

Quantenoptik mit gespeicherten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Matthias Keller
aus Weingarten

München, den 15.04.2004

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Walther
 2. Gutachter: Prof. Dr. D. Habs
- Tag der mündlichen Prüfung: 08.07.2004

Nicole und Viktoria

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit war es $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen an einen optischen Resonator zu koppeln, um auf diese Weise Resonator-QED-Experimente, mit einer konstanten und deterministischen Kopplung durchzuführen. Als wichtigstes Ergebnis ist es erstmals gelungen, im kontinuierlichen Betrieb kontrollierte Lichtpulse zu erzeugen, die genau ein Photon enthalten.

Zunächst war es unerlässlich, ein bestehendes Experiment weiter zu entwickeln, so wie wichtige Eigenschaften des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions zu vermessen. Dazu wurde die bisherige Falle durch eine verbesserte Ionenfalle ersetzt. Diese wurde charakterisiert, wobei insbesondere eine verbesserte Mikrobewegungskompensation nachgewiesen wurde.

Zur Durchführung der hier vorgestellten Experimente, wurde das bestehende Lasersystem weiterentwickelt und ein zusätzliches System aufgebaut. Zudem wurde der optische Resonator und dessen Stabilisierung den Anforderungen der Resonator-QED-Experimente angepasst.

Um Aufladungen dielektrischer Materialien in der Fallenumgebung zu vermeiden, wurde die Photoionisation von Kalziumatomen implementiert und die Abhängigkeit der Ladeeffizienz von den Laserparametern bestimmt. Da aufgrund der reichhaltigen Niveaustuktur von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen eine Vielzahl von Effekten auftreten, wurden die spektroskopischen Eigenschaften von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen detailliert vermessen. Dazu gehört neben den Anregungsspektren die Messung der Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus und die genaue Untersuchung des Hanle-Effekts zur Magnetfeld-Kompensation. Im Rahmen dieser Arbeit wurde zudem die $g^{(2)}$ -Funktion der Fluoreszenz des Ions studiert. Auch die Ergebnisse dieser Messung spiegeln die komplexe Niveau-Struktur des Ions wieder.

Da die Lokalisierung der Ionen in der Falle von großer Bedeutung ist und diese nur durch Laserkühlung der Ionen in der Falle optimiert werden kann, wurde das Verhalten von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen bei Dopplerkühlung genauer untersucht. Neben dem Kühlen der Ionen ist auch die Mikrobewegung des Ions in der Falle für dessen Lokalisierung von essenziellem Interesse. Kombiniert man einen optischen Resonator mit einer Ionenfalle, so treten aufgrund der Verzerrung des Fallenfeldes Wechselwirkungen zwischen den Spiegeln und den Ionen auf, die zu Mikrobewegung führen. Dieser Effekt wurde vermessen und mit Simulationen des Fallenfeldes verglichen.

Um die relative Lage des Ions zur Resonatormode zu bestimmen, wurde ein einzelnes $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion als nanometrische Probe für das Resonatorfeld verwendet. Die bisher vorliegenden Daten dieses Experiments wurden im Rahmen dieser Arbeit erweitert und Effekte der Anregung auf die gemessene Fluoreszenzverteilung untersucht.

Die genannten Messungen und Entwicklungen ermöglichten es letztendlich,

Resonator-QED-Effekte nachzuweisen. In dieser Arbeit wurde die stimulierte Emission mehrerer und eines einzelnen Ions in die Resonatormode beobachtet. Desweiteren konnte der Einfluss des Resonators auf die Lebensdauer des $P_{1/2}$ - Niveau demonstriert werden.

Auf der mit diesem Experiment geschaffenen Basis ist es gelungen, eine besonders interessante Vorhersage der Resonator-QED zu realisieren, die kontrollierte Erzeugung einzelner Photonen im Dauerbetrieb. Dabei konnte eine Einzel-Photonenemissions-Wahrscheinlichkeit pro Pumpimpuls von 8 % erreicht werden. Diese neuartige Lichtquelle wurde im Rahmen dieser Arbeit sowohl theoretisch als auch experimentell intensiv untersucht. Die statistischen Eigenschaften der emittierten Photonen wurden gemessen, und die Erzeugung verschiedener zeitlicher Pulsprofile konnte demonstriert werden.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1 Speicherung von Ionen in Fallen	5
1.1 Die lineare Paulfalle	5
1.2 Nicht ideale lineare Paulfalle	8
1.3 Ionenfalle für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen	12
2 Experimenteller Aufbau	21
2.1 Vakuumsystem	21
2.2 Ionennachweis	24
2.3 Lasersystem I	26
2.4 Resonatoraufbau	30
2.5 Lasersystem II	33
2.6 Stabilisierung des Experimental-Resonators	42
3 Ionenpräparation	47
3.1 Erzeugung von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in der Ionenfalle	47
3.2 Ionentransfer in den Resonator	52
3.3 Präparation der Ionenzahl	53
3.4 Kompensation der Mikrobewegung	56
4 Spektroskopische Eigenschaften von $^{40}\text{Ca}^+$-Ionen	65
4.1 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen als Λ -System	66
4.2 Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus	74
4.3 Zeeman-Substruktur von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen	80
4.4 Dunkelzustände und Hanle-Effekt	82
4.5 Magnetfeldkompensation	86
5 Intensitätskorrelations-Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$-Ionen	89
5.1 Die Intensitätskorrelations-Funktion	89
5.2 Messung der $g^{(2)}$ -Funktion	92
5.3 $g^{(2)}$ -Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen	94

6	Kühlung von $^{40}\text{Ca}^+$-Ionen	101
6.1	Dopplerkühlen im Λ -System	101
6.2	Seitenbandkühlung	105
6.3	EIT-Kühlung	109
7	Einfluss der Spiegel auf die Speicherung von Ionen	113
7.1	Spiegelaufladung	113
7.2	Verzerrung des Fallenfeldes	115
8	Resonator-QED	121
8.1	Jaynes-Cummings-Modell	121
8.2	Vermessung von Resonatormoden	127
8.3	Stimulierte Emission in eine Resonatormode	138
8.4	Purcell-Effekt	143
9	Deterministische Erzeugung einzelner Photonen	147
9.1	Simulation der Pulserzeugung	148
9.2	Realisierung einer Einzel-Photonenquelle	159
10	Ausblick	177
10.1	Kopplung zweier Ionen mittels Resonator	177
10.2	Ionenfallenlaser	181

Einleitung

Die Untersuchung der Eigenschaften von Licht und seiner Wechselwirkung mit Materie führte Anfang des 20. Jahrhunderts zur Entdeckung der Quantenmechanik. Nachdem es Max Planck gelungen war, das Spektrum eines Schwarzkörpers unter der Annahme eines quantisierten Strahlungsfelds zu berechnen, wurde klar, dass eine vollständige Beschreibung elektromagnetischer Wellen allein durch die Maxwell'sche Theorie nicht möglich war. Die Annahme der Quantisierung des Strahlungsfelds wurde eindrucksvoll durch die theoretische Beschreibung des Photoeffekts durch Albert Einstein bestätigt. Eine weitere erfolgreiche Anwendung der Quantisierung war die Entwicklung eines Atommodells durch Niels Bohr. Ausgehend von diesen Erkenntnissen wurde maßgeblich von Erwin Schrödinger und Werner Heisenberg das mathematisch methodische Werkzeug zur Beschreibung von Phänomenen im Mikrokosmos entwickelt. Mit dieser neuen Theorie wurde es möglich, den Aufbau von Atomen erstmals befriedigend zu erklären. Viele vorhergesagte Phänomene blieben jedoch lange Jahre Utopie oder Gedankenexperimente, da es nicht möglich war, einzelne Atome oder Moleküle zu manipulieren. Dies änderte sich jedoch mit der Entwicklung des Lasers 1960 durch Maiman. So wurde 1978 erstmals die Photonenstatistik der Fluoreszenz einzelner Atome durch J. Mandel gemessen [1]. Da es noch nicht möglich war, einzelne Teilchen einzufangen, wurden für dieses und eine Vielzahl anderer Experimente verdünnte Atomstrahlen verwendet. Diese Art der Experimente leidet darunter, dass die Bewegung der Teilchen stochastisch erfolgt, was dazu führt, dass das Ergebnis der Messung eine Mittelung über alle Geschwindigkeiten und Positionen darstellt. Ein inhärentes Problem ist zudem, dass an einem einzelnen Teilchen nur eine, oder sehr wenige Messungen durchgeführt werden können, da deren Bewegung die Beobachtungszeit beschränkt. Erst mit der Entwicklung von Ionenfallen 1958 durch Paul [2] wurde es möglich, einzelne Ionen über Stunden hinweg zu beobachten. So konnten Quantensprünge eines einzelnen Ions gemessen werden. Die Messbarkeit solcher Sprünge war bis dahin umstritten. Aufgrund des steilen Fallenpotenzials (Ionenschwingungsfrequenzen von bis zu einigen MHz) sind die Bewegungsamplituden auch bei hohen Temperaturen schon stark eingeschränkt. Durch Dopplerkühlung ist es daher möglich Ionen in den Lamb-Dicke Bereich zu kühlen. Dies führt dazu dass der Dopplereffekt aufgrund der thermischen Bewegung des Ions in der Falle vernachlässigt werden

kann. Durch die Speicherung und Kühlung der Ionen in einer Paul-Falle ist es möglich geworden, die Ionen weitestgehend von der Umgebung zu isolieren und dadurch Dekohärenzeffekte zu minimieren. Dies ermöglichte Experimente wie die Erzeugung von so genannten Schrödinger Katzen [3]. Zudem konnten wichtige Einblicke in Dekohärenzprozesse gewonnen werden. Die Eigenschaften der Ionenfallen sind auch für spektroskopische Untersuchungen sehr wichtig. Durch die gute Isolation der Ionen von Umgebungseinflüssen und deren gute Lokalisierung in der Falle sind gespeicherte Ionen prädestiniert für ein hochgenaues Frequenznormal [4].

Betrachtet man ein einzelnes $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion so können in diesem System eine Vielzahl quantenoptischer Phänomene untersucht werden. Insbesondere kann in Verbindung mit einem optischen Resonator die fundamentale Wechselwirkung zwischen einem Ion und einer einzelnen Mode des elektromagnetischen Feldes detailliert studiert werden.

Im Rahmen der hier vorgestellten Arbeit wurden einige der bereits erwähnten Effekte gemessen. Im ersten Kapitel wird die Speicherung von Ionen in einer linearen Paulfalle beschrieben. Dabei wurden insbesondere Effekte beachtet, die zu einer Verschlechterung der Speicherbedingungen führen. Die gemessenen Daten der verwendeten Ionenfalle wurden mit theoretischen Modellen verglichen, um die Falle möglichst präzise zu charakterisieren.

Der gesamte experimentelle Aufbau mit den verwendeten Lasersystemen, dem Vakuumsystem, dem Ionennachweis, dem Aufbau des optischen Resonators und dessen Stabilisierung wird in Kapitel 2 beschrieben.

Im dritten Kapitel wird die Präparation von einzelnen Ionen in der Falle behandelt. Dabei wird sowohl die Erzeugung der Ionen durch Photoionisation und der Transfer der Ionen von der Lade- in die Speicherregion der Falle beschrieben. Zudem wird eine wichtige Methode zur Präparation genau eines einzelnen Ions und die Kompensation der Mikrobewegung vorgestellt.

Das vierte Kapitel widmet sich den spektroskopischen Eigenschaften von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen. Deren Kenntnis ist unabdingbar, um die Laserparameter für unterschiedlichen Messungen optimieren zu können. Zudem bieten sie einen Einblick in eine große Zahl quantenoptischer Effekte, wie z.B. Dunkelresonanzen und elektromagnetisch induzierte Transparenz. Zur Ergänzung der spektroskopischen Daten der $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergänge wurde zudem die Lebensdauer des metastabilen $D_{5/2}$ -Niveaus bestimmt. Im Rahmen eines Verfahrens zur Magnetfeldkompensation wird der Hanle-Effekt besprochen. Hierbei spielen insbesondere Dunkelzustände und deren Destabilisierung eine wichtige Rolle.

Zu den spektroskopischen Eigenschaften des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions gehört neben den in Kapitel 4 vorgestellten Messungen auch die Analyse des vom Ion emittierten Lichts. In Kapitel 5 werden daher die statistischen Eigenschaften der auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang emittierten Fluoreszenz untersucht. Dabei treten auch hier große Unterschiede zur Fluoreszenz eines Zwei-Niveausystems auf.

Betrachtet man das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion als Λ -System, so treten aufgrund der in Kapitel 3 besprochenen spektroskopischen Eigenschaften auch Besonderheiten im Hinblick auf das Laserkühlen des Ions auf. Diese werden ebenfalls in Kapitel 5 besprochen. Insbesondere wird hier gezeigt in wie weit sich dieses System bei Dopplerkühlung von einem Zwei-Niveausystem unterscheidet. Zudem werden weitere mögliche Kühlmethoden im Λ -System beschrieben.

Die in den bisherigen Kapiteln behandelten Messungen dienen als Grundlage der Untersuchung der fundamentalsten Wechselwirkung zwischen Licht und Materie. Um eine Mode des elektromagnetischen Feldes zu selektieren, wird das Ion an einen optischen Resonator gekoppelt. Einige der dabei auftretenden Effekte werden in Kapitel 6 diskutiert. Dazu wird zunächst das zu Grunde liegende theoretische Modell behandelt. Eine wichtige Rolle zur Lokalisierung des Ions im Resonator spielt dabei die Vermessung der Kopplungsverteilung der Mode, die in diesem Kapitel vorgestellt wird. Anschließend wird die Messung der stimulierten Emission in den Resonator und des Purcell-Effekts vorgestellt.

Eines der wichtigsten Ziele bei der Entwicklung von Systemen mit kontrollierter Wechselwirkung zwischen Lichtfeld und Atomen ist die deterministische Erzeugung einzelner Photonen. Diese ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmals kontinuierlich und mit hoher Effizienz gelungen. Dabei wurde eine Einzel-Photonenquelle aufgebaut, die aufgrund ihrer Stabilität und Flexibilität einzigartig ist. Die Erzeugung und die Eigenschaften der Einzel-Photonenemission wird in Kapitel 7 vorgestellt. In diesem Kapitel wird sowohl die Theorie der Einzel-Photonenerzeugung dargestellt, als auch ausführliche Messungen zur Effizienz und den Emissionseigenschaften dieser Quelle behandelt.

Kapitel 1

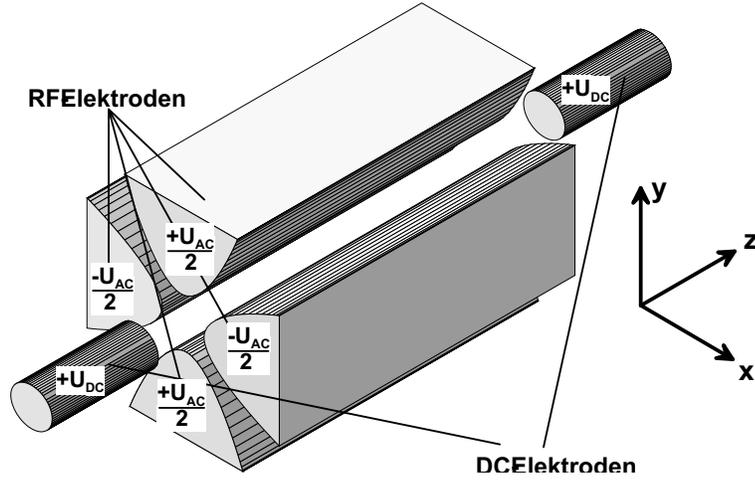
Speicherung von Ionen in Fallen

Von der Laplace-Gleichung der klassischen Elektrodynamik $\Delta\Phi = 0$ folgt, dass es nicht möglich ist, durch elektrostatische Felder geladene Teilchen in allen Raumrichtungen einzuschließen. Um dieses grundsätzliche Problem zu umgehen, kann man ein elektrostatisches Potenzial mit einem dazu parallelen inhomogenen Magnetfeld kombinieren. Diese Konfiguration wird als Penning-Falle bezeichnet. Der Nachteil dieser Konfiguration ist, dass zur Speicherung von geladenen Teilchen deren Bewegung durch das Magnetfeld erforderlich ist. Um dieses Problem zu umgehen wurde 1958 von W. Paul [2] eine Falle entwickelt, mit der durch Anlegen eines Wechselfelds ein dynamischer Einschluss geladener Teilchen möglich ist. Durch eine zylinderförmige, hyperbolisch geformte Elektrodenkonfiguration wird ein harmonisches Fallenpotenzial in allen Raumrichtungen erreicht. Die Elektrode für den radialen Einschluss ist als Ring um das Fallenzentrum ausgebildet, wohingegen die Endkappen der Konfiguration die Elektrode für den Einschluss in axialer Richtung darstellen. Die Elektrodenform erzeugt ein quadrupolförmiges Feld. Durch die Inhomogenität des Potenzials erfahren geladene Teilchen im Zeitmittel eine Kraft zum Fallenzentrum. Diese ursprüngliche Elektrodenkonfiguration wurde im Laufe der Zeit modifiziert. Durch das Entfernen der Endkappen bzw. der Ringelektrode ist ebenfalls eine stabile Speicherung geladener Teilchen möglich. Diese Konfigurationen werden als Straubel-Falle [5] bzw. als Endkappenfalle [6] bezeichnet. Durch Elongation der Fallengeometrie in einer Dimension erhält man lineare Fallen.

1.1 Die lineare Paulfalle

Um die Theorie der linearen RF-Ionenfalle zu diskutieren, betrachtet man das in Abb. 1.1 dargestellte Modell. Die RF-Elektroden haben eine hyperbolische Form und sind in z-Richtung ausgedehnt. Legt man eine Spannung $U_{\text{rad}}(t) = U_{\text{DC}}^{\text{rad}} + U_{\text{AC}} \cos(\Omega t)$, bestehend aus einem Gleichspannungsanteil $U_{\text{DC}}^{\text{rad}}$ und einem Wechselspannungsanteil U_{AC} mit der Frequenz Ω an jeweils gegenüberliegende

Abbildung 1.1:
Modell einer
linearen Ionenfalle.
Durch RF-Felder an
den RF-Elektroden
wird ein radialer
Einschluss erreicht.
Für den axialen
Einschluss werden
Gleichspannungen
an die
DC-Elektroden
gelegt.



RF-Elektroden an, so erhält man das Potenzial:

$$\Phi(t)_{\text{radial}} = [U_{\text{DC}}^{\text{rad}} + U_{\text{AC}} \cos(\Omega t)] \cdot \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2}, \quad (1.1)$$

wobei r_0 der halbe Elektrodenabstand ist und der Ursprung des Koordinatensystems im Fallenzentrum liegt. Aufgrund der Symmetrie der Elektrodenanordnung gibt es keinen Potenzialgradienten entlang der Fallennachse. Daher benötigt man für den axialen Einschluss der Teilchen zusätzliche Elektroden. Diese werden für positiv geladene Ionen auf ein positives DC-Potenzial gelegt, wodurch ein Potenzialminimum entlang der Fallennachse entsteht. Dieser axiale Einschluss muss auch bei der Berechnung des Einschlusses senkrecht zur Fallennachse berücksichtigt werden (radiale Richtung), da aufgrund der Laplace-Gleichung $\Delta\Phi = 0$ die Raumrichtungen miteinander verknüpft sind. In der Fallennitte kann das durch die DC-Elektroden erzeugte Potenzial beschrieben werden durch:

$$\Phi(t)_{\text{axial}} = A \cdot U_{\text{DC}}^{\text{axial}} \left[z^2 - \frac{1}{2} (x^2 + y^2) \right]. \quad (1.2)$$

Wobei $U_{\text{DC}}^{\text{axial}}$ die an den DC-Elektroden angelegte Spannung ist, und A ein geometrischer Faktor der der Abweichung der Elektrodenform von der hyperbolischen Form Rechnung trägt. Um das Verhalten geladener Teilchen in diesem Potenzial zu berechnen benötigt man für die Bewegungsgleichung das durch die Elektroden erzeugte elektrische Feld:

$$\vec{E}(t) = -\vec{\nabla}\Phi(t)_{\text{gesamt}} = [U_{\text{DC}}^{\text{rad}} + U_{\text{AC}} \cos(\Omega t)] \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} - A \cdot U_{\text{DC}}^{\text{axial}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ -2z \end{pmatrix}.$$

Daran erkennt man, dass im Fallenzentrum ($x = 0, y = 0$) kein RF-Feld auftritt. Deshalb erfahren die Teilchen auf der Fallennachse keine Kraft durch die RF-Spannung an den Elektroden. Mit dem elektrischen Feld Gl. (1.1) ergibt sich die

Bewegungsgleichung:

$$\frac{d^2 \vec{x}(t)}{d\xi^2} + [\vec{a} - 2\vec{q} \cos(2\xi)] \frac{\Omega^2}{4} \vec{x}(t) = 0 \quad (1.3)$$

mit

$$a_x = -a_y = \frac{4Q}{m\Omega^2 r_0^2} \cdot (U_{\text{DC}}^{\text{rad}} - A U_{\text{DC}}^{\text{axial}} r_0^2) ,$$

$$a_z = \frac{4Q}{m\Omega^2} \cdot (A U_{\text{DC}}^{\text{axial}}) ,$$

$$q_x = -q_y = \frac{2QU_{\text{AC}}}{m\Omega^2 r_0^2} ,$$

$$q_z = 0$$

und

$$\xi = \frac{1}{2}\Omega t , \quad (1.4)$$

wobei Q die Ladung des Teilchens ist und m dessen Masse. Diese Gleichung ist eine Mathieusche Differenzialgleichung mit der allgemeinen Lösung:

$$x_i(\xi) = B_i e^{\mu_i \xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{ni} e^{2ni\xi} + D_i e^{-\mu_i \xi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{ni} e^{-2ni\xi} . \quad (1.5)$$

Während die Parameter B_i und D_i von den Anfangsbedingungen abhängen, sind die Parameter μ und C_n nur von den Parametern a_i und q_i abhängig, wobei der Index i die Achsen x, y und z repräsentiert. Die Lösungen dieser Gleichung werden durch die Forderung eingeschränkt, dass unabhängig von den Anfangsbedingungen die Amplitude x_i beschränkt bleiben soll. Dies führt zu der Bedingung $\mu_i = i\beta_i$ mit $\beta \in \mathbb{R}$, d.h. μ_i muss rein imaginär sein, wobei β keine ganze Zahl sein darf. Eine Berechnung der a_i - und q_i -Abhängigkeit von β_i ist allgemein nur numerisch möglich. Die stabilen Lösungen der Gleichung (1.5) sind in Abb. 1.2 dargestellt. Für den experimentell besonders interessanten Bereich kleiner $|q_i|$ und $|a_i|$ kann β angenähert werden durch:

$$\beta_i = \sqrt{a_i + \frac{q_i^2}{2}} . \quad (1.6)$$

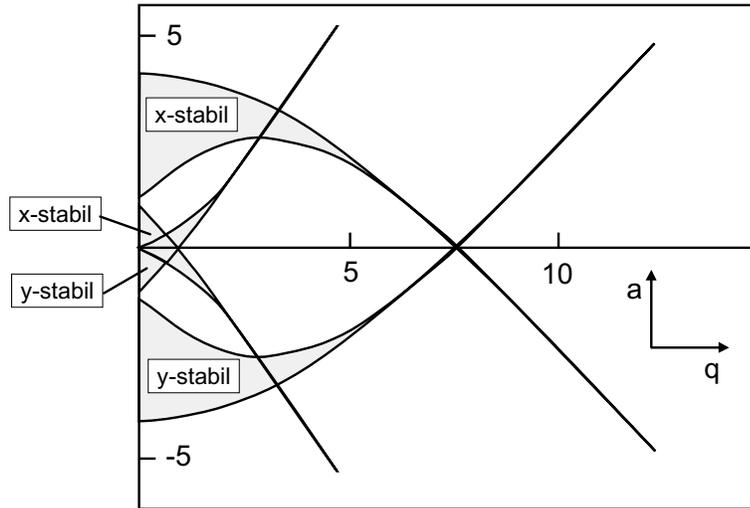
In diesem Fall erhält man folgende Näherungslösung der Bewegungsgleichung (1.3):

$$x_i = x_{0i} \cos(\omega_i t + \varphi_i) \left[1 + \frac{q_i}{2} \cos(\Omega t) \right] . \quad (1.7)$$

Dabei sind x_{0i} und φ_i durch die Anfangsbedingungen bestimmt und

$$\omega_i = \frac{1}{2}\Omega \sqrt{a_i + \frac{q_i^2}{2}} \quad (1.8)$$

Abbildung 1.2:
Stabilitätsdiagramm
einer linearen
Paulfalle.



ist die Säkularfrequenz. Eine solche Bewegung ist in Abb. 1.3 dargestellt. Der erste Faktor beschreibt eine langsame Oszillation des Teilchens mit der Frequenz ω_i im so genannten Pseudopotenzial. Dieses Potenzial entsteht durch zeitliche Mittelung der Teilchenbewegung im RF-Feld. Seine Potenzialtiefe ist gegeben durch:

$$\Phi_{0i}^{\text{Pseudo}} = \frac{1}{8} q_i U_{AC} . \quad (1.9)$$

Die Bewegung des Teilchens im Pseudopotenzial wird als Säkularbewegung bezeichnet. Der zweite Faktor entspricht einer Oszillation mit der Fallenfrequenz Ω . Das Teilchen führt erzwungene Schwingungen aus. Diese Bewegung ist vorhanden sobald das Teilchen das Minimum des Pseudopotenzials verlässt. Sie kann nur durch Reduktion der Amplitude der Säkularbewegung im Pseudopotenzial, z.B. durch Kühlen, verkleinert werden.

1.2 Nicht ideale lineare Paulfalle

Bisher haben wir angenommen, dass sowohl die Elektrodenform als auch das angelegte Feld dem einer idealen Falle entsprechen. Es ist technisch jedoch nur sehr schwer möglich, die Elektroden exakt hyperbolisch zu formen. Zudem ist es wünschenswert, einen möglichst freien Zugang zu den gespeicherten Teilchen, z.B. für Laserstrahlen oder für die Fluoreszenzdetektion, zu haben, der bei einer exakt hyperbolischen Elektrodenform stark eingeschränkt wäre. Daher sind Abweichungen von dieser Form nötig. Desweiteren treten außer den elektrischen Feldern zur Speicherung der Teilchen häufig weitere Felder auf. Diese Felder entstehen zum Beispiel durch Aufladungen in der Fallennähe, oder durch Kontaktpotenziale von Bedampfungen der Elektroden. Daher ist es nötig, die in Kapitel 1.1 besprochene Theorie zu erweitern.

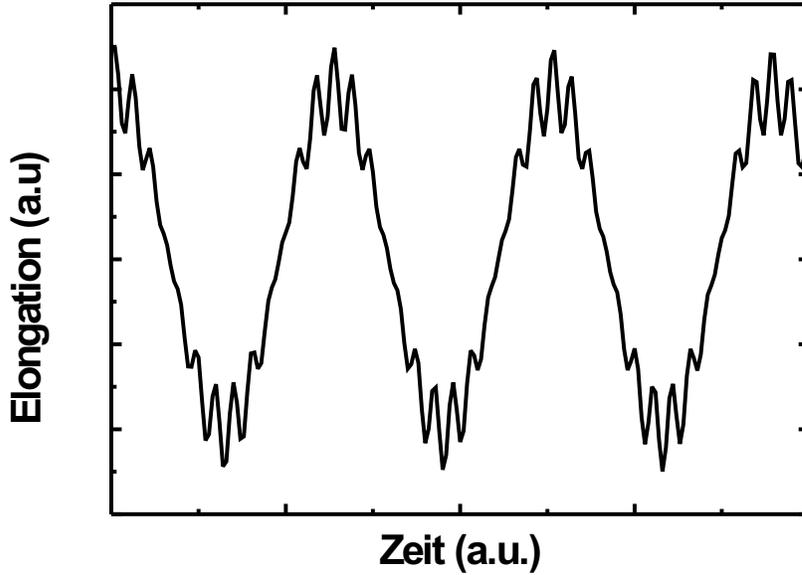


Abbildung 1.3:
 Radiale
 Bewegung eines
 Teilchens in
 einer linearen
 Paulfalle für
 $q = 0,2$ und
 $a = 0$ in einer
 Raumrichtung

1.2.1 Spannungsverlustfaktor und Anharmonizität

Um die Abweichung der Fallengeometrie von der Idealform zu beschreiben, werden zwei weitere Parameter eingeführt: der Spannungsverlustfaktor und die Anharmonizität.

Prinzipiell kann jedes Potenzial einer beliebigen Elektrodenkonfiguration in einer Potenzreihe entwickelt werden. Dies gilt auch für elektrodynamische Pseudopotenziale, wie das einer Paulfalle. Das Fallenpotenzial kann also beschrieben werden durch:

$$\Phi(x_i) = A_{0i} + A_{2i}x^2 + A_{4i}x^4 + \dots, \quad (1.10)$$

wobei aus Symmetriegründen nur gerade Potenzen von x auftreten. Der Spannungsverlustfaktor L ist definiert als:

$$L = \frac{U_{AC}}{2r_0^2 A_2}. \quad (1.11)$$

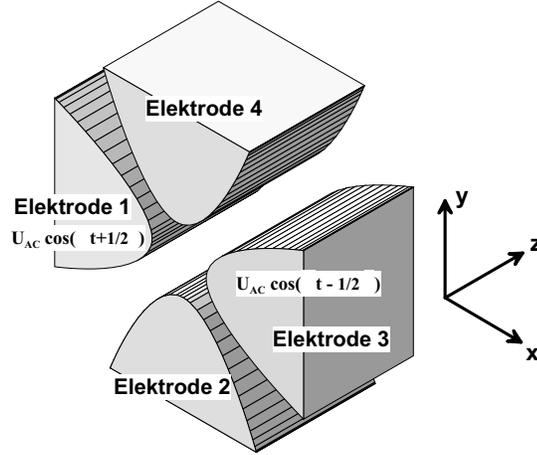
Hierbei wird nur der Term 2.Ordnung von Gl. (1.10) berücksichtigt. L entspricht dem Verhältnis des hyperbolischen Anteils des Potenzials zum Potenzial einer idealen Paulfalle. Er gibt daher an, um welchen Faktor die Fallenspannung erhöht werden muss, um in der realen Falle das selbe harmonische Potenzial zu erhalten, wie für eine ideale Falle:

$$U_{AC}^{\text{real}} = L \cdot U_{AC}^{\text{ideal}}. \quad (1.12)$$

Für eine ideale Falle gilt $L = 1$. Je nach Fallengeometrie nimmt L Werte grösser als 1 an.

Um die Abweichung des Fallenpotenzials von einem harmonischen Verlauf zu charakterisieren, wird die so genannte Anharmonizität eingeführt. Sie ist definiert

Abbildung 1.4: Durch einen Phasenunterschied ϕ des RF-Felds an den Elektroden 1 und 3 kommt es zu Mikrobewegung der Teilchen in der Falle



als [7]:

$$f(x) = \left| \frac{\Phi - A_0 - A_2 x^2}{A_2 x^2} \right|. \quad (1.13)$$

Sie entspricht der normierten Abweichung des Potentials von der harmonischen Form. Für eine ideale Falle ist $f(x) = 0$ für alle x . Für gewöhnlich ist dieser Wert für Abstände $x \ll r_0$ sehr klein und kann vernachlässigt werden. Zudem haben Anharmonizitäten keinen Einfluss auf die Stabilität der Falle [8]¹.

1.2.2 Mikrobewegung

Ein Problem bei der Speicherung von Ionen in einer Paulfalle ist das Auftreten einer Mikrobewegung. Wie in Kapitel 1.1 besprochen, tritt bei der Bewegung von Teilchen im Pseudopotenzial außerhalb des Potenzialminimums eine zusätzliche, durch das RF-Feld erzwungene Bewegung auf. Diese so genannte Mikrobewegung kann sich als sehr störend erweisen, da sie aufgrund des Dopplereffektes starken Einfluss auf die Licht-Ionen-Wechselwirkung hat. Dieser Einfluss wird in Kapitel 3.12 im Detail besprochen. Die Mikrobewegung verhindert eine gute Lokalisierung des Teilchens in der Falle. Prinzipiell existieren drei Mechanismen, die zu einer Mikrobewegung führen.

Betrachten wir den Fall, dass zwischen zwei der vier RF-Elektroden eine phasenverschobene RF-Spannung angelegt ist (siehe Abb. 1.4). Die Spannung an Elektrode 1 sei $U_1 = U_{AC} \cos(\Omega t + \frac{1}{2}\phi)$ und an Elektrode 3 $U_3 = U_{AC} \cos(\Omega t - \frac{1}{2}\phi)$. Für kleine ϕ gilt $\cos(\Omega t \pm \frac{1}{2}\phi) \approx \cos(\Omega t) \pm \frac{1}{2}\phi \sin(\Omega t)$. Das führt zu einem zusätzlichen Term im elektrischen Feld (1.1):

$$E(t)_x^{\text{Phase}} = \frac{U_{AC}\phi L}{2r_0} \sin(\Omega t), \quad (1.14)$$

¹Dies wurde auch durch eigene Simulationen bestätigt

wobei L der Spannungsverlustfaktor ist [9]. Dieses zusätzliche, zeitabhängige Feld führt zu einem zusätzlichen Term in Gleichung (1.7):

$$x_x^{\text{Phase}} = -\frac{1}{4}q_x r_0 L \phi \sin(\Omega t) . \quad (1.15)$$

Dieser Term beschreibt eine Oszillation des Teilchens mit der Fallenfrequenz Ω . Diese Bewegung ist jedoch um $\frac{\pi}{2}$ relativ zum Fallenfeld verschoben, und ist unabhängig von der Position des Teilchens in der Falle. Dadurch besteht keine Möglichkeit, diese Oszillation durch Verschiebung des Ions auszugleichen. Für die im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Ionenfalle liegt der Faktor $\frac{1}{4}q_x r_0 L$ im Bereich von einigen $10 \mu\text{m}$. Um die Amplitude der Mikrobewegung auf weniger als die halbe Übergangswellenlänge (397 nm für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen) zu reduzieren, muss die Phasenverschiebung des RF-Feldes kleiner als $0,02 \text{ rad}$ sein. Eine solche Phasenverschiebung kann z.B. durch unterschiedlich lange Zuleitungen der RF-Elektroden verursacht werden. Eine Phasenverschiebung von $0,02 \text{ rad}$ entspricht bei einer Fallenfrequenz von 12 MHz einem Längenunterschied von ca. 8 cm . Eine unterschiedliche Impedanz der Fallenelektroden kann ebenfalls zu solchen Phasenverschiebungen führen. Dieser Effekt steigt mit zunehmender Leitungslänge, da zur Phasenverschiebung an der RF-Elektrode die kombinierte Impedanz aus Leitung und Elektrode beiträgt.

Die wichtigste Ursache der Mikrobewegung ist jedoch das Vorhandensein eines zusätzlichen statischen Feldes. Ein solches Feld kann durch aufgeladene Dielektrika z.B. Isolationen in der Nähe der Falle erzeugt werden. Aber selbst bei Abwesenheit solcher Aufladungen verursachen Bedampfung auf den Fallenelektroden sogenannte Kontaktpotenziale. Solche Bedampfung entstehen z.B. beim Laden der Falle durch einen Atomstrahl, der die Falle kreuzt.

Bei Anwesenheit eines elektrischen Feldes der Stärke \vec{E}_{Streu} am Ort des Ions tritt eine Verschiebung des Teilchens um $\Delta x_i = \frac{QE_i^{\text{Streu}}}{m\omega_i^2}$ auf. Die Bewegung des Teilchens folgt dann der Gleichung:

$$x_i = (x_0^{\text{Streu}} + x_{0i} \cos(\omega_i t + \varphi_i)) \left[1 + \frac{q_i}{2} \cos(\Omega t) \right] , \quad (1.16)$$

was einer zusätzlichen Bewegung mit der Fallenfrequenz Ω und einer Amplitude x_0^{Streu} entspricht. Es genügt z.B. ein Feld von $E_{\text{Streu}} = 0,24 \text{ V/m}$ um bei $\Omega = 12 \text{ MHz}$ und $q = 0,2$ z.B. ein $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion um $\Delta x = 200 \text{ nm}$ aus dem Fallenzentrum zu verschieben. Ein solches Feld wird z.B. durch eine Ladung von 170 Elementarladungen im Abstand von ca. 1 mm erzeugt. Diese Verschiebung verursacht eine Mikrobewegungsamplitude von $x_{0i}^{\text{Streu}} = \frac{q}{2} \Delta x_i$.

Ein weiterer Mechanismus der zu Mikrobewegung führt ist eine Fehljustage der Fallenelektroden. Während eine Fehljustage in radialer Richtung lediglich eine Erhöhung des Spannungsverlustfaktors und der Anharmonizität zur Folge hat, ist eine axiale Fehljustage ungünstiger. Ändert sich der Elektrodenabstand in

axialer Richtung, z.B. durch Verkippung einer Fallenhälfte gegenüber der anderen, so führt das zu einer zusätzlichen Komponente des RF-Feldes E_z^{Fehl} entlang der Fallenachse:

$$E_z^{\text{Fehl}} = -2 [U_{\text{DC}} + U_{\text{AC}} \cos(\Omega t)] \frac{x^2 - y^2}{r_0^3} \cdot \frac{dr_0(z)}{dz}. \quad (1.17)$$

Dies führt zu einer Oszillation des Teilchens entlang der Fallenachse. Sind die Fallenhälften jedoch in sich symmetrisch so verschwindet dieses Feld auf der Fallenachse ($x = y = 0$). Weicht jedoch z.B. eine Elektrode von dieser Symmetrie ab, so verschwindet das Feld im Fallenzentrum nicht mehr. In diesem Fall lässt sich die Mikrobewegung entlang der Fallenachse nicht mehr kompensieren.

1.3 Ionenfalle für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Zur Messung quantenoptischer Effekte eignet sich besonders eine lineare Ionenfalle, da diese Bauform einige Vorteile mit sich bringt. So lassen sich die Ionen mit Hilfe elektrischer Felder entlang der Fallenachse verschieben. Dies ist speziell in dem hier vorgestellten Experiment von essenzieller Bedeutung. Zum Laden der Falle wird ein Atomstrahl verwendet, der das Zentrum der Falle durchquert. Da das Fallenpotenzial konservativ ist, müssen die Ionen im Fallenzentrum erzeugt werden, da ansonsten die auf dem Weg in das Fallenzentrum gewonnene kinetische Energie den Ionen erlauben würde, die Falle wieder zu verlassen. Der durch die Falle tretende Atomstrahl führt zur Bedampfung von Flächen in der Nähe des Strahls. Dies ist besonders für die Spiegel des Resonators nachteilig, da man für Experimente mit optischen Resonatoren Spiegel sehr hoher Qualität benötigt. Daher ist es sinnvoll, die Falle in zwei möglichst weit entfernte Regionen zu unterteilen. In einer Region wird die Falle geladen, während sich in der anderen Region die Spiegel befinden. Aufgrund der Mobilität der Ionen entlang der Fallenachse lassen sie sich einfach von der Laderegion in den Resonator transferieren. Diese axiale Mobilität ist auch auf einer kleineren Skala vorteilhaft. So lassen sich Ionen präzise entlang der Fallenachse verschieben, um z.B. die Kopplung eines Ions an einen optischen Resonator zu optimieren, ohne dass dadurch Mikrobewegung verursacht wird. Zudem lassen sich stabile lineare Ionenkristalle erzeugen, ohne dass Mikrobewegung zur Aufheizung und damit zu Instabilitäten führt. Die in diesem Experiment verwendete Ionenfalle ist in Abb. 1.5 dargestellt. Die RF-Elektroden werden für den radialen Einschluss der Ionen verwendet. Die DC-Elektroden im vertikalen Spalt zwischen den RF-Elektroden dienen dem axialen Einschluss der Ionen. Die DC-Elektroden sind zu Paaren zusammen geschaltet, je eine Elektrode in der oberen Fallenhälfte mit der gegenüberliegenden Elektrode in der unteren Fallenhälfte. Die Beschaltung der Elektroden ist in Abb. 1.6 dargestellt. Durch Anlegen von asymmetrischen Spannungen an benachbarte DC-Elektroden können die Ionen entlang der Fallenachse verschoben werden. Um elektrische Felder ausgleichen zu können, kann an jede RF-Elektrode zusätzlich eine Gleichspannung

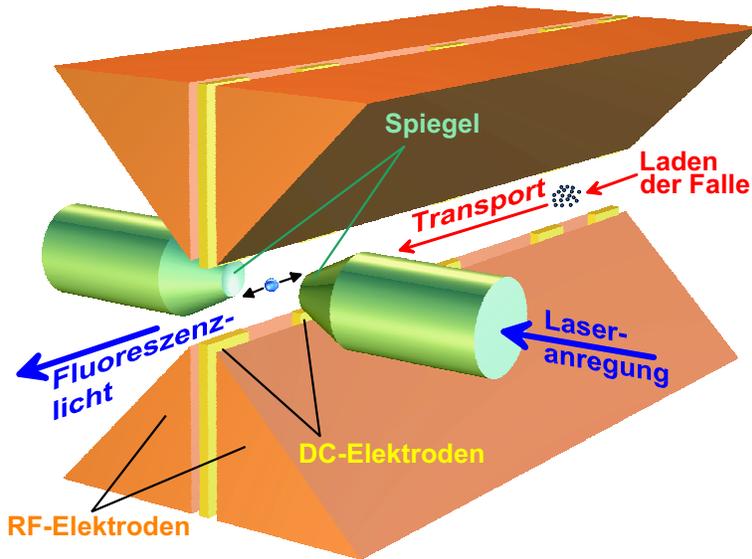


Abbildung 1.5: Eine lineare Ionenfalle, wie sie in diesem Experiment verwendet wird. Durch Trennung der Laderegion und der Resonatorregion werden Verschmutzungen der Spiegel vermieden.

angelegt werden. Zur Trennung der DC-Spannungsquelle vom Fallenfeld ist ein Tiefpass zwischen die RF-Elektroden und die DC-Spannungsquelle geschaltet. Das RF-Feld wird über Kondensatoren in die Falle eingespeist. Um die Amplitude des RF-Felds an den Elektroden messen zu können, wird ein Monitor signal an einem kapazitiven Spannungsteiler abgegriffen. Die RF-Spannung U_{RF} an den Elektroden ist demnach:

$$U_{RF} = X \cdot U_{\text{Monitor}} , \quad (1.18)$$

wobei X der Eichfaktor des Monitor signals und U_{Monitor} die am Monitorausgang gemessene Spannung ist. Zur Bestimmung von X wurde die RF-Spannung an den Elektroden für kleine Amplituden direkt gemessen und mit dem Monitor signal verglichen. Daraus ergibt sich der Eichfaktor zu $X = 148$.

Um Spannungen von bis zu 400 V für den radialen Einschluss zu erzeugen, wird das Ausgangssignal eines RF-Verstärkers über einen Resonanztransformator in die Falle eingespeist. Die Sekundärwicklung mit 5 Windungen und die Kapazität der Falle bilden einen Resonanzschwingkreis. Dies führt zusätzlich zu dem Wicklungsverhältnis von Primärwicklung (eine Wicklung) zu Sekundärwicklung (5 Windungen) von 5 zu einer Resonanzüberhöhung, falls die Frequenz des eingespeisten Signals der Schwingkreisfrequenz entspricht. Diese Überhöhung entspricht in diesem Fall 93 aufgrund der Güte des Schwingkreises von $Q = 93$. Die Impedanzanpassung des Resonanztransformators an die Verstärkerimpedanz (50Ω) wird durch die Ankopplung der Primärspule an den Fallenschwingkreis erreicht. Dies geschieht über minimieren der am Transformator reflektierten RF-Leistung durch verschieben der Primär- bezüglich der Sekundärspule.

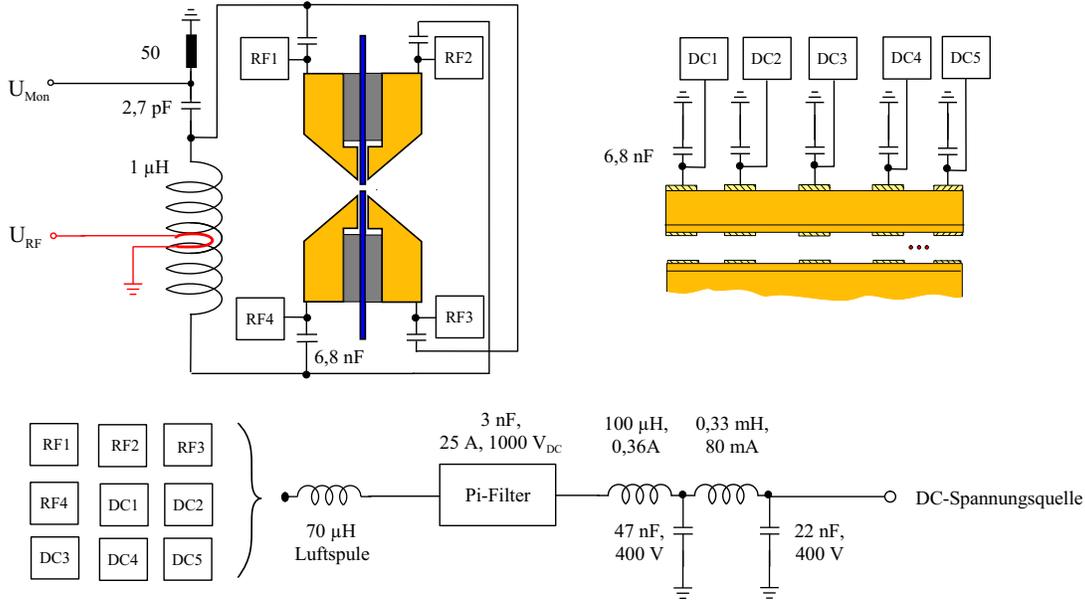


Abbildung 1.6: Beschaltung der Fallenelektroden. Die Hochspannung an den RF-Elektroden wird durch einen Resonanztransformator erzeugt. Um zusätzlich Gleichspannungen anlegen zu können wird das RF-Feld über einen Kondensator eingekoppelt. Filter trennen die Gleichspannungsversorgung von den Elektroden.

1.3.1 Charakterisierung der Falle

Der wichtigste Parameter bei der Speicherung von Ionen ist die Steilheit der Falle, die die Schwingungsfrequenz des Teilchens im effektiven Potenzial der Falle bestimmt. Um die Falle zu charakterisieren, müssen die Abhängigkeiten der Schwingungsfrequenzen in radialer und axialer Richtung von den angelegten Spannungen bestimmt werden. Dazu werden die angelegten Felder variiert und dabei die jeweiligen Schwingungsfrequenzen gemessen. Die Messung der Schwingungsfrequenzen der Ionen in der Falle erfolgt über resonante Anregung. Dazu werden Ionen in der Falle gespeichert und deren Fluoreszenzlicht mittels eines Photomultipliers gemessen. Legt man nun eine zur Ionenschwingung resonante Spannung an eine der Elektroden, so schwingen die Ionen mit großer Amplitude. Dies führt zum Aufheizen der Wolke. Da die Fluoreszenzintensität von der Temperatur der Ionen abhängt, sieht man einen Einbruch der Fluoreszenz. Ein Beispiel einer solchen Messung ist in Abb. 1.7 dargestellt. Diese Art der Messung wurde sowohl für verschiedene U_{AC} -Werte, als auch für verschiedene U_{DC}^{rad} -Werte durchgeführt. Aus diesen Messungen kann der reale a und q -Wert bestimmt werden. Dies wiederum wird zur Eichung der gemessenen Fallenfelder verwendet (vergleiche Gl. (1.8)). Die Messungen der Schwingungsfrequenzen für verschiedene a und q -Werte sind in Abb. 1.8 zu sehen. Vergleicht man die gemessenen Kurven mit den theoretischen Erwartungen, so findet man eine sehr gute Übereinstimmung. Aufgrund der un-

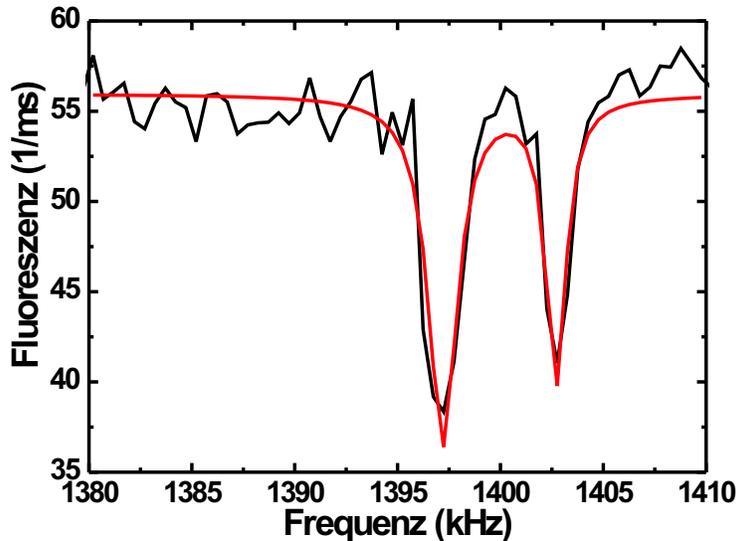


Abbildung 1.7:
 Durch resonante Anregung der Ionenschwingung sinkt das Fluoreszenzsignal. Dadurch entsteht bei der Oszillationsfrequenz ein Einbruch im Ionensignal. Die zwei Frequenzen in radialer Richtung bei $U_{DC}^{rad} = 0$ kommen durch die Asymmetrie der Falle zustande.

terschiedlichen Elektrodenabstände in vertikaler und horizontaler Richtung (siehe Abb. 1.10), treten zwei radiale Schwingungsresonanzen auf (siehe Abb. 1.7). Die Frequenzunterschiede liegen jedoch bei 0,5 % und sind daher vernachlässigbar. Zur Charakterisierung einer linearen Falle muss zum radialen Einschluss auch der axiale Einschluss vermessen werden. Dazu wird eine Wechselspannung nicht wie für den radialen Einschluss an eine RF-Elektrode, sondern an eine DC-Elektrode angelegt. Um den axialen Einschluss zu variieren, wird an die benachbarten DC-Elektroden 4 und 5 dieselbe Spannung angelegt ($U_{DC4} = U_{DC5}$). Das Ergebnis dieser Messung ist in Abb. 1.9 zu sehen. Die Abhängigkeit der Schwingungsfrequenz von der axialen Einschlussspannung entspricht dem von Gleichung (1.8) mit $i = z$. Da sich der Einschluss auch bei einer asymmetrischen Spannung an den benachbarten DC-Elektroden ändert ($U_{DC4} \neq U_{DC5}$), wurde auch für diesen Fall der axiale Einschluss gemessen. Das Ergebnis der Messung ist ebenfalls in Abb. 1.9 dargestellt. Dieser Fall ist besonders wichtig für Messungen die eine Verschiebung der Ionen in Richtung der Fallenachse erfordern, wie in Kapitel 8.2.

1.3.2 Messungen der Abweichung von der idealen Falle

Abweichungen von der idealen Elektrodenform

Um Abweichungen der realen Falle von der idealen Falle zu beschreiben eignen sich die bereits besprochenen Parameter Spannungsverlustfaktor und die Anharmonizität. Aus der Messung der Ionenschwingungsfrequenzen zusammen mit der Amplitude des Monitorsignals der Falle kann mit Hilfe des Eichfaktors des Monitorsignals der Spannungsverlustfaktor bestimmt werden. Mit dem

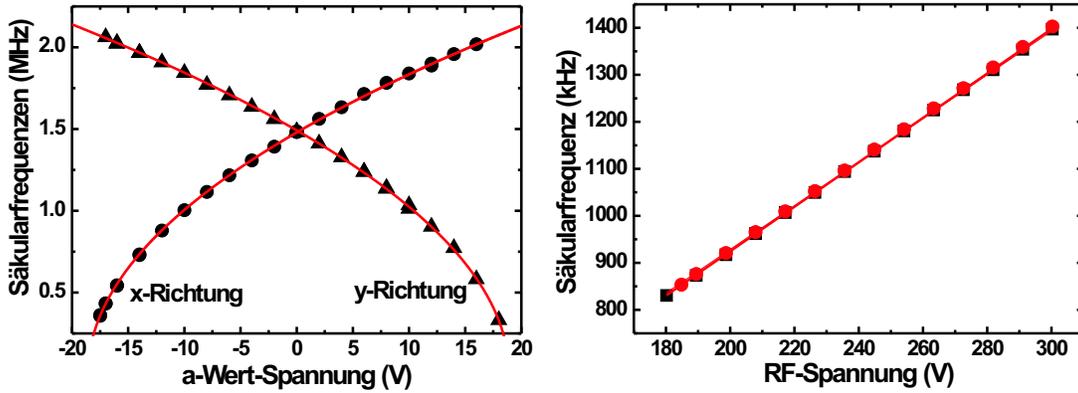


Abbildung 1.8: Abhängigkeit der Ionenschwingungsfrequenzen vom a- und q-Wert des Fallenfeldes.

Elektrodenabstand $r_0 = 0,997$ mm und einem q-Wert von 0,25 ergibt sich ein Spannungsverlustfaktor von 1,3. Die Abweichung von 1 ist auf die Geometrie der RF-Fallenelektroden zurückzuführen. Technisch ist es nur schwer möglich, hyperbolisch geformte Elektroden zu fertigen. Zudem schränkt eine solche Fallengeometrie den Zugang zu den gespeicherten Teilchen stark ein. Daher wurde die in Abb. 1.10 dargestellte Elektrodengeometrie verwendet. Um die Fallengeometrie weiter zu charakterisieren muss zusätzlich die Anharmonizität bestimmt werden. Dies ist jedoch experimentell nicht möglich. Daher wurde das Fallenfeld mit dem Finite-Elemente-Programm FEMLAB simuliert. Um die Anharmonizität aus den Daten der Simulation zu bestimmen, wurde an den Potenzialverlauf im Minimum eine Parabel angepasst und daraus die Anharmonizität mit Gleichung (1.13) berechnet. In Abb. 1.11 ist die Anharmonizität der Falle dargestellt. Im Fallenzentrum ist die Anharmonizität sehr klein, sie kann für Auslenkungen von kleiner als $200 \mu\text{m}$ vernachlässigt werden. Um die Konsistenz zwischen der Simulation und der realen Falle zu bestätigen, wurde zusätzlich der Spannungsverlustfaktor aus der Simulation bestimmt. Die Differenz zwischen dem simulierten Wert von 1,87 und dem gemessenen Wert von 1,3 ist auf Fehler der Simulation zurückzuführen.

Justagegenauigkeit der Fallenelektroden

Bisher wurde nur die Abweichung der Elektrodengeometrie von der Idealform bestimmt. Da diese aber auf die Stabilität der Speicherung nur einen geringen Einfluss hat, ist es wichtiger, die Abweichungen der Stellungen der Fallenelektroden von der idealen Lage zu vermessen. Um sicherzustellen, dass eine Fehljustage der Falle minimal ist, wurden die Elektroden und die Halterung so gebaut, dass sie sich bei der Montage selbst ausrichten. Zur Justage wurden hochpräzise geschliffene Keramikstäbe verwendet, die zudem zur Isolation der Elektroden dienen.

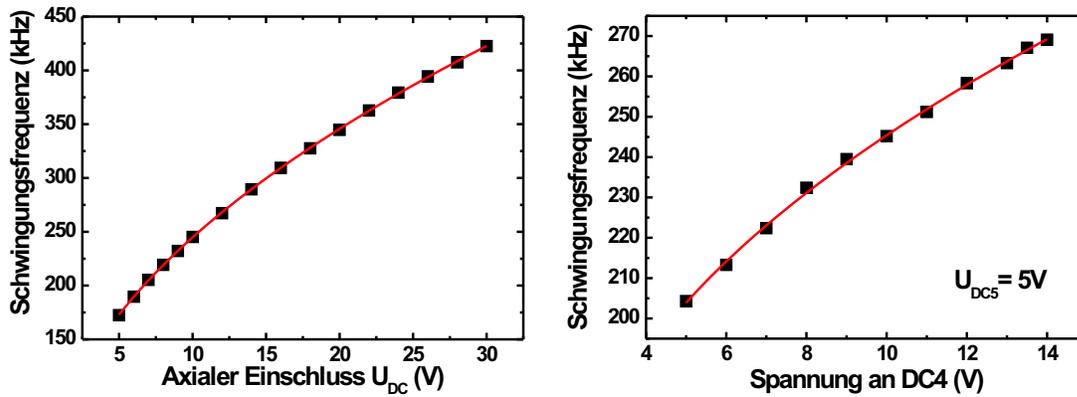


Abbildung 1.9: Abhängigkeit der Ionenschwingungsfrequenzen von der axialen Einschussspannung für symmetrische ($U_{DC4} = U_{DC5} = U_{DC}$) und asymmetrische Spannungen ($U_{DC4} \neq U_{DC5}$).

Diese Stäbe liegen in sehr genau gefertigten Nuten in den Elektroden und im Halter, so dass sich das System beim Zusammenbau automatisch ausrichtet (siehe Abb. 1.10). Um die Präzision dieser Justage zu überprüfen, wurde die Falle mit Hilfe eines Messmikroskops vermessen. Die so gemessene Fehljustage ist kleiner als $40 \mu\text{m}$ an der Stirnseite, wobei hier nur die Position der RF-Elektroden vermessen werden konnte. Wichtiger als die Messung der Fallengeometrie mittels eines Mikroskops ist eine Vermessung durch gespeicherte Ionen. Diese Methode ist sehr viel genauer und zeigt direkt das Verhalten der Ionen in einer nicht-idealen Falle. Wie in Kapitel 1.2.2 gezeigt, führt jede Auslenkung der Ionen aus dem Fallenzentrum zur so genannten Mikrobewegung. Zusätzlich verursacht eine Phasenverschiebung des RF-Feldes oder eine Abweichung von der Translations-symmetrie Mikrobewegung. Um eine Abweichung der Fallengeometrie von der Translations-symmetrie, sowie eine Phasenverschiebung auszuschließen, genügt es zu prüfen, inwieweit sich die Mikrobewegung in alle Richtungen gleichzeitig kompensieren lässt. Im Rahmen dieser Fallenvermessung konnte gezeigt werden, dass sich die Mikrobewegungsamplitude auf weniger als 15 nm kompensieren lässt (zur Methode siehe Kapitel 3.4). Dies entspricht einer Phasenverschiebung von $< 0,002 \text{ rad}$. Da die Ionen bei der Mikrobewegungskompensation immer in das Minimum des Pseudopotenzials geschoben werden, eignet sich diese Methode auch um die Justage der DC-Elektroden zu überprüfen. Um dies zu sehen betrachten wir Gleichung (1.2). Darin erkennt man, dass der axiale Einschluss zu einem radial instabilen Potenzial führt. Die Kombination des axialen Einschlusses mit dem Pseudopotenzial führt zu einem veränderten Gesamtpotenzial. Ist nun das Minimum des Pseudopotenzials gegenüber des Maximums des DC-Potenzials verschoben, so ist auch das Minimum des Gesamtpotenzials gegenüber dem des Pseudopotenzials verschoben (siehe Abb. 1.12). Diese Verschiebung hängt sowohl von der Höhe der beteiligten Potenziale, als auch von deren relativen Verschiebung.

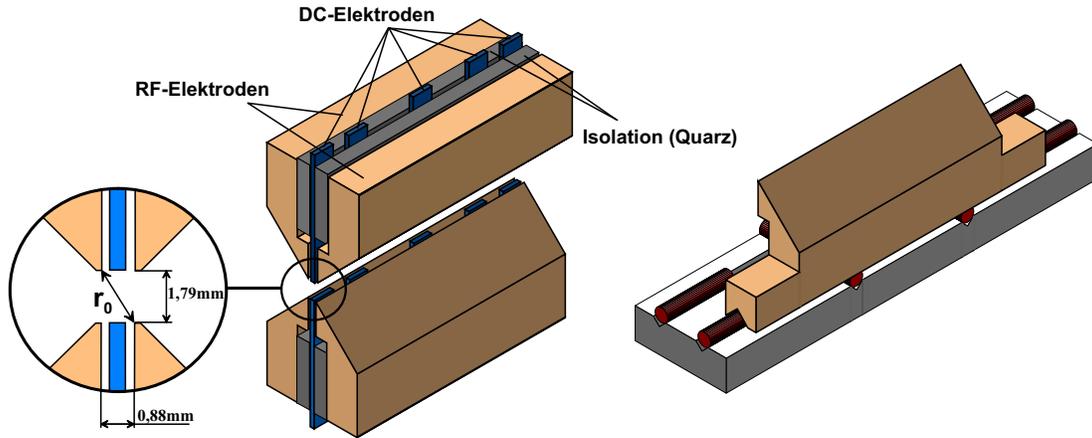


Abbildung 1.10: Abmessungen und Elektrodenform der im Experiment verwendeten Falle. Durch hoch präzise Nuten und Keramikstäbe wird die Fallenelektrode auf der Halterung fixiert.

gen ab. Daher führen Änderungen der radialen und axialen Einschlussspannungen bei Fehljustagen zu einer Verschiebung der Ionen. Um diese Verschiebung quantifizieren zu können, wurde die Änderung der Mikrobewegungskompensationsspannungen in Abhängigkeit von der Einschlussspannung gemessen. Man erkennt deutlich den Einfluss auf die Kompensationsspannungen (Abb. 1.13). Diese Messungen deuten auf einen Versatz der DC-Elektroden bezüglich der RF-Elektroden von ca. $4 \mu\text{m}$ hin. Man erkennt daran die Empfindlichkeit dieser Messmethode. Um eventuelle Verkippungen der DC-Elektroden oder andere Deformationen der Felder relativ zur Fallenachse zu vermessen, wurden die Ionen mittels der DC-Elektroden verschoben. Dazu wird an zwei benachbarten DC-Elektrodenpaaren eine asymmetrische Spannung angelegt. Während die Spannung an einem Elektrodenpaar (DC5) auf 5 V gehalten wurde, wurde die Spannung an DC4 variiert. Für jede Verschiebung wurden die Kompensationsspannungen der Mikrobewegung gemessen (siehe Abb. 1.14). Bei dieser Art der Ionenverschiebung ändert sich jedoch zusätzlich der axiale Einschluss (siehe Abb. 1.9). Um diesen Effekt zu korrigieren, wurde die dadurch verursachte Spannungsänderung von jedem Messwert abgezogen. Der Zusammenhang zwischen axialem Einschluss und der Ionenverschiebung wurde über die gemessenen Schwingungsfrequenzen für verschiedene Ionenverschiebungen und axiale Einschlüsse (siehe Abb. 1.9) bestimmt. Man erkennt deutlich die Abhängigkeit der Mikrobewegungskompensation von der axialen Position der Ionen in der Falle. Die Ergebnisse dieser Messungen zeigen, dass die verwendete Falle den Anforderungen dieses Experiments genügt.

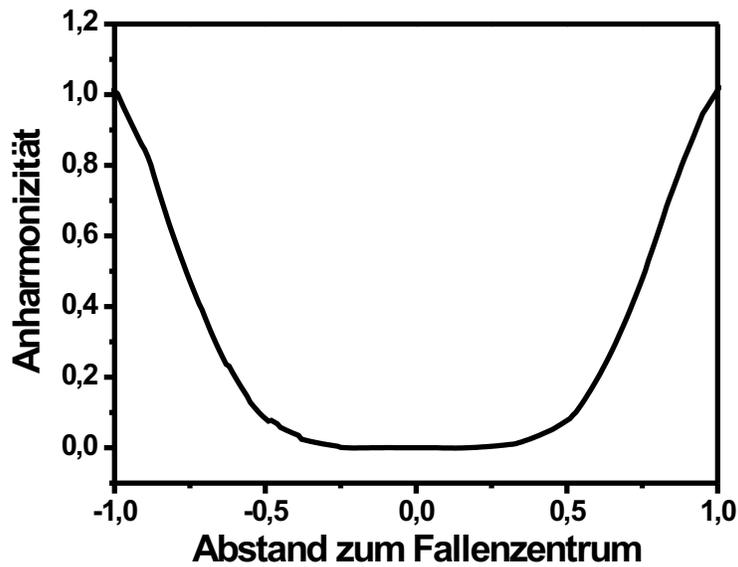


Abbildung 1.11:
Simulation der
Anharmonizität der
Falle.

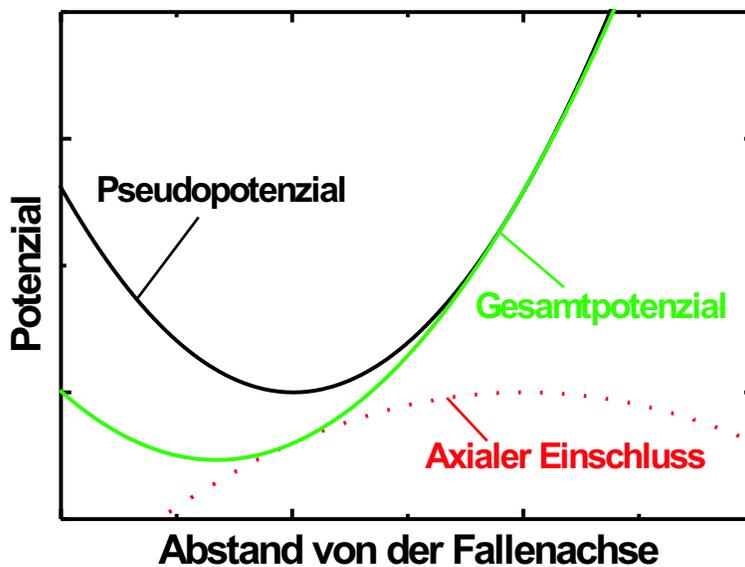


Abbildung 1.12:
Durch Kombination
der gegeneinander
verschobenen
radialen und axialen
Einschlusspotenzia-
len entsteht ein,
bezüglich dem
radialen Potenzial
verschobenes
Gesamtpotenzial.

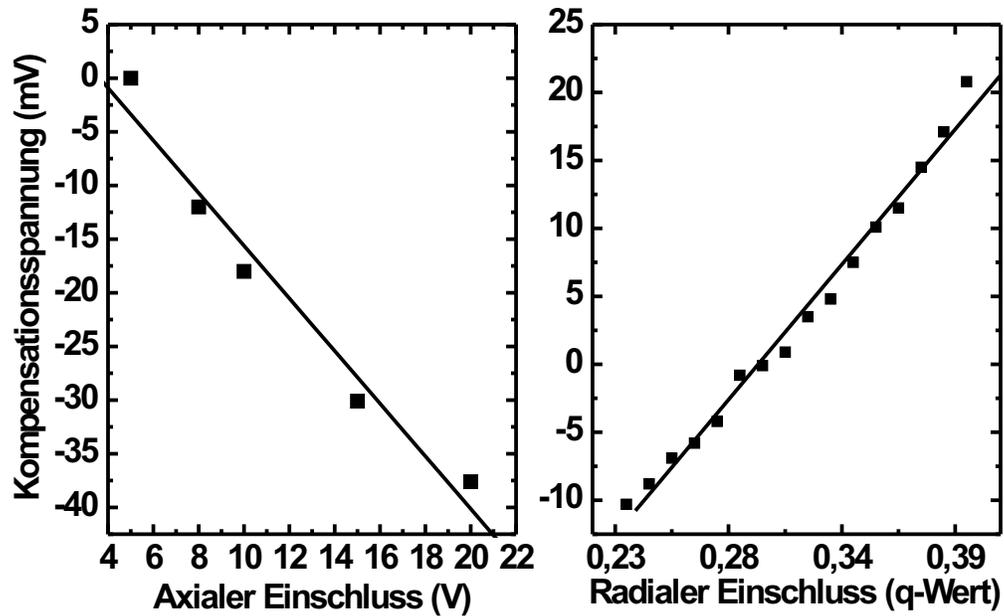
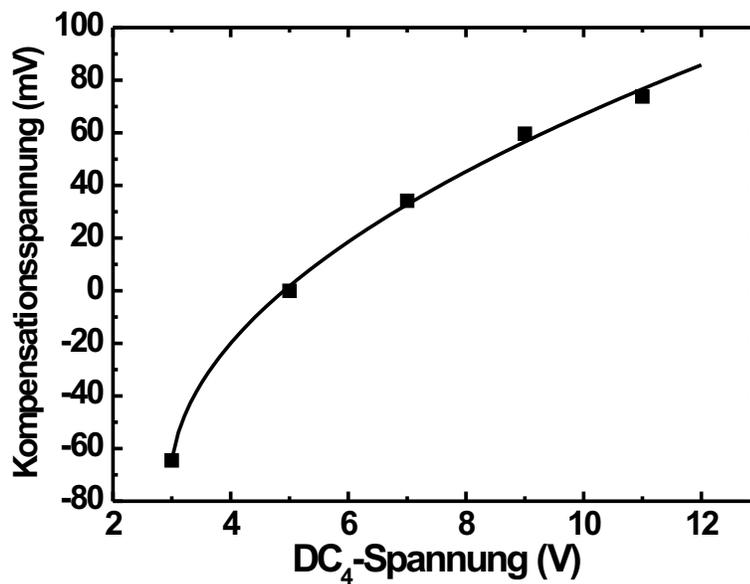


Abbildung 1.13: Spannungen zur Mikrobewegungskompensation für verschiedene axiale Einschlussspannungen und q-Werte.

Abbildung 1.14: Änderung der Mikrobewegungskompensationsspannungen für asymmetrische axiale Einschlussspannungen. ($U_{DC5} = 5 \text{ V}$)



Kapitel 2

Experimenteller Aufbau

2.1 Vakuumsystem

Um Stöße zwischen den in der Falle gespeicherten Ionen und Gas der Umgebung zu vermeiden, muss die Falle im Hochvakuum betrieben werden. Die Vakuumkammer des Systems wurde für die Anforderungen dieses Experiments konstruiert und gefertigt [10]. Es stehen eine Vielzahl von Fenstern unter verschiedenen Winkeln zur Verfügung, um möglichst guten Zugang für die Laser bereitzustellen, die für die Kühlung und Diagnostik der Ionen sowie für den Resonator benötigt werden. Die Eintrittsfenster sind doppelseitig antirefleksionsbeschichtete Quarzfenster, die mit Helicoflex-Dichtungen abgedichtet werden. Zur Vermeidung von Streulicht an den Austrittsfenstern durch reflektierte Laserstrahlen werden so genannte Brewster-Fenster verwendet. Diese Fenster bestehen aus einem Glasrohr, an dessen Ende ein Quarzfenster unter dem Brewster-Winkel angeschmolzen ist. In der Eintrittsebene polarisiertes Licht wird dadurch nicht reflektiert und selbst horizontal polarisiertes Licht wird am Fenster nicht direkt in die Kammer zurück reflektiert, sondern fällt schräg auf das Glasrohr und gelangt erst nach vielfachen Reflektionen in die Kammer zurück. Da jedoch bei jeder Reflektion des Strahls am Glasrohr nur ca. 10 % der Leistung reflektiert werden, ist nach z.B. 6-maliger Reflektion nur 10^{-6} der ursprünglichen Leistung vorhanden. Dadurch ist dies eine sehr effektive Methode zur Streulichtreduktion. Diese Methode eignet sich jedoch nicht für die Eintrittsfenster, da jede Grenzfläche, die schräg im Laserstrahl steht, dessen Polarisation beeinflusst.

Um einen möglichst großen Raumwinkel zur Detektion der Fluoreszenz zu erreichen, befindet sich das dafür vorgesehene Vakuumfenster nur ca. 45 mm von der Position der Ionen entfernt. Da der Durchmesser der Vakuumkammer grösser ist wird dafür ein Einstülpfenster verwendet. Dieses besteht aus einem Strahlrohr an dessen Ende ein Saphir-Fenster angebracht ist.

Für das Vakuumsystem stehen drei Pumpen zur Verfügung (siehe Abb. 2.1). Zum erstmaligen Auspumpen von Atmosphärendruck auf den gewünschten Ar-

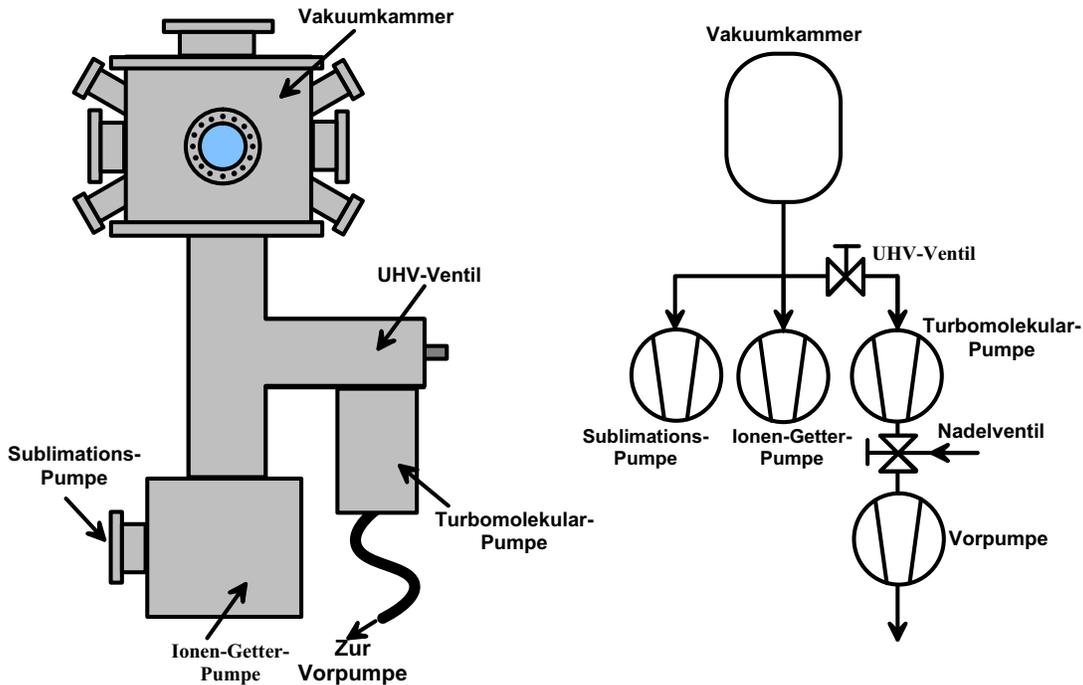


Abbildung 2.1: Vakuumsystem des Experiments. Zum Pumpen der Vakuumkammer stehen drei Pumpen zur Verfügung. Eine Turbo-Molekularpumpe zusammen mit einer Vorpumpe dient zum Auspumpen des Systems von Atmosphärendruck auf $< 10^{-10}$ mbar. Eine Ionengetterpumpe und eine Sublimationspumpe dienen zum erschütterungsfreien Pumpen des Systems.

beitsdruck wird eine Turbomolekularpumpe mit einer Drehschieberpumpe als Vorpumpe verwendet. Um während der Experimente Erschütterungen durch die Turbomolekularpumpe zu vermeiden, wird diese abgeschaltet. Dazu kann ein UHV-Ventil dieses Pumpensystem von der Vakuumkammer trennen. Um dennoch den gewünschten Druck halten zu können zu können, stehen zwei weitere Pumpen zur Verfügung. Als Hauptpumpe wird eine Ionengetterpumpe verwendet, in die eine Titan-Sublimations-Pumpe integriert ist. Die Sublimationspumpe wird sporadisch zur Unterstützung der Ionengetterpumpe eingesetzt. Ein Nadelventil zwischen der Turbomolekular-Pumpe und der Vorpumpe dient als Einlass für Puffergas. Durch Rückdiffusion des Gases vom Nadelventil durch die Turbomolekular-Pumpe kann der Puffergasdruck in der Kammer sehr genau geregelt werden. Um abzuschätzen welcher maximale Restgasdruck tolerierbar ist, wurde die Stoßrate der $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen mit Helium bei verschiedenen Drücken gemessen. Dazu wurde ein einzelnes $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion in der Ionenfalle gespeichert und über eine bestimmte Zeit die Fluoreszenzrate beobachtet. Durch Stöße mit Heliumatomen heizt sich das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion auf, was zu einer Reduktion der Fluoreszenz führt (siehe Inset in Abb. 2.2). Zur Bestimmung der Stoßrate wurde die Anzahl

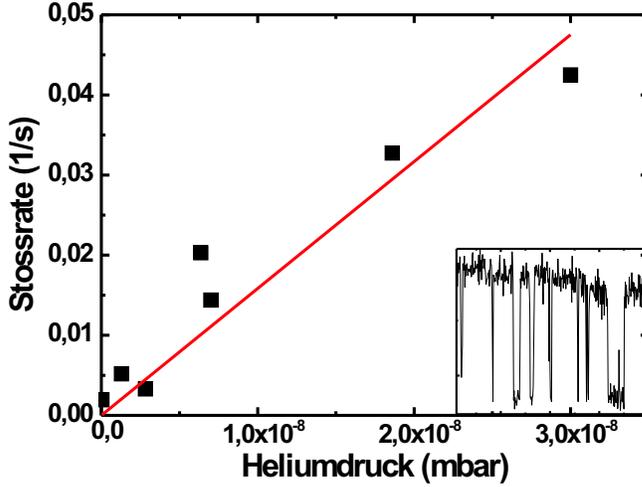


Abbildung 2.2: Messung der Stoßrate eines einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions mit Helium bei verschiedenen Drücken.

dieser Einbrüche pro Zeit gemessen. Dabei werden jedoch Stöße vernachlässigt, die zu keiner Reduktion der Fluoreszenz führen. Solche Stöße übertragen nicht genug Energie auf das Ion um es aufzuheizen. Die Stoßrate kann unter der Annahme berechnet werden, dass die Temperatur des Restgases konstant ist. Dann ergibt sich für die Stoßrate R_{Sprung} :

$$R_{\text{Sprung}} = \bar{v} \sigma_{\text{Sprung}} \rho_N . \quad (2.1)$$

Darin ist \bar{v} die mittlere Teilchengeschwindigkeit, σ_{Sprung} der Wirkungsquerschnitt für Stöße, die zu einem Sprung in der Fluoreszenz führen und ρ_N die mittlere Teilchenzahl. Im thermischen Gleichgewicht und für kleine Drücke gilt:

$$R_{\text{Sprung}} = \sqrt{\frac{8k_B}{\pi m T R^2}} \sigma_{\text{Sprung}} p . \quad (2.2)$$

Wobei k_B die Boltzmannkonstante, m die mittlere Masse des Restgases, R die Gaskonstante, T die Temperatur des Gases und p der Restgasdruck ist. Somit ist die Stoßrate proportional zum Druck. Diese Abhängigkeit wird auch durch die experimentellen Ergebnisse bestätigt (siehe Abb. 2.2). Aufgrund der Messmethode ist es nur innerhalb eines kleinen Druckbereichs möglich, die Stoßrate zu bestimmen, da einerseits zwischen den Stößen genug Zeit liegen muss, um die Ereignisse voneinander zu trennen, andererseits müssen genügend Stöße auftreten, damit eine statistisch aussagekräftige Anzahl von Sprüngen innerhalb einer annehmbaren Messzeit auftritt.

Die hier gemessene Stoßrate für Helium beträgt $6,3 \cdot 10^{-7} \text{ s}^{-1} \cdot \text{mbar}$. Wie in Gleichung (2.2) gezeigt, hängt die Stoßrate vom Wirkungsquerschnitt für Stöße zwischen $^{40}\text{Ca}^+$ und dem entsprechenden Gas ab. Somit unterscheiden sich die Stossraten für unterschiedliche Gase beträchtlich. Aufgrund der Pumpcharakteristik der verwendeten Pumpen setzt sich das Restgas vorwiegend aus

Wasserstoff (H_2) und Helium zusammen. Daher ist es ausreichend, die Stossraten dieser Gase zu kennen. Zusammen mit der Stoßrate von Wasserstoff [11] von $1,3 \cdot 10^{-7} \text{s}^{-1} \cdot \text{mbar}$ ergibt sich daraus ein maximal tolerierbarer Druck von $5 \cdot 10^{-11} \text{ mbar}$. Dies entspricht einer Stoßrate von $2,5 \text{ h}^{-1}$. Der im Experiment erreichte Druck liegt bei $3 \cdot 10^{-11} \text{ mbar}$, was einer Stoßrate von $1,5 \text{ h}^{-1}$ entspricht.

2.2 Ionennachweis

Zur Diagnostik der Ionen wird die Fluoreszenz auf dem $\text{P}_{1/2} \rightarrow \text{S}_{1/2}$ -Übergang detektiert, dessen Wellenlänge bei 397 nm liegt, d.h. im nahen UV. Zum Nachweis von Photonen dieser Wellenlänge ist die Verwendung von Photomultipliern (PMT) aufgrund ihrer Empfindlichkeit bei dieser Wellenlänge und ihrer kleinen Dunkelzählrate vorteilhaft. In diesem Experiment wurde ein PMT mit einer aktiven Fläche von 5 mm Durchmesser und einer Dunkelzählrate von 10 s^{-1} verwendet. Die Effizienz dieses PMTs liegt für 397 nm bei ca. 23 %. Die Fluoreszenz der Ionen wird über eine Optik auf den PMT abgebildet. Um einen möglichst großen Teil der Fluoreszenz zu sammeln, muss die Abbildungsoptik möglichst nahe an die Ionen gebracht werden. Um trotzdem die Optik von außen erreichbar zu halten, werden Einstülpfenster verwendet. Dies ermöglicht einen Abstand zwischen Optik und Ionen von ca. 50 mm. Im Experiment wurden zwei verschiedene Abbildungsoptiken verwendet (siehe Abb. 2.3). Anfangs wurde eine einzelne Linse eingesetzt, um die Fluoreszenz der Ionen zu sammeln und auf den PMT abzubilden. Diese Linse wurde mittels eines Rohres möglichst nahe an das Fenster gebracht und zur Optimierung der Abbildung auf einem X-Y-Z-Tisch befestigt. Durch eine Blende unmittelbar vor dem PMT mit einem Durchmesser von 0,5 mm wurde das Streulicht reduziert. Als Linse wurde eine Quarzlinse mit einem freien Durchmesser von 18 mm und einer Brennweite von 50 mm eingesetzt, was zu einer numerischen Apertur der Abbildung von 0,18 führt. Daraus ergibt sich eine gesamte Detektionseffizienz der vom Ion emittierten Photonen von 0,19 %. Dies führt zu einer maximal gemessenen Fluoreszenzrate eines einzelnen Ions von 10 ms^{-1} . Die Zählrate des Streulichts lag hingegen bei ca. 1 ms^{-1} .

Für die meisten Experimente ist dieses Signal/Streulicht-Verhältnis von 10 ausreichend. Es gibt jedoch Messungen, für die dieser Wert zu gering ist. Durch Tests der Abbildungseigenschaften stellte sich heraus, dass die Linse Abbildungsfehler, insbesondere sphärische Abberationen verursacht. So war es durch Verkleinerung der Blende und Optimierung der Position der Linse und des PMTs nicht möglich das Signal/Streulicht-Verhältnis zu verbessern. Um die Abbildungsfehler zu eliminieren wurde die Linse durch ein kommerzielles Objektiv ersetzt. Dieses Objektiv ist auf Abbildungsfehler korrigiert. Der Arbeitsabstand liegt bei 48 mm mit einem Bildabstand von 200 mm. Die dafür spezifizierte numerische Apertur ist 0,22. Da der Abstand zwischen Ion und Objektiv jedoch grösser ist als der spezifizierte Arbeitsabstand, liegt das Bild des Ions innerhalb des Einstülpfensters.

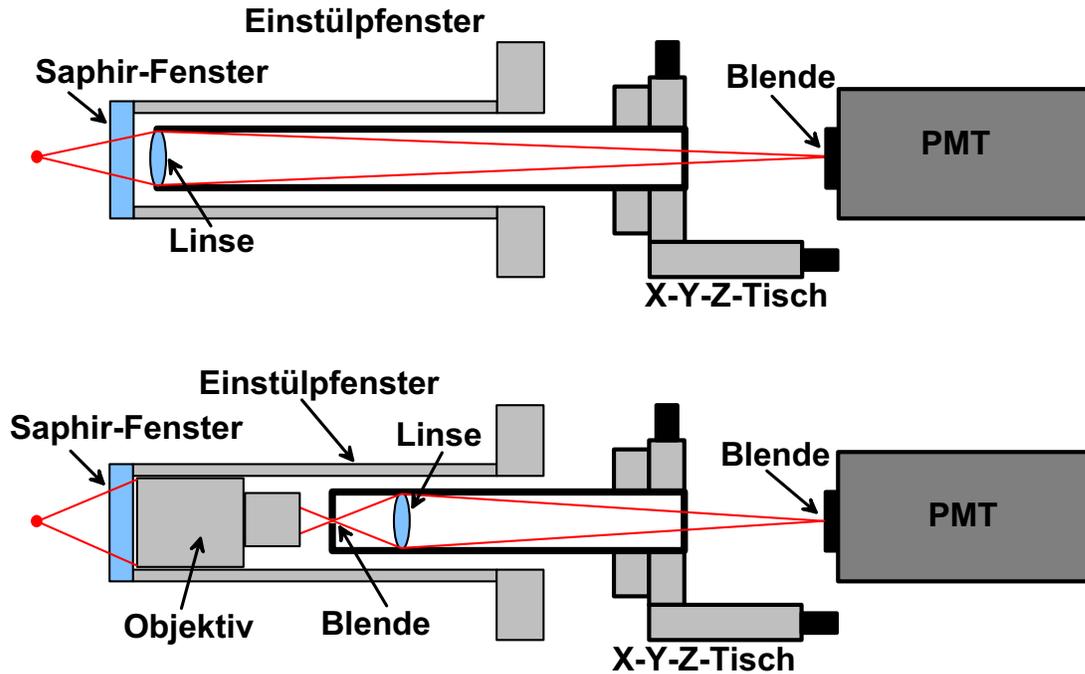


Abbildung 2.3: Verschiedene Optiken zum Nachweis der Ionenfluoreszenz. Die Abbildung der Ionen mit einer einzelnen Linse (Bild oben) wurde durch ein Objektiv ersetzt. Dadurch wurde das Signal-Untergrund-Verhältnis von ca. 10 auf 60 erhöht.

Um dennoch das Ion auf den PMT abbilden zu können, wurde die Blende zur Streulichtreduktion auf einem Rohr befestigt und eine integrierte Linse verwendet. Zur Optimierung der Abbildung wurde die Blende samt Hilfslinse auf einem X-Y-Z-Tisch befestigt, während das Objektiv im Einstülpfenster fixiert ist. Der Blendendurchmesser beträgt $200\ \mu\text{m}$ und die Hilfslinse zur Abbildung der Blende auf den PMT hat einen Durchmesser von $20\ \text{mm}$ und eine Brennweite von $25\ \text{mm}$. Die effektive numerische Apertur, die dem gegenüber dem spezifizierten Arbeitsabstand größeren Abstand der Ionen vom Objektiv berücksichtigt, wurde anhand des Objektivdurchmessers zu $0,2$ bestimmt. Da die numerische Apertur der Hilfslinse mit $0,37$ deutlich grösser ist als die des Objektivs, wird die Detektionseffizienz durch die Hilfslinse nicht beeinträchtigt. Die Abbildungsqualität der Linse spielt eine untergeordnete Rolle, da sich die Blende zur Streulichtreduktion vor dieser befindet. Somit hat die Hilfslinse lediglich die Aufgabe das Licht hinter der Blende zu sammeln und auf die aktive Fläche des PMTs zu fokussieren. Nachdem die Ionen frei von Abbildungsfehlern auf die Blende abgebildet wurden, konnte das Signal/Streulicht-Verhältnis auf 60 verbessert werden. Dies entspricht einem Signal eines einzelnen Ions von $12\ \text{ms}^{-1}$ bei einer Streulichttrate von $0,2\ \text{ms}^{-1}$.

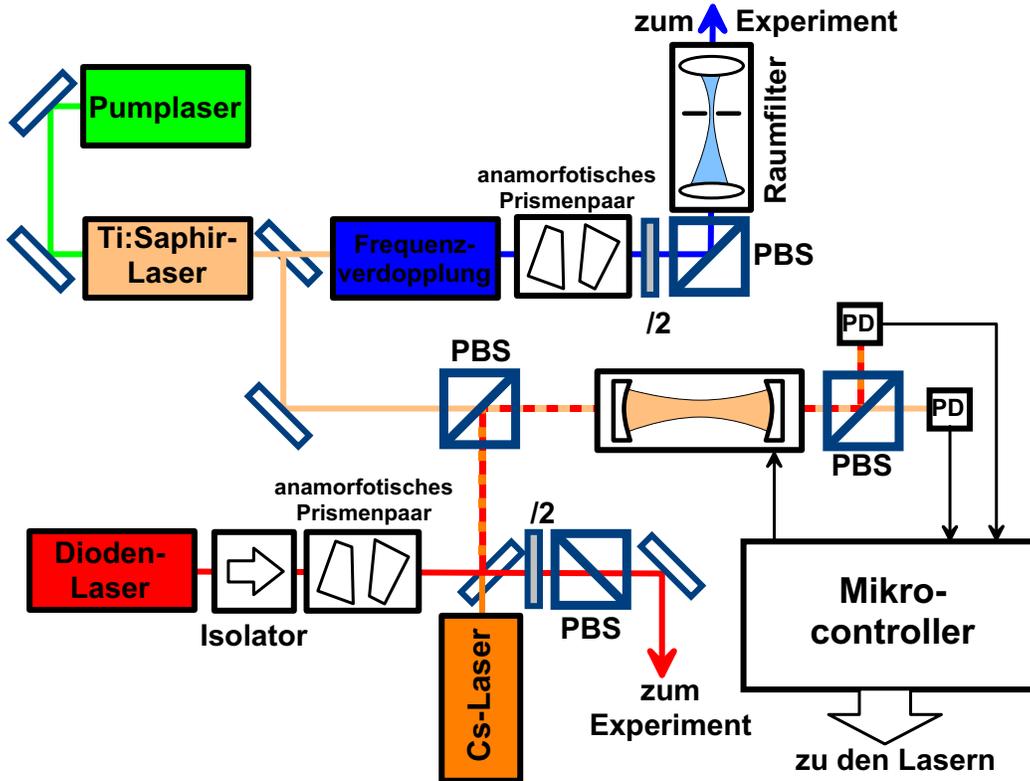


Abbildung 2.4: Aufbau des Lasersystems mit Driftkompensation.

2.3 Lasersystem I

Für Experimente mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen benötigt man hauptsächlich zwei Laser, einen Laser zur Erzeugung von Fluoreszenz auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und einen Laser zum Rückpumpen der Population des metastabilen $D_{3/2}$ -Niveaus auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang. Beide Laser sollten eine kleinere Linienbreite besitzen als die Linienbreite des betreffenden Übergangs. Da die Wellenlänge des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs (UV-Laser) bei 397 nm liegt, wird im Experiment ein frequenzverdoppelter Titan:Saphir Laser (Coherent 866) verwendet. Dieser wird von einem diodengepumpten, frequenzverdoppelten Festkörperlaser (Millenia X) gepumpt, der bei einer Leistung von 5 W betrieben wird. Um die gewünschte Wellenlänge zu erhalten, wird die Ausgangswellenlänge des Titan:Saphir-Lasers von 794 nm durch einen LBO-Kristall in einem Überhöhungsresonator halbiert (siehe Abb. 2.4). Der aus der Verdopplung kommende Strahl wird über eine anamorfotisches Prismenpaar von einem elliptischen auf einen runden Strahlquerschnitt gebracht. Zum Einstellen der Leistung wird eine Anordnung aus einer $\lambda/2$ -Platte und einem Polarisationsstrahlteiler verwendet. Da die Modenstruktur des verdoppelten Lasers keiner gaußschen Grundmode entspricht, muss das Strahlprofil durch ein Raumfilter geglättet werden. Dazu wird der Strahl mittels einer Linse

($f = 80$ mm) durch eine Blende mit $25 \mu\text{m}$ Durchmesser fokussiert. Eine weitere Linse ($f = 40$ mm) kollimiert den Strahl nach der Blende. Mittels einer Irisblende werden die äußeren Beugungsringe nach der Blende abgeschnitten. Der so erhaltene Strahl kommt einer gaußschen Grundmode sehr nahe.

Diese Laseranordnung hat eine Linienbreite von typischerweise einigen 100 kHz und Intensitätsschwankungen von weniger als 3 %. Aufgrund der Breite des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs von 22 MHz ist die Laserstabilität ausreichend.

Für den Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang mit einer Wellenlänge von 866 nm wird ein gitterstabilisierter Diodenlaser (Rückpumplaser) in Littrow-Anordnung verwendet. Mittels eines anamorfortischen Prismenpaares wird der Laserstrahl auf einen runden Strahlquerschnitt gebracht. Durch eine Kombination von $\lambda/2$ -Platte und Polarisationsstrahlteiler ist die Leistung des Lasers einstellbar. Zur Regelung der Frequenz des Lasers dient ein Piezo-Aktor, der das Gitter verkippt. Die typische Linienbreite dieser Anordnung beträgt ca. 1-2 MHz und weist Intensitätsschwankungen von typischerweise weniger als 2 % auf. Die Breite des $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs beträgt 1,7 MHz und ist somit vergleichbar mit der Linienbreite des Lasers.

Ein Problem beider Laser ist nicht deren Linienbreite, sondern deren Frequenzdrift. Zur Kompensation dieser Drift stehen im Falle von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen jedoch keine atomaren oder molekularen Spektrallinien zur Verfügung. Daher muss eine andere Referenz verwendet werden. In diesem Experiment wird ein konfokaler Stabilisierungs-Resonator eingesetzt um die beiden Laser an einen absolut stabilisierten Laser (Referenzlaser) zu koppeln [12]. Zu diesem Zweck wird die Resonatorlänge mittels eines Piezo-Aktors mit einer Frequenz von 16 Hz über etwas mehr als einen freien Spektralbereich (FSR) durchgestimmt und währenddessen die Transmission gemessen. Der Referenzlaser wird in den Stabilisierungs-Resonator eingekoppelt. Das Transmissionssignal dieses Lasers wird benutzt, um die Drift des Stabilisierungs-Resonators zu kompensieren. Dazu wird der Abstand zwischen dem Anfang der Durchstimmung der Resonatorlänge und des Auftretens der ersten Transmissionslinie des Referenzlasers gemessen. Dieser Abstand wird durch eine Regelung über einen Offset am Durchstimm-Piezo konstant gehalten. Dazu wird mittels eines vom Messcomputer unabhängigen Mikrocontrollers (ADWIN) für jede Resonatorlänge das Transmissionssignal über eine Photodiode gemessen, und die Lage der Transmissionsmaxima berechnet. Das Regelsignal wird dann mit der Spannungsrampe für die Durchstimmung des Resonators überlagert und über einen Hochspannungs-Verstärker auf den Durchstimm-Piezo geführt.

Zur Driftkompensation des Rückpumplasers wird dieser mit dem Referenzlaser überlagert, ebenfalls in den Stabilisierungs-Resonator eingekoppelt und der Abstand zwischen der ersten Transmissionslinie des Referenzlasers und des Rückpumplasers gemessen. Über eine Regelung wird dieser Abstand konstant gehalten, wobei der Piezo-Aktor des Gitters als Regelement der Laserfrequenz eingesetzt wird. Zur Unterscheidung des Rückpumplasers vom Referenzlaser werden unterschiedliche Laserleistungen gewählt, so dass die Transmissionslinien beider Laser

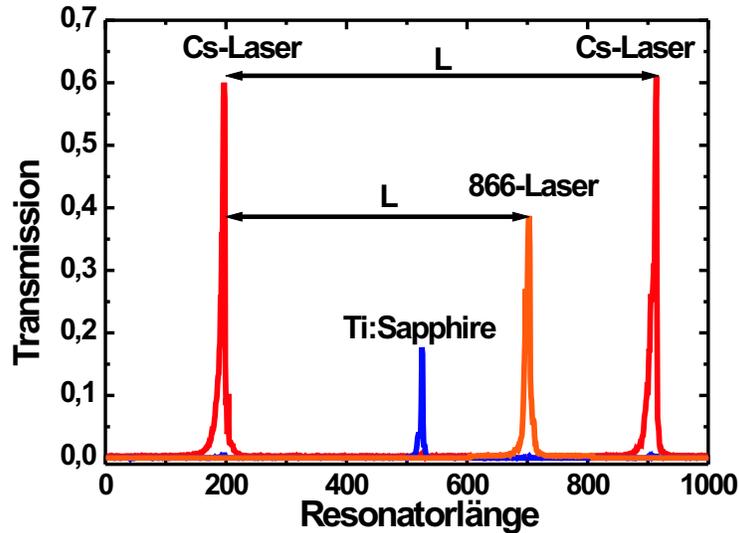


Abbildung 2.5: Transmissionslinien des Stabilisierungs-Resonators. Die zwei größten äußeren Linien sind die des Referenzlasers. Zur Unterscheidung vom Referenzlaser ist die Linie des Rückpumpasers kleiner, während die Linie des Ti:Saphir-Lasers eine orthogonale Polarisation besitzt.

unterschiedliche Intensitäten besitzen.

Um die Drift des UV-Lasers zu kompensieren, wird ein Teil des Ausgangsstrahls des Ti:Saphir-Lasers mittels einer $\lambda/2$ -Platte und eines Polarisationsstrahlteilers ebenfalls in den Stabilisierungs-Resonator eingekoppelt. Als Regelsignal wird auch hier der Abstand der Transmissionslinien des Referenzlasers und des UV-Lasers verwendet. Zur Unterscheidung der Signale wird jedoch in diesem Fall die orthogonale Polarisation der Laser eingesetzt. Die Transmissionssignale werden hinter dem Resonator durch einen Polarisationsstrahlteiler getrennt und mit zwei Photodioden gemessen. Zur Regelung des Abstandes wird in diesem Fall das Signal des Mikrocontrollers auf den Regeleingang der Elektronik des Ti:Saphir-Lasers gelegt.

Eine Messung der Transmissionslinien des Stabilisierungs-Resonators ist in Abb. 2.5 zu sehen. Deutlich zu erkennen sind die Transmissionslinien des Referenzlasers und des Rückpumpasers, die sich durch ihre Intensität unterscheiden. Der Ti:Saphir-Laser ist durch seine Polarisation von den anderen Lasern unterschieden und ist auf einer getrennten Photodiode zu sehen. Ein Schema des gesamten Lasersystems ist in Abb. 2.4 dargestellt.

Als Referenzlaser zur der Drift-Kompensation dient ein Diodenlaser in Littrow-Anordnung, der über Sättigungsspektroskopie auf die D1-Linie von atomarem Cäsium bei 852 nm stabilisiert ist. Dazu wird der Laser in zwei Strahlen aufgeteilt, die gegenläufig eine Cäsiumzelle durchqueren. Der schwächere der beiden Strahlen (Probestrahl) wird mit einer Photodiode detektiert, wohingegen

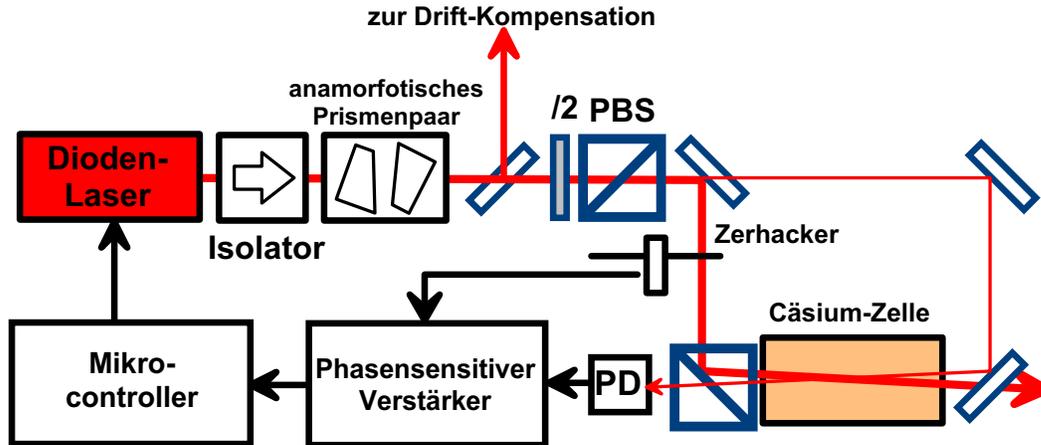


Abbildung 2.6: Aufbau zur Stabilisierung eines Diodenlasers auf eine dopplerfreie Spektrallinie von atomarem Cäsium.

der stärkere Strahl zur Sättigung des Übergangs in Cäsium führt (Sättigungsstrahl). Mit dieser Anordnung erhält man ein dopplerfreies Signal, das nachgewiesen wird indem man den Sättigungsstrahl mit einem Lichtzerhacker moduliert und das Photodioden-Signal des Probestrahls mittels eines Verstärkers phasensensitiv misst (siehe Abb. 2.6). Der Laser wird auf die $F = 3,4$ -Linie stabilisiert (siehe Abb. 2.7), indem die Höhe des Spektroskopie-Signals auf einen konstanten Wert geregelt wird. Um die optimale Empfindlichkeit der Regelung zu erreichen wird der Laser auf die halbe Linienhöhe stabilisiert, da hier die Steigung des Spektrums $\left(\frac{dI(\nu)}{d\nu}\right)$ maximal ist, d.h. bei gegebenem Rauschen der Regelung kann an diesem Punkt die kleinste Frequenzabweichung vom Sollwert gemessen und zurückgeregelt werden. Auch diese Regelung wird vom Mikrocontroller übernommen.

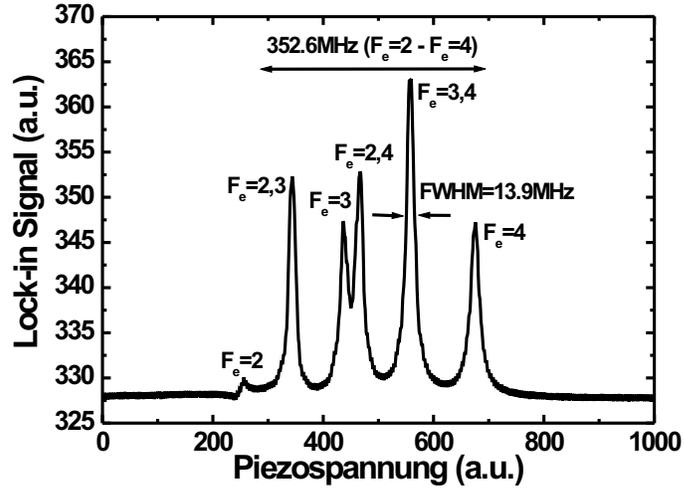
Um die Stabilität des Referenzlasers zu messen, wird das Photodioden-Signal analysiert. Da sowohl das Rauschen der Photodiode als auch die Intensitätsschwankungen des Diodenlasers vernachlässigbar sind, kann aus der Schwankung des Photodioden-Signals die Frequenzschwankung des Diodenlasers bestimmt werden. Dabei wird die Cäsiumlinie selbst als Frequenzdiskriminator verwendet. Das Funktionsprinzip dieser Messung ist analog zur Messung der Mikrobewegung mittels der Korrelationsmethode (siehe Kapitel 3.4). Mit der Linienbreite der Cäsiumlinie Γ und der resonanten Signalhöhe der Linie I_{max} gilt:

$$\Delta I = \left. \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\nu_0} \cdot \Delta\nu = - \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 I_{max} \nu_0}{\left[\nu_0^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right]^2} \cdot \Delta\nu . \quad (2.3)$$

Darin sind ΔI die Amplitude des Photodioden-Signals, $\Delta\nu$ das Frequenzrauschen des Lasers und ν_0 die Verstimmung des Lasers relativ zur Linie.

Mit dieser Methode war eine Driftkompensation des Referenzlasers von besser als

Abbildung 2.7:
Dopplerfreie Messung
der Cs-Linien zur
Stabilisierung des
Lasers. Zur
Stabilisierung wird die
 $F = 3,4$ Crossover-Linie
des D2-Übergangs mit
einer gemessenen
Linienbreite von
13,9 MHz verwendet.



1 MHz möglich.

Zur Messung der Driftstabilität der beiden anderen Laser wurde die relative Lage der Transmissionslinien bezüglich der Lage der Referenzlaser-Transmissionslinie gemessen (siehe Abb. 2.5). Die Schwankungen der Transmissionsmaxima können dann mittels des freien Spektralbereichs (FSR) direkt in eine Frequenzschwankung umgerechnet werden :

$$\Delta\nu = \frac{L}{\Delta L} \cdot FSR. \quad (2.4)$$

Darin ist ΔL die Änderung der Lage einer Transmissionslinie und L der freie Spektralbereich in Einheiten der Längenänderung ΔL . Aus dieser Messung ergeben sich Driftstabilitäten von besser als 1 MHz. Diese Stabilität gilt jedoch nur für langsame Zeitskalen (> 1 s). Betrachtet man kürzere Zeiten, so kommt man zu Driftstabilitäten von ca. 3 MHz. Die Messung in Abb. 2.8 zeigt, dass sich durch diese Methode die Laserdrift weitgehend kompensieren läßt. Dazu wurden die Lagen der Transmissionslinien bezüglich des Referenzlasers (Cs) sowohl mit als auch ohne Driftkompensation gemessen. Dabei zeigt sich, dass sowohl der Rückpumplaser als auch der UV-Laser bis zu 90 MHz/h driften. Dieser Effekt wird durch die Driftkompensation vollständig eliminiert.

2.4 Resonatoraufbau

Zur Untersuchung von Resonator-QED-Effekten mit Ionen wurde ein spezieller Aufbau des Resonators und dessen Halterung konzipiert. Ein Problem bei der Kombination eines optischen Resonators und einer Ionenfalle ist, dass ein kompakter Aufbau des Resonators nicht möglich ist, da die Ionenfalle in den Resonatoraufbau hineinreichen muss. Dies führt zu unterschiedlichen Problemen. Zum einen wird dadurch eine Justage des Resonators erschwert, zum anderen nimmt

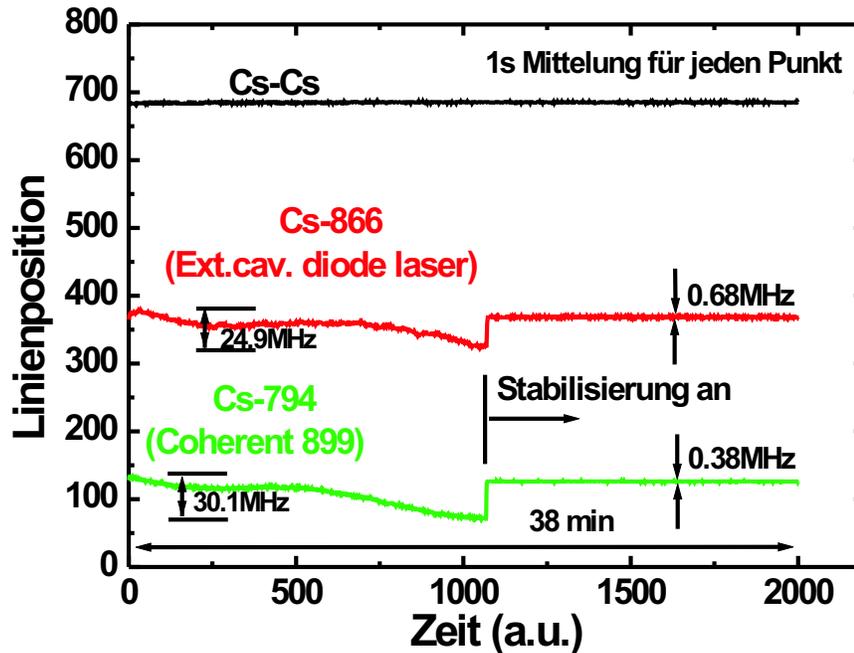


Abbildung 2.8: Messung der Lage der Transmissionslinien des Stabilisierungs-Resonators relativ zur Transmissionslinie des Referenzlasers (Cs). Ohne Driftkompensation treten Driften der Laser von ca. 90 MHz/h auf. Mit Driftkompensation sind diese Driften kompensiert.

die Stabilität des Resonators ab. Daher ist es nötig, durch passive Vibrationsisolation des Resonators den Einfluss mechanischer Schwingungen zu reduzieren. Dazu wurde der Fallen-Resonator-Aufbau auf vier 6-stufigen Dämpfungsgliedern, bestehend aus Viton-Ringen und Metallplatten, gelagert. Zur aktiven Stabilisierung der Resonatorlänge wie auch deren Variation sind beide Resonatorspiegel mittels eines Piezo-Aktors verfahrbar. Damit eine Längenstabilisierung möglich ist, muss das Regelsignal möglichst hoch über dem Rauschen der Elektronik liegen. Betrachtet man einen Resonator mit einer Finesse von 40 000 bei einer Wellenlänge von 866 nm, so muss die Resonatorlänge auf weniger als 2 pm konstant gehalten werden. Dies entspricht 1/10 der Linienbreite des Resonators. Um den Einfluss des elektronischen Rauschens auf die Stabilität des Resonators zu reduzieren wird ein Piezoaktor mit einem Ausdehnungskoeffizient von 0,67 nm/V verwendet. Um dennoch über mehrere freie Spektralbereiche verstimmen zu können, kann der zweite Spiegel um 10 μm bei $\Delta U_{Piezo} = 150 \text{ V}$ verfahren werden. In diesem Fall kann hochfrequentes, elektronische Rauschen durch passende Filter unterdrückt werden. Niederfrequentes Rauschen wird dabei durch die Stabilisierung kompensiert.

Die Spiegel bestehen aus einem zylinderförmigen Quarzsubstrat mit einem Durchmesser von 3 mm und einer Länge von 10 mm. Ein Ende des Substrats ist auf

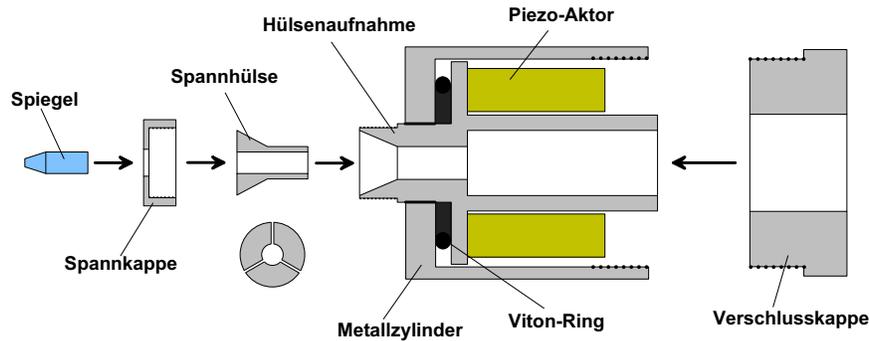


Abbildung 2.9: Aufbau der Spiegelhalter des Resonator

einen Durchmesser von 1 mm konisch reduziert. Diese Endfläche ist konkav mit einem Krümmungsradius von 10 mm poliert und mit einer Reflektionsbeschichtung versehen. Zur Vermeidung von Rückreflexen ist das entgegengesetzte Ende des Substrats antireflexbeschichtet. Durch diese Spiegelform ist sowohl eine gute Halterung als auch eine gute Anpassung an die Fallenelektroden gewährleistet. Zur axialen Ausrichtung der Spiegel wurde die Halterung jedes einzelnen Spiegels so konzipiert, dass Fehljustagen lediglich durch die Toleranzen der Einzelteile bedingt sind. Zudem muss darauf geachtet werden, dass der Spiegel möglichst radialsymmetrisch gespannt wird, um spannungsinduzierte Doppelbrechung zu vermeiden. In Abb. 2.9 ist der Spiegelhalter dargestellt. Der Spiegel wird von einer Spannhülse aufgenommen. Durch konische Flächen an der Außenseite der Spannhülse und der Innenseite der Hülseaufnahme wird der Spiegel beim Aufschrauben der Spannkappe fixiert, indem die Spannhülse in die Hülseaufnahme gedrückt wird. Um die axiale Justage der Spiegel sicherzustellen ist die Hülseaufnahme über eine Präzisionspassung mit einem Metallzylinder verbunden. Der Metallzylinder dient zur Halterung der Spannvorrichtung wie auch zur Aufnahme und elektrischen Abschirmung eines Piezo-Aktors. Zusammen mit der Fertigungs-Genauigkeit des Metallzylinders ergibt sich eine axiale Ausrichtung des Spiegels relativ zum Außendurchmesser des Metallzylinders von 0.02 mm. Der Piezo-Aktor zur Verschiebung des Spiegels ist durch den Metallzylinder zusammen mit der Verschlusskappe und der Hülseaufnahme eingekapselt, so dass die elektrischen Felder des Piezo-Aktors die Speicherung der Ionen in der Falle nicht beeinflussen. Zur Verschiebung des Spiegels ist ein Ende des Piezo-Aktors mit der Hülseaufnahme verbunden, während das andere Ende über die Verschlusskappe mit dem Metallzylinder verbunden ist. Ein Viton-Ring dient zum mechanischen Vorspannen des Piezo-Aktors.

Die Spiegelhalterung wird über ein Spannband in der V-Nut des Halterungsblocks fixiert (siehe Abb. 2.10). Um die beiden Spiegel individuell verfahren zu können, ist jeder dieser Halteblöcke auf einem Piezomotor (PT30) montiert. Dadurch kann jeder der Spiegel über 4,8 mm verstellt werden. Dies entspricht einer

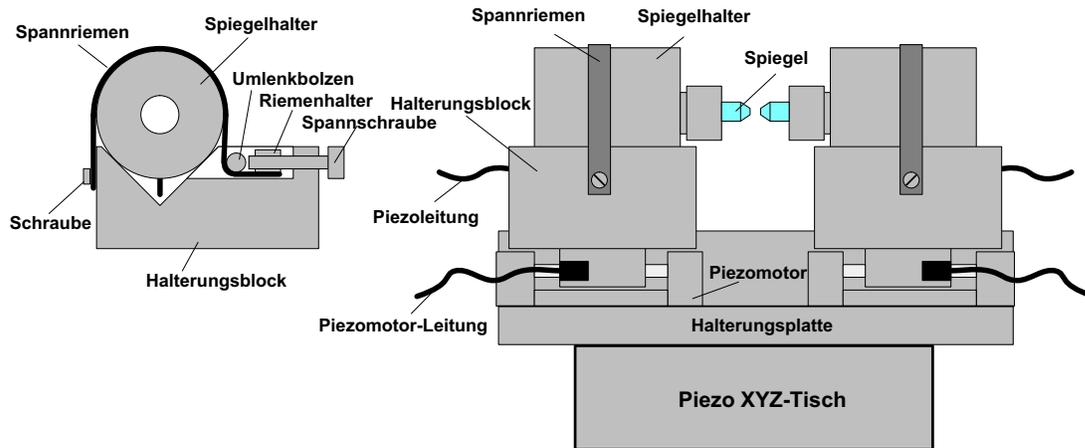


Abbildung 2.10: Aufbau des Resonators. Die Spiegelhalter sind über Spannriemen in den V-Nuten der Halteblöcke fixiert. Durch Piezo-Motoren können beide Spiegel um 4,8 mm verfahren werden.

Resonatorlänge von 0,1 bis 9,7 mm. Zur Fixierung der Piezo-Motoren und der Halteblöcke beider Spiegel gegeneinander werden diese auf einer Halteplatte befestigt und über Stäbe ausgerichtet. Der gesamte Resonator kann mittels eines X-Y-Z-Piezo-Tisches in alle drei Richtungen über $100\ \mu\text{m}$ verschoben werden. Dadurch kann die Position des Resonators relativ zur Lage der Ionen in der Falle verändert werden. Mit diesem Resonatoraufbau wird eine große Flexibilität für die Länge des Resonators als auch bezüglich seiner Lage zur Falle erreicht. Trotzdem wird durch die Konstruktion die Ausrichtung der Spiegel gewährleistet.

2.5 Lasersystem II

Um Resonator-QED Experimente durchführen zu können ist es essenziell, optische Resonatoren mit einer möglichst hohen Finesse F zu verwenden, um die Dämpfung des Resonatorfeldes möglichst gering zu halten. Dies führt zu kleinen Linienbreiten $\delta\nu$ der Resonatortransmission, die von der Resonatorlänge L über die Beziehung $\delta\nu = \frac{c}{2LF}$ abhängt. Für eine Finesse des Resonators von 40 000 und einer Resonatorlänge zwischen 0,8 und 9 mm ergibt sich eine Linienbreite im Bereich 400 kHz bis 4,7 MHz.

Aufgrund von Driften der Resonatorlänge und durch Vibrationen ändert sich die Frequenz des Resonators. Bei der deterministischen Kontrolle der Kopplung zwischen Ion und Resonator ist eine solche Änderung der Resonanzfrequenz unerwünscht. Daher muss die Länge des Resonators aktiv stabilisiert werden. Für eine solche Stabilisierung ist ein Laser erforderlich, dessen Frequenz über längere Zeiträume absolut frequenzstabil ist und dessen Linienbreite kleiner ist als die des zu stabilisierenden Resonators. Desweiteren darf dieser Laser nicht an

das Ion koppeln, um die Wechselwirkung zwischen Ion und Resonator möglichst nicht zu beeinflussen. Im Experiment wurde die Wellenlänge 894 nm gewählt, da hier die Cäsium-D1-Linie als absolute Referenz zur Verfügung steht. Ein weiterer Laser wird bei der Übergangswellenlänge des $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs (866 nm) benötigt, um die Position des Ions bezüglich der Resonatormode zu bestimmen und zu optimieren (siehe Kapitel 8.2). Auch dieser Laser muss frequenzstabil sein und eine kleinere Linienbreite als der Resonator besitzen.

Beide Laser benötigen demzufolge eine Linienbreite von kleiner als 400 kHz und eine Driftstabilität der Frequenz ebenfalls auf diesem Niveau. Diese Parameter konnten mit dem bisher beschriebenen Lasersystem nicht erreicht werden. Die Linienbreiten lagen dabei im Bereich weniger MHz mit einer Driftstabilität von besser als einem MHz.

Zur Stabilisierung der Lasern auf die geforderte Linienbreite stehen verschiedene Verfahren zur Verfügung. Das verbreitetste Verfahren ist das so genannte Pound-Drever-Hall Verfahren [13], [14]. Dabei werden die Seitenbänder eines phasenmodulierten Lasers an einem Resonator reflektiert. Der reflektierte Strahl wird mittels einer Photodiode und eines Mischers phasensensitiv detektiert, und das so gewonnene Signal wird zur Regelung der Laserfrequenz eingesetzt. Dieses Signal besitzt eine Nullstelle auf der Resonanz des Stabilisierungs-Resonators. Als Regelglied bei der Stabilisierung von Diodenlasern wird meist der Strom der Diode für schnelle Fluktuationen und die Gitterverkipfung durch einen Piezo-Aktor für langsame Frequenzänderungen eingesetzt. Betrachtet man jedoch das Frequenzspektrum der Fluktuationen eines IR-Diodenlasers, so erkennt man das Auftreten von Fluktuationen bei Frequenzen von bis zu einigen 10 MHz. Um diese Fluktuationen zu eliminieren, ist eine Regelung mit einer Bandbreite von mehreren 10 MHz nötig.

Im Falle von Diodenlasern existiert jedoch eine Stabilisierungsmethode, die auf eine schnelle Regelelektronik verzichten kann: In diesem Fall wird der Laser optisch auf einen Resonator stabilisiert.

2.5.1 Optische Frequenzstabilisierung von Diodenlasern

Betrachtet man die zeitliche Entwicklung des elektrischen Feldes der Laserstrahlung in einem Diodenlaser, so erhält man folgende Gleichung [15]:

$$\frac{d}{dt} (E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))}) = \left[i\omega_N + \frac{1}{2} (G - \Gamma) (1 + i\alpha) \right] E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))}. \quad (2.5)$$

Der erste Term dieser Gleichung beschreibt den Umlauf des Lichts im Laserresonator. Darin ist $\omega_N = \frac{N\pi c}{n_{\text{HL}} l_{\text{Laser}}}$ die Frequenz des N-maligen Umlaufs des Lichts im Laserresonator mit der Länge l_{Laser} und dem Brechungsindex des Halbleitermaterials n_{HL} . Der zweite Term beschreibt die Verstärkung des Lichtfelds durch die stimulierte Emission G und die Dämpfung durch Verluste Γ . Der Parameter α beschreibt die Abhängigkeit des Brechungsindex n_{HL} von der Gesamtverstärkung

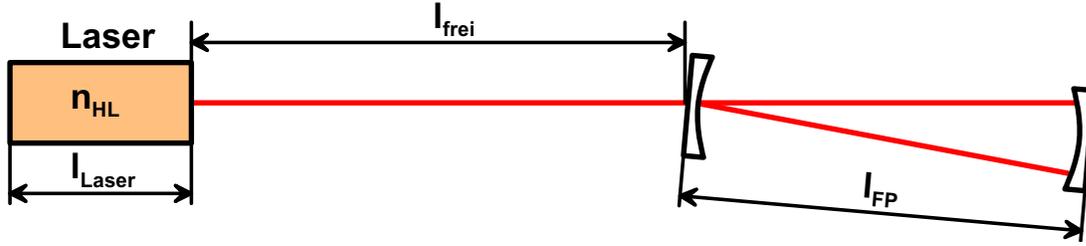


Abbildung 2.11: Schematischer Aufbau zur optischen Stabilisierung eines Diodenlasers auf einen Stabilisierungs-Resonator

des Lasers. Somit charakterisiert α die Rückwirkung der Laserverstärkung des aktiven Mediums auf die Phase des emittierten Lichts. Betrachtet man nun die Amplitude des emittierten Laserfelds, so erhält man einen exponentiellen Anstieg des Feldes, falls die Verstärkung des Lasers G grösser ist als die Verluste. Im umgekehrten Fall wird das Feld gedämpft.

Wird ein Teil des emittierten Laserfelds von einem optischen Resonator zurückgekoppelt, so ändert sich das Verhalten des Lasers beträchtlich. Um dies zu verstehen betrachtet man die in Abb. 2.11 dargestellte Anordnung. Das Laserfeld wird über eine freie Wegstrecke l_{frei} in einen optischen Resonator (Stabilisierungs-Resonator) der Länge l_{FP} eingekoppelt. Dabei wird eine reflektionsartige Mode des Resonators angeregt, d.h. in Resonanz tritt maximale Reflektion der Anordnung auf. Die Spiegel des Stabilisierungs-Resonators besitzen eine Reflektivität R und führen zu einer Resonatorfinesse F_{FP} . Wird nur ein kleiner Teil des Laserfelds in den Laser zurückgekoppelt, so ergibt sich die zeitliche Entwicklung des elektrischen Feldes der Laserstrahlung zu:

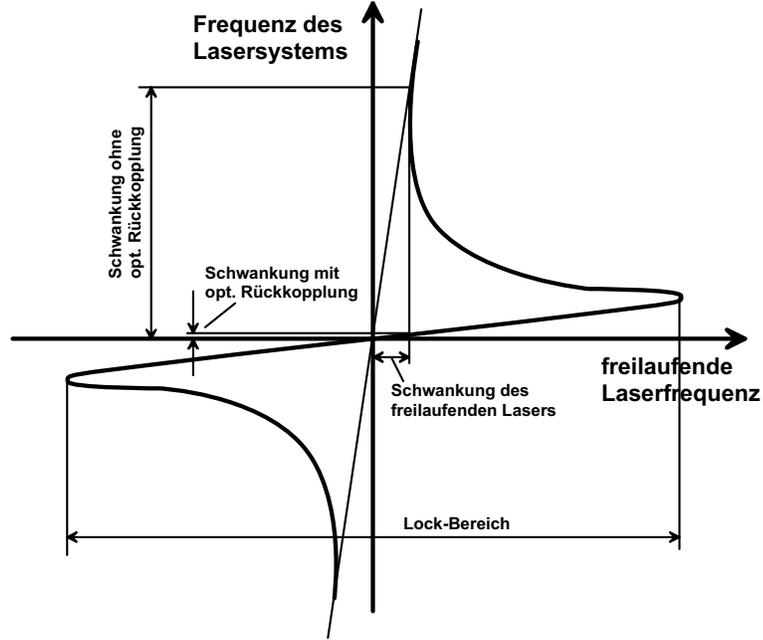
$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))}) &= \left[i\omega_N + \frac{1}{2} (G - \Gamma) (1 + i\alpha) \right] E(t)e^{i(\omega t + \phi(t))} \\ &+ \sum_{m=0}^{\infty} K_m E(t - t_m) e^{[i(\omega(t-t_m) + \phi(t-t_m))]} . \end{aligned} \quad (2.6)$$

Während der erste Faktor der Entwicklung des freien Lasers entspricht (siehe Gl. (2.5)), beschreibt der zweite Term das vom Stabilisierungs-Resonator zurückreflektierte Feld. Das reflektierte Feld setzt sich aus den Feldern nach $m = 0$ bis $m = \infty$ Umläufen im Stabilisierungs-Resonator zusammen. Während die reflektierten Felder proportional zu dem vom Laser zur Zeit $t - t_m$ emittierten Feld mit $t_m = \frac{2}{c}[l_{\text{frei}} + (2m + 1)l_{\text{FP}}]$ sind (Retardierung des Feldes aufgrund der Laufzeit), beschreibt K_m die Rate der Rückkopplung in den Laser. Es gilt:

$$K_m = \frac{c}{2n_{\text{HL}}l_{\text{Laser}}} \sqrt{\eta} \frac{(1 - R_{\text{Laser}})}{\sqrt{R_{\text{Laser}}}} \sqrt{R}(1 - R)R^{2m} . \quad (2.7)$$

Der erste Term entspricht dem freien Spektralbereich des Laserresonators, η ist die Modenanpassung und gibt an, wie viel Leistung von der Mode reflektiert wird.

Abbildung 2.12:
Frequenz des
Stabilisierten Lasers
in Abhängigkeit der
Frequenz des
freilaufenden Lasers.
Durch die
Rückkopplung
werden Frequenz-
schwankungen des
Lasers im
Fang-Bereich stark
reduziert.



η enthält insbesondere alle Verluste und zusätzlichen Abschwächungen. Der dritte Faktor beschreibt die Kopplung des Feldes im Laserresonator mit dem zurückreflektierten Feld aufgrund der endlichen Reflektivität R_{Laser} der Austrittsflächen des Lasers, während die letzten Faktoren die Aus- und Einkopplung des Feldes am Stabilisierungs-Resonator und die Verluste während des m -maligen Umlaufs berücksichtigen. Im Gleichgewicht erhält man für Gleichung (2.6) für $R \approx 1$ die folgende Lösung:

$$\omega_N = \omega + K \frac{\sin \left[\frac{2\omega}{c} (l_{\text{frei}} + l_{\text{FP}}) + \Phi \right] - R^2 \sin \left[\frac{2\omega}{c} (l_{\text{frei}} - l_{\text{FP}}) + \Phi \right]}{1 + F^2 \sin^2 \left[\frac{2\omega}{c} l_{\text{FP}} \right]} \quad (2.8)$$

mit

$$K = \sqrt{1 + \alpha^2} \sqrt{\eta} \frac{c}{2n_{\text{HL}} l_{\text{Laser}}} \frac{F_{\text{FP}}}{2F_{\text{Laser}}} . \quad (2.9)$$

Darin ist F_{Laser} die Finesse des Laserresonators. In Abb. 2.12 ist die Frequenz ω des Lasers mit Rückkopplung gegenüber der Frequenz ω_N des freilaufenden Lasers dargestellt. Man erkennt deutlich, dass durch die Rückkopplung Bereiche entstehen, in denen die Steigung $\frac{d\omega}{d\omega_N}$ klein wird. In diesen Bereichen wird die Frequenzschwankung des Lasers durch optische Rückkopplung reduziert. Diese Reduktion der Frequenzschwankung des Lasers im Fang-Bereich wird durch die Steigung P charakterisiert, die gegeben ist durch:

$$P = \frac{d\omega_N}{d\omega} = 1 + \sqrt{1 + \alpha^2} \sqrt{\eta} \frac{l_{\text{FP}}}{n_{\text{HL}} l_{\text{Laser}}} \frac{F_{\text{FP}}}{F_{\text{Laser}}} . \quad (2.10)$$

Zur Erhöhung der Frequenzstabilität stehen praktisch zwei Parameter zur Verfügung. Die Erhöhung der Finesse F_{FP} wie auch die Erhöhung von η führen zu

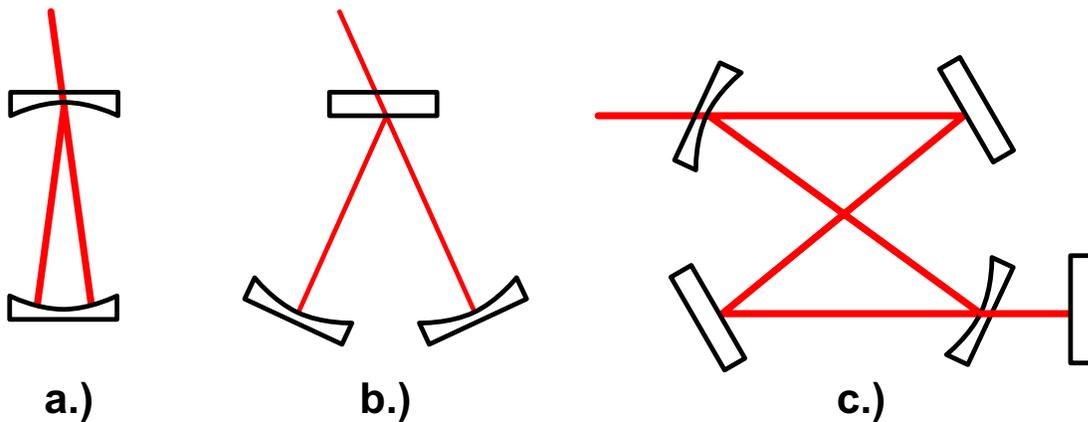


Abbildung 2.13: Verschiedenen Resonatorkonfigurationen zur optischen Stabilisierung von Diodenlasern

einer Vergrößerung von P . Jedoch führt die Erhöhung von η zusätzlich zu einer Vergrößerung des Fang-Bereichs.

Wie bereits erwähnt, ist es für diese Art der Stabilisierung jedoch essenziell, dass in Resonanz die Amplitude des reflektierten Feldes ein Maximum besitzt. Um dies zu erreichen, muss im Resonator eine reflektionsartige Mode angeregt werden. Das ist auf verschiedene Arten möglich: Zum einen kann eine V-Mode in einem konfokalen Resonator angeregt werden, oder man verwendet einen Resonator aus drei oder mehreren Spiegeln (siehe Abb. 2.13). In einem konfokalen Resonator besitzt die V-Mode im Gegensatz zu anderen Moden ein Reflektionsmaximum in der Resonanz des Resonators, wohingegen außerhalb keine Reflektion zurück in den einfallenden Strahl auftritt. Diese Art der Mode kann jedoch nur in einem konfokalen Resonator angeregt werden, da sie keiner Grundmode entspricht, sondern sich durch Überlagerung dieser Grundmoden ergibt. Eine Überlagerung ist nur bei entarteten Grundmoden, also im konfokalen Fall möglich. Besteht der Resonator aus drei Spiegeln, ist jede Resonatormode eine Reflektionsmode, während im Fall von vier Spiegeln mittels eines weiteren Spiegels an einem der Ausgänge das transmittierte Licht zurück in den Resonator reflektiert werden muss. Erst dadurch erhält man eine Reflektion in Resonanz.

Zwei Parameter müssen gegen Driften und Fluktuationen stabilisiert werden, wie in Abb. 2.14 dargestellt ist. Zum einen ändert sich mit dem Abstand zwischen Laser und Stabilisierungs-Resonator, die Phase des zurückreflektierten Feldes. Andererseits driftet die freilaufende Frequenz des Diodenlasers, was dazu führt, dass nach einiger Zeit der Diodenlaser aus dem Fang-Bereich gerät und somit nicht mehr stabilisiert wird. Während sich die Phase des zurückreflektierten Feldes auch auf die Kurzzeitstabilität der Stabilisierung auswirkt, beeinflusst die Laserdrift lediglich die Langzeitstabilität.

In Abb. 2.14 ist sowohl der Fang-Bereich als auch die Transmission des Stabilisierungs-Resonators über der Frequenz des Lasers für verschiedene Pha-

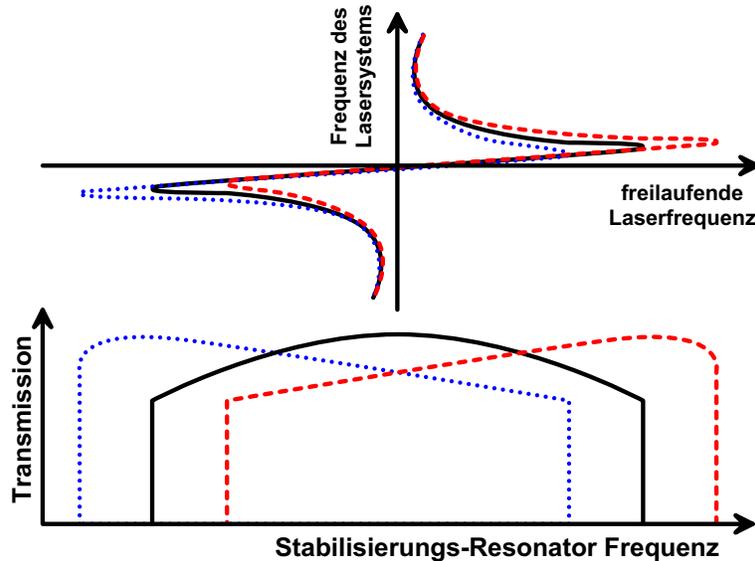


Abbildung 2.14: Verlauf des Fang-Bereichs als auch der Transmission des Stabilisierungs-Resonators für verschiedene Weglängen zwischen Resonator und Laser.

sen dargestellt. Sowohl die Änderung der Phase als auch die Drift der freilaufenden Laserfrequenz führen zu denselben Effekten bei der Transmission des Stabilisierungs-Resonators. Zum einen ändert sich die Höhe des Transmissionsignals, zum anderen dessen Form. Für den optimalen Fall einer Phase $\phi = 0$ und $\omega_N = \omega_{FP}$ erhält man ein symmetrisches Transmissionsignal und somit auch einen symmetrischen Fang-Bereich.

Aufgrund von Driften und Schwankungen der Temperatur und des Luftdrucks ändert sich jedoch die Phase. Zudem können Änderungen der optischen Weglänge aufgrund von akustischen Störungen auftreten. Daher muss die Phase mittels eines Piezos aktiv geregelt werden. Dieser ändert die Weglänge zwischen Stabilisierungs-Resonator und Laser, indem ein Umlenkspiegel verschoben wird. Um das Regelsignal zu erhalten, wird die Phase mittels des Piezos mit einer Frequenz von 40 kHz moduliert. Misst man nun die Transmission des Stabilisierungs-Resonators phasensensitiv bei der Modulationsfrequenz, so erhält man ein Fehlersignal. Dieses Fehlersignal ist null beim Maximum des Transmissionsignals und besitzt je nach Phase für $\phi \neq 0$ ein positives oder negatives Vorzeichen. In Abb. 2.15 ist das Schema der Elektronik der Phasenstabilisierung dargestellt. Mittels einer Photodiode und eines phasensensitiven Verstärkers wird aus der Transmission des Stabilisierungs-Resonators das Fehlersignal gewonnen. Ein PI-Regler erzeugt daraus ein Regelsignal, das zur Modulation addiert wird und über einen Hochspannungs-Verstärker dem Piezo der Phasenstabilisierung zugeführt wird. Der andere zu stabilisierende Parameter ist die Frequenz des freilaufenden Lasers. Solange die freilaufende Wellenlänge des Lasers im Fang-Bereich der Stabilisier-

ung bleibt, ändert sich die Frequenz des Lasersystems kaum. Driftet der Laser jedoch aus dem Fang-Bereich, wird die optische Rückkopplung unwirksam und der Laser ist nicht mehr stabilisiert. Um sicherzustellen, dass die Laserstabilisierung über viele Stunden zuverlässig arbeitet, muss diese Drift des Lasers kompensiert werden. Dabei muss eine Beeinflussung der Regelung für die Phase vermieden werden. Das Regelsignal der Driftkompensation muss deshalb auf eine andere Weise gewonnen werden als das Regelsignal der Phase. Es bietet sich an, wieder die Transmission des Stabilisierungs-Resonators heranzuziehen. Zur Kompensation der Laserdrift eignet sich die Detektion der Form der Transmission. Jedoch wird die Transmission nicht phasensensitiv zur Modulationsfrequenz detektiert sondern phasensensitiv zur dritten harmonischen der Modulationsfrequenz. Dazu wird diese verdreifacht und das Photodioden-Signal mittels eines phasensensitiven Verstärkers bei dieser Frequenz detektiert. Um den Unterschied des Regelsignals für die Phase und für die Driftkompensation zu verdeutlichen, betrachtet man das Transmissionssignal $T(\phi)$ des Stabilisierungs-Resonators. Dieses Signal kann in einer Taylor Reihe entwickelt werden:

$$T(\phi) = T(\phi_0) + \sum_{i=0}^{\infty} \left. \frac{d^i T(\phi)}{d\phi^i} \right|_{\phi_0} \phi^i. \quad (2.11)$$

Moduliert man nun die Phase mit $\phi = \phi_0 + \phi_1 \cos(\omega_{\text{mod}} t)$, so erhält man:

$$T(t) = T(\phi_0) + \sum_{i=0}^{\infty} \left. \frac{d^i T(\phi)}{d\phi^i} \right|_{\phi_0} \phi_1^i \cos^i(\omega_{\text{mod}} t). \quad (2.12)$$

Wird dieses Signal mittels eines phasensensitiven Verstärkers detektiert, so entspricht dies der Multiplikation des Photodioden-Signals mit $\cos(\omega_{\text{mod}} t)$ und nachfolgender Filterung des Produkts mit einem Tiefpass der Frequenz $\omega_{\text{Filter}} < \omega_{\text{mod}}$. Somit erhält man aus Gleichung (2.12) für die Detektion mit der Modulationsfrequenz als Regelsignal:

$$S_{1f} \propto \left. \frac{dT(\phi)}{d\phi} \right|_{\phi_0}. \quad (2.13)$$

Und für die Detektion mit der dreifachen Frequenz:

$$S_{3f} \propto \left. \frac{d^3 T(\phi)}{d\phi^3} \right|_{\phi_0}. \quad (2.14)$$

Im Falle eines symmetrischen Transmissionssignals treten im Maximum nur geradzahlige Potenzen von ϕ und somit nur geradzahlige Harmonische der Modulationsfrequenz auf. Daher besitzen beide Regelsignale für ein symmetrisches Transmissionssignal beim Maximum eine Nullstelle, da

$$\left. \frac{dT(\phi)}{d\phi} \right|_{\phi_0^{\text{max}}}^{\text{sym}} = 0 \quad \text{und} \quad \left. \frac{d^3 T(\phi)}{d\phi^3} \right|_{\phi_0^{\text{max}}}^{\text{sym}} = 0. \quad (2.15)$$

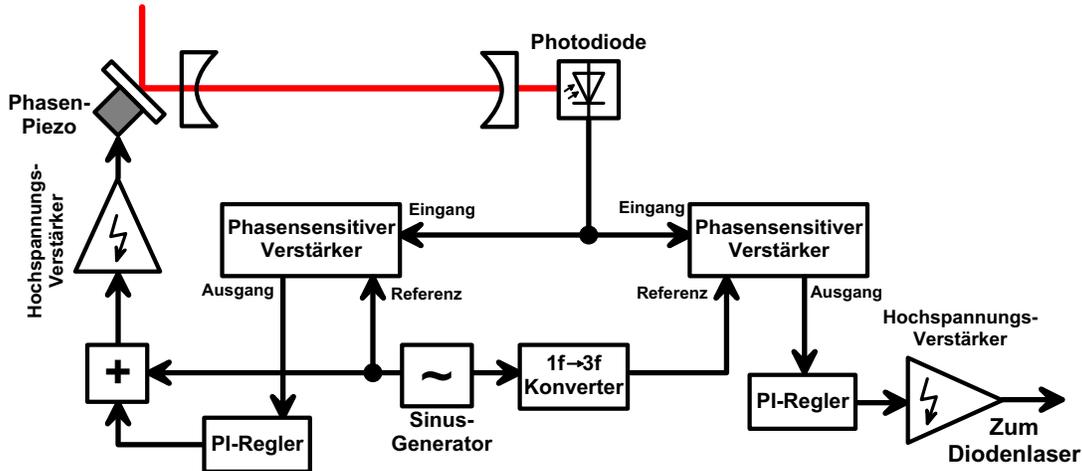


Abbildung 2.15: Elektronik zur Kompensation von Fluktuationen und Driften sowohl der Phase als auch der freilaufenden Frequenz des Diodenlasers

Da sich beide Parameter (Phase und Laserfrequenz) auf die Symmetrie des Transmissionssignals auswirken, müssen beide Regelungen unterschiedliche Zeitkonstanten aufweisen, um eine gegenseitige Beeinflussung der Regelungen zu unterdrücken. Da sich die Phase durch akustische Schwankungen auf einer sehr kurzen Zeitskala ändert, wird in diesem Falle eine schnelle Regelung mit einer Zeitkonstante von 100 ms eingesetzt, wohingegen zur Driftkompensation eine Zeitkonstante von 1 s verwendet wird. In Abbildung 2.15 sind die Schemata der elektronischen Schaltungen für die Regelung dargestellt.

Um außer der Reduktion der Linienbreite zusätzlich absolute Frequenzstabilität zu gewährleisten, muss die Länge und damit die Frequenz des Stabilisierungs-Resonators aktiv geregelt werden. Dies ist bei Verwendung eines Diodenlasers mit einer Wellenlänge von 894 nm, entsprechend der D1-Linie von Cäsium möglich. Für die Phasen- und Driftkompensation der optischen Stabilisierung wird der Laser mit einer Modulationstiefe von ca. 210 kHz frequenzmoduliert. Diese Modulation kann auch dazu benutzt werden, ein stabiles Regelsignal für die Absolutfrequenz des Lasers mittels Sättigungsspektroskopie an der D1-Linie von Cäsium zu erzeugen. Mit der in Kapitel 2.3 besprochenen Methode erhält man ein dopplerfreies Signal des Übergangs von Cäsium. Dazu wird die Leistung des Probestrahls bei der Frequenz der Modulation phasensensitiv gemessen (siehe Abb. 2.16). Um den Stabilisierungs-Resonator zu regeln, wird das Signal der Cäsium-Spektroskopie über einen PI-Regler und einen Hochspannungs-Verstärker auf einen Piezo gegeben, der die Resonatorlänge ändert. Da die Frequenz des Lasers an die Frequenz des Stabilisierungs-Resonators gekoppelt ist, wird über den Laser der Resonator aktiv geregelt. Dadurch werden sowohl Driften als auch akustische Schwankungen unterdrückt. Somit erhält man ein Lasersystem bei 894 nm mit einer geringen Linienbreite und einer absoluten Drift-Stabilität.

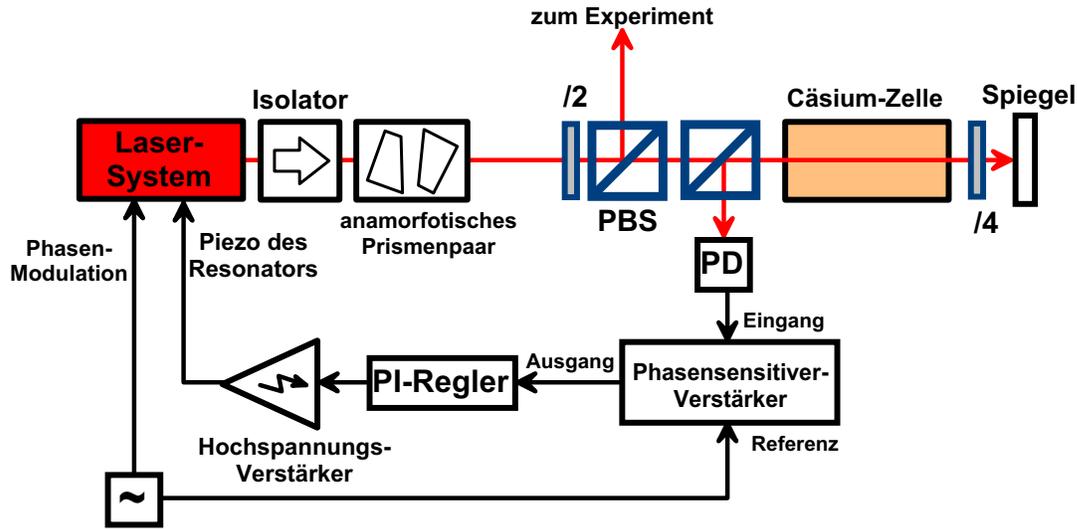


Abbildung 2.16: Aufbau zur Regelung der Länge des Stabilisierungs-Resonators mittels Sättigungs-Spektroskopie an der D1-Linie von Cäsium.

Um diese Drift-Stabilität auf einen Diodenlaser bei einer Wellenlänge von 866 nm zu übertragen, wie er zur Anregung des Experimental-Resonators bei der Frequenz des $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs benötigt wird, wird dieser Laser ebenfalls optisch auf denselben Resonator stabilisiert. Der Aufbau ist in Abb 2.17 dargestellt. Zur Trennung sowohl der Rückreflexe beider Laser, als auch der Transmissionsignale des Resonators werden orthogonale Polarisierungen eingesetzt. Durch Polarisationsstrahlteiler vor dem Resonator werden beide Laser überlagert und die Rückreflexe wieder getrennt, wohingegen der Polarisationsstrahlteiler hinter den Resonator zur Trennung der Transmissionsignale dient. Mit diesem System wurde eine Laserlinienbreite von ca. 400 kHz für beide Laser erreicht. Zur Messung dieser Linienbreite wurde ein weiterer Resonator mit einer Linienbreite von 4 MHz

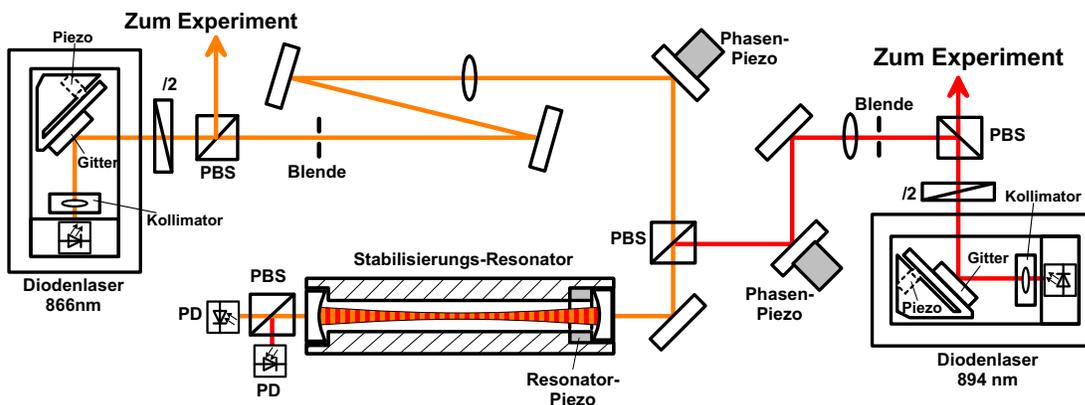


Abbildung 2.17: Aufbau des Lasersystems.

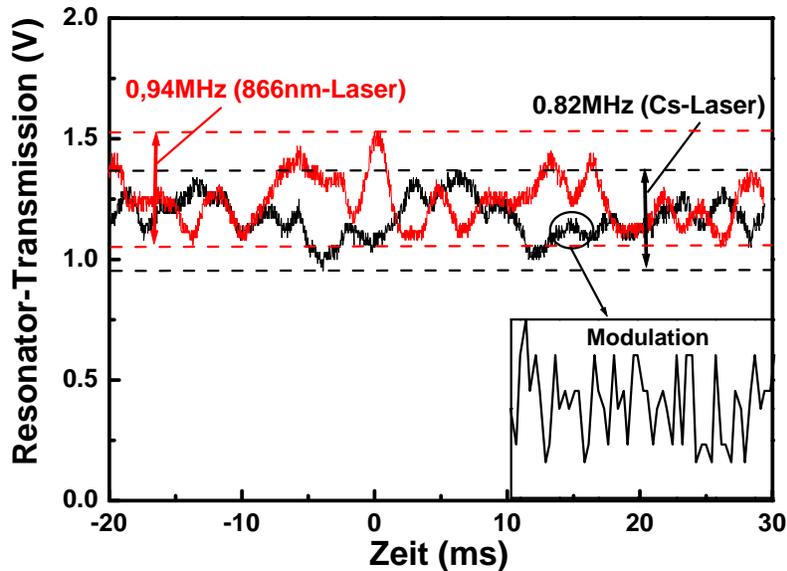


Abbildung 2.18: Frequenzanalyse der beiden optisch stabilisierten Laser.

herangezogen. Aus den Fluktuationen der Transmission kann dann die Linienbreite der Laser bestimmt werden. Eine solche Messung ist in Abb. 2.18 zu sehen. Aus dieser Messung ergibt sich eine Linienbreite für Zeiten kürzer als 10 ms von weniger als 100 kHz. Diese Linienbreite ist kleiner als auf längeren Zeitskalen. Dies ist auf akustische Schwankungen der Länge des Stabilisierungs-Resonators zurückzuführen. Die periodische Oszillation auf dem Transmissionssignal ist die Modulation der Phase die zur Regelung der Phasen- und der Laserdrift benötigt wird.

2.6 Stabilisierung des Experimental-Resonators

Da mit zunehmender Finesse die Linienbreite kleiner wird, steigt auch die Anforderung an die Längenstabilität des Resonators. Während zur Vermessung der Intensitätsverteilung von Resonatormoden geringe Finessen des Resonators ausreichend sind, werden für Resonator-QED-Experimente große Finessen benötigt (siehe Kapitel 8). Zur Vermessung der Resonatormoden (Kapitel 8.2) wurde ein Resonator mit einer Finesse von 4000 eingesetzt. Bei einer verwendeten Wellenlänge von 397 nm entspricht dies einer erforderlichen Längenstabilität von 10 pm. Dies ist mit der im Kapitel 8.2 beschriebenen Methode zu erreichen. Um eine Längenstabilität von 2 pm für eine Resonatorfinesse von z.B. 40 000 bei einer Wellenlänge von 866 nm zu erreichen, muss jedoch ein anderes Verfahren zur Stabilisierung herangezogen werden. Aufgrund der benötigten Stabilität ist eine Unterbrechung der aktiven Stabilisierung während der eigentlichen Messung nicht

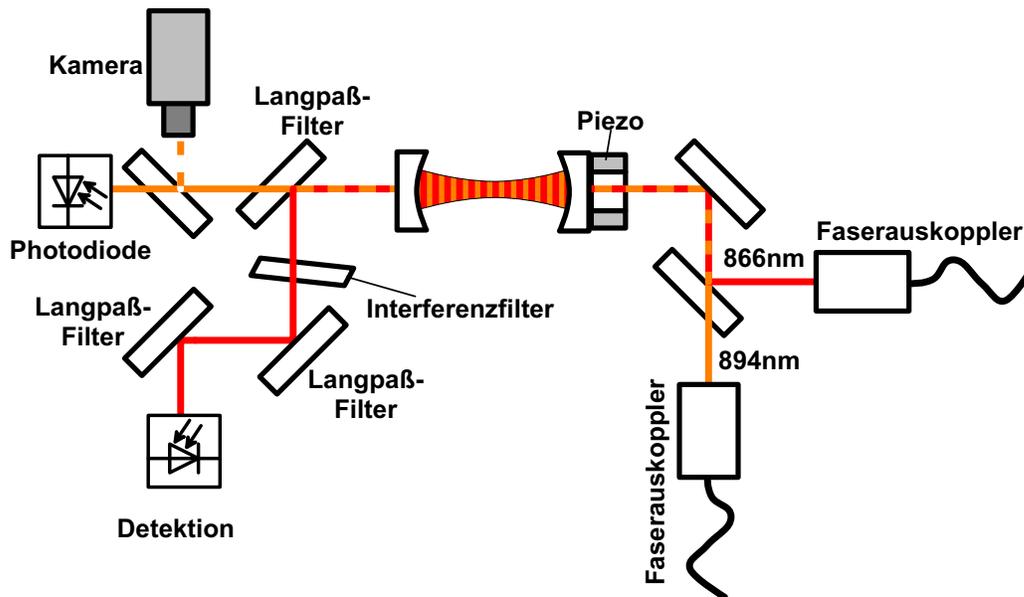
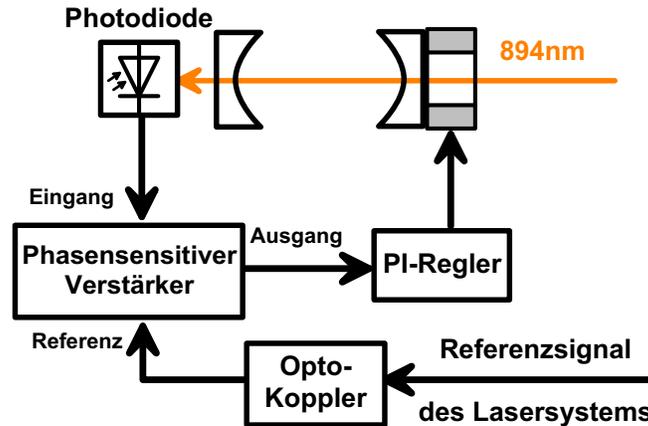


Abbildung 2.19: Aufbau der Längenstabilisierung des Experimentalresonators.

möglich. Somit kann ein Einfluss der Stabilisierung auf die Messung nur dadurch unterdrückt werden, indem man einen Stabilisierungslaser verwendet, der weit gegenüber der Resonanz des entsprechenden Übergangs des Ions verstimmt ist. Dadurch wird eine Anregung des Ions durch den Stabilisierungslaser reduziert. In diesem Experiment steht zur Stabilisierung ein absolut frequenzstabiler Laser bei einer Wellenlänge von 894 nm zur Verfügung (siehe Kapitel 2.5). Zur Längenstabilisierung wird dieser Laser in den Resonator eingekoppelt (siehe Abb. 2.19). Durch die Frequenzmodulation dieses Lasers aufgrund der Phasenmodulation der optischen Rückkopplung der Laserstabilisierung erhält man ein Fehlersignal in der Resonanz des Resonators bzgl. des Stabilisierungslasers durch phasensensitives Verstärken der mittels einer Photodiode gemessenen Transmission. Dieses Signal wird über einen PI-Regler einem Piezo des Experimentalresonators zugeführt (siehe Abb. 2.20). Ein Teil des Transmissionssignals wird mittels einer Glasplatte auf eine CCD-Kamera reflektiert, um die Ordnung der Mode für die Stabilisierung bestimmen zu können. Als Referenz des phasensensitiven Verstärkers dient das Modulationssignal der Laserstabilisierung. Um zu vermeiden, dass Störungen durch Erdschleifen auftreten, ist sowohl die Spannungsversorgung der Photodiode als auch das Referenzsignal des phasensensitiven Verstärkers vom Rest des Experiments entkoppelt. Zur Messung der Stabilität dieses Verfahrens dient das Fehlersignal vor dem PI-Regler. Die Abweichung des Fehlersignals von 0 V erlaubt Aussagen auf Längenfluktuationen des Resonators. In Abb. 2.21 ist sowohl die Resonatortransmission und das Fehlersignal über der Resonatorfrequenz als auch das Fehlersignal des stabilisierten Resonators über eine Zeit von 5 s dargestellt. Durch die Frequenzmodulation des Stabilisierungslasers ist die Resonator-

Abbildung 2.20:
Stabilisierungselektronik zur
Längenstabilisierung des
Experimentalresonators.



transmission nicht lorentzförmig, sondern zeigt eine Struktur mit zwei Maxima. Aus der Messung des Fehlersignals des stabilisierten Resonators erhält man eine Schwankungsbreite von 26 mV. Bei einer absoluten Größe des Fehlersignals von 4,5 V Spitze-Spitze und einer gemessenen Linienbreite von 2,4 MHz entspricht dies einer Frequenzstabilität von 46 kHz. Zur Stabilisierung des Resonators ist eine transmittierte Leistung des Stabilisierungslasers von ca. 1 nW nötig. Dies entspricht bei den hier verwendeten Spiegeln, 5 ppm Transmission für den Einkoppelspiegel und 600 ppm Transmission für den Auskoppelspiegel einer Leistung von 1,5 μW im Resonator. Die dadurch auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang erzeugte Anregungsrate liegt bei $< 1 \text{ s}^{-1}$ und die AC-Stark-Verschiebung beträgt bei einer Resonatorlänge von 8 mm (Modentaille = 37 μm) 22 Hz. Dadurch kann der Einfluss der Längenstabilisierung auf den $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang des Ca-Ions vernachlässigt werden. Die große Differenz der Wellenlänge des Stabilisierungsresonators und der Wellenlänge des $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs erlaubt es beide Wellenlängen durch dichroitische Filter zu trennen. Dazu dient eine vierstufige Filterung des Resonatorausgangs (siehe Abb. 2.19). Ein Langpass-Filter extrahiert Photonen bei einer Wellenlänge von 866 nm. Während 99 % der 894 nm Resonatortransmission durch den Filter tritt und von der Photodiode für die Stabilisierung detektiert wird, werden 99 % der 866 nm Photonen reflektiert. Zur weiteren Filterung dienen zwei weitere identische Langpass-Filter und ein Transmissions-Interferenzfilter. Diese Anordnung besitzt eine Transmission von 78 % für 866 nm und eine Abschwächung von 10^{11} für 894 nm. Bei einer Transmission von einem 1 nW für 894 nm entspricht dies einer Photonennrate von 0,045 s^{-1} nach der Filterung. Somit ist es möglich, auch kleinste Resonatoremissionen im stabilisierten Zustand zu detektieren.

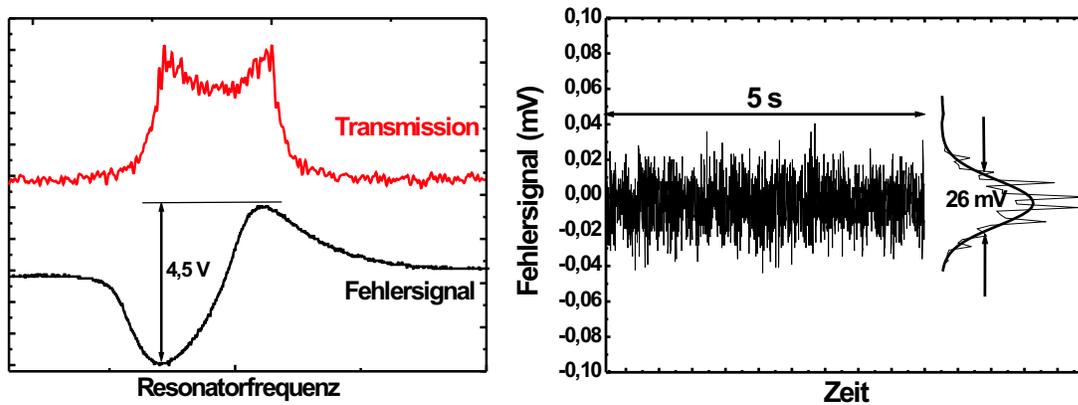


Abbildung 2.21: a.) Messung der Resonatortransmission und des Fehlersignals in Abhängigkeit der Resonatorfrequenz. b.) Messung des Fehlersignals über eine Zeit von 5 s .

Kapitel 3

Ionenpräparation

In diesem Kapitel wird die Erzeugung und Präparation einer bestimmten Anzahl von Ionen in der Falle besprochen. Der erste Abschnitt widmet sich der Erzeugung von Ionen mittels Elektronenstossionisation und vergleicht dies mit der Photoionisation, die mittlerweile im Experiment implementiert wurde. Der zweite Abschnitt erörtert den Transfer der Ionen von der Laderegion der Falle in die Speicherregion. Im letzten Abschnitt dieses Kapitels wird die Kompensation vorhandener elektrostatischer Felder in der Fallenordnung besprochen.

3.1 Erzeugung von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in der Ionenfalle

An diesem Experiment wurden zwei Arten der Erzeugung von Ionen angewandt. Die erste Methode ist die Ionisation von atomarem Kalzium mittels Elektronenstossionisation. Dazu wird ein Elektronenstrahl auf der Fallennachse mit einem kollimierten Kalziumstrahl eines Ofens gekreuzt. Die Geometrie ist zusammen mit den Zeichnungen des Ofens und der Elektronenkanone in Abb. 3.1 dargestellt. Der Ofen besteht aus einem ca. 20 mm langen Tantalröhrchen mit einem Durchmesser von 1,02 mm. Dieses Röhrchen ist mit Kalziumpulver gefüllt und an einem Ende verschlossen. Um das Röhrchen zu heizen ist ein 0,25 mm dicker Tantaldraht an drei Stellen angeschweißt. Wird nun durch den Draht ein Strom geschickt, so heizt dieser durch Wärmeleitung das Röhrchen. Um die Aufheizzeit des Ofens zu verringern, wurde eine Wandstärke des Ofens von 0,08 mm verwendet. Die Elektronenkanone besteht aus einem 0,1 mm dicken Wolfram-Glühdraht, der zu einer Spitze geformt ist. Um die vom Glühdraht thermisch emittierten Elektronen zu sammeln, wird an den Wehneltzylinder eine leicht positive Spannung angelegt. Durch ein Loch gelangen diese Elektronen in den Beschleunigungsspalt zwischen Wehneltzylinder und Beschleunigungselektrode, wo sie auf eine Energie von ca. 120 eV beschleunigt werden. Durch die starke Streuung der austretenden Elektronen kommt es zu starken elektrischen Aufladungen dielektrischer Materialien (z.B. elektrische Isolationen) in der Nähe der Falle. Dies kann zu Problemen

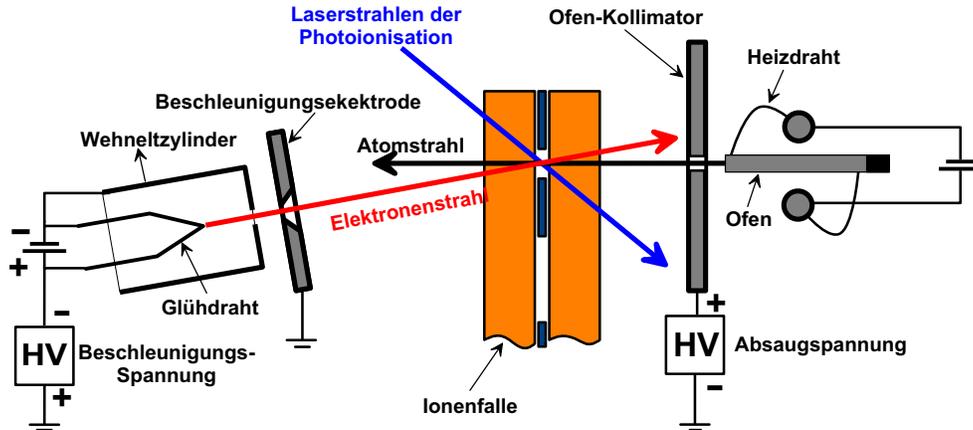
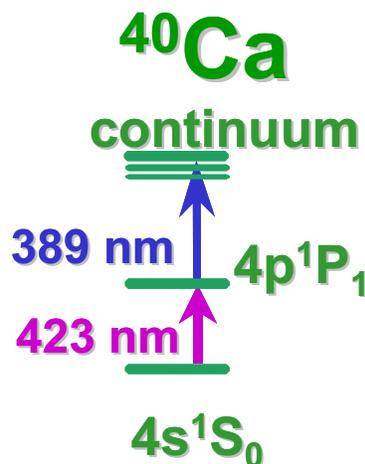


Abbildung 3.1: Aufbau zur Erzeugung von Ionen in der Falle.

bei der Speicherung von Ionen führen (siehe Kapitel 7.1). Ein weiterer Nachteil dieser Ionisationsmethode ist, dass dieser Prozess weder Isotopen- noch Atom- oder Molekülselektiv ist. Da der Ofen weder reines ^{40}Ca emittiert, noch frei von Verunreinigungen durch Kalziumverbindungen ist, erzeugt man durch diesen Ionisationsprozess so genannte dunkle Ionen, d.h. Ionen die keine $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen sind, aber aufgrund ihres Massen-Ladungs-Verhältnisses in der Falle gespeichert werden. Diese Ionen können nur schwer selektiv aus der Falle entfernt werden. Desweiteren macht es die kleine Effizienz der Elektronenstossionisation nötig, mit relativ hohen Ofenströmen zu arbeiten. Dies führt zu einer verstärkten Bedampfung der Falle durch Kalzium und damit zu veränderter Mikrobewegung. Außer der Elektronenstossionisation existiert die Möglichkeit, Kalziumionen mittels Photoionisation zu erzeugen. Die Photoionisation von Kalziumatomen erfordert zwei Schritte (siehe Abb.3.2) [16], [17]. Im ersten Schritt wird das Kalziumatom vom Grundzustand $4s^1S_0$ in den $4p^1P_1$ Zustand angeregt. Dieser Prozess

Abbildung 3.2:
Niveauschema von atomarem
Kalzium.



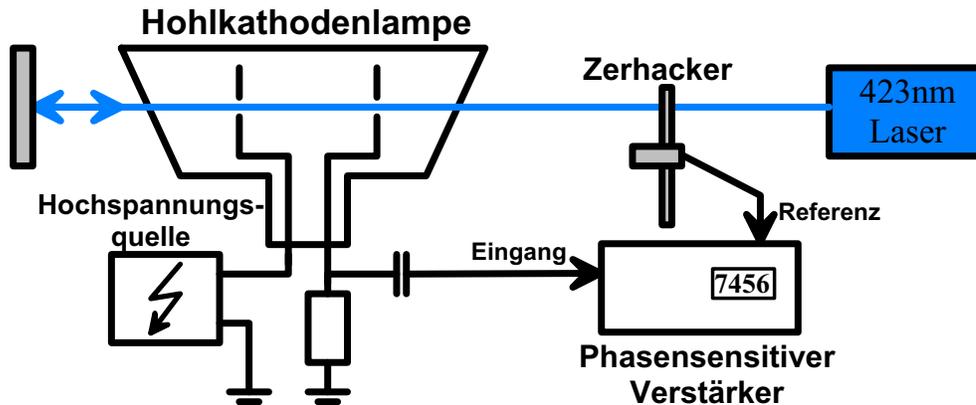


Abbildung 3.3: Aufbau zur Messung der Laserverstimmung mittels einer Hohlkathodenlampe.

ist isotopenselektiv, so dass es möglich ist, nur $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen zu laden. Der zweite Schritt stellt dann den eigentlichen Ionisationsprozess dar. Das Elektron wird durch einen Laser ins Kontinuum angeregt. Ein großer Vorteil der Photoionisation von Kalzium ist, dass alle für die Ionisation verwendeten Wellenlängen für Diodenlaser zugänglich sind. Für den ersten, resonanten Schritt wird ein Diodenlaser mit 1,5 mW Ausgangsleistung und einer Wellenlänge von 422 nm verwendet. Durch ein Gitter mit 3600 Striche/mm in Littrow-Anordnung wird der Laser auf den Übergang abgestimmt. Der Laser für den eigentlichen Ionisationsprozess hat eine Ausgangsleistung von 3 mW bei einer Wellenlänge von 398 nm. Um die Wellenlänge des Lasers für die resonante Anregung der Kalziumatome zu optimieren, ist das verwendete Wavemeter (WA-1000) zu ungenau. Daher wurde das optogalvanische Signal einer Kalzium-Hohlkathodenlampe verwendet (siehe Abb. 3.3). Die Hohlkathodenlampe ist mit Xenon gefüllt und die Kathode ist mit Kalzium beschichtet. Während des Betriebs der Lampe mit einer Hochspannungsquelle wird atomares Kalzium, durch Ionenbeschuss der Kathode in die Entladung emittiert. Da der Dampfdruck von Kalzium bei Raumtemperatur verschwindend klein ist, wird das Füllgas benötigt, um die Gasentladung zu zünden. Desweiteren muss das Kalzium von der Kathode zerstäubt werden. Dies geschieht durch Stöße der im so genannten Kathodenfall beschleunigten Ionen mit der Kathode. Der Kathodenfall ist ein starkes elektrisches Feld an der Kathode, an dem nahezu die gesamte Betriebsspannung der Lampe innerhalb einer sehr dünnen Schicht über der Kathode abfällt. Die Dicke dieser Schicht ist von den Parametern der Hohlkathodenlampe abhängig, speziell von der Art und dem Druck des Füllgases. Um möglichst viel Kalzium zu zerstäuben, ist ein höher Gasdruck erforderlich. Der Kalziumdampfdruck alleine würde dazu bei weitem nicht ausreichen. Das Prinzip der Optogalvanik besteht darin, dass die Effizienz der Elektronenstossionisation vom Zustand des zu ionisierenden Atoms abhängt. Im Falle von atomarem Kalzium ist die Ionisationseffizienz im Grundzustand $4s^1S_0$ kleiner als

im $4p^1P_1$ Zustand. Daher steigt die Ionisationsrate und somit der Strom der Gasentladung mit der Besetzung des $4p^1P_1$ Zustandes. Wird nun diese Besetzung z.B. mittels eines Lasers moduliert, so kann die Resonanz über eine Modulation des Lampenstroms nachgewiesen werden. Bei der verwendeten Hohlkathodenlampe wird der Laser entlang der Lampenachse durch ein Loch in der Kathode in die Entladung eingestrahlt. Bei dieser Anordnung erhält man einen großen Überlapp der Entladung mit dem Laser. Da die Stromänderung der Gasentladung nur sehr klein ist, muss eine phasensensitive Technik verwendet werden, um sie zu messen. Dazu wird der Laser mit einer Frequenz von 3 kHz durch einen Zerhacker moduliert. Der Strom der Lampe wird durch den Spannungsabfall an einem ohmschen Widerstand (50 k Ω) gemessen. Dieser Widerstand wird zudem für den stabilen Betrieb der Lampe benötigt. Das modulierte Signal wird über einen Kondensator an einen phasensensitiven Verstärker gekoppelt. Dadurch kann die Besetzung des Zustandes und somit die Verstimmung des Lasers bestimmt werden. Durch Stöße mit Füllgasatomen wird die Resonanz des $4s^1S_0 \rightarrow 4p^1P_1$ Übergangs der Hohlkathodenlampe auf ca. 10 GHz verbreitert.

Zur Bestimmung der Wellenlänge des Lasers für den letzten Ionisationsschritt reicht die Genauigkeit des Wavemeters (0,001 nm) aus. Um die optimalen Parameter der Photoionisation zu bestimmen, wurde für verschiedene Laserparameter die Falle 60 s lang geladen und danach die Fluoreszenz der erzeugten Ionen gemessen. Um sicherzustellen, dass alle Laser den Atomstrahl kreuzen, wurden beide Laser der Photoionisation mit den Lasern des Ionennachweises überlagert. Danach wurde die Richtung der Strahlen auf maximale Fluoreszenz der gespeicherten Ionen optimiert. Alle Messungen wurden mit Puffergaskühlung durchgeführt, um zu vermeiden, dass unzureichende Laserkühlung, besonders bei großen Wolken, die Ergebnisse beeinflusst. Als Puffergas wurde He bei einem Druck von $1 \cdot 10^{-5}$ mbar eingesetzt.

Die Abhängigkeit der Ladeeffizienz des resonanten Schrittes von der Verstimmung relativ zur Hohlkathodenresonanz ist in Abb. 3.4 zu sehen. Als Mass für die Verstimmung wird hier das optogalvanische Signal verwendet. Die Normierung ist so gewählt, dass die Resonanz der Hohlkathodenlampe bei 0 μ V liegt. Positive Werte entsprechen einer Rotverstimmung und negative Werte einer Blauverstimmung des Lasers relativ zur Resonanz. Wie man deutlich erkennt, ist das Maximum der Ladeeffizienz gegenüber der Hohlkathodenresonanz rotverschoben. Dieser Effekt ist auf die geometrische Anordnung des Laserstrahls relativ zum Atomstrahl zurückzuführen. Die Geometrie ist in Abb. 3.1 dargestellt. Der Atomstrahl kreuzt den Laserstrahl im Fallenzentrum mit einem Winkel von 35° gegenläufig. Durch den Dopplereffekt wird die Resonanz des thermischen Atomstrahls rotverstimmt. Wie zu erwarten, steigt die Effizienz der Photoionisation mit zunehmender Laserleistung an. Daher sind möglichst große Leistungen des Lasers wünschenswert. Betrachten wir nun die Effizienz des zweiten Ionisationsschritts, so zeigt auch dieser Prozess ein Maximum der Ladeeffizienz, das relativ zum Ionisationslimit rotverschoben ist (siehe Abb. 3.5). Im zweiten Ionisationsschritt ist es effizienter,

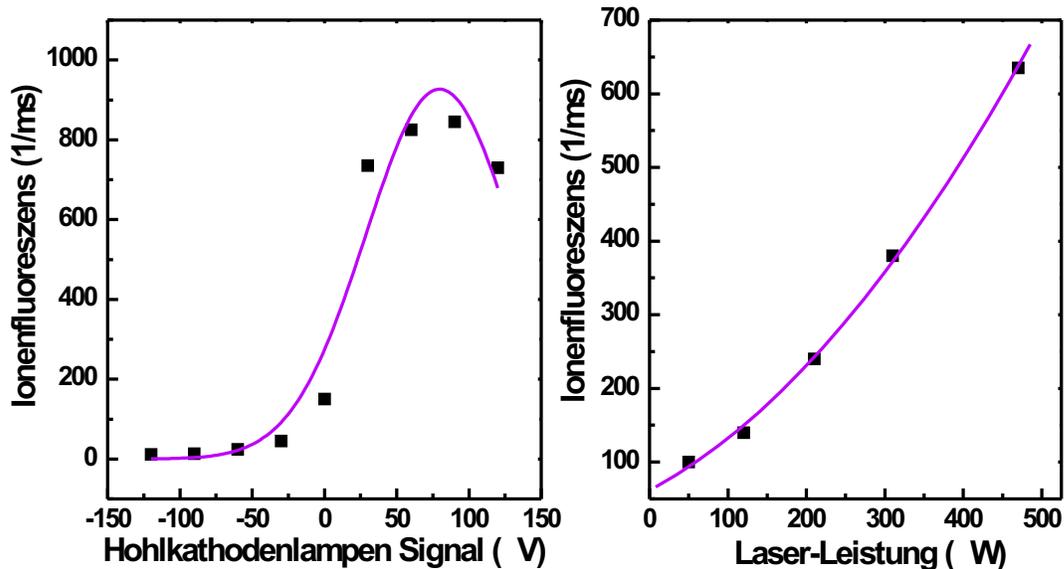


Abbildung 3.4: Ladeeffizienz der Photoionisation für verschiedene Laserverstimmungen und Laserleistungen auf dem $4s^1S_0 \rightarrow 4p^1P_1$ Übergang

das Atom nicht direkt zu ionisieren, sondern einen Rydbergzustand anzuregen. Dadurch kann man die Resonanzverstärkung des Anregungsprozesses relativ zur Kontinuumsanregung ausnutzen. Auch bei diesem Prozess ist eine Effizienzsteigerung mit zunehmender Laserleistung zu beobachten (siehe Abb. 3.5). Der Rydbergzustand wird im Fallenpotenzial autoionisiert.

Um den Ladevorgang zu untersuchen und die Photoionisation mit der Elektronenstossionisation zu vergleichen wurde der in Abb. 3.6 dargestellte Aufbau verwendet. Da die Ionisationslaser durch ihre hohe Leistung und dem damit verbundenen Streulicht eine Messung des Ionensignals während des Ladens der Falle unmöglich machen, wurden die Ionisationsstrahlen mit einem mechanischen Zerhacker während der Messung unterbrochen. Mit dem synchronisierten elektrischen Zerhackersignal wurde der Photomultiplier geschaltet (siehe Abb. 3.6). Dadurch ist es auch möglich, den zeitlichen Verlauf des Ladens der Falle zu untersuchen. Eine Vergleichsmessung zwischen Photoionisation und Elektronenstossionisation ist in Abb. 3.7 zu sehen. Bei dieser Messung wurden die Parameter der Photoionisationslaser zuvor optimiert. Es zeigt sich, dass die Photoionisation mindestens 100 mal effizienter ist als die Elektronenstoss-Ionisation. Desweiteren zeigt diese Messung, dass eine minimale Ladezeit nicht unterschritten werden kann, da der Atomofen eine gewisse Heizzeit benötigt um einen entsprechend intensiven Atomstrahl erzeugen zu können. Die erforderliche Ofentemperatur und damit die Aufheizzeit kann jedoch bei Verwendung der Photoionisation reduziert werden. Dies ist insbesondere wünschenswert, da dadurch Bedampfungen auf den Fallenelektroden reduziert werden können. Die Abhängigkeit der Lade-

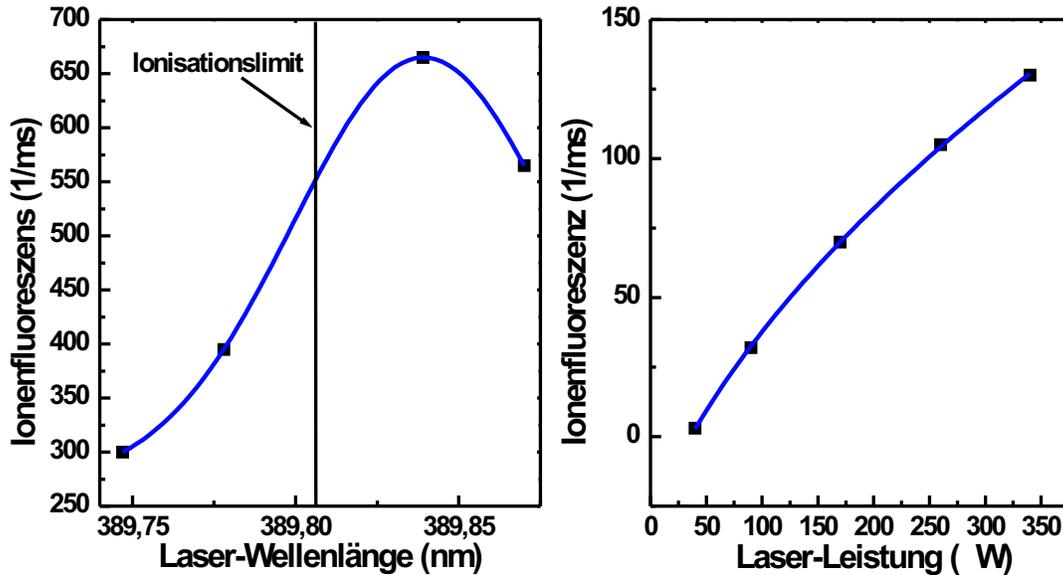


Abbildung 3.5: Ladeeffizienz der Photoionisation für verschiedene Laserwellenlängen und Laserleistungen für den zweiten Ionisationsschritt.

effizienz vom Ofenheizstrom, und damit von der Ofentemperatur ist in Abb. 3.8 dargestellt. Mit Hilfe der Photoionisation konnte die Ladezeit für ein einzelnes Ion von 50 s auf ca. 30 s verringert werden, bei gleichzeitiger Reduktion des Ofenstroms von 2,60 A auf 2,35 A.

3.2 Ionentransfer in den Resonator

Nach der Erzeugung der Ionen in der Laderegion der Falle ist es nötig, diese möglichst verlustarm in die Resonatorregion der Falle zu transferieren. Dazu werden die im Kapitel 1 bereits besprochenen DC-Elektroden der Falle eingesetzt. Während des Ladevorgangs sind die Ionen in der Laderegion eingeschlossen. Das wird dadurch erreicht, dass die ersten beiden DC-Elektrodenpaare (1+2) auf ein Potenzial von 20 V gelegt werden. Dadurch entsteht zwischen diesen beiden Elektrodenpaaren entlang der Fallennachse ein einschließendes Potenzial. Um nun nach dem Laden die Ionen in die Resonatorregion zu transferieren, werden die Spannungen an allen DC-Elektrodenpaaren individuell gesteuert. Eine Transfersequenz ist in Abb. 3.9 dargestellt. Im ersten Schritt wird das einschließende Potenzial zwischen den DC-Elektroden 1 und 2 abgeschaltet, indem die Elektroden 2 bis 4 auf 0 V gelegt werden. Um dennoch einen Einschluss entlang der Falle zu gewährleisten, sind die Elektrodenpaare 1 und 5 auf eine Spannung von 20 V gelegt. Die Ionen werden dann mittels einer sukzessiven Potenzialerhöhung der DC-Elektrodenpaare 1 bis 3 auf 400 V in Richtung Resonatorregion geschoben. Im letzten Schritt wird das Potenzial des Paares 4 auf 20 V angehoben.

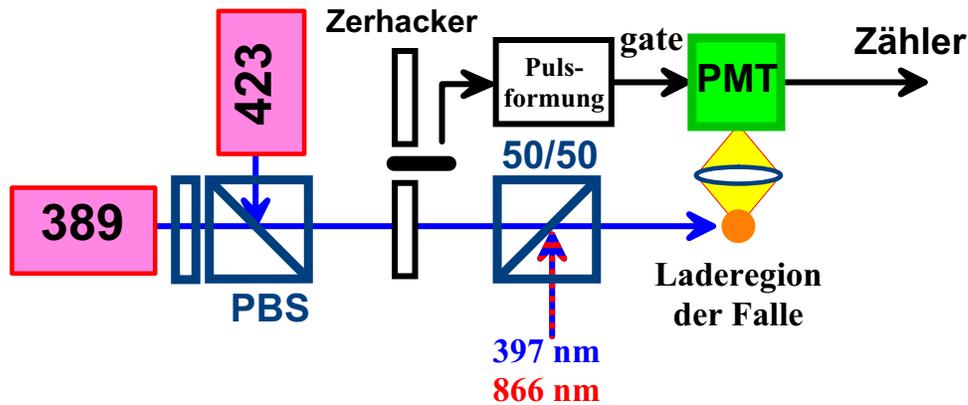


Abbildung 3.6: Aufbau zur Messung des zeitlichen Verlaufs des Ladens der Falle. Während des Messens der Ionenfluoreszenz wird der Laser mittels eines Zerhackers unterbrochen.

Dadurch sind die Ionen zwischen den DC-Elektroden 4 und 5 eingeschlossen. Die gesamte Transfersequenz ist in ca. 40 ms abgeschlossen. Mit dieser Methode ist es möglich, die Ionen zwischen der Laderegion und der Resonatorregion über eine Distanz von 20 mm zu transferieren. Zur Messung der Transfereffizienz wird die Fluoreszenz in der Laderegion und in der Resonatorregion mittels eines Photomultipliers gemessen und verglichen. Probleme dieser Methode sind sowohl die unterschiedlichen Detektionseffizienzen, als auch die unterschiedlichen Speicherbedingungen. Dadurch kann die Transfereffizienz lediglich abgeschätzt werden. Eine Messung ergibt eine Transfereffizienz von ca. 40 %. Die Effizienz wird vermutlich durch unerwünschte Potenzialminima entlang der Fallennachse reduziert. Solche Minima kommen durch Streufelder oder durch Kontaktpotenziale zustande. Untermuert wird diese Vermutung dadurch, dass die Transfereffizienz mit zunehmender Ionenwolkengrösse ansteigt. Dennoch ist die Effizienz auch für den Transfer einzelner Ionen ausreichend.

3.3 Präparation der Ionenzahl

Um in der Resonatorregion die Ionenwolke auf die gewünschte Ionenzahl reduzieren zu können, benötigt man zwei Instrumente. Zuerst ist es unerlässlich, die genaue Anzahl der Ionen in der Wolke zu kennen. Desweiteren muss ein Mechanismus zur Entfernung von Ionen aus der Falle existieren. Ein solcher Mechanismus wurde in Kapitel 1 bereits besprochen. So kann die Ionenzahl durch Anlegen eines a -Wertes an die Falle reduziert werden. Bei Überschreiten einer vom eingestellten q -Wert abhängigen Grenze wird dadurch die Falle instabil. Bei einer Ionenwolke verlassen schon nahe am Rand des Stabilitätsbereichs einige Ionen die Falle, da die Raumladung der Wolke die Stabilität reduziert. Eine verkleinerte Wolke stellt

Abbildung 3.7:
Messung des
zeitlichen Verlaufs
des Ladeprozesses
für Elektronenstos-
sionisation und
Photoionisation

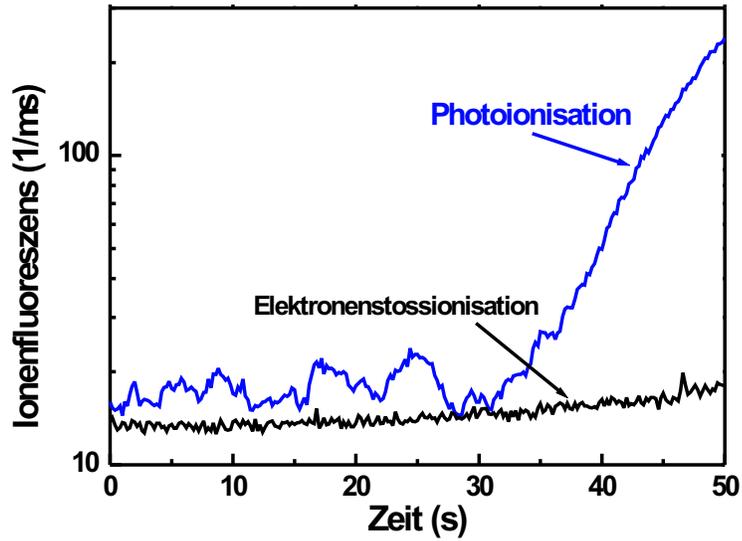
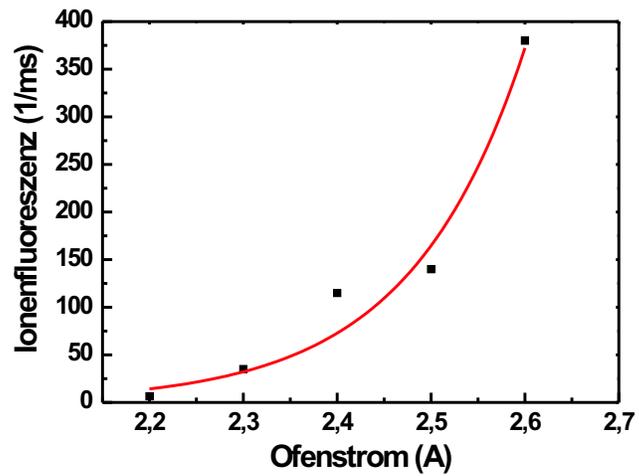


Abbildung 3.8:
Abhängigkeit der in 60 s
geladenen Ionen vom
Heizstrom des Atomofens



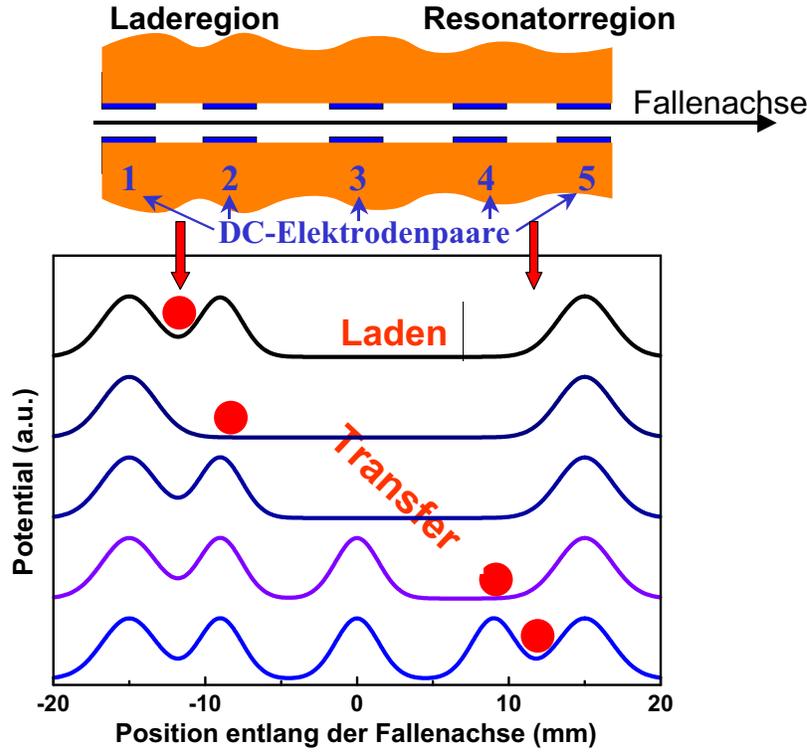
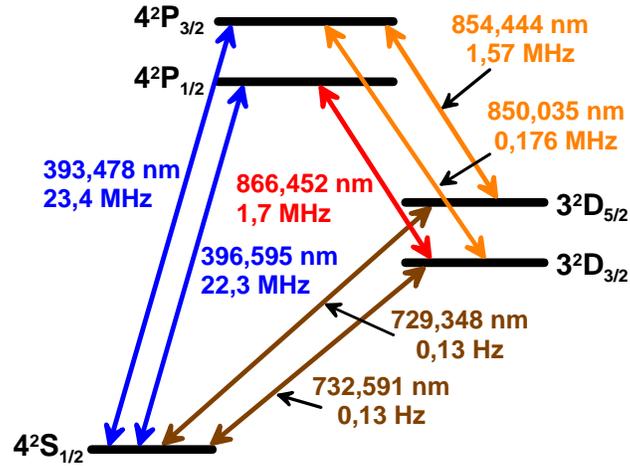


Abbildung 3.9: Verschiebung der Ionen von der Laderegion in die Resonatorregion der Falle mittels der DC-Elektroden

jedoch auch eine kleinere Raumladung dar, was wiederum zu einem vergrößerten Stabilitätsbereich in der Falle führt. Daher kann durch schrittweise Erhöhung des a -Werts sukzessive die Ionenwolke verkleinert werden. Diese Methode ist jedoch nicht deterministisch, da die Anzahl der Ionen, die die Falle verlassen nicht vorhersagbar ist.

Aufgrund der Niveaustuktur des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions ist es nicht möglich, anhand der Fluoreszenz die Anzahl der gefangenen Ionen zu bestimmen. Das Niveauschema von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen ist in Abb. 3.10 zu sehen. Dabei handelt es sich um ein Doppel- Λ -System. So bildet der Grundzustand $S_{1/2}$, der Zustand $P_{1/2}$ und der metastabile Zustand $D_{3/2}$ ein geschlossenes Λ -System. Das Λ -System der Zustände $S_{1/2}$, $P_{3/2}$ und des metastabilen Zustandes $D_{5/2}$ ist jedoch durch den Übergang $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ an das untere System gekoppelt. Die Fluoreszenz des Übergangs $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ wird zur Detektion der Ionen herangezogen (Detektionsübergang). Dazu wird ein Laser auf diesem Übergang eingestrahlt, und die emittierte Fluoreszenz mit einem Photomultiplier detektiert. Um die Besetzung des $D_{3/2}$ -Zustands zu unterdrücken, muss zusätzlich ein Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eingestrahlt werden (Rückpumpen). Dadurch ist die Fluoreszenz auf dem Detektionsübergang jedoch von den Laserparametern auf beiden Übergängen abhängig. Dies führt zu einer nicht trivialen Abhängigkeit der Fluoreszenz von den Verstimmungen und den Leistungen beider Laser (siehe Kapitel 4). Um dennoch die genaue Ionenzahl in der Falle bestimmen zu können, wird ein zusätzlicher Laser auf dem $P_{3/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang (Quantensprung-Übergang) eingestrahlt [18].

Abbildung 3.10:
Niveauschema eines
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion



Der spontane Zerfall des $\text{P}_{3/2}$ -Niveaus in das metastabile $\text{D}_{5/2}$ -Niveau führt zu einem Pumpen des Ions ins $\text{D}_{5/2}$ -Niveau. Da dieses Niveau eine Lebensdauer von ca. 1,1 s hat, wird in dieser Zeit keine Fluoreszenz vom Ion emittiert. Wählt man nun die Leistung und Verstimmung des Lasers auf dem Quantensprung-Übergang (Quantensprung-Laser) richtig, so sind Sprünge im Fluoreszenzsignal der Ionen sichtbar (siehe Abb. 3.11). Aus der Zahl der beobachteten Sprungstufen ergibt sich direkt die Anzahl der $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in der Falle. Die Leistung des Quantensprung-Lasers muss so gewählt werden, dass die Sprünge nicht zu häufig stattfinden, um genügend Fluoreszenz vor der nächsten Dunkelperiode zu emittieren. Ansonsten würde das Fluoreszenzsignal nur stark verkleinert werden, ohne dass Sprünge sichtbar sind.

Die Kombination des Kick-out-Prozesses mit der Quantensprungmethode zur Bestimmung der Ionenzahl ermöglicht die Präparation einer gewünschten Anzahl an Ionen in der Falle.

3.4 Kompensation der Mikrobewegung

In Kapitel 1 wurde gezeigt, dass zusätzlich zum Fallenfeld vorhandene Störfelder zu einer Verschiebung der Gleichgewichtsposition der Ionen in der Falle führen. In Verbindung mit dem treibenden Fallenfeld ruft diese Verschiebung eine Oszillation der Ionen in der Falle mit der Fallenfrequenz hervor. Um diese Mikrobewegung zu eliminieren, kann man an die RF-Elektroden der Falle zusätzliche DC-Spannungen anlegen, die das Störfeld im Fallenzentrum ausgleichen (siehe Abb. 3.12). Um die optimalen Kompensationsspannungen zu finden muss die Mikrobewegungsamplitude gemessen werden. Dazu stehen verschiedene Methoden zur Verfügung. Aufgrund der Oszillation des Ions mit der Fallenfrequenz Ω wird das Anregungsspektrum dahingehend modifiziert, dass so genannte Seitenbänder auftreten. Das heißt, zu dem Spektrum eines ruhenden Ions treten

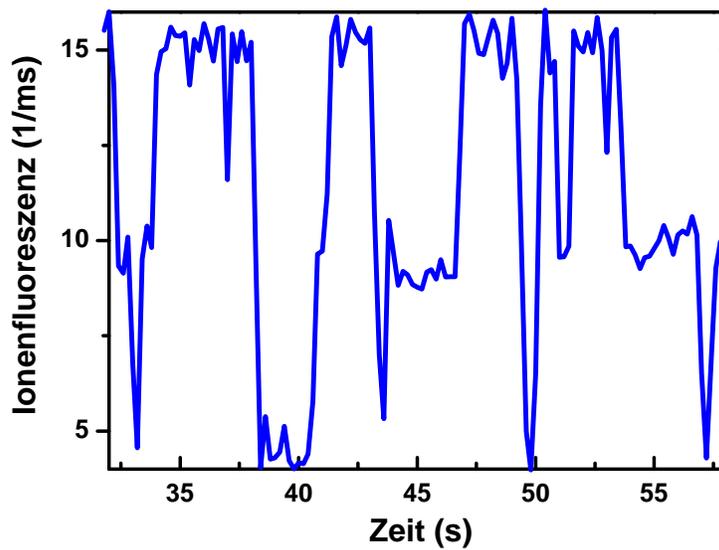


Abbildung 3.11: Messung der Ionenanzahl mittels der Quantensprungmethode. In dieser Messung sind 2 Ionen nachweisbar

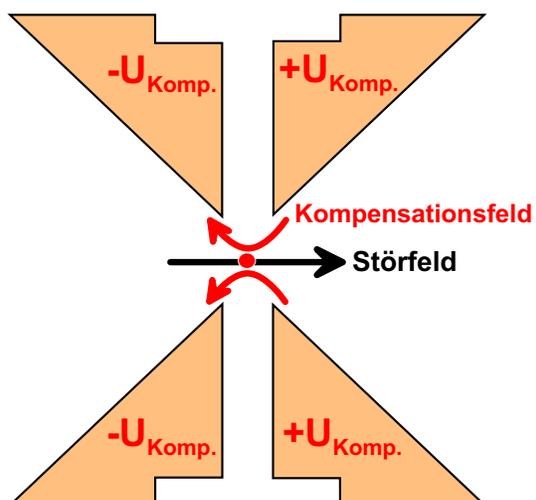


Abbildung 3.12: Durch Anlegen von Spannungen an die RF-Elektroden können evtl. auftretende Felder im Fallenzentrum kompensiert werden.

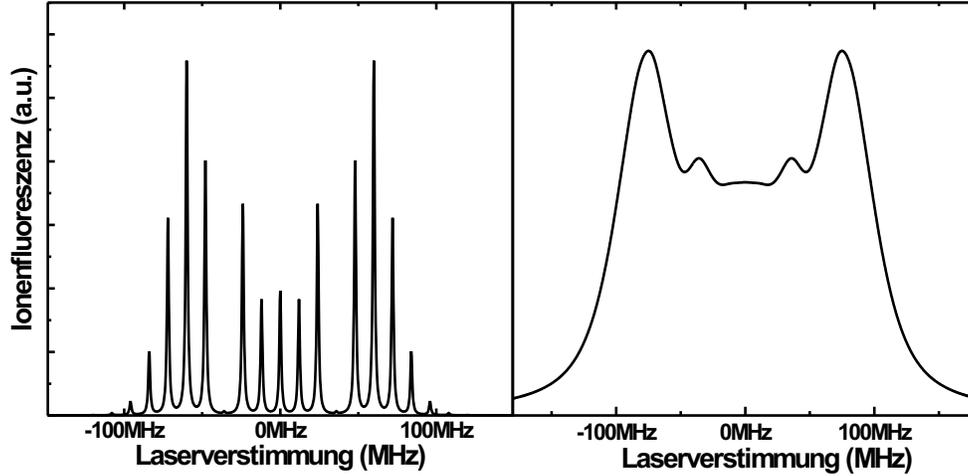


Abbildung 3.13: Spektrum eines Ions mit starker Mikrobewegung für starke Bindung und für schwache Bindung.

identische Spektren auf, die mit der Oszillationsfrequenz des Ions relativ zum Spektrum des ruhenden Ions verschoben sind [19] [20]. Die Verschiebung tritt in beiden Richtungen auf, das heißt sowohl rot als auch blau verschoben. Dies führt zu einem Kamm von äquidistanten Anregungslinien (siehe 3.13). Dieser Kamm ist jedoch nur sichtbar, wenn die Breite Γ des beobachteten Übergangs sehr viel kleiner ist als die Fallenfrequenz. Falls gilt $\Gamma \ll \Omega$, d.h. das Kammspektrum ist sichtbar, so spricht man von einer starken Bindung des Ions in der Falle. In diesem Fall können die Höhen der Mikrobewegungsseitenbänder direkt als Maß der Mikrobewegungsamplitude herangezogen werden. Im Fall $\Gamma \gg \Omega$ spricht man von schwacher Bindung. Das Spektrum von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen hat auf dem für die Mikrobewegungskompensation wichtigen $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eine Breite von 22 MHz, während die Fallenfrequenz bei 12 MHz liegt. Daher liegt schwache Bindung vor. Das Spektrum kann beschrieben werden durch:

$$I(\Delta) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(M)}{(\Delta + n\Omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 (1 + S)}. \quad (3.1)$$

Dabei wurde ein lorentzförmiges Ruhespektrum mit einer Breite von Γ und eine Sättigung S angenommen. J_n ist die Besselfunktion n-ter Ordnung und $M = kx_0$ ist der Modulationsindex. Darin ist k der Betrag des Wellenvektors des Übergangs und x_0 die Amplitude der Mikrobewegung. Der Parameter A ist eine Normierungskonstante. Die Empfindlichkeit dieser Methode hängt prinzipiell vom Verhältnis $\frac{\Gamma}{\Omega}$ und dem Sättigungsparameter S ab. Zudem spielt die thermische Bewegung der Ionen eine wichtige Rolle. Durch diese Bewegung verbreitert sich das Spektrum aufgrund des Dopplereffektes und verringert dadurch die Genauigkeit des Verfahrens. Um die thermische Bewegung zu berücksichtigen, muss der Dopplereffekt in Gl. (3.1) eingefügt und über alle möglichen Geschwindigkeiten

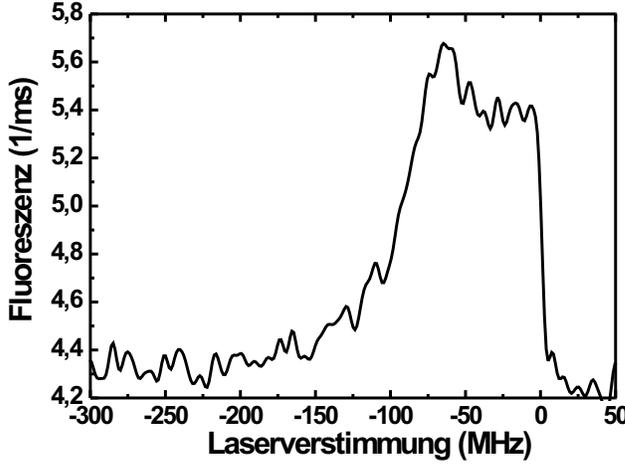


Abbildung 3.14: Gemessenes Spektrum eines Ions mit starker Mikrobewegung.

integriert werden. Das führt zu:

$$I(\Delta) = A \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{2\sigma_{th}^2}\right) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{J_n^2(M)}{(\Delta - kv + n\Omega)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 (1 + S)} \cdot dv . \quad (3.2)$$

Darin ist v die Geschwindigkeit entlang des Laserstrahls und σ_{th} die mittlere thermische Geschwindigkeit des Ions mit $\sigma_{th} = \sqrt{\frac{2k_B \cdot T}{m}}$. Ein gemessenes Spektrum ist in Abb. 3.14 zu sehen. Die Struktur stimmt gut mit dem Spektrum in Abb. 3.13 überein. Mit dieser Methode ist es möglich, die Mikrobewegung bis auf ca. 100 nm genau zu messen.

Eine weitere Methode der Mikrobewegungsmessung im Falle schwacher Bindung besteht darin, die zeitliche Variation der Ionenfluoreszenz zu messen. Durch die Mikrobewegung des Ions im Fallenfeld kommt es aufgrund des Dopplereffektes zu einer Modulation der Verstimmung $\Delta\nu(t)$ der Ionenresonanz relativ zum Laser. Es gilt:

$$\Delta\nu(t) = \vec{k} \cdot \vec{x} \Omega \cos(\Omega t) . \quad (3.3)$$

Wobei \vec{k} der Wellenvektor des Lasers, \vec{x} der Amplitudenvektor und Ω die Fallenfrequenz ist. Da die Fluoreszenz von der Verstimmung abhängt, führt dies zu einer Modulation der Fluoreszenzintensität (siehe Abb. 3.15). Für kleine Mikrobewegungsamplituden und ein Fluoreszenzspektrum $I(\nu)$ erhält man die zeitabhängige Fluoreszenzintensität:

$$I_{\text{kor}}(\Delta\nu_0, t) = I(\Delta\nu_0) + \left. \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\Delta\nu_0} \cdot \vec{k} \cdot \vec{x} \Omega \cos(\Omega t) . \quad (3.4)$$

Darin ist $\Delta\nu_0$ die Verstimmung des Laser bezüglich der Resonanz eines ruhenden Ions. Damit die Bedingung einer kleinen Mikrobewegungsamplitude erfüllt ist, muss $\Delta\nu(t)$ klein im Vergleich zur Verstimmung des Lasers und der Breite des

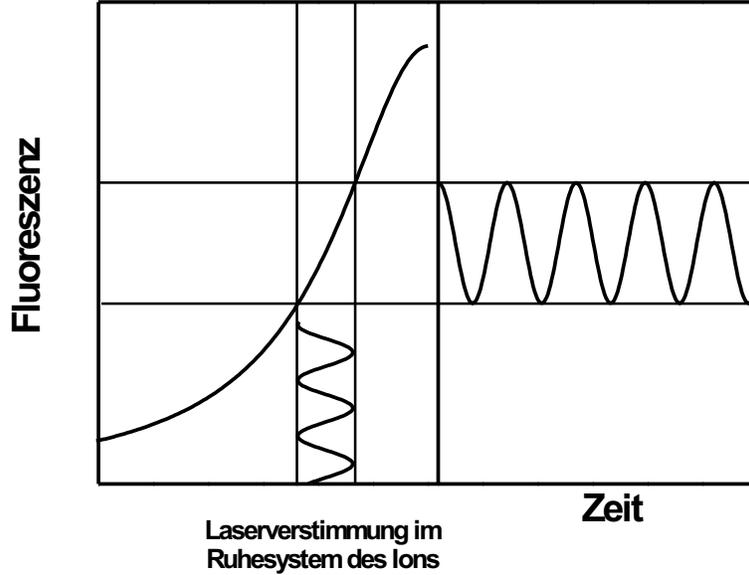


Abbildung 3.15: Durch die Frequenzabhängigkeit des Ionenspektrums, wird eine mikrobewegungsinduzierte Frequenzmodulation des Lasers in Ruhesystem des Ions in eine zeitliche Modulation der Fluoreszenz umgewandelt.

Spektrums ist. Im Fall eines lorentzförmigen Spektrums gilt:

$$I_{\text{kor}}(\Delta\nu_0, t) = \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 I_{\text{max}}}{\Delta\nu_0^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2} - \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 I_{\text{max}} \Delta\nu_0}{\left[\Delta\nu_0^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right]^2} \cdot \vec{k} \cdot \vec{x} \Omega \cos(\Omega t) . \quad (3.5)$$

Um diesen Effekt zu messen, bestimmt man die Fluoreszenzrate des Ions in Abhängigkeit der Phase des Fallenfeldes (Korrelation zwischen Fallenfeld und Ionenfluoreszenz). Dazu wird ein Time-to-Digital-Konverter durch ein vom Photomultiplier (PMT) nachgewiesenes Photon gestartet und bei einer festen Phase des Fallenfeldes gestoppt. Um daraus die Mikrobewegungsamplitude zu bestimmen, werden die Zeiten zwischen den Start und Stop-Signalen in ein Histogramm eingetragen (siehe Abb. 3.16). Dieses Histogramm zeigt aufgrund der Mikrobewegung eine Modulation.

Um daraus auf die Amplitude der Mikrobewegung schließen zu können, ist es nötig, das Spektrum des Ions zu vermessen. Wie man in Gleichung (3.5) sieht, ist die Modulationsamplitude der Fluoreszenz von der Linienbreite des Übergangs Γ , der Laserverstimmung $\Delta\nu_0$ und der Höhe des Spektrums I_{max} abhängig. Es ist dabei sinnvoll, die Höhe in Einheiten der Photomultiplier-Zählrate anzugeben, da dann sowohl die Effizienz des PMTs als auch die Nachweiswahrscheinlichkeit der Anordnung bereits berücksichtigt sind. Daraus ergibt sich, zusammen mit

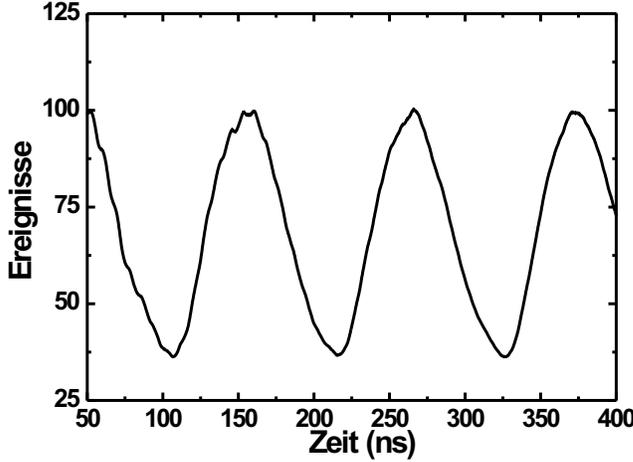


Abbildung 3.16: Messung der Mikrobewegungsamplitude mittels Korrelationsmethode.

Gl. (3.4) für die Amplitude A der Modulation des Histogramms:

$$A = \Delta t \frac{T_{\text{Mess}}}{2T_{\text{Falle}}} (I_{\text{kor}}(\Delta\nu_0, t_{\text{max}}) - I_{\text{kor}}(\Delta\nu_0, t_{\text{min}})) = \Delta t \frac{T_{\text{Mess}} \Omega^2}{2\pi} \left. \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\Delta\nu_0} \cdot \vec{k} \vec{x}. \quad (3.6)$$

Darin ist T_{Mess} die Messzeit, $T_{\text{Falle}} = \frac{2\pi}{\Omega}$ die Fallenperiode und Δt die Breite eines Kanals des Histogramms. Daraus ergibt sich für ein lorentzförmiges Spektrum:

$$A = \Delta t \frac{T_{\text{Mess}}}{\pi} \frac{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 I_{\text{max}} \Delta\nu_0}{\left[\Delta\nu_0^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2\right]^2} \cdot \vec{k} \vec{x} \Omega^2. \quad (3.7)$$

Dies gilt auch für sättigungsverbreiterte Spektren. In diesem Fall muss lediglich Γ durch $\Gamma\sqrt{1+S}$, worin S der Sättigungsparameter ist, ersetzt werden. Um die Amplitude A messen zu können, muss diese grösser sein als das Rauschen der Messung. Nimmt man an, dass lediglich statistische Fluktuationen bei der Messung auftreten, so gilt:

$$A > \sqrt{\bar{N}}. \quad (3.8)$$

Wobei \bar{N} die mittlere Anzahl der Ereignisse pro Kanal ist, das heißt:

$$\bar{N} = \int_0^{T_{\text{Falle}}} I(t) dt \cdot \frac{\Delta t}{T_{\text{Falle}}} = \bar{I} \frac{\Delta t}{T_{\text{Falle}}} T_{\text{Mess}}. \quad (3.9)$$

Wobei \bar{I} die über alle Kanäle gemittelte Zählrate ist. Aus den Gleichungen (3.9), (3.8) und (3.6) folgt für die Messzeit:

$$T_{\text{Mess}} > \frac{2\pi \bar{I}}{\Delta t \Omega \left. \frac{dI(\nu)}{d\nu} \right|_{\nu=\Delta\nu_0}^2} \cdot \frac{1}{\left(\vec{k} \vec{x} \Omega\right)^2}. \quad (3.10)$$

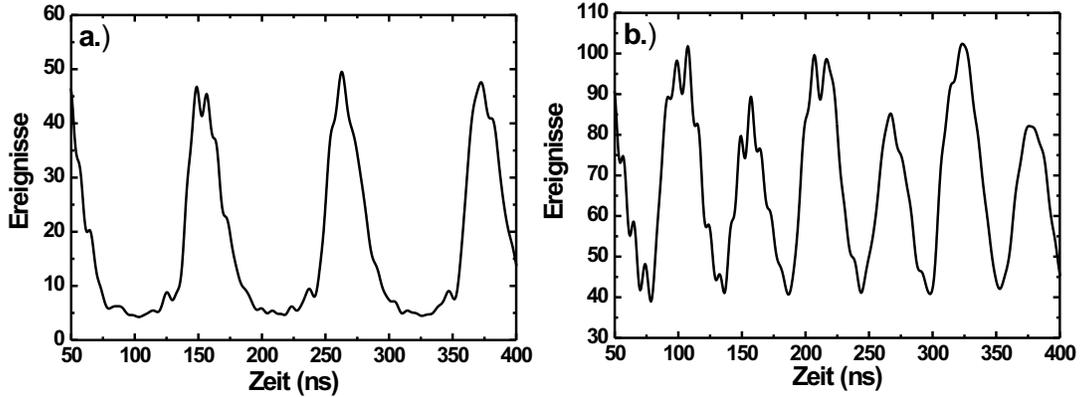


Abbildung 3.17: Gemessene Histogramme für starke Mikrobewegung. a.) Im Falle einer mittleren Mikrobewegung treten Abweichungen von der Sinusform auf. b.) Für sehr starke Mikrobewegung ergibt sich eine Modulation mit der doppelten Frequenz.

Daraus kann die optimale Verstimmung des Lasers $\Delta\nu_0$ berechnet werden. Im Fall eines lorentzförmigen Spektrums ergibt sich $\Delta\nu_0 = \frac{\Gamma}{2}$. Anhand von Gleichung (3.7) kann aus der Amplitude der Histogrammodulation die Größe $\vec{k}\vec{x}$ und daraus die Amplitude der Mikrobewegung bestimmt werden. Die Genauigkeit der Messung ist lediglich von der Messzeit für die gegebene Laserverstimmung abhängig. In diesem Experiment wird die Mikrobewegung nicht für eine bestimmte Zeit gemessen, sondern es wird die Anzahl der gesamten Ereignisse N_{Gesamt} vorgegeben. Man erhält damit eine Genauigkeit der Mikrobewegungsamplitude von 15 nm, für $N_{\text{Gesamt}} = 20000$, $\Gamma_{\text{Gemessen}} = 30$ MHz, $\Delta\nu_0 = \frac{\Gamma}{2}$ und einer Fallenfrequenz von $\frac{\Omega}{2\pi} = 12$ MHz. Die Genauigkeit der Mikrobewegungs-Kompensation kann weiter gesteigert werden, indem man nicht nur die Messung an einer festen Position des Ions heranzieht, sondern sukzessive die Bewegungsamplitude an drei verschiedene Orten misst und danach die Ergebnisse kombiniert. In der Praxis geschieht dies durch Verschiebung des Ions entlang einer Achse. Die aus den drei Messungen bestimmten Amplituden liegen für kleine Mikrobewegungsamplituden auf einer Geraden. Der Nulldurchgang der Gerade, der einer verschwindenden Bewegungsamplitude entspricht, stellt dann den Punkt mit optimal kompensierter Mikrobewegung dar. Dadurch wird die Genauigkeit der Kompensation weiter gesteigert.

Bisher wurde angenommen, dass die Amplitude der Mikrobewegung klein ist. Dies führte zu einer sinusförmigen Modulation der Fluoreszenz. Das ändert sich jedoch dramatisch für große Amplituden. In Abb. 3.17 sind Messungen der Fluoreszenzmodulation für große Bewegungsamplituden zu sehen. Während für mittlere Amplituden lediglich eine Verzerrung der Sinusform auftritt, erscheinen für große Amplituden Modulationen mit der doppelten Frequenz. Diese doppelte Frequenz kommt dadurch zustande, dass die Dopplerverschiebung des Lasers bezüglich der

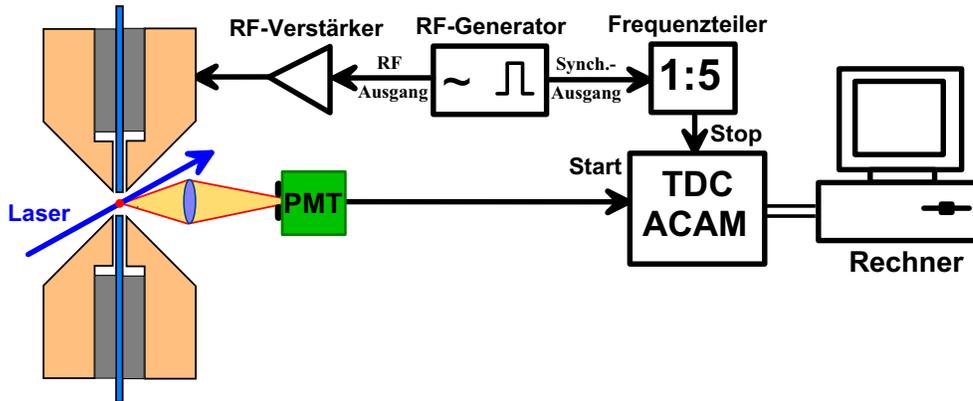


Abbildung 3.18: Schema zur Messung der Mikrobewegung mittels der Korrelationsmethode.

Ionenresonanz so groß wird, dass die Verstimmung ihr Vorzeichen wechseln kann. Der Laser wird also über die Ionenresonanz moduliert. Dieser Effekt ist jedoch auch von der Laserverstimmung abhängig. Bei sehr kleinen Verstimmungen tritt dieser Effekt auch schon bei kleinen Amplituden auf.

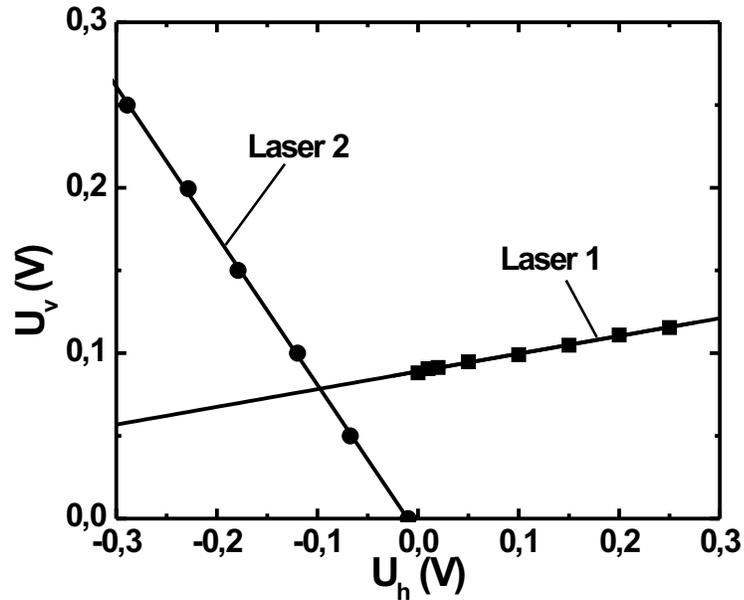
Sowohl für mittlere als auch für große Mikrobewegung ist die gemessene Modulationsamplitude der Fluoreszenz nicht mehr proportional zur Bewegungsamplitude. Für $\Delta\nu < \Delta\nu_0$ existiert jedoch ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Bewegungsamplitude und Modulation.

Zur Messung der Fluoreszenzmodulation ist es sinnvoll, für die Korrelation zwischen Fallenfeld und Fluoreszenz nicht nur eine Periode des Fallenfeldes heranzuziehen, sondern mehrere Perioden. Dazu wird, wie in Abb. 3.18 dargestellt, die Frequenz des logischen Synchronisations-Signals des RF-Generators durch einen Zähler auf ein fünftel reduziert. Dieses frequenzgeteilte Signal dient dann als Start-Puls des TDCs. Somit werden die gemessenen Photonen auf fünf Perioden des Fallenfeldes aufgeteilt. Dadurch ist es möglich, die Amplitude der Modulation besser zu bestimmen.

Um die Mikrobewegung zu kompensieren kann es nötig sein, die beiden genannten Methoden der Mikrobewegungsmessung zu kombinieren. Das Spektrum kann genutzt werden, um die Bewegungsamplitude so zu minimieren, dass sie für eine Messung mit der Korrelationsmethode zugänglich wird.

Mit beiden Methoden ist es nur möglich, die Mikrobewegung in Richtung des Laserstrahls zu messen. Um die gesamte Mikrobewegung zu kompensieren, benötigt man daher drei Laserstrahlen aus unterschiedlichen Richtungen. Im Falle einer idealen linearen Ionenfalle führt die Translationssymmetrie entlang der Fallenachse dazu, dass nur zwei Laser mit nicht kollinear Projektion auf die Ebene senkrecht zur Fallenachse benötigt werden. Wie wir in Kapitel 1 gesehen haben, ist die Präzision der hier verwendeten Falle so gut, dass auch hier zwei Laserstrahlen zur Kompensation ausreichend sind.

Abbildung 3.19:
Kompensationsgeraden für zwei Laser.
Im Schnittpunkt der Geraden sind beide Laser kompensiert



Für die Mikrobewegungskompensation wird das Ion durch Anlegen einer Spannungsdifferenz U_h zwischen den RF-Elektroden in horizontaler Richtung oder U_v zwischen den Elektroden in vertikaler Richtung senkrecht zur Fallenachse verschoben. Um die Mikrobewegung für eine Laserrichtung zu minimieren, wird das Ion für eine feste horizontale Position durch Anlegen von U_v in vertikaler Richtung verschoben. Um die der optimalen Kompensation entsprechenden Verschiebung zu bestimmen, wird die Mikrobewegung wie oben beschrieben für drei verschiedene vertikale Ionenpositionen gemessen. Die gemessenen Amplituden liegen, falls die Mikrobewegung anfangs nicht zu groß war, auf einer Geraden. Der Nulldurchgang dieser Geraden entspricht der vertikalen Verschiebung, bei der die Mikrobewegung für die betrachtete Laserrichtung und die gegebene horizontale Position kompensiert ist. Da verschiedene horizontale Positionen gewählt werden können, gibt es für jede Laserrichtung eine Menge von (U_h, U_v) Paaren, für die die Mikrobewegung kompensiert ist. Sie bilden in der $U_h - U_v$ -Ebene eine Gerade. Um die Mikrobewegung für zwei Laserrichtungen gleichzeitig zu kompensieren, werden die jeweiligen Kompensationsgeraden gemessen. Am Schnittpunkt der Geraden ist die Mikrobewegung in beiden Laserrichtungen kompensiert (siehe Abb. 3.19).

Kapitel 4

Spektroskopische Eigenschaften von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Kalzium ist das dritte Element in der Hauptgruppe der Erdalkalimetalle mit der Ordnungszahl 20. Somit verfügt Kalzium über tieferliegende abgeschlossene Schalen und zwei Valenzelektronen in der Elektronenkonfiguration $\text{Ar } 4s^2$. Das führt dazu, dass sich die ersten beiden Elektronen, mit 6,11 eV für das erste und 11,87 eV für das zweite Elektron, relativ leicht entfernen lassen. Entfernt man ein Elektron aus atomarem Kalzium, so besitzt das Ion noch ein Valenzelektron und abgeschlossene Schalen, die energetisch beträchtlich tiefer liegen als die tiefsten Anregungszustände des Valenzelektrons. Dadurch gibt es keine Mehr-Elektronenanregungen im Bereich optischer Energien, was zu einem relativ simplen und zugleich für quantenoptische Anwendungen sehr attraktiven Niveauschema führt. In Abb. 4.1 sind die untersten Niveaus mit den Wellenlängen und spontanen Zerfallsraten aller Übergänge für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen dargestellt. Besonders interessant ist das untere Λ -System, bestehend aus dem $S_{1/2}$ -Grundzustand,

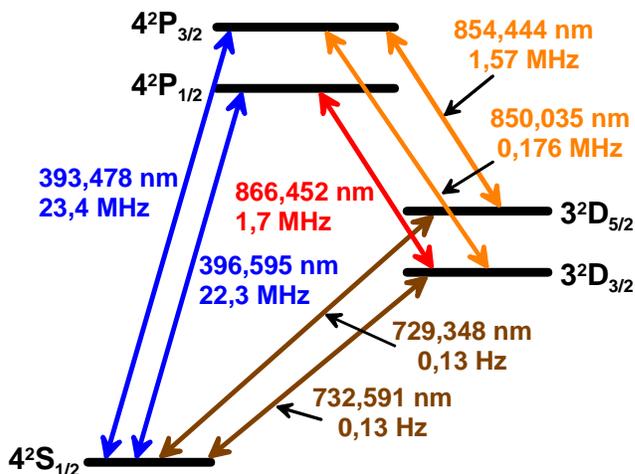


Abbildung 4.1:
Niveauschema eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions

dem $P_{1/2}$ -Zustand und dem metastabilen $D_{3/2}$ -Zustand. Vernachlässigt man den spontanen Zerfall des $D_{3/2}$ -Zustandes mit einer Lebensdauer von ca. einer Sekunde, so stellt diese Niveau-Konfiguration ein geschlossenes Λ -System dar. Das obere Λ -System bestehend aus dem $S_{1/2}$ Grundzustand, dem $P_{3/2}$ -Zustand und dem metastabilen $D_{5/2}$ Zustand, ist durch den spontanen Zerfall des $P_{3/2}$ -Zustands in das $D_{3/2}$ -Niveau mit dem unteren Λ -System verbunden. Die zwei metastabilen Zustände $D_{3/2}$ oder $D_{5/2}$ eignen sich auch, zusammen mit dem Grundzustand, zur Speicherung eines Q-Bit zur Quanteninformationsverarbeitung. Hier ist besonders der $D_{5/2}$ -Zustand von Interesse, da in diesem Fall das untere Λ -System zum Auslesen der Information mittels Electron-shelving (siehe Kapitel 4.2) herangezogen werden kann. Aus diesem Grund ist der $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$ -Übergang auch als Uhrenübergang für einen Frequenzstandard von Interesse. Mit Hilfe des abgeschlossenen Λ -Systems kann gemessen werden, ob eine Anregung auf dem Uhrenübergang erfolgreich war.

^{40}Ca verfügt durch seine geradzahlige Massenzahl über keinen Kernspin, und somit über keine Hyperfeinstruktur. Dadurch ist das Niveauschema von ^{40}Ca im Vergleich zu seinem stabilen Isotop mit ungerader Massenzahl (^{43}Ca) einfacher. Das Isotop ^{43}Ca ist jedoch auch für Quantencomputeranwendungen von Interesse, da sich die Hyperfeinniveaus des Grundzustands aufgrund ihrer Stabilität besonders gut zur Q-Bit Speicherung eignen. Die natürliche Häufigkeit von ^{40}Ca ist 96,94 %. Dadurch ist es möglich, ohne isotopenselektive Ionisation mit hoher Wahrscheinlichkeit ^{40}Ca -Ionen in die Falle zu laden.

4.1 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen als Λ -System

Die Zustände $D_{3/2}$ und $P_{1/2}$ sind durch ihre spontane Zerfälle nur mit dem Grundzustand $S_{1/2}$ verbunden, daher können diese drei Niveaus als eigenes, abgeschlossenes System betrachtet werden. Da die Zerfallsrate des $D_{3/2}$ -Zustands mit $0,8 \text{ s}^{-1}$ im Vergleich zur Zerfallsrate des $P_{1/2}$ -Zustands mit $1,4 \cdot 10^8 \text{ s}^{-1}$ vernachlässigbar ist, bilden die Niveaus ein Λ -System. Dies gilt jedoch nur, wenn man die Zeemanstruktur der Niveaus außer acht lässt. Die Bedingungen unter denen dies möglich ist werden in Kapitel 4.4 diskutiert.

Zur theoretischen Beschreibung des Systems wird das Niveauschema von $^{40}\text{Ca}^+$ auf das Λ -System von Abb. 4.2 reduziert. Dieses Lambda-System wird von zwei Lasern angeregt. Im hier verwendeten semiklassischen Modell werden die Laser als klassische Wellen beschrieben, charakterisiert durch die Rabifrequenz Ω_{UV} und der Verstimmung δ_{UV} auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und der Rabifrequenz Ω_{IR} und der Verstimmung δ_{IR} auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (siehe Abb. 4.2). Der Hamilton-Operator dieses Systems lautet:

$$H_{\Lambda} = \hbar\omega_{\text{UV}} + \hbar\omega_{\text{IR}} + \hbar\Omega_{\text{UV}} (|P_{1/2}\rangle \langle S_{1/2}| + |S_{1/2}\rangle \langle P_{1/2}|) + \hbar\Omega_{\text{IR}} (|P_{1/2}\rangle \langle D_{3/2}| + |D_{3/2}\rangle \langle P_{1/2}|) \quad (4.1)$$

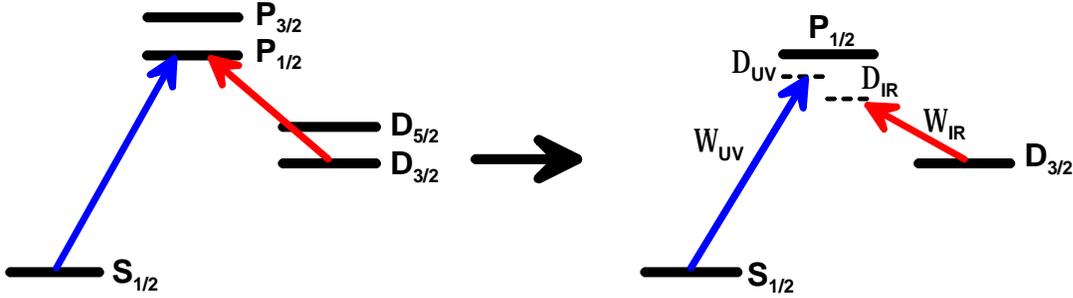


Abbildung 4.2: Werden nur Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eingestrahlt, so kann das Niveauschema von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen auf ein Λ -System reduziert werden

Die ersten beiden Terme entsprechen den Energien der Zustände $S_{1/2}$ und $D_{3/2}$, wobei der Zustand $P_{1/2}$ als Energie-Nullpunkt gewählt wurde. ω_{UV} und ω_{IR} sind die resonanten Übergangsfrequenzen zwischen den Niveaus. Der dritte Term beschreibt die Wechselwirkung des UV-Lasers mit dem Übergang $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$. Dabei ist $|P_{1/2}\rangle\langle S_{1/2}|$ der Operator des Übergangs vom Zustand $S_{1/2}$ in den Zustand $P_{1/2}$ (Absorption), während der Operator $|S_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}|$ die stimulierte Emission aus Zustand $P_{1/2}$ in den Zustand $S_{1/2}$ beschreibt. Der vierte Term beschreibt analoge Vorgänge auf dem Übergang $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$. Alle Rabi-Frequenzen sind dabei reell gewählt. Um das Verhalten des Systems vollständig berechnen zu können, ist es unabdingbar, auch spontane Prozesse einzubeziehen. Diese Prozesse führen sowohl zum Zerfall der Population des Niveaus $P_{1/2}$, als auch zum Zerfall der Kohärenzen der Übergänge $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ und $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$. Zur Beschreibung ist es sinnvoll, die Dichte-Matrix ρ heranzuziehen. Dann erhält man als Bewegungsgleichung des Systems die optische Bloch-Gleichung:

$$\frac{d\rho}{dt} = \mathcal{L}\rho \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{i}{\hbar} [H_\Lambda, \rho] \quad (4.3) \\ &+ \frac{\Gamma_{\text{UV}}}{2} (2 |P_{1/2}\rangle\langle S_{1/2}| \rho |S_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| - |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho - \rho |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}|) \\ &+ \frac{\Gamma_{\text{IR}}}{2} (2 |P_{1/2}\rangle\langle D_{3/2}| \rho |D_{3/2}\rangle\langle P_{1/2}| - |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho - \rho |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}|) \end{aligned}$$

Darin ist \mathcal{L} der Liouville-Operator, ein nicht unitärer Operator, der die Entwicklung des Systems mit spontanen Prozessen beschreibt. Γ_{UV} und Γ_{IR} sind die Zerfallsraten des Niveaus $P_{1/2}$ in das Niveau $S_{1/2}$ bzw. das Niveau $D_{3/2}$. Die optische Bloch-Gleichung ist ein Differenzialgleichungs-System mit 6 Unbekannten. Zusammen mit der Normierungsbedingung $\rho_{S_{1/2}} + \rho_{D_{3/2}} + \rho_{P_{1/2}} = 1$ und der Hermitizität der Dichte-Matrix ist dieses System analytisch lösbar. Für die Berechnung der spektroskopischen Eigenschaften von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen ist hierbei die

Besetzung des Zustandes $P_{1/2}$ besonders relevant. Diese Besetzung entspricht dem Matrix-Element $\rho_{P_{1/2}}$ der Dichtematrix. Die Rate $I_{\Lambda,i}$ der Fluoreszenz vom Zustand $P_{1/2}$ in den Zustand i ist gegeben durch:

$$I_{\Lambda i} = \Gamma_{iP_{1/2}} \cdot \rho_{P_{1/2}} \quad (4.4)$$

wobei i $S_{1/2}$ oder $D_{3/2}$ repräsentiert und die Zerfälle in die Niveaus $S_{1/2}$ oder $D_{3/2}$ beschreibt. Die spektralen Eigenschaften der Fluoreszenz sind von untergeordnetem Interesse, so dass nicht zwischen kohärenter und inkohärenter Emission unterschieden wird.

Aus der Bloch-Gleichung (4.4) erhält man für $\rho_{P_{1/2}}$ [21]:

$$\rho_{P_{1/2}} = \frac{4(\delta_{\text{UV}} - \delta_{\text{IR}})^2 \Omega_{\text{UV}}^2 \Omega_{\text{IR}}^2 \Gamma}{Z} \quad (4.5)$$

wobei

$$\begin{aligned} \Gamma &= \Gamma_{\text{UV}} + \Gamma_{\text{IR}} , \\ Z &= 8(\delta_{\text{UV}} - \delta_{\text{IR}})^2 \Omega_{\text{UV}}^2 \Omega_{\text{IR}}^2 \Gamma + 4(\delta_{\text{UV}} - \delta_{\text{IR}})^2 \Gamma^2 Y , \\ &\quad + 16(\delta_{\text{UV}} - \delta_{\text{IR}})^2 [\delta_{\text{UV}}^2 \Omega_{\text{IR}}^2 \Gamma_{\text{UV}} + \delta_{\text{IR}}^2 \Omega_{\text{UV}}^2 \Gamma_{\text{IR}}] , \\ &\quad - 8\delta_{\text{UV}}(\delta_{\text{UV}} - \delta_{\text{IR}}) \Omega_{\text{IR}}^4 \Gamma_{\text{UV}} + 8\delta_{\text{IR}}(\delta_{\text{UV}} - \delta_{\text{IR}}) \Omega_{\text{UV}}^4 \Gamma_{\text{IR}} + (\Omega_{\text{UV}}^2 + \Omega_{\text{IR}}^2)^2 Y , \\ Y &= \Omega_{\text{UV}}^2 \Gamma_{\text{IR}} + \Omega_{\text{IR}}^2 \Gamma_{\text{UV}} . \end{aligned}$$

Mit dieser Gleichung können, zusammen mit Gleichung (4.4), viele für das Experiment wichtige spektroskopische Daten berechnet werden.

4.1.1 Spektroskopie von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Zur Erzeugung von Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang muss zusätzlich zu einem Laser auf diesem Übergang ein weiterer Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eingestrahlt werden. Dieser dient zum Rückpumpen der Population des $D_{3/2}$ -Niveaus, die durch den spontanen Zerfall des $P_{1/2}$ -Niveau in das $D_{3/2}$ -Niveau entsteht. Dadurch ist die Fluoreszenz auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang von den Parametern sowohl des Lasers auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang selbst, als auch auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang abhängig (siehe Kapitel 4.2). Zur Optimierung der Ionendiagnostik und der Ionenkühlung ist es unerlässlich, den Einfluss der Parameter beider Laser auf die Niveaubesetzung des Systems systematisch zu untersuchen. Als direktes Maß für die Besetzung wird hierbei die Fluoreszenz des Ions auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang verwendet (siehe Gleichung (4.4)). Dazu wird die Fluoreszenz auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang beobachtet, während die Parameter der beiden Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang verändert werden.

Misst man das Anregungsspektrum des Übergangs, indem man die Verstimmung

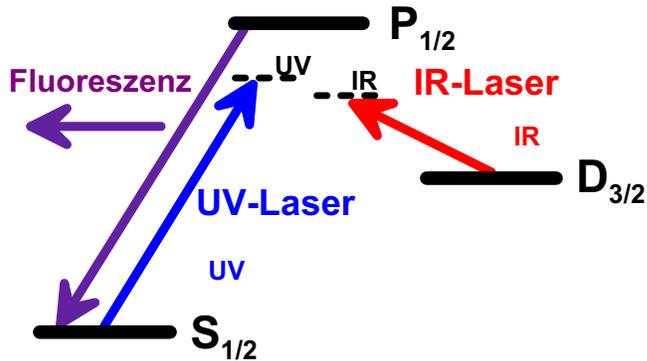


Abbildung 4.3: Zur Spektroskopie von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen wird die Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang gemessen, während die Parameter des UV- und des IR-Lasers verändert werden

des UV-Lasers variiert, so treten abhängig von den Parametern des IR-Lasers und der Ionenanzahl verschiedene Effekte auf. So muss beachtet werden, dass die Rate der Laserkühlung von der Verstimmung abhängt. Die Kühlrate steigt mit abnehmender Verstimmung des Kühllasers, erreicht ein Maximum bei $\Delta_{\text{UV}} = \frac{\Gamma}{2}$, und nimmt für kleinere Verstimmungen wieder stark ab (siehe Kapitel 6.1). Dies führt zu zwei unterschiedlichen Effekten. Betrachtet man zunächst das Spektrum einer Wolke (siehe Abb 4.4), so erkennt man deutlich einen Sprung in der Fluoreszenz. Passt man an die Teile des Spektrums Lorentz-Kurven an, so erkennt man, dass an der Sprungstelle die Breite des Spektrums stark abnimmt. Dies ist eine Folge der Kristallisation der Ionenwolke. Für große Rotverstimmungen des Lasers ist die Kühlrate der Wolke klein im Vergleich zu Heizprozessen, so dass keine geordneten Strukturen entstehen können. Somit bewegen sich die Ionen unabhängig voneinander und bilden eine Wolke. Das ändert sich, sobald die Kühlrate ausreichend ist, um die Ionenwolke so weit zu kühlen, dass geordnete Strukturen auftreten können. Im kristallinen Zustand nimmt die Aufheizung der Ionen im Radiofrequenzfeld der Falle aufgrund der kleineren Ausdehnung des Kristalls ab, und führt zu einer geringeren Iontemperatur. Die Linienbreite im kristallinen Zustand ist deshalb geringer.

Einen weiteren Effekt der Laserverstimmung auf das Anregungsspektrum kann man in Abb. 4.5 erkennen. Während für eine Rotverstimmung des Lasers das Spektrum einen lorentzförmigen Verlauf hat, beobachtet man für Blauverstimmung einen scharfen Abfall der Fluoreszenzintensität. Betrachtet man die Kühl- und Heizraten bei Dopplerkühlung, so erkennt man, dass auf der Resonanz die Kühlung für Rotverstimmung in eine Heizung für Blauverstimmung übergeht. Da die Bewegung der Ionen nicht gedämpft ist, führt auch eine kleine Heizrate zu einem exponentiellen Anwachsen der Iontemperatur. Da die Fluoreszenz des Ions aber von dessen Temperatur abhängt, führt dies zu einem Einbruch in der Fluoreszenz.

Betrachtet man hingegen das Anregungsspektrum des IR-Lasers, indem man die Verstimmung des IR-Lasers variiert und die Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang beobachtet, so erhält man ein symmetrisches Spektrum, d.h. es tritt

Abbildung 4.4:
Spektrum einer
kleinen Ionenwolke.
Das Auftreten eines
Sprunges in der
Linienbreite des
Spektrums zeigt
eine Kristallisation
der Wolke an.

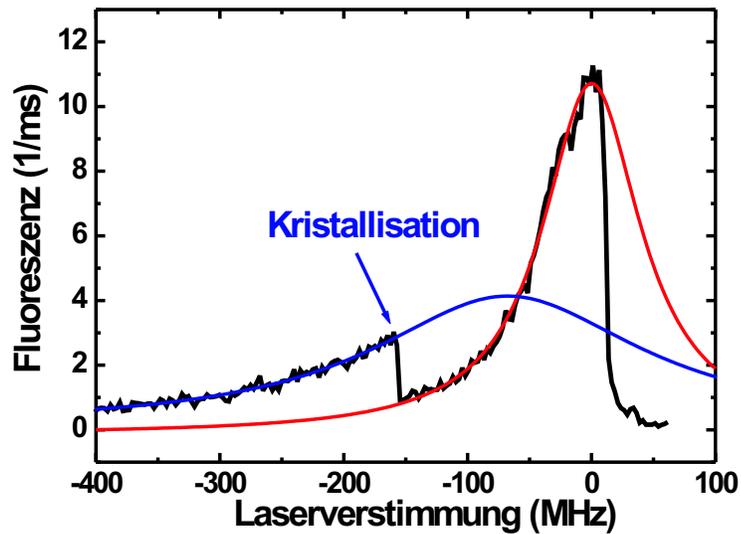
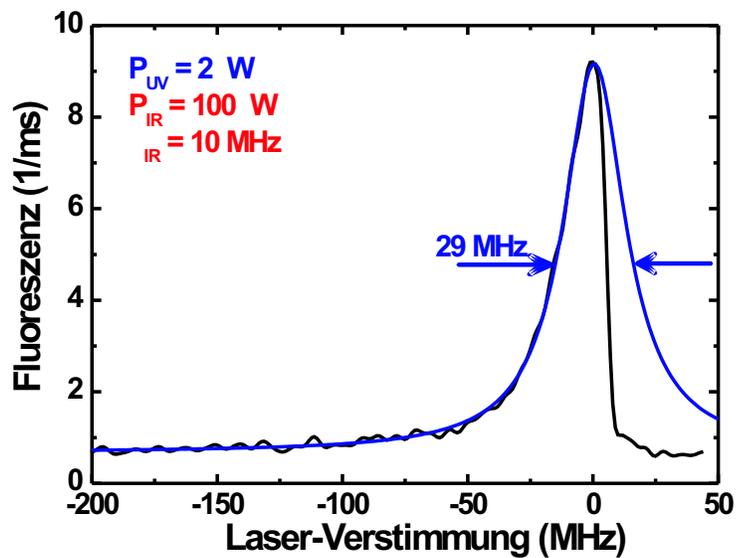


Abbildung 4.5:
Spektrum eines
einzelnen
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions.



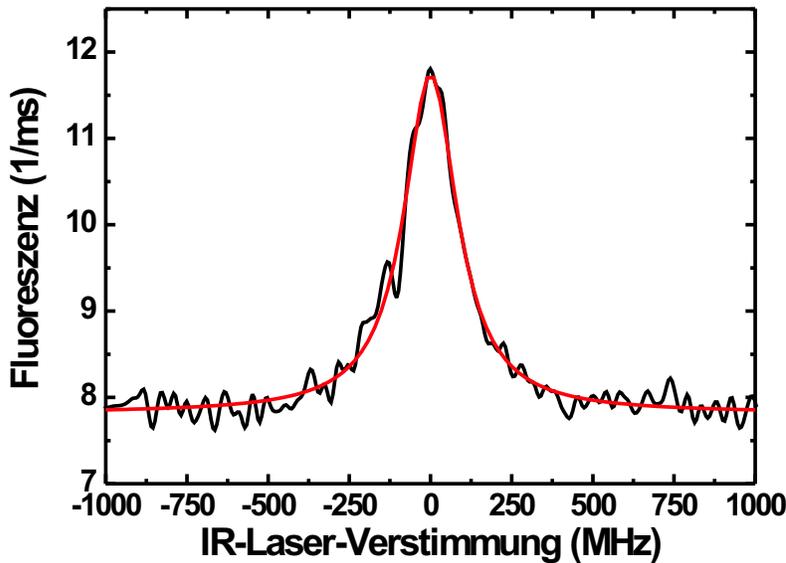


Abbildung 4.6:
Messung des
Anregungsspek-
trums des
IR-Lasers

kein Einbruch der Fluoreszenz für Blauverstimmung des IR-Lasers auf (siehe Abb. 4.6). Der Grund ist die geringe Zerfallswahrscheinlichkeit auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang. Kühl- bzw. Heizeffekte des IR-Lasers können im Vergleich zur Kühlung des UV-Laser vernachlässigt werden. Die Linienbreite des Spektrums des IR-Lasers ist von den Leistungen der beiden Laser abhängig. Sie kann sowohl breiter (Abb. 4.6) als auch schmäler als des Spektrum des UV-Lasers sein.

Bei der Messung des Anregungsspektrums ist darauf zu achten, dass nicht die Breite des Übergangs direkt gemessen werden kann, sondern nur die Zerfallsrate des $P_{1/2}$ -Niveaus. Somit ist die zu erwartende minimale Linienbreite nicht 22 MHz, sondern 23,7 MHz. In Abb. 4.5 ist ein Anregungsspektrum des UV-Lasers mit einer Breite von 29 MHz zu sehen. Dieser Wert ist um 22 % grösser als die natürliche Linienbreite. Hierbei spielt die Laserleistung auf beiden Übergängen die entscheidende Rolle.

Um den Einfluss der Laserleistungen auf die Linienbreite und die maximale Intensität der Fluoreszenz zu untersuchen, wurden für verschiedene Leistungen des UV-Lasers Spektren aufgenommen und vermessen (Abb. 4.7). Vergleicht man die Ergebnisse dieser Messungen mit dem Verhalten eines Zwei-Niveausystems, so ähneln sich die funktionalen Abhängigkeiten. Für den hier betrachteten Intensitätsbereich steigt sowohl die Linienbreite als auch die Intensität monoton mit der Leistung des UV-Lasers. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der IR-Laser die Population des $D_{3/2}$ -Niveaus effektiv zurückpumpt. Dadurch wird der Einfluss des $D_{3/2}$ -Niveaus eliminiert. In Abb. 4.8 sind sowohl die aus Gleichung (4.5) berechneten Verläufe für die Linienbreite, als auch die Intensität dargestellt. Sie stimmen gut mit den Messungen überein.

Betrachtet man die Messergebnisse in Abb. 4.7 für verschiedene IR-Leistungen, so erkennt man, dass für höhere IR-Leistungen die Intensität ansteigt, die Linien-

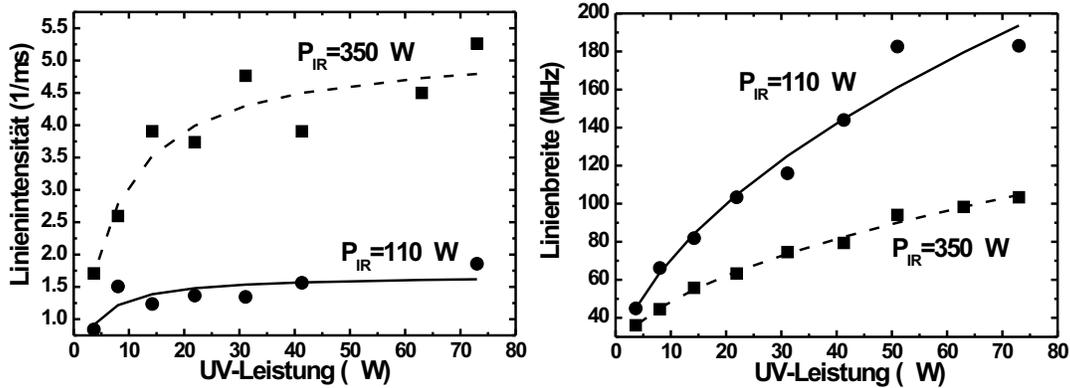
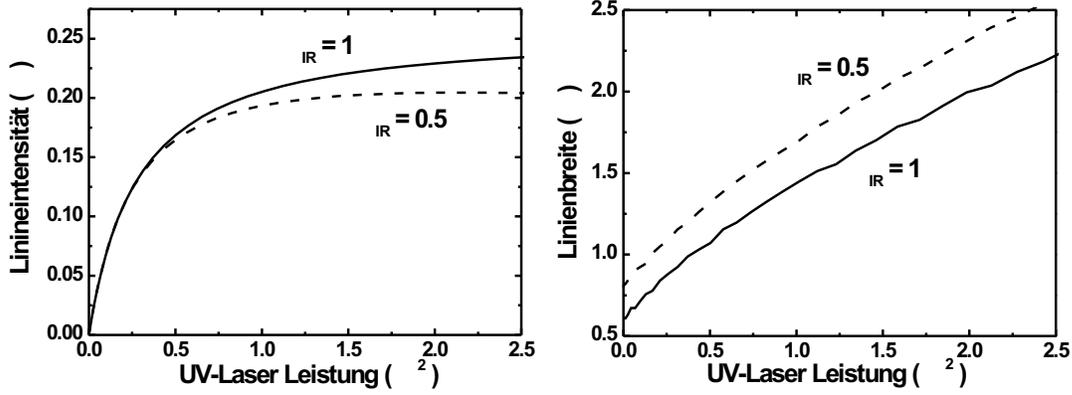


Abbildung 4.7: Messung der Abhängigkeit der Linienhöhe und der Linienbreite eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions von der Leistung des UV-Lasers

breite jedoch abnimmt. Um diesen Effekt genauer zu untersuchen, wurden Spektren bei konstanter UV-Leistung für verschiedene IR-Leistungen aufgenommen und daraus sowohl die Linienbreiten als auch die Linienintensitäten bestimmt. Desweiteren wurde für feste Verstimmungen beider Laser die Leistung des IR-Lasers für verschiedene UV-Leistungen variiert. Das Ergebnis dieser Messungen ist in Abb. 4.9 zu sehen. Für kleine IR-Leistungen steigt, wie für den UV-Laser, die Linienintensität an. Jedoch sinkt dabei die Breite des Anregungsspektrums. Während die Linienintensität für eine bestimmte IR-Leistung ein Maximum erreicht, erhält man an dieser Stelle für die Linienbreite ein Minimum. Für höhere IR-Leistungen steigt die Linienbreite wieder an, während die Linienintensität sinkt. Um dieses Verhalten erklären zu können, muss man die Besetzung der Niveaus und die Niveau-Verschiebungen durch den AC-Stark-Effekt betrachten. Diese sind in Abb. 4.10 dargestellt. Für kleine IR-Leistungen nimmt die Besetzung des $D_{3/2}$ -Niveaus mit zunehmender Leistung ab, d.h. mit zunehmender Leistung des IR-Lasers wird die Population des metastabilen $D_{3/2}$ -Niveau effektiver zurückgepumpt, was zu einem Anstieg der Fluoreszenz führt. Erhöht man die IR-Leistung weiter, so wird das $P_{1/2}$ -Niveau aufgrund der AC-Stark-Verschiebung durch den IR-Laser bezüglich des UV-Lasers verstimmt. Dadurch wird die Anregung durch den UV-Laser ineffektiver, was zu einer verringerten Fluoreszenz führt. Dadurch steigt die Besetzung des $S_{1/2}$ -Niveaus an. Dieser Effekt tritt prinzipiell auch bei der Anregung durch den UV-Laser auf. Da jedoch vollständige UV-Spektren aufgenommen wurden, d.h. der UV-Laser über die Ionenresonanz gestimmt wurde, ist eine Verschiebung des $P_{1/2}$ -Niveaus nicht beobachtbar. Vermessen wird jeweils die verschobene Resonanz, deren Linienhöhe monoton ansteigt.

Eine weitere Eigenschaft des Λ -Systems ist das Auftreten so genannter Dunkelresonanzen. In Abb. 4.11 ist ein Anregungsspektrum des UV-Lasers mit einer Dunkelresonanz dargestellt. Sie tritt dann auf, wenn die Verstimmung des IR-Lasers und des UV-Lasers bezüglich des $P_{1/2}$ -Niveaus gleich ist ($\Delta_{\text{UV}} = \Delta_{\text{IR}}$). In



Abbildungung 4.8: Simulation der Linienhöhe und der Linienbreite in Abhängigkeit der Laserleistung des UV-Lasers

diesem Fall besitzt das Gesamtsystem (Ion + Laserfelder) einen Eigenzustand, der nicht an das $P_{1/2}$ -Niveau koppelt, den so genannten Dunkelzustand $|\psi\rangle$ [21]. In Abb. 4.12 erkennt man deutlich die Abnahme des $P_{1/2}$ -Anteils im entsprechenden Zustand des Systems bei Annäherung der Verstimmungen an die Raman-Bedingung. Der Dunkelzustand $|\psi\rangle$ setzt sich aus dem Grundzustand $|S_{1/2}\rangle$ und aus dem metastabilen $|D_{3/2}\rangle$ -Zustand zusammen (siehe Abb. 4.12). Die Mischung hängt von den Rabi-Frequenzen des UV-Lasers und des IR-Lasers ab:

$$|\psi\rangle = c_S |S_{1/2}\rangle + c_D |D_{3/2}\rangle = \frac{\Omega_{\text{IR}}}{\sqrt{\Omega_{\text{IR}}^2 + \Omega_{\text{UV}}^2}} |S_{1/2}\rangle + \frac{\Omega_{\text{UV}}}{\sqrt{\Omega_{\text{IR}}^2 + \Omega_{\text{UV}}^2}} |D_{3/2}\rangle. \quad (4.6)$$

Da die Überlagerung keinen Anteil des $P_{1/2}$ -Niveaus enthält, emittiert das Ion im Dunkelzustand keine Fluoreszenz. Als Eigenzustand des Systems zeigt $|\psi\rangle$ keine Entwicklung in andere Zustände. Jedoch wird dieser Zustand durch spontane Prozesse aus den beiden anderen Zuständen bevölkert. Die Dunkelresonanz macht sich deshalb als Einbruch der Fluoreszenz für bestimmte Laserverstimmungen bemerkbar (elektromagnetisch induzierte Transparenz EIT). Die Breite der Dunkelresonanz ist stark von den Parametern beider Laser abhängig. In Abb. 4.13 sind berechnete Spektren für unterschiedliche Laserleistungen dargestellt. Für höhere Laserleistungen tritt der übliche Einbruch der Fluoreszenz im Spektrum auf, wie er auch in Abb. 4.11 gemessen wurde. Verringert man die Laserleistungen, so tritt eine dispersionsartige Struktur der Dunkelresonanz auf. Diese Struktur ist z.B. zur Kühlung der Ionen von großem Interesse (siehe Kapitel 6.3). Für sehr hohe Laserleistungen geht die Dunkelresonanz in eine Aufspaltung des Spektrums in zwei separate Linien über. Dabei entspricht der Abstand der Linien der effektiven Rabi-Frequenz $\frac{\Omega_{\text{UV}}\Omega_{\text{IR}}}{\Delta}$ der Laser. Dabei ist Δ die Verstimmung der Ramanresonanz bezüglich der atomaren Resonanz. Dieser Effekt wird als Rabi-Aufspaltung bezeichnet und tritt unter anderem bei der starken Kopplung eines Teilchens an ein Resonatorfeld auf.

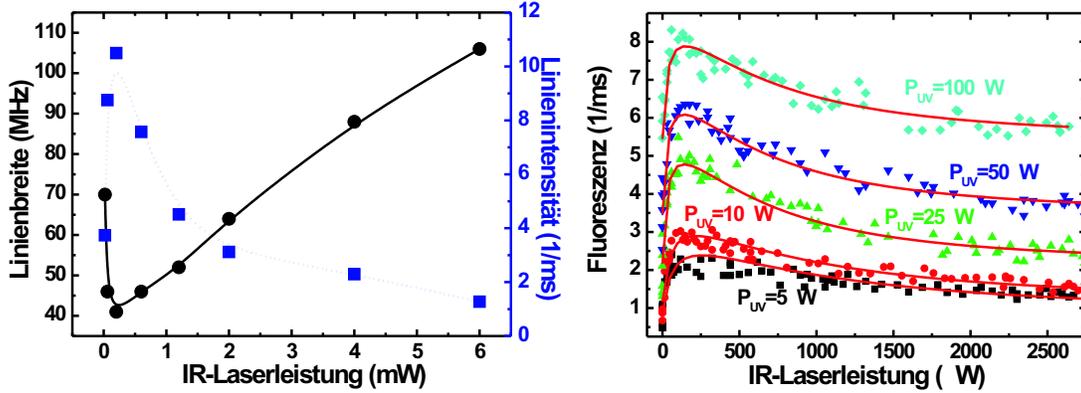


Abbildung 4.9: Messung der Abhängigkeit der Linienhöhe und der Linienbreite von der Leistung des IR-Lasers für feste Parameter des UV-Laser und für verschiedene Leistungen des UV-Lasers.

4.2 Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus

Der Zustand $D_{5/2}$ spielt sowohl in der Metrologie als auch für Anwendungen in der Quanteninformationsverarbeitung eine große Rolle. Seine Besonderheit ist, dass dieser Zustand nur mit dem $P_{3/2}$ -Zustand durch einen dipolerlaubten Übergang verbunden ist (siehe Abb. 4.14). Betrachtet man das Niveauschema genauer, so stellt man jedoch fest, dass dieser Zustand mit einer Lebensdauer von ca. 1,1 s in den Grundzustand zerfällt. Die Lebensdauer dieses Zustands ist deshalb so groß, da es sich um einen elektrischen Quadrupol-Übergang handelt. Durch seine lange Lebensdauer und die damit verbundene schmale Linienbreite von ca. 0.13 Hz eignet sich dieser Zustand zusammen mit dem $S_{1/2}$ -Grundzustand zur Speicherung eines Q-Bit in einem Quantencomputer [22]. Der dadurch entstandene Vorteil ist, dass eine kohärente Manipulation des Qbits durch einen einzelnen Laser auf dem $D_{5/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang möglich ist. Die kleine Linienbreite dieses Übergangs macht $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen auch als Frequenzstandard für optische Uhren interessant. Gegenüber dem $D_{3/2}$ -Zustand hat der $D_{5/2}$ -Zustand den Vorteil, dass die Besetzung dieses Niveaus einfach gemessen werden kann. Dazu erzeugt man Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang, indem man einen Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und einen Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eingestrahlt (siehe Kapitel 4.14). Ist nun das Ion im $D_{5/2}$ -Zustand, so tritt keine Fluoreszenz auf. Dadurch kann die Besetzung des Zustands mit annähernd 100 % Effizienz nachgewiesen werden. Diese Methode wird im hier beschriebenen Experiment dazu verwendet, die Anzahl der $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in der Falle zu bestimmen (siehe Kapitel 3.3). Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass sich die Frequenz des $S_{1/2} \rightarrow D_{5/2}$ -Übergangs durch die Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang durch AC-Stark-Verschiebung ändert.

Um die Lebensdauer dieses Zustands genau zu vermessen, sind zwei verschie-

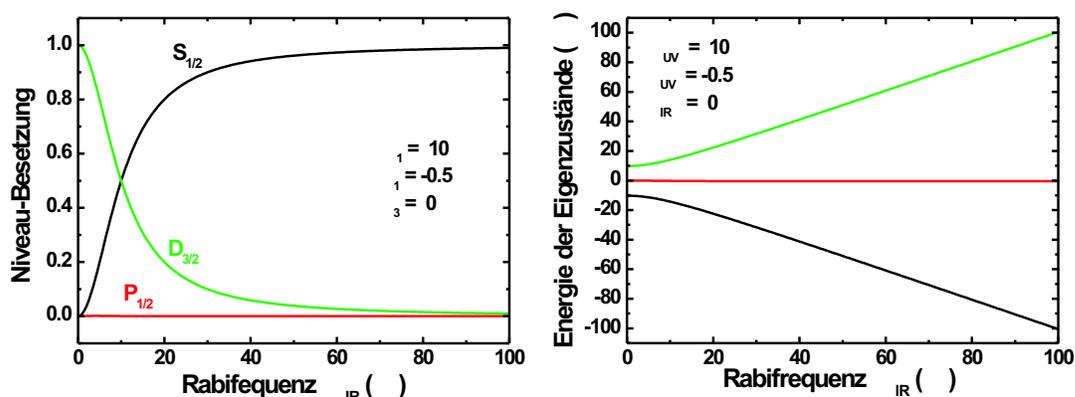


Abbildung 4.10: Simulation der Besetzung und der AC-Starkverschiebungen eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in Abhängigkeit der Rabifrequenz der IR-Lasers

dene Methoden möglich. Eine Methode besteht darin, das Ion vom Grundzustand in das $D_{5/2}$ -Niveau anzuregen und die Anregungswahrscheinlichkeit mittels Elektron-shelving zu messen. Um ein Anregungsspektrum zu erhalten, muss der Übergang mit dem Laser abgetastet werden, indem für jede Laserfrequenz die Anregungswahrscheinlichkeit gemessen wird. Für diese Messung ist ein sehr schmalbandiger Laser nötig (Linienbreite $< 0,13$ Hz), was beträchtliche experimentelle Anforderungen stellt. Zudem können Schwankungen der Laserleistung auf den anderen Übergängen die Linienbreite beeinflussen. Daher kann eine solche Messung nur gepulst durchgeführt werden.

Eine technisch einfachere und zugleich genauere Methode ist die direkte Messung der Lebensdauer. Dazu wird das $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion in das $D_{5/2}$ -Niveau gebracht und die Zeit gemessen, bis wieder Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang auftritt (Dunkelperiode). Stellt man eine Statistik der Zerfallszeiten auf, so erhält man einen exponentiellen Abfall der Anzahl der gemessenen Dunkelperioden mit der

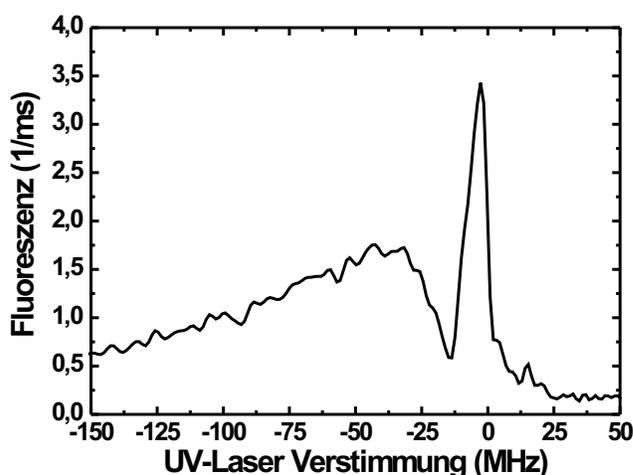
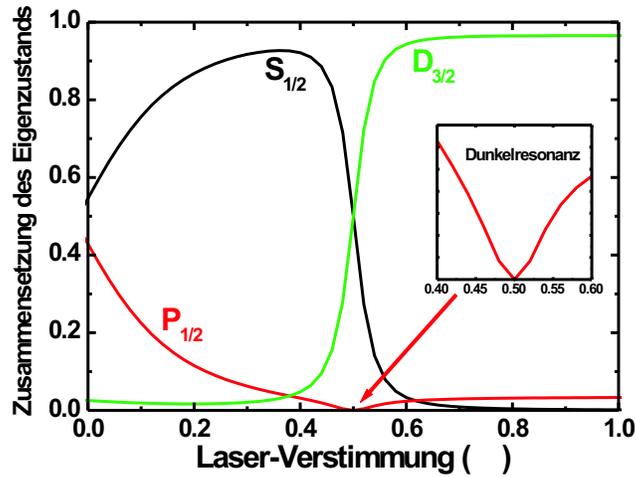


Abbildung 4.11:
Anregungsspektrum des
UV-Lasers eines einzelnen
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions für
rotverstimmten IR-Laser.
Man erkennt deutlich das
Auftreten einer
Dunkelresonanz.

Abbildung 4.12: Simulation der Zusammensetzung eines Eigenzustands des Systems in Abhängigkeit von der Verstimmung eines Lasers. Nähert sich die Laserverstimmung der Ramanbedingung, so verschwindet der Anteil des $P_{1/2}$ -Niveaus. Der Eigenzustand stellt dann einen Dunkelzustand dar.



Länge dieser Dunkelperioden. Daraus kann dann direkt die Lebensdauer des Zustandes bestimmt werden. Zur Messung der Dunkelperioden kann dieselbe Technik wie zur Bestimmung der Ionenzahl in der Falle herangezogen werden. Es werden kontinuierlich Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eingestrahlt, und zusätzlich ein sehr schwacher Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang. Durch den Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang wird Population vom $D_{3/2}$ -Niveau in das $P_{3/2}$ -Niveau gepumpt. Von dort kann das Ion in den Grundzustand oder ins $D_{5/2}$ -Niveau zerfallen. Durch Wahl der Leistung und der Verstimmung dieses Lasers kann die Anregungsrate eingestellt werden. Misst man nun die Fluoreszenz, erhält man Dunkelperioden in unregelmäßigen Abständen und mit verschiedenen Längen. Die Übergänge entsprechen Quantensprünge des Systems, die sich über die Fluoreszenz direkt beobachten lassen. Aus der Länge dieser Dunkelperioden kann dann die Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Zustands bestimmt werden.

In diesem Experiment wurde zur Anregung der Fluoreszenz das in Kapitel 2.3 erläuterte Lasersystem verwendet. Zur Anregung des $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergangs wurde ein gitterstabilisierter Dioden-Laser in Littrow-Anordnung herangezogen (Quantensprunglaser). Die Laserleistung wurde möglichst gering gewählt und die Anregungsrate über die Laserverstimmung optimiert. Die Anregungsrate darf nicht zu hoch sein, um eine gute Trennung der Sprünge zu erreichen. Ist die Sprungrate zu hoch, wird der Abstand zwischen den Dunkelperioden zu gering, um über die Emission von Fluoreszenzstrahlung beobachtet zu werden. Um dies zu vermeiden, aber dennoch eine vertretbare Messzeit zu erreichen, wurde eine Anregungsrate von ca. 0.1 s^{-1} gewählt. Es wurden 450 Sprünge mit einer zeitlichen Auflösung von 50 ms vermessen. Daraus ergibt sich eine Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Zustands von 0,74 s. Der statistische Fehler dieser Messung liegt bei ca. $\pm 0.05 \text{ s}$ (siehe Abb. 4.15). Der gemessene Wert unterliegt jedoch unterschiedlichen systematischen Fehlern.

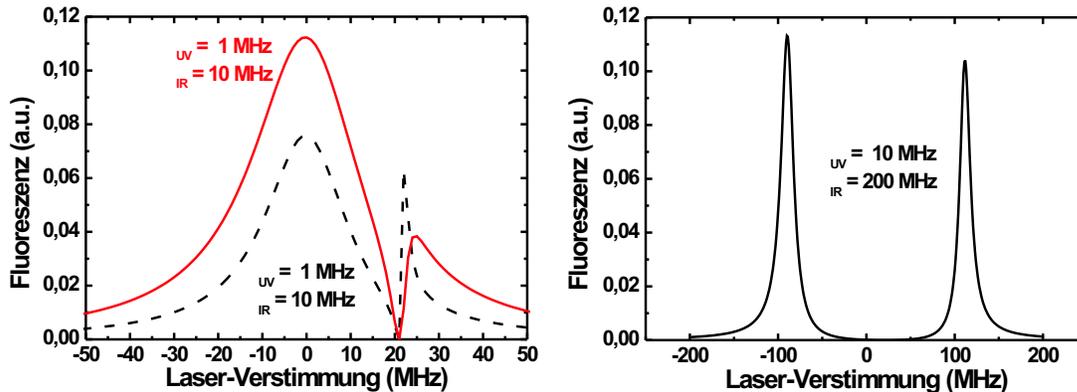


Abbildung 4.13: Simulation von Anregungsspektren des UV-Lasers für verschiedene Leistungen des IR-Lasers. Die Form der Dunkelresonanz geht von einem Fano-Profil für kleine Leistungen in eine Rabi-Aufspaltung für sehr große Leistungen über.

Da die Laserlinienbreite des Quantensprunglasers ca. 10 mal höher ist als die Breite des $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergangs, muss erheblich mehr Leistung eingestrahlt werden, als prinzipiell nötig wäre. Die Wellenlänge dieses Übergangs liegt mit 850 nm jedoch relativ nahe an der Wellenlänge des $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergangs mit 854 nm. Daher kann ein Teil der Population des $D_{5/2}$ -Zustands durch den Quantensprunglaser über das $P_{3/2}$ -Niveau in den Grundzustand gepumpt werden. Dies führt zu einer effektiven Verringerung der Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus. Der gleiche Effekt ist auch für den Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang zu beobachten. Da hier die Wellenlänge mit 866 nm jedoch relativ weit von der des $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergangs entfernt ist, ist dieser Effekt ca. 10 mal schwächer als im Fall des 850 nm Lasers und spielt eine entsprechend geringe Rolle. Um den Effekt des Quantensprunglasers zu reduzieren, kann dieser gepulst eingestrahlt werden [8]. Wird der Laser nur für kurze Zeit eingestrahlt, wird die Population des $D_{5/2}$ -Niveaus schwächer beeinflusst als bei kontinuierlicher Einstrahlung. Um

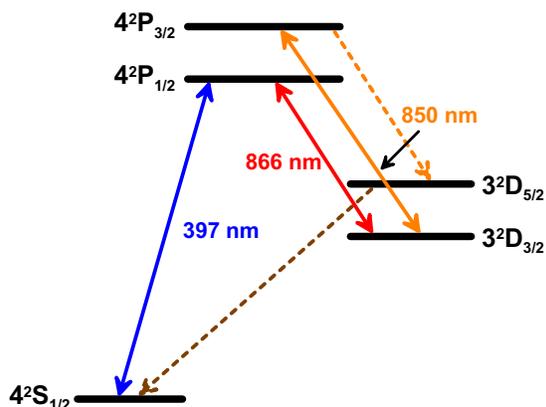
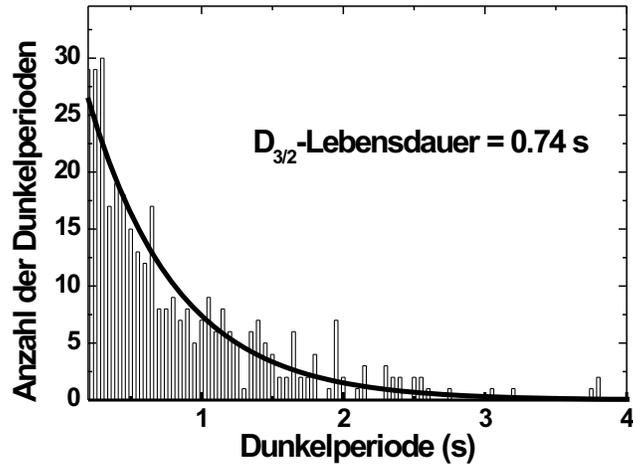


Abbildung 4.14: Schema zur Messung der Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus. Durch die Laser auf den $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ und $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergängen wird Fluoreszenz erzeugt, solange das Ion nicht im $D_{5/2}$ -Zustand ist. Durch den Quantensprunglaser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang wird über den spontanen Zerfall des $P_{3/2}$ -Zustand das $D_{5/2}$ -Niveau bevölkert.

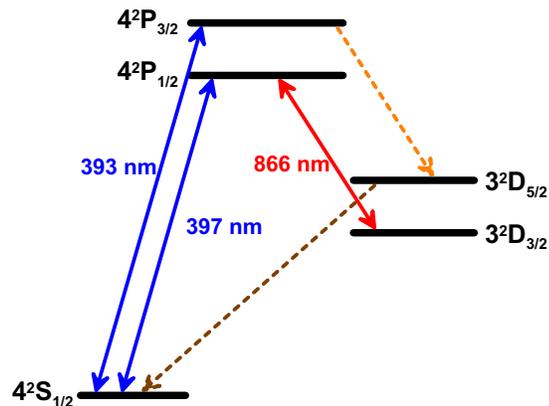
Abbildung 4.15: Messung der Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus. Aus dem exponentiellen Abfall wurde eine Lebensdauer von 0,74 s bestimmt.



diesen Effekt jedoch ganz zu eliminieren, kann man den $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang benutzen um das $D_{5/2}$ -Niveau zu bevölkern (siehe Abb. 4.16). Bei einer Wellenlänge von 393 nm ist eine Beeinflussung der $D_{5/2}$ -Population ausgeschlossen. Da Resonanzen zu höhergelegenen Niveaus, über die das $D_{5/2}$ -Niveau zurückgepumpt werden könnte, Wellenlängen von 219 nm ($5P_{1/2}$) und 213 nm ($5P_{3/2}$) besitzen, sind auch diese Übergänge vernachlässigbar.

Zur Messung der Lebensdauer mittels Bevölkering des $D_{5/2}$ -Zustands über den $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang wurde ein Diodenlaser auf die entsprechende Wellenlänge abgestimmt. Zur Regelung der Leistung wurde ein Polarisationsstrahlteiler in Kombination mit einer $\lambda/2$ -Platte und ein Graukeil verwendet. Die Leistung wurde auf eine Quantensprungrate von ca. 0.1 s^{-1} eingestellt. Um ein aussagekräftiges Ergebnis zu erhalten wurden 720 Sprünge ausgewertet. Das Ergebnis ist in Abb. 4.17 dargestellt und führt auf eine Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus von 0.95 s. Bei dieser Messung trägt nun lediglich der Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang bei 866 nm zur Lebensdauerreduktion bei. Um diesen Effekt zu eliminieren, wurde die Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus für verschiedene Leistungen

Abbildung 4.16: Ein weiteres Schema zur Messung der Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus. Durch die Laser auf den $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ und $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergängen wird Fluoreszenz erzeugt, solange das Ion nicht im $D_{5/2}$ -Zustand ist. Durch den Quantensprunglaser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang wird über den spontanen Zerfall des $P_{3/2}$ -Zustand das $D_{5/2}$ -Niveau bevölkert.



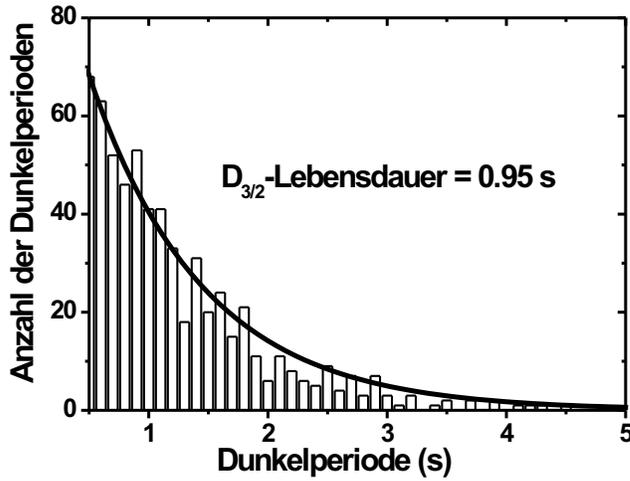
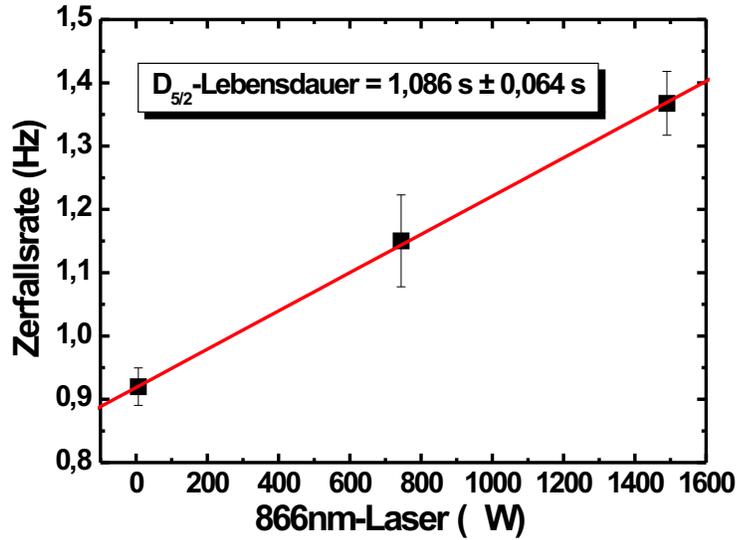


Abbildung 4.17: Messung der Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus. Aus dem exponentiellen Abfall der Anzahl der Dunkelperioden mit der Länge dieser Dunkelperioden, wurde eine Lebensdauer von 0,95 s bestimmt.

dieses Lasers gemessen. Um aus diesen Daten die Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus ohne $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Laser zu extrapolieren, wurden die Zerfallsraten der verschiedenen Messungen in Abhängigkeit des Laserleistung aufgetragen und linear auf den Wert 0 extrapoliert (siehe Abb. 4.18). Daraus ergibt sich eine Lebensdauer des $D_{5/2}$ -Niveaus von 1,086 s mit einem Fehler von $\pm 0,064$ s. Der Fehler setzt sich aus dem statistischen Fehler und dem Fehler der Zeitmessung zusammen. Die Zeitauflösung dieser Messungen betrug in diesem Fall 100 ms. Aufgrund des Messverfahren der Dunkelperiodenmessung ergibt sich daraus eine Ungenauigkeit der Zeitmessung von 50 ms. Der Wert stimmt ausgezeichnet mit kürzlich gemessenen Lebensdauern und theoretischen Vorhersagen überein. In folgender Tabelle sind verschiedene Werte für die Lebensdauer angegeben.

Experimentelle Lebensdauern	
Autor	Lebensdauer (s)
Urabe [18]	1,08(22)
Ritter [23]	0,969(21)
Arbes [24]	1,24(39)
Knoop [25]	0,994(38)
Gudjons [26]	1,064(17)
Lidberg [27]	1,09(5)
Arbes [28]	1,054(61)
Block [29]	1,100(18)
Theoretische Lebensdauern	
Liaw [30]	1,045
Guet [31]	1,236
Vaeck [32]	1,14
Biemont [33]	1,07
Ali [34]	0,95
Brage [35]	1,16

Abbildung 4.18:
Abhängigkeit der
gemessenen
Zerfallsrate des
 $D_{5/2}$ -Niveaus von
der Leistung des
Lasers auf dem
 $D_{3/2} \rightarrow$
 $P_{1/2}$ -Übergang.



4.3 Zeeman-Substruktur von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Bisher wurde angenommen, dass $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen als ein aus drei Niveaus bestehendes Λ -System beschrieben werden können. Dazu wurde die Substruktur der einzelnen Niveaus vernachlässigt. Speziell für Effekte, die von der Polarisation der absorbierten oder emittierten Strahlung abhängig sind, ist es nötig, die Zeeman-Substruktur des Ions einzubeziehen.

Betrachtet man die Niveau-Struktur von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen genauer, so erkennt man, dass die zwei Niveaus $S_{1/2}$ und $P_{1/2}$ jeweils 2 Zeeman-Unterniveaus besitzen (Magnetquantenzahl $m = \pm 1/2$). Im Gegensatz dazu besitzt das $D_{3/2}$ -Niveau 4 Unterniveaus (Magnetquantenzahl $m = \pm 3/2, \pm 1/2$). Somit geht das 3-Niveau-System in ein 8-Niveau-System über (siehe Abb. 4.19). Zur Beschreibung der Wechselwirkung dieses Systems mit den Laserfeldern des UV-Lasers als auch des IR-Lasers muss, im Gegensatz zum reinen Λ -System, auch die Polarisation der Laser berücksichtigt werden. Die Dipol-Matrix-Elemente der Übergänge und damit die Über-

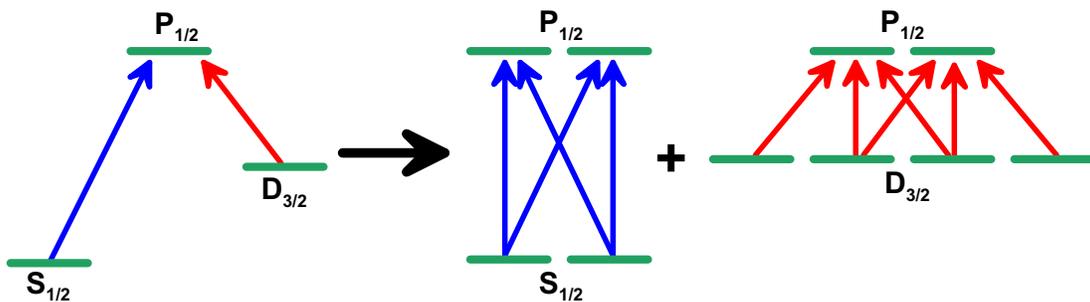


Abbildung 4.19: Durch die Zeeman-Unterniveaus geht das Λ -System des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in ein 8-Niveau-System über

gangsraten hängen über die Clebsch-Gordan-Koeffizienten von der Änderung der Magnetquantenzahl des Übergangs ab. Der Hamiltonoperator des Systems wird dadurch zu:

$$\begin{aligned}
 H_{S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}} &= \sum_{m,m'=-1/2}^{1/2} \left[\hbar\omega_{m,m'}^{S,P} + \hbar\Omega_{m,m'}^{S,P} (|S_{1/2}, m\rangle \langle P_{1/2}, m'| + \dots \right. \\
 &\qquad \qquad \qquad \left. |P_{1/2}, m'\rangle \langle S_{1/2}, m| \right) \\
 H_{D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}} &= \sum_{m=-1/2}^{1/2} \sum_{m'=-3/2}^{3/2} \left[\hbar\omega_{m,m'}^{D,P} + \hbar\Omega_{m,m'}^{D,P} (|D_{3/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m| + \dots \right. \\
 &\qquad \qquad \qquad \left. |P_{1/2}, m\rangle \langle D_{3/2}, m'| \right) \Big].
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Die erste Gleichung beschreibt die Wechselwirkung des UV-Lasers mit dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang, während die zweite Gleichung die Wechselwirkung des IR-Lasers mit dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang beschreibt. Für die Energie $\hbar\omega_{m,m'}$ der Niveaus gilt:

$$\omega_{m,m'} = \Delta\omega_{P_{1/2},\beta} + B \frac{\mu_B}{\hbar} (g_{P_{1/2}}m - g_\beta m'). \tag{4.8}$$

Dabei ist β der $S_{1/2}$ - oder $D_{3/2}$ -Zustand. $\omega_{m,m'}$ beschreibt also die Energiedifferenz zwischen zwei Zuständen inklusive der Aufspaltung der Unterniveaus durch das Magnetfeld der Stärke B . g_j ist das gyromagnetische Verhältnis des Zustands j , μ_B das Bohrsche Magneton und m_i die Magnetquantenzahl des jeweiligen Unterniveaus. Die in Gl. (4.7) auftretende Rabi-Frequenz des Übergangs ist über das Dipol-Matrix-Element von der Änderung der Magnetquantenzahl des Übergangs abhängig. $\Omega_{m,m'}$ ist dann gegeben durch:

$$\Omega_{m,m'}^{\alpha,\beta} = \frac{\mu^{\alpha,\beta} \cdot E_{m,m'}}{\hbar} \mathcal{C}_{m,m'}. \tag{4.9}$$

Darin ist $\mu^{\alpha,\beta}$ das reduzierte Dipol-Matrix-Element des $\alpha \rightarrow \beta$ -Übergangs, $\mathcal{C}_{m,m'}$ ist der Clebsch-Gordan-Koeffizient des Übergangs und $E_{m,m'}$ die el. Feldstärke des Laserfelds, wobei die Indizes m und m' die Polarisation des Lasers repräsentieren. Die $E_{m,m'}$ s stellen die Projektion der Feldstärke des Lasers auf die Polarisationen im Bezugssystem des Teilchens dar. Für die Quantisierungsachse des Teilchens wird das Magnetfeld gewählt. Da der Laser im allgemeinen einen Winkel zum Magnetfeld hat, muss die Polarisation des Lasers in das Bezugssystem des Teilchens transformiert werden. Dazu muss zuerst das Feld \vec{E} des Lasers in einer sphärischen Basis (Polarisationen σ_+ , σ_- und π) dargestellt werden. Für $\vec{k}_{\text{Laser}} \parallel z$ -Achse gilt:

$$\epsilon_{\sigma_\pm} = \frac{\mp 1}{\sqrt{2}} (\hat{x} \pm \hat{y}) \tag{4.10}$$

und

$$\epsilon_\pi = \hat{z}. \tag{4.11}$$

Darin sind ϵ_i die Einheitsvektoren der Polarisation und \hat{x} und \hat{y} sind die kartesischen Einheitsvektoren im Bezugssystem des Lasers. D.h. es gilt:

$$\vec{E}_{\vec{\epsilon}} = \begin{pmatrix} E_{\sigma_+} \\ E_{\pi} \\ E_{\sigma_-} \end{pmatrix} = V \cdot \vec{E}_{\vec{x}} = \begin{pmatrix} \frac{-1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{-i}{\sqrt{2}} & 0 \end{pmatrix} \vec{E}_{\vec{x}}.$$

Um nun die Polarisation im Bezugssystem des Magnetfeldes zu berechnen, benötigt man die Transformationsmatrix M des Koordinatensystems des Lasers \vec{x} in das Koordinatensystem \vec{x}' des Teilchens, d.h. $\vec{x}' = M \cdot \vec{x}$. Damit gilt für die Polarisation $\vec{\epsilon}'_{\text{Laser}}$ des Lasers im Bezugssystem des Teilchens:

$$\vec{\epsilon}'_{\text{Laser}} = V \cdot M \cdot V^{-1} \cdot \vec{\epsilon}_{\text{Laser}}. \quad (4.12)$$

Gleichermaßen muss vorgegangen werden, wenn die Polarisation der vom Teilchen emittierten Strahlung betrachtet wird. Die Polarisation der Strahlung muss vom Bezugssystem des Teilchens in das Koordinatensystem des Beobachters transformiert werden.

Aus dem Hamiltonoperator des Systems ergibt sich die Master-Gleichung des Systems zu:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \mathcal{L}\rho \quad (4.13) \\ &= -\frac{i}{\hbar} \left[\left(H_{S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}} + H_{D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}} \right), \rho \right] \\ &\quad + \sum_{m,m'} \frac{\Gamma_{P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}}}{2} \mathcal{C}_{m,m'} \left(2 |S_{1/2}, m\rangle \langle P_{1/2}, m'| \rho |P_{1/2}, m'\rangle \langle S_{1/2}, m| \right. \\ &\quad \left. - \rho |P_{1/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m'| - |P_{1/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m'| \rho \right) \\ &\quad + \sum_{m,m'} \frac{\Gamma_{P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}}}{2} \mathcal{C}_{m,m'} \left(2 |D_{3/2}, m\rangle \langle P_{1/2}, m'| \rho |P_{1/2}, m'\rangle \langle D_{3/2}, m| \right. \\ &\quad \left. - |P_{1/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m'| \rho - \rho |P_{1/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m'| \right). \quad (4.14) \end{aligned}$$

Dieses Differenzialgleichungssystem kann nicht mehr analytisch gelöst werden. Daher wurden Rechnungen, die die magnetischen Unterniveaus berücksichtigen, numerisch durchgeführt. Dazu wurde das Programm MatLab mit einer Quantenoptik-Toolbox verwendet [36], das sich hervorragend für den Umgang mit Matrizen eignet. Aus der numerisch berechneten Dichtematrix ρ lässt sich dann einfach über $a = \text{Spur}(\rho A)$ der Erwartungswert jeder Observablen A berechnen.

4.4 Dunkelzustände und Hanle-Effekt

Betrachtet man den Hamilton-Operator $H = H_{S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}} + H_{D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}}$ aus Gleichung (4.7), so erkennt man, dass er Eigenzustände $|\psi\rangle$ besitzt, für die der Wech-

selwirkungsterm verschwindet, d.h.

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{m,m'=-1/2}^{1/2} \hbar\Omega_{m,m'} (|S_{1/2}, m\rangle \langle P_{1/2}, m'| + |P_{1/2}, m'\rangle \langle S_{1/2}, m|) \right. \\
 & \left. + \sum_{m=-1/2}^{1/2} \sum_{m'=-3/2}^{3/2} \hbar\Omega_{m,m'} (|D_{3/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m| + |P_{1/2}, m\rangle \langle D_{3/2}, m'|) \right] |\psi\rangle = 0.
 \end{aligned} \tag{4.15}$$

Diese Zustände treten nicht mit der eingestrahlten Laserstrahlung in Wechselwirkung. Sind diese Zustände Linearkombinationen der stabilen Zustände des Systems, so tritt keine spontane Emission auf. Es handelt sich also um Dunkelzustände (siehe Kapitel 4.1.1). Im Falle von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen sind Dunkelzustände Linearkombinationen der Grundzustände $|S_{1/2}, m\rangle$ und der metastabilen $|D_{3/2}, m'\rangle$ -Zustände:

$$|\psi\rangle = \sum_m c_m |S_{1/2}, m\rangle + \sum_{m'} c_{m'} |D_{3/2}, m'\rangle. \tag{4.16}$$

Durch Anregung der $P_{1/2}$ -Zustände und anschließende spontane Zerfälle können diese Dunkelzustände bevölkert werden (optisches Pumpen). Im Gegensatz zum Λ -System treten hier auch Dunkelzustände auf den individuellen Übergängen $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ und $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ auf, und nicht nur bei Ramanresonanz. Um diese für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen zu bestimmen, nehmen wir an, dass die Verstimmung der Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang verschieden sind. In diesem Fall tritt keine Ramanresonanz im System auf, und die Dunkelzustände des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs und des $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs können getrennt analysiert werden. Somit erhalten wir:

$$\left[\sum_{m,m'=-1/2}^{1/2} \hbar\Omega_{m,m'} (|S_{1/2}, m\rangle \langle P_{1/2}, m'| + |P_{1/2}, m'\rangle \langle S_{1/2}, m|) \right] |\psi\rangle_{SP} = 0$$

und

$$\left[\sum_{m=-1/2}^{1/2} \sum_{m'=-3/2}^{3/2} \hbar\Omega_{m,m'} (|D_{3/2}, m'\rangle \langle P_{1/2}, m| + |P_{1/2}, m\rangle \langle D_{3/2}, m'|) \right] |\psi\rangle_{DP} = 0 \tag{4.17}$$

mit

$$|\psi\rangle_{SP} = \sum_m c_m |S_{1/2}, m\rangle \tag{4.18}$$

und

$$|\psi\rangle_{DP} = \sum_{m'} c_{m'} |D_{3/2}, m'\rangle . \quad (4.19)$$

Daraus ergeben sich für beide Untersysteme zusammen mit der Normierungsbedingung $\sum_m c_m^2 = 1$ drei Gleichungen. Da alle Gleichungen simultan erfüllt werden müssen, ergeben sich daraus sowohl die Komponenten c_m als auch die Bedingungen, unter denen Dunkelzustände auftreten. Im Falle des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Untersystems existieren drei Dunkelzustände für unterschiedliche Bedingungen. Jeweils ein Dunkelzustand ergibt sich für reine σ_+ oder σ_- -Polarisation. Im Falle der σ_+ -Polarisation ist der Dunkelzustand $|\psi\rangle_{SP} = |S_{1/2}, +1/2\rangle$, während für reine σ_- -Polarisation der Dunkelzustand $|\psi\rangle_{SP} = |S_{1/2}, -1/2\rangle$ ist. Dies ist in Abb. 4.20 dargestellt. Der erste Dunkelzustand kommt dadurch zustande, dass im $|S_{1/2}, +1/2\rangle$ kein σ_+ polarisiertes Photon absorbiert werden kann, da kein angeregter Zustand mit $m=+3/2$ zur Verfügung steht. Analoges gilt auch für die σ_- -Polarisation. Ein weiterer Dunkelzustand entsteht durch Überlagerung beider zirkularer Polarisationen. Während die beiden anderen Dunkelzustände unabhängig von den Laserleistungen sind tritt dieser Zustand nur für $\Omega_{\sigma_+} = \Omega_{\sigma_-} = \Omega$ und $\Omega_\pi = 0$ auf. Der Dunkelzustand lautet dann :

$$|\psi\rangle_{SP} = \frac{1}{\sqrt{2}} |S_{1/2}, +1/2\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |S_{1/2}, -1/2\rangle . \quad (4.20)$$

Im Gegensatz zum $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Untersystem treten im $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Untersystem für alle Polarisationen Dunkelzustände auf. Dazu betrachten wir die drei Spezialfälle der Polarisation. Wird π -polarisiertes Licht eingestrahlt, d.h. $\Omega_{\sigma_+} = \Omega_{\sigma_-} = 0$ so erhält man aus Gleichung (4.17) $c_{1/2} = c_{-1/2} = 0$. Somit besitzt das System für π -Polarisation die Dunkelzustände $|D_{3/2}, \pm 3/2\rangle$. In diesen Zuständen kann das Teilchen nicht mehr durch π -polarisiertes Licht angeregt werden, da kein angeregter Zustand hierfür zur Verfügung steht. Wird σ_+ -polarisiertes Licht eingestrahlt, d.h. $\Omega_\pi = \Omega_{\sigma_-} = 0$ erhält man die Dunkelzustände $|D_{3/2}, +1/2\rangle$ und $|D_{3/2}, +3/2\rangle$. Auch hier ist eine Anregung durch σ_+ -polarisiertes Licht nicht möglich. σ_- -polarisiertes Licht, d.h. $\Omega_{\sigma_+} = \Omega_\pi = 0$ führt zu den Dunkelzustände $|D_{3/2}, -1/2\rangle$ und $|D_{3/2}, -3/2\rangle$. Für jede Polarisation handelt es sich bei diesen Dunkelzuständen um eine orthogonale Basis des Raums der Dunkelzustände der jeweiligen Polarisation. Somit stellt jede Linearkombination ebenfalls einen Dunkelzustand der betreffenden Polarisation des Systems dar. Die Dunkelzustände sind in Abb. 4.20 dargestellt. Das Auftreten dieser Dunkelzustände ist nur von der Polarisation des eingestrahltten Lichts abhängig. Ist die Polarisation des Lichts im System des Teilchens eine Überlagerung der Polarisationen σ_\pm und π , was bei einem Winkel zwischen Quantisierungsachse und Laser auftritt, so kommt es auch hier zu Dunkelzuständen. Diese sind Mischungen der Unterniveaus. Eine wichtige Voraussetzung für das Auftreten dieser Dunkelzustände ist, dass kein

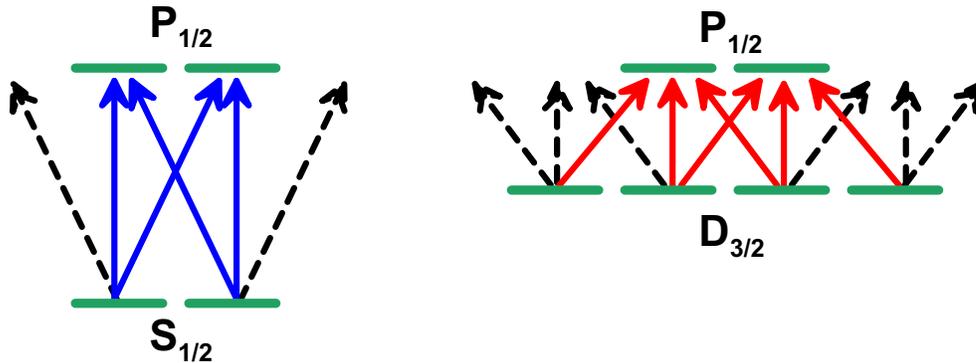


Abbildung 4.20: Dunkelzustände für die unterschiedlichen Polarisierungen der Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang

Magnetfeld vorhanden ist. Um dies zu verstehen müssen Gleichung (4.17) und Gleichung (4.17) genauer betrachtet werden. Bisher wurde die Zeitabhängigkeit der Zustände ignoriert, da alle magnetischen Unterzustände eines Niveaus identische Zeitabhängigkeit besaßen. Somit waren die Gleichgewichtslösungen zeitunabhängig. Die Dunkelzustände der $S_{1/2}$ und $D_{3/2}$ -Niveaus sind daher in ihrer Zusammensetzung konstant. Dies ändert sich jedoch, wenn ein Magnetfeld angelegt wird. Das Magnetfeld führt zu einer Verschiebung der Niveaus abhängig von ihrer Magnetquantenzahl (vergleiche Gleichung (4.8)). Selbst wenn diese Zeeman-Aufspaltung viel kleiner ist als die Breite des $P_{1/2}$ -Niveaus, führt dies zu einer unterschiedlichen Zeitabhängigkeit der einzelnen Unterniveaus. Somit ändert ein zur Zeit $t=0$ erzeugter Dunkelzustand für $t > 0$ seine Zusammensetzung, was zu einer Destabilisierung führt. Dunkelzustände können nicht mehr auftreten. Dies ist insbesondere dann der Fall, wenn der Prozess, der zur Besetzung des Zustandes führt, langsamer ist als die zeitliche Änderung der Dunkelzustände.

Diese Destabilisierung der Dunkelzustände durch ein Magnetfeld wird als Grundzustands-Hanle-Effekt bezeichnet. Er tritt jedoch nur auf, wenn sich der Laser im System des Teilchens aus verschiedenen Polarisierungen zusammensetzt. In diesem Fall ist der Dunkelzustand eine Überlagerung von verschiedenen Unterniveaus. Dies ist nicht mehr unbedingt der Fall, wenn der Laser im System des Teilchens eine reine Polarisation, σ_+ , σ_- oder π besitzt. Da sich dann die Zusammensetzung des Zustandes nicht mehr zeitlich ändert, bleibt dieser Zustand stabil. Der Grundzustands-Hanle-Effekt ist besonders geeignet zur präzisen Kompensation von Magnetfeldern [37].

4.5 Magnetfeldkompensation

Um quantenoptische Effekte messen zu können, müssen sowohl die Polarisation der verwendeten Laser als auch die Quantisierungsachse des Teilchens bekannt

sein. Als Quantisierungsachse des Systems wird meist ein externes Magnetfeld gewählt. Da sowohl das Magnetfeld der Erde als auch Magnetfelder ferromagnetischer Substanzen zum Magnetfeld am Ort des Teilchens beitragen, muss entweder ein sehr starkes Magnetfeld angelegt werden, oder das Magnetfeld der Umgebung muss kompensiert werden. Starke Magnetfelder haben jedoch den Nachteil, dass es zu einer Zeemanaufspaltung der Unterniveaus kommt. Somit ist es vorteilhafter das Magnetfeld der Umgebung zu kompensieren. Das wird besonders deutlich, wenn man die Genauigkeit betrachtet, mit der die Quantisierungsachse festgelegt ist. Für die Abweichung $\delta\phi$ der Achse von der gewünschten Lage gilt:

$$\delta\phi \leq \frac{\delta B}{B_{\text{Achse}}} , \quad (4.21)$$

darin ist δB das Magnetfeld der Umgebung und B_{Achse} das Magnetfeld, das zur Festlegung der Quantisierungsachse angelegt wird. Um die Quantisierungsachse auf $\delta\phi = 1/100$ zu bestimmen muss entweder, unter der Annahme $\delta B = B_{\text{Erde}} = 0,2 \text{ G}$ ein Magnetfeld von $B_{\text{Achse}} = 20 \text{ G}$ angelegt werden, oder das Magnetfeld auf $\delta B = 20 \text{ mG}$ kompensiert werden mit einem zusätzlichen Feld von 2 G .

Zur Kompensation und zum Anlegen eines definierten Feldes wurden drei Spulenpaare in Helmholtzkonfiguration um die Vakuumkammer angeordnet. Die Spulen bestehen aus Kupferdraht mit einem Durchmesser von 1 mm und 100 Windungen. Die Spulengrößen wurden den jeweiligen Fensteranordnungen der Vakuumkammer angepasst, um den freien Zugang zu den Fenstern zu erhalten. Für die drei Spulenpaare wurde jeweils ein Strom-Magnetfeld-Konversionswert von 2 G/A berechnet. Um den Spulenstrom für die Magnetfeldkompensation zu messen, wurde der Spulenstrom mittels einer bipolaren Stromquelle durch einen Computer variiert. Da sich mittels des Hanle-Effekts nur Magnetfelder kompensieren lassen, die senkrecht zum Laserstrahl orientiert sind, werden mindestens zwei Laserstrahlen benötigt, um das Magnetfeld in allen Richtungen zu kompensieren. Zur Bestimmung des Kompensationsfeldes jeder Spule, wurde für jeden Laser der Strom jedes Spulenpaars durchgeföhren und die Fluoreszenzrate des Ions gemessen. Um alle störenden Effekte auszuschließen, wurde die Messung an einem einzelnen Ion durchgeföhrt. Abb. 4.21 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung. Hieraus erhält man die Genauigkeit der Kompensation des Magnetfeldes. Für die Unsicherheit der Magnetfeldkompensation ΔB gilt:

$$\Delta B = \frac{\gamma}{2\sqrt{\text{SNR}}} . \quad (4.22)$$

Darin ist γ die Breite des Resonanz und SNR das Verhältnis von Signal zu Rauschen. Für eine Breite der Resonanz von $\gamma = 0,13 \text{ G}$ und einem SNR von 10 erhält man $\Delta B = 21 \text{ mG}$. Um nun die Parameter der Magnetfeldkompensation, insbesondere die Laserparameter, zu optimieren, wurde für verschiedene Laserparameter die Dunkelresonanz vermessen. Wie in Gleichung (4.22) gezeigt, ist insbesondere die Breite der Resonanz von Bedeutung. Im Abb. 4.22 ist die Breite

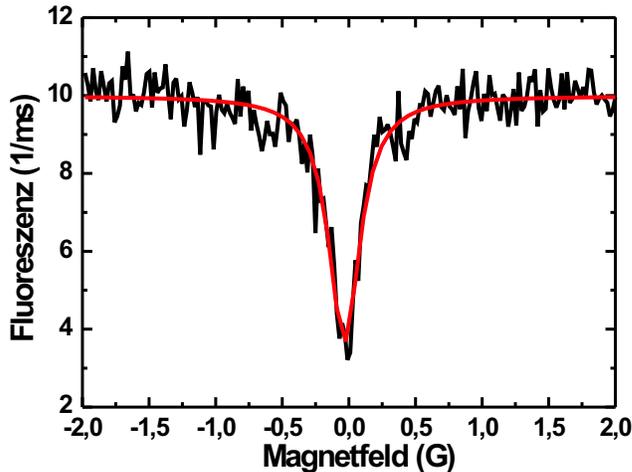


Abbildung 4.21: Messung einer Hanle-Resonanz mit einem einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion.

der Resonanz über die Laserleistungen der beiden Laser aufgetragen. Man erkennt deutlich den Anstieg der Resonanzbreite mit zunehmender Leistung beider Laser. Um die Ergebnisse mit den theoretischen Erwartungen vergleichen zu können, wurde Gleichung (4.14) für verschiedene Magnetfelder und Laserleistungen numerisch integriert und daraus der Verlauf der Resonanzbreite in Abhängigkeit von den Leistungen beider Laser bestimmt. Die Simulationen sind in Abb. 4.23 dargestellt. Der theoretisch erwartete Verlauf stimmt gut mit den Messungen überein. Die numerische Integration der optischen Bloch-Gleichung des Systems kann auch dazu genutzt werden, Bereiche zu untersuchen, die in diesem Experiment nicht zugänglich sind. Sowohl durch die Spulen als auch durch die verwendeten Stromversorgungen ist das maximal erreichbare Magnetfeld sehr beschränkt. Daher wurde die Fluoreszenz des Ions in Abhängigkeit vom Magnetfeld in einem Bereich von ± 20 G berechnet (siehe Abb. 4.24). Man erkennt deutlich die scharfe Hanle-Resonanz bei verschwindendem Magnetfeld. Für starke Magnetfelder geht jedoch die Fluoreszenz wieder zurück. Dies ist auf die Zeeman-Aufspaltung zurückzuführen. Da die Übergänge zwischen den Zeeman-Niveaus mit zunehmendem Magnetfeld gegenüber den Lasern verstimmt werden, wird die Anregungswahrscheinlichkeit des Ions durch die Laser reduziert, was zu einer Reduktion der Fluoreszenz führt.

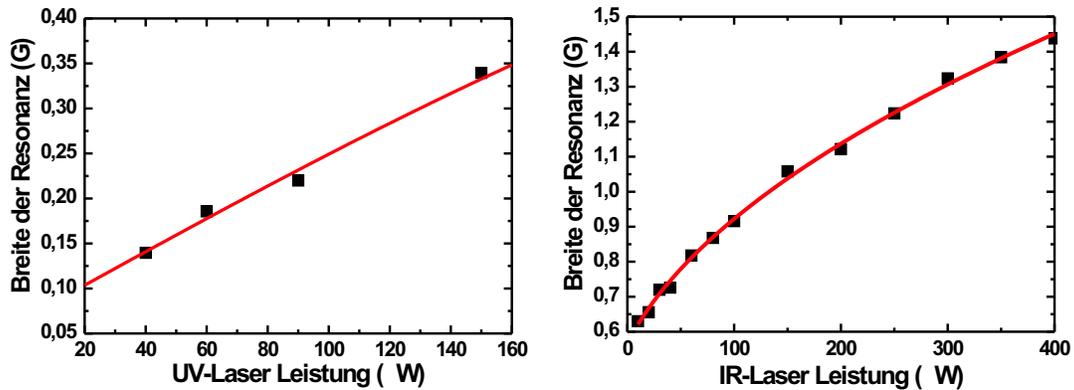


Abbildung 4.22: Messung der Breite der Hanle-Resonanz für verschiedenen Leistungen des UV- und des IR-Lasers.

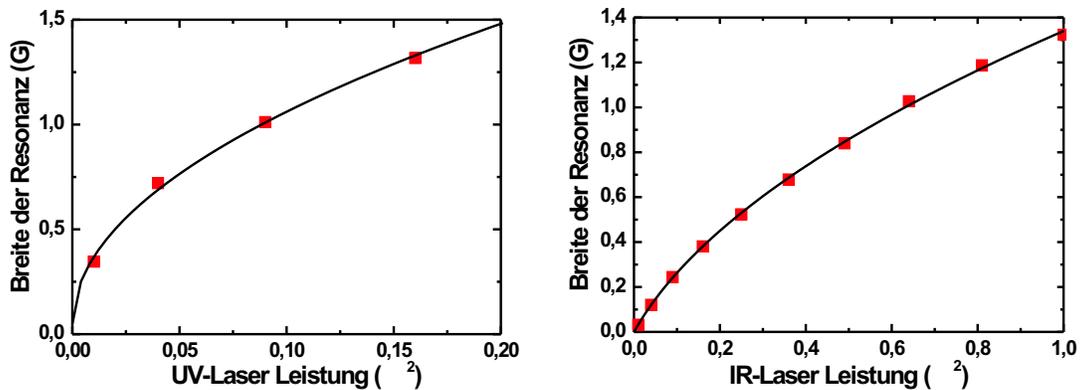
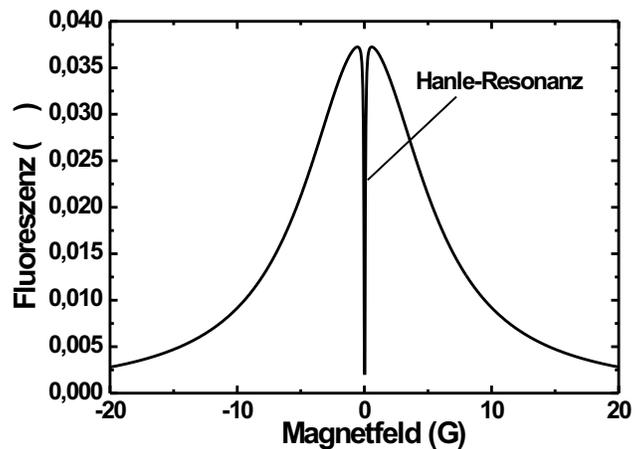


Abbildung 4.23: Simulation der Abhängigkeit der Breite der Hanle-Resonanz von den Leistungen des UV- und IR-Lasers.

Abbildung 4.24: Simulation der Fluoreszenz eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in Abhängigkeit vom Magnetfeld.



Kapitel 5

Intensitätskorrelations-Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

5.1 Die Intensitätskorrelations-Funktion

Zur Charakterisierung von elektromagnetischer Strahlung wird meist die spektrale Intensitätsverteilung herangezogen. Diese beschreibt jedoch nicht alle Eigenschaften der Strahlung. Eine vollständige Beschreibung liefern die so genannten Korrelations-Funktionen. Die allgemeine Korrelations-Funktion n-ter Ordnung ist definiert als [38]:

$$g^{(n)}(t_1, \dots, t_n) = \frac{G^{(n)}(t_1, \dots, t_n)}{N} = \frac{1}{N} \langle E^-(t_1) \cdot \dots \cdot E^-(t_n) E^+(t_1) \cdot \dots \cdot E^+(t_n) \rangle \quad (5.1)$$

mit

$$N = \prod_{i=1}^n G^{(n)}(t_i, \dots, t_i) . \quad (5.2)$$

Darin sind $E^+(t_i)$ die positiven und $E^-(t_i)$ die negativen Frequenzkomponenten des elektrischen Feldes. Zur Beschreibung der Eigenschaften von Licht sind insbesondere die Korrelations-Funktionen 1. und 2. Ordnung von Interesse. Die Korrelations-Funktion 1. Ordnung $g^{(1)}(\tau)$ ist mit dem Spektrum $F(\omega)$ des Lichts über eine Fourier-Transformation verknüpft:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega\tau} F(\omega) d\tau . \quad (5.3)$$

Darin ist ω die Frequenz des Lichts und es gilt:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^-(t) E^+(t + \tau) \rangle}{\langle E^-(t) E^+(t) \rangle} . \quad (5.4)$$

Die Korrelations-Funktion 1. Ordnung beschreibt die Entwicklung von Fluktuationen des Feldes zum Zeitpunkt $t + \tau$ bezüglich dem Feld zum Zeitpunkt t . Somit

ist die $g^{(1)}$ -Funktion ein Maß für die Interferenzfähigkeit des Lichts und entspricht der Sichtbarkeit der Interferenzstruktur eines Doppelspalts:

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} . \quad (5.5)$$

Darin ist I_{max} das Intensitätsmaximum der Interferenzstruktur und I_{min} die Intensität des benachbarten Interferenzminimums. In diesem Fall beschreibt τ den Laufzeitunterschied des Lichts, das von den beiden Schlitzen ausgeht.

Ist man nun nicht an den Fluktuationen des Feldes, sondern der Intensität interessiert, so führt dies zur Korrelations-Funktion 2. Ordnung oder Intensitätskorrelations-Funktion $g^{(2)}$. Für ein klassisches Feld ist sie definiert als:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} . \quad (5.6)$$

Betrachtet man die $g^{(2)}$ -Funktion für klassisches Licht und zerlegt den zeitlichen Intensitätsverlauf in einen konstanten Anteil $\langle I \rangle$ und in zeitabhängige Fluktuationen $\Delta I(t)$, so gilt:

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\langle \Delta I(t)^2 \rangle}{\langle I(t) \rangle^2} \geq 1 \quad (5.7)$$

da $\langle I(t)^2 \rangle = \langle I(t) \rangle^2 + \langle \Delta I(t)^2 \rangle$ gilt. Daraus können bereits einige Eigenschaften der $g^{(2)}$ -Funktion für klassisches Licht abgeleitet werden. So gilt im Grenzfall $\lim_{\tau \rightarrow \infty} g^{(2)}(\tau) \rightarrow 1$ und $g^{(2)}(0) \geq g^{(2)}(\tau)$. Zwischen zeitlich weit auseinanderliegenden Fluktuationen besteht keine Korrelation. Speziell der zweite Teil bedeutet, dass es wahrscheinlich ist, eine hohe Intensität zu messen, nachdem eine hohe Intensität kurz zuvor gemessen wurde. Im Photonenbild bedeutet dies, dass für klassisches Licht Photonen bevorzugt in Bündeln auftreten, so genanntes Bunching. In diesem Fall existiert eine Beziehung zwischen der $g^{(1)}$ -Funktion und der $g^{(2)}$ -Funktion. Es gilt:

$$g^{(2)} = 1 + |g^{(1)}|^2 . \quad (5.8)$$

Für quantenmechanische Systeme ist diese Beziehung jedoch nicht gültig. Dann gehen die Felder E^\pm in Operatoren über:

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle E^-(t)E^-(t+\tau)E^+(t+\tau)E^+(t) \rangle}{\langle E^-(t)E^+(t) \rangle^2} . \quad (5.9)$$

Zur Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion ist es vorteilhaft, die Felder der emittierten Strahlung mit den Operatoren des atomaren Systems in Verbindung zu bringen. Unter Verwendung von $E^-(t) \propto |e\rangle \langle u|$ und $|e\rangle \langle u| |u\rangle \langle e| = |e\rangle \langle e|$ kann Gleichung (5.9) geschrieben werden als:

$$g^{(2)}(\tau) = I_0 \langle |e\rangle \langle u|_t |e\rangle \langle e|_{t+\tau} |u\rangle \langle e|_t \rangle . \quad (5.10)$$

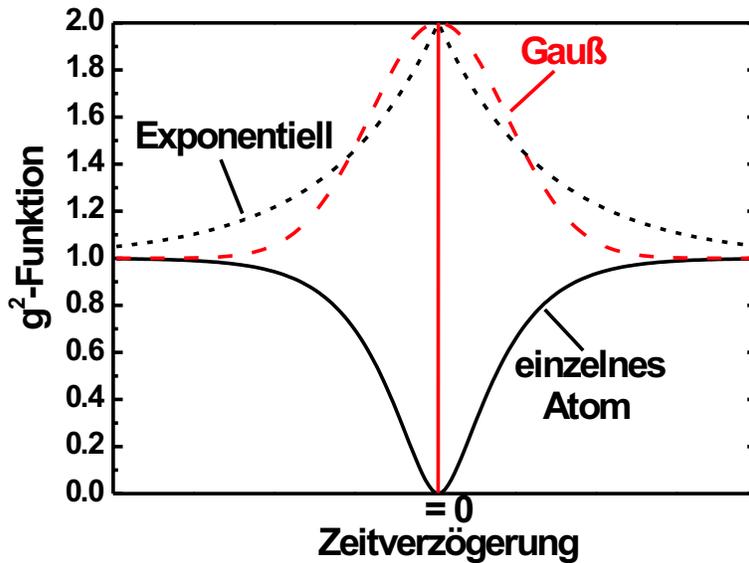
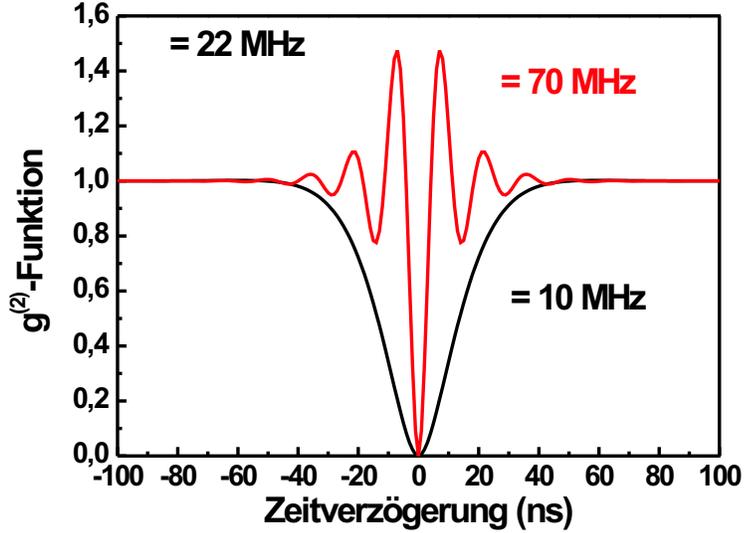


Abbildung 5.1:
 $g^{(2)}$ -Funktionen für
klassische
Lichtquellen mit
lorentzförmigem
Spektrum
(exponentzieller
Verlauf) und
gaußschem
Spektrum als auch
für die Fluoreszenz
eines quantenme-
chanischen
Zwei-Niveau-
Systems.

Dabei entspricht $|e\rangle$ dem angeregten Zustand und $|u\rangle$ dem Zustand, in den der angeregte Zustand zerfällt, im Falle eines Zwei-Niveau-Systems also dem Grundzustand. Betrachtet man jedoch ein System, in dem $|e\rangle$ in mehr als nur einen Zustand zerfallen kann, so entspricht $|u\rangle$ dem Zustand, dessen Übergang betrachtet werden soll. Aufgrund der Eigenschaften quantenmechanischer Operatoren ist der Bereich der $g^{(2)}$ -Funktion nicht mehr auf $g^{(2)}(0) \geq 1$ beschränkt, sondern unterliegt nun nur der Beschränkung, dass die $g^{(2)}$ -Funktion positiv sein muss. Somit ist der Bereich $0 \geq g^{(2)}(0) \geq 1$ nur in einer quantenmechanischen Beschreibung zugänglich. Das Licht in diesem Bereich wird als nichtklassisches Licht bezeichnet. Betrachtet man die Photonenstatistik nichtklassischen Lichts, so ergibt sich eine Subpoissonverteilung der Photonen. In Abb. 5.1 sind $g^{(2)}$ -Funktionen für klassisches Licht (lorentz- und gaußförmige Spektren) und die $g^{(2)}$ -Funktion für ein einzelnes Zwei-Niveau-Atom dargestellt.

Betrachtet man die $g^{(2)}$ -Funktion eines einzelnen Atoms so erkennt man, dass in diesem Falle kein Bunching der Photonen auftritt. Nach der Emission eines Photons muss das Atom zuerst wieder angeregt werden bevor eine erneute Emission eines Photons möglich ist. Dies führt dazu, dass es unwahrscheinlich ist, dass ein einzelnes Atom Photonen in einem zeitlich kurzen Abstand emittiert. Dies wird um so deutlicher, wenn man Gleichung (5.10) betrachtet. Der mittlere Term der Gleichung ist der Operator der Besetzung des angeregten Zustandes zur Zeit $t + \tau$. Wird nun zur Zeit $t = 0$ vom Atom ein Photon emittiert, so geht es in den Grundzustand über, d.h. es gilt $\langle |e\rangle \langle e|_{\tau=0} \rangle = 0$. Somit gilt auch $g^{(2)}(0) = 0$. D.h. wird ein Photon detektiert, so ist es nicht möglich, gleichzeitig ein zweites Photon zu detektieren. Mit zunehmender Verzögerung steigt die Wahrscheinlichkeit, ein weiteres Photon zu beobachten. Dies wird als Antibunching bezeichnet. Die $g^{(2)}$ -Funktion für ein Zwei-Niveau-System kann analytisch berechnet werden. Dazu

Abbildung 5.2:
 $g^{(2)}$ -Funktion eines
 Zwei-Niveau-
 Systems für
 unterschiedliche
 Rabifrequenzen.



wird die Master-Gleichung des Systems gelöst und diese Lösung zur Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion herangezogen. Es gilt für resonante Anregung [39]:

$$g^{(2)}(\tau) = 1 - e^{-\frac{3\Gamma\tau}{4}} \left[\cosh \left(\sqrt{\frac{\Gamma^2}{16} - \Omega^2} \cdot \tau \right) + \frac{3\Gamma}{4\sqrt{\frac{\Gamma^2}{16} - \Omega^2}} \sinh \left(\sqrt{\frac{\Gamma^2}{16} - \Omega^2} \cdot \tau \right) \right]. \quad (5.11)$$

Darin ist Γ die spontane Zerfallsrate des angeregten Zustands und Ω die Rabifrequenz des treibenden Feldes. In Abb. 5.2 sind $g^{(2)}$ -Funktionen eines zwei-Niveau-Systems für unterschiedliche Rabifrequenzen dargestellt. Für kleine Rabifrequenzen steigt die $g^{(2)}$ -Funktion auf einer Zeitskala, die der Zerfallsrate Γ entspricht, monoton an. Bei höheren Frequenzen ($\Omega \geq \Gamma$) sind diesem Anstieg Oszillationen mit der Rabifrequenz überlagert. Für große Zeiten nähert sich die $g^{(2)}$ -Funktion dem Wert 1 an.

5.2 Messung der $g^{(2)}$ -Funktion

Zur Messung der $g^{(2)}$ -Funktion muss die Ankunftszeit verschiedener Photonen gemessen werden, wozu ein Einzelphotonendetektor verwendet wird. Daraus ergibt sich die $g^{(2)}$ -Funktion, indem man ein Photon als Start-Photon heranzieht, und die Differenzen zu den Ankunftszeiten der anderen Photonen misst. Ordnet man diese Zeitdifferenzen in ein Histogramm, so erhält man aus vielen solcher Messungen durch entsprechende Normierung die $g^{(2)}$ -Funktion.

Aus technischen Gründen ist es jedoch nicht möglich, mit einem Detektor beliebig kleine Zeitdifferenzen zwischen zwei Photonen zu messen. So verfügt z.B ein Photomultiplier über eine typische Zeitauflösung von ≥ 10 ns. Aus diesem Grund ist der von Hanbury und Brown-Twiss gewählte experimenteller Aufbau ebenfalls für

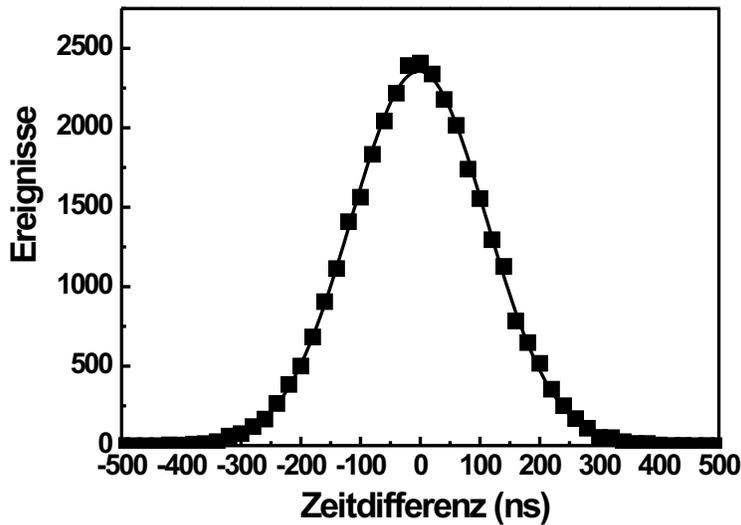


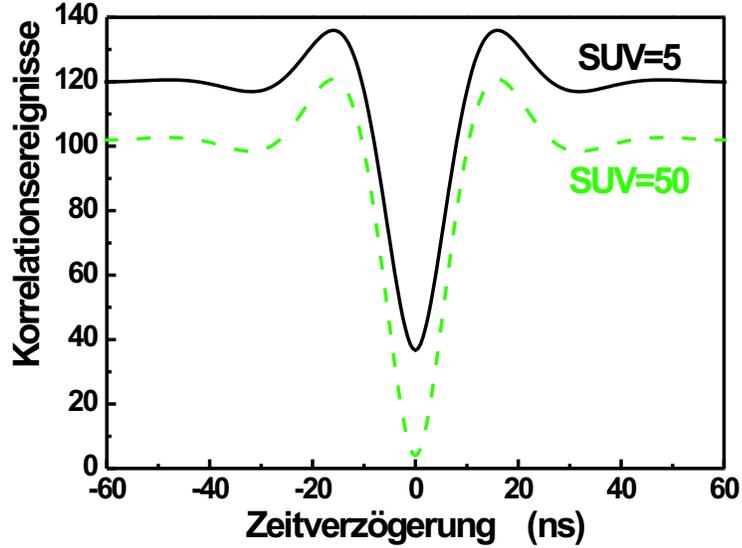
Abbildung 5.3:
Verzögerungs-
Funktion für einen
Laser bei hoher
Intensität

Einzelphotonen-Messungen von Vorteil, da er es ermöglicht, beliebig kurze Zeiten zwischen zwei Photonen zu messen [40]. Dieser Aufbau ist in Abb. 5.5 dargestellt. Der zu messende Strahl wird an einem 50:50-Strahlteiler in zwei gleich starke Strahlen aufgeteilt und mit je einem Detektor vermessen. Einer der Photonendetektoren dient als Startdetektor, d.h. Pulse aus diesem Detektor starten die Zeitmessung, während die Pulse des anderen Detektors die Messung stoppen. Somit wird die Zeitdifferenz zwischen zwei Photonen, bis auf eine von der Signallaufzeit abhängige Konstante, gemessen. Um den Nullpunkt der Zeitdifferenzmessung zu verschieben, wird der Stopkanal verzögert. Dadurch ist es möglich, auch “negative” Zeitdifferenzen zu messen und die Symmetrie der Messkurve zu testen. Trägt man nun diese Zeitdifferenzen in einem Histogramm auf, so erhält man jedoch nicht die $g^{(2)}$ -Funktion, sondern die so genannte Verzögerungs-Funktion, da hiermit nicht die Abstände zwischen einem Startphoton und beliebigen weiteren Photonen gemessen werden, sondern die Zeitverzögerung zwischen Paaren unmittelbar nacheinander detektierter Photonen.

In Abb. 5.3 ist die Messung der Verzögerungs-Funktion für einen Laser dargestellt. Im Gegensatz zur $g^{(2)}$ -Funktion eines Lasers, die konstant ist ($g^{(2)}(\tau) = 1$), besitzt sie einen gleichförmigen Verlauf. Die Breite dieser Funktion ist lediglich von der Zählrate abhängig und geht für kleine Zählraten gegen unendlich. Somit geht auch die Verzögerungs-Funktion für kleine Zählraten in die $g^{(2)}$ -Funktion über, wenn man Zeitverzögerungen betrachtet, für die $\tau \ll 1/R$ gilt, wobei R die mittlere Zählrate des Detektors ist.

Desweiteren muss bei der Messung der $g^{(2)}$ -Funktion berücksichtigt werden, dass in der Hanbury-Brown-Twiss-Anordnung auch unkorrelierte Ereignisse auftreten. So können sowohl Start- als auch Stop-Pulse durch Dunkelpulse der Detektoren oder Streulicht erzeugt werden. Da Dunkelpulse bei PMTs sehr klein sind, macht sich hier vor allem das Streulicht bemerkbar. Berücksichtigt man dies Effekte, so

Abbildung 5.4:
 $g^{(2)}$ -Funktionen für
 unterschiedliche
 Signal-Untergrund-
 Verhältnisse



erwartet man folgendes Messergebnis [41]:

$$\langle n(\tau) \rangle = N_{Start} \Delta\tau \left[R_{Stop} + r_{Stop} + \frac{R_{Start} R_{Stop}}{R_{Start} + r_{Start}} g^{(2)}(\tau) \right]. \quad (5.12)$$

$\langle n(\tau) \rangle$ entspricht dabei der Anzahl der Ereignisse, bei denen die Zeitdifferenz zwischen Start- und Stop-Puls im Bereich $[\tau, \tau + \Delta\tau]$ liegt. Dabei sind R_i und r_i die Fluoreszenzrate bzw. die Untergrundzählrate der Detektoren. N_{Start} ist die Anzahl der Start-Pulse. Das Auftreten von Untergrundereignissen führt dazu, dass auch bei $\tau = 0$ Korrelationen beobachtet werden. In Abb. 5.4 sind zwei Messungen derselben $g^{(2)}$ -Funktion mit unterschiedlichen Signal-zu-Untergrund-Verhältnissen (SUV) dargestellt. Man erkennt deutlich das Auftreten von Korrelationen für $\tau = 0$, insbesondere für $SUV = 5$. Zudem nimmt mit abnehmendem SUV der Kontrast der Korrelationen ab. Daher ist bei der Messung einer $g^{(2)}$ -Funktion auf ein möglichst großes SUV zu achten.

5.3 $g^{(2)}$ -Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

Die ersten Messungen der $g^{(2)}$ -Funktion von einzelnen Teilchen wurden 1978 von J. Kimble [1] durchgeführt. Zur Messung wurde ein Atomstrahl durch einen Laser angeregt und die Fluoreszenz nach einer variablen Verzögerungsstrecke detektiert. Bei dieser Methode treten jedoch Effekte auf, die zu einer Abweichung der Messergebnisse von einer idealen $g^{(2)}$ -Funktion führen. Zusätzlich zu Untergrundereignissen beeinflussen die Flugzeiten der Teilchen und Schwankungen der mittleren Teilchenzahl die Messung. All diese Effekte können vermieden werden, indem man anstatt eines Atomstrahls ein einzelnes Ion in einer Ionenfalle verwendet. So wurde 1987 die $g^{(2)}$ -Funktion von Magnesium-Ionen gemessen, wobei ein

nahezu idealer Verlauf beobachtet wurde [42]. Aufgrund der unterschiedlichen Niveau-Struktur von Magnesium und $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen ist es interessant, Messungen an $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen durchzuführen. So muss für ^{24}Mg -Ionen nur der angeregte P-Zustand betrachtet werden, wohingegen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen über ein wesentlich komplizierteres Λ -System mit 8 magnetischen Unterniveaus verfügt. Dadurch hat die $g^{(2)}$ -Funktionen von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen eine reichhaltigere Struktur.

Zur Messung der $g^{(2)}$ -Funktion wird die Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang eines einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions mittels einer Abbildungsoptik auf zwei Photomultiplier in einer Hanbury-Brown-Twiss-Anordnung abgebildet (siehe Abb. 5.5). Die Signale der PMTs werden über einen Diskriminator in TTL-Pulse um-

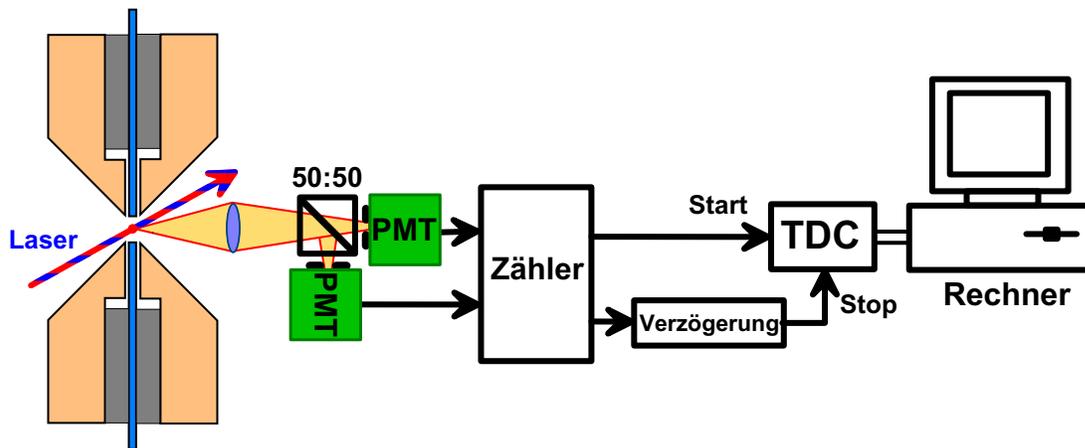


Abbildung 5.5: Aufbau zur Messung der $g^{(2)}$ -Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen nach Hanbury-Brown-Twiss.

gewandelt. Um auch negative Zeitdifferenzen zwischen Start- und Stop-Pulsen messen zu können, werden die Stop-Pulse durch eine Verzögerungsleitung um 27 ns verzögert. Dadurch verschiebt sich der Nullpunkt der Zeitmessung um diesen Betrag, d.h. die $g^{(2)}$ -Funktion ist um 27 ns zu positiven Werten verschoben. Die mit einem TDC (Time-to-Digital-Converter) gemessenen Zeitdifferenzen zwischen den Start- und Stop-Pulsen werden von einem Rechner ausgewertet und in ein Histogramm eingeordnet. Als Ergebnis einer solchen Messung erhält man bis auf einen Normierungsfaktor die $g^{(2)}$ -Funktion, da im Experiment nahezu ideale Bedingungen vorliegen.

Wie in Kapitel 5.2 gezeigt, hängt der Kontrast der Messung von dem Signal-zu-Untergrund-Verhältnis ab. Aus diesem Grund war es nötig, die Abbildungsoptik der Ionenfluoreszenz auf die Photomultiplier von einer einzelnen Linse auf ein kommerzielles Objektiv umzustellen (siehe Kapitel 2). Dadurch wurde ein verbesserter Kontrast der gemessenen $g^{(2)}$ -Funktion erreicht und gleichzeitig die Messzeit für eine ausreichende Statistik von 5 h auf 3 h reduziert, da aufgrund der höheren numerischen Apertur eine höhere Fluoreszenzrate beobachtet werden konnte.

In Abb. 5.6 ist die so erhaltene unnormierte $g^{(2)}$ -Funktion eines einzelnen $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions für unterschiedliche Laserparameter dargestellt. Man erkennt die Ähnlichkeit

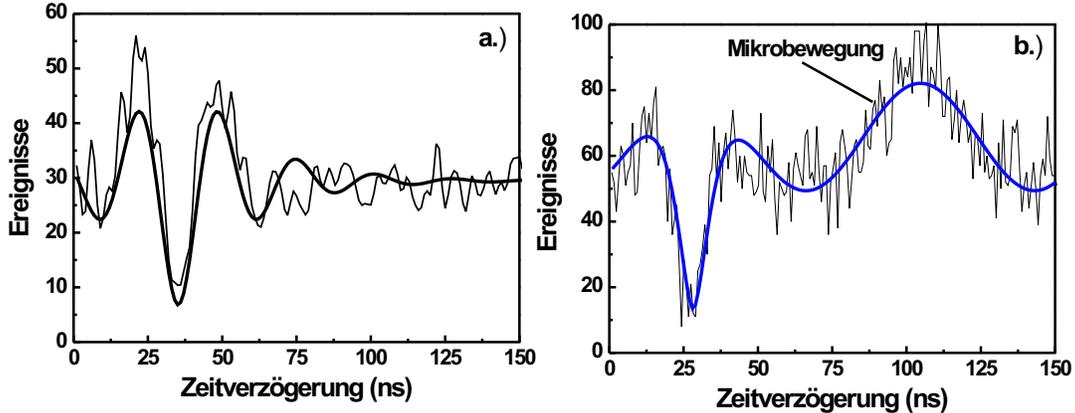


Abbildung 5.6: Gemessene $g^{(2)}$ -Funktionen einzelner $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen für verschiedene Laserleistungen

dieser Messungen mit der $g^{(2)}$ -Funktion eines Zwei-Niveau-Systems. Für größere Laser-Leistungen auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang tritt eine Rabioszillation in der $g^{(2)}$ -Funktion auf, während für kleinere Leistungen eine solche Oszillation nicht zu sehen ist. Deutlich erkennt man auch den Einfluss der Mikrobewegung auf die Messung. In der zweiten Abbildung tritt eine Oszillation mit der Fallenfrequenz in der Messung auf. Diese kommt durch die Modulation der Fluoreszenzrate mit der Fallenfrequenz zustande (siehe Kapitel 3.4). Bei kompensierter Mikrobewegung ist diese Oszillation nicht zu sehen (Abb. 5.6 a.)).

Die Ähnlichkeit der $g^{(2)}$ -Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen mit der eines Zwei-Niveau-System ist jedoch nur für bestimmte Laserparameter auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang gegeben. In Abb. 5.7 ist eine $g^{(2)}$ -Funktion dargestellt, die deutliche Abweichungen vom Verhalten eines Zwei-Niveau-Systems zeigt. Versucht man an die Messdaten die $g^{(2)}$ -Funktion eines Zwei-Niveau-Systems anzupassen, so erkennt man, dass zusätzlich zur Dämpfung der Rabioszillation mit der Zerfallsrate eine weitere Dämpfung auftritt, die eine weit kleinere Zeitkonstante besitzt. Verwendet man dagegen ein Modell, in dem das Zwei-Niveau-System einen weiteren, für die Messung nicht sichtbaren Zerfallskanal besitzt, so erhält man eine sehr gute Übereinstimmung mit der Messung [43]. Im $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion entspricht der zusätzliche Zerfallskanal dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang.

Um dieses Verhalten genauer zu untersuchen, wurde aus Gl. (5.10) zusammen mit Gl. (4.14) die $g^{(2)}$ -Funktion von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen inklusive aller 8 Niveaus berechnet. Für die geeignete Wahl der Laserparameter erhält man die in Abb. 5.8 dargestellte $g^{(2)}$ -Funktion. Man erkennt deutlich die Rabioszillation und den exponentiellen Abfall aufgrund des Zerfalls in das $D_{3/2}$ -Niveau. Diese Simulation

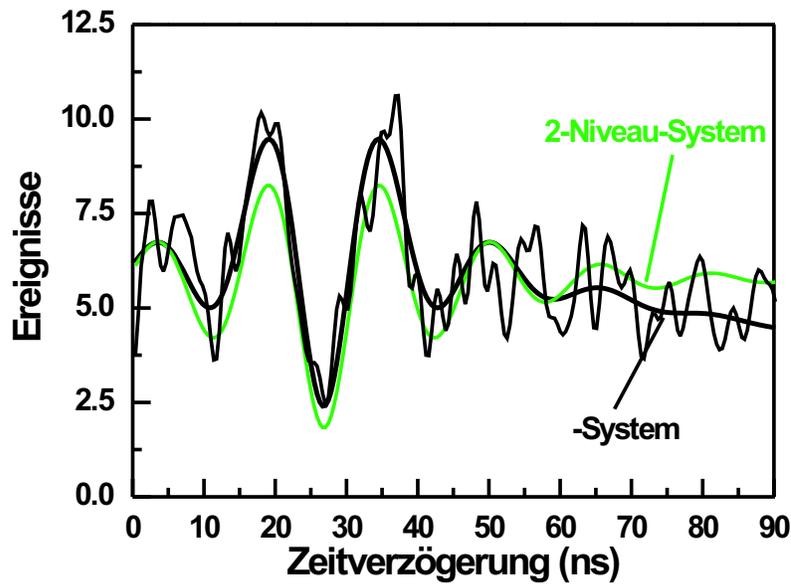


Abbildung 5.7:
 $g^{(2)}$ -Funktion
eines
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions.
Man erkennt
deutlich die
Abweichung
vom Zwei-
Niveau-System

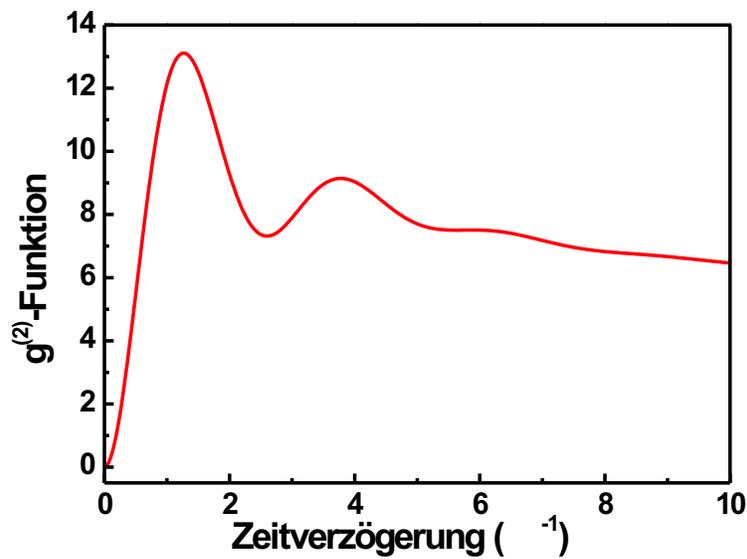
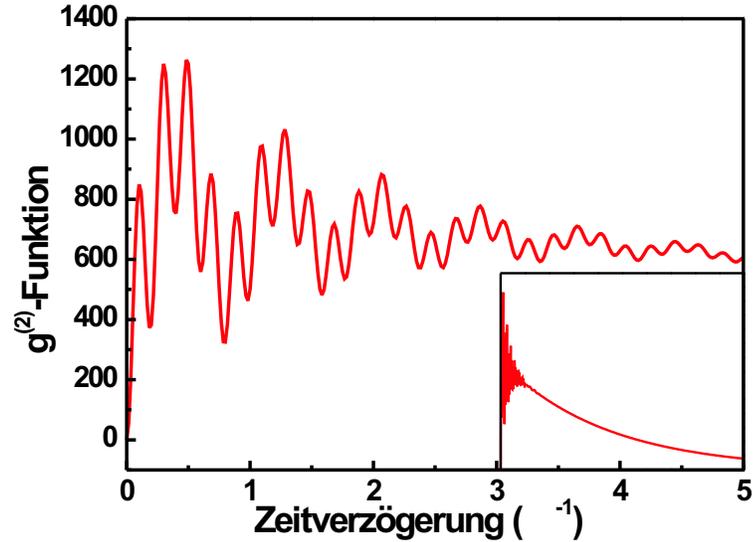


Abbildung 5.8:
Simulation der
 $g^{(2)}$ -Funktion von
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen
inklusive aller 8
Unterniveaus.

Abbildung 5.9:
 $g^{(2)}$ -Funktion eines
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions für sehr
hohe Intensität auf
dem $S_{1/2} \rightarrow$
 $P_{1/2}$ -Übergang und
kleiner Leistung auf
dem $D_{3/2} \rightarrow$
 $P_{1/2}$ -Übergang.
Parameter:
 $\Omega_1 = 20\Gamma$, $\Omega_3 = 1\Gamma$,
 $\Delta_1 = \Delta_2 = 0$



stimmt mit der gemessenen $g^{(2)}$ -Funktion gut überein. Zusätzliche Einblicke in das System erhält man für Laserparameter, für die in diesem Experiment eine Messung der $g^{(2)}$ -Funktion nicht möglich ist. Im Fall intensiver Einstrahlung auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und schwacher Anregung des $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs ($\Omega_{\text{UV}} \gg \Omega_{\text{IR}}$) und falls auf die Ramanresonanz gestimmt sind, erhält man die in Abb. 5.9 dargestellte $g^{(2)}$ -Funktion. Man erkennt deutlich drei unterschiedliche Effekte: Zum einen tritt der bereits beschriebene exponentielle Abfall der $g^{(2)}$ -Funktion für lange Zeitverzögerungen auf, zum anderen treten sehr große Werte der $g^{(2)}$ -Funktion auf. Zudem sind in diesem Fall zwei anstelle einer Rabi-Frequenz sichtbar.

Der langsame exponentielle Abfall der $g^{(2)}$ -Funktion für große Zeiten kommt dadurch zustande, dass die Depopulation der $D_{3/2}$ -Unterniveaus durch den Rückpumplaser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang sehr ineffizient ist. Die sehr großen Werte der $g^{(2)}$ -Funktion sind Folge der geringen Fluoreszenz bei diesen Laserparametern. Durch die geringe Wahrscheinlichkeit für zufällige Korrelationen einerseits und die Normierung der $g^{(2)}$ -Funktion auf $\lim_{\tau \rightarrow \infty} g(\tau) = 1$ andererseits kommt es zu großen Werten im Bereich kleinerer Zeitverzögerungen. Der Abfall erfolgt wieder exponentiell. Experimentell bringt diese Konstellation der Laserparameter den Nachteil mit sich, dass die Messzeit für diese $g^{(2)}$ -Funktion aufgrund der kleinen Fluoreszenzrate einige 100 Tage bei einem SUV von $1/200$ betragen würde.

Betrachtet man die $g^{(2)}$ -Funktion in Abb. 5.9 für kleinere Zeiten, so erkennt man, dass nicht nur eine Rabi-Frequenz auftritt, sondern 2 Frequenzen sichtbar sind. Dies ist jedoch nur bei bestimmten Polarisierungen, insbesondere des UV-Lasers, der Fall. Aufgrund der Laserpolarisation setzen sich die Eigenzustände des Systems (Atom und Laser) so zusammen, dass diese unterschiedlich stark an das Laserfeld koppeln. Dies führt zu unterschiedlichen Rabi-Frequenzen der Übergänge.

Da jedoch nur Eigenzustände für die Messung sichtbar sind, die eine Mischung der $P_{1/2}$ -Niveaus besitzen, sind auch nur die Rabi-Frequenzen dieser Niveaus von Interesse. Im Fall großer UV-Leistung in Vergleich zur Leistung des IR-Lasers mischen vorwiegend die $S_{1/2}$ - und die $P_{1/2}$ -Unterniveaus, während die $D_{3/2}$ -Unterniveaus nahezu den Eigenzuständen des Systems entsprechen. Betrachtet man nun einen σ_+ -polarisierten UV-Laser, so koppelt dieser den $|S_{1/2}, -1/2\rangle$ - mit dem $|P_{1/2}, +1/2\rangle$ -Zustand, während der $|S_{1/2}, +1/2\rangle$ -Zustand einen Dunkelzustand des Systems darstellt. Somit erhält man einen Eigenzustand, der mit einer bestimmten Rabi-Frequenz Ω an das Laserfeld koppelt, während der andere Zustand überhaupt keine Kopplung an das Laserfeld besitzt ($\Omega = 0$). Ändert man nun die Zusammensetzung der Laserpolarisation leicht, z.B. durch einen kleinen Winkel zwischen Laser und Quantisierungsachse, so koppeln auch die Zustände $|S_{1/2}, +1/2\rangle$ und $|P_{1/2}, -1/2\rangle$. Da jedoch die Eigenzustände aufgrund ihrer Zusammensetzung unterschiedlich an das Laserfeld koppeln, treten unterschiedliche Rabi-Frequenzen auf. Durch die Symmetrie des Systems koppeln die vier $S_{1/2}$ - und $P_{1/2}$ -Unterniveaus zu je zwei Eigenzuständen mit gleicher Zusammensetzung, aber unterschiedlichen Phasen, was dazu führt, dass anstatt der möglichen vier Rabi-Frequenzen nur zwei auftreten. Wenn UV- und IR-Laser mit vergleichbarer Stärke an die atomaren Übergänge koppeln, tritt dieser Effekt ebenfalls auf, da nun auch die $D_{3/2}$ -Unterniveaus mit den $S_{1/2}$ - und den $P_{1/2}$ -Unterniveaus mischen.

Kapitel 6

Kühlung von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen

6.1 Dopplerkühlen im Λ -System

Wie in Kapitel 4 gezeigt, unterscheiden sich die spektroskopischen Eigenschaften eines Λ -Systems beträchtlich von denen eines Zwei-Niveau-Systems. Dies muss auch bei der Laserkühlung berücksichtigt werden. Bei der Berechnung der Gleichgewichtstemperatur erhält man das überraschende Ergebnis, dass im Λ -System für bestimmte Parameter Temperaturen unter dem Dopplerkühllimit des betreffenden Übergangs möglich sind. Betrachtet man ein Zwei-Niveau-System, so gibt es dort zwei Emissions-Absorptionsprozesse (siehe Abb. 6.1). Im ersten Prozess wird ein Laserphoton absorbiert und das System kehrt anschließend durch stimulierte Emission in den Grundzustand zurück. Die Stelle der stimulierten Emission nimmt im zweiten Prozess die spontane Emission ein. Betrachtet man nun die Energiebilanz des Systems inklusive der Bewegungsfreiheitsgrade, so gilt:

$$E_{\text{Streu}} = E_{\text{Abs}} - E_{\text{Em}} . \quad (6.1)$$

Dabei ist E_{Abs} die Energie des Systems nach der Absorption eines Photons und E_{Em} die Energie nach der Emission eines Photons. Für E_{Abs} und E_{Em} gilt:

$$E_{\text{Abs}} = \hbar \left[\vec{k} \cdot \vec{v} + \omega_0 \right] + R \quad (6.2)$$

und

$$E_{\text{Em}} = \hbar \left[\vec{k}' \cdot \vec{v}' + \omega_0 \right] - R . \quad (6.3)$$

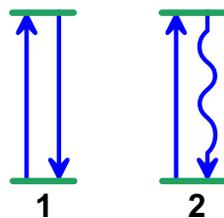


Abbildung 6.1:
Stimulierte und
spontane
Prozesse in
einem Zwei-
Niveau-System.

Dabei ist \vec{k} der Wellenvektor des absorbierten Photons, \vec{k}' der Wellenvektor des emittierten Photons, \vec{v} und \vec{v}' sind die Geschwindigkeitsvektoren des Systems vor der Absorption bzw. Emission eines Photons. ω_0 ist die Übergangsfrequenz und R die Rückstossenergie eines Photons. Im Falle spontaner Emission von Photonen gilt im zeitlichen Mittel $\langle \vec{k}' \vec{v}' \rangle = 0$ und somit:

$$E_{\text{Em}} = \hbar\omega_0 - R. \quad (6.4)$$

Um aus der Energiebilanz eines Streuvorganges die Kühl- bzw. Heizraten berechnen zu können, benötigt man zusätzlich die Streurrate S des Prozesses. Im Fall der spontanen Emission ist $S = \Gamma \cdot \rho_{P_{1/2}}$, d.h. die spontane Zerfallsrate des Übergangs Γ multipliziert mit der Besetzungswahrscheinlichkeit des oberen Niveaus $\rho_{P_{1/2}}$.

Im Λ -System treten nicht 2 Streuprozesse auf, sondern 8. Diese sind in Abb. 6.2 dargestellt. Zur Berechnung der Laserkühlung müssen jedoch nur die vier

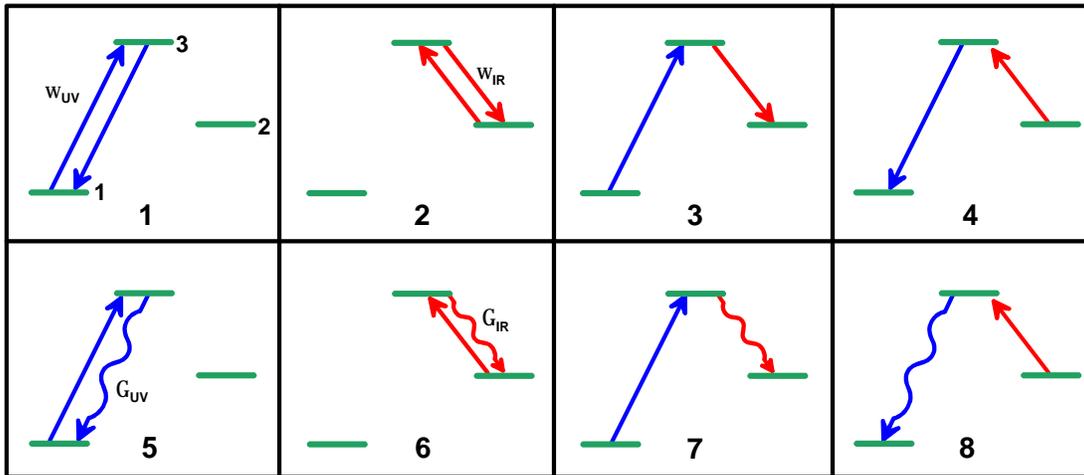


Abbildung 6.2: Stimulierte und spontane Übergänge in einem Λ -System

spontanen Streuprozesse berücksichtigt werden, da die stimulierten Prozesse nicht zu einer Erhöhung der Entropie des Laser-Ionen-Systems beitragen. Dies ist auch insofern ersichtlich, als die Prozesse 1 und 2 zu keinem Impulsübertrag auf das System führen. Die Prozesse 3 und 4 führen lediglich zu einem Strahlungsdruck, der nicht zur Kühlung beiträgt. Betrachtet man die spontanen Streuprozesse genauer, so ergeben sich, für kleine Laserleistungen die in Tabelle 6.1 dargestellten Energie-Überträge und Streuraten.

Prozess	Energieübertrag	Streurate
5	$\hbar k_{\text{UV}} \vec{v} + 2R_{\text{UV}}$	$\frac{\Gamma_{\text{UV}}^2}{\Gamma} \rho_{\text{P}_{1/2}}$
6	$\hbar k_{\text{IR}} \vec{v} + 2R_{\text{IR}}$	$\frac{\Gamma_{\text{IR}}^2}{\Gamma} \rho_{\text{P}_{1/2}}$
7	$\hbar k_{\text{UV}} \vec{v} + \hbar \Delta \omega + 2R_{\text{UV}}$	$\frac{\Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}}{\Gamma} \rho_{\text{P}_{1/2}}$
8	$\hbar k_{\text{IR}} \vec{v} - \hbar \Delta \omega + 2R_{\text{UV}}$	$\frac{\Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}}{\Gamma} \rho_{\text{P}_{1/2}}$

Berechnet man hieraus die Energietransferrate so erhält man:

$$\frac{dE_{\text{Streu}}}{dt} = \frac{\rho_{\text{P}_{1/2}}}{\Gamma} \left[\left(\hbar k_{\text{UV}} \vec{v} + 2R_{\text{UV}} \right) (\Gamma_{\text{UV}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) + \left(\hbar k_{\text{IR}} \vec{v} + 2R_{\text{IR}} \right) (\Gamma_{\text{IR}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) \right]. \quad (6.5)$$

Im Fall von gegenläufigen Strahlen und der Annahme kleiner Geschwindigkeiten ($k_i \vec{v} \ll \Gamma_i$) erhält man:

$$\begin{aligned} \frac{dE_{\text{Streu}}}{dt} &= \frac{2\rho_{\text{P}_{1/2}}}{\Gamma} (2R_{\text{UV}} (\Gamma_{\text{UV}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) + 2R_{\text{IR}} (\Gamma_{\text{IR}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}})) \\ &+ \frac{2}{\Gamma} \frac{d\rho_{\text{P}_{1/2}}}{d\Delta_{\text{UV}}} k_{\text{UV}} \vec{v} \left[\hbar k_{\text{UV}} \vec{v} (\Gamma_{\text{UV}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) + \hbar k_{\text{IR}} \vec{v} (\Gamma_{\text{IR}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) \right] \\ &+ \frac{2}{\Gamma} \frac{d\rho_{\text{P}_{1/2}}}{d\Delta_{\text{IR}}} k_{\text{IR}} \vec{v} \left[\hbar k_{\text{UV}} \vec{v} (\Gamma_{\text{UV}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) + \hbar k_{\text{IR}} \vec{v} (\Gamma_{\text{IR}}^2 + \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}}) \right] \end{aligned} \quad (6.6)$$

wobei Δ_i die Verstimmung des Lasers i bezüglich der Resonanz ist. Aus dieser Gleichung kann über das Gleichverteilungsprinzip der Thermodynamik die Temperatur berechnet werden. Im Gleichgewicht gilt $\frac{dE_{\text{Streu}}}{dt} = 0$. Zusammen mit $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T$, wobei E_{kin} die kinetische Energie des Teilchens ist, m dessen Masse, T dessen Temperatur¹ und k_B die Boltzmannkonstante, kann aus der mittleren Geschwindigkeit die Temperatur abgeleitet werden. Daraus ergibt sich die Temperatur für die Bewegung in Richtung der Laser ($\vec{k} \parallel \vec{v}$) zu:

$$T = - \frac{2m\rho_{\text{P}_{1/2}} [\Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}} (R_{\text{UV}} + R_{\text{IR}}) + R_{\text{UV}} \Gamma_{\text{UV}}^2 + R_{\text{IR}} \Gamma_{\text{IR}}^2]}{\hbar k_B [k \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}} + k_{\text{UV}} \Gamma_{\text{UV}}^2 + k_{\text{IR}} \Gamma_{\text{IR}}^2] \left(k_{\text{UV}} \frac{d\rho_{\text{P}_{1/2}}}{d\Delta_{\text{UV}}} + k_{\text{IR}} \frac{d\rho_{\text{P}_{1/2}}}{d\Delta_{\text{IR}}} \right)} \quad (6.7)$$

mit $k = k_{\text{UV}} + k_{\text{IR}}$. Zusammen mit der Rückstossenergie $R_i = \frac{k_i^2 \hbar^2}{2m}$ erhält man letztendlich:

$$T = - \frac{\hbar \rho_{\text{P}_{1/2}} [\Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}} (k_{\text{UV}}^2 + k_{\text{IR}}^2) + k_{\text{UV}}^2 \Gamma_{\text{UV}}^2 + k_{\text{IR}}^2 \Gamma_{\text{IR}}^2]}{k_B [k \Gamma_{\text{UV}} \Gamma_{\text{IR}} + k_{\text{UV}} \Gamma_{\text{UV}}^2 + k_{\text{IR}} \Gamma_{\text{IR}}^2] \left(k_{\text{UV}} \frac{d\rho_{\text{P}_{1/2}}}{d\Delta_{\text{UV}}} + k_{\text{IR}} \frac{d\rho_{\text{P}_{1/2}}}{d\Delta_{\text{IR}}} \right)}. \quad (6.8)$$

Daraus können nun die Temperaturen für verschiedene Parameter berechnet werden. In Abb. 6.3 ist die Temperatur eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions für verschiedene Verstimmungen sowohl des UV- als auch des IR-Lasers aufgetragen. Man

¹Bei einem einzelnen Teilchen ist es problematisch, von einer Temperatur im thermodynamischen Sinne zu sprechen, da die Temperatur nur für ein großes Ensemble definiert ist. Über die kinetische Energie der Säkularbewegung lässt sich jedoch, auch einem einzelnen Teilchen eine Temperatur zuordnen.

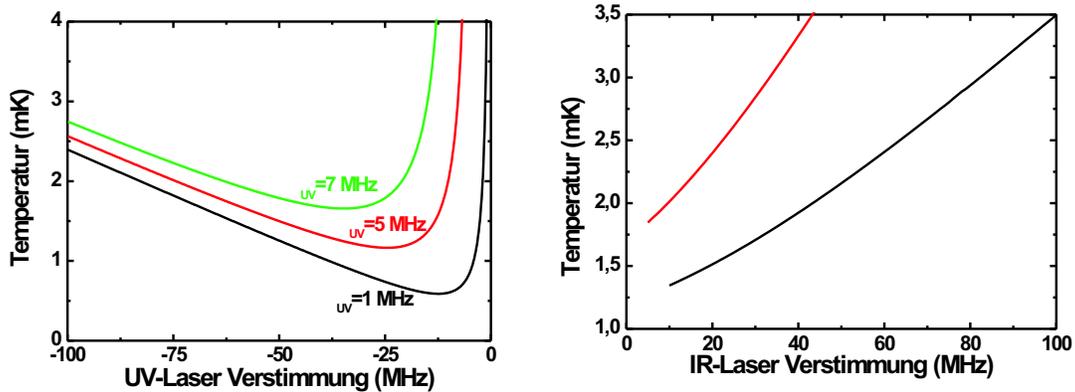


Abbildung 6.3: Temperatur von dopplergekühlten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen für verschiedene Verstimmungen des UV- und IR-Lasers

erkennt deutlich den zum Zwei-Niveau-Dopplerkühlen analogen Verlauf der Gleichgewichtstemperatur als Funktion der Verstimmung des UV-Lasers. Die Ionentemperatur sinkt zunächst mit kleinerer Rotverstimmung des UV-Lasers, erreicht ein Minimum und steigt dann zur Resonanz stark an. Für Blauverstimmungen des UV-Lasers erhält man eine divergierende Temperatur, bedingt durch Laserheizung. Betrachtet man den Einfluss der Verstimmung des IR-Lasers, so steigt die Ionentemperatur mit zunehmender Blauverstimmung des Lasers an. Dies ist auf zwei Effekte zurückzuführen. Zum einen trägt eine Blauverstimmung des Lasers zu Heizeffekten bei, zum anderen wird dadurch auch die Streurrate und somit die Kühleffizienz des UV-Lasers beeinflusst.

Wie in Kapitel 4.1.1 gezeigt, steigt mit zunehmender Leistung des UV-Lasers die Linienbreite des Übergangs an. Analog dazu erhält man für ansteigende UV-Leistungen auch ein Ansteigen der Ionentemperatur (siehe Abb. 6.4). Auch dieser Vorgang ist analog zur Dopplerkühlung eines zwei-Niveau-Systems. Durch die größere Linienbreite sinkt die Geschwindigkeitsselektivität der Anregung wobei die gesamte Streurrate gleich bleibt, d.h. der Kühlprozess wird ineffektiver, während die Heizrate konstant bleibt. Dies führt zu einer erhöhten Temperatur. Im Gegensatz dazu sinkt die Temperatur mit zunehmender Leistung des IR-Lasers. Auch dieser Effekt kann mit Hilfe der spektroskopischen Messungen erklärt werden. Mit zunehmender IR-Leistung sinkt, für kleine IR-Leistungen, die Linienbreite. Dies führt zu einer Erhöhung der Geschwindigkeitsselektivität, und damit zu einer tieferen Temperatur.

Auch bei der Laserkühlung spielt die Dunkelresonanz eine herausragende Rolle. Während die Temperaturen der Ionen für blauverstimmte IR-Laser im Bereich des Dopplerkühllimits auf dem UV-Übergang liegen, können die Temperaturen in der Nähe der Dunkelresonanz für rotverstimmte IR-Laser weit kleiner werden (siehe Abb. 6.5). Im Bereich der Dunkelresonanz treten hohe Gradienten der Fluoreszenz als Funktion der Laserverstimmung auf. Dadurch ergeben sich hier

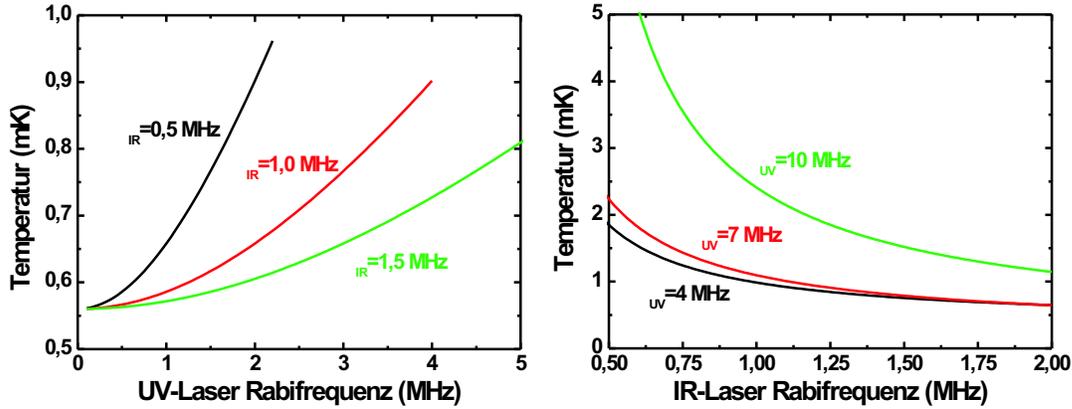


Abbildung 6.4: Temperatur von dopplergekühlten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen für verschiedene Rabifrequenzen des UV- und IR-Lasers

hohe Geschwindigkeitsselektivitäten und damit tiefe Temperaturen. Temperaturen unter dem Dopplerkühllimit treten jedoch nur für kleine Laserleistungen und in einem sehr kleinen Bereich der Verstimmung des IR-Lasers auf.

6.2 Seitenbandkühlung

Betrachtet man ein Teilchen in einem harmonischer Potenzial mit der Schwingungsfrequenz ω , so treten durch die thermische Anregung der Schwingung für den Fall, dass die Linienbreite des Spektrums kleiner ist als die Schwingungsfrequenz Seitenbänder auf (siehe Abb. 6.6). Diese Seitenbänder kommen dadurch zustande, dass dem elektronischen Niveau-Schema des Teilchens die Energiezustände der Bewegung im harmonischen Potenzial überlagert sind. Die relative Intensität der Seitenbänder hängt von der mittleren angeregten Schwingungsquantenzahl, und somit der Temperatur des Teilchens in der Falle ab. Für die mittlere thermisch angeregte Schwingungsquantenzahl $\langle n \rangle$ gilt:

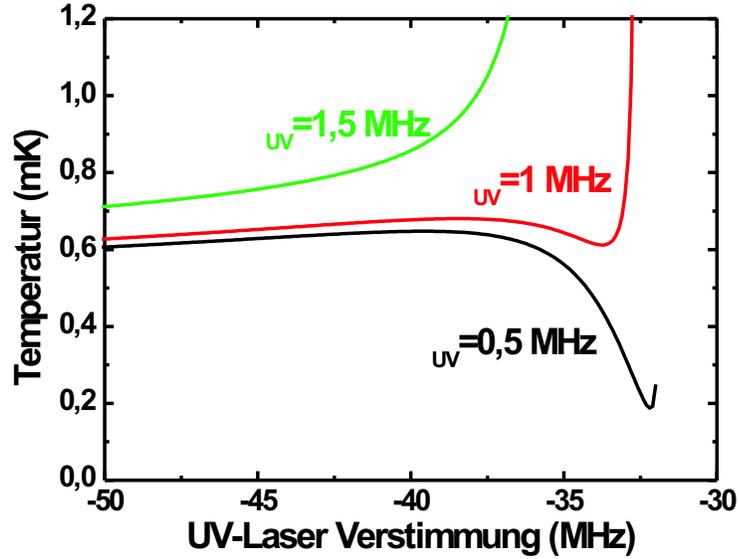
$$\langle n \rangle = \frac{1}{e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}} + 1} \quad (6.9)$$

wobei $\hbar\omega$ die Energie eines Schwingungsquants (Phonon), k_B die Boltzmannkonstante und T die Temperatur des Teilchens ist. Im Bereich des Lamb-Dicke-Limits, d.h. $\eta \ll 1$ gilt für die relative Intensität der Seitenbänder [44]:

$$\frac{I_{-1}}{I_0} = \eta^2 \cdot \langle n \rangle \quad (6.10)$$

$$\frac{I_{+1}}{I_0} = \eta^2 \cdot (\langle n \rangle + 1) \quad (6.11)$$

Abbildung 6.5:
Temperaturverlauf
in Abhängigkeit von
der Verstimmung
des UV-Lasers in
der Nähe der
Dunkelresonanz.



Darin ist I_0 die Intensitäten des Trägers, I_{-1} die des ersten roten Seitenbandes und I_{+1} die des ersten blauen Seitenbandes. Der Lamb-Dicke-Parameter ist gegeben durch:

$$\eta = |\vec{k}|a_0 . \quad (6.12)$$

Hier ist $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ der Wellenvektor und a_0 die Ausdehnung des Wellenpakets des Teilchens im Schwingungsgrundzustand des Fallenpotenzials. Höhere Ordnungen der Seitenbänder können im Lamb-Dicke-Limit vernachlässigt werden, da für das n -te Seitenband $I_n \propto \eta^{2n}$ gilt. Durch Laseranregung sind Übergänge möglich, bei denen sich die Schwingungsquantenzahl n des Teilchens erhöht oder erniedrigt. Dies kann genutzt werden, um die Temperatur des Teilchens, zu reduzieren. Dazu wird ein Laser auf dem ersten roten Seitenband eingestrahlt. Bei diesem Übergang wird die Schwingungsquantenzahl um 1 reduziert. Da die Rückstossenergie $\eta^2 \hbar \omega$ beträgt, bleibt im Lamb-Dicke-Limit beim anschließenden spontanen Zerfall des angeregten Zustandes die Schwingungsquantenzahl erhalten, so dass sich insgesamt eine Kühlung ergibt (siehe Abb. 6.7). Zur Berechnung des Kühllimits wird das Übergangsmatrix-Element $U_{n,n'}$ der verschiedenen Streuprozesse benötigt. Es gilt [44]:

$$U_{n,n'} = \langle n | e^{ikx} | n' \rangle = \langle n | e^{i\eta(a^\dagger + a)} | n' \rangle \quad (6.13)$$

$$= e^{-\eta^2/2} \sqrt{\frac{n_{<}!}{(n_{<} + \Delta n)!}} (i\eta)^{\Delta n} L_{n_{<}}^{\Delta n}(\eta^2) . \quad (6.14)$$

Darin ist a^\dagger der Erzeugungsoperator eines Phonons und a der Vernichtungsoperator, $n_{<}$ der kleinere Wert von n und n' , $\Delta n = |n - n'|$ und $L_n^m(x)$ das verallgemeinerte Laguerre-Polynom. Daraus kann man nun sowohl die Kühl- als auch

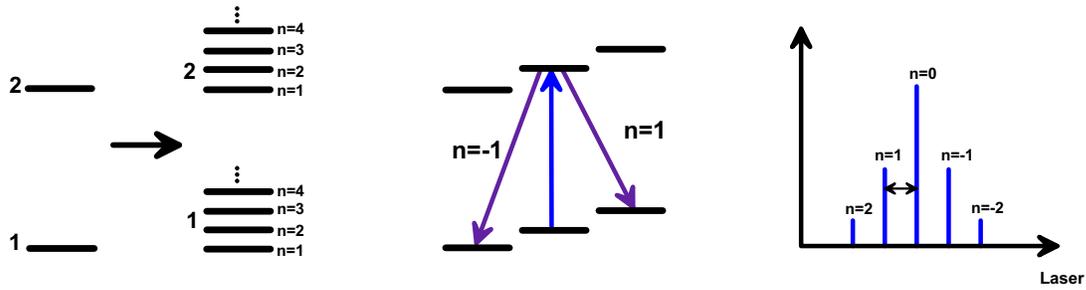


Abbildung 6.6: Zustände eines Zwei-Niveau-Systems in einem harmonischen Potenzial und einige mögliche Übergänge in diesem System. Das Spektrum dieses Systems besteht im Falle von starker Bindung aus äquidistanten Linien.

die Heizraten der Seitenbandkühlung berechnen. Mit einer Linienbreite des Übergangs von Γ ergibt sich für den Übergang $n \rightarrow n - 1$ im Lamb-Dicke Limit bei einer Abstimmung des Lasers auf das erste rote Seitenband ($\Delta_{\text{Laser}} = -\omega$) eine Streurrate

$$R_{-1} = \frac{I}{I_0} \frac{\Gamma}{2} \langle n \rangle \eta^2 . \quad (6.15)$$

Dieser Prozess ist mit einer Reduktion der Schwingungsquantenzahl von 1 verbunden, da wie bereits erwähnt im Lamb-Dicke-Limit Prozesse der spontanen Emission meist ohne Änderung der Schwingungsquantenzahl ablaufen. Somit liegt das Teilchen nach einer spontanen Emission wieder im Grundzustand mit einer Schwingungsquantenzahl von $n-1$ vor. Dieser Prozess ist jedoch nur solange möglich, bis das Teilchen im Schwingungsgrundzustand vorliegt. In diesem Fall kann das Teilchen nicht mehr durch den Laser angeregt werden (siehe Abb. 6.7). Um die minimale Temperatur des Teilchens beim Seitenbandkühlen berechnen zu können, müssen auch die Heizmechanismen betrachtet werden. Zwei Prozesse tragen dazu bei. Der erste Mechanismus ist die nicht-resonante Streuung von Laserphotonen auf dem Träger mit einer Rate von:

$$R_0 = \frac{I}{I_0} \frac{\Gamma}{2} \frac{\Gamma^2}{\omega^2} . \quad (6.16)$$

Dabei wird eine mittlere Rückstossenergie von $E_{\text{Rückstoss}} = \hbar \eta^2 \omega$ für $E_{\text{Rückstoss}} \ll \hbar \omega$ auf das Teilchen übertragen. Der zweite Heizmechanismus ist die nichtresonante Streuung des Lasers am ersten blauen Seitenband. Hierbei wird ein Phonon angeregt. Die Rate dieses Prozesses ist:

$$R_{+1} = \frac{I}{I_0} \frac{\Gamma}{2} \frac{\Gamma^2}{16\omega^2} (\langle n \rangle + 1) \eta^2 . \quad (6.17)$$

Diese Prozesse sind in Abb. 6.7 dargestellt. Aus diesen Heiz- und Kühlprozessen ergibt sich eine minimale Phononenzahl $\langle n \rangle_{\text{min}}$ von:

$$\langle n \rangle_{\text{min}} = \frac{3}{4} \frac{\Gamma^2}{\omega^2} . \quad (6.18)$$

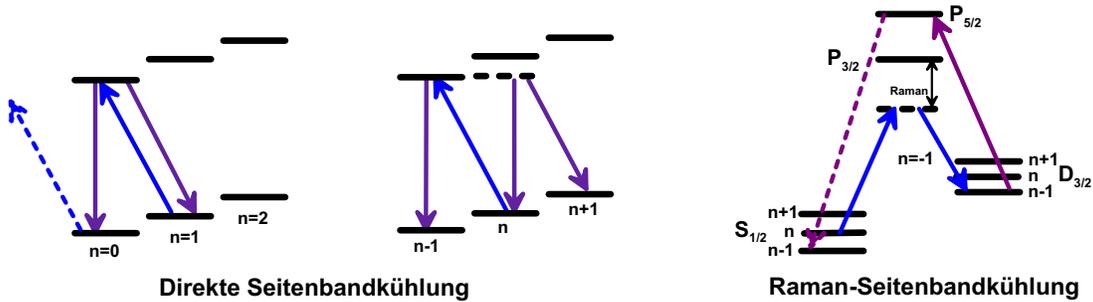


Abbildung 6.7: Kühlung von Teilchen mittels Seitenband-Kühlung bis in den Grundzustand und Heizprozesse. Schema der Raman-Seitenband-Kühlung.

In $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen eignen sich für die Seitenbandkühlung die Quadrupol-Übergänge vom $S_{1/2}$ -Zustand in das $D_{3/2}$ -Niveau oder das $D_{5/2}$ -Niveau. Die Linienbreite dieser Übergänge liegt bei 0.8 Hz. In diesem Fall ist es ohne weiteres möglich, die Seitenbänder aufzulösen, da typische radiale Schwingungsfrequenzen im Bereich von einigen MHz und die axialen Schwingungsfrequenzen im Bereich von einigen 100 kHz liegen. Ein Problem dieser Übergänge ist ihre kleine Streurrate. Dies kann jedoch verbessert werden, indem man zur Kühlung einen intensiven Laserstrahl verwendet, der den Übergang sättigt. Dadurch wird der Übergang verbreitert. Wird zusätzlich auf dem $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ ein Laser eingestrahlt so führt das zu so genanntem quenching, d.h. das $D_{5/2}$ -Niveau wird über das $P_{3/2}$ -Niveau entleert und steht somit schneller als durch den spontanen Zerfall des $D_{5/2}$ -Niveaus für einen neuen Kühlzyklus zur Verfügung. Dadurch steigt die Streurrate an, was zu einer verbesserten Kühlleistung führt. Mit dieser Methode wurden $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen auf $\langle n \rangle_{min} = 0.01$ gekühlt [45].

Die Methode der Seitenbandkühlung ist nur dann einsetzbar, wenn die Bewegungsseitenbänder aufgelöst werden können ($\omega > \Gamma$, starke Bindung). Bezüglich des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs liegt im $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion jedoch eine schwache Bindung des Ions in der Falle vor. In diesem Falle kann Raman-Seitenbandkühlung angewendet werden [46]. Dazu verwendet man, im Gegensatz zum direkten Seitenbandkühlen, zwei Laser. Ein Laser ist auf den $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang, der zweite Laser auf den $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang abgestimmt. Um resonante Anregungen des Teilchens zu vermeiden, sind beide Laser gegenüber der Resonanz weit verstimmt ($\Delta_{\text{Raman}} > \Gamma$). Um die Schwingungsquantenzahl des Teilchens zu reduzieren wird der Laser auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang gegenüber der Raman-Resonanz beider Laser um ω blauverstimmt. Die beiden Laser treiben dann einen Raman-Übergang, bei dem sich ausgehend vom elektronischen Grundzustand die Schwingungsquantenzahl des Systems um eins erniedrigt (siehe Abb. 6.7). Um nun den umgekehrten Prozess, der unter Erhöhung der Schwingungsquantenzahl um eins zurück zum elektronischen Grundzustand führt, zu vermeiden, dürfen beide Laser nur für eine bestimmte Zeit eingestrahlt werden. Diese Zeit τ ist

bestimmt durch :

$$\frac{\Omega_1 \cdot \Omega_{2,n-1}}{\Delta_{\text{Raman}}} \cdot \tau = \pi . \quad (6.19)$$

Darin ist Ω_1 die Rabifrequenz auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und $\Omega_{2,n-1}$ die Rabifrequenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang, wobei die Schwingungsquantenzahl von n nach $n-1$ übergeht. Da nach diesem Prozess das Teilchen im Zustand $D_{3/2}$ vorliegt, muss es vor einem weiteren Kühlzyklus wieder in den Grundzustand gebracht werden. Dazu wird das Teilchen resonant in den Zustand $P_{3/2}$ angeregt, von dem aus es durch spontane Emission in den Grundzustand zerfallen kann. Danach kann ein weiterer Kühlzyklus beginnen. Diese Kühlmethode ist aufgrund der dafür benötigten drei Laser und deren exakter Schaltzeiten recht kompliziert. Als Heizmechanismus dieser Kühlmethode tritt vor allem der mit der resonanten Streuung durch den Rückpumplaser verbundene Rückstoss auf.

6.3 EIT-Kühlung

Wie bereits in Kapitel 4 besprochen, kann in einem Λ -System das Spektrum durch die Dunkelresonanz stark modifiziert werden. Bereits im Kapitel 6.1 wurde gezeigt, dass die Dunkelresonanz zu geringen Temperaturen beim Dopplerkühlen von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen führen kann. Eine andere Methode, die auf der Modifikation des Spektrums durch die Dunkelresonanz beruht, ist das so genannte EIT-Kühlen (Elektromagnetisch induzierte Transparenz) [47].

Für bestimmte Laserparameter nimmt das Spektrum eines Λ -Systems im Bereich der Dunkelresonanz die Form eines Fano-Profiles an (siehe Abb. 6.8). Die spezielle

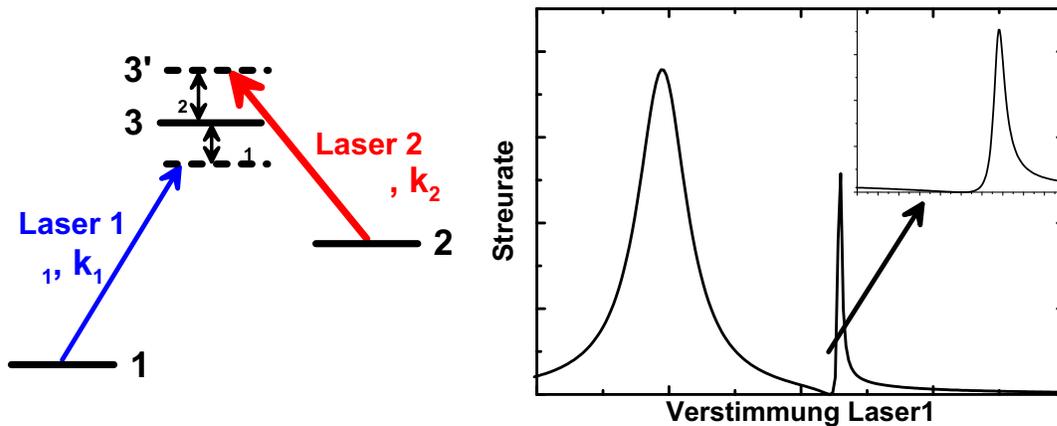
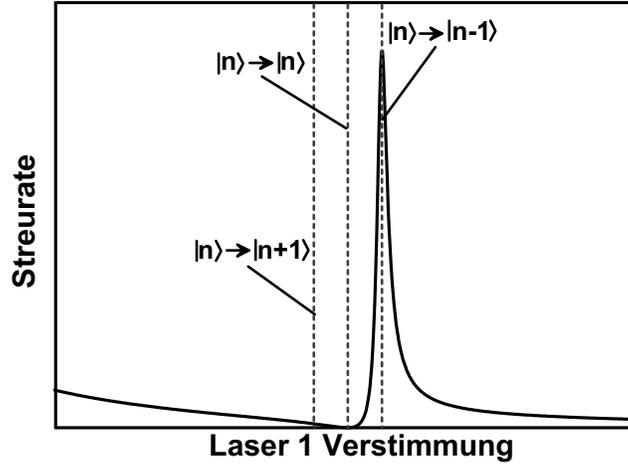


Abbildung 6.8: Laserkonfiguration und Linienform der Streurrate eines Λ -Systems zur EIT-Kühlung

Eigenschaft dieser Linie für blauverstimmte Laser ist eine Nullstelle in der Dunkel-

Abbildung 6.9: Lage der Übergänge mit unterschiedlicher Änderung der Schwingungsquantenzahl relativ zum Fano-Profil.



resonanz und ein steiler Anstieg der Streureate bei Blauverstimmung eines Lasers bezüglich der Dunkelresonanz. Desweiteren steigt die Streureate des Systems bei Rotverstimmung sehr langsam an. Zur Präparation des Spektrums wird auf dem $2 \rightarrow 3$ -Übergang des Teilchens ein starker Laser eingestrahlt (Laser 2). Bei richtiger Wahl der Laserleistung (Ω_2) und der Verstimmung (Δ_2) tritt dann in der Streureate des Lasers 1 auf dem $1 \rightarrow 2$ -Übergang das gewünschte Fano-Profil auf (siehe Abb. 6.8). Der Kühlmechanismus ist ähnlich dem der Seitenbandkühlung. Als Kühlaser dient in diesem Fall Laser 1, der auf die Dunkelresonanz mit Laser 2 gestimmt ist. Die Parameter des Lasers 2 ($\Delta_2, \Omega_2, \vec{k}_2$) werden so gewählt, dass das Maximum des Fano-Profiles auf den $|1, n\rangle \rightarrow |3', n-1\rangle$ -Übergang gestimmt ist, während der $|1, n\rangle \rightarrow |3', n\rangle$ -Übergang in der Nullstelle des Profils liegt (siehe Abb. 6.9). Das heißt, dass Übergänge bei denen die Schwingungsquantenzahl um 1 erniedrigt werden, durch die Fano-Resonanz überhört werden, während Übergänge, bei denen die Schwingungsquantenzahl erhalten bleibt, komplett unterdrückt werden. Aufgrund des langsamen Anstiegs der Streureate für Rotverstimnungen relativ zur Dunkelresonanz werden zudem Übergänge unterdrückt, bei denen sich die Schwingungsquantenzahl des Teilchens um 1 erhöht. Essenziell bei dieser Kühlmethode ist, dass das Maximum des Fano-Profiles um die Schwingungsfrequenz ω relativ zur Dunkelresonanz verschoben ist. Um dies zu erreichen, wird die Leistung des Lasers 2 so gewählt, dass die AC-Stark-Verschiebung Δ_{AC} der Resonanz der Schwingungsfrequenz ω entspricht, d.h.:

$$\Delta_{AC} = \frac{1}{2} \left[\sqrt{\Delta_2^2 + \Omega_2^2} - |\Delta_2| \right] = \omega . \quad (6.20)$$

Der Kühlvorgang kann im Lamb-Dicke-Bereich und unterhalb der Sättigung auf dem Kühlübergang durch eine Ratengleichung beschrieben werden:

$$\frac{d\langle n \rangle}{dt} = -(A_- - A_+) \cdot \langle n \rangle + A_+ . \quad (6.21)$$

In der Dunkelresonanz ($\Delta_1 = \Delta_2$) gilt:

$$A_{\pm} = \eta^2 \cos^2(\phi) \Gamma \rho_{P_{1/2}}(\Delta_1 \mp \omega) . \quad (6.22)$$

Darin ist η der Lamb-Dicke-Parameter, ϕ der Winkel zwischen beiden Laserstrahlen, Γ die Zerfallsrate des Übergangs $3 \rightarrow 1$ und $\rho_{P_{1/2}}$ die Besetzung des Zustands 3 (siehe Gleichung (4.5)). Dabei wurde angenommen, dass bei der spontanen Emission die Schwingungsquantenzahl erhalten bleibt. Daraus ergibt sich eine mittlere Schwingungsanregung von:

$$\langle n \rangle = \frac{\rho_{P_{1/2}}(\Delta_1 - \omega)}{\rho_{P_{1/2}}(\Delta_1 + \omega) - \rho_{P_{1/2}}(\Delta_1 - \omega)} . \quad (6.23)$$

In Abb. 6.10 sind die Gleichgewichtstemperaturen für verschiedene Schwingungsfrequenzen und Leistungen von Laser 1 aufgetragen. Man erkennt das Auftreten eines Minimums bei einer bestimmten Schwingungsfrequenz. In diesem Minimum entspricht die AC-Stark-Verschiebung der Schwingungsfrequenz des Ions. Betrachtet man die Abhängigkeit der Temperatur von der Rabifrequenz des Kühllasers, so sind möglichst niedrige Laserleistungen wünschenswert. Diese

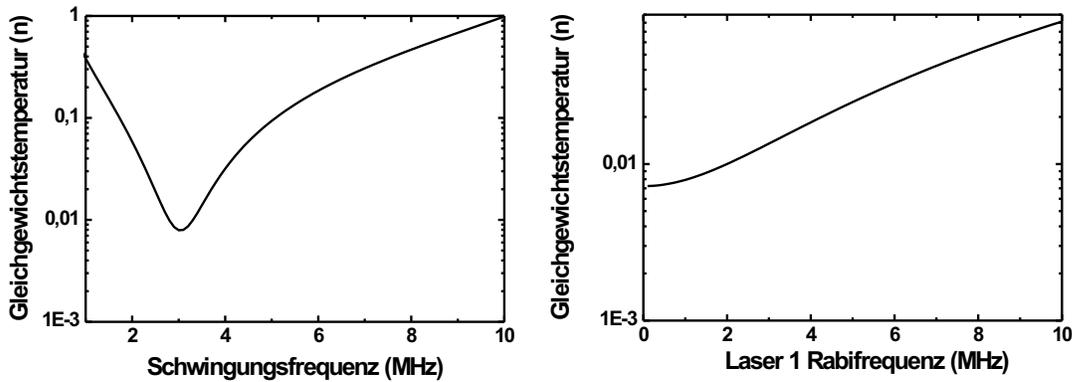
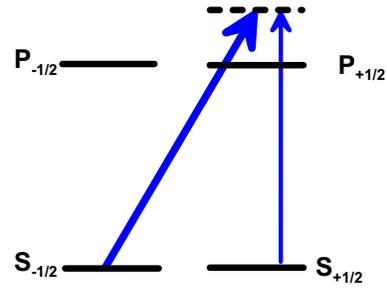


Abbildung 6.10: Temperaturlimit der EIT-Kühlung für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen bei verschiedenen Schwingungsfrequenzen der Ionen im Fallenpotenzial und für verschiedene Rabifrequenzen des Kühllasers

Methode ist prädestiniert für $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen, da deren Niveau-Schema die erforderliche Λ -Konfiguration besitzt (siehe Abb. 4.1). Das Problem dieser Konfiguration ist jedoch, dass es sich hierbei nicht um ein einzelnes Λ -System handelt, sondern Zeeman-Unterniveaus auftreten. So besteht dieses System nicht aus 3, sondern insgesamt 8 Niveaus. Zur EIT-Kühlung von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen kann allein der $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang mit seinen vier Zeeman-Unterniveaus verwendet werden (siehe Abb. 6.11) [48]. Ein σ_+ -polarisierter Laser kann zur Erzeugung des Fano-Profiles eingesetzt werden. Das hat den Vorteil, dass auf dem $m = -1/2 \rightarrow m = 1/2$ -Übergang der Clebsch-Gordan-Koeffizient groß ist. Als

Abbildung 6.11: Kühlung von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen mittels EIT-Kühlung auf dem $S_{1/2}$ → $P_{1/2}$ -Übergang



Kühlaser wird ein π -polarisierter Laser eingesetzt. Jedoch kommt es auch in diesem System zu einer Erhöhung der Gleichgewichtstemperatur im Vergleich zu einem wirklichen Λ -System. Dies ist unter anderem darauf zurückzuführen, dass bei diesem Kühschema ebenfalls die Besetzung des $D_{3/2}$ -Niveaus durch eine Laser auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang rückgepumpt werden muss. Damit ist jedoch ein zusätzlicher Heizprozess verbunden.

Kapitel 7

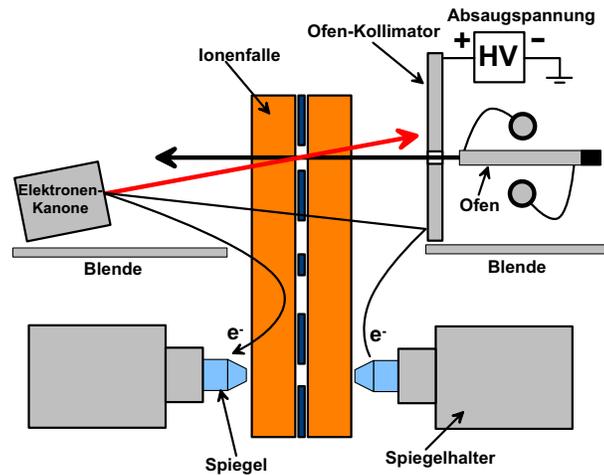
Einfluss der Spiegel auf die Speicherung von Ionen

Durch die starke Wechselwirkung zwischen der elektrischen Ladung der Ionen und dem Feld der Ionenfalle ist es möglich, Fallenpotenziale mit einer Tiefe von vielen eV und einem Einschluss von mehreren 100 kHz bis MHz zu erreichen. Diese starke Wechselwirkung führt jedoch auch zu Problemen mit elektrischen Streufeldern in der Umgebung der Falle. Zusätzliche Felder lenken die Ionen aus dem Fallenzentrum und führen dadurch zu unerwünschter Mikrobewegung (siehe Kapitel 1). Wird diese Mikrobewegung zu groß, oder ändert sie sich mit der Zeit, führt dies zu Problemen bei der Speicherung der Ionen, bis hin zu ihrem Verlust. Wie bereits in Kapitel 2.4 beschrieben, ist es möglich, die Resonatorlänge über einen Bereich von 9,6 mm zu variieren. Insbesondere kann jeder Spiegel einzeln um 4,8 mm verschoben werden. Daher kann der Einfluss der Spiegelposition auf die Speicherung der Ionen untersucht werden. Als Maß für den Einfluss der Spiegel auf die Speicherung dient die Spannung, die notwendig ist um die durch die Spiegel verursachte Mikrobewegung zu kompensieren. Diese ist proportional zur Verschiebung der Ionen aus dem Fallenzentrum (siehe Kapitel 1). Zudem kann über die Polarität dieser Spannungen die Richtung der Verschiebung ermittelt werden. Für die Messungen wurde entweder ein Spiegel oder beide Spiegel gleichzeitig in Richtung des Fallenzentrums verfahren und dabei die Änderung der Kompensationsspannung gemessen.

7.1 Spiegelaufladung

Bei den ersten Messungen dieses Experiments wurde die Falle mittels Elektronenstoss-Ionisation geladen (siehe Kapitel 3.1). Die Elektronenkanone emittiert keinen gut kollimierten, sondern einen aufgefächerten Strahl mit einem großen Öffnungswinkel. Durch den Elektronenstrahl gelangen eine Vielzahl von Elektronen auf dielektrische Materialien, wie z.B. die Isolation der Fallen-

Abbildung 7.1: Aufladung von Dielektrika an der Falle durch die Elektronenkanone



elektroden oder die Resonatorspiegel. Dies führt zu deren Aufladung bis auf ein Potenzial, das der Beschleunigungsspannung entspricht. Diese Aufladungen sind nicht stabil, sondern fließen, wie in Abb. 7.2 dargestellt, auf einer Zeitskala von 3 h wieder ab. D.h. nach 3 h ist der Wert der Kompensationsspannung auf den Wert vor dem Einschalten der Elektronenkanone abgesunken. Um die Aufladung durch die Elektronenkanone genauer zu untersuchen, wurde die Änderung der Mikrobewegung in Abhängigkeit von der Einschaltzeit der Elektronenkanone gemessen. Man erkennt deutlich, dass die Aufladung gegen einen Grenzwert geht. Bei diesem Wert hat sich das Dielektrikum bis auf die Beschleunigungsspannung von 120 V aufgeladen, so dass keine weiteren Elektronen auf den Isolator gelangen können, da die Elektronen vom geladenen Dielektrikum abgestoßen werden. Aus Abb. 7.2 erkennt man, dass dieser Gleichgewichtszustand innerhalb von nur 160 s erreicht wird.

Da die Elektronenstossionisation ein sehr ineffizienter Prozess ist, sind sehr viele Elektronen nötig, um ein Ion zu erzeugen. Für die Parameter $U_{\text{Besch}} = 120 \text{ V}$ und $I_{\text{Ofen}} = 2,60 \text{ A}$ sind ca. $4 \cdot 10^{12}$ emittierte Elektronen zur Erzeugung eines Ions nötig. Dadurch entstehen starke Aufladungen von Dielektrika in der Nähe der Falle.

Zur Vermeidung von Aufladungen der Resonatorspiegel wurden Blenden zwischen den Spiegeln und der Elektronenkanone sowie dem Ofen angebracht, so dass keine direkte Sichtlinie zu den Spiegeln und der Elektronenkanone besteht. Zusätzlich wurde der Ofenkollimator auf eine positive Absaugspannung gelegt, um möglichst viele Elektronen zu sammeln. Als Test, inwieweit sich die Resonatorspiegel trotzdem aufladen, wurden beide Spiegel nach dem Laden der Falle in Richtung Zentrum gefahren und dabei die Änderung der Kompensationsspannung der Mikrobewegung gemessen (siehe Abb. 7.3). Man erkennt deutlich den Anstieg der Kompensationsspannung mit abnehmendem Abstand der Spiegel vom Fallenzentrum. Der Einfluss der Aufladung der Spiegel ist umso größer, je kleiner der Abstand der Spiegel vom Ion ist. Aus dem Vorzeichen der Kompensationsspan-

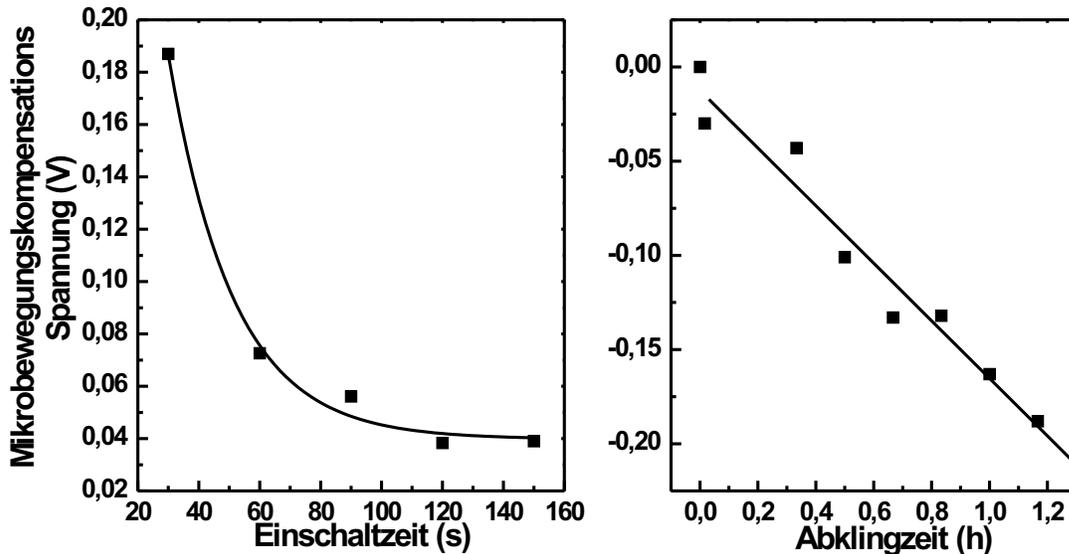


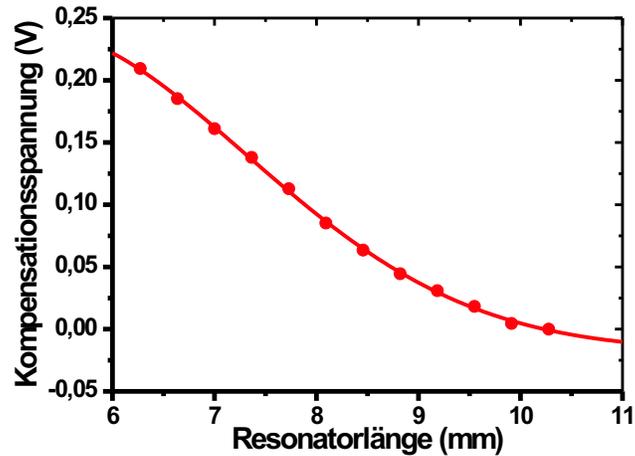
Abbildung 7.2: Änderung der Mikrobewegungskompensation durch Aufladung von Dielektrika an der Falle durch die Elektronenkanone. Während die Dielektrika binnen ca. 160 s aufgeladen werden (a), beträgt die Abklingzeit dieser Aufladung ca. 3 h (b).

nung wurde verifiziert, dass es sich bei der Aufladung der Spiegel um negative Ladungen und daher Elektronen handelt. Die Messung war jedoch auf einen Spiegelabstand von grösser als 6 mm beschränkt, da bei kleineren Abständen das Ion nicht mehr stabil gespeichert wurde. Trotz der Blenden und der Absaugspannung am Ofenkollimator konnte eine Aufladung der Resonatorspiegel nicht vermieden werden. Da keine direkte Sichtlinie zwischen Spiegeln und Elektronenkanone besteht, müssen diese Aufladungen durch gestreute Elektronen erzeugt werden. Somit ist es nicht möglich, Experimente unterhalb 6 mm Resonatorlänge durchzuführen, wenn die Falle mittels Elektronenstossionisation geladen wird. Eine Kompensation des durch die Ladungen verursachten elektrischen Feldes ist im stationären Betriebs ebenfalls nicht möglich, da durch den Abfluss der Spiegelaufladungen keine konstanten Bedingungen sichergestellt werden können.

7.2 Verzerrung des Fallenfeldes

Um Aufladungen der Spiegel durch Elektronen zu vermeiden, wurde der Ladeprozess von der Elektronenstossionisation auf Photoionisation umgestellt (siehe Kapitel 3.1). Um zu verifizieren, dass sich tatsächlich keine Ladungen auf den Spiegeln befinden, wurde die Kompensationsspannung über einen Zeitraum von 50 min beobachtet. Dabei zeigte sich, im Gegensatz zu Abb. 7.3 keine systematische Zeitabhängigkeit. Durch die Photoionisation werden somit Aufladungen

Abbildung 7.3: Änderung der Mikrobewegungskompensation für verschiedene Resonatorlängen durch Aufladung von Dielektrika in der Nähe der Falle durch die Elektronenkanone.



vermieden (siehe Abb. 7.4). Zur Messung des Einflusses der ungeladenen Spiegel auf die Speicherung der Ionen wurde jeweils einer der Spiegel in Richtung Fallenzentrum verfahren und wieder die Kompensationsspannung gemessen. Diese Messung zeigt, dass auch ungeladene Spiegel die Ionenspeicherung beeinflussen (siehe Abb. 7.5). Es ist deutlich erkennbar, dass der Effekt jedoch geringer ist als bei aufgeladenen Spiegeln. Aufgrund der Symmetrie der Falle ist der Einfluss der beiden Spiegel auf das Fallenfeld entgegengesetzt gleich. Deshalb kann die Verzerrung des Potentials reduziert werden, indem beide Spiegel möglichst symmetrisch verschoben werden.

Zur Untersuchung der dabei auftretenden Effekte wurde das gesamte Fallenfeld und die dazugehörigen Potentiale mittels eines Finite Elemente Programms (FemLab) berechnet. Das Pseudopotenzial und das Potenzial des axialen Einschlusses müssen dabei getrennt betrachtet werden. Mikrobewegung tritt dann auf, wenn das Gesamtpotenzial aus axialem und radialem Einschluss gegenüber dem Minimum des Pseudopotenzials verschoben ist. In Abb. 7.6 ist eine Simulation sowohl des Pseudopotenzials als auch des DC-Potenzials des axialen Einschlusses zu sehen. Während das Pseudopotenzial zum Spiegel hin flacher und das Minimum des Potentials zum Spiegel hin verschoben wird, ist das DC-Potenzial zum Spiegel hin steiler und wird vom Spiegel abgestoßen. Da das Pseudopotenzial grösser ist als das DC-Potenzial, ist das Gesamtpotenzial in Richtung des Spiegels flacher und das Minimum ist zum Spiegel hin verschoben. Dadurch ist das Minimum des Gesamtpotenzials gegenüber dem Minimum des Pseudopotenzials verschoben (siehe Abb. 7.7). Diese Verschiebung muss durch Kompensationsspannungen an den RF-Elektroden ausgeglichen werden, um Mikrobewegung zu vermeiden. Ändert sich nun der Abstand des Spiegels zum Ion, so ändert sich auch die relative Lage des Minimums des Gesamtpotenzials zum Minimum des Pseudopotenzials. Deshalb muss bei einer Verschiebung der Spiegel auch die Mikrobewegungskompensation geändert werden. Probleme treten dadurch auf, dass sich die für die Mikrobewegungskompensation benötigte Spannung bei kleinen

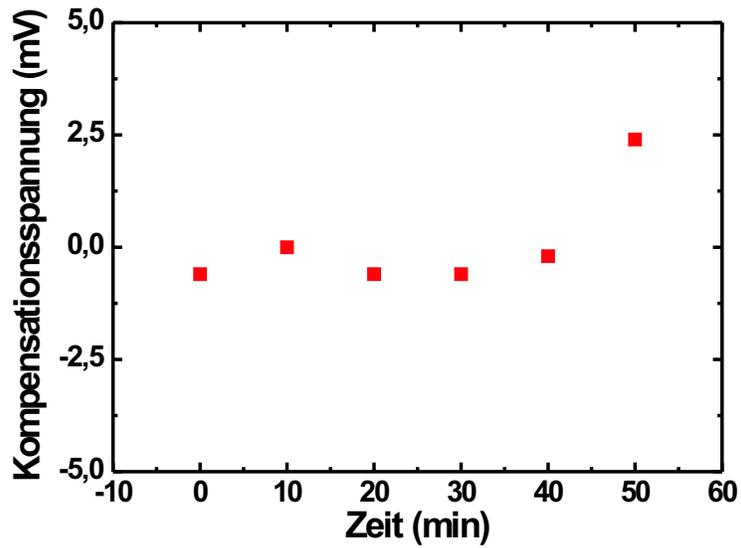


Abbildung 7.4:
Änderung der
Mikrobewegungs-
kompensation nach
Laden der Falle
durch
Photoionisation.

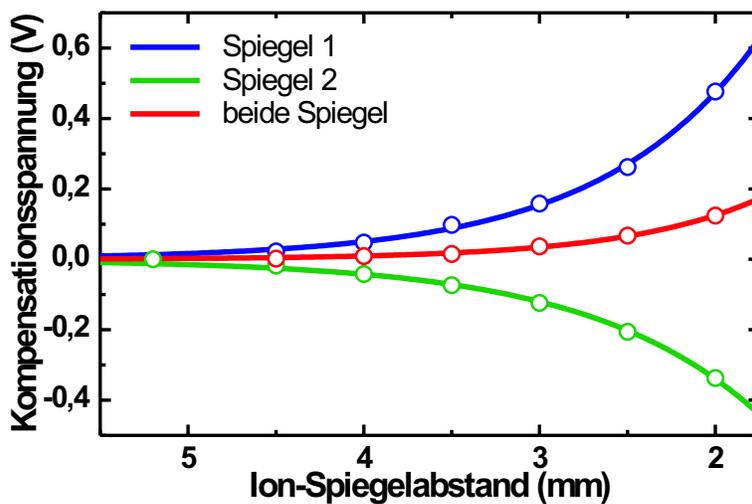


Abbildung 7.5:
Änderung der
Mikrobewegungs-
kompensation in
Abhängigkeit vom
Abstand der Spiegel
zum Fallenzentrum

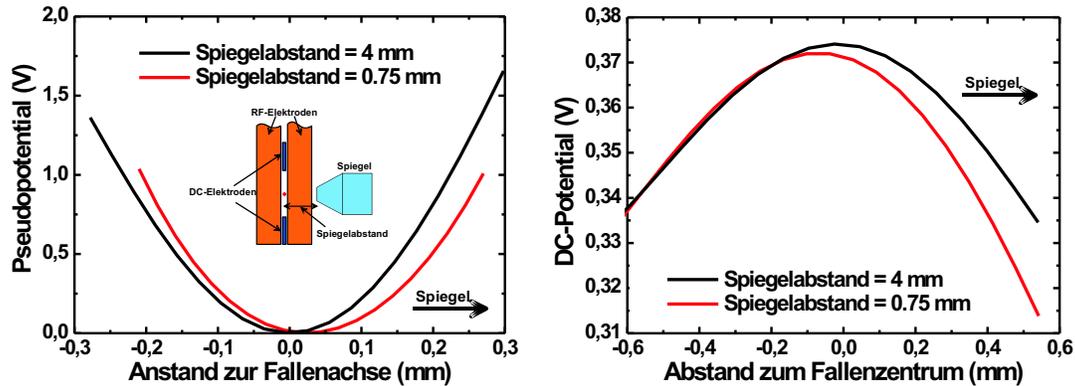


Abbildung 7.6: Simulation des Fallenfeldes für unterschiedliche Spiegelabstände. Man erkennt deutlich das unterschiedliche Verhalten des axialen und des radialen Einschlusses.

Abständen stark ändern (siehe Abb. 7.5). Dies führt für einen Abstand des Spiegels von weniger als 2 mm zum Verlust der Ionen. Um die Resonatorlänge zu verringern, ohne das Minimum des radialen Potentials zu verschieben, muss man die Spiegel möglichst symmetrisch zusammenführen. Dadurch heben sich die Effekte beider Spiegel auf. Jedoch tritt auch hier das Problem auf, dass die dabei geforderte Genauigkeit mit abnehmender Resonatorlänge stark ansteigt. Experimentell wurde die symmetrische Verschiebung beider Spiegel realisiert, indem während der Verschiebung die Mikrobewegung gemessen wurde und die Position eines der Spiegel so korrigiert wurde, dass die Mikrobewegung minimal war. Dadurch war es nicht notwendig die Mikrobewegung durch Spannungen an den RF-Elektroden zu kompensieren.

Ein weiteres Problem stellt die Verzerrung des Potentials entlang der Fallenachse durch den Spiegel dar. Im Abb. 7.8 ist der simulierte Verlauf des Gesamtpotentials entlang der Fallenachse in der horizontalen Ebene in einem 4 mm x 2 mm großem Bereich dargestellt. Die Spiegel sind als schwarze Linien skizziert. Man erkennt deutlich die Abhängigkeit des radialen Einschlusses von der axialen Position der Ionen. Die Mikrobewegung ändert sich also bei einer axialen Verschiebung der Ionen. Bei dieser Simulation des Pseudopotentials sind die Spannungen an den Elektroden ± 400 V, was zu einem Potenzialverlauf im dargestellten Bereich von 0 V bis 5 V führt.

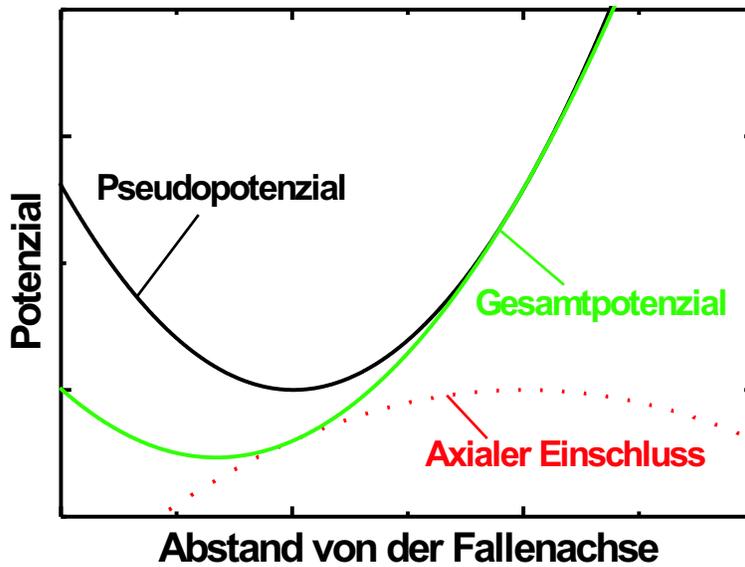


Abbildung 7.7:
Qualitative
Darstellung des
Gesamtpotenzial,
Pseudopotenzials
und Potenzial des
axialen Einschlusses
verschoben durch
einen Spiegel.

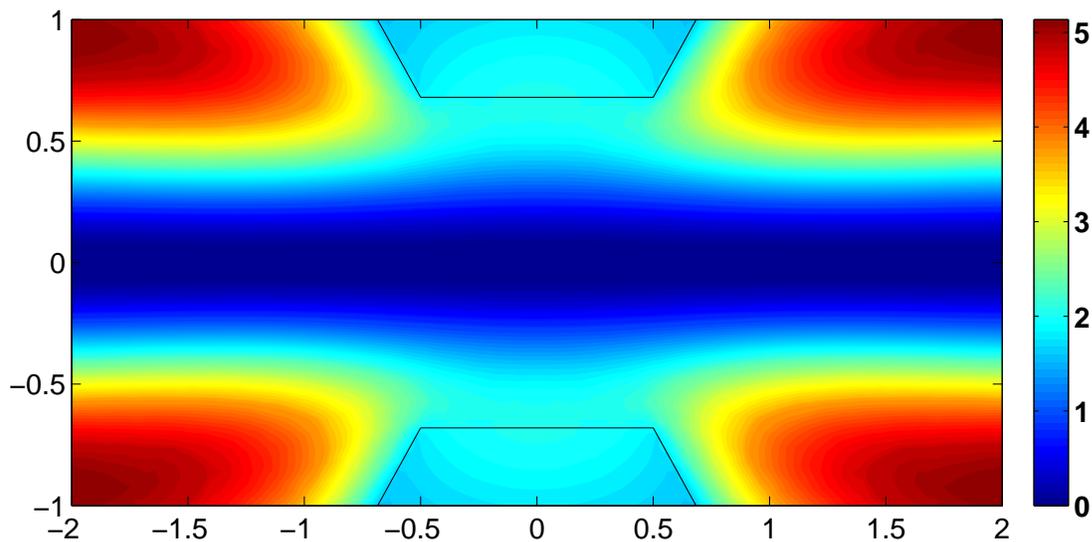


Abbildung 7.8: Änderung der Lage des Fallenpotenzialminimums entlang der Fallenachse für einen Spiegelabstand von 0,68 mm. Der dargestellte Bereich ist 4 mm x 2 mm groß. In diesem Bereich ändert sich das Potenzial über einen Bereich von 0 V bis 5 V.

Kapitel 8

Resonator-QED

Die Wechselwirkung von einzelnen Atomen mit elektromagnetischer Strahlung gehört zu den fundamentalsten Prozessen in der Quantenmechanik. Das Verständnis dieses Prozesses trug maßgeblich zur Entwicklung der Quantenmechanik bei. Speziell die Wechselwirkung von Atomen mit chaotischer und kohärenter (Laser) Strahlung stand lange Jahre im Vordergrund, da Anfangs nur Spektrallampen und später auch Laser als Strahlungsquellen zur Verfügung standen. Die Untersuchung der viel fundamentaleren Wechselwirkung zwischen einem Atom und einer einzelnen Mode des elektromagnetischen Feldes wurde erst durch Fortschritte in der Resonator-QED möglich. Diese Wechselwirkung wird durch das Jaynes-Cummings-Modell beschrieben.

8.1 Jaynes-Cummings-Modell

Betrachtet man die Wechselwirkung zwischen einem Zwei-Niveau-Atom und klassischer elektromagnetischer Strahlung, so führt dies zu folgendem Hamilton-Operator.

$$H = H_0 + H_{\text{Int}} \quad (8.1)$$

$$H_0 = H_{\text{Feld}} + \hbar\omega_0 |a\rangle\langle a| \quad (8.2)$$

$$H_{\text{Int}} = -e\vec{r}\vec{E} . \quad (8.3)$$

Der Operator H_0 beschreibt die Energien des ungekoppelten Systems, während H_{Int} die Wechselwirkung zwischen Atom und elektromagnetischer Strahlung beschreibt. Die Eigenenergie des Systems setzt sich aus der Energie des elektromagnetischen Feldes und des Atoms zusammen. Darin ist ω_0 die Frequenz des atomaren Übergangs und $|a\rangle\langle a|$ der Operator der Besetzung des angeregten Zustands a . Im Fall eines elektrischen Dipol-Übergangs wird die Wechselwirkung der elektromagnetischen Strahlung mit dem Atom durch die Wechselwirkung eines Dipols mit einem elektrischen Feld beschrieben. Der Hamilton-Operator dieser Wechselwirkung enthält den Dipolvektor des Atoms $e \cdot \vec{r}$ und das elektrische

Feld \vec{E} am Ort des Atoms (Dipolnäherung). Zerlegt man das elektromagnetische Strahlungsfeld in Eigenmoden so erhält man für das elektrische Feld:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} \sqrt{\frac{\hbar|\vec{k}|}{2\epsilon_0 c V_{\text{Mode}}}} \vec{\epsilon}_{\vec{k}} u(\vec{r}) \left[a_{\vec{k}} e^{-i(\frac{|\vec{k}|}{c}t - \vec{k}\vec{r})} + a_{\vec{k}}^\dagger e^{i(\frac{|\vec{k}|}{c}t - \vec{k}\vec{r})} \right] \quad (8.4)$$

und daraus die Hamilton-Operatoren:

$$H = H_0 + H_{\text{Int}} \quad (8.5)$$

$$H_0 = \sum_{\vec{k}} \hbar \frac{|\vec{k}|}{c} a_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^\dagger + \hbar\omega_0 |a\rangle \langle a| \quad (8.6)$$

$$H_{\text{Int}} = \sum_{\vec{k}} \hbar g_{\vec{k}} (|a\rangle \langle g| + |g\rangle \langle a|) (a_{\vec{k}} + a_{\vec{k}}^\dagger) . \quad (8.7)$$

Darin erstreckt sich die Summe über alle Moden des Strahlungsfeldes. \vec{k} ist der Wellenvektor des Feldes während $a_{\vec{k}}$ der Vernichtungsoperator und $a_{\vec{k}}^\dagger$ der Erzeugungsoperator der Mode \vec{k} des Feldes ist. Die Operatoren $|a\rangle \langle g|$ und $|g\rangle \langle a|$ beschreiben den Übergang des Atoms vom Grundzustand g in den angeregten Zustand a bzw. den Übergang vom angeregten Zustand in den Grundzustand. Die Kopplungsstärke des Atoms an die Mode ist gegeben durch:

$$g_{\vec{k}} = \sqrt{\frac{|\vec{k}| \omega_0^2 (\vec{\mu}\vec{\epsilon})^2}{2\hbar\epsilon_0 c V_{\text{Mode}}}} u(\vec{r}') . \quad (8.8)$$

Wobei $\vec{\mu} = e \langle a | \vec{r} | g \rangle$ das Matrix-Element des atomaren Übergangs, V_{Mode} das Modenvolumen und $u(\vec{r}')$ die relative Stärke der Kopplung am Ort \vec{r}' des Atoms (Modenfunktion) ist. Im Falle der Kopplung des Atoms an einen Resonator reduzieren sich die Eigenmoden des Feldes auf die Resonatormoden. Durch Wahl der Resonatorparameter ist es möglich, die Anzahl der Moden, die mit dem Atom wechselwirken, auf zwei Moden mit orthogonalen Polarisierungen zu reduzieren. Durch Wahl der Quantisierungsachse des Atoms relativ zum Resonator ist es möglich, die Anzahl der Moden auf eine zu reduzieren. Dies ist die fundamentalste Wechselwirkung zwischen elektromagnetischem Feld und Atom. In diesem Fall reduziert sich der Wechselwirkungs-Hamilton-Operator im Fall resonanznaher Anregung (rotating wave approximation) auf:

$$H_{\text{Int}} = \hbar g (|a\rangle \langle g| a + |g\rangle \langle a| a^\dagger) . \quad (8.9)$$

Darin ist nun

$$g(\vec{r}') = \sqrt{\frac{\omega \mu^2}{2\hbar\epsilon_0 V_{\text{Mode}}}} u(\vec{r}') \quad (8.10)$$

die Kopplung zwischen Atom und Resonatormode. Das Modenvolumen der Resonatormode ist gegeben durch:

$$V_{\text{Mode}} = \int |u(\vec{r}')|^2 d^3r' . \quad (8.11)$$

Für eine TEM₀₀-Mode in einem Resonator der Länge l und einem Modendurchmesser w_0 gilt:

$$V_{\text{TEM}_{00}} = \frac{2}{3} \pi w_0^2 l . \quad (8.12)$$

Da der Wechselwirkungs-Operator die Zustände mit einer Photonenzahl $n+1$ in der Resonatormode und dem Atom im Grundzustand ($|g, n+1\rangle$) mit Zuständen verknüpft, in denen n Photonen in der Mode sind und das Atom sich im angeregten Zustand ($|e, n\rangle$) befindet, ist es sinnvoll, diese Zustände als Basis eines Unterraumes zu wählen. Dann kann der Hamiltonoperator in diesem Unterraum des Gesamtsystems geschrieben werden als:

$$H_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} \Delta & 2g\sqrt{n+1} \\ 2g\sqrt{n+1} & -\Delta \end{pmatrix} .$$

Darin ist $\Delta = \omega_0 - \omega$ die Verstimmung des Resonators ω bezüglich der atomaren Resonanz ω_0 . Die Eigenenergien dieses Hamilton-Operators sind:

$$E_{1n} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) + \frac{\hbar}{2} \Omega_n \quad (8.13)$$

und

$$E_{2n} = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2} \right) - \frac{\hbar}{2} \Omega_n \quad (8.14)$$

mit den dazugehörigen Eigenzuständen:

$$|1n\rangle = \cos \theta_n |e, n\rangle + \sin \theta_n |g, n+1\rangle \quad (8.15)$$

und

$$|2n\rangle = -\sin \theta_n |e, n\rangle + \sin \theta_n |g, n+1\rangle \quad (8.16)$$

mit

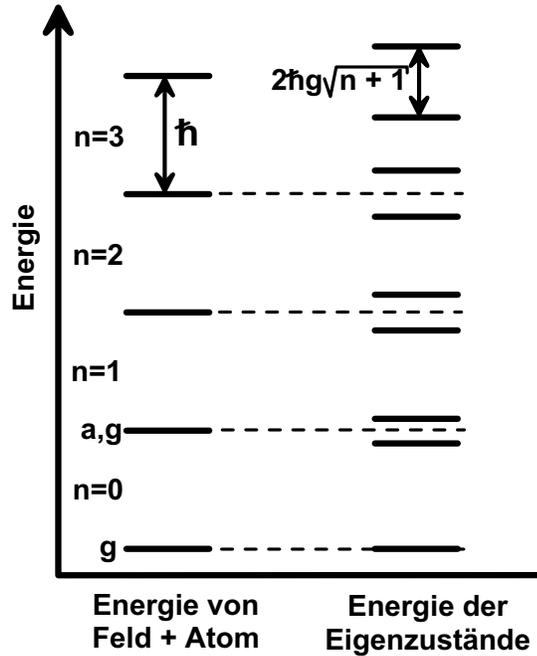
$$\Omega_n = \sqrt{\Delta^2 + 4g^2(n+1)} . \quad (8.17)$$

Der Mischungswinkel θ_n ergibt sich aus:

$$\cos \theta_n = \frac{2g\sqrt{n+1}}{\sqrt{(\Omega_n - \Delta)^2 + 4g^2(n+1)}} . \quad (8.18)$$

In Abb. 8.1 sind die Eigenwerte der Operatoren H_0 , d.h. die Eigenenergie des Atoms und des Feldes wie auch $H_0 + H_{\text{int}}$ dargestellt. Während die Eigenenergien

Abbildung 8.1: Energieniveaus von Atom und elektromagnetischem Feld und Energieniveaus der Eigenzustände des Wechselwirkungsoperators für verschiedene Photonenzahlen n .



des Atoms mit denen des Feldes eine Leiter bilden, analog den Eigenzuständen eines Zwei-Niveau-Systems in einem harmonischen Potenzial, führt die Wechselwirkung zu Eigenzuständen, deren Abstand mit zunehmender Photonenzahl ansteigt.

Um nun das zeitliche Verhalten des Systems zu bestimmen, kann die Schrödingergleichung herangezogen werden. Dabei ist es jedoch sinnvoll, die Zeitabhängigkeit der Eigenzustände $|kn\rangle$ zu berechnen, d.h.

$$i\hbar \frac{d|kn\rangle}{dt} = H |kn\rangle \quad , \quad k = 1, 2 . \quad (8.19)$$

Daraus erhält man durch die Transformation

$$\begin{pmatrix} |g, n+1\rangle \\ |e, n\rangle \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} |1n\rangle \\ |2n\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_n & -\sin \theta_n \\ \sin \theta_n & \cos \theta_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} |1n\rangle \\ |2n\rangle \end{pmatrix}$$

die Besetzungswahrscheinlichkeiten P_g und P_e der Zustände $|g, n+1\rangle$ und $|e, n\rangle$:

$$P_g = \sin^2 2g\sqrt{n+1}t \quad (8.20)$$

und

$$P_e = \cos^2 2g\sqrt{n+1}t, \quad (8.21)$$

d.h. die Anregung oszilliert zwischen Resonatormode und Atom (siehe Abb. 8.2) mit einer Frequenz von $2g\sqrt{n+1}$.

Im realen Resonator-Atom-System treten jedoch zusätzlich spontane Prozesse auf. So zerfällt der angeregte Zustand des Atoms mit der Rate Γ und die Anregung

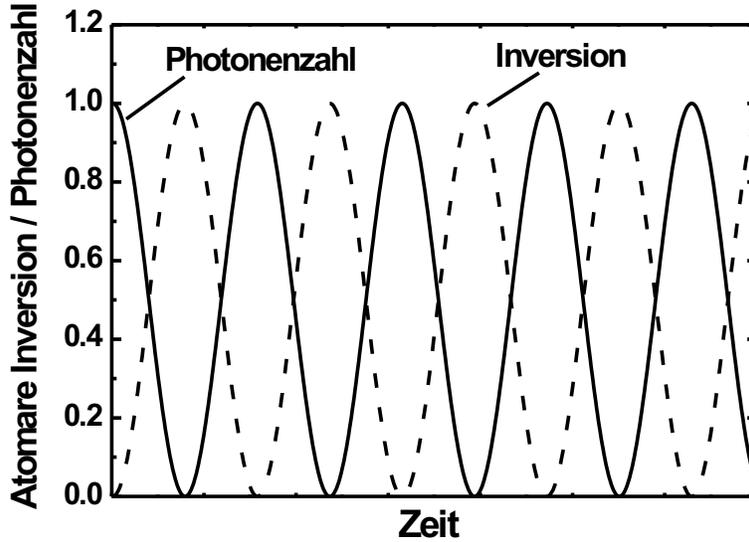


Abbildung 8.2:
Rabioszillation
zwischen atomarer
Anregung und
Resonatoranregung
für anfänglich ein
Photon im
Resonator.

der Resonatormode zerfällt sowohl durch Absorption und Streuung der Photonen in den Spiegeln als auch durch deren Transmission mit der Zerfallsrate $\kappa = \kappa_{\text{Abs}} + \kappa_{\text{Trans}}$. Um nun die zeitliche Entwicklung des Systems zu beschreiben, benötigt man die Master-Gleichung für die Dichtematrix ρ :

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] \\ & + \frac{\Gamma}{2} (2|a\rangle\langle g|\rho|g\rangle\langle a| - |a\rangle\langle a|\rho - \rho|a\rangle\langle a|) \\ & + \frac{\kappa}{2} (2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) . \end{aligned} \quad (8.22)$$

Zwei Lösungen dieser Gleichung sind in Abb. 8.3 dargestellt. Dabei sind sowohl die atomare Inversion als auch die Photonenzahl im Resonator für die Anfangsbedingungen ein Photon bzw. drei Photonen im Resonator und das Atom jeweils im Grundzustand gezeigt. Auch bei Berücksichtigung der spontanen Emission tritt ein oszillatorischer Austausch von Anregung zwischen Atom und Resonator auf. Dies macht sich durch eine Oszillation der Photonenzahl bemerkbar, die gegenphasig zur Oszillation der atomaren Inversion ist. Durch die spontanen Prozesse ist dieser Austausch jedoch gedämpft. Diese Dämpfung ist im Fall von anfänglich einer Resonatoranregung deutlich erkennbar. Ist die Photonenzahl n_a anfänglich grösser, so ist die Dämpfung der Oszillation jedoch stärker als der Zerfall der Photonenzahl im Resonator. Dies ist auf eine Dephasierung der Anregungsozillation zurückzuführen. Betrachtet man das ungedämpfte System, so ist die Rabifrequenz zwischen Atom und Resonator gegeben durch $2g\sqrt{n+1}$. Nimmt nun die Photonenzahl ab, setzt sich das Resonatorfeld aus einer Mischung verschiedener Photonenzahlen n zusammen, mit $n < n_a$. Somit setzt sich die Oszillation aus 3 Frequenzen zusammen, die zu einer Dephasierung der Oszillation führen. Im

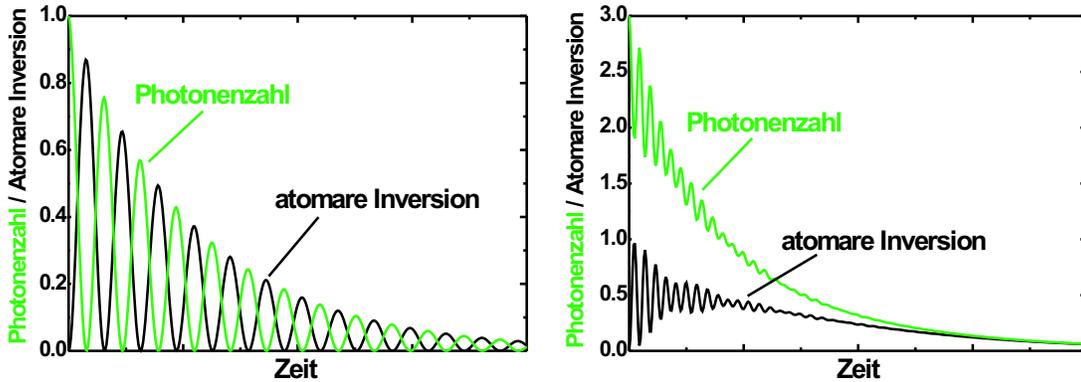


Abbildung 8.3: Photonenzahl im Resonator und atomare Inversion mit spontanen Zerfällen des Resonatorfeldes und des angeregten Zustands des Atoms. Für anfänglich ein Photon (links) und für drei Photonen (rechts) im Resonator und Atom im Grundzustand.

Falle eines einzelnen Photons im Resonator tritt nur eine Rabi-Frequenz und damit keine Dephasierung auf.

Zur Untersuchung der Kopplung zwischen Ion und Resonatormode ist es wünschenswert, dass die Resonator-Ionen-Kopplung g grösser oder zumindest gleich-groß wie die spontanen Prozesse des Systems sind. D.h. g muss grösser als der atomare spontane Zerfall Γ und der Zerfall des Resonatorfeldes $\kappa = \frac{c}{2l}T$ sein. Für eine TEM₀₀-Mode gilt:

$$g = \sqrt{\frac{4\omega^2(\vec{\mu}\vec{e})^2}{2\hbar\epsilon_0\omega_0^2l}} \quad (8.23)$$

mit

$$\omega_0 = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 [2R - l] l, \quad (8.24)$$

wobei R der Krümmungsradius des Spiegels, λ die Wellenlänge des Lichts und T die Spiegeltransmission ist. Im Fall von $g \gg \kappa, \Gamma$ spricht man von starker Kopplung, wohingegen der Falle $g \geq \kappa, \Gamma$ als intermediäre Kopplung bezeichnet wird. Während der atomare Zerfall unabhängig von der Resonatorlänge ist, sind sowohl die Kopplung als auch der Resonatorzerfall von der Resonatorlänge l abhängig. Die Kopplung zwischen Ion und Resonator und der Resonatorzerfall nehmen mit abnehmender Resonatorlänge zu. Insbesondere steigt die Zerfallsrate des Resonatorfeldes stärker an als die Kopplung. In Abb. 8.4 ist der Verlauf der verschiedenen spontanen Prozesse und Kopplung über der Resonatorlänge aufgetragen. Um eine möglichst starke Kopplung zu erreichen, muss der Resonator möglichst kurz sein und möglichst gute Spiegel verwendet werden.

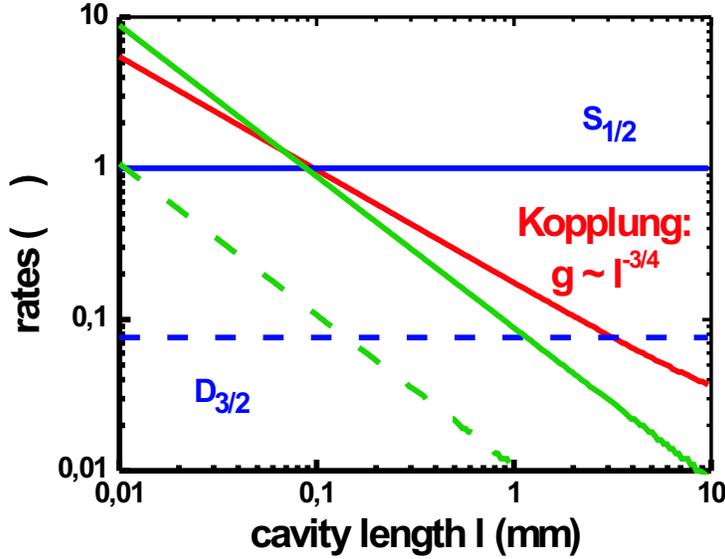


Abbildung 8.4:
Abhängigkeit der
Kopplung und der
spontanen Prozesse
von der
Resonatorlänge.

8.2 Vermessung von Resonatormoden

Wie in Kapitel 8.1 diskutiert, ist die Kopplung eines Teilchens an einen optischen Resonator nicht konstant, sondern hängt von der Position des Ions relativ zur Mode des Resonators ab. Entlang der Resonatorachse ändert sich die Kopplung auf der Längenskala der halben Wellenlänge der Mode des Resonators. Im Falle von Resonanz mit dem Teilchen entspricht dies der halben Übergangswellenlänge. Senkrecht zur Resonatorachse ändert sich die Kopplung auf der Längenskala der Modentaille. Dies führt dazu, dass es von großer Bedeutung für deterministische Resonator-QED-Experimente ist, die Lage der Teilchen relativ zur Mode auf einer Skala kleiner als die halbe Wellenlänge des Übergangs zu kontrollieren. Die Kopplung der Hermite-Gauß-Mode der Ordnung n, m kann beschrieben werden durch:

$$g(\vec{r})_{n,m} = g_0 H_n \left(\sqrt{2} \frac{x}{w_0} \right) H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w_0} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}} \cos \left(\frac{z}{|\vec{k}|} \right). \quad (8.25)$$

Darin ist g_0 die maximale Kopplung, H_i sind die Hermite-Gauß-Polynome, w_0 ist die Modentaille und $|\vec{k}|$ der Betrag des Wellenvektors. Für g_0 gilt (vergleiche Gl. (8.8)):

$$g_0 = \sqrt{\frac{|\vec{k}| \omega_0^2 (\vec{\mu} \vec{\epsilon})^2}{2 \hbar \epsilon_0 c V_{\text{Mode}}}}. \quad (8.26)$$

Aus Gleichung (8.25) erkennt man, dass sowohl das Vorzeichen wie auch die Stärke der Kopplung vom Ort des Ions in longitudinaler und transversaler Richtung abhängt (siehe Abb. 8.5). Zum Maximieren der Kopplung muss die Position des Ions relativ zur Resonatormode optimiert werden. Um die Position des Ions

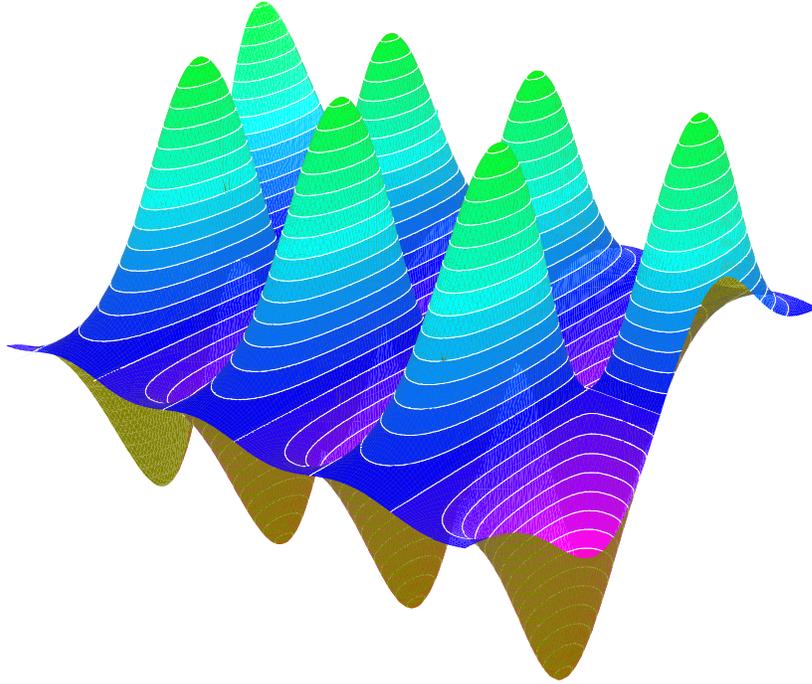


Abbildung 8.5: Kopplung eines Teilchens an die TEM_{01} -Mode eines Resonators

in der Mode zu bestimmen, bietet es sich an, die Kopplung des Ions an den Resonator zu nutzen, um Fluoreszenzlicht zu erzeugen. Dazu wird eine bestimmte Mode des Resonators angeregt, indem ein Laserstrahl in den Resonator eingekoppelt wird. Ist der Laser resonant zu einem Ionenübergang, kann das Ion durch das Feld der Resonatormode angeregt werden. Die Anregungsrate des Ions, und damit dessen Fluoreszenz, ist nicht proportional zur Kopplung g , sondern zur Intensität des elektromagnetischen Feldes der Mode, d.h. zu g^2 . Daher kann mit dieser Methode die Verteilung des Betrags der Kopplung bestimmt werden, jedoch nicht ihr Vorzeichen. Für die Intensitätsverteilung im Resonator erhält man:

$$I(\vec{r})_{n,m} = I_0 H_n^2 \left(\sqrt{2} \frac{x}{w_0} \right) H_m^2 \left(\sqrt{2} \frac{y}{w_0} \right) e^{-2 \frac{x^2+y^2}{w_0^2}} \left(1 + \cos \left(\frac{z}{|k|} \right) \right). \quad (8.27)$$

Somit kann über die Fluoreszenz, die im Falle eines zwei-Niveau-Systems monoton mit der Intensität ansteigt, die Intensitätsverteilung gemessen werden. Dies erlaubt eine präzise Positionierung des Ions relativ zur Resonatormode. Da die Laserfrequenz durch den Übergang des Ions bestimmt ist, muss die Mode über die Resonatorlänge gewählt werden. Im Falle eines nichtkonfokalen Resonators gilt für die Resonanzfrequenz der Mode der longitudinalen Ordnung q und

der transversalen Ordnung n, m :

$$\nu_{q,n,m} = \frac{c}{2l} \left[q + \frac{n+m+1}{\pi} \arccos \left\{ \left(1 - \frac{l}{R_1} \right) \left(1 - \frac{l}{R_2} \right) \right\} \right]. \quad (8.28)$$

Darin sind R_i die Krümmungsradien der Resonatorspiegel und L der Abstand. Jede beliebige Mode kann also für eine gegebene Resonanzfrequenz über die Resonatorlänge eingestellt werden.

Neben der Bestimmung der Ionenposition relativ zur Resonatormode kann die Messung der Intensitätsverteilung auch dazu genutzt werden, um die Lokalisierung des Ions in der Falle zu bestimmen [49], [50]. Wie aus Gleichung (8.27) folgt, kann diese um so genauer gemessen werden, je kleiner die Wellenlänge des Übergangs ist. Daher wurde zur Messung der Lokalisierung der $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions verwendet. Der optische Resonator besaß eine Finesse von 3000 und eine Länge von 6 mm mit einer Modentaille von $24 \mu\text{m}$. In diesen Resonator wurde ein Laser mit der entsprechenden Wellenlänge eingekoppelt, so dass eine Anregung des Ions durch die Resonatormode möglich war. Zusätzlich wurde ein Laser auf den $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang seitlich in den Resonator fokussiert, um kontinuierliche Fluoreszenz des Ions durch Depopulation des $D_{3/2}$ -Niveaus zu erhalten (siehe Kapitel 4). Diesem Laser wurde ein weiterer Laser auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang überlagert, um die Kühlung des Ions senkrecht zur Resonatorachse sicherzustellen. Dazu wurde die Frequenz des Lasers um etwa die halbe Linienbreite des Ionenübergangs rotverstimmt, um über Dopplerkühlung die Iontemperatur zu minimieren. Um eine Beeinflussung der Messung der Intensitätsverteilung durch den Kühllaser zu vermeiden, wurde dieser durch einen Lichtzerhacker mit einer Frequenz von 277 Hz moduliert. Die Ionenfluoreszenz wurde nur während der Zeit gemessen, in der der Kühllaser abgeblockt war. Dadurch war eine ausreichende Kühlung des Ions sichergestellt, ohne jedoch die Messung zu stören.

Eine weitere Beeinflussung der Messung stellt die hohe Laserleistung dar, die in den Resonator eingekoppelt werden muss, um diesen auf den Laser zu stabilisieren. Um dies zu umgehen wurde sowohl ein schwacher Probestrahl als auch ein starker Stabilisierungsstrahl in den Resonator eingekoppelt. Während der Probestrahl permanent in den Resonator eingekoppelt war, wurde der Sättigungsstrahl mit einem Lichtzerhacker synchron zum Kühllaser moduliert. Die Ionenfluoreszenz wurde wieder nur in den Zeiten gemessen, in denen der Stabilisierungsstrahl geblockt war. Während dieser in den Resonator eingekoppelt war, wurde hingegen die Resonatordrift kompensiert. Somit kann die Resonatordrift kompensiert werden ohne die Messung zu beeinflussen. Ein Schema der Messung ist in Abb. 8.6 zu sehen. Das Fluoreszenzlicht des Ions wurde in Richtung der Fallachse mittels eines Objektivs auf einen Photomultiplier abgebildet. Da der Resonator senkrecht zur Achse der Ionenfalle ausgerichtet ist (siehe Abb. 8.7), kann über die Verschiebung des Ions entlang der Fallachse die eindimensionale transversale Modenstruktur gemessen werden. Eine solche Messung ist in Abb. 8.8 dargestellt.

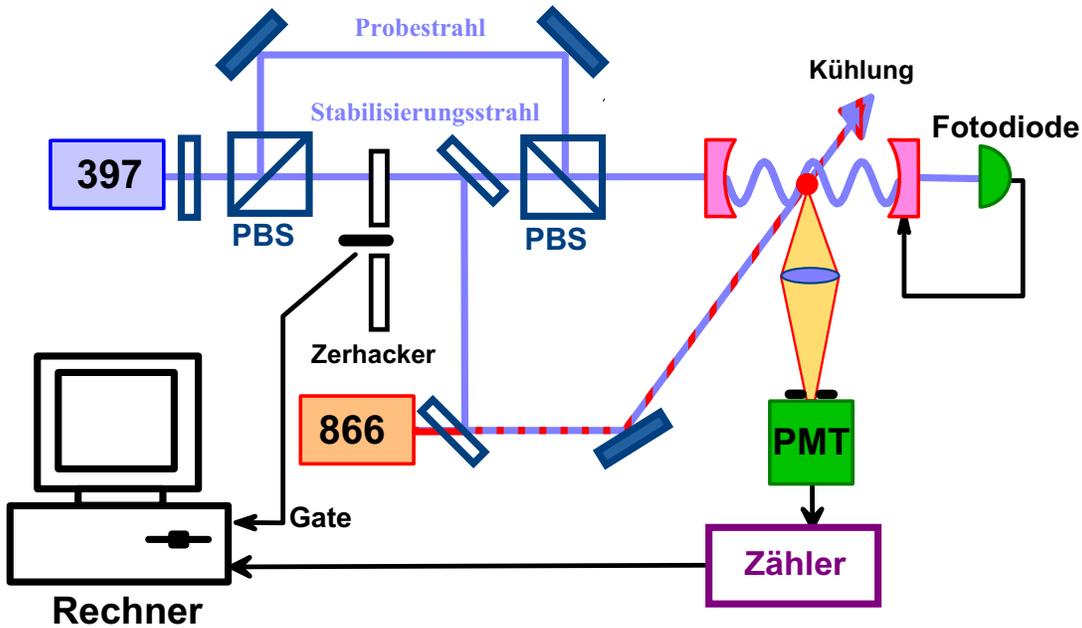


Abbildung 8.6: Aufbau zur Messung der Intensitätsverteilung von Resonatormoden auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions.

Man erkennt deutlich die Struktur der Hermite-Gauß-Moden des Stabilisierungs-Resonators. Im Falle der TEM_{02} -Mode tritt eine scheinbare Verzerrung der Struktur aufgrund der Sättigung des Ionenübergangs auf. Durch Sättigung werden die Maxima der Modenstruktur verbreitert während die Minima schmaler werden. Um die zweite transversale Dimension der Intensitätsverteilung zu messen, kann nicht das Ion verschoben werden, da es dazu senkrecht zur Achse der Falle bewegt werden müsste. Dies würde jedoch zu Mikrobewegung und damit zur Delokalisierung des Ions in der Falle führen. Aus diesem Grund muss für die zweidimensionale Bestimmung der Modenlage zusätzlich zur Verschiebung des Ions der Resonator vertikal bewegt werden. Um trotz der Resonatorverschiebung die op-

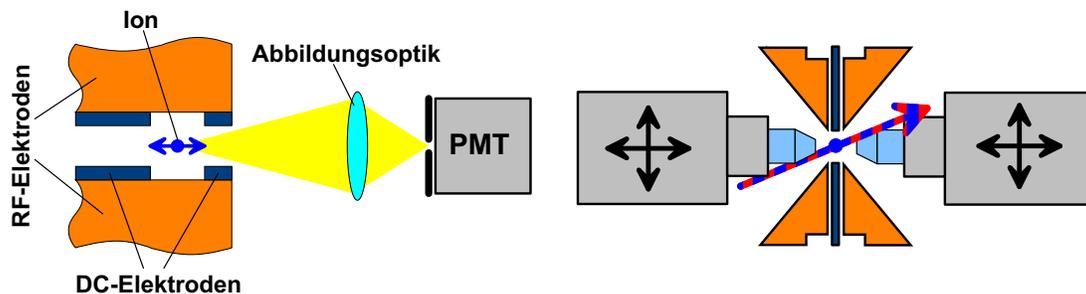


Abbildung 8.7: Aufbau zur Messung der Intensitätsverteilung von Resonatormoden mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen.

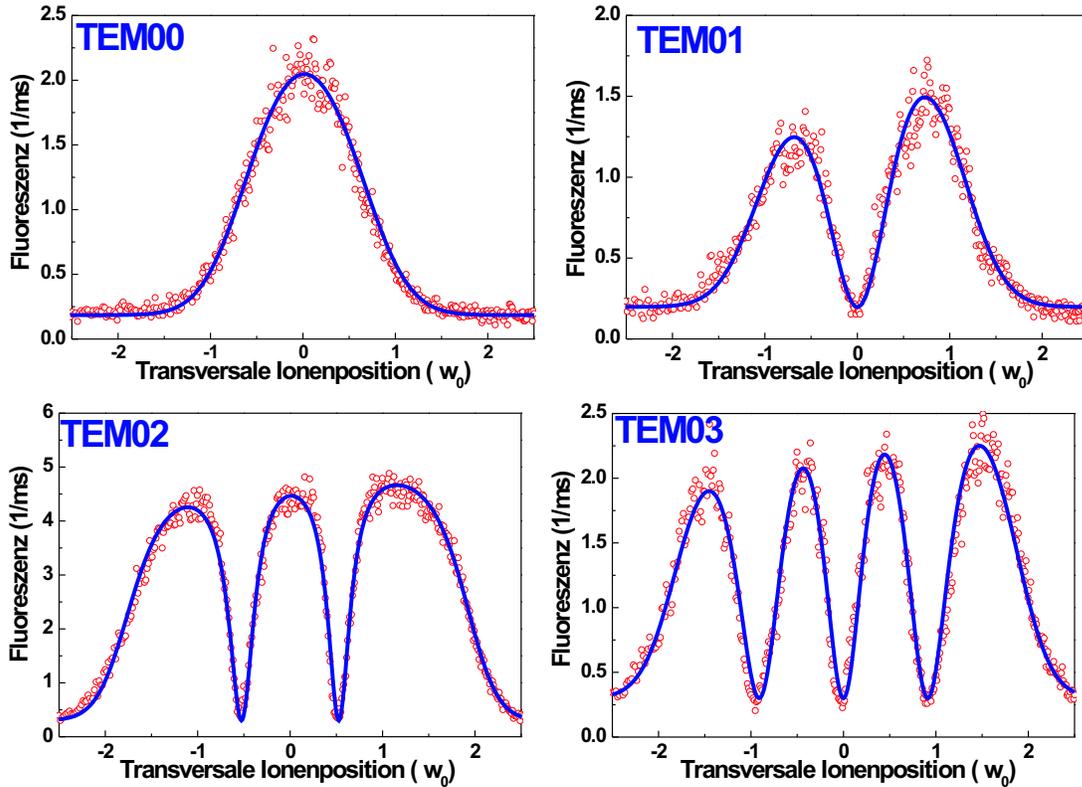


Abbildung 8.8: Gemessene transversale Intensitätsverteilung für TEM_{00} , TEM_{01} , TEM_{02} und TEM_{03} Moden.

timale Einkopplung des Lasers zu gewährleisten, wurde synchron zur Bewegung des Resonators der Laserstrahl parallel verschoben. Dazu wurde eine dicke Glasplatte in den Strahlengang des Lasers gebracht und mittels eines Piezokipptischs verkippt, was zu einer Parallelverschiebung des Laserstrahls führte. Die so gemessene zweidimensionale transversale Intensitätsverteilung ist in Abb. 8.9 sowohl für die TEM_{00} -Mode als auch für die TEM_{01} -Mode dargestellt.

Um die Lokalisierung des Ions relativ zur Lage des Resonators zu testen, benötigt man sehr viel kleinere Strukturen als die transversale Intensitätsverteilung der Moden. Hierzu bietet sich die longitudinale Verteilung an, die sich, wie Gleichung (8.27) zeigt, auf einer Längenskala von $\lambda/2$ ändert. Dies ist der Grund, warum für diese Messung der $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang herangezogen wurde. Die Wellenlänge von 397 nm erlaubt eine weit präzisere Bestimmung der Lokalisierung des Ions im Resonator als der für Resonator-QED-Experimente prädestinierte $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang mit einer Wellenlänge von 866 nm. Zur Messung der longitudinalen Intensitätsverteilung wurde der Resonator mittels des Piezotischs entlang seiner Achse verschoben, während die Lage des Ions in der Falle konstant blieb. Die Messung der Fluoreszenz ist in Abb. 8.10 dargestellt. Man erkennt deutlich die Stehwellenverteilung mit einem reduzierten Kontrast. Aus der Sichtbarkeit der

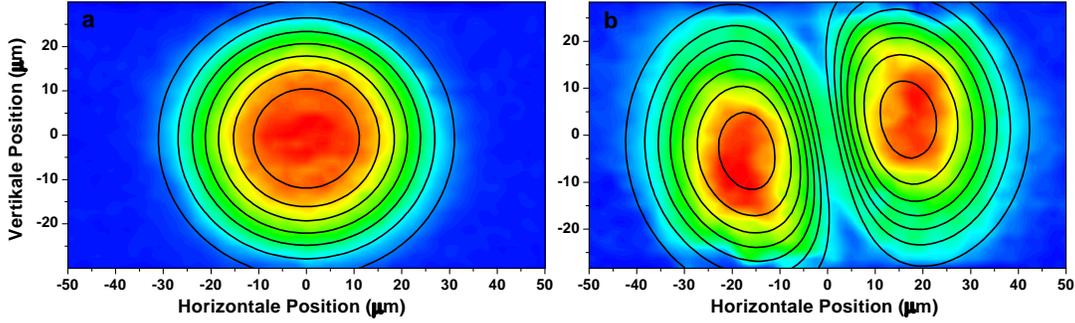


Abbildung 8.9: Gemessene 2-dimensionale Intensitätsverteilung für TEM_{00} und TEM_{01} Moden.

Stehwellenverteilung lässt sich die Ausdehnung des Wellenpakets des Ions in der Falle bestimmen. Der gemessene Kontrast von 40 % entspricht einer mittleren Unsicherheit der Ionenposition von 42 nm und ist somit weit kleiner als die Wellenlänge des Übergangs. Zusammen mit der Schwingungsfrequenz des Ions in der Falle entlang der Resonatorachse lässt sich aus der Ausdehnung des Wellenpakets die Temperatur des Ions bestimmen. Für 42 nm erhält man eine Iontemperatur von ca. $600 \mu\text{K}$. Diese Temperatur ist nur wenig grösser als das Dopplerkühllimit des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs.

8.2.1 Einfluss der Intensität auf die Fluoreszenzverteilung

Die bisher vorgestellten Messungen wurden vorwiegend bei geringer Intensität des Resonatorfeldes durchgeführt. Um dies zu gewährleisten wurde die aktive Stabilisierung der Resonatorlänge während der Messung ausgeschaltet. In diesem Abschnitt soll der Einfluss von Effekten hoher Intensitäten auf die Fluoreszenz des Ions behandelt werden. Geht man zu höheren Lichtleistungen in der Mode über, so kann die Fluoreszenzverteilung nicht mehr durch Gleichung (8.27) beschrieben werden. Die UV-Fluoreszenz I_{Λ}^{UV} des Ions ist in diesem Fall durch Gleichung 4.4 gegeben, d.h.:

$$I_{\Lambda}^{\text{UV}} = \Gamma_{\text{UV}} \cdot \rho_{P_{1/2}}(\Omega^{\text{Laser}}, \Omega_{n,m}^{\text{Mode}}). \quad (8.29)$$

Darin sind Ω^{Laser} und $\Omega_{n,m}^{\text{Mode}}$ die Rabi-Frequenzen des Lasers beziehungsweise die Rabi-Frequenz des Lichtfelds in der Mode, während Γ_{UV} die Zerfallsrate des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs und $\rho_{P_{1/2}}(\Omega^{\text{Laser}}, \Omega_{n,m}^{\text{Mode}})$ die von den Rabi-Frequenzen abhängige Besetzung des $P_{1/2}$ -Niveaus ist. Diese Rabi-Frequenzen wiederum sind sowohl von den Lichtleistungen als auch der Position des Ions bezüglich der Mode beziehungsweise des Lasers abhängig. Die Rabi-Frequenz des Modenfelds der Ordnung (n,m) ist gegeben durch:

$$\Omega(\vec{r})_{n,m}^{\text{Mode}} = \Omega_0^{\text{Mode}} H_n \left(\sqrt{2} \frac{x}{w_0} \right) H_m \left(\sqrt{2} \frac{y}{w_0} \right) e^{-\frac{x^2+y^2}{w_0^2}} \cos \left(\frac{z}{|k|} \right). \quad (8.30)$$

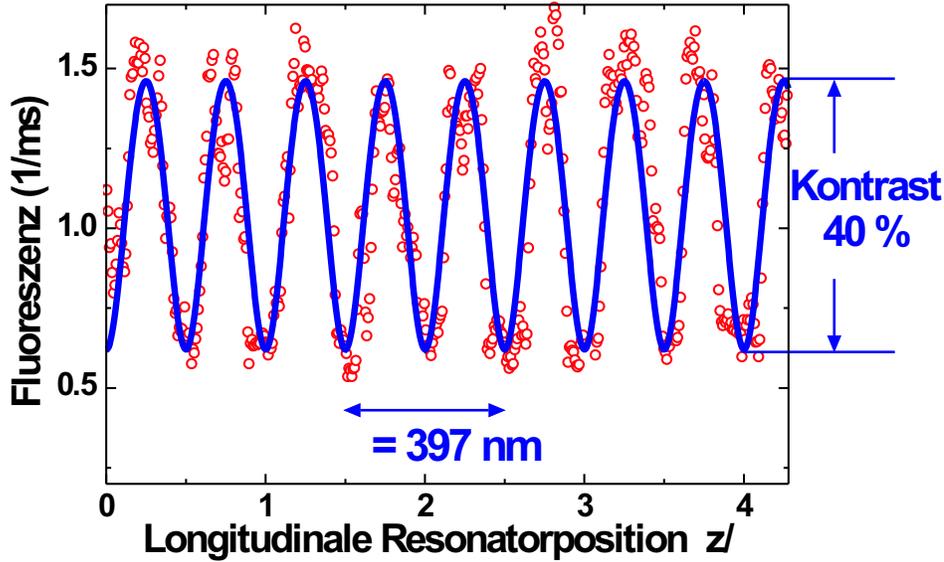


Abbildung 8.10: Longitudinale Intensitätsverteilung einer TEM_{00} -Mode. Der reduzierte Kontrast kommt durch die thermische Bewegung des Ions im Fallenpotenzial zustande.

Die Rabi-Frequenz des Lasers Ω^{Laser} ist hingegen in der Strahltaile gegeben durch:

$$\Omega(\vec{r})^{\text{Laser}} = \Omega_0^{\text{Laser}} \cdot e^{-\left[\left(\frac{x-x_0}{w_{\text{Laser}} \sin(\vartheta_x)}\right)^2 + \left(\frac{y-y_0}{w_{\text{Laser}} \sin(\vartheta_y)}\right)^2\right]}. \quad (8.31)$$

Darin ist x_0 und y_0 der Versatz der Strahltaile des Lasers bezüglich der Mitte der Resonatormode, ϑ_x und ϑ_y die Winkel des Lasers zur x-Achse der Mode in vertikaler und horizontaler Richtung und w_{Laser} die Strahltaile.

Vergleicht man den Verlauf der Fluoreszenz eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions mit dem eines Zwei-Niveau-Systems für zunehmende Intensitäten, so erkennt man große Unterschiede. Wie in Kapitel 4.1 gesehen tritt im Fall eines Λ -Systems keine Sättigung im Sinne eines Zwei-Niveau-System auf. Für kleine Intensitäten nimmt zunächst die Fluoreszenzrate monoton zu, erreicht für höhere Intensitäten jedoch ein Maximum und verringert sich für steigende Intensitäten wieder.

Dies führt zu starken Abweichungen der Fluoreszenzverteilung im Vergleich zur Intensitätsverteilung der Mode. In Abb. 8.11 ist die Fluoreszenzverteilung einer TEM_{00} - und einer TEM_{01} -Mode des Resonators für verschiedene Leistungen in der Mode dargestellt. In diesem Fall wurde ein Resonator auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions mit einer Finesse von 10000 verwendet. Der Resonator wurde mit Hilfe eines zum $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang resonanten Lasers aktiv längenstabilisiert. Die Stabilisierungsmethode entspricht dem in Kapitel 2.6 vorgestellten Verfahren. Betrachtet man zunächst die Fluoreszenzverteilung der TEM_{00} -Mode für verschiedenen Leistungen, so geht diese von einer typischen gaußförmigen Verteilung in eine Struktur mit zwei Maxima über (Abb. 8.11.a). In

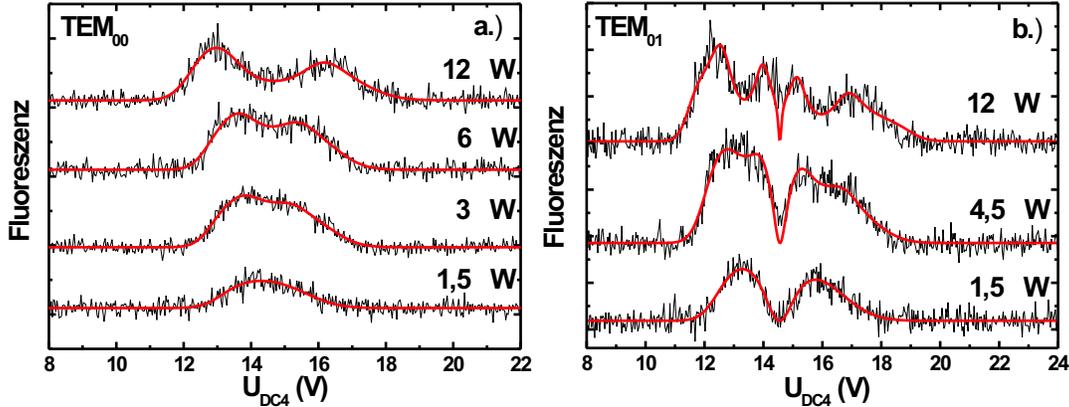


Abbildung 8.11: Transversale Fluoreszenzverteilung einer TEM_{00} und einer TEM_{01} -Mode für unterschiedliche Lichtleistungen in der Mode.

Abb. 8.12 sind die bei der Messung der Modenstruktur der TEM_{00} und TEM_{01} -Moden durchlaufenen Fluoreszenzkurven für hohe Lichtleistungen dargestellt. Der Verlauf der Intensität während der Messung ist durch Pfeile gekennzeichnet. Im Falle hoher Leistungen in der Mode steigt an den Flanken der Mode die Fluoreszenz zunächst monoton mit der Intensität an. Nach Erreichen einer maximalen Fluoreszenz sinkt diese jedoch mit wachsender Intensität wieder. Dies führt zu dem Minimum der Fluoreszenz im Maximum der Intensitätsverteilung der TEM_{00} -Mode in Abb. 8.11.a für Lichtleistungen größer als $3 \mu W$. Die Asymmetrie zwischen linker und rechter Hälfte der in Abb. 8.11 dargestellten Fluoreszenzverteilungen resultiert daraus, dass die Intensität des UV-Lasers auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang im Bereich der Resonatormode nicht konstant ist sondern nach Gl. (8.31) variiert. Dies führt zu einer Änderung der UV-Intensität während der Verschiebung des Ions durch die Resonatormode. Trotz einer ca. 5 mal größeren Taille des UV-Laserstrahls im Vergleich zur Mode kommt es dadurch zu einer deutlichen Asymmetrie der Struktur.

Im Fall einer TEM_{01} -Mode geht die Fluoreszenzverteilung von der charakteristischen Struktur mit zwei Maxima für kleine Intensitäten in eine Struktur mit vier Maxima und einem scharfen Einbruch in der Mitte der Mode über (siehe Abb. 8.11). Das Auftreten dieser Struktur ist analog zu der der TEM_{00} -Mode für hohe Intensitäten (siehe Abb. 8.12.b). Der scharfe Einbruch kommt dadurch zustande, dass das Minimum in der Intensitätsverteilung der TEM_{01} -Mode durch den starken Fluoreszenzanstieg für kleine Intensitäten zusammengeschoben wird. Eine Messung der Fluoreszenzverteilung einer TEM_{01} -Mode für hohe Lichtleistungen im Resonator ist in Abb. 8.13 dargestellt wobei hier ein Resonator auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang verwendet wurde. Der theoretische Verlauf ergibt sich aus Gl. (8.30) und Gl. (8.31) und ist ebenfalls in Abb. 8.13 gezeigt. Die Struktur der TEM_{01} -Mode eignet sich aufgrund des scharfen Einbruchs hervorragend zur Positionierung des Ions in der Mode in transversaler Richtung. Während

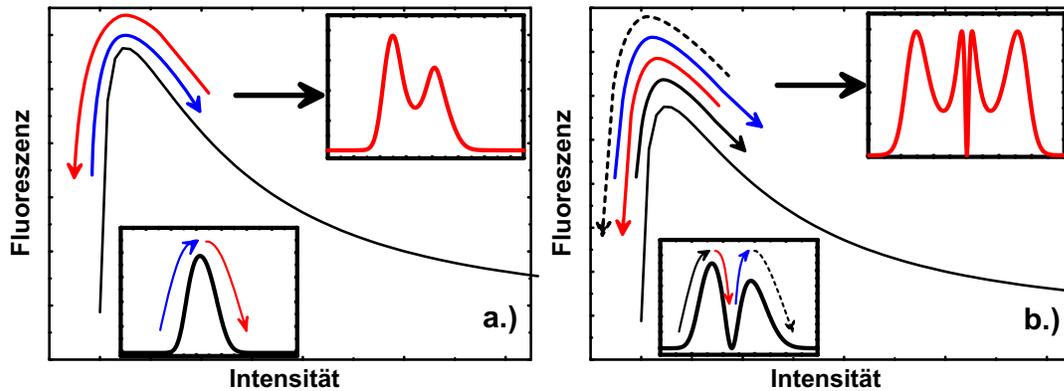


Abbildung 8.12: Durch die nicht-monotone Intensitätsabhängigkeit der Fluoreszenz ergeben sich im Fall hoher Intensität bei Durchqueren der Mode starke Abweichungen zwischen der Fluoreszenzverteilung und der Intensitätsverteilung. Der Weg des Ions durch die Mode ist durch die Pfeile gekennzeichnet. a.) TEM_{00} b.) TEM_{01}

aus der Fluoreszenzverteilung der TEM_{01} -Mode für kleine Leistungen die Mitte der Modenstruktur nur bis auf ca. $3,5 \mu\text{m}$ bestimmt werden kann, ist dies für die in Abb. 8.13 dargestellte Messung bei hoher Leistung mit einer Genauigkeit von ca. $0,4 \mu\text{m}$ möglich.

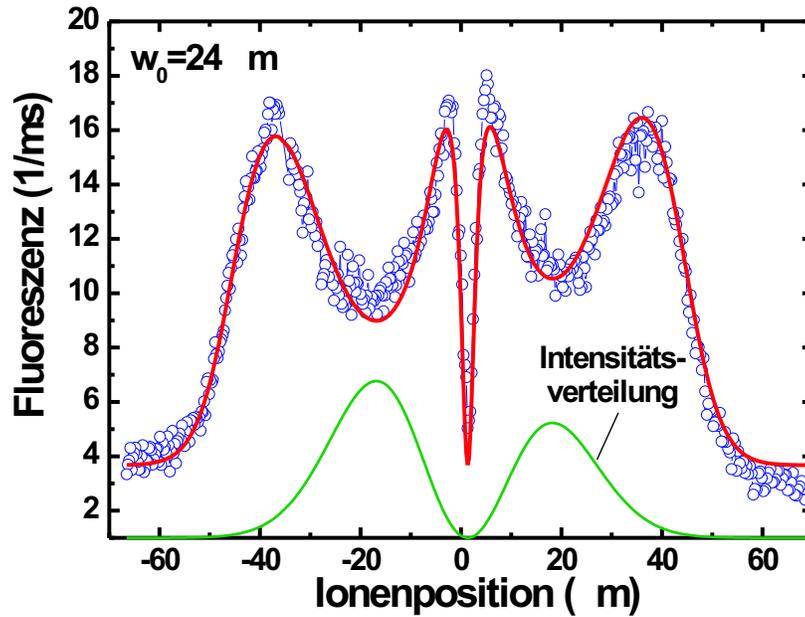
8.2.2 Kopplung zweier Ionen an eine Resonatormode

Für bestimmte Anwendungen ist es nötig, mehrere Ionen simultan an einen Resonator zu koppeln (siehe Kapitel 10.1). Auch in diesem Fall muss die Kopplung der Ionen deterministisch erfolgen. Um Mikrobewegung zu vermeiden, müssen die Ionen entlang der Fallachse in einem Kristall angeordnet werden (siehe Kapitel 1.2.2). Der kristalline Zustand, in dem die Ionen feste Gleichgewichtspositionen einnehmen ist nötig, um eine konstante Kopplung zu erzielen. Zur deterministischen Kopplung mehrerer Ionen an eine Mode muss sowohl der Abstand als auch die Position der Ionen relativ zur Mode bestimmt werden. Während der Ionenabstand über die Schwingungsfrequenz eines einzelnen Ions bestimmt wird (vergleiche Abb. 1.9), kann die Ionenposition relativ zur Mode über das oben beschriebene Verfahren gemessen werden. Der Ionenabstand lässt sich aus der Abstoßung der Ionen aufgrund ihrer gleichnamigen Ladung und dem axialen Einschluss berechnen. Für den Ionenabstand in einem Zwei-Ionen-Kristall erhält man:

$$d = \sqrt[3]{\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m\omega_z}}. \quad (8.32)$$

Darin ist ω_z die axiale Schwingungsfrequenz eines einzelnen Ions im Fallenpotential.

Abbildung 8.13:
 Transversale
 Fluoreszenz-
 verteilung einer
 TEM_{01} -Mode
 für hohe
 Lichtleistungen
 in der
 Resonatormode.



Zur Bestimmung der Ionenposition wird die Fluoreszenz des gesamten Kristalls gemessen während dieser durch die Resonatormode geschoben wird. In Abb. 8.14 ist eine Simulation der Messung einer Fluoreszenzverteilung eines solchen Zwei-Ionen-Kristalls in einer auf den $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang abgestimmte TEM_{01} -Mode zu sehen, wobei kleine Intensitäten angenommen wurde. Der Ionenabstand ist hierbei $24 \mu\text{m}$ und entspricht damit dem typischen Ionenabstand im Experiment. Dadurch, dass der Ionenabstand klein im Vergleich zur Modentaille ist, kann aus dieser Messung lediglich die Position des Ionenkristalls bestimmt werden. Die Bestimmung des Ionenabstands aus dieser Messung ist nur sehr ungenau möglich. Zudem ist der Ionenabstand nicht über den gesamten Messbereich konstant, sondern ändert sich während der Verschiebung des Kristalls. Dies kann anhand Abb. 1.9 in Kapitel 1.3.1 gesehen werden. Dort ist die Schwingungsfrequenz eines einzelnen Ions für asymmetrische axiale Einschlüsse dargestellt. Über Gleichung (8.32) lässt sich daraus der Abstand berechnen. Zur Verbesserung der Genauigkeit dieser Messung bietet es sich auch hier an, das in Kapitel 8.2.1 beschriebene Verfahren der Messung der Fluoreszenz bei hoher Lichtleistung zu verwenden. In Abb. 8.15 ist eine Messung der Fluoreszenzverteilung eines Zwei-Ionen-Kristalls in einer TEM_{01} Mode zu sehen. Man erkennt hier zwei scharfe Einbrüche in der Fluoreszenz, die genau dann auftreten, wenn eines der Ionen im Minimum der Mode ist. Aus diesen charakteristischen Einbrüchen kann sowohl der Ionenabstand, als auch die exakte Lage des Ionenkristalls bezüglich der Mode bestimmt werden. Man hat damit ein alternatives Verfahren zur Bestimmung des Ionenabstands. Der aus der Messung der Fluoreszenzverteilung der TEM_{01} -Mode gewonnene Abstand von $24 \mu\text{m}$ stimmt hervorragend mit dem aus den axialen Schwingungsfrequenzen berechneten Abstand überein.

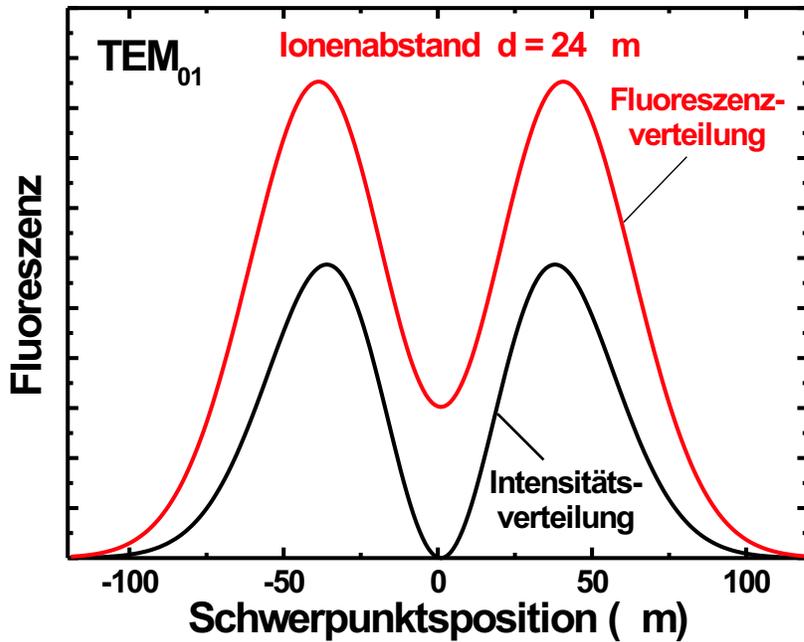


Abbildung 8.14: Fluoreszenzverteilung eines Zwei-Ionen-Kristalls und eines einzelnen Ions in einer TEM_{01} Mode. Der Ionenabstand des Kristalls beträgt $24 \mu\text{m}$.

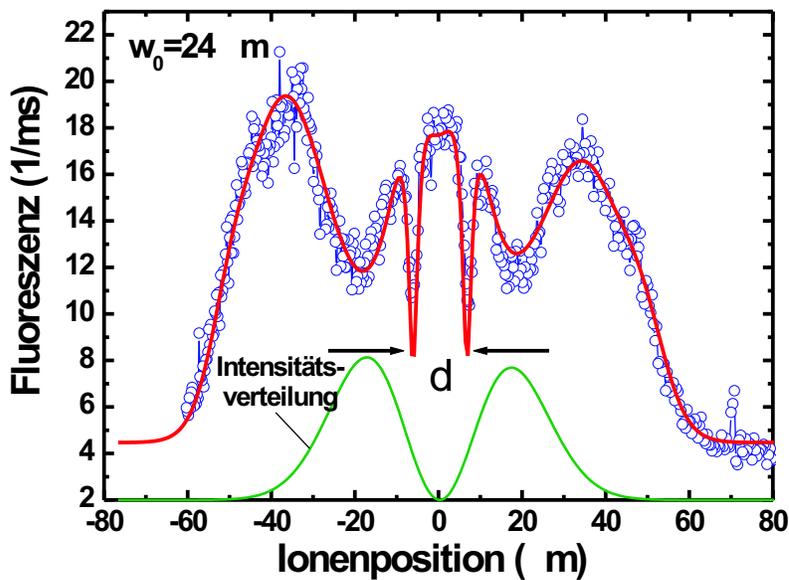


Abbildung 8.15: Transversale Fluoreszenzverteilung einer TEM_{01} -Mode für hohe Lichtleistungen in der Resonatormode gemessen mit einem Zwei-Ionen-Kristall. Die durchgezogene Linie folgt aus einer Modellrechnung des Systems.

8.3 Stimulierte Emission in eine Resonatormode

Koppelt man ein angeregtes Teilchen an einen Resonator so tritt zu der spontanen Emission des Teilchens ein weiterer Prozess hinzu, durch den das Teilchen seine Anregungsenergie abgeben kann. Dieser besteht aus einer stimulierten Emission eines Photons in die Resonatormode und dem anschließenden Zerfall der Resonatoranregung. Betrachtet man das Teilchen und den Resonator im Grenzfall schwacher Kopplung, sind also die spontanen Zerfallsraten des Systems größer als die Kopplung zwischen Teilchen und Resonator, so ist die Rate dieses Prozesses gegeben durch [51]:

$$\Gamma_{\text{Res}} = \frac{|g|^2}{\kappa} \frac{1}{1 + 2 \left(\frac{\Delta_{\text{Res}}}{\kappa} \right)^2}, \quad (8.33)$$

mit der Kopplung g , der Zerfallsrate des Resonators κ und der Verstimmung Δ_{Res} des Resonators bezüglich des Übergangs. Durch den spontanen Zerfall der Resonatoranregung kann diese Rate durch einen Detektor hinter einem der Resonatorspiegel gemessen werden. Für die gemessene Photonenrate R gilt dann:

$$R = \rho_{P_{1/2}} \cdot \Gamma_{\text{Res}} \eta. \quad (8.34)$$

Darin ist $\rho_{P_{1/2}}$ die Besetzung des oberen Niveaus des Teilchens und η die Nachweiseffizienz. Bei gegebenen Resonatorparametern ist die Rate somit nur von der Besetzung des angeregten Zustands abhängig. Zur unabhängigen Bestimmung von $\rho_{P_{1/2}}$ steht in diesem Experiment die Fluoreszenz des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang zur Verfügung. Sie ist gegeben durch:

$$R_{UV} = \rho_{P_{1/2}} \cdot \Gamma_{UV} \eta_{UV}. \quad (8.35)$$

Darin ist Γ_{UV} die Zerfallsrate des $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergangs und η_{UV} die Nachweiseffizienz der Fluoreszenz. Um daraus die Rate der stimulierten Emission zu erhalten, ist das Verhältnis beider gemessener Raten zu bestimmen. Es gilt:

$$\frac{R}{R_{UV}} = \frac{\Gamma_{\text{Res}}}{\Gamma_{UV}} \frac{\eta}{\eta_{UV}}. \quad (8.36)$$

Aus dem Verhältnis der gemessenen Raten erhält man bei bekannter Detektions-effizienz und Emissionsrate direkt die Kopplung des Ions an die Resonatormode berechnet werden.

In Abb. 8.16 ist die Emission in die TEM_{00} des Resonators auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang zusammen mit der Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang für verschiedene Resonatorverstimmungen dargestellt. Der experimentelle Aufbau entspricht dabei dem in Kapitel 2.6 beschriebenen. Der Resonator hat eine Linienbreite von 2,4 MHz bei einer Länge von 8 mm. Dabei wurde ein Spiegel mit einer

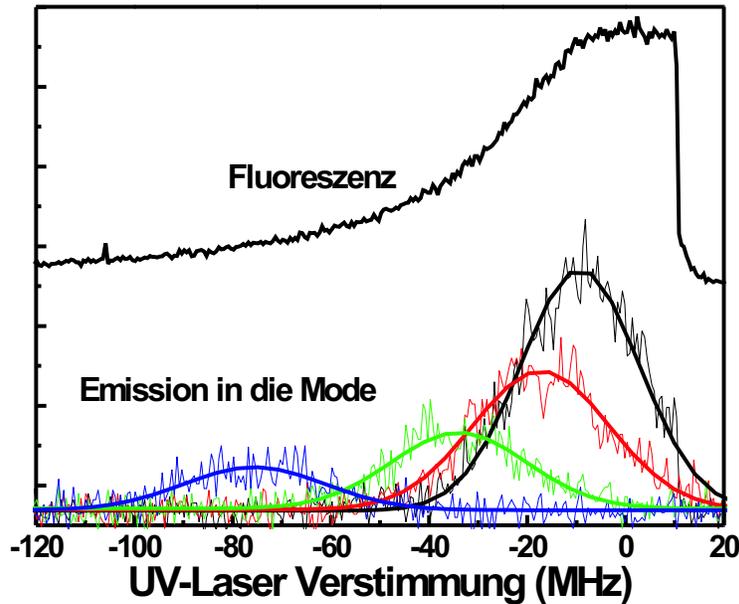


Abbildung 8.16:
Emission eines $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in die TEM_{00} -Mode eines Resonators und die Ionenfluoreszenz für unterschiedliche Resonatorverstimmungen.

Transmission von 5 ppm verwendet, während der zweite Resonatorspiegel mit einer Transmission von 600 ppm den Ausgang des Resonators bildet. Dadurch wird eine Emissionswahrscheinlichkeit von 97 % in Richtung des Resonatorausgangs erreicht. Zur Erzeugung der Besetzung im $P_{1/2}$ -Niveau wurden Laser sowohl auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - (UV-Laser) als auch auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (IR-Laser) kontinuierlich eingestrahlt. Die Verstimmung des Lasers auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang wurde dabei variiert und die Emission der Resonatormode und die Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang simultan gemessen. Man erkennt deutlich das Auftreten von Emissionsmaxima wenn die Raman-Bedingung zwischen UV-Laser und Resonator erfüllt ist. Zudem nimmt mit der Verstimmung des Resonators die Emissionsrate der Mode ab. Wie in Gl. (8.34) gezeigt, ist dies auf die Abnahme der Niveaubesetzung durch die Verstimmung des UV-Lasers zurückzuführen. Die Emissionsrate zeigt daher dieselbe funktionale Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung wie die Fluoreszenzrate.

Betrachtet man zudem die Abhängigkeit der Emissionsrate von den Leistungen beider Laser so erhält man auch hier, übereinstimmend mit Gl. (8.34) dieselbe funktionale Abhängigkeit wie bei der Fluoreszenz des Ions. In Abb. 8.17 ist die Emission in die TEM_{00} für verschiedenen UV- und IR-Laserleistungen dargestellt. Vergleicht man diese Messungen mit den Messungen der Fluoreszenz in Kapitel 4.1.1 so erkennt man die gleiche Struktur der Daten.

Betrachtet man die in Abb. 8.16 dargestellte Messungen so ergibt sich daraus das Verhältnis $\frac{R}{R_{\text{UV}}} = 0,047$. Zusammen mit den Nachweiseffizienzen $\eta = 4,6\%$ und $\eta_{\text{UV}} = 0,08\%$ ergibt sich daraus $\frac{\Gamma_{\text{Res}}}{\Gamma_{\text{UV}}} = 0,00084$. Zusammen mit der Zerfallsrate $\Gamma_{\text{UV}} = 22 \cdot 2\pi$ MHz erhält man daraus für die Rate der stimulierten Emission $\Gamma_{\text{Res}} = 17 \cdot 2\pi$ kHz. Vergleicht man diesen Wert mit dem aus Gl. (8.33) berechneten

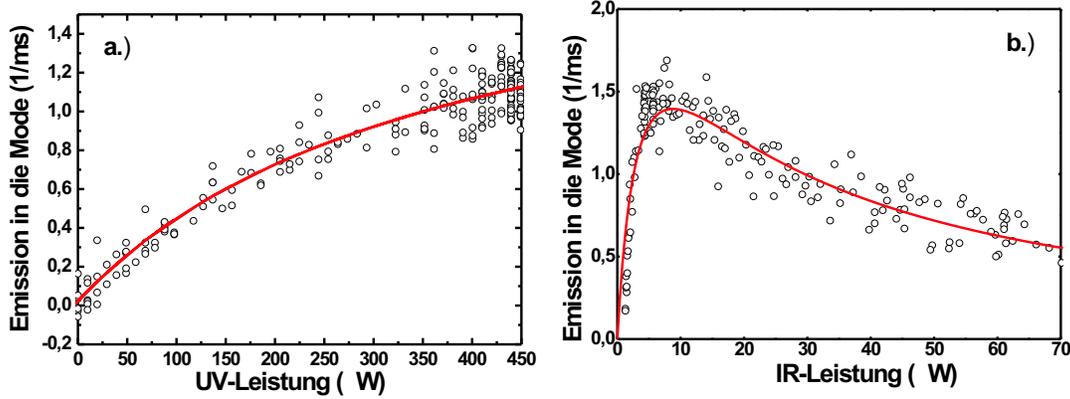


Abbildung 8.17: Emission in die TEM₀₀-Mode für verschiedene Leistungen a.) des UV-Lasers und b.) des IR-Lasers.

von $\Gamma_{\text{Res}}^{\text{Theorie}} = 30 \cdot 2\pi$ kHz so ist dieser Wert grösser als der gemessene. Dies ist auf restliche Bewegung des Ions im Fallenpotenzial zurückzuführen. Dadurch wird die Kopplung g ausgeschmiert. Berechnet man aus der gemessenen Emissionsrate die Kopplung, so erhält man $g_{\text{eff}} = 0,69 \cdot 2\pi$ MHz.

Betrachtet man den Fall das N Teilchen an den Resonator koppeln, so führt dies zu einer resonanten Emissionsrate von:

$$R_N = \sum_{i=1}^N \rho_{P_{1/2}}^i \frac{2|g_i|^2}{\kappa}, \quad (8.37)$$

mit der Kopplung g_i und der Besetzung $\rho_{P_{1/2}}^i$ des Teilchens i . Aufgrund der unterschiedlichen Positionen sind die Kopplungen an den Resonator für jedes Teilchen verschieden. Diese Gleichung gilt im stationären Fall, wenn die Teilchen eine feste, zeitunabhängige Kopplung besitzen. Dies ist insbesondere für Ionen im kristallinen Zustand erfüllt. Betrachtet man nun eine Ionenwolke, so ändert sich die Kopplung aufgrund der ungeordneten thermischen Bewegung der Teilchen ständig. In diesem Fall kann eine mittlere Dichte $\rho(\vec{r})$ der Teilchen eingeführt werden. Zusammen mit der mittlere Niveau-Besetzung $\bar{\rho}_{P_{1/2}}$ erhält man zusammen mit Gleichung 8.10 für die mittlere Emissionsrate:

$$\bar{R} = \int \bar{\rho}_{P_{1/2}} \frac{\omega\mu^2}{\kappa\hbar\epsilon_0 V_{\text{Mode}}} |u(\vec{r})|^2 \rho(\vec{r}) d\vec{r}. \quad (8.38)$$

Dieser Ausdruck vereinfacht sich jedoch stark unter der Annahme, dass die Teilchendichte $\rho(\vec{r})$ im Modenvolumen konstant ist. Mit $\rho(\vec{r}) = \rho$ zusammen mit Gleichung (8.11) führt dies zu einer mittleren Emissionsrate von \bar{R} :

$$\bar{R} = \bar{\rho}_{P_{1/2}} \frac{\omega\mu^2}{\kappa\hbar\epsilon_0} \rho. \quad (8.39)$$

Diese Gleichung ist jedoch nur gültig, wenn durch die thermische Bewegung die Dynamik der stimulierten Emission nicht gestört wird. Diese Bedingung führt zu:

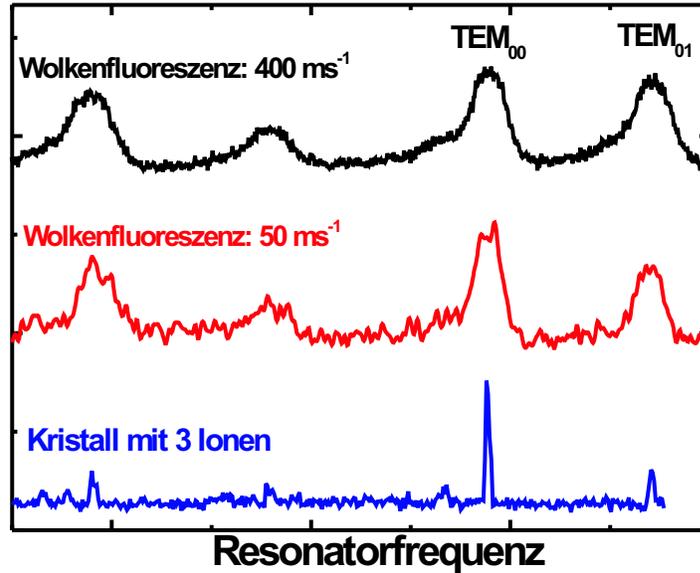
$$\frac{1}{g} < \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{k_B T}{m}}}, \quad (8.40)$$

mit der Wellenlänge des Übergangs λ der Temperatur T und der Teilchenmasse m . Die Periode des Energieaustauschs zwischen Ion und Resonator muss klein sein im Vergleich zur Verweildauer der Teilchen in der Mode. Besonders interessant an diesem Ergebnis ist, dass die Emissionsrate nicht vom Modenvolumen und damit nicht von der Ordnung der Resonatormode abhängt. Das ist darauf zurückzuführen, dass die Verringerung der Resonatorkopplung mit steigendem Modenvolumen durch die steigende Teilchenzahl in der Mode kompensiert wird. Dies ist insbesondere auch dann der Fall, wenn die Teilchendichte nur in transversaler Richtung der Mode annähernd konstant ist, nicht jedoch in longitudinaler Richtung. Dann wird Gleichung (8.39) durch einen Faktor modifiziert, der den effektiven Bruchteil des Modenvolumens charakterisiert, der mit Teilchen besetzt ist.

Um diesen Effekt zu messen wurde die Emission von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen für verschiedene Wolkengrößen und für einen Drei-Ionenkristall gemessen. Dabei wurde die Resonatorfrequenz mittels eines Piezoaktors variiert und die Emission und simultan die Fluoreszenz auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang gemessen. Zur Bestimmung der Ordnung der Mode wurde die Transmission eines Lasers bei der $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangswellenlänge für verschiedenen Resonatorfrequenzen gemessen und mit der Emissionsmessung verglichen. Dadurch konnte jeder Emissionsresonanz eine Mode zugeordnet werden. Um Effekte der Niveaubesetzung auf die Ergebnisse zu eliminieren, wurde die Emission auf die gemessene Fluoreszenz der Wolke normiert. In Abb. 8.18 ist eine solche Messung dargestellt. Dabei wird die Größe der Ionenwolke durch deren Fluoreszenz charakterisiert. Man erkennt deutlich, dass die Emissionsraten sehr großer Wolken für die TEM_{00} -Mode und TEM_{01} -Mode annähernd gleich sind. In diesem Fall ist die Bedingung für Gl. (8.39) recht gut erfüllt.

Die höheren Moden besitzen eine geringere gemessene Emissionsrate. Dies ist auf die Abnahme der Detektionseffizienz für höhere Moden durch die kleine Blende des Messaufbaus zurückzuführen. Für eine kleinere Wolke ist jedoch die Bedingung der konstanten Dichte im Modenvolumen nicht mehr erfüllt. So ist das Verhältnis der Emissionsraten zwischen der TEM_{00} und der TEM_{01} für eine Ionenwolke mit einer Fluoreszenzrate von 400 ms^{-1} 1,1, während dieses Verhältnis für eine kleine Wolke mit einer Fluoreszenzrate von 50 ms^{-1} 1,5 ist. Dies ist für einen Drei-Ionenkristall am ausgeprägtesten. Zur Beschreibung der Emission muss hier Gl. (8.37) herangezogen werden. Aus dem Verhältnis der Emissionsmaxima kann die relative Kopplungsstärke beider Moden berechnet werden. Im Falle eines Kristalls muss jedoch, im Gegensatz zur Wolke die räumliche Ver-

Abbildung 8.18:
Emission von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in verschiedenen Moden für unterschiedliche Anzahl an Ionen.



teilung der Kopplungsstärke berücksichtigt werden. Während bei einer TEM_{00} -Mode die Kopplung des mittleren Ions eines Drei-Ionenkristalls am größten ist, koppelt dieses Ion überhaupt nicht an eine TEM_{01} -Mode. Durch die Nullstelle der Kopplung einer TEM_{01} -Mode gilt im transversalen Zentrum der Mode $g = 0$. Vergleicht man die relative Kopplung zwischen der TEM_{00} und der TEM_{01} -Mode eines Drei-Ionenkristalls von 3,3 für einen Ionenabstand von $20 \mu\text{m}$, so stimmt dieser Wert gut mit dem gemessenen Wert von 3,4 überein. Der dabei angenommene Abstand der Ionen stimmt mit dem aus dem axialen Einschuss bestimmten Wert überein (siehe Kapitel 8.2.2).

Die unterschiedlichen Breiten der Emissionsresonanzen für verschiedene Wolkengrößen kommen durch Dopplerverbreiterung zustande. Durch RF-Heizung steigt die Temperatur der Ionenwolke mit zunehmender Größe, was zu einer Verbreiterung der Übergänge aufgrund des Dopplereffektes führt. Im Drei-Ionenkristall tritt dieser Effekt nicht auf. Daher ist die Resonanzbreite im Falle eines Kristalls weit kleiner als bei einer Wolke.

Zur Untersuchung der Stabilität der experimentellen Parameter wurde die stimulierte Emission eines Zwei-Ionenkristalls in die Resonatormode über einen Zeitraum von 55 min gemessen. Diese Messung ist in Abb. 8.19 dargestellt. Man erkennt an dieser Messung deutlich die Stabilität des Systems. Bis auf den Ausfall der Stabilisierung des IR-Lasers bei $t = 12 \text{ min}$, was zu einer langsamen Reduktion der Zählrate führte, ist die Emissionsrate über die gesamte Messzeit konstant. Die in Abb. 8.19 auftretenden Unterbrechungen in der Emission dienen zur Messung des Untergrunds. Dabei wurde der UV-Laser für eine kurze Zeit geblockt, um die Emission in die Mode zu stoppen. Auf diese Weise wurde der Beitrag des Streulichts zur Zählrate bestimmt. Um sicherzustellen, dass keine Änderung des Streulichts auftritt wurde diese Messung mehrmals durch-

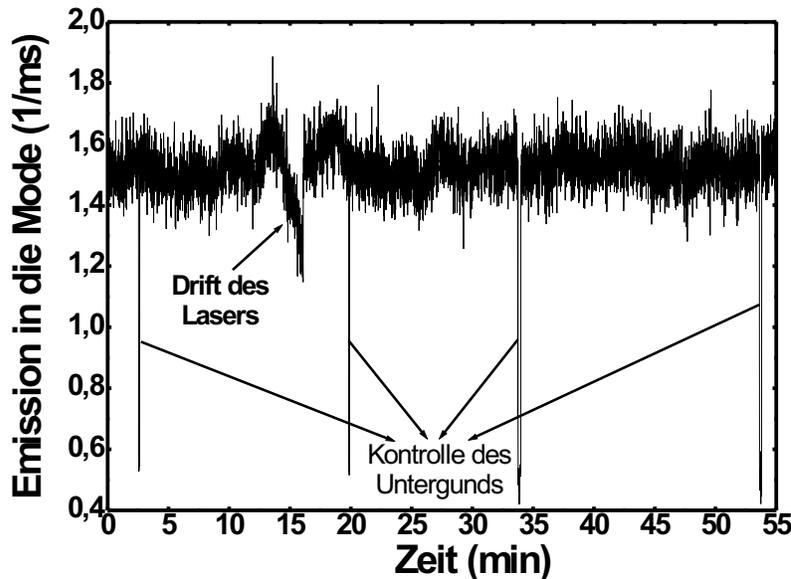


Abbildung 8.19:
Emission eines
Zwei-
Ionenkristalls in
die
 TEM_{00} -Mode
eines optischen
Resonators über
einen längeren
Zeitraum

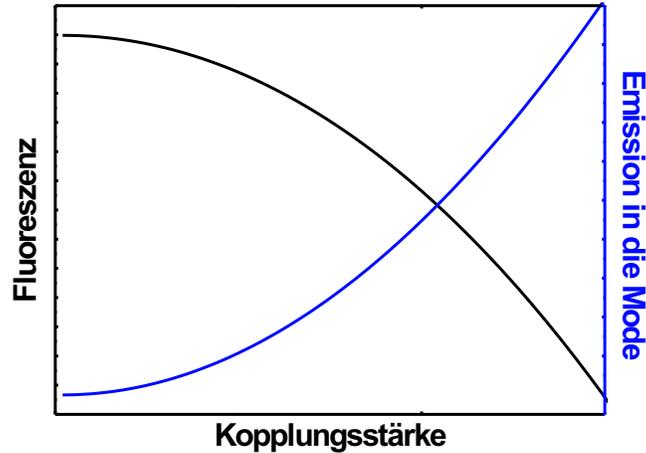
geführt. Damit wurde demonstriert, dass mit diesem System Resonator-QED-Experimente über einen langen Zeitraum unter gleich bleibenden Bedingungen durchgeführt werden können. Insbesondere konnte dadurch ausgeschlossen werden, dass Änderungen der Modenposition relativ zur Ionenposition auftreten. Eine solche Änderung würde zu einer Drift des Emissionssignals führen.

8.4 Purcell-Effekt

Im Kapitel 8.3 wurde der Einfluss der Besetzung des $P_{1/2}$ -Niveaus auf die stimulierte Emission des Ions in eine Resonatormode im Detail untersucht. Dabei wurde jedoch nicht berücksichtigt, dass der Resonator Einfluss auf das Emissionsverhalten des Ions hat. Durch die Resonatorspiegel kommt es zu einer Modifikation der Modendichte des Vakuums im Resonator. Ist der Resonator auf den Ionen-Übergang abgestimmt so kann dieses stimuliert in die resonante Mode emittieren. Außerhalb der Resonanz, wird dieser Zerfallskanal des Systems unterdrückt. Dadurch stehen dem Ion weniger Zerfallsmöglichkeiten zur Verfügung, was zu einer Erhöhung der Lebensdauer des betroffenen Zustands führt. Dieser Effekt wurde 1948 von E.M. Purcell erstmals vorhergesagt [52].

Aufgrund der kleinen Lebensdauer des $P_{1/2}$ -Niveaus von ca. 7 ns bietet es sich hier an, die Änderung der Lebensdauer nicht direkt zu messen, sondern die Änderung der Gleichgewichtsbesetzung bei konstanten Laserparametern. Betrachtet man Gl. (4.4) so ist die Fluoreszenzrate des Ions auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang lediglich von der Besetzung des $P_{1/2}$ -Niveaus und der Zerfallsrate auf diesem Übergang abhängig. Da der optische Resonator keinen direkten Einfluss auf den $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang besitzt, kann diese Fluoreszenz zur Messung der Besetzung

Abbildung 8.20:
Abhängigkeit der
Fluoreszenz als auch der
stimulierten Emission in den
Resonator von der
Kopplungsstärke g .



des $P_{1/2}$ -Niveaus herangezogen werden. Misst man die stimulierte Emission in eine Resonatormode, so ist diese Emissionsrate durch Gl. (8.34) gegeben. In diesem Fall ist die Rate nicht nur von der Besetzung des $P_{1/2}$ -Niveaus abhängig, sondern zudem von der Kopplung des Ions an den Resonator. Somit steht mit der Fluoreszenz des Ions auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang ein Werkzeug zur Messung der Niveaubesetzung und mit der stimulierten Emission in die Mode ein Werkzeug zur Messung der Kopplung zwischen Resonator und Ion zur Verfügung. Da die Wechselwirkung mit dem Resonator nicht von der Polarisation des Lichts abhängt, kann zur Beschreibung das in Kapitel 4.1 eingeführte Drei-Niveausystem herangezogen werden. Da die Kopplung g des Ions an den Resonator kleiner ist als dessen Zerfallsrate kann hier die Reabsorption des Photons durch des Ion vernachlässigt werden. Daher kann die Niveaubesetzung in Resonanz aus Gl. (4.5) abgeleitet werden indem man die Zerfallsrate des $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergangs durch $\Gamma_{\text{IR}} + \frac{g^2}{\kappa}$ ersetzt. In Abb. 8.20 ist sowohl die berechnete Fluoreszenz als auch die stimulierte Emission in den Resonator über der Kopplung des Ions an den Resonator dargestellt. Während die Fluoreszenz mit zunehmender Kopplung abnimmt, steigt die stimulierte Emission an. Dies führt dazu, dass im Falle einer modulierten Kopplung die Modulation der Fluoreszenz und der stimulierten Emission exakt gegenphasig sind. Genau dieses gegenphasige Verhalten kann dazu herangezogen werden, die Variation der Lebensdauer des $P_{1/2}$ -Niveaus mit der Änderung der Kopplung zu messen.

In diesem Experiment kann die Kopplung g , wie bereit in Kapitel 8.2 gezeigt, mit großer Präzision variiert werden. Zur Messung des Purcell-Effekts wurde das Ion kontinuierlich mit Lasern auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang angeregt, um eine Gleichgewichtsbesetzung des $P_{1/2}$ -Niveau zu erzeugen. Um Einflüsse der Laserparameter auf die Messung auszuschließen, wurde die Position des Ions in der Falle fixiert. Dadurch wird sichergestellt, dass die Rabifrequenzen beider Laser konstant bleiben, was bei einer Verschiebung des Ions nicht mehr gewährleistet ist (siehe Kapitel 8.2.1). Zur Variation der Kopplung wurde nun

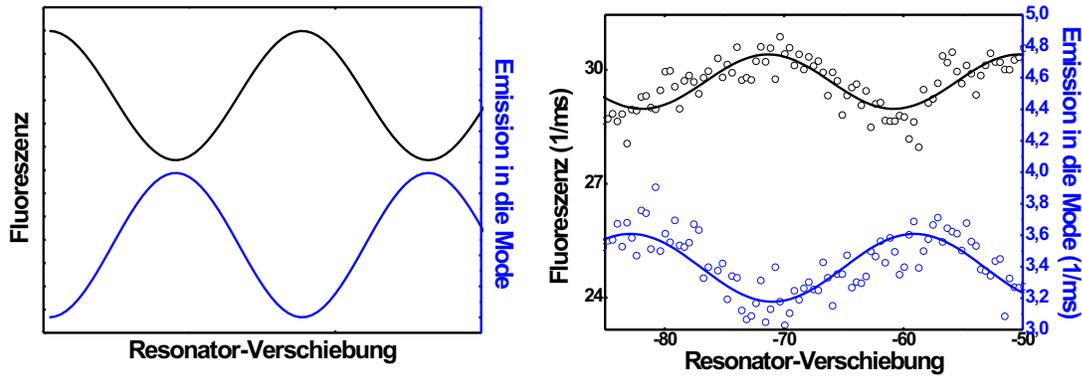


Abbildung 8.21: Simulierte und gemessene Fluoreszenz und Emission in den Resonator für unterschiedliche Resonatorverschiebungen.

der längenstabilisierte Resonator entlang seiner Achse verschoben. Da für die Kopplung entlang der Resonatorachse $g(z) = g_0 \cos(z\vec{k}_z)$ gilt (siehe Gl. (8.25)), führt die Resonatorverschiebung zu einer sinusförmigen Modulation der Kopplung. In Abb. 8.21 ist sowohl eine Simulation der Fluoreszenz und der stimulierten Emission in den Resonator als auch eine Messung für unterschiedliche Resonatorpositionen dargestellt. Man erkennt deutlich das gegenphasige Verhalten der Fluoreszenz gegenüber der Emission in den Resonator. Aufgrund der in Richtung Resonatorachse vorhandenen Mikrobewegung ist der gemessene Kontrast der stimulierten Emission nicht perfekt.

Kapitel 9

Deterministische Erzeugung einzelner Photonen

Die Erzeugung einzelner Photonen spielt in vielen Gebieten der modernen Physik und insbesondere in der Quanteninformationsverarbeitung eine wichtige Rolle. Der nichtklassische Charakter einzelner Photonen macht sie zu einem interessanten Werkzeug zur Untersuchung fundamentaler quantentheoretischer Grundlagen [53, 54]. In der Quanteninformationsverarbeitung können einzelne Photonen als Qbits für einen Quantenrechner eingesetzt werden [55]. Da die Messung der Eigenschaften von Photonen prinzipiell nicht ohne eine irreversible Störung des Photonenzustands möglich ist sind einzelne Photonen prädestiniert um Informationen absolut abhörsicher auszutauschen [56, 57, 58]. All diese Anwendungen benötigen jedoch eine Einzel-Photonenquelle, die je nach Anwendung bestimmte Eigenschaften erfüllen muss. Generelle Anforderungen an eine solchen Quelle sind eine hohe Effizienz, eine hohe Repetitionsrate, eine sehr gute Unterdrückung von Mehr-Photonenemissionen und ein hohes Tastverhältnis der Pulse. Für manche Anwendungen sind auch die spektralen Eigenschaften der Ein-Photonenpulse wichtig. Hierbei ist es wünschenswert Fourier-limitierte Pulse mit einer bestimmten Pulsform zu erzeugen. Für die meisten Anwendungen jedoch ist es wichtig, dass die Quelle für einzelne Photonenpulse deterministisch ist, d.h. die Photonenpulse könne extern zu jeder beliebigen Zeit ausgelöst werden.

Um eine solche Quelle für Einzel-Photonenpulse zu bauen werden vielfältige Anstrengungen unternommen. Die dabei verwendeten Systeme reichen von PIN-Heterostrukturen von Halbleitern [59, 60], einzelnen Quantenpunkten [61, 62, 63, 64, 65] bis hin zu einzelnen Molekülen [66, 67] oder Farbzentren in Kristallen [68, 69]. Der Nachteil dieser Systeme sind entweder die geringen Effizienzen oder hohe spektrale Breite der Pulse. Im Gegensatz hierzu können Atome in einem optischen Resonator dazu herangezogen werden effizient Fourier-limitierte Einzel-Photonenpulse mit einer geringen spektralen Bandbreite zu erzeugen. Diese werden zudem in eine Hermit-Gauß-Mode des Resonators emittiert, was zu sehr hoher Strahlqualität der Emission führt. Erstmals wurde dieses System von Law

und Kimble vorgeschlagen [70] deren erste Implementierung 2000 M.Henrich et al. [71] gelang. Der Nachteil dieses Systems ist jedoch eine geringe Repetitionsrate des Systems, da Atome, die in einer magnetooptischen Falle (MOT) gekühlt wurden, durch den Resonator fallen gelassen werden. Dabei können ca. 7 Photonen je Atom im Resonator erzeugt werden. Nach jedem Atom muss jedoch die MOT neu geladen werden um weitere Photonen zu erzeugen. Zudem ist eine Kontrolle der atomaren Trajektorien durch den Resonator nicht möglich, was zu einer Streuung der Effizienz von Atom zu Atom führt. Da jedoch die Ankunftszeit der Atome im Resonator statistisch verteilt ist, kann die Quelle nicht zu jeder beliebigen Zeit ausgelöst werden. Diese Nachteile wurde 2004 von McKeever et al. [72] teilweise verbessert, indem die Atome im Resonator mittels einer Dipolfalle gespeichert wurden.

In dem hier vorgestellten Experiment werden die Vorteile der Erzeugung von Einzel-Photonenpulsen durch Atom-Resonator-Systeme und durch Festkörpersysteme vereinigt. Dabei ist eine langzeitstabile Kontrolle der Wechselwirkung zwischen Ion und Resonatormode, wie sie in Kapitel 8.3 bereits demonstriert wurde, möglich. Durch die Parameter des Pumpimpulses können dabei die spektralen Eigenschaften nahezu beliebig beeinflusst werden.

9.1 Simulation der Pulserzeugung

9.1.1 Effizienz

Betrachtet man ein $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion, das an einen optischen Resonator auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang gekoppelt ist, so besteht dieses System aus den 8 Niveaus des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions und zwei Resonatormoden. Die beiden Resonatormoden kommen durch die Entartung der orthogonalen Polarisation der Moden zustande. Diese Moden konkurrieren bei der Wechselwirkung zwischen Ion und Resonator, was zu einer Reduktion der Kopplung führt. Da die Summe der Clebsch-Gordan-Koeffizienten für die verschiedenen Polarisationen gleich sind, kann jede Resonatorpolarisation zur Beschreibung des Systems selektiv herangezogen werden. Das heißt das Verhalten des Systems für eine σ_+ -Polarisation der Mode ist identisch mit dem für eine π - oder σ_- -Polarisation. Dadurch kann dieses System näherungsweise durch ein an eine Resonatormode gekoppeltes Drei-Niveau-System beschrieben werden. Während die effektive Rabi-Frequenz des Pumpimpulses von dessen Polarisation im System des Teilchens abhängt (siehe Kapitel 4.3), gilt für die effektive Kopplung g_{eff} :

$$g_{\text{eff}} = \frac{g_0}{\sqrt{3}}. \quad (9.1)$$

In Abb. 9.1 ist das Schema dieses Drei-Niveausystems dargestellt. Das System wird auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang über einen Laserpuls der Länge T mit der

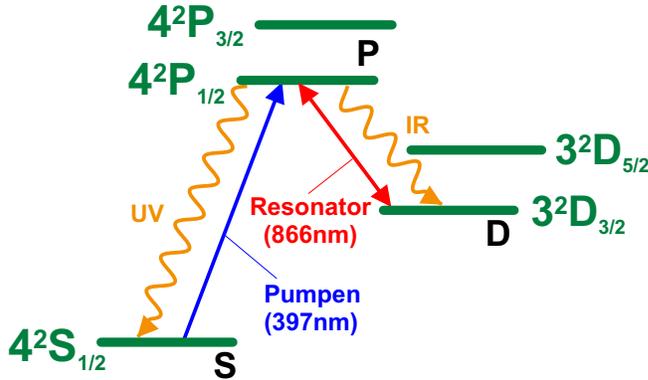


Abbildung 9.1: Effektives Drei-Niveausystem eines an eine Resonatormode gekoppelten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions.

Rabifrequenz

$$\Omega(t) = \Omega_0 \cdot \exp\left(-\frac{(t-t_0)^2}{2T^2}\right) \quad (9.2)$$

gepumpt, während der optische Resonator an den $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang gekoppelt ist. Der Hamiltonoperator dieses Systems lautet:

$$H = \hbar\Delta a^\dagger a + \hbar\delta |S_{1/2}\rangle\langle S_{1/2}| + \hbar\Omega(t)(|P_{1/2}\rangle\langle S_{1/2}| + |S_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}|) + \hbar g(|P_{1/2}\rangle\langle D_{3/2}|a + a^\dagger|D_{3/2}\rangle\langle P_{1/2}|) \quad (9.3)$$

Darin ist δ die Verstimmung des Lasers relativ zur Resonanz des $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergangs während Δ die Verstimmung des Resonators gegenüber dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang beschreibt. Um die spontanen Zerfälle des Ions auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergang (Γ_{UV}) und dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang (Γ_{IR}) wie auch des Resonators (κ) in die Beschreibung einzubeziehen, muss die Mastergleichung des Systems herangezogen werden. Für dieses System lautet sie:

$$\begin{aligned} \frac{\rho(t)}{dt} = & -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \kappa(2a\rho a^\dagger - a^\dagger a\rho - \rho a^\dagger a) \\ & + \frac{\Gamma_{\text{UV}}}{2} (2|S_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho |P_{1/2}\rangle\langle S_{1/2}| - |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho - \rho |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}|) \\ & + \frac{\Gamma_{\text{IR}}}{2} (2|D_{3/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho |P_{1/2}\rangle\langle D_{3/2}| - |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho - \rho |P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}|) \end{aligned} \quad (9.4)$$

Aus der Lösung $\rho(t)$ dieser Gleichung lässt sich der zeitliche Verlauf des Einzel-Photonenpulses $P(t)$ über

$$P(t) = 2\kappa_t \text{Spur}\{a^\dagger a \rho(t)\} \quad (9.5)$$

berechnen. Dabei ist κ_t die Resonator-Zerfallsrate aufgrund der Spiegeltransmission des Ausgangsspiegels. Da die endliche Transmission der Spiegel dazu verwendet wird, das Photon aus dem Resonator auszukoppeln, muss der Resonatorzerfall

differenzierter betrachtet werden. Die Verluste des Resonators setzen sich aus den Absorptionsverlusten der Spiegel und deren Transmission zusammen. Es gilt:

$$\kappa = \kappa_{abs} + \kappa_{t1} + \kappa_{t2} \quad (9.6)$$

Darin ist κ_{abs} die Zerfallsrate aufgrund der Spiegelabsorption und κ_{t1} , κ_{t2} die Zerfallsraten aufgrund der Transmission der beiden Spiegel 1 und 2. Dabei dient nur die Transmission eines Spiegels zur Auskopplung des Photons, wohingegen die gesamte Absorption und die Transmission des anderen Spiegels zu Verlusten führen. Aus der Integration über das Pulsprofil erhält man aus Gl. (9.5) die Effizienz der Erzeugung eines Einzel-Photonenpulses zu:

$$\eta_{Pho} = 2\kappa_t \int_0^{\infty} \text{Spur}\{a^\dagger a \rho(t)\} dt, \quad (9.7)$$

wobei κ_t die Transmission des Auskoppelspiegel ist. In diesem System existieren zwei Verlustmechanismen, die zu einer Verringerung der Effizienz führen. Zum einen kann das Ion durch den Laserpuls ins $P_{1/2}$ -Niveau angeregt werden, von wo es durch spontanen Zerfall auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang in das $D_{3/2}$ -Niveau übergeht. Dabei wird kein Photon in den Resonator emittiert. Da das Ion in diesem Zustands nicht mehr durch den Pumpimpuls angeregt werden kann, ist eine Emission in die Mode ausgeschlossen. Die Wahrscheinlichkeit dieses Prozesses ist gegeben durch:

$$\eta_{fluo} = \Gamma_{IR} \int_0^{\infty} \text{Spur}\{|P_{1/2}\rangle\langle P_{1/2}| \rho(t)\} dt. \quad (9.8)$$

Der zweite Verlustmechanismus besteht darin, dass das Ion nicht durch den Pumpimpuls ins D-Niveau gepumpt wird, sondern im $S_{1/2}$ -Zustand verbleibt. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist:

$$\eta_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \text{Spur}\{|S_{1/2}\rangle\langle S_{1/2}| \rho(t)\}. \quad (9.9)$$

Ist nun das System im Grundzustand $|S_{1/2}\rangle$ präpariert, kann über einen Ramanprozess ein Photon des Pumpimpulses in den Resonator gestreut werden. Dieses Photon verlässt aufgrund der endlichen Transmission der Spiegel den Resonator. Eine Simulation eines solchen Ein-Photonenpulses ist zusammen mit den Niveaubesetzungen in Abb. 9.2 dargestellt. Darin ist sowohl der Pumpimpuls als auch der erzeugte Einzel-Photonenpuls gezeigt. Durch den Pumpimpuls wird die Population vom Grundzustand weitgehend ins $|D_{1/2}\rangle$ -Niveau gepumpt. Dabei wird abhängig von den Pumpparametern, auch das $|P_{1/2}\rangle$ -Niveau geringfügig angeregt.

Um den Einfluss der Zerfallsraten des $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergangs auf die Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung zu untersuchen, wurde diese in Abhängigkeit der UV-Zerfallsrate berechnet. Dabei wurde jeweils die Rabi-Frequenz des Pumpimpulses

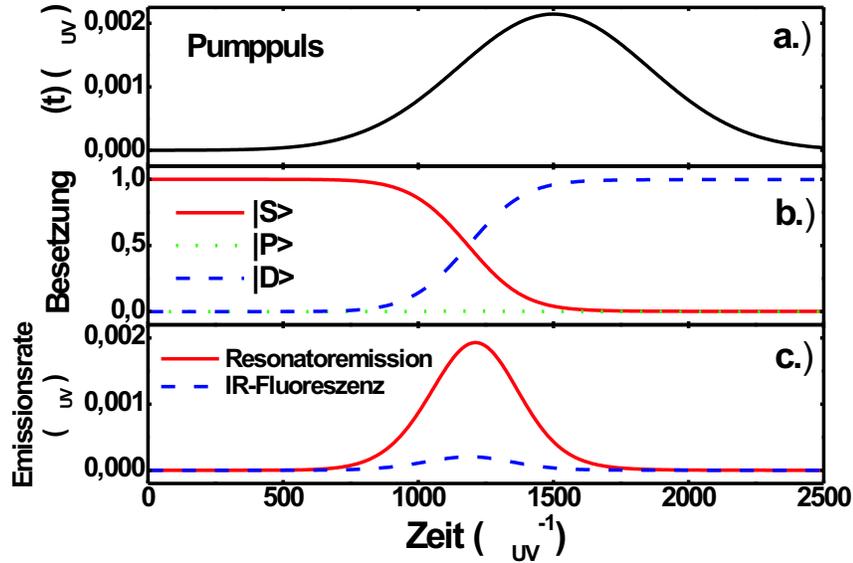
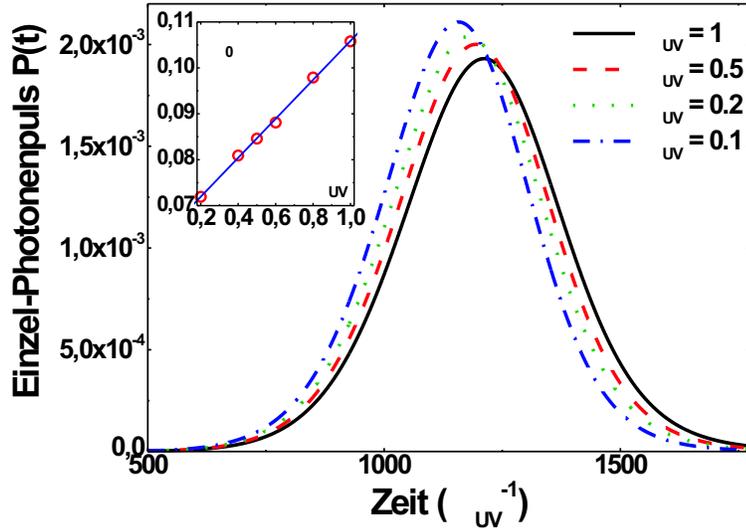


Abbildung 9.2: Erzeugung eines Einzel-Photonenpulses. a.) Pumppuls $\Omega(t)$; b.) Entwicklung der Niveaubesetzung; c.) Einzel-Photonenpuls und Fluoreszenz auf dem $P \rightarrow D$ -Übergang für die Parameter $\kappa = 0,02 \Gamma_{UV}$, $g = 0,1 \Gamma_{UV}$, $\Delta = \delta = -0,15 \Gamma_{UV}$ und $\Omega_0 = 0,11 \Gamma_{UV}$.

optimiert. Deutlich erkennbar ist, dass die Effizienz nur schwach von der Zerfallsrate abhängig ist (siehe Abb. 9.3). So nimmt die Höhe des Einzel-Photonenpulses lediglich um ca. 8 % ab, während sich die Zerfallsrate um den Faktor 10 ändert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass nach einem spontanen Zerfall des Ions zurück in den Grundzustand dieses für denselben Pumppuls wieder zur Erzeugung eines einzelnen Photons zur Verfügung steht. Mit zunehmender Zerfallsrate steigt während eines Pumppulses die Anzahl der spontanen Zerfälle in den Grundzustand, bevor ein Photon in den Resonator emittiert wird. Dies führt zu einer zeitlichen Verzögerung des Einzel-Photonenpulses mit zunehmender Zerfallsrate. Betrachtet man die Entwicklung der optimalen Pumpintensität, so erkennt man eine Zunahme für höhere Zerfallsraten. D.h. die Zerfallsrate kann durch eine Erhöhung der Pumpintensität ausgeglichen werden.

Im Experiment stehen zur Optimierung der Effizienz die Parameter des Pumpimpulses und die Parameter des Resonators zur Verfügung. Da sowohl der Krümmungsradius als auch die Reflektivität der Spiegel durch technische Grenzen limitiert sind, kann sowohl die Kopplung g als auch der Resonatorzerfall κ vor allem durch die Resonatorlänge variiert werden. Wie jedoch in Kapitel 7 gezeigt, sind der Resonatorlänge Grenzen gesetzt. Betrachtet man zunächst den Pumpimpuls, so wird dieser durch drei Parameter bestimmt. Zum einen wird über die Pulsamplitude Ω_0 und die Verstimmung Δ des Pumpimpulses die verallgemeinerte Rabi-Frequenz bestimmt, zum anderen ist auch die Länge des Pulses zur

Abbildung 9.3:
Form des Einzel-
Photonenpulses und
optimierte
Pumpintensität
für verschiedene
Zerfallsraten für
 $\kappa = 0,02 \Gamma_{UV}$,
 $g = 0,1 \Gamma_{UV}$,
 $\Delta = \delta = -0,15 \Gamma_{UV}$.



Beschreibung des Systems relevant. Bei der Erzeugung eines einzelnen Photons handelt es sich um einen Ramanprozess. Somit muss für eine effiziente Ramanstreuung die Bedingung $\Delta = \delta$ erfüllt werden. Daher wurde diese Bedingung für die weiteren Simulationen verwendet. In Abb. 9.4 ist die Effizienz der Einzel-Photonenquelle in Abhängigkeit der Parameter Ω_0 und $\Delta = \delta$ des Pumpulses für eine Resonatorlänge von 1 mm dargestellt. Die Zerfallsrate des Resonators ist dabei $\kappa = 0,11 \Gamma_{UV}$ bei einer Pulslänge von $T = 500 \Gamma_{UV}^{-1}$. Betrachtet man die Effizienz als Funktion der Pumpuls-Amplitude, so erkennt man, dass diese zunächst stark ansteigt, nach Erreichen eines Maximums jedoch wieder abfällt. Für kleine Intensitäten verbleibt zunächst ein Teil der Population im Grundzustand, d.h. der Puls ist zu schwach um das Ion effizient anzuregen, was zu einem großen η_0 führt und somit η_{Pho} reduziert. Für sehr hohe Intensitäten jedoch führt der starke Pumpuls wiederum zu einer AC-Stark-Aufspaltung des $P_{1/2}$ -Niveaus, was zu einer effektiven Verstimmung des Resonators relativ zur Raman-Bedingung ($\Delta = \delta$) führt. Dadurch wird die Effizienz der Raman-Streuung verringert. Betrachtet man die Abhängigkeit der Effizienz von der Verstimmung, so nimmt diese mit zunehmender Verstimmung ab. Während nahe an der Resonanz des Übergangs die spontane Emission auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang der dominierende Verlustprozess ist, verbleibt mit zunehmender Verstimmung immer mehr Population im Grundzustand. Dies kommt dadurch zustande, dass sich die Raman-Kopplung $g_{Raman} = \Omega g / \Delta$ verkleinert. Somit wird der Pumpuls zu kurz, um die Population des Grundzustands effektiv, unter Emission eines Photons in den Resonator, ins $D_{3/2}$ -Niveau zu pumpen, was zu einer Reduktion der Effizienz führt. Die Verringerung der Kopplung durch die Verstimmung kann jedoch teilweise über die Pumpintensität kompensiert werden. In Abb. 9.4 ist deutlich zu erkennen, dass für jede Verstimmung eine Pumpintensität existiert, bei der die Effizienz maximal ist. Diese maximale Effizienz ist nur schwach von der Verstim-

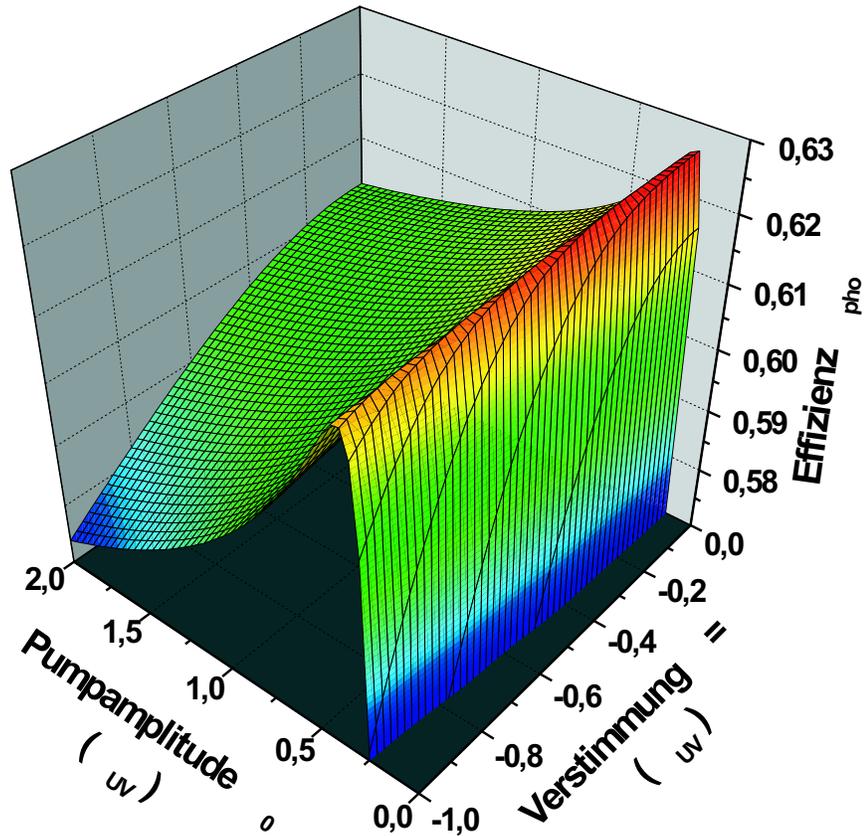
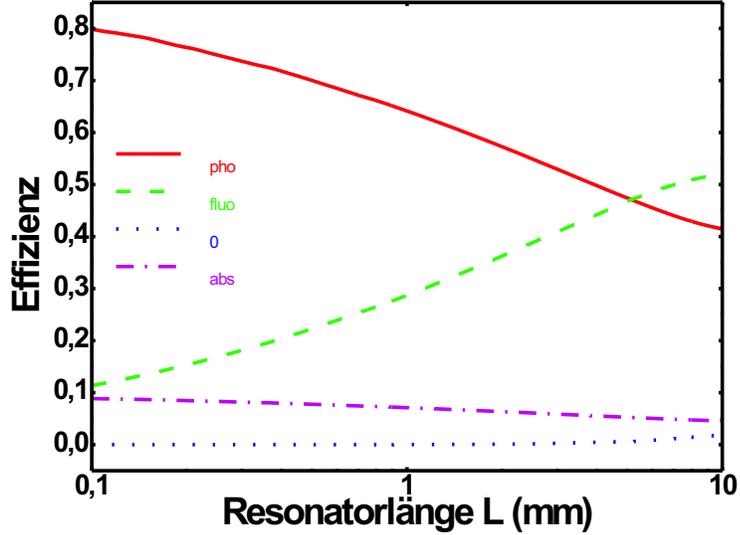


Abbildung 9.4: Abhängigkeit der Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung von der Pumpintensität und der Verstimmung.

mung des Resonators abhängig.

Betrachtet man die Eigenschaften des optische Resonators, so erkennt man, dass bei gegebenen Spiegelparametern (Absorption, Transmission und Krümmungsradius) sowohl die Kopplung g als auch die Zerfallsrate des Resonatorfeldes κ nur von der Länge des Resonators abhängig ist (siehe Kapitel 8.1), so dass die beiden Parameter nicht unabhängig voneinander variiert werden können. Deshalb wurde die Effizienz der Einzel-Photonenemission in Abhängigkeit der Resonatorlänge berechnet, wobei das gesamte 8-Niveausystem des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in die Simulation einbezogen wurde. In Abb. 9.5 ist diese Abhängigkeit für eine Pulslänge von $T = 2500 \Gamma_{uv}^{-1}$ und optimierter Pumpintensität zusammen mit den Verlusten dargestellt. Mit zunehmender Länge des Resonators steigen die Verluste durch die spontane Emission auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang. Dadurch sinkt die Effizienz für längere Resonatoren. Bei dem hier verwendeten Raman-Schema ist, für optimale Pumpintensitäten und Resonatorlängen >1 mm, diese spontane Emission der hauptsächliche Verlustmechanismus. Dabei konkurriert die spontane Zerfallsrate mit der Raman-Kopplung. Da die Kopplung g mit zuneh-

Abbildung 9.5:
Effizienz und
Verluste der Einzel-
Photonenerzeugung
in Abhängigkeit der
Resonatorlänge.



mender Länge kleiner wird, muss diese durch eine Erhöhung der Pumpintensität kompensiert werden. Für längere Resonatoren tritt dadurch jedoch eine Autler-Townes-Aufspaltung des $P_{1/2}$ -Niveaus auf, was wiederum zu einer Reduktion der Effizienz führt. Somit sinkt diese mit zunehmender Resonatorlänge. Betrachtet man die Verluste durch die Absorption der Spiegel, so wie durch den Verbleib des Ions im Grundzustand, so ändern sich diese nur unwesentlich mit der Resonatorlänge.

Der letzte Parameter zur Optimierung der Effizienz der Einzel-Photonenemission ist die Länge des Pumpimpulses. Bei der Pumpimpulslänge existieren zwei Grenzfälle. Zum einen sinkt die Effizienz für sehr kurze Pulse auf null ab, zum anderen steigt sie, wie in Abb. 9.6 dargestellt, mit zunehmender Länge bis auf einen Grenzwert an. Betrachtet man zunächst sehr kurze Pulse, so reicht in diesem Fall die Raman-Kopplung nicht aus, um innerhalb des Pumpimpulses das Ion in das $D_{3/2}$ -Niveau zu überführen. Aufgrund der Autler-Townes-Aufspaltung durch den Pump laser kann die effektive Raman-Kopplung nicht stark genug erhöht werden, um die kürzere Pulslänge zu kompensieren. Im Falle sehr langer Pulse steigt die Effizienz aufgrund der adiabatischen Eliminierung des $P_{1/2}$ -Niveaus. Betrachtet man die Eigenzustände des Resonator-Ion-Systems im Drei-Niveau Modell, so erhält man aus Gl. (9.3) folgende Eigenzustände:

$$|a_0\rangle = \cos \Theta |S_{1/2}, 0\rangle - \sin \Theta |D_{3/2}, 1\rangle \quad (9.10)$$

$$|a_-\rangle = \sin \Phi \cos \Theta |S_{1/2}, 0\rangle - \sin \Phi |P_{1/2}, 0\rangle + \cos \Phi \cos \Theta |D_{3/2}, 1\rangle \quad (9.11)$$

$$|a_+\rangle = \sin \Phi \sin \Theta |S_{1/2}, 0\rangle - \cos \Phi |P_{1/2}, 0\rangle + \sin \Phi \cos \Theta |D_{3/2}, 1\rangle \quad (9.12)$$

mit den Winkeln

$$\tan \Theta = \frac{\Omega(t)}{2g} \quad \tan \Phi = \frac{\sqrt{4g^2 + \Omega(t)^2}}{\sqrt{4g^2 + \Omega(t)^2 + \Delta^2}}. \quad (9.13)$$

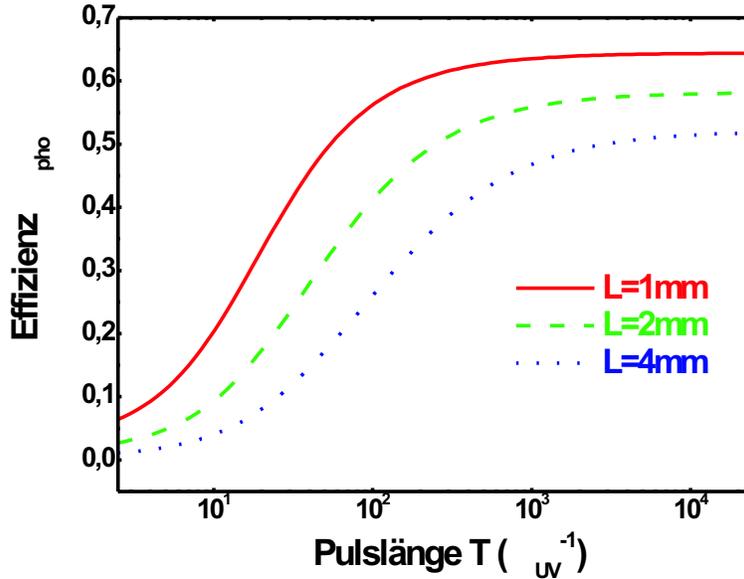


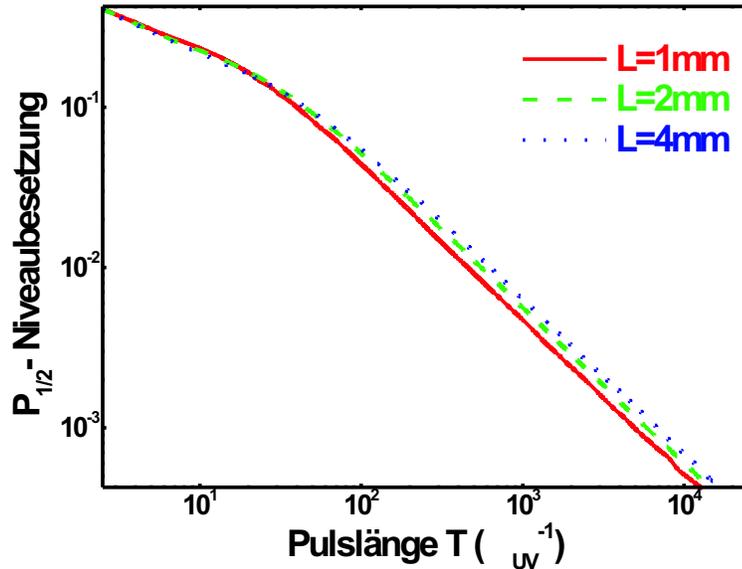
Abbildung 9.6:
Abhängigkeit der
Effizienz von der
Länge des
Pumpulses.

Dabei ist $|A, n\rangle$ der Zustand des Systems, mit dem Niveau A des Ions und dem Fock-Zustand n des Resonators. Ist vor dem Pumpuls das Ion im Grundzustand und der Resonator enthält kein Photon, so ist aufgrund von $\Omega(t) = 0$ und $g \neq 0$ das System im Eigenzustand $|a_0\rangle$ präpariert. Wird nun die Pumpleistung langsam genug verändert, so verbleibt das System in diesem Zustand. Dabei ist die Bedingung für eine adiabatische Änderung gegeben durch:

$$g \cdot T \gg 1 \quad \text{und} \quad \Omega_0 \cdot T \gg 1. \quad (9.14)$$

Während des Pumpulses ändert sich der Winkel Θ von 0 auf $\approx \frac{\pi}{2}$ für $\Omega(t) \gg g$. Somit geht das Ion vom Zustand $|S_{1/2}, 0\rangle$ in den Zustand $|D_{3/2}, 1\rangle$ über. Durch den Zerfall des Resonatorfeldes wird verhindert, dass bei Abklingen des Pulses das Photon aus dem Resonator reabsorbiert wird, und das Ion dadurch in den Grundzustand zurückkehrt. Dies würde dem umgekehrten Prozess der Photonen-erzeugung entsprechen. Der Resonatorzerfall führt jedoch auch dazu, dass die Effizienz der adiabatischen Erzeugung des Einzel-Photonenpulses reduziert ist. Durch den Zerfall wird der adiabatische Übergang unterbrochen. Betrachtet man Abb. 9.7 sieht man das die Bedingung (9.14) für längere Pulse immer besser erfüllt wird. So sinkt die Besetzung des $|P_{1/2}, 0\rangle$ -Niveaus mit zunehmender Pulslänge. Je nach Anwendung ist jedoch nicht die Effizienz der Photonen-erzeugung sondern vielmehr die Einzel-Photonenrate von Interesse. Wie bereits gezeigt, steigt die Effizienz mit zunehmender Pulslänge. Um jedoch eine hohe Emissionsrate des Resonators zu erreichen, müssen pro Zeiteinheit möglichst viele Photonen erzeugt werden. Daher ist eine hohe Repetitionsrate der Pumpulse nötig, was jedoch wiederum zu kürzeren Pumpulsen führt. Somit konkurrieren diese beiden Faktoren. Nimmt man nun an, dass die minimale Zeit für einen Zyklus der Einzel-Photonenerzeugung ca. 3 mal der Pumpulslänge T entspricht, so kann

Abbildung 9.7:
Maximale
Besetzung des
P-Niveaus für
verschiedene
Resonatorlängen in
Abhängigkeit von
der Pulslänge.



daraus die optimale Repetitionsrate des Zyklus errechnet werden. Dabei besteht ein Zyklus aus der Präparation des Ions im Grundzustand durch Einstrahlen eines Rückpumpasers auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang und einem Pumpimpuls. Der Rückpumpvorgang benötigt maximal 200 ns. Berechnet man nun daraus die Emissionsrate des Systems, so erhält man ein Maximum, dessen Repetitionsrate von der Resonatorlänge abhängig ist. Dies ist in Abb. 9.8 dargestellt. Im Maximum der Emissionsrate wird die Verringerung der Effizienz durch häufigeres Pumpen kompensiert. Die Lage des Optimums verschiebt sich für kürzere Resonatorlängen zu kleineren Repetitionsraten. Dies ist konsistent mit der in Abb. 9.5 dargestellten Abhängigkeit der Effizienz von der Länge des Pumpimpulses für verschiedene Resonatorlängen.

9.1.2 Spektrale Eigenschaften

Abgesehen von der Effizienz der Einzel-Photonenquelle sind deren spektrale Eigenschaften von großem Interesse. Damit zwei Photonen ununterscheidbar sind, müssen die Spektren Fourier-limitiert sein. Sind inhomogene Prozesse bei der Erzeugung der Photonen beteiligt, so emittiert die Quelle Photonen mit einem inhomogen verbreiterten Spektrum. In diesem Fall besitzt jedes Photon ein homogenes oder Fourier-limitiertes Spektrum, dessen Parameter sich jedoch von Photon zu Photon ändern. Dadurch können die Photonen von Puls zu Puls unterschieden werden, z.B. durch spektrales Filtern.

Um die spektralen Eigenschaften dieses Systems zu untersuchen, müssen alle acht Unterniveaus des $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions in die Rechnung einbezogen werden. In den Simulationen wird die Resonatormode als linear polarisiert angenommen. Im Falle eines nicht-stationären Prozesses ist das Spektrum über die Korrelation des Resona-

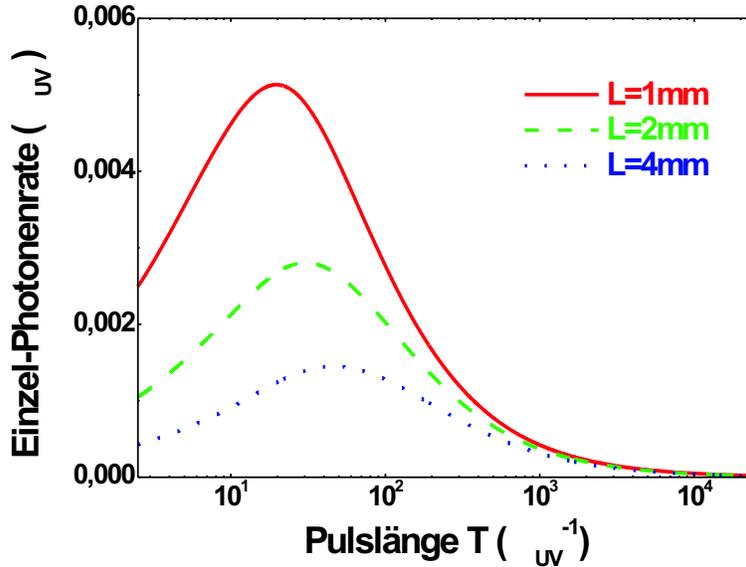


Abbildung 9.8:
Emissionsrate in
Abhängigkeit von
der Repetitionsrate
des Pumpzyklus.

torfeldes definiert. Es gilt:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} dt_2 \langle a^\dagger(t_2) a(t_1) \rangle e^{-i\omega(t_2-t_1)}. \quad (9.15)$$

In Abb. 9.9 sind drei typische Spektren der Einzel-Photonenpulse dargestellt. Das erste besitzt ein Spektrum, dessen Linienbreite dem Resonatorzerfall 2κ entspricht. Dies entsteht durch einen sehr kurzen Pumpimpuls, was zu einem ebenfalls sehr kurzen Einzel-Photonenpuls führt. Aufgrund des involvierten Resonatorzerfalls ist die Linienbreite des Resonators die obere Grenze der spektralen Breite des Einzel-Photonenpulses. Erhöht man nun die Pulslänge, so sinkt die Linienbreite des Spektrums. Für sehr lange Pulse geht die Breite des Spektrums gegen null. Dies ist der Grenzfall der kontinuierlichen Resonanzfluoreszenz bei der, im Falle kleiner Intensitäten das anregende Licht kohärent gestreut wird, und dessen Linienbreite daher nur durch die des anregenden Lichts bestimmt ist. Dies wurde 1997 für ein gespeichertes Ion gezeigt [73].

Während der Einzel-Photonenpuls einen annähernd gaußförmigen zeitlichen Verlauf zeigt ist dessen Spektrum weitgehend lorentzförmig. Um zu quantifizieren, in wie weit die Pulse Fourier-limitiert sind, wurde sowohl die Halbwerts-Linienbreite $\Delta\omega$ des Pulses als auch deren Länge Δt bestimmt. In Abb. 9.10 b.) sind die Verläufe in Abhängigkeit der Pumpimpulslänge dargestellt. Während mit zunehmender Pumpimpulslänge die Länge des Einzel-Photonenpulses steigt, sinkt dessen spektrale Breite. Deutlich erkennbar ist die Verringerung der spektralen Breite für sehr lange Pulse, während für sehr kurze Pumpimpulse die Breite gegen die Linienbreite des Resonators geht. Betrachtet man das Produkt der Linienbreite und der Pulslänge $\Delta\omega \cdot \Delta t$ in Abb. 9.10 a.), so ist dieses nahezu über den

Abbildung 9.9:
Spektren der Einzel-
Photonenpulse für
unterschiedliche
Längen des
Pumpulses.

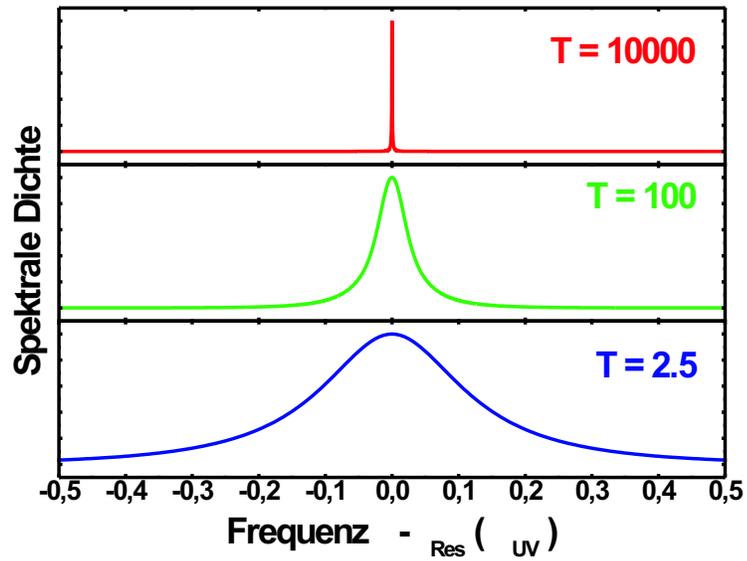
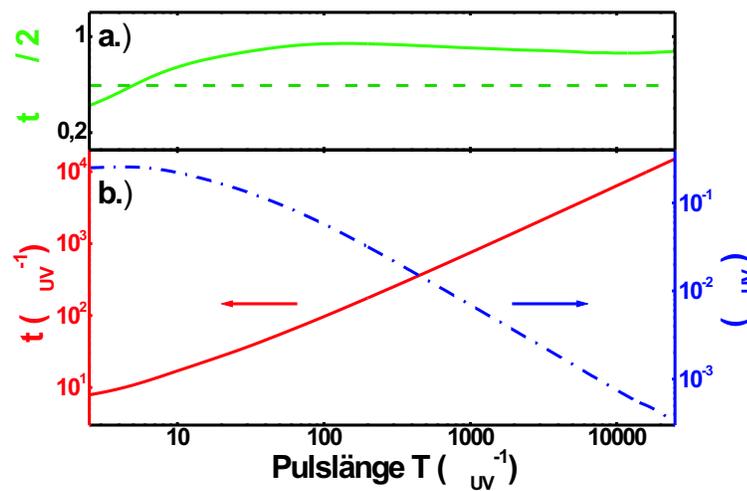


Abbildung 9.10: a.)
Linienbreite-
Pulslängenprodukts
 $\Delta\omega \cdot \Delta t$ b.)
Linienbreite und
Pulslänge als
Funktion der Länge
des Pumpulses.



gesamten Bereich konstant und weicht nur gering von dem eines idealen Gaußpulses ab. Der verbleibende Unterschied kommt durch die von einem Gaußpuls abweichende Pulsform zustande. Dieses Ergebnis zeigt jedoch, dass das System Fourier-limitierte Einzel-Photonenpulse erzeugt.

9.2 Realisierung einer Einzel-Photonenquelle

9.2.1 Experimenteller Aufbau

Der Aufbau des Experiments zur Erzeugung einzelner Photonenpulse entspricht weitgehend dem in Kapitel 2 und Kapitel 1 beschriebenen. Der hierbei verwendete Resonator hatte eine Linienbreite von 2,4 MHz (866 nm) bei einer Länge von 8 mm. Um einen Ausgang des Resonators zu definieren, wurde ein Spiegel mit einer Transmission von ca. 5 ppm und ein weiterer Spiegel mit einer Transmission von 600 ppm als Ausgang verwendet. Die Absorptionsverluste betragen dabei ca. 10 ppm pro Spiegel. Dadurch werden 96 % der erzeugten Photonen in Richtung des Ausgangsspiegels emittiert.

Da einzelne Photonen nachgewiesen werden sollen, muss besonderes Augenmerk auf die Detektion gelegt werden. Die erzeugten Photonen besitzen eine Wellenlänge von 866 nm und liegen daher im nahen Infrarot. Speziell in diesem Spektralbereich ist es besonders wichtig, Streulicht möglichst zu eliminieren. Da im Gegensatz zur Messung der Fluoreszenz (siehe Kapitel 2) hierbei keine Photomultiplier eingesetzt werden können, muss auf so genannte Avalanche Photodioden (APD) zurückgegriffen werden. Diese besitzen bei einer Wellenlänge von 866 nm eine Effizienz von ca. 30 %. Jedoch ist ihre spektrale Empfindlichkeit über einen Bereich von 300 bis 1100 nm ausgedehnt. Da die meisten Streulichtquellen ebenfalls in diesem Bereich liegen, muss der Unterdrückung von Streulicht besonders Rechnung getragen werden. Dabei darf die Effizienz der Detektion für Einzel-Photonen nicht zu stark reduziert werden.

Ein weiteres Problem stellt die aktive Stabilisierung der Resonatorlänge dar (siehe Kapitel 2.6). Um eine ausreichende Längenstabilität zu gewährleisten sollte die Finesse des Resonators bei der Wellenlänge des Stabilisierungslasers vergleichbar mit der bei der Wellenlänge der Einzel-Photonen sein. Durch die dielektrische Beschichtung der Spiegel sind dadurch enge Grenzen gesetzt. In dem hier vorgestellten Experiment wird daher zur Stabilisierung ein Laser mit einer Wellenlänge von 894 nm verwendet, entsprechend der D1-Linie von Cäsium.

Um sowohl Photonen des Stabilisierungslasers als auch des Streulichts zu unterdrücken, wurde der in Abb. 9.11 dargestellte Aufbau verwendet. Dabei stellt die Unterdrückung der Photonen des Stabilisierungslasers eine besondere Schwierigkeit dar, da diese nahezu in dieselbe Mode emittiert werden. Mit einer Anordnung, bestehend aus drei Langpass-Filtern und einem Bandpass-Filter gelingt eine Abschwächung dieser Photonen um 10^{11} (siehe Kapitel 2.6). Dabei dient der

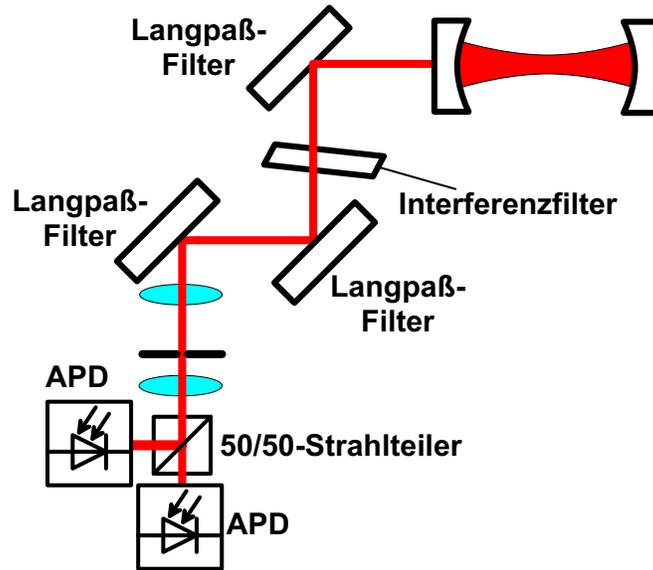


Abbildung 9.11: Aufbau der Einzel-Photonendetektion.

Bandpass-Filter zudem zur Streulichtreduktion. Da die Einzel-Photonenpulse in die TEM_{00} -Mode des Resonators emittiert werden, liegen diese nach dem Verlassen des Resonators in einem perfekten Gauß-Strahl vor. Diese Eigenschaft kann dazu genutzt werden, das Streulicht weiter zu unterdrücken. Dazu wurde der Strahl mit einer Linse ($f = 50 \text{ mm}$) fokussiert und eine Blende mit einem Durchmesser von $100 \mu\text{m}$ als Raumfilter verwendet. Aufgrund der Divergenz des Strahls nach der Blende und der kleinen aktiven Fläche der APD muss dieser mit einer weiteren asphärischen Linse ($f = 11,5 \text{ mm}$) auf die APDs fokussiert werden. Um die statistischen Eigenschaften der emittierten Photonen messen zu können, wird der Einzel-Photonenstrahl hinter der Blende durch einen 50/50-Strahlteiler auf zwei APDs abgebildet. Dieser Hanbury-Brown-Twiss-Aufbau erlaubt eine totzeitfreie Messung von Korrelationen zwischen den ankommenden Photonen (siehe Kapitel 5.2). Mit diesem Detektionsaufbau wird die Anzahl der Ereignisse, die durch Streulicht oder den Stabilisierungslaser verursacht werden, weit unter die Dunkelzählrate der Detektoren reduziert. So zeigen die Detektoren mit und ohne Streulicht und Stabilisierung dieselbe Zählrate von ca. 50 Hz.

Ein wichtiger Teil des Experiments ist die Erzeugung der Laserpulse, die zur Generierung der Einzel-Photonenpulse nötig sind. Dabei ist es essenziell, dass vor und nach den Pulsen eine möglichst gute Auslöschung der Laserleistung erzielt wird, um unerwünschte Anregungen des Ions während der Messung zu eliminieren. Zur Erzeugung der Laserpulse werden die Laser im kontinuierlichen Betrieb über AOMs intensitätsmoduliert (siehe Abb. 9.12). Um zu vermeiden, dass im AOM entstehendes Streulicht der Laser in die Vakuumkammer gelangt, müssen die Laserstrahlen nach dem AOM modengereinigt werden. Im Falle des UV-Lasers bei 397 nm wird der gebeugte Strahl nach einmaligem Durchgang durch den AOM durch eine Strahlreinigung von Streulichtanteilen befreit. Diese besteht aus zwei

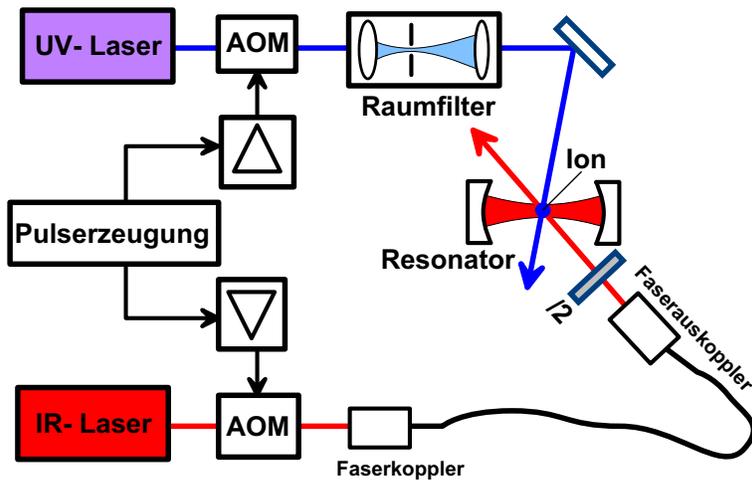


Abbildung 9.12:
Schema des
Lasersystems für die
Pulserzeugung.

Linsen und einer Blende mit geringem Durchmesser (siehe Kapitel 2.3). Im Falle des IR-Lasers bei 866 nm wird der gebeugte Strahl nach zweimaligem Durchgang durch den AOM mittels einer Einzel-Modenfaser modengereinigt. Somit wird auch hier der Streulichtanteil des AOMs eliminiert.

Um möglichst große Flexibilität bei der Kontrolle des Pumpasers zur ermöglichen, wird der AOM des UV-Lasers über einen spannungskontrollierten Oszillator (VCO) angesteuert. Dieser Oszillator wird über einen Pulsformgenerator (DS345 von Stanford Research Systems) angesteuert. Der Pulsformgenerator erlaubt es, einen beliebigen Spannungsverlauf periodisch zu erzeugen. Dabei wird die gewünschte Pulsform zu Beginn des Experiments über einen Rechner dem Pulsformgenerator übermittelt. Dieser setzt diese Form dann mit einer Rate von 10 MHz pro Spannungswert in eine Spannungsform um. Über den VCO wird diese in eine Modulation der RF-Amplitude für den AOM umgewandelt. Dadurch erhält man eine Intensitätsmodulation des Lasers. Im Falle des IR-Lasers wird nur ein schnelles und effizientes An und Abschalten des Lasers benötigt. Dazu wird der VCO des AOMs dieses Lasers über einen Pulsformgenerator angesteuert. Der Pulsformgenerator erzeugt, ausgelöst vom Pulsformgenerator, einen Rechteckpuls, der den Laser schaltet. Um die Auslöschung der VCOs im ausgeschalteten Zustand zu verbessern, wurde das RF-Signal der VCOs vor dem Verstärker über einen RF-Schalter mit einer Auslöschung von 40 dB geschaltet. Dieses System ist in Abb. 9.13 dargestellt.

Da das Ion nach jedem Pumpzyklus erneut im Grundzustand präpariert werden muss und zudem das Ion gekühlt werden sollte, besteht eine Pulssequenz aus drei Teilen (siehe Abb. 9.13). Der erste Teil ist eine Kühlperiode von $3 \mu\text{s}$, bei der sowohl der UV-Laser als auch der Rückpumpaser auf das Ion eingestrahlt werden. Zur anschließenden Präparation des Ions im Grundzustand wird dann der UV-Laser abgeschaltet und für eine Zeit von 500 ns nur der Rückpumpaser eingestrahlt. Während dieser Phase verhindert der RF-Schalter, dass durch

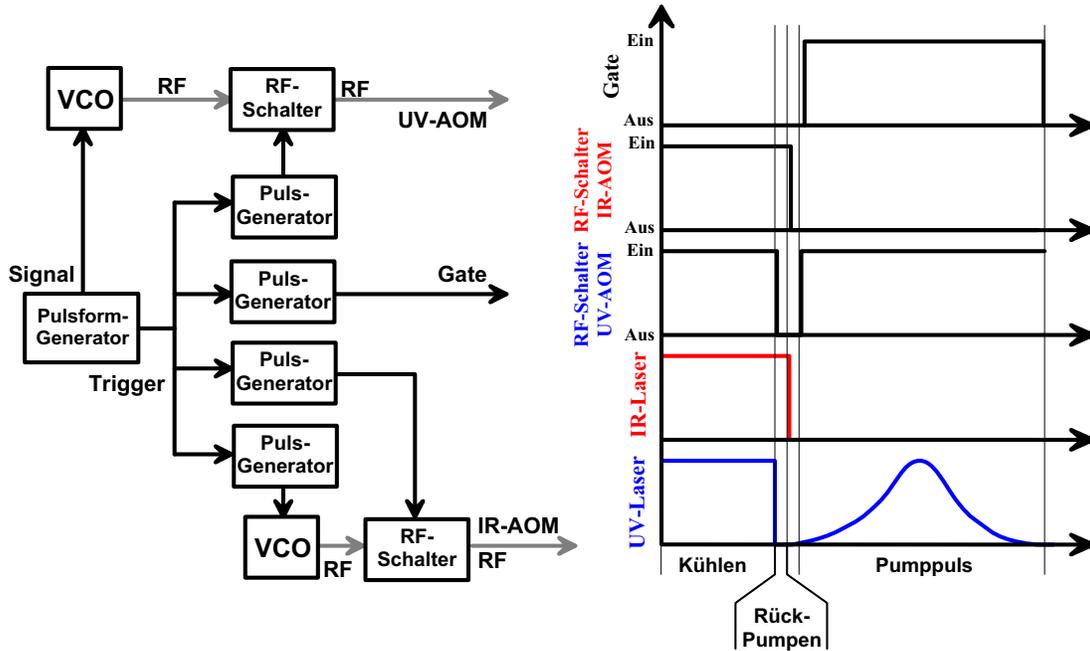


Abbildung 9.13: Schema der Elektronik der Pulserzeugung.

die unvollständige Auslöschung des VCO-Ausgangs verbleibende Anteile des UV-Lasers diesen Prozess stören. Danach wird der Rückpumplaser über den VCO und den RF-Schalter abgeschaltet. Der darauf folgende UV-Laserpuls startet dann die Einzel-Photonenemission. Während des Pumppulses werden die Zähler der Einzel-Photonenpulsdetektion aktiviert. Dazu wird, ausgelöst vom Pulsformgenerator, ein TTL-Puls mit der Dauer des Pumppulses erzeugt. Die Repetitionsrate der Pulssequenz liegt bei 100 kHz.

9.2.2 Effizienz

Wie bereits in Kapitel 9.1 gezeigt, hängt die Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung sowohl von den Parametern des Pumppulses, als auch von den Parametern des Resonators ab. Außer diesen Parametern spielt zudem die Effizienz der Grundzustandspräparation des Ions eine wichtige Rolle. Ist die Laserleistung des IR-Lasers während der Rückpumpphase zu klein, so verbleibt das Ion teilweise im $D_{3/2}$ -Niveau. Dadurch kann es keine weiteren Photonen erzeugen. Daher muss sichergestellt werden, dass die Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung nicht durch den Rückpumpvorgang limitiert wird. Dazu wurde die Emissionsrate der Einzel-Photonen in Abhängigkeit der Leistung des IR-Lasers gemessen (siehe Abb. 9.14). Die Parameter des gaußförmigen Pulses waren dabei $P_{UV}^{Pump} = 200 \mu W$, $T = 1 \mu s$ bei einer Kühlleistung von $P_{UV}^{Kühl} = 60 \mu W$. Die Länge der Rückpumpphase war 500 ns. Während für Leistungen größer als $20 \mu W$

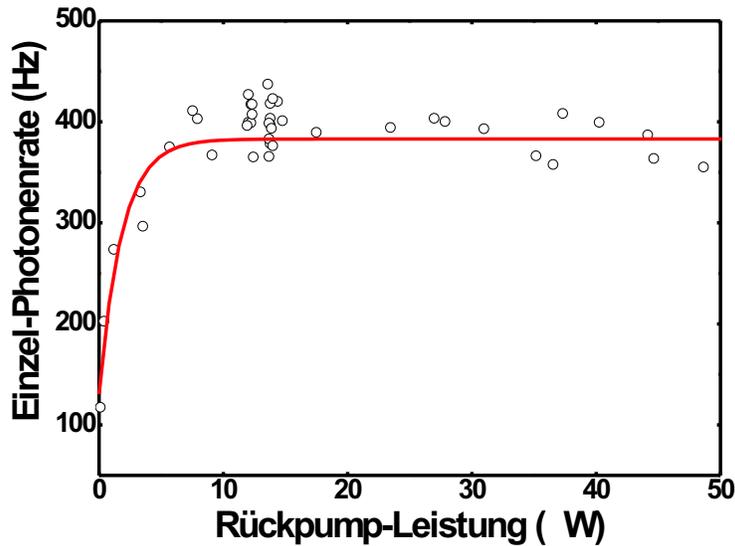


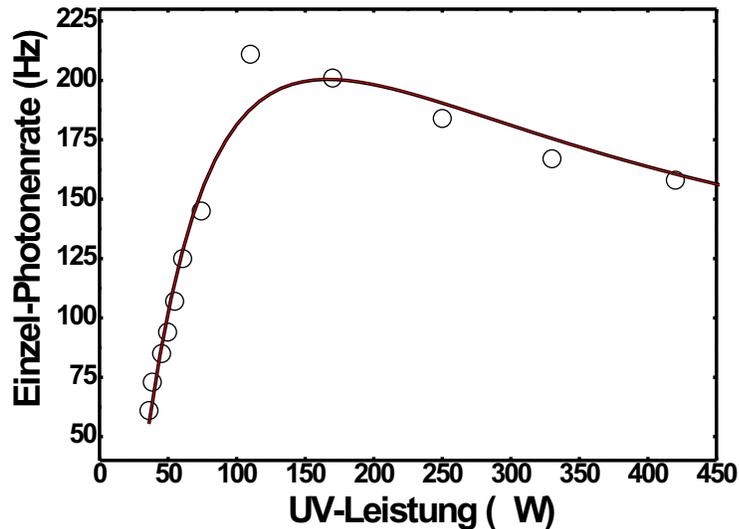
Abbildung 9.14:
Einzel-Photonenrate
in Abhängigkeit der
Leistung des
Rückpumpasers für
eine
Rückpumpphase
von 500 ns.

die Effizienz konstant ist, nimmt sie für kleinere Leistungen stark ab. In diesem Fall wird die Population des $D_{3/2}$ -Niveaus nicht schnell genug ins $S_{1/2}$ -Niveau transferiert. Die grundlegende physikalische Grenze der Länge der Rückpumpphase stellt der Zerfall des $P_{1/2}$ -Niveaus dar. Dieser Zerfall wird genutzt, um die durch den Rückpumpaser erzeugte Besetzung des $P_{1/2}$ -Niveaus in den Grundzustand zu bringen. Der Rückpumpprozess besteht also aus zwei Schritten. Zuerst wird die Besetzung des $D_{3/2}$ -Niveaus durch den Rückpumpaser ins $P_{1/2}$ -Niveau gebracht, von wo es im zweiten Schritt in den Grundzustand zerfällt. Mit einer Zerfallszeit von 7,1 ns ist die Zeitskala des $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergangs sehr klein und somit für die Dauer der Rückpumpphase nicht entscheidend.

Die Effizienz der Einzel-Photonenquelle hängt von drei Parametern des Pumpulses ab. Zum einen von der Intensität des Pumpulses und dessen Dauer, zum anderen von der Raman-Verstimmung von Laser und Resonator relativ zum Übergang des Ions. Betrachtet man die Abhängigkeit von der Intensität des Pumpulses, so erkennt man deutlich den starken Anstieg der Rate bei Leistungen bis zu $100 \mu\text{W}$ (siehe Abb. 9.15). Nach Erreichen eines Maximums sinkt die Rate jedoch für größere Werte wieder ab. Dieser Verlauf entspricht den in Abb. 9.4 dargestellten Simulationen. Der Puls war bei diesen Messungen wiederum $1 \mu\text{s}$ lang und hatte ein gaußförmiges Profil. Die Leistung wurde über die Amplitude des elektronischen Pumpulses variiert. Um daraus nun die tatsächliche mittlere Pumpleistung zu erhalten, wurde die optische Amplitude über ein Laserleistungs-Messgerät geeicht.

Zur Messung der Abhängigkeit der Effizienz von der Raman-Verstimmung des Lasers und des Resonators wurde die Verstimmung des Resonators variiert und für jeden Verstimmungswert die Frequenz des UV-Lasers über die Ionenresonanz gefahren. Dabei wurde sowohl die Fluoreszenz des Ions auf dem $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -

Abbildung 9.15:
Einzel-Photonenrate
in Abhängigkeit von
der Leistung des
Pumppulses für ein
gaußförmiges
Pulsprofil der Länge
 $1 \mu\text{s}$.



Übergang als auch die Einzel-Photonenemission gemessen. Eine solche Messung ist in Abb. 9.16 dargestellt. Während sich die Fluoreszenz des $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergangs über einen weiten Verstimmungsbereich erstreckt, tritt die Einzel-Photonenemission nur in einem engen Bereich um die Raman-Resonanz zwischen Resonator und Pumplaser auf. In Abb. 9.17 ist sowohl die Breite der Raman-Resonanz als auch die Emissionsrate in Abhängigkeit der Raman-Verstimmung dargestellt. Betrachtet man zunächst die Emissionsrate, so sinkt diese bei konstanter Pump-Intensität mit abnehmender Verstimmung. Dies ist auf die Reduktion der Raman-Kopplung zurückzuführen und entspricht dem theoretisch erwarteten Verhalten. Bei dieser Messung betrug die Pulslänge $1 \mu\text{s}$ bei einer mittleren Pulsleistung von $300 \mu\text{W}$. Parallel zur Emissionsrate nimmt auch die Breite der Raman-Resonanz mit abnehmender Verstimmung zu. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Anteil des $P_{1/2}$ -Niveaus zum Raman-Übergang mit zunehmender Verstimmung sinkt, wodurch die Breite reduziert wird. Der bei der Anpassung des theoretischen Verlaufs an die Messpunkte auftretende Versatz der Breite von 3 MHz ist auf die Summe der Breiten des Lasers und des Resonators zurückzuführen.

Ein weiterer Parameter zur Optimierung der Effizienz der Einzel-Photonenrate ist die Pulslänge des Pumppulses, die eng mit der Repetitionsrate der Pulse verbunden ist. Bei der Wahl der Repetitionsrate ist es wichtig abzuwägen, inwieweit die Effizienz zunimmt, jedoch die Emissionsrate aufgrund der geringeren Repetitionsrate sinkt. Bei einer Untergrundzählrate der Detektoren von ca. 50 Hz können nur Raten gemessen werden, die zumindest in der selben Größenordnung sind wie die Schwankungen der Untergrundzählrate. Diese Schwankung beträgt ca. 25 Hz . Bei einer Detektionseffizienz von ca. $4,6 \%$ entspricht dies einer Repetitionsrate von mindestens 5 kHz für eine Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung von 10% . Um die Genauigkeit zu steigern, wurde eine Repetitionsrate von 100 kHz

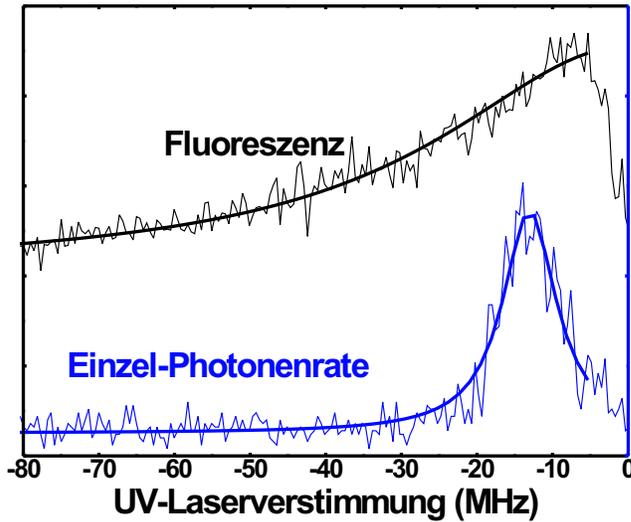


Abbildung 9.16: Messung der Fluoreszenz und der Einzel-Photonenrate in Abhängigkeit von der Verstimmung des UV-Lasers bezüglich der Resonanz des $P_{1/2} \rightarrow S_{1/2}$ -Übergangs

gewählt. Die dabei erzielten Zählraten sind im Bereich von wenigen 100 Hz. Dies ermöglicht eine präzise Messung der Einzel-Photonenrate. Bei einer Repetitionsrate der Pulssequenz von 100 kHz steht zur Messung des Einflusses der Pulslänge ein zeitliches Fenster von $6.5 \mu\text{s}$ zur Verfügung. Daraus ergibt sich eine Obergrenze von ca. $2 \mu\text{s}$ für die Pumpimpuls-Länge eines gaußförmigen Pulsprofils, ohne zu viel vom Puls abzuschneiden. Die Messung der Einzel-Photonenrate für verschiedene Pumpimpuls-Längen ist in Abb. 9.18 dargestellt. Wie bereits in Kapitel 9.1 gezeigt, nimmt die Rate mit zunehmender Pulslänge zu. Dieser Effekt ist in dieser Messung jedoch stärker ausgeprägt als aus Abb. 9.6 zu erwarten wäre. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei der Messung die Pumpimpuls-Intensität konstant $300 \mu\text{W}$ betrug und nicht für jede Pulslänge optimiert wurde. Dadurch sinkt die Effizienz zu kleineren Pulslängen stärker ab. In diesem Fall wird die Pulszeit zu klein, um das Ion effektiv vom Grundzustand ins $D_{3/2}$ -Niveau zu pumpen.

Betrachtet man die Abhängigkeit der Emissionsrate von der Kopplung zwischen Ion und Resonator, so stehen zu ihrer Messung zwei Möglichkeiten zur Verfügung. Zum einen kann über die Resonatorlänge die Kopplung variiert werden, zum anderen kann diese auch über die Position des Ions bezüglich des Resonators geändert werden (siehe Kapitel 8.2). Ändert man die Resonatorlänge, so wird simultan auch die Zerfallsrate der Resonators verändert. Somit ist es vorteilhafter, die Kopplung über die Position des Ions relativ zur Mode zu variieren. Dazu wurde die Einzel-Photonenemissionsrate gemessen und simultan die relative Lage des Ions zum Resonator verändert. In Abb. 9.19 ist dies sowohl für die transversale Verschiebung des Ions entlang der Fallenachse als auch für die longitudinale Verschiebung des Resonators relativ zum Ion dargestellt. Die in Abb. 9.19 a.) dargestellte Emissionsrate zeigt bei transversaler Verschiebung einen gaußförmigen Verlauf. Dies spricht dafür, dass die Abhängigkeit in dem hier zugänglichen Bereich der Kopplung nahezu linear ist. Daher besitzt die Emissionsrate diesel-

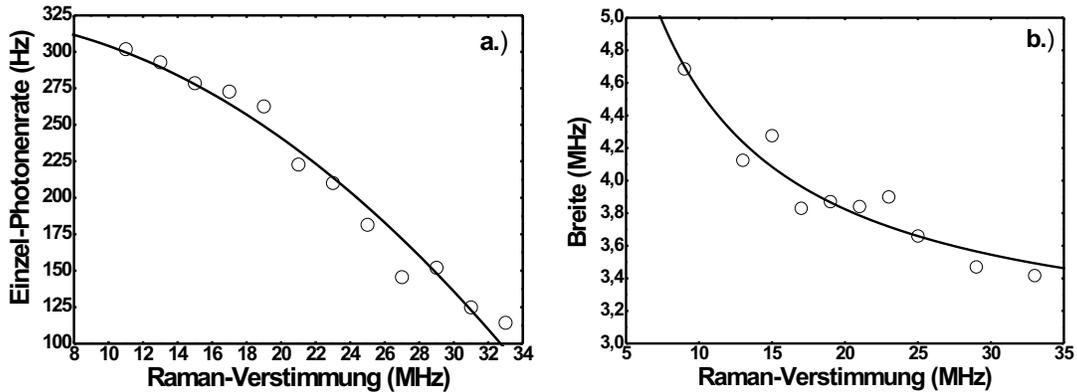


Abbildung 9.17: Abhängigkeit der Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung und der Breite der Ramanresonanz von der Verstimmung des Resonators bezüglich des $P_{1/2}$ -Niveaus.

be Abhängigkeit von der Ionenposition wie die Kopplungsverteilung. Betrachtet man Abb. 9.19 b.), so erhält man die erwartete sinusförmige Struktur. Jedoch ist der gemessene Kontrast der Stehwellenverteilung gegenüber dem maximalen Wert von 100 % reduziert und beträgt lediglich 26,7 %. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die thermische Bewegung des Ions im Fallenfeld nur unzureichend gekühlt wird, oder dass die Heizraten des Ions in der Falle sehr hoch sind. Aus dem Ionspektrums bei kontinuierlicher Einstrahlung der Kühllaser lässt sich schließen, dass die Kühlung ausreichend ist. Somit ist die wahrscheinlichste Ursache für den reduzierten Kontrast das Auftreten hoher Heizraten, die zur zunehmenden Delokalisierung des Ions in der Falle während der Pumpphase führen.

Optimiert man alle zur Verfügung stehenden Parameter, so erhält man eine maximale gemessene Emissionsrate von 350 Hz. Vergleicht man diese Rate mit der Repetitionsrate von 100 kHz der Pulssequenz so ergibt sich, zusammen mit der

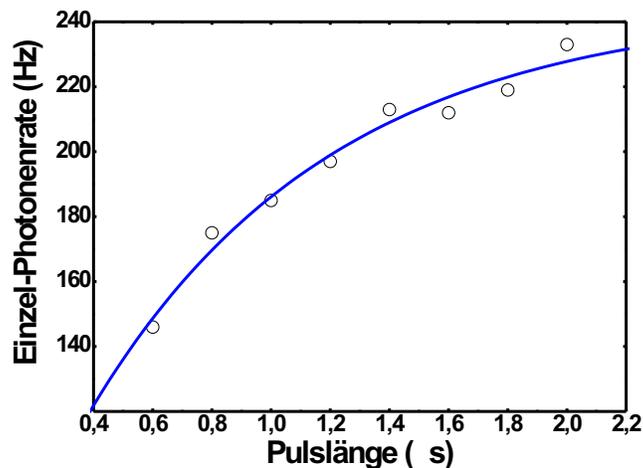


Abbildung 9.18: Messung der Einzel-Photonenrate für verschiedene Pumpimpuls-Längen.

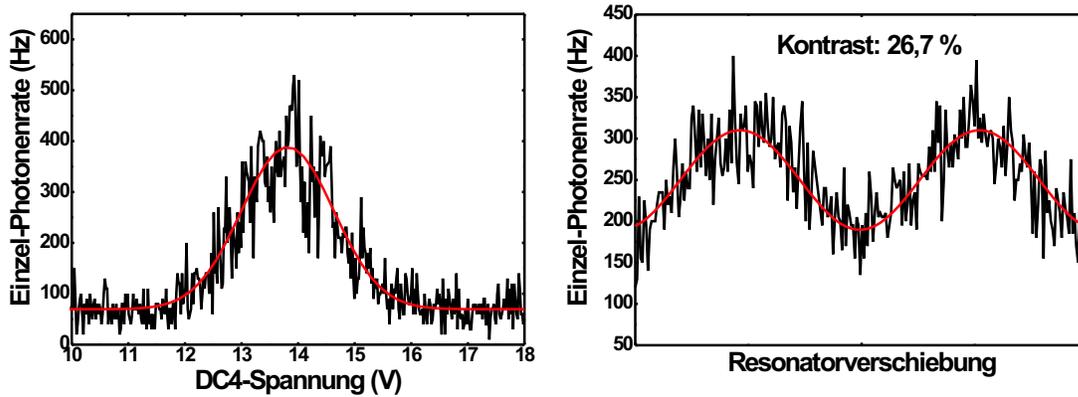


Abbildung 9.19: Messung der Emissionsrate in Abhängigkeit von der a.) transversalen und b.) von der longitudinalen Position des Ions relativ zur Mode des Resonators.

Detektionseffizienz von 4,6 %, eine Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung am Ausgangsspiegel von ca. 8 %. Vergleicht man diesen Wert mit der Effizienz der Simulation von ca. 12 %, so stimmt die Messung damit gut überein. Bei der Simulation wurde bereits die reduzierte Kopplung aufgrund der restlichen thermischen Bewegung des Ions im Resonator berücksichtigt. Die zusätzliche Reduktion der Effizienz ist wahrscheinlich auf die Fluktuationen der Leistung und der Frequenz des Pumpasers zurückzuführen.

9.2.3 Zeitliche Struktur der Einzel-Photonenpulse

Ein weiterer interessanter Aspekt dieser Einzel-Photonenquelle ist die zeitliche Struktur der Pulse. Diese werden vorwiegend durch den Pumpimpuls festgelegt. Um das zeitliche Pulsprofil zu messen, kann in diesem Experiment das deterministische Auslösen der Photonenpulse genutzt werden. Dazu wird die Ankunftszeit der Photonen relativ zum Pumpimpuls gemessen. Da die Pumpimpulse in immer gleichen Intervallen kommen, und die Pulsform aufgrund der Konstanz der sonstigen Parameter (insbesondere von g) für alle Pumpimpulse identisch sind, können die Ankunftszeiten der Photonen in ein Histogramm eingeordnet werden. Dieses Histogramm stellt dann das temporale Pulsprofil dar. In Abb. 9.20 sind typische Einzel-Photonen-Pulsformen für unterschiedliche Pumpparameter dargestellt. Dabei sind im oberen Teil des Bildes die entsprechenden Pumpimpulse zu sehen, während im unteren Teil die gemessenen Pulsprofile dargestellt sind. Zunächst wird beobachtet, wie die Länge einerseits und die zeitliche Lage des Einzel-Photonenpulses relativ zum Pumpimpuls andererseits von der Pumpintensität abhängen. Dabei treten zwei Effekte auf. Zum einen verschiebt sich die Lage des Einzel-Photonenpulses mit zunehmender Leistung zu kleineren Zeiten hin, andererseits nimmt die Pulslänge ab. Dies ist in Abb. 9.21 a.) dargestellt.

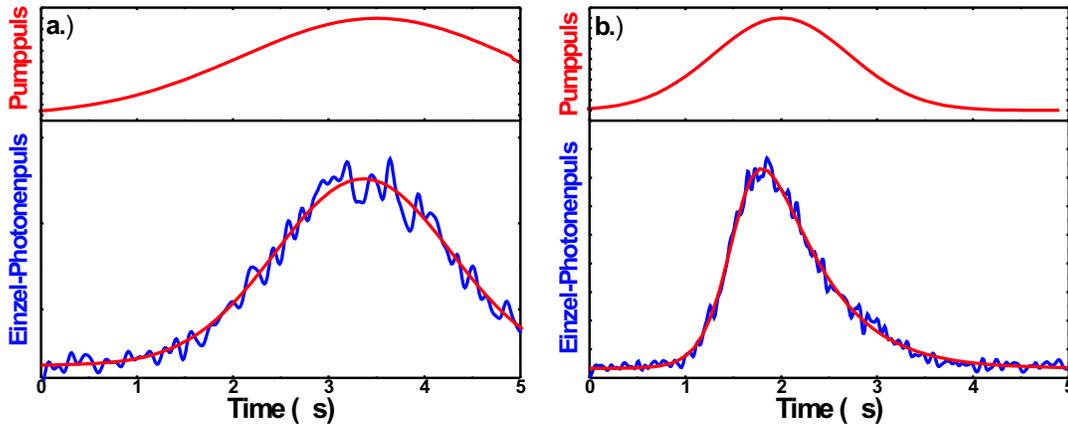


Abbildung 9.20: Formen von Einzel-Photonenpulsen für unterschiedliche Pumpparameter.

Dabei war die Länge des gaußförmigen Pumppulses $1 \mu\text{s}$. Die Lage des Maximums des Pumppulses entspricht dabei dem Zeitpunkt $t=0$. Negative Zeiten sind somit Zeitpunkte vor Erreichen des Maximums des Pumppulses. Erhöht man die Pumppuls-Amplitude so steigt die Rabi-Frequenz des Raman-Übergangs. Dies führt dazu, dass die Erzeugung des Photonenpulses innerhalb einer kürzeren Zeit stattfindet. Dadurch sinkt die Pulslänge mit zunehmender Pulsamplitude. Der selbe Effekt führt dazu, dass der Puls zu einem früheren Zeitpunkt emittiert wird. Hier wird die gleiche Rabi-Frequenz für höhere Pumpamplituden bereits zu einem früheren Zeitpunkt im Pumppuls erreicht als bei kleineren Intensitäten. Verändert man nicht die Amplitude des Pumppulses, sondern dessen Länge, so erhält man ähnliche Effekte. Wie zu erwarten, sinkt mit abnehmender Pulslänge die Länge der Einzel-Photonenpulse. Mit abnehmender Pulslänge verschiebt sich die Lage des Einzel-Photonenpulses zu größeren Zeiten (siehe Abb. 9.21 b.)). Diese Verschiebung kommt dadurch zustande, dass für den Anstieg des Einzel-Photonenpulses die Rabi-Frequenz des Raman-Übergangs verantwortlich ist. Für kürzere Pulse ist somit eine höhere Rabi-Frequenz erforderlich. Dies entspricht bei gleicher Kopplung einer höheren Pumppuls-Amplitude. Ist nun die Amplitude für alle Pulse gleich groß, so wird eine größere Rabi-Frequenz dadurch erreicht, dass die Emission näher am Maximum des Pumppulses stattfindet. Daher wandern die Emissions-Pulse mit abnehmender Pumppuls-Länge immer näher an das Maximum des Pumppulses.

Wie bereits in Abb. 9.20 zu sehen, hängt nicht nur die Lage und die Breite des Einzel-Photonenpulses von den Parametern des Pumppulses ab, sondern auch dessen Form. Dieses Verhalten erlaubt es, die Form des Einzel-Photonenpulses in gewissen Grenzen frei zu modulieren. Während in Abb. 9.20 a.) der gaußförmige Pumppuls einen ebenfalls gaußförmigen Einzel-Photonenpuls generiert, ist die Pulsform in Abb. 9.20 b.) asymmetrisch. Dies ist auf die Dynamik des

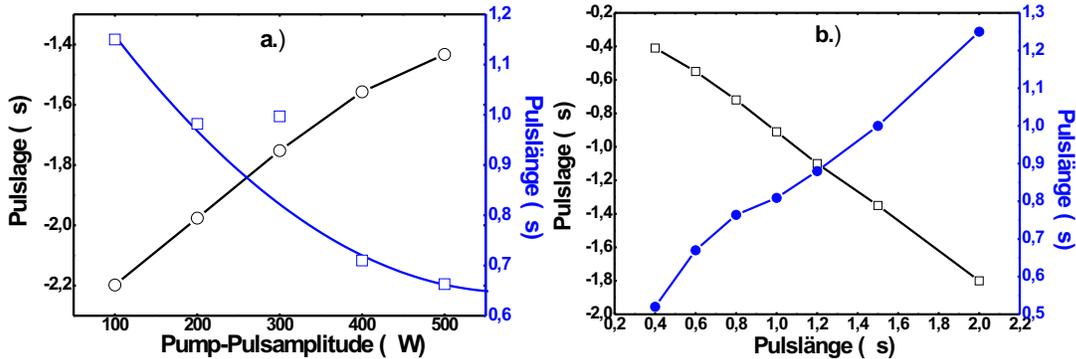


Abbildung 9.21: Abhängigkeit der Lage und der Länge des Einzel-Photonenpulses in Abhängigkeit von a.) der Amplitude und b.) von der Länge des Pumpulses

Raman-Übergangs zurückzuführen. Betrachtet man anstelle des gaußförmigen Pumpulses einen Rechteck-Puls, so lassen sich anhand dieser einfachen Form die fundamentalen Grenzen der Pulsformung zeigen. In Abb. 9.22 a.) ist das Emissionsprofil für einen rechteckförmigen Pumpuls der Länge $1 \mu\text{s}$ für zwei verschiedene Amplituden dargestellt. Während für kleine Pumpamplituden das Profil nahezu dem eines Rechtecks entspricht, ist für höhere Amplituden ein sehr deutlicher Abfall der Emission im Plateau des Pumpulses zu sehen. Dieser Abfall kommt dadurch zustande, dass für hohe Rabi-Frequenzen das Ion sehr schnell ins $D_{3/2}$ -Niveau gepumpt wird. Dadurch ist die Wahrscheinlichkeit der Photonen-detektion kurz nach Einschalten des Laserpulses am größten. Mit zunehmender Zeit wird die Wahrscheinlichkeit größer, dass das Ion ins $D_{3/2}$ -Niveau gepumpt ist und somit keine Emission mehr stattfindet. Dadurch sinkt die Emissions-wahrscheinlichkeit mit zunehmender Zeit ab. Dieser Prozess ist jedoch von der Rabi-Frequenz des Pumpulses abhängig. Für kleine Pumpamplituden ist der Effekt weniger stark ausgeprägt als für große. Somit kann durch Reduktion der Pumpuls-Amplitude der Abfall verringert werden. Dadurch wird andererseits jedoch die Effizienz der Einzel-Photonenerzeugung reduziert, da dabei die Population des $S_{1/2}$ -Zustands nicht vollständig ins $D_{3/2}$ -Niveau gepumpt wird. Somit verbleibt ein Teil der Population ungenutzt im $S_{1/2}$ -Niveau des Ions.

Betrachtet man die Form des emittierten Rechteckpulses genauer, so kann man die Grenzen der Pulsformung erkennen. In Abb. 9.22 b.) ist der emittierte Rechteckpuls vergrößert dargestellt. Eine Grenze der Pulsformung betrifft die ansteigende Flanke des Pulses. Die Steilheit dieser Flanke wird durch die Rabi-Frequenz des Raman-Übergangs bestimmt. Die in Abb. 9.22 b.) dargestellte Kurve entspricht einer an die Daten angepassten gedämpften Rabioszillation wie sie bei der Anregung eines Zwei-Niveau-Systems durch ein kohärentes Feld erwartet wird. Im Gegensatz zum Anstieg ist der Abfall nicht abhängig von den Parametern des Pumpulses, sondern spiegelt die Lebensdauer des Resonators wieder. Der

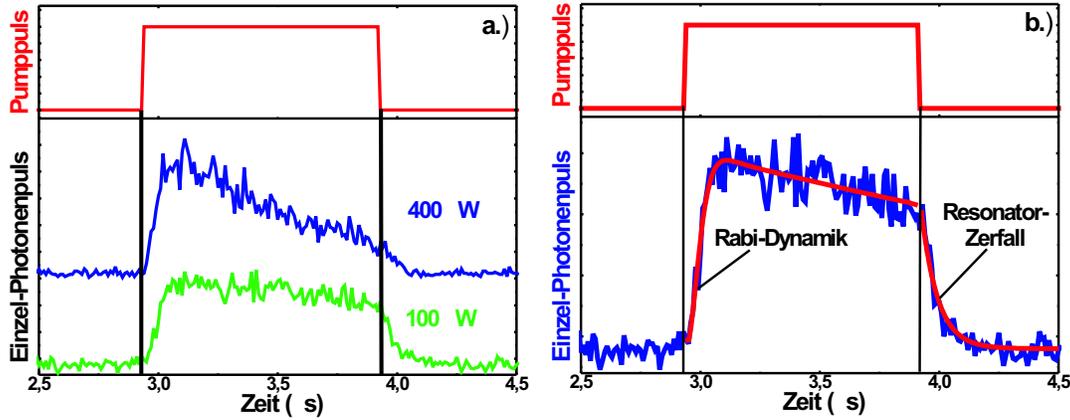


Abbildung 9.22: a.) Emissionsprofil für einen rechteckigen Pumpimpuls mit einer Länge von $2 \mu\text{s}$ für zwei verschiedenen Pumpamplituden. b.) Emissionsprofil eines Rechteckpulses im Vergleich zum Pumpimpuls.

an die Messdaten angepasste exponentielle Abfall mit einer Zeitkonstante von 67 ns entspricht der in Kapitel 2.6 gemessenen Linienbreite von 2,4 MHz.

Die Strukturierung des Pumpimpulses ermöglicht es, auch Einzel-Photonenpulse zu erzeugen, die eine komplexere Struktur haben als die bereits gezeigten. In Abb. 9.23 ist eine solche Struktur zu sehen. Diese Doppel-Maximum-Struktur wird durch einen Pumpen mit zwei aufeinander folgenden Gauß-Pulse generiert. Betrachtet man die Verhältnisse der Höhen beider Maxima des Einzel-Photonenpulses, so ist das zweite Maximum kleiner als das erste. Dieser Unterschied wird jedoch für kleinere Pumpimpuls-Amplituden verringert. Analog zum Rechteckpuls beruht dieser Effekt darauf, dass nach dem ersten Pumpimpuls ein Teil der Population im $S_{1/2}$ -Niveau des Ions verbleibt. Diese steht dann im zweiten Pumpimpuls zur Einzel-Photonenerzeugung zur Verfügung. Im Falle hoher Pumpleistungen wird diese Population des $S_{1/2}$ -Niveaus jedoch stärker reduziert als bei geringeren Pumpleistungen.

9.2.4 Statistische Eigenschaften

Abgesehen von den temporalen Eigenschaften und der Effizienz spielen bei der Einzel-Photonenerzeugung auch die statistischen Eigenschaften der emittierten Photonen eine große Rolle. Bei Emission in den freien Raum garantiert die Verwendung eines einzelnen Ions das Auftreten von Antibunching auf einer durch die Rabi-Frequenz gegebenen Zeitskala, wie bereits in Kapitel 5.1 gezeigt. Die Emission ist in diesem Fall nicht deterministisch im Gegensatz zu den Messungen des vorliegenden Kapitels. Im Falle der deterministischen Ein-Photonenemission muss nachgewiesen werden, dass als Folge eines Pumpimpulses nur ein einzelnes Photon in den Resonator emittiert wird. Dies geschieht mit einer Hanbury-Brown-Twiss-

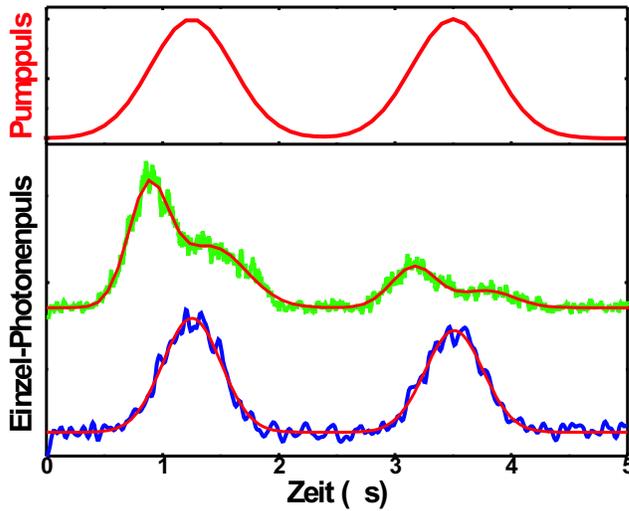
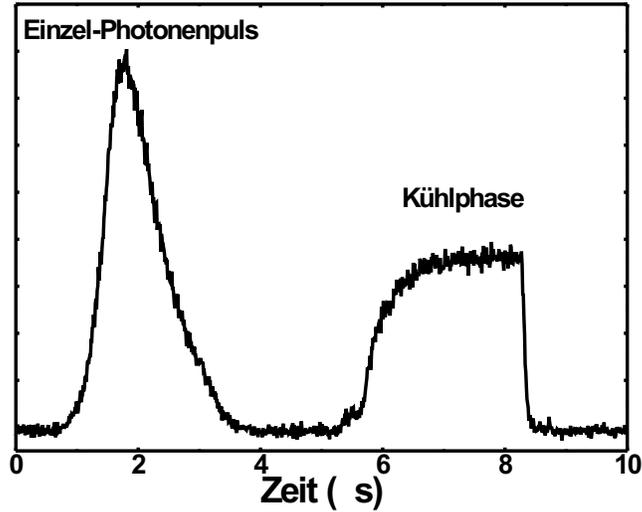


Abbildung 9.23:
Einzel-Photonenpulse in
Form von Doppel-Maxima
für verschiedene
Pumpleistungen.

Anordnung der Detektoren (siehe Abb. 9.11). Nach der Blende zur Streulichtreduktion wird der Einzel-Photonenstrahl mittels einer Linse fokussiert. Durch einen 50/50-Strahlteiler werden die Einzel-Photonen zufällig auf zwei Detektoren aufgeteilt. Zur Messung der Korrelationen wurden die Detektionsereignisse mittels eines Multiscalers gemessen. Dieser registriert die Ankunftszeiten beider Detektoren und speichert diese für jeden Detektor separat ab. Die beiden Listen der Detektionszeiten stehen dann zur weiteren Verarbeitung zur Verfügung. Um Reflektionen der 30 ns langen Pulse der Detektoren zu unterdrücken, wurden mittels eines Diskriminators die Pulse in 1 μ s lange NIM-Pulse konvertiert. Diese sind direkt vom Multiscaler verarbeitbar. Da aufgrund der Pulssequenz das Ion während der Kühlphase ebenfalls Photonen in den Resonator emittiert, müssen aus den Messdaten die Detektionsereignisse eliminiert werden, die in dieser Kühlphase auftreten. In Abb. 9.24 ist die Emission eines Ions in den Resonator über eine Periode des Pulszyklus zu sehen. Deutlich erkennbar ist der Ein-Photonenpuls und die Emission während der Kühlphase. In der Kühlphase tritt eine konstante Emission in die Resonatormode auf. Diese Emission entspricht der bereits in Kapitel 8.3 beschriebenen stimulierten Emission des Ions in den Resonator bei kontinuierlicher Anregung auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ - und dem $D_{3/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang. Um diese Emission zu unterdrücken, wurden in den Zeitlisten der Detektoren die Kühlphasen ignoriert. Um die Korrelationen der Photonen zu berechnen, wurde mittels eines Programms die Kreuzkorrelation beider Listen bestimmt. Durch Verwendung der Kreuzkorrelation werden Effekte aufgrund der unterschiedlichen Detektionseffizienzen beider Detektoren und der Totzeit der einzelnen Detektoren unterdrückt, ohne die Korrelation zu beeinflussen.

Die Korrelationsfunktion wird durch das Auftreten von Detektordunkelpulsen verfälscht. Man erhält dadurch zusätzliche Beiträge zur Korrelationsfunktion. Die Gesamt-Zählrate der Detektoren beträgt 150 s^{-1} , die Dunkelzählrate ist 50 s^{-1} ,

Abbildung 9.24: Emission eines einzelnen Ions in den Resonator während eines Pulszyklus.



und ist damit nicht vernachlässigbar. Sie führt insbesondere zu Korrelationen bei $\tau = 0$. Betrachtet man genauer, welche Prozesse zur Korrelationsfunktion beitragen, so erhält man für die Anzahl der gemessenen Korrelationsereignisse N_{gem}^{korr} :

$$N_{gem}^{korr} = N_{SS} + N_{SD} + N_{DD} . \quad (9.16)$$

Darin ist N_{SS} die Anzahl der Korrelationsereignisse der Einzel-Photonen miteinander, N_{SD} die Anzahl der Korrelationsereignisse zwischen einem Photon und einem Dunkelpuls und N_{DD} die Anzahl der Korrelationsereignisse zwischen Dunkelpulsen. Da experimentell nicht zwischen Dunkelpulsen und Photonen unterschieden werden kann, müssen die Anteile der verschiedenen Beiträge zur Korrelationsfunktion auf andere Weise bestimmt werden. Dazu stehen prinzipiell zwei Methoden zur Verfügung. Zum einen können die Beiträge aufgrund der unterschiedlichen gemessenen Raten berechnet werden, zum anderen kann der Beitrag direkt mit einer weiteren Korrelationsmessung bestimmt werden. Voraussetzung für beide Methoden ist, dass keine Korrelationen der Dunkelpulse existieren, was durch eine Messung bestätigt wurde. Um die Beiträge zur Korrelationsfunktion zu bestimmen, wurde direkt nach Abschluss der Korrelationsmessung das Ion aus der Falle entfernt, um nur die Korrelationen zwischen den Dunkelpulsen der Detektoren und eventuell von Streulicht messen zu können. Diese Messung wurde unter identischen Bedingungen durchgeführt, wie die Messung mit Ion, d.h. alle Laser wurden eingestrahlt und der Resonator wurde aktiv stabilisiert. Dabei war die Unterdrückung des Streulichts so effektiv, dass dieser Anteil in der Zählrate der Detektoren nicht nachweisbar war. Um zeitliche Effekte, wie z.B. Driften und Aufheizung der Detektoren zu kontrollieren, wurde parallel zur Korrelationsmessung die Zählrate der APDs kontrolliert. Diese waren über die gesamte Messzeit konstant. Um aus den Messungen mit und ohne Einzel-Photonenpulsen die verschiedenen Beiträge zu erhalten, wurden beide Messungen kreuzkorreliert. Da-

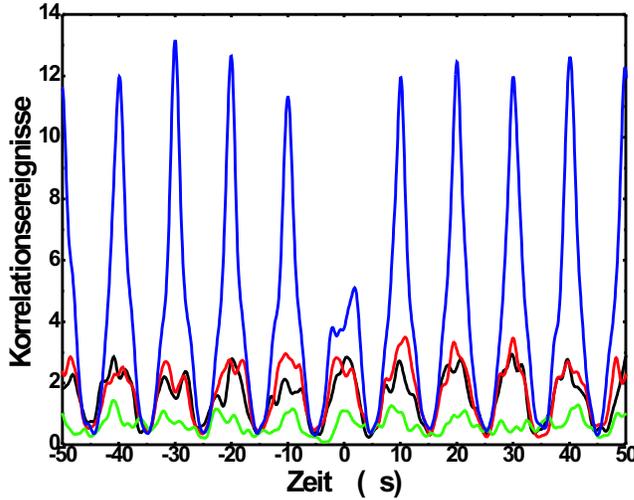


Abbildung 9.25: Messung der Kreuzkorrelation der Einzel-Photonenquelle und die gemessenen Beiträge der Dunkelzählrate zu dieser Messung.

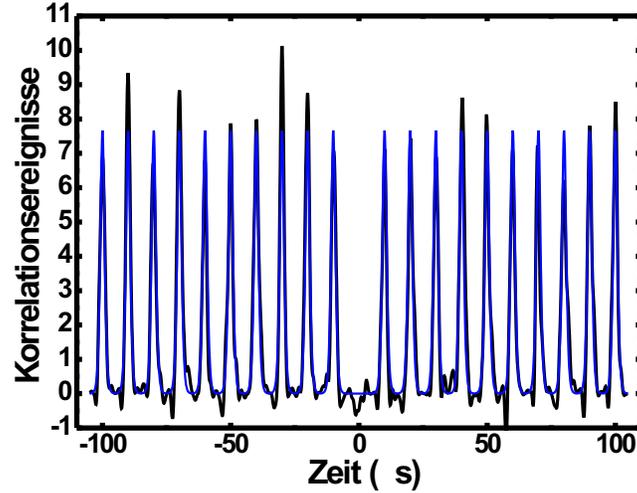
zu wurde zunächst die Kreuzkorrelation zwischen der Messung mit Ion von Detektor 1 (bzw. 2) und der Messung ohne Ion von Detektor 2 (bzw. 1) bestimmt. Zudem wurde die Kreuzkorrelation der Dunkelpulse beider Detektoren berechnet. Die Ergebnisse der Kreuzkorrelationen ist in Abb. 9.25 dargestellt. Dabei wurde die leicht unterschiedliche Messzeit der beiden Messungen berücksichtigt. Um nun aus diesen Messungen die Korrelationsfunktion der Einzel-Photonen zu erhalten, müssen die Korrelationsereignisse aufgrund der Dunkelpulse von denen der Einzel-Photonenmessung abgezogen werden. Es gilt:

$$N_{\text{Photon}}^{\text{kor}} = N^{\text{P-P}} - \frac{T_P}{T_D} \left(N_{12}^{\text{P-D}} + N_{21}^{\text{P-D}} - \frac{T_P}{T_D} N^{\text{D-D}} \right). \quad (9.17)$$

Darin ist $N_{\text{Photon}}^{\text{kor}}$ die Anzahl der Korrelationsereignisse zwischen den Detektoren aufgrund der Einzel-Photonen, $N^{\text{P-P}}$ die mit Ion gemessenen, $N_{12}^{\text{P-D}}$ die zwischen Detektor 1 mit Ion und 2 ohne Ion, $N_{21}^{\text{P-D}}$ die zwischen Detektor 2 mit Ion und 1 ohne Ion und $N^{\text{D-D}}$ die der Dunkelpulsmessung. Der Faktor $\frac{T_P}{T_D}$ dient zur Anpassung der Messzeiten T_P der Einzel-Photonenmessung und T_D der Dunkelpulsmessung. Das Ergebnis dieses Verfahrens ist in Abb. 9.26 über einen Zeitraum von $100 \mu\text{s}$ zu sehen. Deutlich erkennbar ist die Kammstruktur der Einzel-Photonenemission mit dem Fehlen des Pulses bei $\tau = 0$. Die Kammstruktur spiegelt die durch den Pumpuls ausgelöste Einzel-Photonenemission wieder. Da der Pulszyklus mit einer Periode von $10 \mu\text{s}$ eingestrahlt wird, besitzt auch die Korrelationsfunktion diese Periode. Durch das Fehlen des Maximums bei $\tau = 0$ wird bewiesen, dass in einem Pumpuls maximal ein Photon emittiert wird.

Um abzuschätzen in wie weit eine Emission von zwei Photonen auftritt, wurde eine theoretische Funktion an die gemessene Korrelationsfunktion angepasst. Dabei spiegelt die Höhe des Maximums bei $\tau = 0$ den Beitrag der Zwei-Photonenemission wieder. Die theoretische Kurve erhält man durch Faltung der Einzel-Photonenpulsform mit sich selbst. Als Maß für die Zwei-Photonenemission

Abbildung 9.26: Gemessene Kreuzkorrelation einer Einzel-Photonenquelle.



dient die Zwei-Photonenunterdrückung relativ zu einer Poisson-Quelle. Diese Zwei-Photonenunterdrückung R_0 ist gegeben durch:

$$R_0 = \frac{P_1^2}{2P_2}. \quad (9.18)$$

Darin ist P_1 die Wahrscheinlichkeit für die Emission eines einzelnen Photons während eines Pumpimpulses und P_2 die Wahrscheinlichkeit für eine Zwei-Photonenemission. Diese Definition ist unabhängig von der Detektionseffizienz. Betrachtet man die Korrelationsmessung, so entspricht R_0 dem Verhältnis der Höhen der Maxima bei $\tau = 0$ und dem nächsten Pumpimpuls. Aus der in Abb. 9.26 dargestellten Messung ergibt sich ein Wert von:

$$R_0 > 55. \quad (9.19)$$

Dieser Wert ist die untere Grenze, die sich aufgrund des Fehlers der Kurvenanpassung ergibt. Der Wert aus der Anpassung der Kurve ist dabei mit $P_2 = 0$ und damit $R_0 = \infty$ verträglich. Die Wahrscheinlichkeiten für Ein- und Zwei-Photonenemission können jedoch auch aus den Listen der Detektionszeiten direkt bestimmt werden. Dazu wird die Anzahl der Detektionsereignisse innerhalb eines Pumpimpulses analysiert. Unter Berücksichtigung der Dunkelzählrate ergibt sich daraus ein minimaler R_0 -Wert von:

$$R_0 > 26. \quad (9.20)$$

Dieser Wert ergibt sich wieder aus dem statistischen Fehler der Messung, deren Mittelwert mit $P_2 = 0$ verträglich ist. Somit stellt das hier vorgestellte System eine Einzel-Photonenquelle mit einer nahezu perfekten Unterdrückung von Zwei-Photonenereignissen dar. Dies ist jedoch aufgrund der zu Grunde liegenden Physik der Photonenerzeugung nicht anders zu erwarten: Ein einzelnes Ion kann

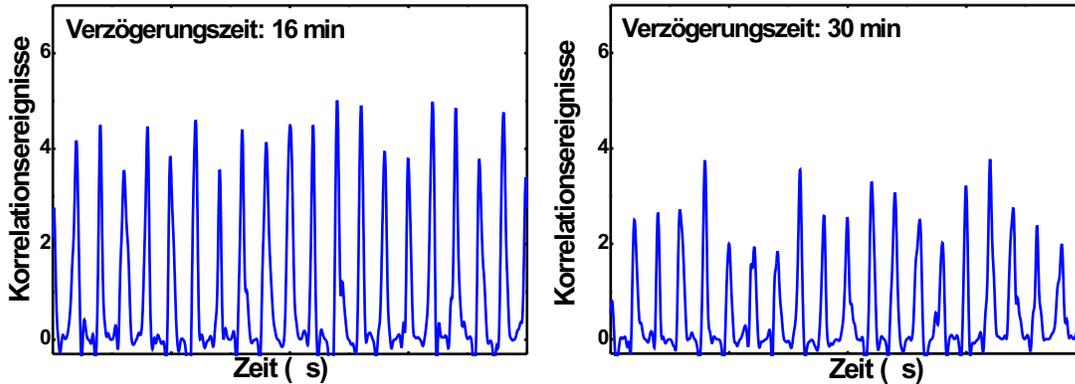


Abbildung 9.27: Korrelationsfunktion für Verzögerungszeiten von 16 und 30 min in einem Zeitfenster von $100 \mu\text{s}$.

während eines Pumpulses nur ein Photon emittieren.

Betrachtet man Korrelationen für sehr große Zeiten, so erkennt man auch hier das Auftreten der Kammstruktur. In Abb. 9.27 ist die Korrelationsfunktion für eine Zeitverzögerung von 16 min und 30 min in einem Zeitfenster von jeweils $100 \mu\text{s}$ dargestellt. Deutlich ist bei beiden Messungen die Kammstruktur zu erkennen. Somit existieren Korrelationen zwischen Photon bei $\tau=0$ und Photonen bei $\tau = 30 \text{ min}$. Hierbei handelt es sich um Korrelationen, die durch das periodische Auslösen der Einzel-Photonenemission zustande kommen. Ihre lückenlose Beobachtung über einen langen Zeitraum ist daher ein Indikator für die Stabilität des Systems.

Betrachtet man die durchschnittliche Höhe der Maxima in Abb. 9.27 so erkennt man, dass mit zunehmender Verzögerungszeit diese Höhe abnimmt.

Dieser Effekt wird besonders deutlich wenn man die Korrelationsfunktion über die gesamte Messzeit betrachtet. Diese ist in Abb. 9.28 dargestellt. Die Korrelationsfunktion fällt von einem Maximum bei $\tau = 0$ nahezu linear zu posi-

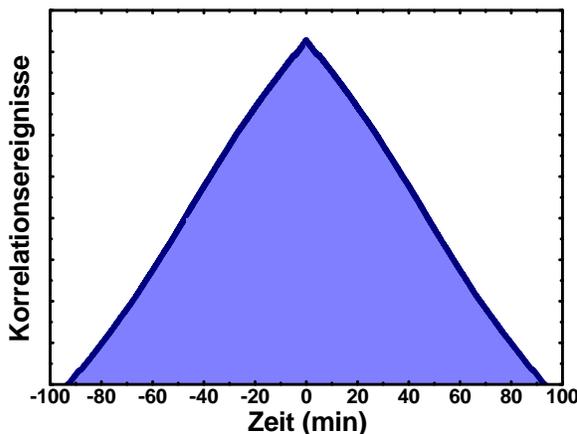


Abbildung 9.28:

Korrelationsfunktion über die gesamte Messzeit von 95 min. Auf dieser Zeitskala ist nur die Einhüllende der Korrelationsfunktion zu erkennen.

tiven und negativen Zeiten hin ab. Dies kommt dadurch zustande, dass aufgrund der endlichen Messzeit die Wahrscheinlichkeit eines Korrelationsereignisses mit zunehmender Zeit abnimmt. Betrachtet man den Fall einer Repetitionsrate der Pulssequenz von $10 \mu\text{s}$ und einer Messzeit von $1000 \mu\text{s}$, so können für eine Verzögerungszeit von $50 \mu\text{s}$ maximal 95 Korrelationsereignisse auftreten, wohingegen für eine Verzögerungszeit von $500 \mu\text{s}$ maximal 50 Korrelationsereignisse auftreten können. Verzögerungszeiten größer als die Messzeit können überhaupt nicht auftreten. Daher muss die Korrelationsfunktion für $\tau > t_{\text{mess}}$ auf 0 abfallen. Dies führt zu einem linearen Abfall der Korrelationsfunktion.

Die Messung der statistischen Eigenschaften der Photonenemission des Resonators belegt auf eindrucksvolle Weise die Stabilität der hier vorgestellten Einzel-Photonenquelle.

Kapitel 10

Ausblick

10.1 Kopplung zweier Ionen mittels Resonator

Die Verschränkung von Teilchen ist eine der grundlegende Eigenschaft zusammengesetzter quantenmechanischer Systeme. Für sie existiert kein klassisches Analogon und stellt somit einen idealen Zugang zum Verständnis der Quantenmechanik dar. Die Verschränkung von Teilchen führt zu Anwendungen die völlig neue Möglichkeiten schaffen. Dies trifft besonders auf das Gebiet der Quanteninformationsverarbeitung zu. Sie erlaubt die Berechnung spezieller Probleme in sehr viel kürzerer Zeit, als mit klassischen Rechnern [74], [75].

Während die Erzeugung von Photonenpaaren mit verschränkten Polarisationszuständen mittlerweile routinemäßig möglich ist, stellt die Verschränkung individuell adressierbarer Teilchen eine Herausforderung dar. Im Fall von gefangenen Ionen existieren verschiedene Möglichkeiten deren interne Zustände miteinander zu verschränken. Essenziell dabei ist eine Wechselwirkung zwischen den Ionen, die von deren inneren Freiheitsgraden abhängt. Bereits 1995 wurden hierzu von D. Cirac et al [76] und später von Sørensen et al. [77] Methoden entwickelt die auf der kollektiven Schwingung der Ionen im Fallenpotenzial beruhen. Es besteht jedoch auch die Möglichkeit die Kopplung von Ionen an einen optischen Resonator zu nutzen. Ein solches Schema wurde 1995 von T. Pellizzari et al. [78] vorgeschlagen. Dazu wird ein Λ -Niveauschema der Ionen benötigt, um zwei stabile, unterscheidbare Zustände als Qbits zur Verfügung zu stellen. Betrachtet man den Fall, dass zwei Ionen mit einem Übergang an dieselbe Mode eines optischen Resonators gekoppelt sind und auf dem anderen Übergang mit einem Laser gepumpt werden (siehe Abb. 10.1)so erhält man den folgenden Hamilton-Operator der Wechselwirkung:

$$\begin{aligned} H = & \hbar\Omega_1 (|0_1\rangle \langle 2_1| + |2_1\rangle \langle 0_1|) + \hbar g_1 (|1_1\rangle \langle 2_1| a^\dagger + |2_1\rangle \langle 1_1| a) \\ & + \hbar\Omega_2 (|0_2\rangle \langle 2_2| + |2_2\rangle \langle 0_2|) + \hbar g_2 (|1_2\rangle \langle 2_2| a^\dagger + |2_2\rangle \langle 1_2| a) \quad (10.1) \end{aligned}$$

Darin ist Ω_i die Rabi-Frequenz des Pump-Lasers auf dem $0_i \rightarrow 2_i$ -Übergang des Ions i und g_i ist die Kopplung des Ions i mit der Resonatormode auf dem $1_i \rightarrow 2_i$ -

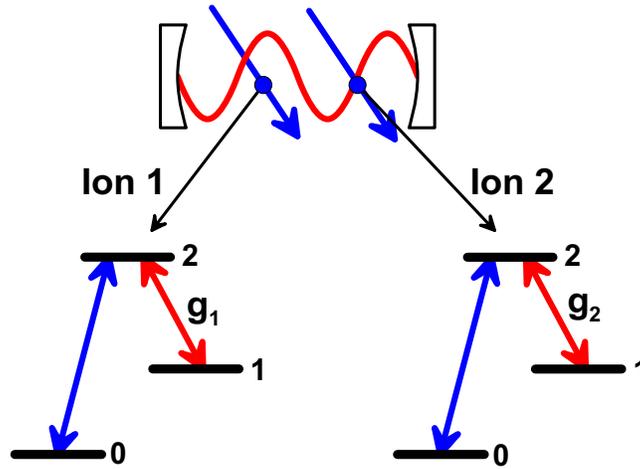


Abbildung 10.1: Kopplung zweier Ionen an eine Mode eines Resonators.

Übergang. Der erste Teil dieses Operators beschreibt die stimulierten Wechselwirkungen zwischen dem Ion 1 und dem Pump-Laser bzw. der Resonatormode, wohingegen der zweite Teil die stimulierten Wechselwirkungen des Ions 2 beschreibt. Um zu verstehen wie die Resonatormode eine Wechselwirkung zwischen den Ionen vermitteln kann betrachtet man den Fall, dass Ion 1 zunächst im Grundzustand ist, während Ion 2 im angeregten Zustand ist. Sind nun beide Ionen an den Resonator gekoppelt und strahlt man gleichzeitig auf beide Ionen den Pump-Puls ein, so wird Ion 1 angeregt und kann über einen Ramanprozess ein Photon in den Resonator emittieren. Dieses Photon wiederum kann von Ion 2 absorbiert werden, dass dadurch einen Raman-Übergang in den Grundzustand vollführen kann (siehe Abb. 10.2). Durch die Wahl der Intensität und der Länge des Pump-Pulses kann dieser Prozess so gesteuert werden, dass eine Verschränkung der Ionen zustande kommt, d.h. der Zwei-Ionen-Zustand $|\Phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle)$ erreicht wird.

Bei diesem Prozess müssen jedoch spontane Prozesse berücksichtigt werden, die die so genannte Fidelity beeinflussen. Die Fidelity \mathcal{F} beschreibt den Überlapp des

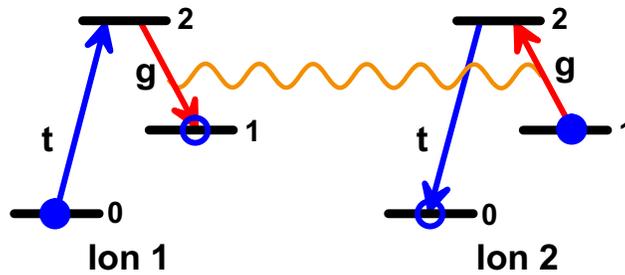


Abbildung 10.2: Transferschema des Zustands von Ion 1 auf das Ion 2 mittels einer Resonatoranregung.

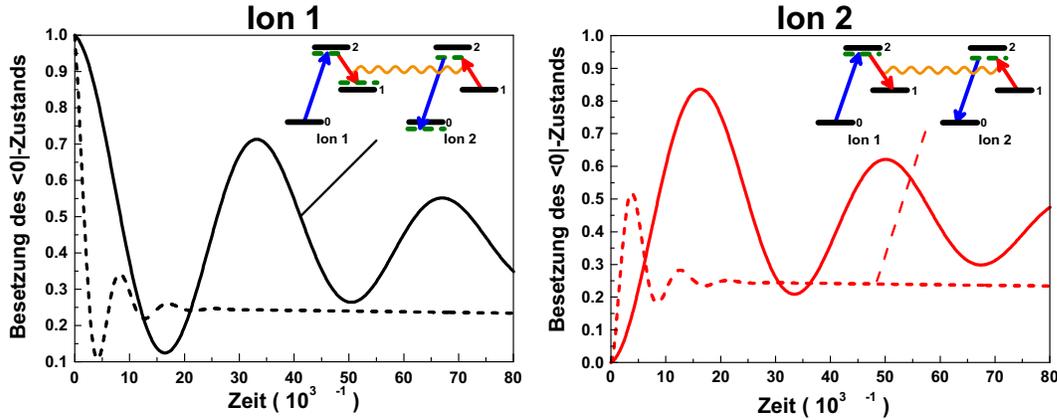


Abbildung 10.3: Simulation der Entwicklung zweier an eine Resonatormode gekoppelter Ionen. Aufgrund spontaner Prozesse ist die Rabi-Oszillation gedämpft.

erzeugten Zustandes $|\Phi_{\text{Exp}}\rangle$ mit dem gewünschten Zustand $|\Phi\rangle$, d.h.:

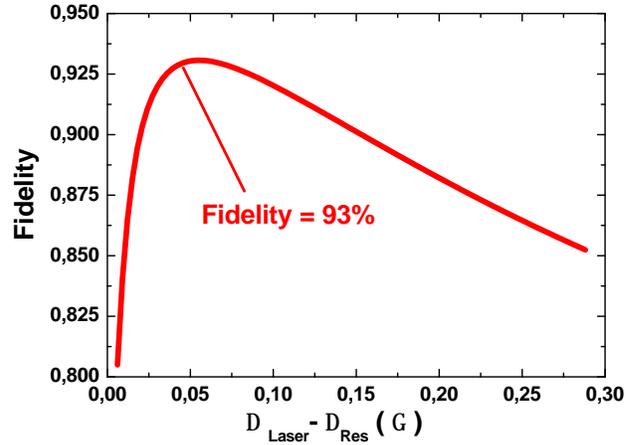
$$\mathcal{F} = \langle \Phi | \Phi_{\text{Exp}} \rangle. \quad (10.2)$$

Der spontane Zerfall des Zustandes $|2\rangle$ der Ionen kann dadurch unterdrückt werden, dass man die Besetzung dieses Zustandes möglichst vermeidet. Dies ist insbesondere bei einem nicht-resonanten Raman-Übergang vom Zustand $|0\rangle$ in den Zustand $|1\rangle$ der Fall. Wählt man die Verstimmung des Pump-Lasers und des Resonators groß genug kann die Besetzung des Zustands $|2\rangle$ stark reduziert werden. Jedoch wird dadurch die Kopplung zwischen den Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ durch den Laser und die Resonatormode reduziert. Für die effektive Kopplung gilt in diesem Fall:

$$g_{\text{eff}} = \frac{\Omega g}{\Delta}. \quad (10.3)$$

Die Reduktion der Besetzung des $|2\rangle$ -Zustands führt zu einem Anstieg der Fidelity dieses Prozesses, jedoch wird durch die Verringerung der Kopplung der gesamte Prozess langsamer. Außer dem Zerfall des $|2\rangle$ -Zustands existiert jedoch ein weiterer Prozess der zu einer Reduktion der Fidelity führt. Da die Wechselwirkung der Ionen darauf beruht, dass ein Resonatorphoton ausgetauscht wird, stellt der Zerfall des Resonatorfeldes ebenfalls einen Verlustmechanismus dar. In diesem Fall kann durch Einführung einer Verstimmung des Resonators gegenüber der Raman-Resonanz die Besetzung der Resonatormode unterdrückt werden. Die Kopplung der Ionen beruht dann auf dem Austausch einer virtuellen Anregung der Resonatormode. Die in Abb. 10.3 dargestellte Simulation der Besetzung des $|0\rangle$ -Zustandes zeigt, dass durch die Verstimmung aus der Raman-Resonanz die Dämpfung des kohärenten Austauschs von Anregung zwischen den Ionen reduziert werden kann. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Rabi-Oszillation zwischen

Abbildung 10.4:
 Simulierte Fidelity
 der Erzeugung des
 $\frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |01\rangle)$ -
 Zustands. Die
 Parameter des
 Systems sind: $\Gamma = 1$,
 $\kappa = 0,005$,
 $\Omega = 0,78$,
 $\Delta_{\text{Laser}} = 400$ und
 $g = 0,5$.



dem $|0\rangle$ und dem $|1\rangle$ -Zustand, im Falle einer einfachen Verstimmung des Pump-Lasers und der Resonatormode gegenüber dem $|2\rangle$ -Zustand, stark gedämpft ist (gestrichelte Kurven). Führt man nun die zusätzliche Verstimmung der Resonatormode ein, so ist diese Dämpfung reduziert (durchgezogene Kurve). Jedoch ist auch erkennbar, dass die effektive Kopplung der Ionen dadurch weiter reduziert wird. Im Falle von zwei Verstimmungen erhält man für die Kopplung:

$$g_{\text{eff}} = \frac{\Omega^2 g^2}{8\Delta_{\text{Laser}} \Delta_{\text{Res}} (\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}})}. \quad (10.4)$$

Somit wird der Prozess um einen Faktor $1/\Delta_{\text{Res}} \Delta_{\text{Laser}} (\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}})$ langsamer, während sich die Zerfallsraten um einen Faktor $1/\Delta_{\text{Res}}^2 \Delta_{\text{Laser}}^2 (\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}})^2$ verringern. Betrachtet man nun einen $\frac{\pi}{2}$ -Puls, d.h. einen Pump-Puls, der ohne Berücksichtigung der Dämpfung die Besetzung der Ionen zu 50% in den $|0\rangle$ -Zustand und zu 50% in den $|1\rangle$ -Zustand bringt, so werden die Ionen dabei maximal verschränkt. Zur Bestimmung der Fidelity wurde dieser Prozess im 8-Niveau Modell berechnet. In Abb. 10.4 ist der Verlauf der Fidelity für unterschiedliche Verstimmungen des Lasers und des Resonators von der Raman-Resonanz ($\Delta_{\text{Laser}} - \Delta_{\text{Res}}$) dargestellt. Dabei ist zu erkennen, dass die Fidelity nicht monoton mit der Verstimmung zunimmt, sondern ein Maximum erreicht und anschließend wieder abfällt. Dies ist darauf zurückzuführen, dass mit zunehmender Verstimmung zunächst die spontanen Prozesse besser unterdrückt werden. Jedoch steigt mit größerer Verstimmung die Dauer eines $\frac{\pi}{2}$ -Pulses. Dadurch kann während des Pulses mit größerer Wahrscheinlichkeit spontane Emission auftreten, was die reduzierte Rate überkompensiert. Die Parameter der Simulation entsprechen einer Resonatorlänge von 0,5 mm und einer Finesse von 500 000 für ein $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion auf dem $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang.

Betrachtet man das Niveau-System von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen, so eignet sich besonders

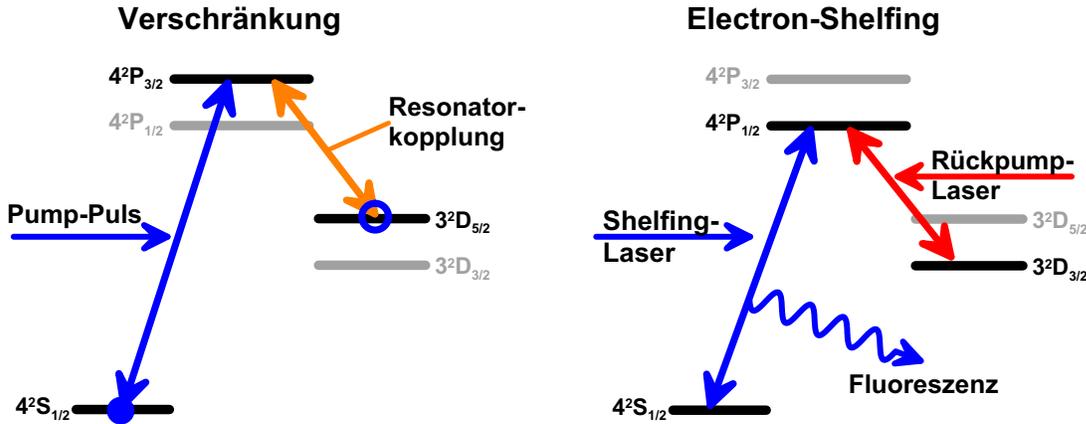


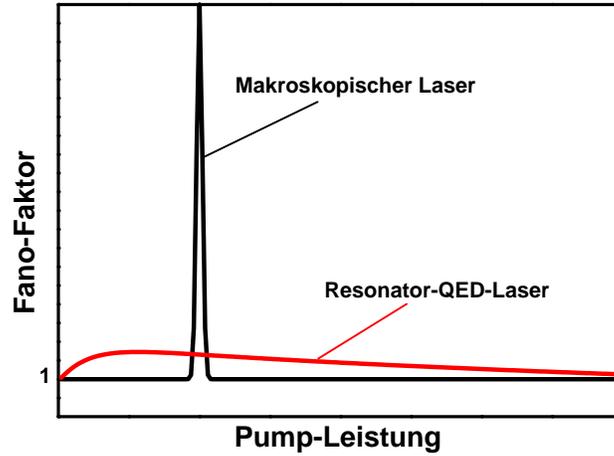
Abbildung 10.5: Schema zur Verschränkung zweier $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen mittels einer Resonatormode. Das obere Λ -System dient zur Erzeugung der Verschränkung, während das untere Λ -System zum Nachweis der Verschränkung mittels Electron-Shelving dient.

das obere Λ -System für diesen Prozess. Dazu wird der $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang an die Resonatormode gekoppelt, während das Ion auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang gepumpt wird (siehe Abb. 10.5). Trotz des weiteren Zerfalls-Kanals des $P_{3/2}$ -Niveaus ins $D_{3/2}$ -Niveau ist dieses Schema gegenüber dem unteren Λ -System vorteilhafter. Bei diesem Schema steht das untere Λ -System zum Nachweis der Niveaubesetzungen zur Verfügung. Da dieses System nur über den $S_{1/2}$ -Zustand mit dem oberen Λ -System koppelt kann dadurch die Besetzung des Grundzustands mittels Electron-shelving gemessen werden, ohne den $D_{5/2}$ -Zustand zu beeinflussen. Dagegen ist durch den Zerfall des $P_{3/2}$ -Niveaus ins $D_{3/2}$ -Niveau auf dem oberen Λ -System kein Electron-shelving möglich.

10.2 Ionenfallenlaser

Wie in Kapitel 9 gezeigt, kann ein einzelnes an eine Resonatormode gekoppeltes Ion einzelne Photonen deterministisch erzeugen. Ein ähnliches Schema kann auch dazu dienen ein einzelnes Ion als aktives Medium für einen Laser zu verwenden. Ein derartiger Laser wird auch als Resonator-QED-Laser bezeichnet. Er unterscheidet sich in seinen Emissionseigenschaften von makroskopischen Lasern. Prinzipiell stellt ein Resonator-QED-Laser eine Reduktion des Lasermediums von sehr vielen Teilchen auf ein einzelnes Atom oder Ion dar. Die Übertragung bestimmter Begriffe oder Eigenschaften aus dem Bereich makroskopischer Laser auf einen Resonator-QED-Laser ist deshalb kritisch [79]. Dies betrifft vor allem die Definition der Laser-Schwelle. Die Laserschwelle eines Resonator-QED-Lasers wird in der Literatur teilweise über den Punkt gleich großer stimulierter und spontaner Emission in die Resonatormode [80] definiert, teilweise über Knicke in

Abbildung 10.6:
Fano-Faktor eines
makroskopischen Lasers und
eines inkohärent gepumpten
Resonator-QED-Laser in
Abhängigkeit von der
Pump-Leistung.



verschiedenen charakteristischen Größen [81], während in anderen Arbeiten von schwellenlosem Verhalten ausgegangen wird [82].

Eine Größe die sich zur Charakterisierung der Strahlung sowohl eines makroskopischen als auch eines Resonator-QED-Lasers besonders eignet, ist der Fano-Faktor \mathbb{F} . Er ist definiert als:

$$\mathbb{F} = \frac{\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2}{\langle n \rangle} . \quad (10.5)$$

Der Fano-Faktor beschreibt die Fluktuationen der Photonenzahl des Lasers. Darin ist $\langle n \rangle$ die mittlere Photonenzahl und der Term $\langle n^2 \rangle - \langle n \rangle^2$ beschreibt deren mittlere Schwankung. Mit der mittleren Photonenzahl und der $g^{(2)}$ -Funktion ist der Fano-Faktor zudem über folgende Gleichung verknüpft [83]:

$$\mathbb{F} = (g^{(2)}(0) - 1) \langle n \rangle + 1 . \quad (10.6)$$

Betrachtet man den Fano-Faktor sowohl für einen makroskopischen, als auch für einen inkohärent gepumpten Resonator-QED-Laser (siehe Abb. 10.6), so erkennt man, dass im Falle eines makroskopischen Lasers an der Laserschwelle ein scharfes Maximum im Fano-Faktor auftritt, wohingegen für einen Ein-Teilchen-Laser nur ein sehr breites Maxima auftritt. Bei einem makroskopischen Laser divergiert das Maximum im thermodynamischen Limit. Die Lage dieses Maximums kann als Laserschwelle definiert werden [79]. Das unterschiedliche Verhalten kommt dadurch zustande, dass Fluktuationen in einem makroskopischen Laser im Vergleich zur Photonenzahl verschwindend gering sind, wohingegen in einem Ein-Teilchen-Laser diese Fluktuationen eine dominante Rolle spielen, da hier die Fluktuationen eine ähnliche Größenordnung haben wie die Gesamtphotonenzahl. Bei Resonator-QED-Lasern gibt es zudem Parameterbereiche, in denen kein Maximum des Fano-Faktors auftritt. Dieses Verhalten eines Ein-Teilchen-Lasers wird als schwellenloses Lasen bezeichnet. Ein weiterer Unterschied ist, dass der Fano-Faktor im Falle eines makroskopischen Lasers sowohl unter als auch über der Schwelle ein

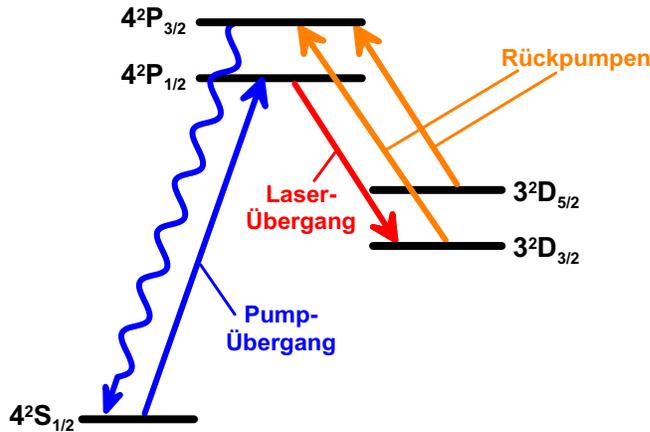
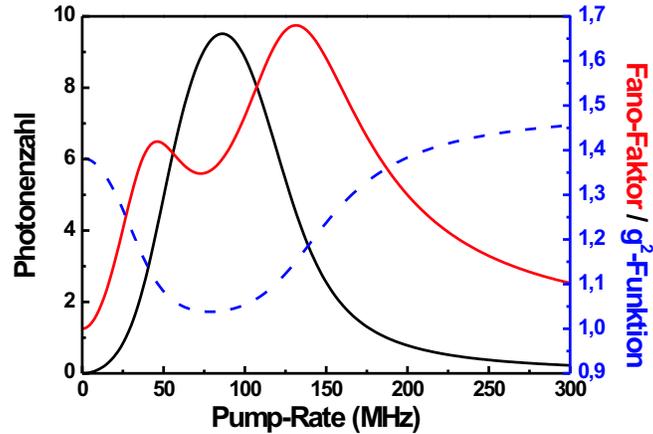


Abbildung 10.7: Schema eines Ionenfallen-Lasers mit $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen.

ist, wohingegen der Fano-Faktor eines Ein-Teilchen-Lasers von diesem Wert abweicht. Somit emittiert der Resonator-QED-Laser meist kein kohärentes, sondern gebunchtes oder antigebunchtes Licht.

Für einen Resonator-QED-Laser eignen sich verschiedene Niveau-Schemata [84]. Insbesondere ist das Niveau-Schema von $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen geeignet. Als Laserübergang dient der $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang (siehe Abb. 10.7). Das Ion wird auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang vom Grundzustand mit der Rate Ω in das $P_{1/2}$ -Niveau gepumpt. Der $P_{1/2} \rightarrow D_{3/2}$ -Übergang wird an eine Mode eines optischen Resonators gekoppelt, somit geht das Ion nach einer Emission eines Laser-Photons in den $D_{3/2}$ -Zustand über. Um die Reabsorption des Photons durch das Ion zu vermeiden und um das Ion wieder in den Ausgangszustand zu pumpen, muss das $D_{3/2}$ -Niveau über einen weiteren Übergang entleert werden. Im $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion dient hierzu der $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang. Durch einen Laser wird das Ion in den $P_{3/2}$ -Zustand gepumpt, von wo aus das Ion mit einer Rate von $147 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$ in den Grundzustand zerfällt und somit für einen neuen Zyklus zur Verfügung steht. Da das $P_{3/2}$ -Niveau jedoch zudem in den $D_{5/2}$ -Zustand zerfallen kann, muss die Population dieses Niveaus durch einen zusätzlichen Laser auf dem $D_{5/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang rückgepumpt werden. Da in diesem Fall ein einzelnes Ion als aktives Lasermedium dient, treten unterschiedliche Effekte auf [85]: Betrachtet man zunächst die Photonenzahl in der Resonatormode für unterschiedliche Pump-Raten Ω auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang (siehe Abb. 10.8), so erkennt man für kleine Pump-Raten den für einen Laser üblichen exponentiellen Anstieg der Photonenzahl. Dieser Anstieg geht jedoch in ein Maximum der Photonenzahl über und nimmt mit zunehmender Pump-Rate monoton ab. Um dies zu interpretieren ist es nötig die Dressed-States des Systems zu betrachten (siehe Abb. 10.9). Betrachtet man das obere und untere Laser-Niveau, so werden diese sowohl durch das kohärente Pumpen auf dem $S_{1/2} \rightarrow P_{1/2}$ -Übergang als auch durch das kohärente Rückpumpen auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang aufgrund des AC-Stark-Effekts aufgespalten. Sind diese Aufspaltungen größer als die Resonator-Linienbreite und zudem für beide Laser-Niveaus verschieden, so führt das zu einer effektiven Verstimmung

Abbildung 10.8:
 Photonenzahl, Fano-Faktor
 und g^2 -Funktion eines
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionenfallen-Lasers
 mit einer Rückpump-Rate
 von $\Omega_1 = 80$ MHz bei einer
 Resonatorlänge von 1 mm
 und einer Finesse von $1 \cdot 10^6$.



der Übergangs gegenüber dem Resonator. Dadurch wird die Emission eines Photons in den Resonator beeinträchtigt. Während für kleine Pump-Raten aufgrund der erhöhten Population des $P_{1/2}$ -Niveaus die Photonenzahl ansteigt, nimmt sie durch die leistungsinduzierte Verstimmung des Übergangs relativ zum Resonator für große Pump-Raten wieder ab. Dieser Effekt kann in Grenzen durch geeignete Wahl der Pump-Rate auf dem $D_{3/2} \rightarrow P_{3/2}$ -Übergang kompensiert werden. Dieses Verhalten macht sich auch im Verlauf des Fano-Faktors bemerkbar (siehe Abb. 10.8). In den Fluktuationen treten anstelle eines Maximums zwei Maxima auf. Diese können als Laserschwellen interpretiert werden. Das erste Maximum entspricht dem Einsetzen der Lasertätigkeit, wohingegen an der zweiten Schwelle die Lasertätigkeit erlischt. Betrachtet man die $g^{(2)}$ -Funktion im Maximum der Photonenzahl, so wird dort annähernd kohärentes Licht emittiert. Im Falle von inkohärentem Pumpen tritt dieser Effekt nicht auf, und es existiert nur ein Maximum des Fano-Faktors [84].

Reduziert man die Rückpump-Rate Ω_1 , so verändert sich das Verhalten grundlegend. Man erhält auch in diesem Fall bei Erhöhung der Pump-Rate einen Verlauf

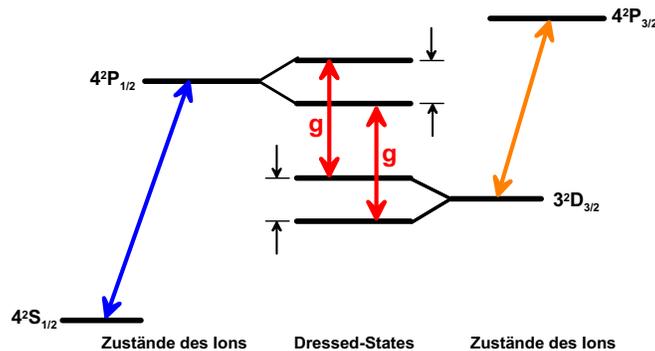


Abbildung 10.9: Zustände des Ions und Dressed-States eines vereinfachten $^{40}\text{Ca}^+$ -Ions des Laserübergangs.

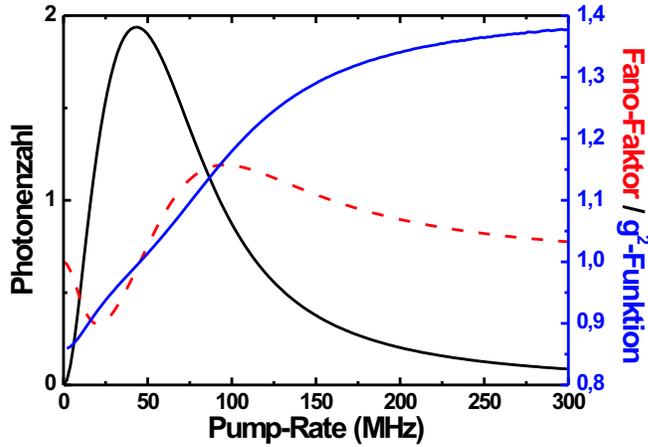


Abbildung 10.10:
 Photonenzahl, Fano-Faktor
 und $g^{(2)}$ -Funktion eines
 $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionenfallen-Lasers
 mit einer Rückpump-Rate
 von $\Omega_1 = 13$ MHz bei einer
 Resonatorlänge von 1 mm
 und einer Finesse von $1 \cdot 10^6$.

der Photonenzahl der ein breites Maximum aufweist, das jedoch kleiner ist als für höhere Rückpump-Raten (siehe Abb. 10.10). Betrachtet man jedoch die Fluktuationen, so offenbaren sich beträchtliche Unterschiede. In diesem Fall weist der Fano-Faktor nur ein Maximum auf. Zudem sinkt zunächst der Fano-Faktor für zunehmende Pump-Raten und besitzt ein Minimum mit einem Wert kleiner als eins. Betrachtet man die $g^{(2)}$ -Funktion in diesem Bereich, so tritt hier Antibunching auf. Somit stellt der Ein-Teilchen-Laser eine kontinuierliche Quelle für nichtklassisches Licht dar. Dieses Verhalten wird dadurch verursacht, dass durch die kleine Rückpump-Rate eine Engstelle im Laserzyklus auftritt. Dadurch wird die Zeit einer Photonen-Emission kleiner als die Zeit, die benötigt wird einen Pump-Zyklus zu beenden. Daher kommt es zu Antibunching. Erhöht man die Pump-Rate, so steigt der Fano-Faktor über eins, und sinkt nach Erreichen eines Maximums asymptotisch wieder gegen eins. In diesem Bereich emittiert der Laser gebunchtes Licht.

Literaturverzeichnis

- [1] H. Kimble, M. Dagenais und J. Mandel, Phys. Rev. A **18**, 201 (1978). 1, 94
- [2] W. Paul, O. Osberghaus und E. Fischer, Forschungsbericht des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums NRW. (1958). 1, 5
- [3] C. Monroe, D. Meekhof, B. King und D. Wineland, Science **272**, (1996). 2
- [4] F. Major und G. Werth, Phys. Rev. Lett **30**, (1973). 2
- [5] H. Straubel, Die Naturwissenschaften **18**, 506 (1955). 5
- [6] C. Schrama, E. Peik, W. Smith und H. Walther, Opt. Com. **101**, 32 (1993). 5
- [7] N. Yu und W. Nagourney, J. Appl. Phys **77**, 3623 (1995). 10
- [8] R. Alheit, S. Kleineidam, F. Vedel, M. Vedel und G. Werth, Int. J. Mass. Spectrom. **154**, 155 (1996). 10, 77
- [9] D. Berkland, J. D. Miller, J. Bergquist, W. Itano und D. Wineland, J. Appl. Phys. **83**, 5025 (1998). 11
- [10] G. Guthöhrlein, Doktorarbeit, LMU München, 2001. 21
- [11] S. Urabe, K. Hayasaka, M. Watanabe, H. Imajo und R. Ohmukai, Jpn. J. Appl. Phys **33**, 1590 (1994). 24
- [12] W. Zhao, J. Simsarian, L. Orozco und G. Sprouse, Rev. Sci. Instrum. **69**, 3737 (1998). 27
- [13] R. Pound, Rev. Sci. Instrum. **17**, 490 (1946). 34
- [14] R. Drever, J. Hall, F. Kowalski, J. Hough, G. Fotd, A. Munley und H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983). 34
- [15] P. Laurentand, A. Clairon und C. Breant, IEEE J. Quantum Elektron. **25**, 1131 (1989). 34

- [16] S. Gulde, D. Rotter, P. Barton, F. Schmidt-Kaler, R. Blatt und W. Hoger-
vorst, *Appl. Phys. B* **73**, 861 (2001). 48
- [17] N. Kjærgaard, L. Hornekær, A. Thommesen, Z. Videsen und M. Drewsen,
Appl. Phys. B **71**, 207 (2000). 48
- [18] S. Urabe, K. Hayasaka, M. Watanabe, H. Imajo, R. Ohmukai und R. Hayashi,
Appl. Phys. B **57**, 367 (1993). 55, 79
- [19] J. Hoffnagel, R. DeVoe, L. Reyna und R. Brewer, *Phys. Rev. Lett.* **61**, 255
(1988). 58
- [20] R. Blümel, C. Kappler, W. Quint und H. Walther, *Phys. Rev. A* **40**, 808
(1989). 58
- [21] W. N. G. Janik und H. Demelt, *J. Opt. Soc. Am. B* **2**, 1251 (1985). 68, 73
- [22] S. Gulde, M. Riebe, G. Lancaster, C. Becher, J. Eschner, H. Häffner, F.
Schmidt-Kaler, I. Chuang und R. Blatt, *Nature* **421**, 48 (2003). 74
- [23] G. Ritter und U. Eichmann, *J. Phys. B* **30**, L141 (1997). 79
- [24] F. Arbes, T. Gudjons, F. Kurth, G. Werth, F. Martin und M. Inguscio, *Z.
Phys. D* **25**, 295 (1993). 79
- [25] M.Knoop, M. Vedel und F.Vedel, *Phys. Rev. A* **52**, 3763 (1995). 79
- [26] T. Gudjons, B. Hilberz, P. Seibert und G. Werth, *Europhys. Lett.* **33**, 595
(1996). 79
- [27] J. Lidberg, A. Al-Khalili, L.-O. Norlin, P. Royen, X. Tordoir und S. Man-
nervik, *J. Phys. B* **32**, 757 (1999). 79
- [28] F. Arbes, M. Benzing, T. Gudjons, F. Kurth und G. Werth, *Z. Phys. D* **29**,
159 (1994). 79
- [29] M. Block, O. S.Rehm, P. Seibert und G. Werth, *Eur. Phys. J. D* **7**, 461
(1999). 79
- [30] S. Liaw, *Phys. Rev. A* **51**, R1723 (1995). 79
- [31] C. Guet und W. Johnson, *Phys. Rev. A* **37**, 307 (1988). 79
- [32] N. Vaeck, M. Godefroid und C. F. Fischer, *Phys. Rev. A* **46**, 3704 (1992).
79
- [33] E. Biemont und C. Zeippen, *Comm. At. Mol. Phys.* **33**, 29 (1996). 79
- [34] M. Ali und Y. Kim, *Phys. Rev. A* **38**, 3992 (1988). 79

- [35] T. Brage, C. F. Fischer, N. Vaeck, M. Godefroid und A. Hibbert, Phys. Scripta T **48**, 533 (1993). 79
- [36] S. M. Tan, J. Opt. B-Quantum Semicl. Opt. **1**, 424 (1999). 82
- [37] J. Dupont-Roc, S. Haroche und C. Cohen-Tannoudji, Phys. Lett. **28A**, 638 (1969). 85
- [38] D. Walls und G. J. Milburn, *Quantum optics* (Springer, Heidelberg, 1999). 89
- [39] H. Carmichael und D. F. Walls, J. Phys. B **9**, 1199 (1976). 92
- [40] R. Hanbury-Brown und R. Twiss, Nature **177**, 27 (1956). 93
- [41] M. Dagenais und J. Mandel, Phys. Rev. A **18**, 2217 (1978). 94
- [42] F. Diedrich und H. Walther, Phys. Rev. Lett. **58**, 203 (1987). 95
- [43] M. Schubert, I. Siemers, R. Blatt, W. Neuhauser und P. Toschek, Phys. Rev. Lett. **68**, 3016 (1992). 96
- [44] E. Peik, J. Abel, T. Becker, J. von Zanthier und H. Walther, Phys. Rev. A **60**, 439 (1999). 105, 106
- [45] H. Rohde, S. Gulde, C. Roos, P. Barton, D. Leibfried, J. Eschner, F. Schmidt-Kaler und R. Blatt, J. Opt. B **3**, 34 (2001). 108
- [46] D. Heinzen und D. Wineland, Phys. Rev. A **42**, 2977 (1990). 108
- [47] G. Morigi, J. Eschner und C. Keitel, Phys. Rev. Lett. **85**, 4458 (2000). 109
- [48] C. Roos, D. Leibfried, A. Mundt, F. Schmidt-Kaler, J. Eschner und R. Blatt, Phys. Rev. Lett. **85**, 5547 (2000). 111
- [49] G. Guthörlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, Nature **414**, 49 (2001). 129
- [50] M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange und H. Walther, Appl. Phys. B **76**, 125 (2003). 129
- [51] P. Meystre und M. Sergant, *Elements of Quantum optics* (Springer, Heidelberg, 1999). 138
- [52] E. Purcell, Phys. Rev. **681** (1946). 143
- [53] H. Kimble, M. Dagenais und L. Mandel, Phys. Rev. Lett. **39**, 691 (1977). 147

- [54] F. Diedrich und H. Walther, *Phys. Rev. Lett.* **58**, 203 (1987). 147
- [55] J. I. Cirac, P. Zoller, H. J. Kimble und H. Mabuchi, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3221 (1997). 147
- [56] Q. Turchette, C. Hood, W. Lange, H. Mabuchi und H. Kimble, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 4710 (1995). 147
- [57] E. Knill, R. Laflamme und G. Milburn, *Nature* **409**, 46 (2001). 147
- [58] C. Bennett und G. Brassard, in *Proc. IEEE Int. Conf. on Computers, Systems and Signal Processing* (PUBLISHER, New York, 1984), S. 175–179. 147
- [59] J. Kim, O. Benson, H. Kan und Y. Yamamoto, *Nature* **397**, 500 (1999). 147
- [60] A. Imamoglu und Y. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 210 (1994). 147
- [61] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. Schoenfeld, P. Petroff, L. Zhang, E. Hu und A. Imamoglu, *Science* **290**, 2282 (2000). 147
- [62] C. Santori, M. Pelton, G. Solomon, Y. Dale und E. Yamamoto, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 1502 (2001). 147
- [63] C. Santori, D. Fattal, J. Vuckovic, G. S. Solomon und Y. Yamamoto, *Nature* **419**, 594 (2002). 147
- [64] Z. L. Yuan, B. E. Kardynal, R. M. Stevenson, A. J. Shields, C. J. Lobo, K. Cooper, N. S. Beattie, D. A. Ritchie und M. Pepper, *Science* **295**, 102 (2002). 147
- [65] V. Zwiller, T. Aichele, W. Seifert, J. Persson und O. Benson, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 1509 (2003). 147
- [66] T. Basche, W. E. Moerner, M. Orrit und H. Talon, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1516 (1992). 147
- [67] B. Lounis und W. Moerner, *Nature* **407**, 491 (2000). 147
- [68] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda und H. Weinfurter, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 290 (2000). 147
- [69] A. Beveratos, S. Kuhn, R. Brouri, T. Gacoin, J. Poizat und P. Grangier, *Eur. Phys. J. D* **18**, 191 (2002). 147
- [70] C. K. Law und H. J. Kimble, *J. Mod. Opt.* **44**, 2067 (1997). 148
- [71] A. Kuhn, M. Hennrich und G. Rempe, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 067901 (2002). 148

-
- [72] J. McKleever, A. Boca, A. Boozer, R. Miller, J. Buck, A. Kuzmich und H. Kimble, Scienceexpress 1 (2004). 148
- [73] J. T. Hoffges, H. W. Baldauf, W. Lange und H. Walther, J. Mod. Opt. **44**, 1999 (1997). 157
- [74] R. Feynman, Int. J. Theor. Phys. **21**, 467 (1982). 177
- [75] D. Deutsch, Proc. Royl. Soc. Lond. A **400**, 97 (1985). 177
- [76] I. Cirac und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **74**, 4091 (1995). 177
- [77] A. Sørensen und K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. **82**, 1971 (1999). 177
- [78] T. Pellizzari, S. Gardiner, C. J, I und P. Zoller, Phys. Rev. Lett. **75**, 3788 (1995). 177
- [79] P. Rice und H. Carmichael, Phys. Rev. A **50**, 4318 (1994). 181, 182
- [80] G. Björken und Y. Yamamoto, IEEE J. Quantum Elektron. **QE-27**, 2387 (1991). 181
- [81] X. Wang, R. Linke, G. Devlin und H. Yokoyama, Phys. Rev. A **47**, R2488 (1993). 182
- [82] F. DeMartini und G. Jacobovitz, Phys. Rev. Lett. **60**, 1711 (1988). 182
- [83] B. Jones, S. Ghose, P. Clemens, P. Rice und L. Pedrotti, Phys. Rev. A **60**, 3267 (1999). 182
- [84] M. Löffler und H. Walther, Opt. Comm. **150**, 131 (1998). 183, 184
- [85] G. Meyer, H.-J. Briegel und H. Walther, Europhys. Lett **37**, R1099 (1997). 183

Veröffentlichungen

M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
A calcium ion in a cavity as a controlled single photon source.
New J. Phys. (2004).

M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
Deterministic Cavity Quantum Electrodynamics with Trapped Ions.
J. Phys. B 36, 613-622 (2003).

M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
Deterministic Coupling of Single Ions to an Optical Cavity.
Appl. Phys. B 76, 125-128 (2003).

S. Bratke, G. Guthöhrlein, M. Keller, W. Lange, B. Varcoe, H. Walther,
Generation of Photon Number States on Demand.
J. Mod. Opt. 50, 1103-11 (2003)

S. Bratke, G. Guthöhrlein, M. Keller, W. Lange, B. Varcoe, H. Walther,
Generation and Investigation of Number States of the Radiation Field.
La Physics. 13, 368-374 (2003)

M. Keller, B. Lange, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
Quantum Information Processing with Ions Deterministically Coupled to an Optical Cavity .
In: Quantum Information Processing, hrsg. v. T. Beth, G. Leuchs, Wiley, Berlin 2003.

S. Bratke, G. Guthöhrlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange, B. Varcoe, H. Walther,
Generation of Photon Number States by Cavity Quantum Electrodynamics.
In: Coherence and Quantum Optics, hrsg. v. J.H. Eberly und E. Wolf, Vol. VIII, Plenum, New York 2002.

G. Guthöhrlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
Probing an Optical Field with Atomic Resolution.
In: Laser Physics at the Limits. hrsg. V. Figger, D. Meschede, C. Zimmermann, Springer, Heidelberg 2002.

G. Guthöhrlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
Cavity-QED with Single Trapped $^{40}\text{Ca}^+$ -Ion.

Proceedings of the XV Int. Conf. on LASER Spectroscopy (ICOLS 2001), hrsg.
V. Vuletic, S. Chu, A.J. Kerman, Ch. Cheng, World Scientific 2002.

G. Guthöhrlein, M. Keller, K. Hayasaka, W. Lange, H. Walther,
A single ion as nanometric probe of an optical field .
Nature 414, 49 (2001)

M. Keller,
Experimentelle Studie über die Detektion geladener Teilchen.
IPP-Report IPP III/248, (1999).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei all denjenigen Bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Herbert Walther, der mir die Gelegenheit gab an diesem höchst interessanten Experiment zu arbeiten.

Für die enge und freundschaftliche Zusammenarbeit, die uneingeschränkte Unterstützung in jeglicher Hinsicht und die stetige Bereitschaft zur Diskussion, möchte ich mich ganz besonders herzlich bei meinem Betreuer Dr. Wolfgang Lange bedanken. Ich wünsche jedem Doktoranten das Glück einen Betreuer wie Wolfgang zu haben. Danke!

Eine wichtige Unterstützung besonders auf dem Gebiet der Laserstabilisierung war Dr. Kazuhiro Hayasaka. Aufgrund der Kollaboration zwischen dem MPQ und dem Communication Research Institut in Kobe wurde es erst möglich, all diese Experimente in einer solch kurzen Zeit durchzuführen.

Bei Birgit Lange möchte ich mich für Ihre Unterstützung, Ihr Engagement sowie für die gute Arbeitsatmosphäre bedanken.

Für die intensive und kollegiale Einführung an dem Experiment möchte ich mich bei meinem Vorgänger Gerhard Guthöhrlein bedanken. Trotz anfänglicher Sprachbarriere war unsere Zusammenarbeit sehr fruchtbar.

Das Klima in der Gruppe von Prof. H. Walther war stets geprägt von Hilfsbereitschaft und Kollegialität. Dafür danke ich allen jetzigen und früheren Gruppenmitglieder.

Meiner Frau Nicole möchte ich ganz besonders für die Unterstützung, Ihre Geduld und den stetigen Rückhalt danken, den ich erfahren durfte.

Lebenslauf

Name: Matthias Keller
Geboren: 18.02.1974 in Ravensburg
Familienstand: verheiratet, 1 Tochter (geb. 22.02.2003)

1980-1984 Grundschule in Weingarten
1984-1989 Hauptschule in Weingarten
1989-1991 Gewerblich-technische Berufsfachschule für Elektrotechnik
in Ravensburg
1991-1994 Technisches Gymnasium in Ravensburg
1994 Abitur
1994-1999 Studium der Physik an der Universität Heidelberg
Diplomarbeit am Max-Planck-Institut für Plasmaphysik
1999 Diplom der Physik
seit Januar 2000 Promotion am Max-Planck-Institut für Quantenoptik

