang. Zudem scheinen auch das Design einer App (Griffith & Arnold, 2018) oder die Qualität einer App (Hirsh-Pasek et al., 2015) eine Rolle zu spielen.

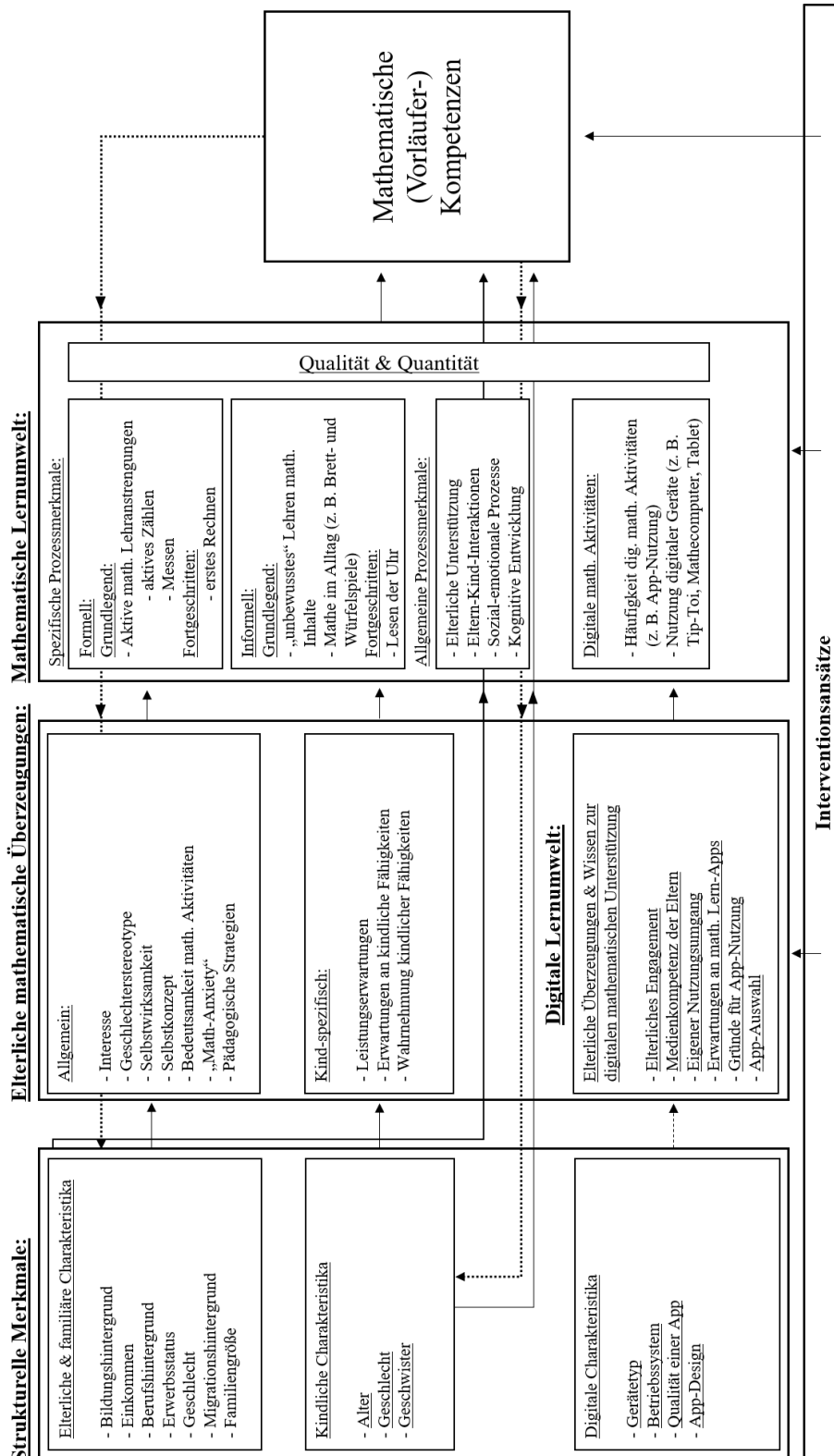
Das zweite Element bildet die mathematischen Überzeugungen der Eltern ab und lässt sich in allgemeine und spezifische Überzeugungen in Anlehnung an das „Parent Early Numeracy Socialization Model“ (Douglas et al., 2021) unterteilen. Diese Komponente beschreibt zudem die Überzeugungen sowie das Wissen zur digitalen mathematischen Unterstützung nach Alam und Dubé (2022). Die Wirkzusammenhänge der mathematischen Überzeugungen von Eltern auf die mathematische Lernumwelt und die Kompetenzen der Kinder wurden in den letzten Jahren intensiv untersucht (Mutaf-Yıldız et al., 2020; Nelson et al., 2023). Zu den Zusammenhängen von elterlichen Überzeugungen zur digitalen mathematischen Unterstützung und der häuslichen mathematischen Anregung sowie den kindlichen Kompetenzen finden sich hingegen bislang kaum empirische Studien (Alam & Dubé, 2023). Des Weiteren beschreibt das Modell die Komponente der mathematischen Lernumwelt, die sich an Modellen von Niklas (2014), LeFevre et al. (2009) und Skwarchuk et al. (2014) orientiert. Der Bereich der mathematischen Lernumwelt wird anhand familiärer Prozessmerkmale (Niklas, 2014) beschrieben, die in spezifische und allgemeine Prozessmerkmale unterteilt werden. Spezifische Prozessmerkmale beziehen sich dabei auf formelle und informelle mathematische Aktivitäten und Interaktionen (LeFevre et al., 2009), die sich in grundlegende und fortgeschrittene Aktivitäten unterteilen (Skwarchuk et al., 2014). Darüber hinaus gibt es allgemeine Prozessmerkmale, die neben den domänenspezifischen Aspekten weitere Aspekte wie die allgemeine Unterstützung der Eltern

oder sozial-emotionale Prozesse in den Blick nehmen (Kluczniok et al., 2013). Dem übergeordnet stehen sowohl die Qualität dieser Prozesse als auch ihre Quantität. Ebenfalls aus dem Modell von Alam und Dubé (2022) wird ein neuer Aspekt, nämlich die digitalen mathematischen Aktivitäten, ergänzt. Damit eingeschlossen sind zum einen die Häufigkeit digitaler mathematischer Aktivitäten sowie die Nutzung digitaler Geräte und Applikationen. Für die verschiedenen Zusammenhänge der einzelnen dort beschriebenen Aspekte sind ebenfalls eine Reihe an empirischen Erkenntnissen zu positiven als auch zu negativen oder fehlenden Zusammenhängen berichtet worden (für eine Übersicht s. Mutaf-Yıldız et al., 2020). Der Kasten der Interventionsansätze zeigt auf, dass sich alle zuvor genannten Kategorien mit Hilfe von Interventionen unterstützen lassen (ausgenommen der strukturellen Merkmale) oder im Kontext von Interventionsansätzen und ihrer Wirksamkeit untersucht wurden. Demnach spielen Interventionen eine entscheidende Rolle im Hinblick auf die Förderung der frühen mathematischen Kompetenzen und dürfen als ein – wenn auch gezielter – Einflussfaktor in diesem Modell nicht fehlen.

Der entwickelte integrative Orientierungsrahmen bietet einen Vorschlag zur Orientierung für zukünftige Forschung und setzt die in dieser Dissertation vorliegenden Ergebnisse miteinander ins Verhältnis.

Abbildung 6

Integrativer Orientierungsrahmen der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen im Kindesalter und ihrer Einflussfaktoren



Anmerkung. Durchgehende Pfeile: Empirische Befunde für gezeichnete Zusammenhänge vorhanden; Gestrichelten Pfeile: hypothetische Assoziationen; Gepunktete Pfeile: Verdeutlichung des interaktiven Charakters des Orientierungsrahmens.

7. Fazit

Die Befunde der vorliegenden Dissertation leisten auf verschiedene Arten einen Beitrag zum aktuellen Forschungsdiskurs und den daraus hervorgehenden Implikationen für Forschung und Praxis. Die Ergebnisse tragen besonders zum Verständnis der Zusammenhänge zwischen der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen von Kindern, der häuslichen mathematischen Lernumwelt und familiären Einflussfaktoren bei. Es wurde deutlich, dass die HNE ein entscheidender beeinflussender Faktor der mathematischen Kompetenzen der Kinder im Vorschulalter ist. Diese Erkenntnisse stehen im Einklang anderer vorangegangener Arbeiten, die diesen Zusammenhang im Vorschulalter untersucht haben (Anders et al., 2012; Eason et al., 2022; Niklas et al., 2016; Niklas & Schneider, 2014). Zudem wird sichtbar, dass sich die mathematischen Anregungen in der Lernumwelt der Kinder zwischen Erziehungsberechtigten unterscheiden können (del Río et al., 2017; Huang et al., 2017). Um mögliche Unterschiede zwischen dem Kind nahestehenden Personen sowie deren Einfluss auf die kindlichen Kompetenzentwicklung untersuchen zu können, sollten zukünftige Studien einen stärkeren Fokus auf ausgeglichene bzw. heterogenere Stichproben legen.

Zugleich zeigte sich, dass neben der HNE auch familiäre Einflussfaktoren, wie die Überzeugungen der Eltern hinsichtlich Mathematik oder ihr Berufshintergrund (MINT vs. Nicht-MINT), eine zentrale beeinflussende Rolle im Hinblick auf die mathematischen Kompetenzen der Kinder spielen. Es wird deutlich, dass die Konzentration auf den SÖS als globalen Faktor möglicherweise nicht ausreicht, um die Entwicklung der Kompetenzen von Kindern zu erklären. Das Konstrukt des SÖS genauer zu betrachten und verschiedene Facetten zu differenzieren, könnte demnach neue und aufschlussreiche Einblicke und Perspektiven auf die verschiedenen Zusammenhänge eröffnen. Je nach Fokus sollte daher überlegt werden, welche(r) Aspekt(e) des SÖS untersucht werden soll(en). Zugleich bieten diese Ergebnisse nur einen kleinen Einblick in die verschiedenen Wirkzusammenhänge. Demnach erfordert es weitere Forschungsarbeiten, um mehr Informationen über die spezifischen Assoziationen und Mechanismen zu erhalten, die zwischen dem MINT- vs. Nicht-MINT-Beruf der Eltern, der HNE und den mathematischen Kompetenzen der Kinder bestehen. Es empfiehlt sich also für zukünftige Arbeiten, familiäre Einflussfaktoren und ihre Rolle für die Entwicklung kindlicher mathematischer Kompetenzen stärker zu berücksichtigen und auch mögliche weitere Aspekte zu beleuchten, um Politik und Praxis mit detaillierten Informationen zu versorgen, die es möglich machen, Eltern zu befähigen, ihre Kinder adäquat zu unterstützen.

Nicht nur die Befunde zu den verschiedenen beeinflussenden Aspekten der frühen Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter, sondern auch die Ergebnisse der digitalen Interventionsstudie bekräftigen den Einsatz früher Interventionen vor Schuleintritt (Cohrssen & Niklas, 2019; Lee & Choi, 2020; Papadakis et al., 2018; Ribner et al., 2023). Die Befunde legen nahe, dass man Interventionsstudien nicht ausschließlich auf die Stärkung der kindlichen Kompetenzen ausrichten, sondern vor allem auch die Familien und ihren Alltag in den Blick nehmen

sollte. Interventionen könnten gezielt zur Unterstützung der Alltagsgestaltung und der Gestaltung von Interaktionen zwischen Familien und Erziehungsberechtigten mit ihren Kindern eingesetzt werden. An anderer Stelle sollten Interventionen Eltern dafür sensibilisieren, dass *frühe Bildung von Anfang an der Schlüssel zur Welt ist* und sie als Familie oder Elternteil mit ihren Überzeugungen, ihrem Habitus und ihren Handlungen eine zentrale Rolle spielen und die Entwicklung ihrer Kinder beeinflussen. Gezielte Programme können somit die Eltern befähigen, (digitale) Hilfsmittel zur Hand zu nehmen, sich auszutauschen und ihre eigenen Handlungen und Überzeugungen zu reflektieren und somit die Entwicklung ihres Kindes adäquat zu unterstützen und zu begleiten.

Darüber hinaus wurde in der vorliegenden Arbeit deutlich, dass konkretere und einheitlichere Definitionen und Operationalisierungen der HNE, aber auch des Begriffes der mathematischen Kompetenz und ihrer Entwicklung benötigt werden, wie auch schon in anderen Arbeiten angemerkt wurde (Devlin et al., 2022; Hornburg et al., 2021). Dies beinhaltet auch eine Neu- oder Weiterentwicklung bestehender Instrumente, wie es beispielweise auch Hornburg et al. (2021) in ihrem Positionspapier zur HNE diskutierten. Im Hinblick auf die Erfassung der HNE sollten nicht nur basale formelle und informelle mathematische Aktivitäten erfasst werden, sondern darüber hinaus auch komplexere Facetten der häuslichen mathematischen Lernumwelt (z. B. Aktivitäten zu Raum und Geometrie) mit einbezogen werden. Ebenso gibt es in Hinblick auf die Erfassung mathematischer Überzeugungen der Eltern bislang kaum oder wenig validierte Messinstrumente für den gezielten Einsatz für Eltern. Auch hier empfiehlt sich eine Ausarbeitung eines validierten Messinstrumentes, das zukünftig auch in anderen Studien eingesetzt werden könnte und somit eine bessere Vergleichbarkeit der Ergebnisse nationaler und internationaler Forschung ermöglichen würde. Die aktuelle Befundlage kann überdies durch eine facettenreichere Erfassung der HNE erweitert werden, indem verschiedene Methoden sowohl quantitativer als auch qualitativer Art eingesetzt werden.

Insgesamt bieten die dargestellten Ergebnisse Anregungen und Hinweise für weiterführende (Interventions-) Studien sowie die Ausarbeitung bestehender und möglicher neuer Instrumente. Zugleich hält diese Arbeit aber auch einen integrativen Orientierungsrahmen bereit, auf den in zukünftigen Arbeiten aufgebaut oder zurückgegriffen werden kann. Diese Dissertation unterstreicht einmal mehr, dass die Entwicklung mathematischer Kompetenzen im Vorschulalter durch die familiäre Lernumwelt und ihre Facetten beeinflusst wird, und verweist auf die Möglichkeit einer gezielten Förderung kindlicher mathematischer Kompetenzen mit Hilfe digitaler Geräte. Des Weiteren werden Ideen formuliert, wie auch die HNE der Familien digital gezielt unterstützt werden kann. Somit können mit einer frühen Unterstützung der Kinder, der Familie und ihrer Umwelt nicht nur gezielt (mathematische) Kompetenzen im Vorschulalter gefördert werden, sondern gleichzeitig wird auch ein Beitrag zur Chancengerechtigkeit im Kontext von Bildungsgerechtigkeit für alle Kinder geleistet.

Literaturverzeichnis

- Aikens, N. L., & Barbarin, O. (2008). Socioeconomic differences in reading trajectories: The contribution of family, neighborhood, and school contexts. *Journal of Educational Psychology, 100*(2), 235–251. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.100.2.235>
- Alam, S. S., & Dubé, A. K. (2022). Measuring Digital Home Numeracy Practice: A Scale Development and Validation Study. *Journal of Research in Childhood Education, 1*–31. <https://doi.org/10.1080/02568543.2022.2100021>
- Alam, S. S., & Dubé, A. K. (2023). How does the modern home environment impact children's mathematics knowledge? Evidence from Canadian elementary children's digital home numeracy practice (DHNP). *Journal of Computer Assisted Learning*, Article jcal.12795. Advance online publication. <https://doi.org/10.1111/jcal.12795>
- Albanese, A. M., Russo, G. R., & Geller, P. A. (2019). The role of parental self-efficacy in parent and child well-being: A systematic review of associated outcomes. *Child: Care, Health and Development, 45*(3), 333–363. <https://doi.org/10.1111/cch.12661>
- Anders, Y., Rossbach, H.-G., Weinert, S., Ebert, S., Kuger, S., Lehrl, S., & Maurice, J. von (2012). Home and preschool learning environments and their relations to the development of early numeracy skills. *Early Childhood Research Quarterly, 27*(2), 231–244. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.08.003>
- Antell, S. E., & Keating, D. P. (1983). Perception of Numerical Invariance in Neonates. *Child Development, 54*(3), 695. <https://doi.org/10.2307/1130057>
- Ardelt, M., & Eccles, J. S. (2001). Effects of Mothers' Parental Efficacy Beliefs and Promotive Parenting Strategies on Inner-City Youth. *Journal of Family Issues, 22*(8), 944–972. <https://doi.org/10.1177/019251301022008001>
- Artelt, C., Baumert, J., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Schümer, G., Stanat, P., Tillmann, K.-J. & Weiß, M. (Hrsg.). (2001). PISA 2000. Zusammenfassung zentraler Befunde. Berlin: Max-Planck-Institut für Bildungsforschung
- Aunio, P., Ee, J., Lim, S. E. A., Hautamäki, J., & van Luit, J. (2004). Young children's number sense in Finland, Hong Kong and Singapore. *International Journal of Early Years Education, 12*(3), 195–216. doi.org/10.1080/0966976042000268681
- Aunio, P., Hautamäki, J., Heiskari, P., & van Luit, J. (2006). The Early Numeracy Test in Finnish: Children's norms. *Scandinavian Journal of Psychology, 47*(5), 369–378. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9450.2006.00538.x>
- Aunola, K., Leskinen, E., Lerkkanen, M.-K., & Nurmi, J.-E. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance from Preschool to Grade 2. *Journal of Educational Psychology, 96*(4), 699–713. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.96.4.699>
- Bachman, H. J., Votruba-Drzal, E., El Nokali, N. E., & Castle Heatly, M. (2015). Opportunities for Learning Math in Elementary School. *American Educational Research Journal, 52*(5), 894–923. <https://doi.org/10.3102/0002831215594877>
- Bakker, M., Torbeyns, J., Wijns, N., Verschaffel, L., & Smedt, B. de (2018). Gender equality in 4- to 5-year-old preschoolers' early numerical competencies. *Developmental Science, 22*(1), e12718. <https://doi.org/10.1111/desc.12718>
- Bandura, A. (1977). Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. *Psychological Review, 84*(2), 191–215. <https://doi.org/10.1037/0033-295x.84.2.191>
- Bäumer, T., Preis, N., Roßbach, H.-G., Stecher, L., & Klieme, E. (2011). 6 Education processes in life-course-specific learning environments. *Zeitschrift Für Erziehungswissenschaft, 14*(S2), 87–101. <https://doi.org/10.1007/s11618-011-0183-6>

- Baumert, J., Artelt, C., Klieme, E., Neubrand, M., Prenzel, M., Schiefele, U., Schneider, W., Tillmann, K.-J., & Weiß, M. (2002). *PISA 2000 – die Länder der Bundesrepublik Deutschland im Vergleich*. Leske + Budrich. <https://doi.org/10.1007/978-3-663-11042-2>
- Benz, C. (2012). Attitudes of Kindergarten Educators about Math. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 33(2), 203–232. <https://doi.org/10.1007/s13138-012-0037-7>
- Benz, C., Grüßing, M., Lorenz, J. H., Reiss, K., Selter, C., & Wollring, B. (2017). *Frühe mathematische Bildung: Ziele und Gelingensbedingungen für den Elementar- und Primarbereich. Wissenschaftliche Untersuchungen zur Arbeit der Stiftung „Haus der kleinen Forscher: Vol. 8*. Verlag Barbara Budrich. <https://doi.org/10.3224/84742051>
- Berkowitz, M., Stern, E., Hofer, S., & Deiglmayr, A. (2020). Girls, Boys, and Schools. In F. M. Cheung & D. F. Halpern (Eds.), *The Cambridge handbook of the international psychology of women* (Vol. 1, pp. 375–389). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108561716.032>
- Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science (New York, N.Y.)*, 350(6257), 196–198. <https://doi.org/10.1126/science.aac7427>
- Birgisdottir, F., Gestsdottir, S., & Geldhof, G. J. (2020). Early predictors of first and fourth grade reading and math: The role of self-regulation and early literacy skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 53, 507–519. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.05.001>
- Birtwistle, E., Schoedel, R., Bemann, F., Wirth, A., Sürig, C., Stachl, C., Bühner, M., & Niklas, F. (2022). Mobile sensing in psychological and educational research: Examples from two application fields. *International Journal of Testing*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1080/15305058.2022.2036160>
- Blevins-Knabe, B., & Berghout Austin, A. M. (2016). *Early Childhood Mathematics Skill Development in the Home Environment*. Springer International Publishing.
- Blevins-Knabe, B., Austin, A. B., Musun, L., Eddy, A., & Jones, R. M. (2000). Family Home Care Providers' and Parents' Beliefs and Practices Concerning Mathematics with Young Children †. *Early Child Development and Care*, 165(1), 41–58. <https://doi.org/10.1080/0300443001650104>
- Blömeke, S., Dunekacke, S., & Jenßen, L. (2017). Cognitive, educational and psychological determinants of prospective preschool teachers' beliefs. *European Early Childhood Education Research Journal*, 25(6), 885–903. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2017.1380885>
- Böhringer, J. (2021). *Argumentieren in mathematischen Spielsituationen im Kindergarten*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-35234-9>
- Bojczyk, K. E., Haverback, H. R., & Pae, H. K. (2018). Investigating Maternal Self-Efficacy and Home Learning Environment of Families Enrolled in Head Start. *Early Childhood Education Journal*, 46(2), 169–178. <https://doi.org/10.1007/s10643-017-0853-y>
- Borgstede, M. (2022). *Theorie und Messung in der Psychologie: Eine evolutionäre Perspektive* (Vol. 38). University of Bamberg Press. <https://doi.org/10.20378/irb-56781>
- Born-Rauchenecker, E., Vogtländer, A., & Weber, K. (Eds.). (2020). *Frühe alltagsintegrierte mathematische Bildung: Handreichung für Lehrende: LuPE - Lehr- und Praxismaterial für die Erzieherinnen- und Erzieherausbildung* (1. Auflage). Klett Kallmeyer.

- Bott, P., Helmrich, R., & Zika, G. (2010). MINT-Berufe - die Not ist nicht so groß wie oft behauptet! Analysen aus der ersten BIBB-IAB Qualifikations- und Berufsfeldprojektion. In Bundesinstitut für Berufsbildung (Ed.), *Indikatoren und Benchmarks* (Berufsbildung in Wissenschaft und Praxis No. 39., pp. 40–44).
- Bourdieu, P. (1983). Ökonomisches Kapital, kulturelles Kapital, soziales Kapital. In R. Kreckel (Ed.), *Soziale Welt Sonderband: Vol. 2. Soziale Ungleichheiten* (pp. 183–198). Schwartz.
- Bourdieu, P. (1987). *Die feinen Unterschiede: Kritik der gesellschaftlichen Urteilskraft*. Suhrkamp.
- Bowden, M., Bartkowski, J., Xu, X., & Lewis Jr., R. (2018). Parental Occupation and the Gender Math Gap: Examining the Social Reproduction of Academic Advantage among Elementary and Middle School Students. *Social Sciences*, 7(2), 6.
<https://doi.org/10.3390/socsci7010006>
- Bradley, R. H., Caldwell, B. M., & Rock, S. L. (1990). Home Environment Classification System: A Model for Assessing the Home Environments of Developing Children. *Early Education and Development*, 1(4), 237–265.
https://doi.org/10.1207/s15566935eed0104_1
- Bradley, R. H., & Corwyn, R. F. (2002). Socioeconomic status and child development. *Annual Review of Psychology*, 53, 371–399.
<https://doi.org/10.1146/annurev.psych.53.100901.135233>
- Braham, E. J., & Libertus, M. E. (2017). Intergenerational associations in numerical approximation and mathematical abilities. *Developmental Science*, 20(5).
<https://doi.org/10.1111/desc.12436>
- Braham, E. J., Libertus, M. E., & McCrink, K. (2018). Children's spontaneous focus on number before and after guided parent-child interactions in a children's museum. *Developmental Psychology*, 54(8), 1492–1498. <https://doi.org/10.1037/dev0000534>
- Brainerd, C. (1979). *The origins of the number concept*. Preager.
- Braveman, P. A., Cubbin, C., Egerter, S., Chideya, S., Marchi, K. S., Metzler, M., & Posner, S. (2005). Socioeconomic status in health research: One size does not fit all. *JAMA*, 294(22), 2879–2888. <https://doi.org/10.1001/jama.294.22.2879>
- Breda, T., Jouini, E., Napp, C., & Thebault, G. (2020). Gender stereotypes can explain the gender-equality paradox. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 117(49), 31063–31069. <https://doi.org/10.1073/pnas.2008704117>
- Bronfenbrenner, U., & Morris, P. (2006). The bioecological model of human development. In R. M. Lerner & W. Damon (Eds.), *Handbook of child psychology* (pp. 793–828). Wiley.
- Bronfenbrenner, U. (1986). Ecology of the family as a context for human development. Research perspectives. *Developmental Psychology*, 22(6), 723–742.
<https://doi.org/10.1037/0012-1649.22.6.723>
- Brunner, M., Krauss, S., & Kunter, M. (2008). Gender differences in mathematics: Does the story need to be rewritten? *Intelligence*, 36(5), 403–421.
<https://doi.org/10.1016/j.intell.2007.11.002>
- Bullock, M., & Ziegler, A. (1997). Entwicklung der Intelligenz und des Denkens: Ergebnisse aus dem SCHOLASTIC-Projekt. In F. E. Weinert & A. Helmke (Eds.), *Entwicklung im Grundschulalter* (pp. 27–35). Beltz Psychologie-Verl.-Union.

- Bundesagentur für Arbeit. (2013). *Ingenieurberufe [Engineering professions]*. https://statistik.arbeitsagentur.de/DE/Statischer-Content/Grundlagen/Klassifikationen/Klassifikation-der-Berufe/KldB2010/Arbeitshilfen/Berufsaggregate/Generische-Publikationen/Steckbrief-Ingenieur.pdf?__blob=publicationFile&v=5
- Bundesagentur für Arbeit. (2017). *MINT-Berufe [STEM-occupations]*. https://statistik.arbeitsagentur.de/DE/Statischer-Content/Grundlagen/Klassifikationen/Klassifikation-der-Berufe/KldB2010/Arbeitshilfen/Berufsaggregate/Generische-Publikationen/MINTBerufe.pdf?__blob=publicationFile&v=5
- Burghardt, L., Linberg, A., Lehl, S., & Konrad-Ristau, K. (2020). The relevance of the early years home and institutional learning environments for early mathematical competencies. *Journal for Educational Research Online*, *12*, 103–125. https://www.waxmann.com/index.php?eID=download&id_artikel=ART104310&uid=frei
- Butterworth, B. (2005). The development of arithmetical abilities. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, *46*(1), 3–18. <https://doi.org/10.1111/j.1469-7610.2004.00374.x>
- Cahoon, A., Cassidy, T., & Simms, V. (2017). Parents' views and experiences of the informal and formal home numeracy environment. *Learning, Culture and Social Interaction*, *15*(2), 69–79. <https://doi.org/10.1016/j.lcsi.2017.08.002>
- Calder, N. (2015). Apps: Appropriate, Applicable, and Appealing? In T. Lowrie & R. Jorgensen (Eds.), *Mathematics Education in the Digital Era. Digital Games and Mathematics Learning* (Vol. 4, pp. 233–250). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9517-3_12
- Cattell, R. B., Weiß, R. H., & Osterland, J. (1997). *Grundintelligenztest Skala 1 (CFT 1)* (5. Auflage). Hogrefe.
- Charitaki, G., Tzivinikou, S., Stefanou, G., & Soulis, S.-G. (2021). A meta-analytic synthesis of early numeracy interventions for low-performing young children. *SN Social Sciences*, *1*(5). <https://doi.org/10.1007/s43545-021-00094-w>
- Chaudron, S., Gioia, R., & Gemo, M. (2018). *Young children (0-8) and digital technology, a qualitative study across Europe*. <https://doi.org/10.2760/294383>
- Cheng, A., Kopotic, K., & Zamarro, G. (2019). Parental Occupational Choice and Children's Entry into a Stem Field. *EDRE Working Paper No. 2019-16*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3457307>
- Cheung, S. K., Dulay, K. M., & McBride, C. (2020). Parents' characteristics, the home environment, and children's numeracy skills: How are they related in low- to middle-income families in the Philippines? *Journal of Experimental Child Psychology*, *192*, 104780. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2019.104780>
- Chi, S., Wang, Z., Liu, X., & Zhu, L. (2017). Associations among attitudes, perceived difficulty of learning science, gender, parents' occupation and students' scientific competencies. *International Journal of Science Education*, *39*(16), 2171–2188. <https://doi.org/10.1080/09500693.2017.1366675>
- Chu, F. W., vanMarle, K., & Geary, D. C. (2016). Predicting Children's Reading and Mathematics Achievement from Early Quantitative Knowledge and Domain-General Cognitive Abilities. *Frontiers in Psychology*, *7*, 775. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.00775>
- Clements, D. H. (1984). Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number. *Journal of Educational Psychology*, *76*(5), 766–776. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.76.5.766>

- Clements, D. H., & Sarama, J. S. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461–555). Information Age Publishing.
- Cohrssen, C., & Niklas, F. (2019). Using mathematics games in preschool settings to support the development of children's numeracy skills. *International Journal of Early Years Education*, 27(3), 322–339. <https://doi.org/10.1080/09669760.2019.1629882>
- Cohrssen, C., Richards, B., & Wang, R. (2023). Using smartphones to disseminate home learning support to primary caregivers: An exploratory proof-of-concept study. *Infant and Child Development*, 6(42), 42. <https://doi.org/10.1002/icd.2399>
- Contini, D., Di Tommaso, M. L., Muratori, C., Piazzalunga, D., & Schiavon, L. (2022). *The COVID-19 Pandemic and School Closure: Learning Loss in Mathematics in Primary Education*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4114323>
- Crosnoe, R., & Schneider, B. (2010). Social Capital, Information, and Socioeconomic Disparities in Math Coursework. *American Journal of Education (Chicago, Ill.)*, 117(1), 79–107. <https://doi.org/10.1086/656347>
- Currie, J., & Thomas, D. (2001). Early Test Scores, Socioeconomic Status and Future Outcomes. *Research in Labor Economics* (20), 103–132. <https://doi.org/10.3386/w6943>
- Daucourt, M. C., Napoli, A. R., Quinn, J. M., Wood, S. G., & Hart, S. A. (2021). The home math environment and math achievement: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 147(6), 565–596. <https://doi.org/10.1037/bul0000330>
- Davis-Kean, P. E., Domina, T., Kuhfeld, M., Ellis, A., & Gershoff, E. T. (2022). It matters how you start: Early numeracy mastery predicts high school math course-taking and college attendance. *Infant and Child Development*, 31(2). <https://doi.org/10.1002/icd.2281>
- Dearing, E., Casey, B. M., Ganley, C. M., Tillinger, M., Laski, E., & Montecillo, C. (2012). Young girls' arithmetic and spatial skills: The distal and proximal roles of family socioeconomics and home learning experiences. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(3), 458–470. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2012.01.002>
- Deater-Deckard, K., & Panneton, R. (2017). Parental Stress and Early Child Development. Advance online publication. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-55376-4>
- DeFlorio, L., & Beliakoff, A. (2015). Socioeconomic Status and Preschoolers' Mathematical Knowledge: The Contribution of Home Activities and Parent Beliefs. *Early Education and Development*, 26(3), 319–341. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.968239>
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford Univ. Press. <http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0635/96053840-d.html>
- Dehaene, S. (1999). *Der Zahlensinn oder warum wir rechnen können*. Birkhäuser. <https://doi.org/10.1007/978-3-0348-7825-8>
- Dejonckheere, P., Smitsman, A., Desoete, A., Haeck, B., Ghyselinck, K., Hillaert, K., & Coppinolle, K. (2015). Early math learning with tablet PCs: The role of action. *European Journal of Psychology and Educational Studies*, 2(3), 79. <https://doi.org/10.4103/2395-2555.190477>
- del Río, M. F., Strasser, K., Cvencek, D., Susperreguy, M. I., & Meltzoff, A. N. (2019). Chilean kindergarten children's beliefs about mathematics: Family matters. *Developmental Psychology*, 55(4), 687–702. <https://doi.org/10.1037/dev0000658>
- del Río, M. F., Susperreguy, M. I., Strasser, K., & Salinas, V. (2017). Distinct Influences of Mothers and Fathers on Kindergartners' Numeracy Performance: The Role of Math Anxiety, Home Numeracy Practices, and Numeracy Expectations. *Early Education and Development*, 28(8), 939–955. <https://doi.org/10.1080/10409289.2017.1331662>

- del Río, M. F., Susperreguy, M. I., Strasser, K., Cvencek, D., Iturra, C., Gallardo, I., & Meltzoff, A. N. (2020). Early Sources of Children's Math Achievement in Chile: The Role of Parental Beliefs and Feelings about Math. *Early Education and Development, 32*(5), 637–652. <https://doi.org/10.1080/10409289.2020.1799617>
- De Smedt, B., Noël, M.-P., Gilmore, C., & Ansari, D. (2013). How do symbolic and non-symbolic numerical magnitude processing skills relate to individual differences in children's mathematical skills? A review of evidence from brain and behavior. *Trends in Neuroscience and Education, 2*(2), 48–55. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2013.06.001>
- Desoete, A., Ceulemans, A., Weerdt, F. de, & Pieters, S. (2012). Can we predict mathematical learning disabilities from symbolic and non-symbolic comparison tasks in kindergarten? Findings from a longitudinal study. *The British Journal of Educational Psychology, 82*(Pt 1), 64–81. <https://doi.org/10.1348/2044-8279.002002>
- Devlin, D., Moeller, K., & Sella, F. (2022). The structure of early numeracy: Evidence from multi-factorial models. *Trends in Neuroscience and Education, 26*, 100171. <https://doi.org/10.1016/j.tine.2022.100171>
- De Vries, H. G., Polk, K. D., & Missall, K. N. (2021). Math talk during traditional and digital number board game play. *Journal of Applied Developmental Psychology, 76*, 101312. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2021.101312>
- DeWitt, J., Archer, L., & Mau, A. (2016). Dimensions of science capital: exploring its potential for understanding students' science participation. *International Journal of Science Education, 38*(16), 2431–2449. <https://doi.org/10.1080/09500693.2016.1248520>
- Dierendonck, C., Chambrier, A.-F. de, Fagnant, A., Luxembourger, C., Tinnes-Vigne, M., & Poncelet, D. (2021). Investigating the Dimensionality of Early Numeracy Using the Bi-factor Exploratory Structural Equation Modeling Framework. *Frontiers in Psychology, 12*, 680124. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.680124>
- Douglas, A.-A., Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2019). Parent-Child Talk about Early Numeracy. *Iris Journal of Scholarship, 1*, 48–68. <https://doi.org/10.15695/iris.v1i0.4659>
- Douglas, A.-A., Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2021). Parents' numeracy beliefs and their early numeracy support: A synthesis of the literature. *Advances in Child Development and Behavior, 61*, 279–316. <https://doi.org/10.1016/bs.acdb.2021.05.003>
- Dowker, A. (2008). Individual differences in numerical abilities in preschoolers. *Developmental Science, 11*(5), 650–654. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2008.00713.x>
- Dowker, A. (2021). Home Numeracy and Preschool Children's Mathematical Development: Expanding Home Numeracy Models to Include Parental Attitudes and Emotions. *Frontiers in Education, 6*, Article 575664. <https://doi.org/10.3389/feduc.2021.575664>
- Dulay, K. M., Cheung, S. K., Reyes, P., & McBride, C. (2019). Effects of parent coaching on Filipino children's numeracy, language, and literacy skills. *Journal of Educational Psychology, 111*(4), 641–662. <https://doi.org/10.1037/edu0000315>
- Duncan, G., & Magnuson, K. (2011). The nature and impact of early achievement skills, attention skills, and behavior problems. <https://www.semanticscholar.org/paper/The-nature-and-impact-of-early-achievement-skills%2C-Duncan-Magnuson/65d262ddf9152c70e678aa208b1f753e55c49682>
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology, 43*(6), 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>

- Duncan, R. J., Schmitt, S. A., & Vandell, D. L. (2019). Additive and synergistic relations of early mother-child and caregiver-child interactions for predicting later achievement. *Developmental Psychology, 55*(12), 2522–2533. <https://doi.org/10.1037/dev0000824>
- Eason, S. H., Scalise, N. R., Berkowitz, T., Ramani, G. B., & Levine, S. C. (2022). Widening the lens of family math engagement: A conceptual framework and systematic review. *Developmental Review, 66*, 101046. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2022.101046>
- Eccles, J. S., Adler, T. F., Futtermann, R., Goff, S. B., Kaczala, C. M., Meece, J. L., & Midgley, C. (1983). Expectancies, Values, And Academic Behaviors. In J. T. Spence (Ed.), *Achievement and Achievement Motivation* (pp. 75–146). W. H. Freeman.
- Eccles, J. S., Arberton, A., Buchanan, C. M., Janis, J., Flanagan, C., Harold, R., & MacIver, Douglas, Reuman, David. (1993). School and family effects on the ontogeny of children's interests, self-perceptions, and activity choices. In J. E. Jacobs (Ed.), *Nebraska Symposium on Motivation, 1992: Developmental perspectives on motivation* (pp. 145–208). University of Nebraska Press.
- Eccles, J. S., & Wigfield, A. (2020). From expectancy-value theory to situated expectancy-value theory: A developmental, social cognitive, and sociocultural perspective on motivation. *Contemporary Educational Psychology, 61*, 101859. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2020.101859>
- Ehlert, A., Ricken, G., & Fritz, A. (2020). *MARKO-Screening - Mathematik- und Rechenkonzepte im Vorschulalter - Screening [MARKO-Screening - mathematics and concepts of calculation before school entry]*. Hogrefe.
- Elliott, L., & Bachman, H. J. (2018). SES disparities in early math abilities: The contributions of parents' math cognitions, practices to support math, and math talk. *Developmental Review, 49*(2), 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.dr.2018.08.001>
- Elliott, L., Braham, E. J., & Libertus, M. E. (2017). Understanding sources of individual variability in parents' number talk with young children. *Journal of Experimental Child Psychology, 159*, 1–15. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.01.011>
- Elliott, L., Feigenson, L., Halberda, J., & Libertus, M. E. (2019). Bidirectional, Longitudinal Associations Between Math Ability and Approximate Number System Precision in Childhood. *Journal of Cognition and Development, 20*(1), 56–74. doi.org/10.1080/15248372.2018.1551218
- Endlich, D., Berger, N., Küspert, P., Lenhard, W., Marx, P., Weber, J., & Schneider, W. (2017). *WVT: Würzburger Vorschultest: Erfassung schriftsprachlicher und mathematischer (Vorläufer-) Fertigkeiten und sprachlicher Kompetenzen im letzten Kindergartenjahr [WVT: Würzburg preschool test: Assessment of literacy and mathematical (precursor) abilities and linguistic competencies in the last year of kindergarten]*. Hogrefe.
- Engzell, P., Frey, A., & Verhagen, M. D. (2021). Learning loss due to school closures during the COVID-19 pandemic. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 118*(17), e2022376118. <https://doi.org/10.1073/pnas.2022376118>
- Ennemoser, M., Krajewski, K., & Sinner, D. (2017). *Testverfahren zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen am Ende der Grundschule, in der Sekundarstufe I und II sowie im Studium (MBK-1+)*. Hogrefe.
- Erola, J., Jalonen, S., & Lehti, H. (2016). Parental education, class and income over early life course and children's achievement. *Research in Social Stratification and Mobility, 44*(4), 33–43. <https://doi.org/10.1016/j.rssm.2016.01.003>

- Ertl, B., & Hartmann, F. (2019). Interest Congruency of Femal STEM Students Regarding Their Vocational Aspirations and Their Parents' Occupations. *Paper Presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. AERA Online Paper.*
- Espy, K. A., McDiarmid, M. M., Cwik, M. F., Stalets, M. M., Hamby, A., & Senn, T. E. (2004). The contribution of executive functions to emergent mathematic skills in pre-school children. *Developmental Neuropsychology*, 26(1), 465–486. https://doi.org/10.1207/s15326942dn2601_6
- Farah, M. J. (2017). The Neuroscience of Socioeconomic Status: Correlates, Causes, and Consequences. *Neuron*, 96(1), 56–71. <https://doi.org/10.1016/j.neuron.2017.08.034>
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends in Cognitive Sciences*, 8(7). <https://doi.org/10.1016/j.tics.2004.05.002>
- Fikrat-Wevers, S., van Steensel, R., & Arends, L. (2021). Effects of Family Literacy Programs on the Emergent Literacy Skills of Children from Low-SES Families: A Meta-Analysis. *Review of Educational Research*, 91(4), 577–613. <https://doi.org/10.3102/0034654321998075>
- Fritz, A., & Ricken, G. (2008). *Rechenschwäche* (1. Auflage). *utb-studi-e-book: Vol. 3017*. utb GmbH; Reinhardt. <https://doi.org/10.36198/9783838530178>
- Fuchs, L., Geary, D. C., Compton, D., Fuchs, D., Hamlett, C., Seethaler, P., Bryant, J., & Schatschneider, C. (2010). Do different types of school mathematics development depend on different constellations of numerical versus general cognitive abilities? *Developmental Psychology*, 46(6). <https://doi.org/10.1037/a0020662>
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. Springer-Verlag Publishing.
- Galindo, C., & Sonnenschein, S. (2015). Decreasing the SES math achievement gap: Initial math proficiency and home learning environments. *Contemporary Educational Psychology*, 43, 25–38. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.08.003>
- Gasteiger, H. (2010). *Elementare mathematische Bildung im Alltag der Kindertagesstätte: Grundlegung und Evaluation eines kompetenzorientierten Förderansatzes. Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Bd. 3*. Waxmann.
- Gasteiger, H., & Moeller, K. (2021). Fostering early numerical competencies by playing conventional board games. *Journal of Experimental Child Psychology*, 204, 105060. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.105060>
- Gaylord, S. M., O'Rear, C. D., Hornburg, C. B., & McNeil, N. M. (2020). Preferences for tactile and narrative counting books across parents with different education levels. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 29–39. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.010>
- Gearing, R. E., El-Bassel, N., Ghesquiere, A., Baldwin, S., Gillies, J., & Ngeow, E. (2011). Major ingredients of fidelity: A review and scientific guide to improving quality of intervention research implementation. *Clinical Psychology Review*, 31(1), 79–88. <https://doi.org/10.1016/j.cpr.2010.09.007>
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: A 5-year longitudinal study. *Developmental Psychology*, 47(6), 1539–1552. <https://doi.org/10.1037/a0025510>
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.

- Gersten, R., Jordan, N. C., & Flojo, J. R. (2005). Early identification and interventions for students with mathematics difficulties. *Journal of Learning Disabilities, 38*(4). <https://doi.org/10.1177/00222194050380040301>
- Giannelli, G. C., & Rapallini, C. (2019). Parental occupation and children's school outcomes in math. *Research in Economics, 73*(4), 293–303. <https://doi.org/10.1016/j.rie.2019.08.003>
- Girard, C., Bastelica, T., Léone, J., Epinat-Duclos, J., Longo, L., & Prado, J. (2021). The relation between home numeracy practices and a variety of math skills in elementary school children. *PLoS One, 16*(9), e0255400. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0255400>
- Gould, P. (2012). What number knowledge do children have when starting Kindergarten in NSW? *Australasian Journal of Early Childhood, 37*(3), 105–110. <https://doi.org/10.1177/183693911203700314>
- Gray, N. S., O'Connor, C., Knowles, J., Pink, J., Simkiss, N. J., Williams, S. D., & Snowden, R. J. (2020). The Influence of the COVID-19 Pandemic on Mental Well-Being and Psychological Distress: Impact Upon a Single Country. *Frontiers in Psychiatry, 11*, 594115. <https://doi.org/10.3389/fpsy.2020.594115>
- Griffith, S. F., & Arnold, D. H. (2018). Home learning in the new mobile age: parent-child interactions during joint play with educational apps in the US. *Journal of Children and Media, 13*(1), 1–19. <https://doi.org/10.1080/17482798.2018.1489866>
- Griffith, S. F., Hagan, M. B., Heymann, P., Heflin, B. H., & Bagner, D. M. (2020). Apps As Learning Tools: A Systematic Review. *Pediatrics, 145*(1). <https://doi.org/10.1542/peds.2019-1579>
- Griffith, S. F., Hanson, K. G., Rolon-Arroyo, B., & Arnold, D. H. (2019). Promoting early achievement in low-income preschoolers in the United States with educational apps. *Journal of Children and Media, 13*(3), 328–344. <https://doi.org/10.1080/17482798.2019.1613246>
- Griffith, S. F., Hart, K. C., Mavrakis, A. A., & Bagner, D. M. (2022). Making the best of app use: The impact of parent-child co-use of interactive media on children's learning in the U.S. *Journal of Children and Media, 16*(2), 271–287. <https://doi.org/10.1080/17482798.2021.1970599>
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2012). The Role of Parents and Teachers in the Development of Gender-Related Math Attitudes. *Sex Roles, 66*(3-4), 153–166. <https://doi.org/10.1007/s11199-011-9996-2>
- Guo, J., Marsh, H. W., Parker, P. D., Dicke, T., & van Zanden, B. (2019). Countries, parental occupation, and girls' interest in science. *The Lancet, 393*(10171), e6-e8. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(19\)30210-7](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(19)30210-7)
- Gutfleisch, T., & Kogan, I. (2022). Parental occupation and students' STEM achievements by gender and ethnic origin: Evidence from Germany. *Research in Social Stratification and Mobility, 82*(4), 100735. <https://doi.org/10.1016/j.rssm.2022.100735>
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Developmental Psychology, 44*(5), 1457–1465. <https://doi.org/10.1037/a0012682>
- Hanner, E., Braham, E. J., Elliott, L., & Libertus, M. E. (2019). Promoting Math Talk in Adult-Child Interactions Through Grocery Store Signs. *Mind, Brain, and Education, 13*(2), 110–118. <https://doi.org/10.1111/mbe.12195>

- Hao, Y., Chen, X., Qi, Y., Huang, T., He, W., & Yang, X. (2022). How do Chinese parental attitudes influence children's numeracy interests? What matters is home numeracy activities, not extracurricular participation. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 83, 101475. <https://doi.org/10.1016/j.appdev.2022.101475>
- Hartig, J. (2008). Kompetenzen als Ergebnisse von Bildungsprozessen. In N. Jude, J. Hartig, & E. Klieme (Eds.), *Bildungsforschung: Vol. 26. Kompetenzerfassung in pädagogischen Handlungsfeldern.: Theorien, Konzepte und Methoden* (pp. 15–25).
- Hasemann, K., & Gasteiger, H. (2014). *SpringerLink Bücher. Anfangsunterricht Mathematik* (F. Padberg, & H. Gasteiger, Eds.). Springer Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-40774-1>
- Heckman, J. J. (2006). Skill formation and the economics of investing in disadvantaged children. *Science (New York, N.Y.)*, 312(5782), 1900–1902. <https://doi.org/10.1126/science.1128898>
- Heidelberger Erklärung zur Frühkindlichen und Elementarpädagogik. (2008). PH Heidelberg. https://www.ph-heidelberg.de/fileadmin/wp/wp-schoeler/Dokumente/Heidelberger_Erklaerung.pdf
- Hildebrand, L., Posid, T., Moss-Racusin, C. A., Hymes, L., & Cordes, S. (2022). Does my daughter like math? Relations between parent and child math attitudes and beliefs. *Developmental Science*, 26(1), e13243. <https://doi.org/10.1111/desc.13243>
- Hildenbrand, C. (2016). *Förderung früher mathematischer Kompetenzen*. Dissertation. *Empirische Studien zur Didaktik der Mathematik: Band 26* [292 Seiten].
- Hirsch, S., Lambert, K., Coppens, K., & Moeller, K. (2018). Basic numerical competences in large-scale assessment data: Structure and long-term relevance. *Journal of Experimental Child Psychology*, 167, 32–48. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.09.015>
- Hirsh-Pasek, K., Zosh, J. M., Golinkoff, R. M., Gray, J. H., Robb, M. B., & Kaufman, J. (2015). Putting education in "educational" apps: Lessons from the science of learning. *Psychological Science in the Public Interest: A Journal of the American Psychological Society*, 16(1), 3–34. <https://doi.org/10.1177/1529100615569721>
- Ho, E. S. C. (2010). Family influences on science learning among Hong Kong adolescents. What have we learned from PISA. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 8(3), 409–428. <https://doi.org/10.1007/s10763-010-9198-3>
- Hofer, S. I., Reinhold, F., Hulaj, D., Koch, M., & Heine, J.-H. (2022). What Matters for Boys Does Not Necessarily Matter for Girls: Gender-Specific Relations between Perceived Self-Determination, Engagement, and Performance in School Mathematics. *Education Sciences*, 12(11), 775. <https://doi.org/10.3390/educsci12110775>
- Holloway, S. D., Campbell, E. J., Nagase, A., Kim, S., Suzuki, S., Wang, Q., Iwatate, K., & Baak, S. Y. (2016). Parenting Self-Efficacy and Parental Involvement: Mediators or Moderators Between Socioeconomic Status and Children's Academic Competence in Japan and Korea? *Research in Human Development*, 13(3), 258–272. <https://doi.org/10.1080/15427609.2016.1194710>
- Holmes, K., Gore, J., Smith, M., & Lloyd, A. (2018). An Integrated Analysis of School Students' Aspirations for STEM Careers: Which Student and School Factors Are Most Predictive? *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(4), 655–675. <https://doi.org/10.1007/s10763-016-9793-z>
- Holtzman, D. J., Quick, H. E., & Keuter, S. (2023). Math for 2s and 3s: The impact of parent-child math activities on parents' beliefs and behaviors and young children's math skill

- development. *Early Childhood Research Quarterly*, 62, 163–174.
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2022.07.015>
- Hornburg, C. B., Borriello, G. A., Kung, M., Lin, J., Litkowski, E., Cosso, J., Ellis, A., King, Y. A., Zippert, E., Cabrera, N. J., Davis-Kean, P., Eason, S. H., Hart, S. A., Iruka, I. U., LeFevre, J.-A., Simms, V., Susperreguy, M. I., Cahoon, A., Chan, W. W. L., Cheung, S. W., Coppola, M., De Smedt, B., Elliott, L., Estévez-Pérez, N., Gallagher-Mitchell, T., Gardner-Neblett, N., Gilmore, C., Leyva, D., Maloney, E. A., Manolitsis, G., Melzi, G., Mutaf-Yildiz, B., Nelson, G., Niklas, F., Pan, Y., Ramani, G. B., Swarchuk, S. L., Sonnenschein, S., Purpura, D. J. (2021). Next directions in measurement of the home mathematics environment: An international and interdisciplinary perspective. *Journal of Numerical Cognition*, 7(2), 195–220.
<https://doi.org/10.5964/jnc.6143>
- Hsieh, T.-Y., & Simpkins, S. D. (2022). Longitudinal associations between parent degree/occupation, parent support, and adolescent motivational beliefs in STEM. *Journal of Adolescence*, 94(5), 728–747. <https://doi.org/10.1002/jad.12059>
- Huang, Q., Zhang, X., Liu, Y., Yang, W., & Song, Z. (2017). The contribution of parent-child numeracy activities to young Chinese children's mathematical ability. *British Journal of Educational Psychology*, 87(3), 328–344. <https://doi.org/10.1111/bjep.12152>
- Hutchison, J. E., Lyons, I. M., & Ansari, D. (2018). More Similar Than Different: Gender Differences in Children's Basic Numerical Skills Are the Exception Not the Rule. *Child Development*, 90(1), e66-e79. <https://doi.org/10.1111/cdev.13044>
- Hwang, S. (2020). Examining the Effect of Students Early Numeracy Activities at Home on Later Mathematics Achievement via Early Numeracy Competencies and Self-Efficacy Beliefs. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 13(1), 47–56. <https://doi.org/10.26822/iejee.2020.172>
- Inglis, M., Attridge, N., Batchelor, S., & Gilmore, C. (2011). Non-verbal number acuity correlates with symbolic mathematics achievement: But only in children. *Psychonomic Bulletin & Review*, 18(6), 1222–1229. <https://doi.org/10.3758/s13423-011-0154-1>
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 106(25), 10382–10385. <https://doi.org/10.1073/pnas.0812142106>
- Jacobs, J. E., Davis-Kean, P., Bleeker, M., Eccles, J. S., & Malanchuk, O. (2005). “I can, but I don’t want to”: The Impact of Parents, Interests, and Activities on Gender Differences in Math. In A. M. Gallagher & J. C. Kaufman (Eds.), *Gender differences in mathematics: An integrative psychological approach*. Cambridge University Press.
- Jonsson, J. O., Di Carlo, M., Brinton, M. C., Grusky, D. B., & Pollak, R. (2009). Microclass mobility: Social reproduction in four countries. *AJS; American Journal of Sociology*, 114(4), 977–1036. <https://doi.org/10.1086/596566>
- Jordan, K. E., & Brannon, E. M. (2006). The multisensory representation of number in infancy. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 103(9), 3486–3489. <https://doi.org/10.1073/pnas.0508107103>
- Jordan, N. C., Glutting, J., Dyson, N., Hassinger-Das, B., & Irwin, C. (2012). Building Kindergarten's Number Sense: A Randomized Controlled Study. *Journal of Educational Psychology*, 104(3), 647–660. <https://doi.org/10.1037/a0029018>
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The Importance of Number Sense to Mathematics Achievement in First and Third Grades. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 82–88. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2009.07.004>

- Jordan, N. C., Kaplan, D., Locuniak, M. N., & Ramineni, C. (2007). Predicting First-Grade Math Achievement from Developmental Number Sense Trajectories. *Learning Disabilities Research & Practice, 22*(1), 36–46. <https://doi.org/10.1111/j.1540-5826.2007.00229.x>
- Jordan, N. C., & Levine, S. C. (2009). Socioeconomic variation, number competence, and mathematics learning difficulties in young children. *Developmental Disabilities Research Reviews, 15*(1), 60–68. <https://doi.org/10.1002/ddrr.46>
- Jugend- und Familienministerkonferenz. (2004). *Gemeinsamer Rahmen der Länder für die frühe Bildung in Kindertageseinrichtungen: (Beschluss der JMK vom 13./14.05.2004 und Beschluss der KMK vom 03./04.06.2004 i. d. F. vom 06.05.2021 (JFMK) und 24.03.2022 (KMK))*. JFMK.
- Kersey, A. J., Braham, E. J., Csumitta, K. D., Libertus, M. E., & Cantlon, J. F. (2018). No intrinsic gender differences in children's earliest numerical abilities. *Npj Science of Learning, 3*(1), 12. <https://doi.org/10.1038/s41539-018-0028-7>
- Khundrakpam, B., Choudhury, S., Vainik, U., Al-Sharif, N., Bhutani, N., Jeon, S., Gold, I., & Evans, A. (2020). Distinct influence of parental occupation on cortical thickness and surface area in children and adolescents: Relation to self-esteem. *Human Brain Mapping, 41*(18), 5097–5113. <https://doi.org/10.1002/hbm.25169>
- Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Research Quarterly, 27*(3), 471–477. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2011.12.004>
- Klein, A., Starkey, P., Clements, D., Sarama, J., & Iyer, R. (2008). Effects of a Pre-Kindergarten Mathematics Intervention: A Randomized Experiment. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 1*(3), 155–178. <https://doi.org/10.1080/19345740802114533>
- Klieme, E., & Hartig, J. (2007). Kompetenzkonzepte in den Sozialwissenschaften und im erziehungswissenschaftlichen Diskurs. In M. Prenzel, I. Gogolin, & H.-H. Krüger (Eds.), *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft - Sonderheft. Kompetenzdiagnostik: Zeitschrift für Erziehungswissenschaft. Sonderheft 8 / 2007* (1st ed., pp. 11–29). VS Verlag für Sozialwissenschaften; Imprint: VS Verlag für Sozialwissenschaften.
- Kluczniok, K., Lehl, S., Kuger, S., & Rosbach, H.-G. (2013). Quality of the home learning environment during preschool age – Domains and contextual conditions. *European Early Childhood Education Research Journal, 21*(3), 420–438. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2013.814356>
- KMK. (2004). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich: (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 15.10.2004, i.d.F. vom 23.06.2022)*. https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2022/2022_06_23-Bista-Primarbereich-Mathe.pdf
- KMK. (2012). *Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Hochschulreife: (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012)*. https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf
- Kobayashi, T., Hiraki, K., & Hasegawa, T. (2005). Auditory-visual intermodal matching of small numerosities in 6-month-old infants. *Developmental Science, 8*(5), 409–419. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2005.00429.x>
- Korat, O., Gitait, A., Bergman Deitcher, D., & Mevarech, Z. (2017). Early literacy programme as support for immigrant children and as transfer to early numeracy. *Early Child Development and Care, 187*(3-4), 672–689. <https://doi.org/10.1080/03004430.2016.1273221>
- Krajewski, K. (2003). *Vorhersage von Rechenschwäche in der Grundschule*. Verlag Dr. Kovač.

- Krajewski, K. (2005). Vorschulische Mengenbewusstheit von Zahlen und ihre Bedeutung für die Früherkennung von Rechenschwäche. In M. Hasselhorn, H. Marx, & W. Schneider (Eds.), *Tests und Trends: N.F., 4. Diagnostik von Mathematikleistungen* (pp. 49–70). Hogrefe.
- Krajewski, K. (2007). Entwicklung und Förderung der vorschulischen Mengen-Zahlen-Kompetenz und ihre Bedeutung für die mathematischen Schulleistungen. In G. Schulte-Körne (Ed.), *Legasthenie und Dyskalkulie: aktuelle Entwicklungen in Wissenschaft, Schule und Gesellschaft* (pp. 325–332). Winkler.
- Krajewski, K. (2018). *Diagnostik mathematischer Kompetenzen im Kindergartenalter (MBK-0)*. Hogrefe.
- Krajewski, K., & Ennemoser, M. (2013). Entwicklung und Diagnostik der Zahl-Größen-Verknüpfung zwischen 3 und 8 Jahren. In M. Hasselhorn, A. Heinze, W. Schneider, & U. Trautwein (Eds.), *Tests und Trends: N.F., Band 11. Diagnostik mathematischer Kompetenzen* (pp. 41–65). Hogrefe.
- Krajewski, K., Grüßing, M., & Peter-Koop, A. (2009). Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen bis zum Beginn der Grundschulzeit. In A. Heinze & M. Grüßing (Eds.), *Mathematiklernen vom Kindergarten bis zum Studium: Kontinuität und Kohärenz als Herausforderung für den Mathematikunterricht* (pp. 17–34). Waxmann.
- Krajewski, K., Nieding, G., & Schneider, W. (2007). *Mengen, zählen, Zahlen: Die Welt der Mathematik entdecken (MZZ)*. Cornelsen.
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009a). Early development of quantity to number-word linkage as a precursor of mathematical school achievement and mathematical difficulties: Findings from a four-year longitudinal study. *Learning and Instruction, 19*(6), 513–526. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2008.10.002>
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2009b). Exploring the impact of phonological awareness, visual-spatial working memory, and preschool quantity-number competencies on mathematics achievement in elementary school: Findings from a 3-year longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology, 103*(4), 516–531. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2009.03.009>
- Krajewski, K., & Schneider, W. (2006). Mathematische Vorläuferfähigkeiten im Vorschulalter und ihre Vorhersagekraft für die Mathematikleistungen bis zum Ende der Grundschulzeit. *Psychologie in Erziehung und Unterricht (53)*, 246–262.
- Krajewski, K.; Schneider, W. & Nieding, G. (2008). Zur Bedeutung von Arbeitsgedächtnis, Intelligenz, phonologischer Bewusstheit und früher Mengen-Zahlen-Kompetenz beim Übergang vom Kindergarten in die Grundschule. *Psychologie in Erziehung und Unterricht, 55*, 118–131.
- Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. (2003). Mathematics Interventions for Children with Special Educational Needs. *Remedial and Special Education, 24*(2), 97–114. <https://doi.org/10.1177/07419325030240020501>
- Kuger, S., Walper, S., & Rauchenbach, T. (Eds.). (2021). *AIDA. Aufwachsen in Deutschland 2019: Alltagswelten von Kindern, Jugendlichen und Familien*. wbv.
- Kwok, F. Y., Bull, R., & Muñoz, D. (2021). Cross- and Within-Domain Associations of Early Reading and Mathematical Skills: Changes Across the Preschool Years. *Frontiers in Psychology, 12*, 710470. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.710470>
- Kyttälä, M., Kanerva, K., & Kroesbergen, E. (2015). Training counting skills and working memory in preschool. *Scandinavian Journal of Psychology, 56*(4), 363–370. <https://doi.org/10.1111/sjop.12221>

- Lawson, K. M., Crouter, A. C., & McHale, S. M. (2015). Links between Family Gender Socialization Experiences in Childhood and Gendered Occupational Attainment in Young Adulthood. *Journal of Vocational Behavior, 90*.
<https://doi.org/10.1016/j.jvb.2015.07.003>
- Lee, H. K., & Choi, A. (2020). Enhancing early numeracy skills with a tablet-based math game intervention: a study in Tanzania. *Educational Technology Research and Development, 68*(6), 3567–3585. <https://doi.org/10.1007/s11423-020-09808-y>
- Lee, J., & Pant, M. D. (2017). Analyses of children's mathematics proficiency from ECLS-K 1998 and 2010 cohorts: Why early mathematics? *Contemporary Issues in Early Childhood, 18*(1), 99–103. <https://doi.org/10.1177/1463949117692281>
- LeFevre, J.-A., Skwarchuk, S.-L., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Kamawar, D., & Bisanz, J. (2009). Home numeracy experiences and children's math performance in the early school years. *Canadian Journal of Behavioural Science / Revue Canadienne Des Sciences Du Comportement, 41*(2), 55–66. <https://doi.org/10.1037/a0014532>
- LeFevre, J.-A., Smith-Chant, B. L., Fast, L., Skwarchuk, S.-L., Sargla, E., Arnup, J. S., Penner-Wilger, M., Bisanz, J., & Kamawar, D. (2006). What counts as knowing? The development of conceptual and procedural knowledge of counting from kindergarten through Grade 2. *Journal of Experimental Child Psychology, 93*(4), 285–303.
<https://doi.org/10.1016/j.jecp.2005.11.002>
- LeFevre, J.-A., Polyzoi, E., Skwarchuk, S.-L., Fast, L., & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of kindergarten children? *International Journal of Early Years Education, 18*(1), 55–70. <https://doi.org/10.1080/09669761003693926>
- Lehrl, S. (2013). Die häusliche Lernumwelt im Vorschulalter - wie Eltern die kindliche Kompetenzentwicklung unterstützen. In G. Faust-Siehl (Ed.), *Einschulung: Ergebnisse aus der Studie „Bildungsprozesse, Kompetenzentwicklung und Selektionsentscheidungen im Vorschul- und Schulalter (BiKS)“* (pp. 51–67). Waxmann.
- Lehrl, S. (2018). *Qualität häuslicher Lernumwelten im Vorschulalter*. Springer Fachmedien Wiesbaden. <https://doi.org/10.1007/978-3-658-20184-5>
- Lehrl, S., Ebert, S., Blaurock, S., Rossbach, H.-G., & Weinert, S. (2020). Long-term and domain-specific relations between the early years home learning environment and students' academic outcomes in secondary school. *School Effectiveness and School Improvement, 31*(1), 102–124. <https://doi.org/10.1080/09243453.2019.1618346>
- Lehrl, S., Linberg, A., Niklas, F., & Kuger, S. (2021). The Home Learning Environment in the Digital Age-Associations Between Self-Reported "Analog" and "Digital" Home Learning Environment and Children's Socio-Emotional and Academic Outcomes. *Frontiers in Psychology, 12*, 592513. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.592513>
- Lewis, M., & Lupyan, G. (2020). Gender stereotypes are reflected in the distributional structure of 25 languages. *Nature Human Behaviour, 4*(10), 1021–1028.
<https://doi.org/10.1038/s41562-020-0918-6>
- Leyva, D., Davis, A., & Skorb, L. (2018). Math Intervention for Latino Parents and Kindergarteners Based on Food Routines. *Journal of Child and Family Studies, 27*(8), 2541–2551. <https://doi.org/10.1007/s10826-018-1085-5>
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Numerical approximation abilities correlate with and predict informal but not formal mathematics abilities. *Journal of Experimental Child Psychology, 116*(4), 829–838. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.08.003>

- Libertus, M. E., Odic, D., Feigenson, L., & Halberda, J. (2020). Effects of Visual Training of Approximate Number Sense on Auditory Number Sense and School Math Ability. *Frontiers in Psychology, 11*, 2085. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.02085>
- Lonnemann, J., Linkersdörfer, J., Hasselhorn, M., & Lindberg, S. (2011). Symbolic and non-symbolic distance effects in children and their connection with arithmetic skills. *Journal of Neurolinguistics, 24*(5), 583–591. <https://doi.org/10.1016/j.jneuroling.2011.02.004>
- Maloney, E. A., Ramirez, G., Gunderson, E. A., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Inter-generational Effects of Parents' Math Anxiety on Children's Math Achievement and Anxiety. *Psychological Science, 26*(9), 1480–1488. <https://doi.org/10.1177/0956797615592630>
- Manolitsis, G., Georgiou, G. K., & Tziraki, N. (2013). Examining the effects of home literacy and numeracy environment on early reading and math acquisition. *Early Childhood Research Quarterly, 28*(4), 692–703. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2013.05.004>
- Melhuish, E., Ereky-Stevens, K., Petrogiannis, K., Ariescu, A., Penderi, E., Rentzou, K., Tawell, A., Slot, P. L., Broekhuizen, M., & Leseman, P. (2015). *A review of research on the effects of Early Childhood Education and Care (ECEC) upon child development*. EU CARE project. https://ecec-care.org/fileadmin/careproject/Publications/reports/new_version_CARE_WP4_D4_1_Review_on_the_effects_of_ECEC.pdf
- Missall, K., Hojnoski, R. L., Caskie, G. I. L., & Repasky, P. (2015). Home Numeracy Environments of Preschoolers: Examining Relations Among Mathematical Activities, Parent Mathematical Beliefs, and Early Mathematical Skills. *Early Education and Development, 26*(3), 356–376. <https://doi.org/10.1080/10409289.2015.968243>
- Missall, K. N., Hojnoski, R. L., & Moreano, G. (2017). Parent–child mathematical interactions: examining self-report and direct observation. *Early Child Development and Care, 187*(12), 1896–1908. <https://doi.org/10.1080/03004430.2016.1193731>
- Mix, K. S., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (1997). Numerical abstraction in infants: Another look. *Developmental Psychology, 33*(3), 423–428. <https://doi.org/10.1037//0012-1649.33.3.423>
- Moore, D., Benenson, J., Reznick, J. S., Peterson, M., & Kagan, J. (1987). Effect of auditory numerical information on infants' looking behavior: Contradictory evidence. *Developmental Psychology, 23*(5), 665–670. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.23.5.665>
- Morgan, P. L., Farkas, G., Hillemeier, M. M., & Maczuga, S. (2016). Who Is at Risk for Persistent Mathematics Difficulties in the United States? *Journal of Learning Disabilities, 49*(3), 305–319. <https://doi.org/10.1177/0022219414553849>
- Moyer-Packenham, P. S., Bullock, E. K., Shumway, J. F., Tucker, S. I., Watts, C. M., Westenskow, A., Anderson-Pence, K. L., Maahs-Fladung, C., Boyer-Thurgood, J., Gulkilik, H., & Jordan, K. (2016). The role of affordances in children's learning performance and efficiency when using virtual manipulative mathematics touch-screen apps. *Mathematics Education Research Journal, 28*(1), 79–105. <https://doi.org/10.1007/s13394-015-0161-z>
- Mutaf-Yıldız, B., Sasanguie, D., Smedt, B. de, & Reynvoet, B. (2018). Frequency of Home Numeracy Activities Is Differentially Related to Basic Number Processing and Calculation Skills in Kindergartners. *Frontiers in Psychology, 9*, 340. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2018.00340>
- Mutaf-Yıldız, B., Sasanguie, D., Smedt, B. de, & Reynvoet, B. (2020). Probing the Relationship Between Home Numeracy and Children's Mathematical Skills: A Systematic Review. *Frontiers in Psychology, 11*, 2074. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2020.02074>

- Muthén, L. K., & Muthén, B. O. (2002). How to Use a Monte Carlo Study to Decide on Sample Size and Determine Power. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 9(4), 599–620. https://doi.org/10.1207/S15328007SEM0904_8
- Muthukrishna, M., & Henrich, J. (2019). A problem in theory. *Nature Human Behaviour*, 3(3), 221–229. <https://doi.org/10.1038/s41562-018-0522-1>
- Napoli, A. R., Korucu, I., Lin, J., Schmitt, S. A., & Purpura, D. J. (2021). Characteristics Related to Parent-Child Literacy and Numeracy Practices in Preschool. *Frontiers in Education*, 6, 54. <https://doi.org/10.3389/educ.2021.535832>
- Napoli, A. R., & Purpura, D. J. (2018). The home literacy and numeracy environment in preschool: Cross-domain relations of parent-child practices and child outcomes. *Journal of Experimental Child Psychology*, 166, 581–603. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2017.10.002>
- Nelson, G., Carter, H., Boedeker, P., Knowles, E., Buckmiller, C., & Eames, J. (2023). A Meta-Analysis and Quality Review of Mathematics Interventions Conducted in Informal Learning Environments with Caregivers and Children. *Review of Educational Research*, 003465432311561. <https://doi.org/10.3102/00346543231156182>
- Nelson, G., & McMaster, K. L. (2019). The effects of early numeracy interventions for students in preschool and early elementary: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, 111(6), 1001–1022. <https://doi.org/10.1037/edu0000334>
- Nguyen, T., Watts, T. W., Duncan, G. J., Clements, D. H., Sarama, J. S., Wolfe, C., & Spitzer, M. E. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550–560. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2016.02.003>
- Niklas, F. (2014). *Mit Würfelspiel und Vorlesebuch: Welchen Einfluss hat die familiäre Lernumwelt auf die kindliche Entwicklung?* *Spektrum-Sachbuch*. Springer-Spektrum. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-54759-1>
- Niklas, F. (2015). Die familiäre Lernumwelt und ihre Bedeutung für die kindliche Kompetenzentwicklung. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 62(2), 106. <https://doi.org/10.2378/peu2015.art11d>
- Niklas, F., Annac, E., & Wirth, A. (2020). App-based learning for kindergarten children at home (Learning4Kids): Study protocol for cohort 1 and the kindergarten assessments. *BMC Pediatrics*, 20(1), 554. <https://doi.org/10.1186/s12887-020-02432-y>
- Niklas, F., Birtwistle, E., Wirth, A., Schiele, T., & Mues, A. (2022). App-based learning for kindergarten children at home (Learning4Kids): Study protocol for cohort 2 and the school assessments. *BMC Pediatrics*, 22(1), 705. <https://doi.org/10.1186/s12887-022-03737-w>
- Niklas, F., Cohrssen, C., Lehrl, S., & Napoli, A. R. (2021). Editorial: Children's Competencies Development in the Home Learning Environment. *Frontiers in Psychology*, 12, 2178. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.706360>
- Niklas, F., Cohrssen, C., & Tayler, C. (2016). Parents supporting learning: a non-intensive intervention supporting literacy and numeracy in the home learning environment. *International Journal of Early Years Education*, 24(2), 121–142. <https://doi.org/10.1080/09669760.2016.1155147>
- Niklas, F., Möllers, K., & Schneider, W. (2013). Die frühe familiäre Lernumwelt als Mediator zwischen strukturellen Herkunftsmerkmalen und der basalen Lesefähigkeit am Ende der ersten Klasse. *Psychologie in Erziehung und Unterricht*, 60(2), 94–111. <https://doi.org/10.2378/peu2013.art08d>

- Niklas, F., & Schneider, W. (2012a). Die Anfänge geschlechtsspezifischer Leistungsunterschiede in mathematischen und schriftsprachlichen Kompetenzen. *Zeitschrift Für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, *44*(3), 123–138. <https://doi.org/10.1026/0049-8637/a000064>
- Niklas, F., & Schneider, W. (2012b). Einfluss von "Home Numeracy Environment" auf die mathematische Kompetenzentwicklung vom Vorschulalter bis Ende des 1. Schuljahres. *Zeitschrift für Familienforschung*, *24*(2), 134–147. https://www.ssoar.info/ssoar/bitstream/document/38469/1/ssoar-zff-2012-2-niklas_et_al-Einfluss_von_Home_Numeracy_Environment.pdf
- Niklas, F., & Schneider, W. (2013). Home Literacy Environment and the beginning of reading and spelling. *Contemporary Educational Psychology*, *38*(1), 40–50. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2012.10.001>
- Niklas, F., & Schneider, W. (2014). Casting the die before the die is cast: the importance of the home numeracy environment for preschool children. *European Journal of Psychology of Education*, *29*(3), 327–345. <https://doi.org/10.1007/s10212-013-0201-6>
- Niklas, F., & Schneider, W. (2017). Home learning environment and development of child competencies from kindergarten until the end of elementary school. *Contemporary Educational Psychology*, *49*(2), 263–274. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2017.03.006>
- Nosek, B. A., Smyth, F. L., Sriram, N., Lindner, N. M., Devos, T., Ayala, A., Bar-Anan, Y., Bergh, R., Cai, H., Gonsalkorale, K., Kesebir, S., Maliszewski, N., Neto, F., Olli, E., Park, J., Schnabel, K., Shiomura, K., Tulbure, B. T., Wiers, R. W., Somogyi, M., Akrami, N., Ekehammar, B., Vianello, M., Banaji, M. R., Greenwald, A. G. (2009). National differences in gender-science stereotypes predict national sex differences in science and math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *106*(26), 10593–10597. <https://doi.org/10.1073/pnas.0809921106>
- Nuraydin, S., Stricker, J., Ugen, S., Martin, R., & Schneider, M. (2023). The number line estimation task is a valid tool for assessing mathematical achievement: A population-level study with 6484 Luxembourgish ninth-graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, *225*, 105521. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2022.105521>
- OECD. (2003). *The PISA 2003 Assessment Framework: Mathematics, reading, science and problem-solving knowledge and skills*. Paris. Organisation for Economic Co-Operation and Development.
- OECD. (2014). *PISA in Focus*. Paris, France. <https://doi.org/10.1787/5jz8mr7kp026-en>
- OECD. (2019). *Where all students can succeed. PISA 2018 results: volume 2*. OECD. <https://doi.org/10.1787/b5fd1b8f-en>
- Oelkers, J., & Reusser, K. (2008). *Qualität entwickeln, Standards sichern, mit Differenzen umgehen*. https://www.researchgate.net/publication/281216137_Qualitat_entwickeln_-_Standards_sichern_-_mit_Differenz_umgehen
- Omolade, A., Kassim, A., & Modupe, S. (2014). Relative Effects of Parents' Occupation, Qualification and Academic Motivation of Wards on Students' Achievement in Senior Secondary School Mathematics in Ogun State. *Journal of Education and Practice*, *5*(22), 99–105. <https://www.iiste.org/Journals/index.php/JEP/article/view/14547>
- Oppermann, E., Cohen, F., Wolf, K., Burghardt, L., & Anders, Y. (2021). Changes in Parents' Home Learning Activities with their Children During the COVID-19 Lockdown - The Role of Parental Stress, Parents' Self-Efficacy and Social Support. *Frontiers in Psychology*, *12*, 682540. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.682540>

- Outhwaite, L. A., Faulder, M., Gulliford, A., & Pitchford, N. J. (2019). Raising Early Achievement in Math with Interactive Apps: A Randomized Control Trial. *Journal of Educational Psychology, 111*(2), 284–298. <https://doi.org/10.1037/edu0000286>
- Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2018). The effectiveness of computer and tablet assisted intervention in early childhood students' understanding of numbers. An empirical study conducted in Greece. *Education and Information Technologies, 23*(5), 1849–1871. <https://doi.org/10.1007/s10639-018-9693-7>
- Papadakis, S., Kalogiannakis, M., & Zaranis, N. (2021). Teaching mathematics with mobile devices and the Realistic Mathematical Education (RME) approach in kindergarten. *Advances in Mobile Learning Educational Research, 1*(1), 5–18. <https://doi.org/10.25082/AMLER.2021.01.002>
- Papadakis, S., Vaiopoulou, J., Kalogiannakis, M., & Stamovlasis, D. (2020). Developing and Exploring an Evaluation Tool for Educational Apps (E.T.E.A.) Targeting Kindergarten Children. *Sustainability, 12*(10), 4201. <https://doi.org/10.3390/su12104201>
- Passolunghi, M., & Lanfranchi, S. (2012). Domain-specific and domain-general precursors of mathematical achievement: A longitudinal study from kindergarten to first grade. *British Journal of Educational Psychology, 82*(1), 42–63. <https://doi.org/10.1111/j.2044-8279.2011.02039.x>
- Passolunghi, M. C., Mammarella, I. C., & Altoe, G. (2008). Cognitive abilities as precursors of the early acquisition of mathematical skills during first through second grades. *Developmental Neuropsychology, 33*(3), 229–250. <https://doi.org/10.1080/87565640801982320>
- Passolunghi, M. C., Cargnelutti, E., & Pastore, M. (2014). The contribution of general cognitive abilities and approximate number system to early mathematics. *The British Journal of Educational Psychology, 84*(Pt 4), 631–649. <https://doi.org/10.1111/bjep.12054>
- Passolunghi, M. C., Lanfranchi, S., Altoè, G., & Sollazzo, N. (2015). Early numerical abilities and cognitive skills in kindergarten children. *Journal of Experimental Child Psychology, 135*, 25–42. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2015.02.001>
- Peacock-Chambers, E., Martin, J. T., Necastro, K. A., Cabral, H. J., & Bair-Merritt, M. (2017). The Influence of Parental Self-Efficacy and Perceived Control on the Home Learning Environment of Young Children. *Academic Pediatrics, 17*(2), 176–183. <https://doi.org/10.1016/j.acap.2016.10.010>
- Peng, P., & Lin, X. (2019). The relation between mathematics vocabulary and mathematics performance among fourth graders. *Learning and Individual Differences, 69*, 11–21. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2018.11.006>
- Peng, P., Wang, T., Wang, C., & Lin, X. (2019). A meta-analysis on the relation between fluid intelligence and reading/mathematics: Effects of tasks, age, and social economics status. *Psychological Bulletin, 145*(2), 189–236. <https://doi.org/10.1037/bul0000182>
- Phillipson, S., & McFarland, L. (2016). Australian Parenting and Adolescent Boys' and Girls' Academic Performance and Mastery: The Mediating Effect of Perceptions of Parenting and Sense of School Membership. *Journal of Child and Family Studies, 25*(6), 2021–2033. <https://doi.org/10.1007/s10826-016-0364-2>
- Piaget, J. (1967). *Psychologie der Intelligenz*. Rascher.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *Die Entwicklung der physikalischen Mengenbegriffe beim Kinde*. Klett.
- Piaget, J., & Szeminska, A. (1972). *Die Entwicklung des Zahlbegriffs beim Kinde*. Klett.

- Pitchford, N. J. (2015). Development of early mathematical skills with a tablet intervention: A randomized control trial in Malawi. *Frontiers in Psychology, 6*, 485. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2015.00485>
- Plasman, J., Gottfried, M., Williams, D., Ippolito, M., & Owens, A. (2021). Parents' Occupations and Students' Success in STEM Fields: A Systematic Review and Narrative Synthesis. *Adolescent Research Review, 6*(1), 33–44. <https://doi.org/10.1007/s40894-020-00136-z>
- Prokupek, L., Cohen, F., Oppermann, E., & Anders, Y. (2023). Families with young children during the COVID-19 pandemic-The importance of family type, perceived partnership roles, parental stress, and social support for changes in the home learning environment during lockdown. *Frontiers in Psychology, 14*, 1119950. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1119950>
- Purpura, D. J., Hume, L. E., Sims, D. M., & Lonigan, C. J. (2011). Early literacy and early numeracy: The value of including early literacy skills in the prediction of numeracy development. *Journal of Experimental Child Psychology, 110*(4), 647–658. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2011.07.004>
- Purpura, D. J., & Lonigan, C. J. (2013). Informal Numeracy Skills. *American Educational Research Journal, 50*(1), 178–209. <https://doi.org/10.3102/0002831212465332>
- Purpura, D. J., Napoli, A. R., Wehrspann, E. A., & Gold, Z. S. (2017). Causal Connections Between Mathematical Language and Mathematical Knowledge: A Dialogic Reading Intervention. *Journal of Research on Educational Effectiveness, 10*(1), 116–137. <https://doi.org/10.1080/19345747.2016.1204639>
- Purpura, D. J., & Reid, E. E. (2016). Mathematics and language: Individual and group differences in mathematical language skills in young children. *Early Childhood Research Quarterly, 36*, 259–268. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2015.12.020>
- Raghubar, K. P., & Barnes, M. A. (2017). Early numeracy skills in preschool-aged children: A review of neurocognitive findings and implications for assessment and intervention. *The Clinical Neuropsychologist, 31*(2), 329–351. <https://doi.org/10.1080/13854046.2016.1259387>
- Ramani, G. B., & Scalise, N. R. (2020). It's more than just fun and games: Play-based mathematics activities for Head Start families. *Early Childhood Research Quarterly, 50*, 78–89. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.011>
- Ramani, G. B., & Siegler, R. S. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income children's numerical knowledge through playing number board games. *Child Development, 79*(2), 375–394. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2007.01131.x>
- Reardon, S. F., & Portilla, X. A. (2016). Recent Trends in Income, Racial, and Ethnic School Readiness Gaps at Kindergarten Entry. *AERA Open, 2*(3), 1-18. <https://doi.org/10.1177/2332858416657343>
- Resnick, L. B. (1983). A Developmental Theory of Number Understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109–151). Academic Press, Inc.
- Resnick, L. B. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist, 44*(2), 162–169. <https://doi.org/10.1037/0003-066X.44.2.162>
- Reyna, V. F., & Brainerd, C. J. (2007). The importance of mathematics in health and human judgment: Numeracy, risk communication, and medical decision making. *Learning and Individual Differences, 17*(2), 147–159. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2007.03.010>

- Ribner, A., Silver, A. M., Elliott, L., & Libertus, M. E. (2023). Exploring effects of an early math intervention: The importance of parent-child interaction. *Child Development, 94*(2), 395–410. <https://doi.org/10.1111/cdev.13867>
- Ricken, G., Fritz, A., & Balzer, L. (2011). Mathematik und Rechnen - Test zur Erfassung von Konzepten im Vorschulalter (MARKO-D). Ein Beispiel für einen niveaurorientierten Ansatz. *Empirische Sonderpädagogik, 3*. <https://doi.org/10.25656/01:9327> Empirische Sonderpädagogik 3 (2011) 3, S. 256-271).
- Rodriguez, E. T., & Tamis-LeMonda, C. S. (2011). Trajectories of the home learning environment across the first 5 years: Associations with children's vocabulary and literacy skills at prekindergarten. *Child Development, 82*(4), 1058–1075. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8624.2011.01614.x>
- Ryoo, J. H., Molfese, V. J., Brown, E. T., Karp, K. S., Welch, G. W., & Bovaird, J. A. (2015). Examining factor structures on the Test of Early Mathematics Ability — 3: A longitudinal approach. *Learning and Individual Differences, 41*, 21–29. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2015.06.003>
- Saracho, O. N. (2017). Literacy in the twenty-first century: children, families and policy. *Early Child Development and Care, 187*(3-4), 630–643. <https://doi.org/10.1080/03004430.2016.1261513>
- Saracho, O. N., & Spodek, B. (2008). Fathers: the 'invisible' parents. *Early Child Development and Care, 178*(7-8), 821–836. <https://doi.org/10.1080/03004430802352244>
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early Childhood Mathematics Education Research: Learning Trajectories for Young Children*. Routledge.
- Saxe, G. B., Guberman, S. R., Gearhart, M., Gelman, R., Massey, C. M., & Rogoff, B. (1987). Social Processes in Early Number Development. *Monographs of the Society for Research in Child Development, 52*(2), i. <https://doi.org/10.2307/1166071>
- Schacter, J., & Jo, B. (2017). Improving preschoolers' mathematics achievement with tablets: a randomized controlled trial. *Mathematics Education Research Journal, 29*(3), 313–327. <https://doi.org/10.1007/s13394-017-0203-9>
- Schaeffer, M. W., Rozek, C. S., Berkowitz, T., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2018). Disassociating the relation between parents' math anxiety and children's math achievement: Long-term effects of a math app intervention. *Journal of Experimental Psychology. General, 147*(12), 1782–1790. <https://doi.org/10.1037/xge0000490>
- Schneider, M., Beeres, K., Coban, L., Merz, S., Susan Schmidt, S., Stricker, J., & Smedt, B. de (2017). Associations of non-symbolic and symbolic numerical magnitude processing with mathematical competence: A meta-analysis. *Developmental Science, 20*(3). <https://doi.org/10.1111/desc.12372>
- Schneider, M., Grabner, R. H., & Paetsch, J. (2009). Mental number line, number line estimation, and mathematical achievement: Their interrelations in grades 5 and 6. *Journal of Educational Psychology, 101*(2), 359–372. <https://doi.org/10.1037/a0013840>
- Schneider, M., Merz, S., Stricker, J., Smedt, B. de, Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Luwel, K. (2018). Associations of Number Line Estimation with Mathematical Competence: A Meta-analysis. *Child Development, 89*(5), 1467–1484. <https://doi.org/10.1111/cdev.13068>
- Schneider, W., Küspert, P., & Krajewski, K. (2021). *Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen* (3., aktualisierte und erweiterte Auflage). UTB: Vol. 3899. utb GmbH. <https://doi.org/10.36198/9783838557472>

- Schneider, W., & Lindenberger, U. (Eds.). (2012). *Entwicklungspsychologie* (7., vollständig überarbeitete Auflage). Beltz. <http://www.socialnet.de/rezensionen/isbn.php?isbn=978-3-621-27768-6>
- Schneider, W., & Näslund, J. C. (1999). The impact of early phonological processing skills on reading and spelling in school: Evidence from the Munich Longitudinal Study. In F. E. Weinert & W. Schneider (Eds.), *Individual development from 3 to 12: Findings from the Munich Longitudinal Study* (pp. 126–147). Cambridge University Press.
- Schneider, W., Niklas, F., & Schmedeler, S. (2014). Intellectual development from early childhood to early adulthood: The impact of early IQ differences on stability and change over time. *Learning and Individual Differences, 32*, 156–162. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2014.02.001>
- Seitz, M., & Weinert, S. (2022). Numeracy skills in young children as predictors of mathematical competence. *The British Journal of Developmental Psychology, 40*(2), 224–241. <https://doi.org/10.1111/bjdp.12408>
- Semmelmann, K., Nordt, M., Sommer, K., Röhnke, R., Mount, L., Prüfer, H., Terwiel, S., Meissner, T. W., Koldewyn, K., & Weigelt, S. (2016). U Can Touch This: How Tablets Can Be Used to Study Cognitive Development. *Frontiers in Psychology, 7*, 1021. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2016.01021>
- Sénéchal, M., & LeFevre, J.-A. (2002). Parental involvement in the development of children's reading skill: A five-year longitudinal study. *Child Development, 73*(2), 445–460. <https://doi.org/10.1111/1467-8624.00417>
- Sénéchal, M., LeFevre, J.-A., Hudson, E., & Lawson, E. P. (1996). Knowledge of storybooks as a predictor of young children's vocabulary. *Journal of Educational Psychology, 88*(3), 520–536. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.88.3.520>
- Sénéchal, M., & Young, L. (2008). The Effect of Family Literacy Interventions on Children's Acquisition of Reading from Kindergarten to Grade 3: A Meta-Analytic Review. *Review of Educational Research, 78*(4), 880–907. <https://doi.org/10.3102/0034654308320319>
- Shoraka, M., Arnold, R., Kim, E. S., Salinitri, G., & Kromrey, J. (2015). Parental Characteristics and the Achievement Gap in Mathematics: Hierarchical Linear Modeling Analysis of Longitudinal Study of American Youth (LSAY). *Alberta Journal of Educational Research, 61*(3), 280–293. <http://jmss.org/index.php/ajer/article/view/56065>
- Silinskas, G., Di Lonardo, S., Douglas, H., Xu, C., LeFevre, J.-A., Garckija, R., Gabrielaviciute, I., & Raiziene, S. (2020). Responsive home numeracy as children progress from kindergarten through Grade 1. *Early Childhood Research Quarterly, 53*(2), 484–495. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.06.003>
- Silver, A. M., Chen, Y., Smith, D. K., Tamis-LeMonda, C. S., Cabrera, N., & Libertus, M. E. (2023). Mothers' and fathers' engagement in math activities with their toddler sons and daughters: The moderating role of parental math beliefs. *Frontiers in Psychology, 14*, Article 1124056. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2023.1124056>
- Silver, A. M., Elliott, L., Imbeah, A., & Libertus, M. E. (2020). Understanding the unique contributions of home numeracy, inhibitory control, the approximate number system, and spontaneous focusing on number for children's math abilities. *Mathematical Thinking & Learning, 22*(4), 296–311. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1818469>
- Silver, A. M., Elliott, L., & Libertus, M. E. (2021). When beliefs matter most: Examining children's math achievement in the context of parental math anxiety. *Journal of Experimental Child Psychology, 201*, 104992.

- Simpkins, S. D., Fredricks, J. A., & Eccles, J. S. (2015). The role of parents in the ontogeny of achievement-related motivation and behavioral choices. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 80(2). <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2020.104992>
- Skwarchuk, S.-L. (2009). How Do Parents Support Preschoolers' Numeracy Learning Experiences at Home? *Early Childhood Education Journal*, 37(3), 189–197. <https://doi.org/10.1007/s10643-009-0340-1>
- Skwarchuk, S.-L., Sowinski, C., & LeFevre, J.-A. (2014). Formal and informal home learning activities in relation to children's early numeracy and literacy skills: The development of a home numeracy model. *Journal of Experimental Child Psychology*, 121, 63–84. <https://doi.org/10.1016/j.jecp.2013.11.006>
- Sonnenschein, S., Galindo, C., Metzger, S. R., Thompson, J. A., Huang, H. C., & Lewis, H. (2012). Parents' Beliefs about Children's Math Development and Children's Participation in Math Activities. *Child Development Research*, 2012, 1–13. <https://doi.org/10.1155/2012/851657>
- Sonnenschein, S., Metzger, S. R., & Thompson, J. A. (2016). Low-Income Parents' Socialization of Their Preschoolers' Early Reading and Math Skills. *Research in Human Development*, 13(3), 207–224. <https://doi.org/10.1080/15427609.2016.1194707>
- Sonnenschein, S., Stites, M., & Dowling, R. (2021). Learning at home: What preschool children's parents do and what they want to learn from their children's teachers. *Journal of Early Childhood Research*, 19(3), 309–322. <https://doi.org/10.1177/1476718X20971321>
- Sonnenschein, S., Thompson, J. A., Metzger, S. R., & Baker, L. (2013). Relations between Preschool Teachers' Language and Gains in Low Income English Language Learners' and English Speakers' Vocabulary, Early Literacy and Math Skills. *Dialog*, 16(4), 64–87.
- Spelke, E. S., & Kinzler, K. D. (2007). Core knowledge. *Developmental Science*, 10(1), 89–96. <https://doi.org/10.1111/j.1467-7687.2007.00569.x>
- Spieß, K. C. (2013). Bildungsökonomische Perspektiven frühkindlicher Bildungsforschung. In M. Stamm & D. Edelmann (Eds.), *Handbuch frühkindliche Bildungsforschung* (pp. 121–130). Springer VS.
- Starkey, P., & Cooper, R. G. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science (New York, N.Y.)*, 210(4473), 1033–1035. <https://doi.org/10.1126/science.7434014>
- Starkey, P., & Klein, A. (2000). Fostering Parental Support for Children's Mathematical Development: An Intervention with Head Start Families. *Early Education and Development*, 11(5), 659–680. https://doi.org/10.1207/s15566935eed1105_7
- Starkey, P., Klein, A., Clarke, B., Baker, S., & Thomas, J. (2022). Effects of early mathematics intervention for low-SES pre-kindergarten and kindergarten students: a replication study. *Educational Research and Evaluation*, 27(1-2), 61–82. <https://doi.org/10.1080/13803611.2021.2022316>
- Starkey, P., Klein, A., & Wakeley, A. (2004). Enhancing young children's mathematical knowledge through a pre-kindergarten mathematics intervention. *Early Childhood Research Quarterly*, 19(1), 99–120. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2004.01.002>
- Stern, E. (1997). Erwerb mathematischer Kompetenzen: Ergebnisse aus dem SCHOLASTIK-Projekt. In F. E. Weinert & A. Helmke (Eds.), *Entwicklung im Grundschulalter* (pp. 157–170). Beltz Psychologie-Verl.-Union.

- Sterner, G., Wolff, U., & Helenius, O. (2020). Reasoning about Representations: Effects of an Early Math Intervention. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 64(5), 782–800. <https://doi.org/10.1080/00313831.2019.1600579>
- Stevens, R., Bransford, J., & Stevens, A. (2005). *The LIFE Center's Lifelong and Lifewide Diagram*. <http://life-slc.org/about/citationdetails.html>
- Susperreguy, M. I., Di Lonardo Burr, S., Xu, C., Douglas, H., & LeFevre, J.-A. (2020). Children's Home Numeracy Environment Predicts Growth of their Early Mathematical Skills in Kindergarten. *Child Development*, 91(5), 1663–1680. <https://doi.org/10.1111/cdev.13353>
- Susperreguy, M. I., Douglas, H., Xu, C., Molina-Rojas, N., & LeFevre, J.-A. (2020). Expanding the Home Numeracy Model to Chilean children: Relations among parental expectations, attitudes, activities, and children's mathematical outcomes. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 16–28. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.06.010>
- Susperreguy, M. I., Jiménez Lira, C., Xu, C., LeFevre, J.-A., Blanco Vega, H., Benavides Pando, E. V., & Ornelas Contreras, M. (2021). Home Learning Environments of Children in Mexico in Relation to Socioeconomic Status. *Frontiers in Psychology*, 12, 626159. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2021.626159>
- Tatto, M. T., Schwille, J., Senk, S. L., Ingvarson, L., Rowley, G., Peck, R., Bankov, K., Rodriguez, M., & Reckase, M. (2012). *Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics in 17 countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. IEA.
- Thaning, M. (2021). Resource specificity in intergenerational inequality: The case of education, occupation, and income. *Research in Social Stratification and Mobility*, 75, 100644. <https://doi.org/10.1016/j.rssm.2021.100644>
- Thippana, J., Elliott, L., Gehman, S., Libertus, K., & Libertus, M. E. (2020). Parents' use of number talk with young children: Comparing methods, family factors, activity contexts, and relations to math skills. *Early Childhood Research Quarterly*, 53, 249–259. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2020.05.002>
- Thomson, D., Casey, B. M., Lombardi, C. M., & Nguyen, H. N. (2020). Quality of fathers' spatial concept support during block building predicts their daughters' early math skills – but not their sons'. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 51–64. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.008>
- Tietze, W., & Meischner, T. (Eds.). (1998). *Wie gut sind unsere Kindergärten? Eine Untersuchung zur pädagogischen Qualität in deutschen Kindergärten*. Luchterhand; Beltz.
- Tilbrook, N., & Shifrer, D. (2022). Field-specific cultural capital and persistence in college majors. *Social Science Research*, 103, 102654. <https://doi.org/10.1016/j.ssresearch.2021.102654>
- Tomasetto, C., LeFevre, J.-A., Passolunghi, M. C., Vita, C. de, Guardabassi, V., Brunelli, A., Ciotti, F., & Biasini, G. (2022). With a little help from our pediatrician: An intervention to promote mathematics-related home activities through regular well-child visits. *Frontiers in Psychology*, 13, 1051822. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.1051822>
- Tomasetto, C., Mirisola, A., Galdi, S., & Cadinu, M. (2015). Parents' math–gender stereotypes, children's self-perception of ability, and children's appraisal of parents' evaluations in 6-year-olds. *Contemporary Educational Psychology*, 42(3), 186–198. <https://doi.org/10.1016/j.cedpsych.2015.06.007>

- Ufer, S., & Bochnik, K. (2020). The Role of General and Subject-specific Language Skills when Learning Mathematics in Elementary School. *Journal Für Mathematik-Didaktik*, 41(1), 81–117. <https://doi.org/10.1007/s13138-020-00160-5>
- Ulferts, H. (2020). Why parenting matters for children in the 21st century: An evidence-based framework for understanding parenting and its impact on child development. *OECD Education Working Papers*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1787/129a1a59-en>
- Uscianowski, C., Almeda, M. V., & Ginsburg, H. P. (2020). Differences in the complexity of math and literacy questions parents pose during storybook reading. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 40–50. <https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.003>
- Van Steensel, R., McElvany, N., Kurvers, J., & Herppich, S. (2011). How Effective Are Family Literacy Programs? *Review of Educational Research*, 81(1), 69–96. <https://doi.org/10.3102/0034654310388819>
- Van Voorhis, F. L., Maier, M. F., Epstein, J. L., & Lloyd, C. M. (2013). The Impact of Family Involvement on the Education of Children Ages 3 to 8: A Focus on Literacy and Math Achievement Outcomes and Social-Emotional Skills. *MDRC*. <https://eric.ed.gov/?id=ed545474>
- Vandermaas-Peeler, M., Massey, K., & Kendall, A. (2016). Parent Guidance of Young Children's Scientific and Mathematical Reasoning in a Science Museum. *Early Childhood Education Journal*, 44(3), 217–224. <https://doi.org/10.1007/s10643-015-0714-5>
- Vasilyeva, M., Laski, E., Veraksa, A., Weber, L., & Bukhalenkova, D. (2018). Distinct Pathways from Parental Beliefs and Practices to Children's Numeric Skills. *Journal of Cognition and Development*, 19(4), 345–366. <https://doi.org/10.1080/15248372.2018.1483371>
- Vygotsky, L. S. (1971). *Denken und Sprechen* (3rd ed.). S. Fischer Verlag.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society*. Harvard University Press.
- Weinert, F. E. (Ed.). (2014). *Leistungsmessungen in Schulen* (3., aktualisierte Auflage, Ciando library). Beltz. http://ebooks.ciando.com/book/index.cfm/bok_id/1245488
- White, K. R. (1982). The relation between socioeconomic status and academic achievement. *Psychological Bulletin*, 91(3), 461–481. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.91.3.461>
- Wigfield, A., Eccles, J. S., Schiefele, U., Roeser, R., & Davis-Kean, P. (2006). Development of achievement motivation. In N. Eisenberg (Ed.), *Handbook of child psychology: Social, emotional, and personality development*. (6th ed.). Wiley.
- Winkworth, G., McArthur, M., Layton, M., Thomson, L., & Wilson, F. (2010). Opportunities Lost—Why Some Parents of Young Children Are Not Well-Connected to the Service Systems Designed to Assist Them. *Australian Social Work*, 63(4), 431–444. <https://doi.org/10.1080/0312407X.2010.508170>
- Wirth, A., Birtwistle, E., Mues, A., & Niklas, F. (2022). *Kinder spielerisch auf die Schule vorbereiten: Fähigkeitsentwicklung und Förderung im Vorschulalter* (1. Auflage). Hogrefe. <https://doi.org/10.1024/86198-000>
- Wirth, A., Stadler, M., Birtwistle, E., & Niklas, F. (2022). New directions in the conceptualization and operationalization of the home learning environment. *Journal of Educational Psychology*. Advance online publication. <https://doi.org/10.1037/edu0000749>
- Wynn, K. (1996). Infants' Individuation and Enumeration of Actions. *Psychological Science*, 7(3), 164–169. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9280.1996.tb00350.x>

- Xu, F., & Arriaga, R. I. (2007). Number discrimination in 10-month-old infants. *British Journal of Developmental Psychology*, 25(1), 103–108.
<https://doi.org/10.1348/026151005X90704>
- Zhang, Y., An, N., Chen, J., Zhou, X., & Cui, Z. (2022). Numerosity sense correlates with fluent mathematical abilities. *Acta Psychologica*, 228, 103655.
<https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2022.103655>
- Zimmermann, L., Foster, L., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2019). Spatial Thinking and STEM: How Playing with Blocks Supports Early Math. *American Educator*, 42(4), 22–27. <https://eric.ed.gov/?id=EJ1200228>
- Zippert, E. L., Daubert, E. N., Scalise, N. R., Noreen, G. D., & Ramani, G. B. (2019). "Tap space number three": Promoting math talk during parent-child tablet play. *Developmental Psychology*, 55(8), 1605–1614. <https://doi.org/10.1037/dev0000769>
- Zippert, E. L., & Ramani, G. B. (2017). Parents' Estimations of Preschoolers' Number Skills Relate to at-Home Number-Related Activity Engagement. *Infant and Child Development*, 26(2), e1968. <https://doi.org/10.1002/icd.1968>
- Zippert, E. L., & Rittle-Johnson, B. (2020). The home math environment: More than numeracy. *Early Childhood Research Quarterly*, 50, 4–15.
<https://doi.org/10.1016/j.ecresq.2018.07.009>
- Zucker, T. A., Montroy, J., Master, A., Assel, M., McCallum, C., & Yeomans-Maldonado, G. (2021). Expectancy-value theory & preschool parental involvement in informal STEM learning. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 76, 101320.
<https://doi.org/10.1016/j.appdev.2021.101320>

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 Modell der familiären Lernumwelt im Zusammenhang mit strukturellen Hintergrundvariablen, Vorläuferkompetenzen und schulischen Kompetenzen nach Niklas (2015) (Niklas, 2015, S.109).....	11
Abbildung 2 Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung (Krajewski & Ennemoser, 2013, S. 43)	21
Abbildung 3 Modell der mathematischen Lernumwelt im Zusammenhang mit den mathematischen Kompetenzen in der frühen Kindheit (Niklas, 2014, S.75).....	36
Abbildung 4 Zwei-Kohorten-Design und Zeitplan der „Learning4Kids“-Studie (Niklas et al., 2022, S.3)	55
Abbildung 5 Verändertes mathematisches Zwei-Kohorten-Design und Zeitplan der „Learning4Kids“-Studie (in Anlehnung an Niklas et al., 2022)	56
Abbildung 6 Integrativer Orientierungsrahmen der Entwicklung früher mathematischer Kompetenzen im Kindesalter und ihrer Einflussfaktoren	175

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1 Entwicklungsschritte frühkindlicher mathematischer Kompetenzen (Butterworth, 2005, S.12, eigene Übersetzung).....	12
Tabelle 2 Leitideen zu inhalts- bzw. prozessbezogenen mathematischen Kompetenzen im Elementarbereich in Anlehnung an die Bildungsstandards der KMK für den Primarbereich (KMK, 2004, S. 6).....	14

Abkürzungsverzeichnis

ANS	Approximate Number System
HLE	Home Learning Environment
HME	Home Mathematics Environment
HNE	Home Numeracy Environment
IAT	Implicit Association Test
KMK	Kultusministerkonferenz
Lern-Apps	Lern-Applikationen
LMU	Ludwig-Maximilians-Universität München
MARKO-D	Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Diagnose
MARKO-S	Mathematik und Rechenkonzepte im Vorschulalter – Screening
MBK-0	MBK 0. Test mathematischer Basiskompetenzen im Kindergartenalter
MBK-1+	MBK-1+. Testverfahren zur Erfassung mathematischer Basiskompetenzen am Ende der Grundschule, in der Sekundarstufe I und II sowie im Studium
MGCFA	Multiple-Group Confirmatory Factor Analysis
MGSEM	Multiple-Group Structural Equation Model
MINT	Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften und Technik
MuPDF-App	PDF-Reader der „Learning4Kids“-Studie
OECD	Organisation for Economic, Co-operation and Development
PISA	Programme for international Student Assessment
PSA	Phone Study App
SEM	Structural Equation Model
SÖS	Sozioökonomischer Status
STEM	Science, Technology, Engineering and Mathematics
WVT	Würzburger Vorschultest: Erfassung von schriftsprachlichen und mathematischen (Vorläufer-)Fähigkeiten und sprachlichen Kompetenzen im letzten Kindergartenjahr
ZGV- Modell	Entwicklungsmodell der Zahl-Größen-Verknüpfung