

Kollisionen protoplanetarer Akkretionsscheiben

Dissertation der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von Andreas Brandl
aus Ludwigsburg

München, den 9. Dezember 1999

1. Gutachter: Prof. Dr. G.E. Morfill
2. Gutachter: Prof. Dr. R.-P. Kudritzki
Tag der mündlichen Prüfung: 26. Mai 2000

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Hydrodynamik Code entwickelt, der sich speziell für die Simulation von Akkretionsscheiben und sonstigen Objekten mit freien Rändern eignet. Als numerische Methode kam das *Smoothed Particle Hydrodynamics* Verfahren (SPH) zum Einsatz, da dieses, im Gegensatz zu Gitterverfahren, nicht auf eine vorher bestimmte Geometrie beschränkt ist. Um die Leistungsfähigkeit und Genauigkeit des Codes zu prüfen, wurde dieser auf das Standardbeispiel einer adiabatisch kollabierenden Gasphäre angewendet um die Gleichgewichtskonfiguration sowie die Schwingungsdauer der Monopolschwingung zu ermitteln und mit theoretischen Modellen zu vergleichen.

Bevor der Einfluß der Eigengravitation auf die Entwicklung von Akkretionsscheiben um junge Sterne untersucht werden konnte, mußte in dreidimensionalen Simulationsrechnungen gezeigt werden, daß der hier verwendete SPH-Code die analytisch bekannten Ergebnisse für geometrisch dünne und massearme Akkretionsscheiben reproduzieren kann. Im Einzelnen wurden die Leuchtkraft, Skalenhöhe, Akkretionsraten und die Temperaturverteilung mit den Werten der zweidimensionalen „*thin disc approximation*“ verglichen. Dabei ergab sich, unter Verwendung polytropen Zustandsgleichungen, sehr gute Übereinstimmung mit den theoretischen Werten.

Bei der Entstehung und weiteren Entwicklung von Akkretionsscheiben spielt die Eigengravitation und Viskosität eine erhebliche Rolle. Hervorzuheben ist der instabile Charakter von rotierenden und eigengravitiven Scheiben, der zur Entwicklung von spiralförmigen Störungen und anschließender Fragmentation der Scheibe führen kann. In diesem Zusammenhang wurde anhand von Simulationen der Einfluß der Viskosität auf die Entwicklung von Balken-Instabilitäten bei differentiell rotierenden Gas scheiben untersucht. In Zusammenarbeit mit Prof. R.D. Durisen (Indiana University, Bloomington, USA) und Dr. M. Bate (Cambridge University, GB) wurde dies, ausgehend von einer standardisierten Anfangsbedingung, mit verschiedenen numerischen Verfahren durchgeführt. Diese Vorgehensweise ermöglichte es erstmals, eindeutige Aussagen über die Anstiegsraten und Rotationsfrequenz der Balkeninstabilität bei viskosen Scheiben zu treffen.

Junge Sterne treten nicht isoliert auf, sondern bilden Gruppen, bei denen es zu Wechselwirkungen der Sterne untereinander kommen kann. Bei sehr nahen Begegnungen können einzelne Sterne aus dem Verband herausgeschleudert werden, wobei vorhandene Akkretionsscheiben nachhaltig beeinflußt, oder sogar zerstört werden können. In der vorliegenden Arbeit wurden Simulationen durchgeführt, um die Stabilität der Akkretionsscheiben bei diesen Kollisionen zu untersuchen. Es stellte sich heraus, daß dabei die Scheiben einen signifikanten Teil ihrer Masse verlieren und eine stark gestörte, möglicherweise beobachtbare Restscheibe übrig bleibt. Dieser

Prozeß bietet eine Erklärungsmöglichkeit für das gehäufte Auftreten von T Tauri Sternen ohne optisch dicke Scheiben außerhalb von Sternentstehungsgebieten.

Akkretionsscheiben werden nicht nur durch Kollisionen in Sternentstehungsgebieten in ihrer Struktur maßgeblich beeinflußt. Das Auftreten dieser Scheiben in Doppelsternsystemen, wie etwa *HK Tau* oder *GG Tau*, stellt die Frage nach deren Stabilität, besonders dann, wenn sich das Periastron (kleinster Doppelsternabstand) innerhalb der Scheibe befindet, wie bei dem System *HD98800*. Durch die hier durchgeführten Simulationen eines Doppelsternsystems ähnlicher Geometrie war es möglich, Vorhersagen über die Entwicklung einer zirkumstellaren Akkretionsscheibe in einem Doppelsternsystem zu treffen. Erstmals konnten dabei Aussagen über die zeitliche Variation der Scheibenleuchtkraft getroffen werden. Des Weiteren wurden erstmals, durch die zusätzliche Berechnung der Eigengravitation des Scheibengases, strukturbildende Prozesse in einer stark gestörten Akkretionsscheibe beobachtet. Besonders hervorzuheben ist dabei die Möglichkeit, daß Teile der zerstörten Akkretionsscheibe in ein substellares Objekt fragmentieren können, welches aus dem Doppelsternsystem herausgeschleudert wird. Der hier gefundene Prozeß stellt somit eine neuartige Erklärungsmöglichkeit für das Auftreten von Braunen Zwergen in der näheren Umgebung von Sternentstehungsgebieten dar. Der dadurch erwartete Beitrag zur dunklen Materie ist im allgemeinen jedoch gering.

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung	3
1.1 T Tauri-Sterne und deren Verteilung	3
1.2 Runaway T Tauri Sterne	4
2 Smoothed Particle Hydrodynamics	7
2.1 Hydrodynamische Gleichungen	7
2.2 Das Verfahren	9
2.2.1 Die Wahl des Integrationskernes	10
2.2.2 Variable Smoothing Lengths	11
2.3 Die Bewegungsgleichungen	12
2.3.1 Die Zustandsgleichungen	12
2.3.2 Viskosität	13
2.3.3 Eigengravitation und TREE-Codes	15
2.4 Die Energiegleichung	17
2.5 Implementierung	18
3 Polytrope Gasscheiben ohne Zentralmasse	21
3.1 Überblick	21
3.2 Sphärisch symmetrische Polytropen ohne Drehimpuls	22
3.2.1 Der Gleichgewichtszustand: Lane-Emden Gleichung	22
3.2.2 Radiale Schwingungen nichtrotierender Polytropen	24
3.2.3 Simulation	25
3.3 Rotierende Polytropen	27
3.3.1 Die $m = 2$ Mode	28
3.3.2 Anfangsbedingungen	29
3.3.3 Simulation: Bildung der Balken Instabilität	32
3.3.4 Simulation: Fourieranalyse	32
3.3.5 Vergleich mit anderen Simulationen	36
3.4 Zusammenfassung	39

4 Protoplanetare Akkretionsscheiben	41
4.1 Mathematisches Modell	44
4.1.1 Die Skalenhöhe	45
4.1.2 Radiale Abhängigkeiten	46
4.2 Simulationen	50
4.2.1 Code Details	50
4.2.2 Anfangsbedingungen	51
4.2.3 Polytrope Zustandsgleichung	52
4.2.4 Einfluß der Eigengravitation	61
4.2.5 Zusammenfassung	66
5 Parabolische Kollisionen	77
5.1 Code Details	78
5.2 Stern-Scheibe Kollisionen	78
5.2.1 Simulationsverlauf	80
5.2.2 Massentransport	81
5.3 Scheibe-Scheibe Kollisionen	82
5.3.1 Simulationsverlauf	82
5.3.2 Massentransport	83
5.4 Zusammenfassung	84
6 Hydrodynamische Simulationen	91
6.1 Motivation: Das Sternensystem HD98800	93
6.2 Anfangsbedingungen	94
6.3 Beschreibung der Simulationen	95
6.3.1 Der Fall: $\iota = 10^\circ$	96
6.3.2 Der Fall: $\iota = 90^\circ$	96
6.3.3 Der Fall: $\iota = 170^\circ$	102
6.4 Akkretionsraten	102
6.5 Leuchtkräfte	106
6.6 Massenverteilungen	108
6.7 Änderungen der Bahnpараметer des Doppelsternes	110
6.8 Entstehung eines Begleiters niedriger Masse	112
6.8.1 Simulation der Trajektorie des Begleiters	113
6.8.2 Ergebnisse	114
6.9 Zusammenfassung	115
A Dispersionsrelation für Schallwellen	119
A.1 Diskussion und Zahlenwerte	120

Kapitel 1

Einführung

Die Entstehung von Sternen und Planeten steht seit langer Zeit im Mittelpunkt naturwissenschaftlichen Denkens. Fundamentale Anfänge einer Theorie der Sternentstehung gehen auf Kant (1755) und Laplace (1796) zurück, deren Prinzipien teilweise noch in der modernen Theorie durchscheinen. Technische Errungenschaften und Ergebnisse der modernen Physik führten zu einem wenig umstrittenen qualitativen Bild des Entstehungsmechanismus eines sonnenähnlichen Sternes.

Sehr junge massearme Sterne lassen sich hauptsächlich in der Umgebung von interstellaren Molekülwolken beobachten. Durch Messungen ihrer Eigenbewegung und Einschränkungen bezüglich ihres Alters stellen Molekülwolken auch den „Geburtsort“ dieser Sterne dar. Es wird angenommen, daß die aufgrund der galaktischen Drehung, rotierenden Wolken durch gravitative Instabilitäten in ein oder mehrere Zentralobjekte (Protosterne) kollabieren, welche von einer optisch dicken Hülle umgeben sind (Wolkenkern). Durch Drehimpulserhaltung sammelt sich das aus der Hülle einfallende Gas in einer Ebene und bildet eine Akkretionsscheibe in der durch viskose Prozesse Materie in Richtung des Protosternes transportiert wird, wo sie schließlich akkretiert wird. Die in dieser Phase hohen Akkretionsraten führen zu einem weiteren Anstieg der Masse des Zentralkörpers, der dann eine weitere Kollapsphase durchläuft. Durch die hohe Dichte im Inneren des Protosternes werden nun Kernfusionsprozesse möglich. Bipolare Ausflüsse und gleichzeitige Massenakkretion dünnen dabei die Hülle aus, wodurch der Protostern optisch sichtbar wird. Man spricht nun von einem *T Tauri* Stern.

1.1 T Tauri-Sterne und deren Verteilung

T Tauri Sterne sind im Allgemeinen sehr junge Sterne mit einem Alter zwischen 10^5 und 10^7 Jahren und der Spektralklassifikation (F7-M). Sie fallen damit in die Kategorie der Vorhauptreihensterne mit Massen zwischen $0.078 - 3.0M_{\odot}$. Diese Sternklasse wurde von Joy (1945) eingeführt und nach dem prominentesten Mitglied *T*

Tau benannt, der leichte unregelmäßige Variationen der optischen Leuchtkraft zeigt. Weitere Eigenschaften des Spektrums sind der Infrarotexzeß, der auf eine zirkumstellare Akkretionsscheibe schließen läßt, starke H_{α} , Ca , K Emissionslinien und Li Absorptionslinien (eine detaillierte Klassifikation findet sich in Herbig (1962) und Bastian et al. 1983).

Diese Kategorie zerfällt in 2 weitere Klassen, deren Mitglieder die gleichen Eigenschaften wie klassische T Tauri Sterne (CTTS) haben, jedoch durch eine kleinere Äquivalentbreite der H_{α} Linie ($< 10\text{\AA}$) und fehlendem bzw. geringem Infrarotexzeß auffallen (Weak-line T Tauri Sterne, WTTS). Walter (1986) führte den fehlenden Infrarotexzeß auf die Abwesenheit von dichtem zirkumstellaren Gas, wie etwa Akkretionsscheiben zurück, woraus sich der Name Naked T Tauri Sterne (NTTS) entwickelte.

Auf Grundlage des ROSAT All-Sky Survey (RASS) wurde großräumig nach T Tauri Sternen gesucht. Dabei stellte sich heraus, daß im Gegensatz zu CTTS, die Verteilung der WTTS nicht auf einen begrenzten Bereich der Sternentstehungsgebiete beschränkt ist. Es konnten WTTS gefunden werden, die einen Abstand von mehreren Parsec zu den Sternentstehungsgebieten haben, wogegen CTTS auf einen engen Bereich innerhalb der Wolken konzentriert bleiben (Wichmann et al. 1996, Alcala et al. 1995 und Neuhäuser et al. 1997).

1.2 Runaway T Tauri Sterne

Junge Lithium reiche Sterne, die mehrere Grad außerhalb der Sternentstehungsgebiete gefunden werden, sind im Allgemeinen zu jung um diese Positionen mit Geschwindigkeiten zu erreichen, die der Geschwindigkeitsdispersion innerhalb des Sternhaufens entspricht. Eine lokale Entstehung abseits der Sternentstehungsgebiete, wie es Feigelson (1996) vorschlug, konnte durch das Fehlen von Gasresten der Sternentstehung nicht bestätigt werden. Wurden diese Sterne innerhalb der Wolken geboren, müssen ihre Radial- und Eigenbewegungen signifikant von der Geschwindigkeitsdispersion innerhalb der Molekülwolken abweichen, wie es von Herbig (1977) für mehrere Sterne in der Taurus Region beobachtet wurde. Sterzik & Durisen (1995) schlugen vor, daß diese Sterne durch Mehr-Körper Wechselwirkungen aus dem Sternentstehungsgebiet herausgeschleudert wurden (Runaway T Tauri Sterne, RATTS). Durch gravitative Wechselwirkungen können sich innerhalb der Sternentstehungsgebieten Sterne soweit annähern, daß sie mit Geschwindigkeiten von einigen km/sec aus dem Haufen herausgestreut werden. Kroupa (1995) zeigte durch Simulation des Trapezium Clusters, daß einige Prozent der Sterne dabei Geschwindigkeiten $> 5km/sec$ erreichen können. Weitergehende Simulationen von Sterzik & Durisen (1995, 1998) lassen den Schluß zu, daß diese RATTS durchschnittlich masseärmer sind als ein typisches T Tauri Sample innerhalb des Sternhaufens. Des Weiteren han-

delt es sich hierbei meist um Einzelsterne oder sehr enge Doppelsterne. Neuhäuser et al. (1995) beobachtete in der südlichen Taurusregion mehrere junge Sterne, deren Radialgeschwindigkeiten mit einem Ejektionsszenario konsistent sind.

Diese RATTS Hypothese erklärt auf einfachen Wege die Existenz sehr junger T Tauri Sterne ($T = 10^5 \dots 10^7$ Jahre) außerhalb der Molekülwolken und macht weiterhin Vorhersagen über deren Multiplizität. Brandner et al. (1996) untersuchte diesbezüglich die Verteilung von Vorhauptreihen-Doppelsternen innerhalb und außerhalb der Wolken, wobei innerhalb der Sternentstehungsgebiete ein höherer Anteil an Doppelsternen nachgewiesen werden konnte als außerhalb, wie es auch von einem Ejektionsmodell vorhergesagt wird.

Kollisionen zwischen T Tauri Sternen in Molekülwolken wurden auch von Armitage & Clarke (1997) untersucht, speziell im Hinblick auf deren zirkumstellaren Scheiben. Dabei stellte sich heraus, daß einer Ejektion eines Sternes mit einer Geschwindigkeit zwischen $3 \dots 10 \text{ km/sec}$ eine Kollision mit einem Abstand zwischen $2 \dots 25 \text{ AU}$ vorangegangen sein muß. Bei dieser sollten die zirkumstellaren Scheiben vollkommen zerstört werden. Dieser Mechanismus kann dazu beitragen, daß CTTS in TTS ohne beobachtbare Akkretionsscheiben transformiert werden. Diese so entstandenen WTTS sollten keine signifikante H_{α} und Nah-Infrarot Emissionen mehr aufweisen. Im Gegensatz dazu zeigten Simulationen von Brandl & Sterzik (1997), daß bei Kollisionen mit einem Abstand von $< 20 \text{ AU}$ in vielen Fällen Restscheiben mit einem Radius von bis zu 100 AU bestehen bleiben, die aber in ihrer Geometrie stark gestört sind.

Runaway T Tauri Sterne müssen aufgrund der Ejektion aus dem Sternhaufen eine von diesem abweichende Radial- oder Eigenbewegung besitzen, deren Geschwindigkeitsvektor notwendigerweise aus dem Haufen herauszeigen muß. Des Weiteren sollten sie etwa vom gleichen Alter sein, wie die entsprechenden jungen Sterne innerhalb der Wolken. Bei Anwendung weiterer Kriterien ergaben sich mehrere Dutzend potentielle RATTS Kandidaten, von denen *P1724* der Aussichtsreichste ist (Neuhäuser et al., 1998). Dieser WTTS Stern, mit einem Alter von etwa $2.0 \cdot 10^5$ Jahren, befindet sich 15 Bogenminuten nördlich des Trapezium Clusters im Orion und entfernt sich von diesem mit einer Geschwindigkeit von $\approx 20 \text{ km/sec}$. Des Weiteren zeigen Messungen der spektralen Energieverteilung keinen signifikanten Infrarotexzeß, woraus sich die Abwesenheit zirkumstellarer Materie, wie zum Beispiel einer Akkretionsscheibe, folgern läßt.

Bei diesen Objekten sollte, durch eine vorangegangene Kollision innerhalb des Sternclusters eine vorhandene Akkretionsscheibe nachhaltig beeinflußt worden sein. Eventuell vorhandene Restscheiben, die, wie in dieser Arbeit gezeigt wird, noch bis zu 50% ihrer ursprünglichen Masse besitzen können, müßten signifikante Abweichungen von der Scheibenstruktur aufweisen, was mit geeigneten Beobachtungsmethoden möglicherweise nachgewiesen werden könnte.

Kapitel 2

Smoothed Particle Hydrodynamics

2.1 Hydrodynamische Gleichungen

Zur Beschreibung und Simulation zahlreicher astrophysikalischer Objekte, zum Beispiel Galaxien, Neutronensterne sowie Akkretionsscheiben, werden hydrodynamische Gleichungen herangezogen, die den jeweiligen physikalischen Bedingungen angepaßt werden. Es handelt sich hierbei um die Eulergleichung (bzw. um die Navier-Stokes-Gleichung, wenn die innere Reibung der Flüssigkeit mit einbezogen werden soll), die Kontinuitätsgleichung, sowie eine geeignete Zustandsgleichung, weiterhin die Energiegleichung ohne Wärmeleitungs- und Strahlungsterme, welche hier nicht behandelt werden.

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \nabla(\varrho \mathbf{v}) = 0 \quad (2.1)$$

$$\varrho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla \Pi + \mathbf{f}^{(extern)} \quad (2.2)$$

$$F(p, T, \varrho) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{du}{dt} + (u + p)\nabla \mathbf{v} = \Pi_{\alpha\beta}^{visc} \frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} \quad (2.4)$$

Wobei die Abkürzungen p für Druck, T Temperatur, u innere Energiedichte und ϱ für die Massendichte stehen. Π ist der viskose Spannungstensor und \mathbf{f} können externe Kräfte, wie Zentralmassen sein.

Soll jedoch zusätzlich die Wirkung der von der Massenverteilung hervorgerufenen Gravitation berücksichtigt werden (Eigen- oder Selbstgravitation), so reicht dieses Gleichungssystem nicht mehr aus. In diesem Falle muß zusätzlich zu den obigen Gleichungen die Poissons-Gleichung für das Gravitationspotential ϕ gelöst werden.

$$\Delta\phi = 4\pi G \varrho \quad (2.5)$$

Für dieses gekoppelte, hyperbolische, partielle Differentialgleichungssystem sind nur sehr wenige analytische Lösungen bekannt, so daß zu deren Lösung auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden muß.

Hierfür existieren mehrere, verschiedenartige Methoden, zum Beispiel finite Differenzenverfahren, welche diese Gleichungen auf einem Gitter lösen. Dabei begrenzt allerdings der Gitterabstand die räumliche Auflösung. Um eine hinreichend genaue Lösung zu erhalten, muß ein sehr engmaschiges Netz über Raumgebiete gelegt werden, in denen starke Schwankungen der physikalischen Größen auftreten. Die Anzahl der dazu benötigten Gitterzellen kann extrem hoch werden, was zu einem erheblichen Anstieg der Rechenzeit führt.

Ein weiteres Problem ist, daß herkömmliche Gittermethoden nur ein endliches und fest vorgegebenes Raumgebiet abdecken. Dies ist ein Nachteil, weil die räumliche Ausdehnung astrophysikalischer Objekte sehr starken Schwankungen und Veränderungen der Geometrie unterliegen kann, an die ein Gitter nur schwer angepaßt werden kann.

Als besondere Schwierigkeit sind die auf dem Gitterrand vorzugebenden Randbedingungen zu betrachten. Bei Problemstellungen mit freien Rändern, bzw. mit Rändern im Unendlichen muß man, um Gitterverfahren erst verwenden zu können, künstliche Ränder einführen, was eine wesentliche Veränderung der physikalischen Bedingungen bedeuten kann.

Eine Alternative dazu bieten die Lagrangeschen Teilchenmethoden, zu denen auch das hier kurz vorgestellte Verfahren der *Smoothed Particle Hydrodynamics* (SPH) zählt, welches erstmals von Lucy (1977) und Gingold & Monaghan (1977) vorgestellt wurde.

Dieses Verfahren zur Simulation hydrodynamischer Prozesse wurde ursprünglich für nicht symmetrische astrophysikalische Systeme entwickelt. Es wurde in den vergangenen Jahren soweit verfeinert, daß es inzwischen ein weites Anwendungsfeld findet (Akkretionsscheiben, Kosmologie, kollidierende und wechselwirkende Galaxien bis hin zu Supernova Explosionen). Da dieses Verfahren auch in der vorliegenden Arbeit verwendet wird, soll in diesem Kapitel ein kurzer Überblick über SPH gegeben, sowie der verwendete Computercode vorgestellt werden.

Die zentrale Idee ist, die Flüssigkeit in Gebiete (sog. Partikel) zu unterteilen, welche sich unter dem Einfluß von äußeren Kräften und gegenseitigen Wechselwirkungen der Gebiete untereinander bewegen. In diesem Zusammenhang spricht man häufig von Teilchen, was allerdings etwas irreführend ist, da sie Repräsentanten ausgedehnter Gebiete sind und ihnen von daher noch andere physikalischen Größen, wie z.B. Druck und Temperatur, zugeordnet werden. Durch die Einführung dieser „Pseudoteilchen“ ist die Verwendung eines Gitters, wie bei finiten Differenzenmethoden nicht mehr nötig.

Die Vorteile dieser Methode sind :

1. Die Kontinuitätsgleichung ist bei Massenerhaltung erfüllt.

2. Probleme mit der Berechnung von Randwerten wie bei Gitterverfahren treten nicht auf, da auch bei unendlich großen Raumgebieten keine künstlichen Ränder eingeführt werden müssen.
3. Es entstehen keine zusätzlichen Fehler und Anisotropien durch Bevorzugung der Gitterrichtungen.
4. Durch die Verwendung von Teilchen ist auch in Gebieten hoher Dichten (viele Teilchen) eine hohe Ortsauflösung der physikalischen Größen möglich, wogegen, im Gegensatz zu Gitterverfahren, keine Auswertung von Vakuumgebieten stattfindet (keine Teilchen). SPH ist in dieser Hinsicht adaptiv.

2.2 Das Verfahren

Der zentrale Mechanismus von SPH ist die Unterteilung der Flüssigkeit in Pseudoteilchen. Dies wird durch einen Mittelungsprozeß erreicht, welcher folgendermaßen durchgeführt wird:

Sei $f(\mathbf{r})$ eine in jedem Raumpunkt definierte physikalische Größe, so wird der gemittelte Wert an einem Ort \mathbf{r} durch Vorschrift (2.6) berechnet,

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle := \int f(\mathbf{r}') W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) d^{(D)}r' \quad (2.6)$$

mit einem geeigneten Integrationskern W , welcher hier zur Einfachheit nur von $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ und einer Länge h abhängen soll. Die Größe h trägt auch den Namen Smoothing length und ist ein Maß für die Ausdehnung der Partikel bzw. charakterisiert den Radius des Mittelungsgebietes.

Für den Kern W müssen die folgenden Einschränkungen gelten:

$$\int W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) d^{(D)}r' = 1 \quad (2.7)$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (2.8)$$

Der Fehler, welcher entsteht, wenn man die Funktionswerte f durch diese Mittelwerte $\langle f \rangle$ ersetzt, ist von $O(h^2)$, was aus einer Taylorentwicklung von f folgt (siehe Riffert et al. 1995).

Der große Vorteil von dieser Mittelung ist, daß man ohne die genaue Kenntnis der Funktion f auch den Mittelwert der partiellen Ableitungen bilden kann, indem die Differentiation durch partielle Integration der Formel (2.6) auf den bekannten Integrationskern übertragen wird.

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_\alpha} f(\mathbf{r}) \right\rangle = \int (\tilde{f}(\mathbf{r}) + f(\mathbf{r}')) \frac{\partial}{\partial x'_\alpha} W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) d^{(D)}r' \quad (2.9)$$

Die dabei auftretende Integrationskonstante \tilde{f} ist noch aus Symmetrieverlegungen zu bestimmen. Zur Auswertung des Integrals (2.6) wird abermals eine Näherung durchgeführt. Dazu wählt man die Teilchendichte n als :

$$n(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_i) \quad (2.10)$$

und legt damit die Anzahl und den Ort der Stützstellen bzw. der Partikel fest. Somit erhält man für die Dichte an den Orten \mathbf{r}_i folgenden Ausdruck:

$$\langle \rho_i \rangle = m \left\langle \sum_{i=j}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'_j) \right\rangle = m \int \sum_{i=j}^N \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j) W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) d^{(D)} r' \quad (2.11)$$

wobei m die vorher festgelegte und in diesem Falle konstante Teilchenmasse bedeutet.

Allgemein ergibt sich für die Mittelwerte einer beliebigen Funktion f an den Raumpunkten \mathbf{r}_i die Näherungsformel, wenn man das Integral (2.6) in eine Riemannsumme umschreibt:

$$f_i := \langle f(\mathbf{r}_i) \rangle = m \sum_j^N \frac{f(\mathbf{r}_j)}{\rho_j} W(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h) \quad (2.12)$$

Für die Mittelwerte der partiellen Ableitungen folgt dann:

$$f_{i,\alpha} := \left\langle \frac{\partial}{\partial x_\alpha} f(\mathbf{r}_i) \right\rangle = m \sum_j^N \frac{f(\mathbf{r}_j) + \tilde{f}(\mathbf{r}_i)}{\rho_j} \frac{\partial}{\partial x_\alpha} W(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h) \quad (2.13)$$

2.2.1 Die Wahl des Integrationskernes

Außer mit den Eigenschaften (2.9) wurde die Funktion W nicht genauer definiert. Bei der Wahl dieser Funktion ist man an sehr wenige, spezielle Eigenschaften gebunden. Verschiedene Ansätze wurden im Laufe der Zeit vorgeschlagen (siehe Monaghan 1985 sowie Benz 1989), jedoch erwies sich ein „Spline Kernel“ als der geeignete, welcher hier durchgehend verwendet wird (Monaghan & Latanzio 1985). Dieser setzt sich für die Berechnung in drei Dimensionen aus zwei Polynomen dritter Ordnung folgendermaßen zusammen:

$$W(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|, h) = W(q) = \begin{cases} \frac{40}{7\pi h^2} (1 - 6q^2 + 6q^3) & : 0 \leq q \leq \frac{1}{2} \\ \frac{80}{7\pi h^2} (1 - q)^3 & : \frac{1}{2} < q \leq 1 \\ 0 & : q > 1 \end{cases} \quad (2.14)$$

und dessen Ableitung :

$$W'(q) = \begin{cases} \frac{240}{7\pi h^2}(-2q + 3q^2) & : 0 \leq q \leq \frac{1}{2} \\ -\frac{240}{7\pi h^2}(1-q)^2 & : \frac{1}{2} < q \leq 1 \\ 0 & : q > 1 \end{cases} \quad (2.15)$$

mit der dimensionslosen Größe : $q := \frac{(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)}{h}$

Das Verschwinden des Kerns und dessen Ableitung für Entfernungen größer als die Smoothing length hat weitreichende Konsequenzen. So reduzieren sich die Summen aus Gleichung (2.12) und (2.13) von der Gesamtzahl der Teilchen N auf \tilde{N}_i , welche die Zahl der Teilchen angibt, die von Teilchen i maximal den Abstand h besitzen. Dies hat zur Folge, daß jedes Teilchen nicht mit jedem wechselwirkt, sondern nur mit einem Bruchteil davon. Man spricht vom Wechselwirkungsradius um Teilchen i . Der Vorteil, den man durch diese Wahl des Kerns erzielt, ist eine Absenkung der Rechenzeit. Dadurch entsteht aber auch die Schwierigkeit, weitreichende Kräfte wie die Gravitationskraft korrekt in den Formalismus mit einzubinden. Siehe dazu Kapitel [2.3.3].

2.2.2 Variable Smoothing Lengths

Bei der Ableitung der partiellen Ableitungen für die Mittelwerte physikalischer Größen wurde in Gleichung (2.9) stillschweigend die räumliche und zeitliche Konstanz der Smoothing length h angenommen. Das ist aber eine unnötige Einschränkung der räumlichen Auflösung des Verfahrens.

Bei hochdynamischen Prozessen, wie bei der Kollision zweier protoplanetarer Akkretionsscheiben, kann es vorkommen, daß der mittlere Teilchenabstand der SPH Partikel größer wird als die Smoothing length h der Teilchen und somit die Anzahl der Wechselwirkungen zu gering wird um einen physikalisch relevanten Wert für die Dichte zu erhalten.

Diese Situation kann vermieden werden, wenn die Smoothing length eines jeden Teilchens in jedem Zeitschritt immer eine konstante Anzahl von Nachbarn enthält, also räumlich und zeitlich variabel und somit adaptiv ist. Die damit verbundene Korrektur von Gleichung (2.9) zu

$$\left\langle \frac{\partial}{\partial x_\alpha} f(\mathbf{r}) \right\rangle = \int (\tilde{f}(\mathbf{r}) + f(\mathbf{r}')) \frac{\partial}{\partial x'_\alpha} W(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|, h) \frac{\partial h}{\partial t} d^{(D)} r' \quad (2.16)$$

ist nur in Ausnahmefällen nötig und wird daher in dieser Arbeit nicht verwendet. Einen erheblich stärkeren Einfluß auf die Genauigkeit der Mittelwerte hat die Anzahl der nächsten Nachbarn. Ist diese zu gering, so sind die Observablen mit einem starken

Rauschen belastet. Ist die Anzahl zu groß, so sinkt die räumliche Auflösung und die Rechenzeit steigt stark an. Ein sinnvoller Kompromiß für die Anzahl nächster Nachbarn ist $N_i \propto N^{1/3}$.

Da auch bei hydrodynamischen Kräften (Volumen und Oberflächenkräften) das Actio und Reactio Prinzip gilt, also die Gleichungen (2.12) und (2.13) asymmetrisch bei Vertauschung der Indizes sein müssen, sollte bei Verwendung einer variablen Smoothing length der Kernel mittels

$$\tilde{W}(q) = \frac{1}{2} (W(q_i) + W(q_j)) \quad (2.17)$$

symmetrisiert werden.

2.3 Die Bewegungsgleichungen

Wendet man nun den oben geschilderten Formalismus auf die Navier-Stokes- Gleichung an, so erhält man die Bewegungsgleichungen aller Teilchen im Lagrangeschen Bezugssystem

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle v_\alpha \rangle_i &= -m \sum_{j=1}^{\tilde{N}_i} \left(\frac{p_i + p_j}{\rho_i \rho_j} + Q_{ij} \right) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\alpha} + \\ &+ \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{\tilde{N}_i} \frac{1}{m} F_{i\alpha}^{(extern)} \end{aligned} \quad (2.18)$$

mit den Abkürzungen : $W_{ij} = W \left(\frac{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|}{h} \right)$, x_α als Koordinaten x, y, z und i, j stehen für Teilchenindizes. Q_{ij} bedeutet hier die Viskosität, auf deren Form in Kapitel [2.3.2] genauer eingegangen wird. Bei Gleichung (2.18) handelt es sich nun um ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem, welches mit gängigen Integratoren gelöst werden kann (Press et al. 1992).

2.3.1 Die Zustandsgleichungen

Neben der Dichte muß auch der Zusammenhang zwischen Dichte und Druck beziehungsweise Temperatur mit einer Zustandsgleichung festgesetzt werden. In dieser Arbeit werden verschiedene Typen verwendet, welche jeweils anhand der physikalischen Randbedingungen ausgewählt werden.

- Isotherme Prozesse: $P = c_s^2 \varrho$, $c_s = \sqrt{\frac{kT}{\mu m_H}}$ bezeichnet die isotherme Schallgeschwindigkeit.

- Ideales Gas: $P = (\gamma - 1)u$, mit u als innere Energiedichte und dem Verhältnis der spezifischen Wärmekapazitäten $\gamma = c_p/c_v$. Hierfür ist die gleichzeitige Integration der Energiegleichung nötig.
- Isentrope Prozesse: adiabatische Zustandsgleichung $P = K \varrho^\gamma$ und $K = \text{const.}$

2.3.2 Viskosität

Viskosität spielt in vielen astrophysikalischen Anwendungen eine dominierende Rolle, wie zum Beispiel bei der Entstehung von Schockfronten in Jets. Ebenso bestimmt sie den Massen- und Drehimpulsfluß und dadurch das Temperaturprofil in Akkretionsscheiben, was hier im Mittelpunkt stehen soll. Eine möglichst allgemeine und physikalisch interpretierbare Formulierung ist also unabdingbar.

In den meisten astrophysikalischen Prozessen ist die molekulare Viskosität aufgrund der Teilchendichten zu gering, um den Prozeß maßgeblich beeinflussen zu können. Energiedissipation ist in diesen Prozessen eine Folge von Turbulenz. Darunter kann man die Verwirbelung des Fluids auf allen Skalen verstehen, wobei die Energie sich kaskadenförmig auf allen Größenskalen verteilt (Landau & Lifshitz 1986) und in den kleinsten Wirbeln dissipiert wird. Diese sogenannten Eddies können in dem hier vorgestellten Verfahren jedoch nicht aufgelöst werden. Daher muß Energiedissipation mittels einer künstlichen, beziehungsweise turbulenten Viskosität modelliert werden.

Künstliche Viskosität

Ursprünglich wurde eine künstliche Viskosität benötigt, um im oben beschriebenen SPH Verfahren Schocks zu simulieren, was ohne dissipative Terme nicht möglich ist. Ein Ansatz ist, zu dem Impulstensor dämpfende Terme zu addieren, die proportional und quadratisch zur Divergenz des Geschwindigkeitsfeldes sind:

$$p_\alpha = -\alpha \varrho l c_s \nabla \cdot \mathbf{v} \quad (2.19)$$

und

$$p_\beta = \beta \varrho l^2 (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \quad (2.20)$$

Dabei sind α und β freie Parameter, welche die Stärke der Viskosität steuern, l ist eine charakteristische Länge über die der Schock aufgelöst werden soll. Typische Werte für die freien Parameter sind $\alpha = 1$ und $\beta = 2$. Die β -Viskosität (von Neumann-Richtmeyer Viskosität) findet ihren Einsatz im wesentlichen nur im hohen Überschallbereich. Sie verhindert bei hohen Geschwindigkeiten das wechselwirkungsfreie Durchdringen der SPH-Teilchen. Bei dem α -Term (2.19) handelt es sich um eine

Volumenviskosität mit einem nicht separierbaren Anteil an Scherviskosität, welcher starke Oszillationen im hinteren Bereich der Schockfront verhindert.

Eine noch immer häufig verwendete SPH Formulierung wurde erstmals von Gingold & Monaghan 1977 vorgeschlagen. Der Term Q_{ij} in Gleichung (2.18), welcher bisher noch nicht genauer spezifiziert wurde, ergibt sich zu:

$$Q_{ij} = \frac{-\alpha \mu_{ij} c_{ij} + \beta \mu_{ij}^2}{\varrho_{ij}}, \quad (2.21)$$

mit $\varrho_{ij} = (\varrho_i + \varrho_j)/2$ und der mittleren Schallgeschwindigkeit $c_{ij} = (c_i + c_j)/2$ sowie

$$\mu_{ij} = \begin{cases} \frac{h \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij}}{\mathbf{r}_{ij}^2 + \eta^2} & : \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} < 0 \\ 0 & : \mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij} > 0 \end{cases} \quad (2.22)$$

mit $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$ und $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$. Die Fallunterscheidung für μ_{ij} ist nötig um einen Energiegewinn bei Abstandsvergrößerung der Teilchen zu vermeiden. Sie ist also Ausdruck für den irreversiblen Charakter dieser Viskosität. Hierbei verhindert $\eta^2 = 0.01h^2$ numerische Singularitäten des Terms μ bei kleinen Teilchenabständen.

Viskosität nach Navier-Stokes

Die oben vorgestellte künstliche Viskosität ist aus mehreren Gründen unbefriedigend. Zum einen ist die Wahl der Parameter α und β in weiten Bereichen frei wählbar und unterliegt somit keinen physikalischen Einschränkungen. Zum anderen ist die Unmöglichkeit einer Trennung von Volumen- und Scheranteil unbefriedigend. Dies wird im besonderen bei der Simulation von Akkretionsscheiben eklatant, da der Scheranteil der Viskosität die radialen Profile der Temperatur $T(r)$, Skalenhöhe $H(r)$ und Leuchtkraft $L(r)$ bestimmt. Des Weiteren treten bei Akkretionsscheiben keine Überschallschockwellen auf, was den β -Term (2.20) überflüssig macht.

Aus den genannten Gründen wurde ein neuer Ansatz gewählt, der direkt die Navier-Stokes Viskosität in den SPH-Formalismus übersetzt (Flebbe et al. 1994, Ott 1995, Watkins et al. 1996). Dies hat den Vorteil, daß nun Scher- und Volumenanteil mit den physikalischen Parametern ν und ζ getrennt vorliegen. Der dissipative Teil des Impulstensor hat in tensorieller Schreibweise die Form (Landau & Lifshitz 1986)

$$\Pi_{\alpha\beta} = \eta \left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\gamma} \right) + \zeta \delta_{\alpha\beta} \frac{\partial v_\gamma}{\partial x_\gamma} \quad (2.23)$$

Dabei muß beachtet werden, daß die viskosen Effekte in protoplanetaren Akkretionsscheiben nicht molekularen Ursprungs sind, sondern durch großskalige, turbulente Gasströmungen entstehen. Für die kinematische Viskosität ν in protoplanetaren Akkretionsscheiben kann man folgende Abschätzung vornehmen. Für ein

thermalisiertes Gas gilt für die kinematische Viskosität $\nu = \frac{\eta}{\varrho}$ (Sommerfeld 1989) $\nu_{mol} \approx l_{mf} v_{therm}$, wobei l_{mf} die mittlere freie Weglänge der Teilchen ist und v_{therm} ihre thermische Geschwindigkeit. Analog kann man für die turbulente kinematische Viskosität l_{mf} als maximale Turbulenzzellengröße, also die Skalenhöhe der Akkretionsscheibe H , annehmen sowie die Geschwindigkeit v mit der Schallgeschwindigkeit c_s approximieren. Für typische Werte von $H = 5$ AU und $c_s = 150$ m/sec ergibt sich für ein Wert von ν_{turb}

$$\nu_{turb} \approx H c_s \approx 5.0 \cdot 10^{17} \text{ m}^2/\text{sec} \quad (2.24)$$

Diese Form der Viskosität kann analog zu der künstlichen Viskosität in den SPH-Formalismus übersetzt werden (Watkins et al. 1996). Man erhält für den viskosen Teil der Beschleunigung auf Teilchen i

$$\frac{d}{dt} \langle v_{i\alpha} \rangle = \sum_j \frac{m}{\varrho_i \varrho_j} (\sigma_{i\alpha\beta} + \sigma_{j\alpha\beta}) \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\beta} \quad (2.25)$$

Mit der Abkürzung:

$$\sigma_{i\alpha\beta} = \sum_k \frac{m \eta_k}{\varrho_k} \left([v_{\alpha k} - v_{\alpha i}] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\beta} + [v_{\beta k} - v_{\beta i}] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\alpha} - \frac{2}{3} \delta_{\alpha\beta} [v_{\gamma k} - v_{\gamma i}] \frac{\partial W_{ij}}{\partial x_\gamma} \right) \quad (2.26)$$

2.3.3 Eigengravitation und TREE-Codes

Der zeitaufwendigste Teil einer Simulation, der die Eigengravitation mit einschließt, ist die Berechnung der Gravitationskräfte auf jedes Teilchen. Verwendet man in einer Simulation sehr viele Teilchen, wird die Berechnung der Gravitationskräfte durch eine Summation über alle Teilchen zu einem immensen Zeitproblem. So steigt die Rechenzeit quadratisch mit der Teilchenanzahl N an, da für jedes Teilchen $N - 1$ Kraftbeiträge berechnet werden müssen.

$$\frac{d}{dt} \langle \mathbf{v}_i \rangle = -G \sum_{j=1}^N \frac{M(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3} \quad i = 1, \dots, N \quad (2.27)$$

Dies scheint bei Verwendung von sehr vielen Teilchen, wie es im Rahmen einer physikalisch interpretierbaren Simulation erforderlich ist, nicht mehr sinnvoll zu sein. Aus diesem Grund ist man auf effizientere Algorithmen angewiesen, welche die Gravitationskräfte in einer akzeptablen Zeit berechnen. Da ein Geschwindigkeitszuwachs nur über Näherungen erreicht werden kann, sollten sich zusätzlich die dabei entstehenden Fehler in Grenzen halten. Diese Bedingungen werden von den sogenannten TREE-Codes erfüllt, die physikalisch ausgezeichnete Teilchen zu einem

übergeordneten Node (Superteilchen) zusammenfassen. Dabei entsteht eine hierarchische Baumstruktur. Der in dieser Arbeit verwendete TREE-Code wurde erstmals von Barnes & Hut (1986) sowie Hernquist & Katz (1989) implementiert. Er baut die Baumstruktur folgendermaßen auf:

Das von den Teilchen eingenommene Volumen wird in 8 Kuben unterteilt, wovon jeder einzelne Kubus wieder in 8 Kuben geteilt wird. Diese rekursive Unterteilung wird solange fortgesetzt, bis sich in dem letzten Würfeln entweder ein oder kein Teilchen mehr befindet (siehe Abbildung 2.1). Gleichzeitig werden bei jedem Iterationsschritt physikalische Eigenschaften der Nodes (Würfel) wie Schwerpunkt, Masse, Quadrupolmoment sowie die Größe berechnet.

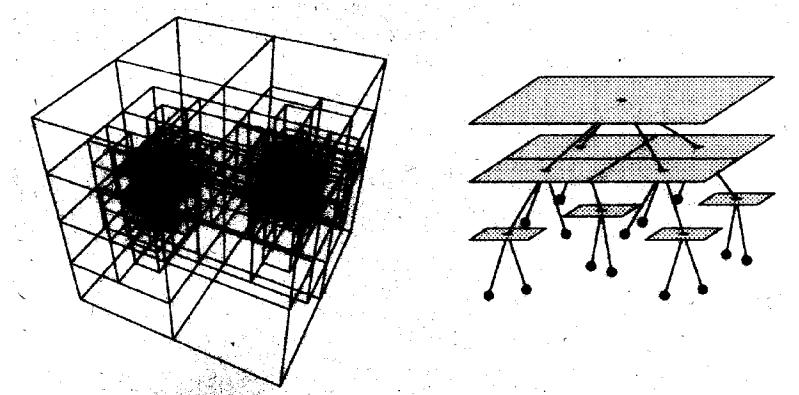


Abbildung 2.1: Links: hierarchisch geschachtelte Kuben, wie sie bei einer bimodalen Teilchenverteilung entstehen können. Rechts: Baumstruktur, geordnet nach Hierarchieebenen, zur Übersichtlichkeit 2-dimensional. Ausgefüllte Kreise sind Teilchen, Ebenen sind die Nodes.

Zur Berechnung der Gravitationskräfte auf ein Teilchen i führt man einen Auflösungsparameter

$$\theta = \frac{\text{Durchmesser eines Nodes}}{\text{Entfernung Teilchen } i \text{ zu Node}} \quad (2.28)$$

ein, dessen Wert entscheidet, ob der Node zur Kraftberechnung auf Teilchen i herangezogen wird, oder ob der Node in seine Subnodes aufgelöst werden soll. Dieser rekursive Prozeß beginnt im obersten Node (Root-Node) und endet, wenn entweder das Auflösungskriterium nicht mehr erfüllt ist, oder Teilchen erreicht sind. Für θ ergeben sich zwei einschränkende Werte.

1. Geht $\theta \rightarrow 0$, so werden alle Nodes aufgelöst und der Algorithmus verhält sich wie die direkte N^2 -Methode, lange Laufzeit, keine Näherungsfehler.
2. Ist $\theta = 2\pi$, so wird kein Node aufgelöst, also wird pro Teilchen nur ein Kraftbetrag vom Root-Node berechnet, schnell, aber große Fehler.

Testrechnungen (Hernquist & Katz 1993, Benz 1990, Brandl 1996) ergaben für θ_{crit} einen sinnvollen Kompromiß zwischen Laufzeit und Fehler, wenn θ_{crit} zwischen 0.5...0.7 gewählt wird. Für diese Werte von θ_{crit} ist die Anzahl der Kraftberechnungen pro Teilchen dann $\propto \log_8 N$, wobei N die Gesamtzahl der Teilchen ist. Dies bedeutet für die Berechnung der Eigengravitation einen erheblichen Geschwindigkeitszuwachs bei akzeptablem Fehler (< 10%).

2.4 Die Energiegleichung

Bei Zustandsgleichungen, die nicht nur von einer Größe (z.B. der Dichte) abhängen, sondern von mehreren (z.B. Dichte und Temperatur), benötigt man zusätzlich zur Navier-Stokes Gleichung noch die Energiegleichung, da sonst das Differentialgleichungssystem nicht geschlossen ist. Bei polytropen Zustandsgleichungen und in Abwesenheit innerer Reibung reduziert sich die Energiegleichung für die spezifische Energie zu

$$u = \frac{K}{\gamma - 1} \varrho^{\gamma-1} \quad (2.29)$$

und im Falle isothermer Prozeßrealisierung zu

$$u = k_B T \quad (2.30)$$

Werden jedoch Simulationen mit Viskosität durchgeführt, so muß, um Energieerhaltung zu gewährleisten, die Energiegleichung mit integriert werden. Nach Übersetzung der Gleichung (2.4) in den SPH-Formalismus erhält man nach Benz

$$\frac{du_i}{dt} = \frac{P_i}{\varrho_i^2} \sum_j m_j \mathbf{v}_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} + \frac{1}{2} \sum_j m_j \mathbf{v}_{ij} \Pi_{ij} \cdot \nabla_i W_{ij} \quad (2.31)$$

Hierbei ist der erste Term in Gleichung (2.31) der PdV/dt Term des ersten Hauptsatzes der Thermodynamik. Der zweite Term drückt den Energieverlust des Gases durch Viskosität aus.

Unter der Annahme eines Schwarzen Körpers und einer instantanen Abstrahlung der viskos erzeugten Energie \dot{E}_{visc} , lässt sich daraus die Leuchtkraft L und die damit verbundene effektive Strahlungstemperatur T_{eff} der Teilchen berechnen. Der Zusammenhang ist

$$\frac{\dot{E}_{visc}}{A} = L = \sigma T_{eff}^4 \quad (2.32)$$

wobei $A = 4\pi h^2$ die Oberfläche des jeweiligen SPH-Teilchens ist.

2.5 Implementierung

Der im Rahmen dieser Arbeit entwickelte SPH-Code ist eine Erweiterung des von L. Hernquist bereitgestellten „N-Body Codes“. Dieses Grundmodul beinhaltet die Berechnung der Gravitationskräfte nach der TREE Methode, das Suchen der k nächsten Nachbarn und die Integration des N-Körper Systems mittels eines Runge-Kutta Integrators. Der Code ist in FORTRAN 77 geschrieben und beinhaltet Optionen für Vektorrechner.

Bei der Erweiterung des „N-body Codes“ zu einem Hydrodynamik Code wurde im besonderen Maße auf Modularität geachtet, um einen hohen Grad an Flexibilität zu erreichen. Die Module „Viskosität“, „Zustandsgleichung“ und „äußere Kräfte“ sind vollkommen austauschbar, wodurch sich dieser Code auf die verschiedensten astrophysikalischen Situationen anwenden lässt. Eine schematische Codestruktur ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

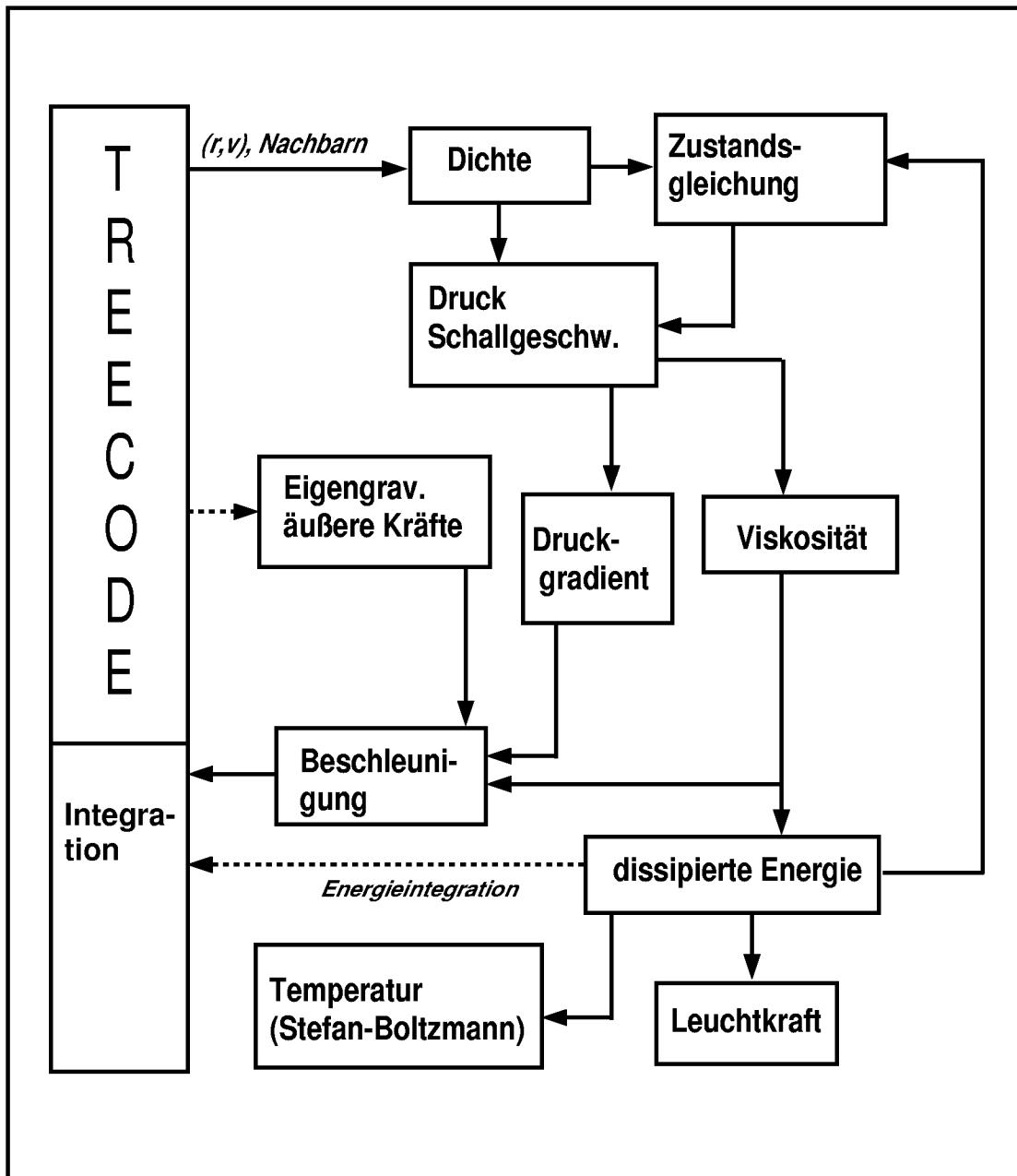


Abbildung 2.2: Schematischer Aufbau des SPH-Codes.

Kapitel 3

Polytropische Gasscheiben ohne Zentralmasse

3.1 Überblick

Seit langer Zeit ist bekannt, daß schnell rotierende, selbstgravitierende Objekte instabil gegenüber nicht rotationssymmetrischen Störungen werden können. Chandrasekhar (1969) zeigte die Existenz solcher Instabilitäten anhand starr rotierender MacLaurin Sphären mit konstanter Dichte. Die von ihm dafür entwickelten Tensor-Virial-Gleichungen (TVE) ermöglichen die Untersuchung nicht rotationssymmetrischer Störungen bei rotierenden Polytropen mit unterschiedlichen radialen Dichteprofilen (Ostriker & Mark 1968 und Bodenheimer & Ostriker 1973). Entwickeln sich solche Rotationsinstabilitäten (man spricht dann von dynamischen Instabilitäten, im Gegensatz zu säkularen Instabilitäten, welche auf dissipative Effekte wie Viskosität beruhen) auf einer Zeitskala, welche mit der dynamischen Zeitskala der Rotation übereinstimmt, kann es zu einem Zerfall des Objektes in mehrere kleine Fragmente führen.

Die meisten Untersuchungen der Instabilitäten differentiell rotierender, selbstgravitierender Polytropen wurden bisher nur mit den linearisierten hydrodynamischen Gleichungen durchgeführt, welche aber mit den analytischen Ansätzen der Tensor-Virial-Gleichungen übereinstimmen. Eine zufriedenstellende Behandlung des nichtlinearen Regimes der Instabilitäten sowie die Untersuchung großer Dichteveränderungen ($\delta\rho/\rho \approx 1$) lagen bisher jedoch noch nicht vor. Erst das Aufkommen leistungsstarker Computer und Algorithmen ermöglicht die numerische Simulation solcher Systeme bis weit in den nichtlinearen Bereich hinein. Trotz der divergierenden Ergebnisse verschiedener Computercodes (Teilchenmethoden, finite Differenzen Methoden) wurden vielversprechende Ansätze gemacht, siehe zum Beispiel Toman et al. (1998).

In diesem Kapitel wird der in Kapitel [2] vorgestellte Code auf Massenverteilungen angewendet, die keine Zentralmasse besitzen. Als erstes Beispiel dient eine

kugelförmige Massenverteilung, welche in den analytisch bekannten Gleichgewichtszustand relaxiert. Bevor dieser erreicht ist, schwingt die Sphäre mit analytisch gegebener Frequenz um ihre Gleichgewichtslage. Die dissipative Wirkung der Viskosität ermöglicht das Erreichen des hydrostatischen Gleichgewichtes. Im zweiten Teil dieses Kapitels folgt die Simulation einer scheibenartigen, anfänglich rotationssymmetrischen Massenverteilung mit vorgegebener Drehimpulsverteilung. Dabei soll eine globale Balkeninstabilität angeregt werden und die charakteristische Anstiegszeit sowie die Rotationsfrequenz dieser Instabilität festgestellt werden. Die Werte wurden mit numerischen Simulationen von Pickett, Durisen und Bate ebenfalls berechnet und sollen mit den hier ermittelten verglichen werden.

Durch dieses Vorgehen wird nicht nur der gravitative Teil des Codes im statischen und dynamischen Fall getestet, sondern es bildet auch das Fundament für die Untersuchung nicht achsensymmetrischer Instabilitäten kompressibler viskoser Fluide im nichtlinearen Bereich.

3.2 Sphärisch symmetrische Polytropen ohne Drehimpuls

Bevor die Simulation rotierender Polytropen diskutiert wird, soll anhand einer sphärisch symmetrischen Massenverteilung ohne spezifischen Drehimpuls der verwendete Code getestet werden. Für den Fall von polytropen Zustandsgleichungen der Form $p = K\rho^\gamma$ und $K = \text{const.}$ existieren analytische Lösungen der Dichteverteilung, die unabhängig von Lane und Emden gefunden wurden. Bei kleinen Störungen der Gleichgewichtsverteilung kann auch ein Zusammenhang zwischen mittlerer Dichte und Schwingungsdauer des Polytropen angegeben werden (Ein-Zonen-Modell). Dieser Zusammenhang führt auch auf eine Perioden-Massen-Beziehung, die auf δ-Cepheiden Veränderliche angewendet werden kann. Damit kann der Code im statischen sowie im dynamischen Fall durch ein einfaches Modell getestet werden und dient somit als Grundlage für weitergehende Simulationen, die gravitative Instabilitäten und hochdynamische Prozesse reproduzieren sollen.

3.2.1 Der Gleichgewichtszustand: Lane-Emden Gleichung

Um den Gleichgewichtszustand der polytropen radialsymmetrischen Sphäre mit vorgegebener Masse M und Zustandsgröße K zu finden, geht man vom hydrostatischen Gleichgewicht aus.

$$\frac{dP}{dr} = -\varrho \frac{d\Phi}{dr} \quad (3.1)$$

Zusätzlich ist die Poissons-Gleichung in Radialkoordinaten für das Gravitationspotential Φ zu lösen.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) = 4\pi G \varrho \quad (3.2)$$

Mit $P = K\varrho^\gamma$ können diese beiden Gleichungen zu

$$\frac{d\Phi}{dr} = -\gamma K \varrho^{\gamma-2} \frac{d\varrho}{dr} \quad (3.3)$$

zusammengefaßt und integriert werden. Dabei ergibt sich zwischen Gravitationspotential Φ und der Dichte ϱ der Zusammenhang

$$\varrho = \left(\frac{-\Phi}{(n+1) K} \right)^n, \quad (3.4)$$

wobei der Polytropenindex $n = \frac{1}{\gamma-1}$ eingeführt wurde. Setzt man diese Beziehung in die Poissons-Gleichung ein, erhält man folgende Gleichung:

$$\frac{d^2\Phi}{dr^2} + \frac{1}{r^2} \frac{d\Phi}{dr} = -4\pi G \left(\frac{-\Phi}{(n+1) K} \right)^n, \quad (3.5)$$

welche mit

$$z = Ar, \quad A^2 = \frac{4\pi G}{(n+1) K} \varrho^{\frac{n-1}{n}}, \quad w = \left(\frac{\varrho}{\varrho_c} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (3.6)$$

dimensionslos gemacht wird. Dadurch ergibt sich die Lane-Emden-Gleichung für die Variable w :

$$\frac{d^2w}{dz^2} + \frac{2}{z} \frac{dw}{dz} + w^n = 0 \quad (3.7)$$

Dabei gilt bei $r = 0$ ($z = 0$) die Randbedingung $\varrho = \varrho_c$, beziehungsweise $w = 1$. Eine weitere Randbedingung erhält man durch die Bedingung, daß w bei $z = 0$ endlich bleiben soll, also $w'(0) = 0$.

Zur Lösung dieser Gleichung bietet sich ein Potenzreihenansatz der Form $w = \sum a_i z^i$ an (Chandrasekhar 1942). Für den Polytropenindex $n = 3/2$ ($\gamma = 5/3$) erhält man für w

$$w(z) \approx 1 - \frac{1}{6} z^2 + \frac{1}{20} z^4 + \dots \quad (3.8)$$

In Abbildung 3.3 ist die radiale, auf eins normierte, Dichteverteilung w^n für $n = 3/2$ dargestellt.

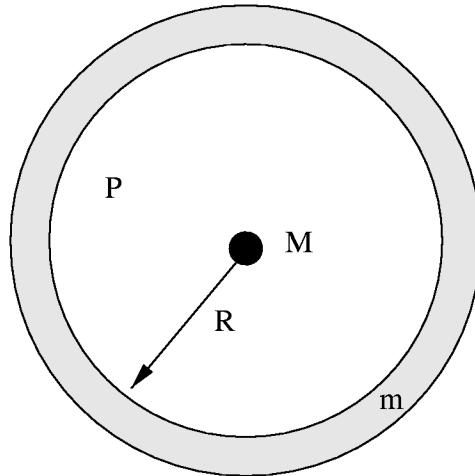


Abbildung 3.1: Modell zur Ein-Zonen Näherung. Die gesamte Sternmasse ist im Zentrum konzentriert und die schwingende Masse wird als konzentrische Kugelschale angenommen. Dazwischen befindet sich masseloses Gas mit dem Druck P .

3.2.2 Radiale Schwingungen nichtrotierender Polytropen

Zur Beschreibung von Schwingungen dieser Polytropen muß man die dynamischen Gleichungen der Hydrodynamik heranziehen.

$$\varrho \frac{d^2r}{dt^2} = -G \frac{M_r \varrho}{r^2} - \frac{dP}{dr} \quad (3.9)$$

Diese Gleichung ist jedoch in vollem Umfang auch nur numerisch zu lösen, so daß eine vereinfachende Annahme gemacht wird, das sogenannte Ein-Zonen Modell.

Hierbei geht man davon aus, daß die gesammte Masse der Kugel in einem Punkt konzentriert ist und von einer konzentrischen und dünnen Massenschale der Masse m umgeben ist, welche die schwingende Masse repräsentieren soll (siehe Abb. 3.1). Der Innerraum zwischen Massenpunkt und -schale soll mit einem masselosen Gas mit dem Druck P gefüllt sein, der die Massenschale vom gravitativen Kollaps abhalten soll. Newtons zweites Gesetz liefert für diese Anordnung

$$m \frac{d^2R}{dt^2} = -G \frac{Mm}{R^2} - 4\pi R^2 P \quad (3.10)$$

Linearisierte Gleichungen erhält man, wenn man nur kleine Abweichungen von der Gleichgewichtslage von Druck und Radius zuläßt.

$$R = R_0 + \delta R \quad P = P_0 + \delta P \quad (3.11)$$

Einsetzen in die Impulsgleichung mit der Näherung

$$\frac{1}{(R_0 + \delta R)^2} \approx \frac{1}{R_0^2} \left(1 - 2\frac{\delta R}{R_0}\right) \quad (3.12)$$

führt auf

$$m \frac{d^2(\delta R)}{dt^2} = -G \frac{2Mm}{R_0^3} \delta R + 8\pi R_0 P_0 \delta R + 4\pi R_0^2 \delta P \quad (3.13)$$

Unter der obigen Annahme, daß die Zustandsänderungen adiabatisch sein sollen, reduziert sich diese Gleichung auf die eines harmonischen Oszillators.

$$\frac{d^2(\delta R)}{dt^2} = -(3\gamma - 4) \frac{GM}{R_0^3} \delta R \quad (3.14)$$

mit der Kreisfrequenz

$$\omega^2 = (3\gamma - 4) \frac{GM}{R_0^3} \quad (3.15)$$

was einer Periodendauer von

$$\Pi = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4}{3}\pi G \varrho_0 (3\gamma - 4)}} \quad (3.16)$$

entspricht. Dabei bedeutet ϱ_0 die mittlere Dichte der Sphäre und γ ist der Polytropenexponent.

Anhand dieser Gleichungen erkennt man, daß nur Objekte mit $\gamma > 4/3$ dynamisch stabil sind, andernfalls wird die Kreisfrequenz ω imaginär und die Schwingungsamplitude wächst damit exponentiell an und ist somit dynamisch instabil. Als Beispiel kann hier der isotherme Kollaps am Anfang der Bildung von protostellaren Kernen aus Molekülwolken herangezogen werden (optisch dünne Phase).

Wendet man diese, auf einfache physikalische Zusammenhänge beruhende Gleichungen auf einen typischen δ -Cepheiden Veränderlichen an, so ergibt sich für eine Masse von $M = 5M_{\odot}$ und einem Radius $R = 50R_{\odot}$ eine Periodendauer von $\Pi \approx 50$ Tagen, was im Bereich der beobachteten Periodendauern liegt.

3.2.3 Simulation

Als Anfangsbedingung wird eine Sphäre mit Radius $R = 10$ AU gewählt, welche eine konstante Dichte hat. Die Masse beträgt $M = 5M_{Jupiter}$. Die Parameter der Zustandsgleichung werden mit $K = 0.5$ und $\gamma = 5/3$ festgelegt, entsprechen damit einem monoatomaren idealem adiabatischen Gas. Als numerische Größe fließt hier nur die angenommene Zahl von $N = 5000$ SPH-Teilchen mit einer Anzahl von 60 wechselwirkenden Nachbarn ein. Die hier verwendeten Einheiten für Masse und

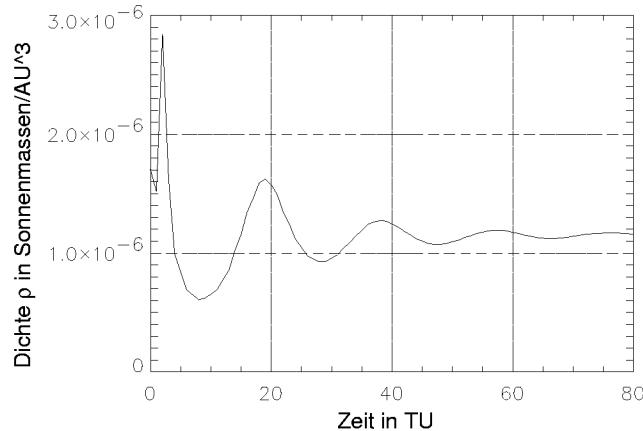


Abbildung 3.2: Zeitlicher Verlauf der Dichte im Zentrum der Kugel. Die Maxima der Dichte haben ein äquidistanten Abstand von $T = 19$ Zeiteinheiten (TU).

Länge, sowie die Annahme, daß $G = 1$ ist, ergeben für die daraus resultierende Zeiteinheit (TU) einen Wert von 21.7 Jahren.

Um dieser Konfiguration die Relaxation in den Gleichgewichtszustand zu erlauben, wird aus numerischen Gründen mit einer künstlichen Viskosität nach Monaghan mit den Standardwerten $\alpha = 1.0$ und $\beta = 2.0$ gerechnet. Sie soll keiner physikalischen Bedeutung zukommen, sondern nur als Dämpfung wirken.

In Abbildung 3.2 ist für den oben beschriebenen Satz von Parametern die Dichte im Zentrum ρ_c , über die Zeit in Jahren aufgetragen. Deutlich erkennt man die erwartete gedämpfte Schwingung mit einer Periodendauer von $\Pi_{sim} = 19$ Zeiteinheiten (TU) ($\cong 412$ Jahre). Vergleicht man dies mit dem analytischen Wert von $\Pi = 21.2$ TU ($\cong 460$ Jahre), stimmt dies bis auf etwa 5% überein. Die Abweichungen lassen sich aufgrund der Annahme des Ein-Zonen Modells leicht erklären, denn es handelt sich nicht um sehr kleine Auslenkungen aus der Gleichgewichtslage, wie bei der Herleitung der Periodendauer vorausgesetzt wurde.

Nach einiger Zeit stellt sich der Gleichgewichtszustand zwischen Druck und Gravitationskraft ein, was zu dem Dichteprofil in Abbildung 3.3 führt. Dort wurde die normierte SPH-Dichte über den skalierten Radius aufgetragen. Zum Vergleich ist die analytische Lösung $w^{3/2}$ eingezeichnet. Diese stimmen ohne große Abweichungen überein.

Die Übereinstimmung der Ergebnisse von Simulation und Berechnung in diesem Fall ist die Voraussetzung der im nächsten Kapitel beschriebenen Simulation von rotierenden polytropen Gasscheiben, bei welchen es keine einfachen analytischen Ansätze mehr gibt.

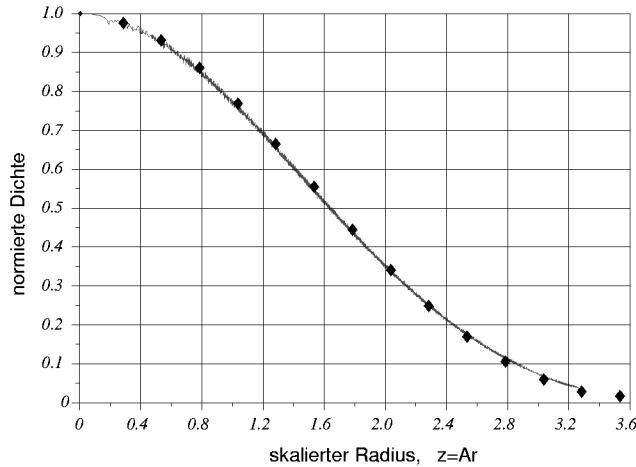


Abbildung 3.3: Radialer Verlauf der auf 1 normierten Dichte, wie er sich aus der Simulation ergibt (rote Kurve). Die schwarzen Rauten geben den Dichteverlauf gemäß der Lane-Emden Gleichung an.

3.3 Rotierende Polytropen

Die Stabilität selbstgravitierender polytroper und dabei rotierender Sphären ist in vielen Bereichen der Sternentstehung und Sternentwicklung von zentralem Interesse. So wurde zum Beispiel die Entstehung enger Doppelsternsysteme auf das Zerbrechen eines einzelnen, schnell rotierenden Sternes zurückgeführt. Dieser als Fission-Theorie bekannte Entstehungsmechanismus löste zahlreiche Untersuchungen auf diesem Gebiet aus, mußte allerdings wieder verworfen werden (Durisen et al. 1986). Die dabei auftretenden mathematischen Schwierigkeiten in der Behandlung solcher Fluide beschränkten die ersten Ansätze auf nichtviskose inkompressible Flüssigkeiten, die in Chandrasekhar (1969) ausführlich behandelt werden.

Das Aufkommen leistungsstarker Computer ermöglichte eine Verallgemeinerung und Erweiterung des Problemes auf eine Fülle astronomischer Objekte, wie schnell rotierende und akkretierende Neutronensterne und Weiße Zwerge in Röntgendoppelsternen (Houser et al. 1994). Ein weiteres großes Anwendungsbereich findet sich in der Galaxiendynamik. Die in vielen Galaxien auftretende Spiral- oder Balkenstruktur wird auf eine globale, gravitative Instabilität zurückgeführt (Lin-Shu Hypothese, Lin & Shu 1964). Mehrere Simulationen galaktischer Scheiben bestätigten diese Vermutung, siehe dazu Hohl (1971) sowie Sellwood & Carlsberg (1984). Des Weiteren zieht man nichtachsensymmetrische Instabilitäten als Triggermechanismus für die Entstehung von Planetensystemen in Betracht.

Die hier behandelte globale nichtachsensymmetrische Instabilität rotierender Polytropen wurde im nichtlinearen Bereich für den nichtviskosen Fall mithilfe der Ten-

sor Virial Gleichungen behandelt (siehe Tassoul 1978). Andere Autoren führten Simulationen bis in den nichtlinearen Bereich hinein durch (Houser et al. 1994). Als kritische Parameter für die Entstehung nichtachsensymmetrischer Moden $\varrho/\varrho_0 \propto \exp(im\varphi)$ haben sich die Verhältnisse α aus Rotationsenergie T und Gesamtenergie W $\alpha = T/|W|$ sowie $\beta = U/|W|$ erwiesen (U ist die gravitative Energie). Pickett et al. 1996 zeigten, daß für Systeme mit dem Polytropenindex $\gamma = 5/3$ die Instabilität erst im Bereich von $\alpha = 0.2\dots 0.03$ einsetzt. Toman et al. 1998 schränkten diese Bereiche für die verschiedenen Moden $m = 2, 3, 4$ weiter ein. Trotz aller Bemühungen fehlt eine quantitativ Analyse der Instabilität im nichtlinearen Bereich bis jetzt. Besonders eklatant wird dies im Falle viskoser Fluide, wo verschiedene Codes abweichende Ergebnisse produzieren (Durisen et al. 1996).

3.3.1 Die $m = 2$ Mode

In diesem Teil soll ein kurzer Überblick über den Entstehungsmechanismus von spiralförmigen Strukturen in N -Körpersystemen gegeben werden. Eine detaillierte Beschreibung ist im allgemeinen sehr kompliziert und kann in entsprechender Literatur nachgeschlagen werden (z.B. Binney & Tremaine 1987).

Voraussetzung für das Entstehen gravitativer Instabilitäten ist das Vorhandensein kleiner Störungen der anfänglich kreisförmigen Teilchenbewegung um den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems. Bei vielen Computersimulationen reicht in den meisten Fällen die Integratorgenauigkeit aus, um Instabilitäten anzuregen. Bei kleinen Störungen der zirkularen Bewegung Ω des Teilchens schwingt dieses mit der charakteristischen Epizyklenfrequenz κ um die ungestörte Teilchenbahn. Eine Taylorentwicklung des effektiven Gravitationspotentials um die ungestörte Bahn r_0 ergibt:

$$\kappa^2 = \frac{\partial^2 \Phi_{eff}}{\partial r^2} \quad (3.17)$$

Für die Epizyklenfrequenz κ findet man ein Bezugssystem mit der Umlauffrequenz Ω' , in welchem die Teilchenbahn geschlossen ist. Dabei gilt

$$m\Omega' = n\kappa , \quad (3.18)$$

wobei n, m ganze Zahlen sind. Dieses rotiert dann, von außen betrachtet, mit der Frequenz

$$\Omega - \Omega' = \Omega_{pattern} = \Omega - \frac{n}{m}\kappa . \quad (3.19)$$

Für diese Frequenz hat sich der Begriff „Pattern Speed“ eingebürgert. In Abbildung 3.4a ist die elliptische Bahn eines Teilchens für $n = 1, m = 2$ im mitrotierenden Bezugssystem dargestellt.

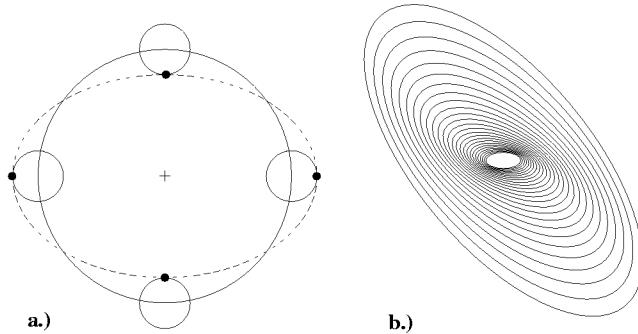


Abbildung 3.4: a.) Geschlossene Teilchenbahn (gestrichelt) im mitrotierenden Bezugssystem ($\Omega_{pattern}$) für eine $m = 2$ Mode. Zusätzlich sind die ungestörten Teilchenbahnen eingezeichnet (durchgezogene Linien). b.) Spiralstruktur wie sie sich aus der kohärenten Schwingung vieler Teilchen im mitrotierenden Bezugssystem ergibt.

Betrachtet man eine aus vielen Teilchen aufgebaute rotierende Scheibe, deren einzelne Teilchen mit der Epizyklenfrequenz schwingen, kommt es durch die gravitative Kopplung der Massen untereinander zu einem kohärenten Schwingungsmuster¹. Solch eine kohärente Struktur für $m = 2$ ist in Form einer Spirale in Abbildung 3.4b dargestellt. Durch die Massenumverteilung werden im effektiven Potential des Gesamtsystems Quadrupolmomente (und deren Harmonischen) induziert, die verstärkend auf die anfangs kleinen Störungen wirken. Das System wird somit instabil. Eine Grenze des Anwachsens dieser Instabilität ist dann erreicht, wenn die Störungen und somit die Geschwindigkeitsdispersion der Teilchen maßgeblich die Teilchenbewegung bestimmen, was einem Aufheizen der Scheibe entspricht (Sellwood & Carlsberg 1984, Toomre 1964).

3.3.2 Anfangsbedingungen

Wie oben dargelegt, haben die Koeffizienten α und β einen entscheidenden Einfluß auf die Stabilität der Scheibe. Eine schnell anwachsende $m = 2$ Mode, welche ebenfalls höhere Harmonische ($m = 2, 4, \dots$) anregt, erhält man mit der folgenden Wahl von α und β :

$$\alpha = T/|W| = 0.3 \quad \text{und} \quad \beta = U/|W| = 0.2 \quad (3.20)$$

Mit diesen Werten wurde bei Vorgabe des Polytropenindex γ eine Gleichgewichtskonfiguration mittels eines SCF-Codes (Self Consistent Field) berechnet (Bodenheimer & Ostriker 1973). Diese Gleichgewichtsscheibe dient als Anfangsbedin-

¹ Analytisch wird dies durch die Eigenschwingungen eines eigengravitiierenden Ringes aus Punktmasse erfaßt (siehe dazu Fahr & Willerding 1998).

Tabelle 3.1: Zusammenfassung wichtiger Parameter der Anfangskonfiguration für die polytrope Scheibe

$\alpha = T/ W $	0.3
$\beta = U/ W $	0.2
Polytropenindex (γ)	5/3
Masse (M)	1
Radius (R)	12 (pu)

gung für die hier durchgeführte Simulation. Wichtige Parameter dieser Konfiguration sind in Tabelle 3.1 aufgelistet. Alle Werte sind in polytropen Einheiten (pu) ($G = M = K = 1$). Die Umrechnung in astrophysikalisch nützliche Einheiten kann mit den folgenden Formeln durchgeführt werden.

$$R(AU) = 7.93(M/M_{\odot})^{-1/3}(K/10^{15} \text{cgs})R(\text{pu}) \quad (3.21)$$

$$t(\text{sec}) = 3.55(M/M_{\odot})^{-1}(K/10^{15} \text{cgs})^{3/2}t(\text{pu}) \quad (3.22)$$

$$\Omega(\text{sec}^{-1}) = 2.82(M/M_{\odot})^1(K/10^{15} \text{cgs})^{-3/2}\Omega(\text{pu}) \quad (3.23)$$

$$\varrho(\text{gcm}^{-3}) = 1.19(M/M_{\odot})^2(K/10^{15} \text{cgs})^{-3}\varrho(\text{pu}) \quad (3.24)$$

Besondere Schwierigkeiten bei der Initialisierung des SPH-Codes entstanden dadurch, daß die Massen und Drehimpulsverteilung des SCF-Codes auf einem Gitter definiert sind. Diese Verteilungen mußten auf eine Teilchenverteilung umgerechnet werden. Herkömmliche Monte-Carlo Methoden zur Teilchenverteilung konnten nicht verwendet werden, da die so berechneten Verteilungen die Fourieramplituden aller Moden stark verrauschten (siehe Kapitel [3.3.4]). Um dies zu vermeiden wurde hier eine andere Methode verwendet. Dazu wird das Simulationsgebiet in konzentrische Kreisringe (r_i, z_j) eingeteilt, deren Masse durch die Massenverteilung des SCF-Codes bekannt ist. Innerhalb dieses Kreisringes wird nun eine ungerade Anzahl von Teilchen mit einem konstanten Abstand $\Delta\phi$ verteilt, bis die erforderliche Masse erreicht ist (die Wahl einer ungeraden Teilchenanzahl minimiert die geraden Multipolmomente der Massenverteilung beträchtlich). Eine künstliche Phasenkohärenz der Teilchenringe wird durch die Addition einer zufälligen Phase ϕ_{off} für jeden Ring vermieden. Diese Methode senkt die Fourieramplituden der gesamten Massenverteilung um bis zu zwei Größenordnungen.

Die so in eine Teilchenverteilung umgerechnete Anfangsbedingung ist in Abbildung 3.5 dargestellt.

Anfangsbedingung:

Teilchenanzahl: 49680

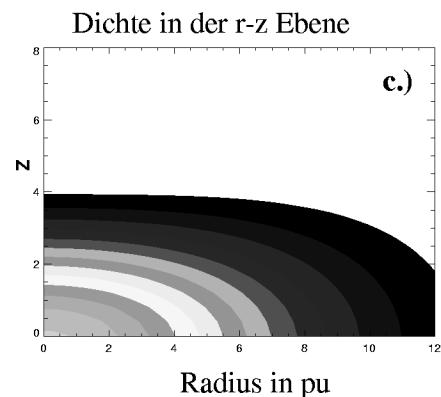
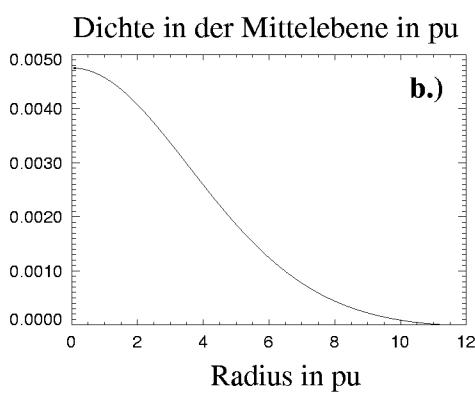
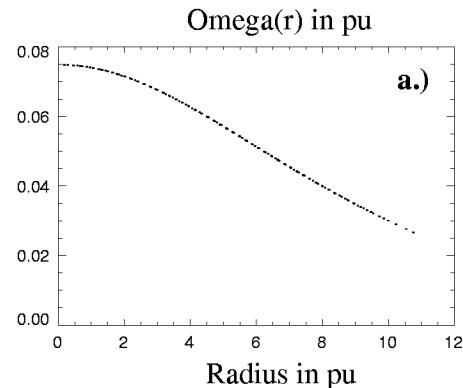
Viskosität: künstlich mit $\alpha=1.0$, $\beta=2.0$ Polytropenindex: $\gamma=5/3$ Polytrope Einheiten: $M=G=K=1$ 

Abbildung 3.5: Zusammenfassung der Anfangsbedingungen der rotierenden polytropen Scheibe. a.) Radialer Verlauf der Rotationsfrequenz $\Omega(r)$. b.) Funktion der Dichte in der Scheibenmittenebene. c.) Dichteverteilung in der r - z Ebene. Der Zusammenhang zwischen Farbgebung und Dichte ergibt sich für $z = 0$ aus Bild b.

Code Details

- In dieser Simulation wird eine Teilchenzahl von $N = 49680$ verwendet, was eine genügend hohe räumliche Auflösung ermöglicht.
- Aus Konsistenzgründen zu anderen Simulationen von Bate und Durisen wird hier die künstliche Viskosität nach Monaghan (siehe Gleichung (2.21)) mit den gängigen Parametern für α und β verwendet. Zusätzlich wird die Energiegleichung mit integriert, aus der dann die Druckberechnung nach $p = (\gamma - 1)u$ erfolgt, wobei u die innere Energiedichte ist.
- Da die Entwicklung der Instabilität auf einer dynamischen Zeitskala erfolgt, werden nicht polytrope Einheiten (pu) für die Definition der Zeiteinheit verwendet. Als passende Zeiteinheit hat sich die anfängliche Umdrehungszeit im Scheibenzentrum erwiesen, abgekürzt CIRP (Central Initial Rotation Period), wobei gilt: 1 CIRP = 83.9 t(pu).

3.3.3 Simulation: Bildung der Balken Instabilität

Um die oben beschriebene Balken-Instabilität anzuregen, muß der Gleichgewichtszustand leicht gestört werden. In den Codes von Pickett und Durisen wird dazu dem Dichtefeld ein kleines Störfeld überlagert. In dem hier verwendeten Code ist das durch die inhärenten Dichtefluktuationen des SPH Schemas nicht nötig. Diese Dichtefluktuationen erzeugen über die polytrope Zustandsgleichung Druckgradienten, die Epizyklen schwingungen der Teilchen hervorrufen.

Aus Abbildung 3.6, in der die Dichtevertteilung in der Scheibenebene zu verschiedenen Zeiten dargestellt ist, erkennt man, daß schon nach kurzer Zeit eine eindeutige Störung der Rotationssymmetrie auftritt. Nach $T = 10$ CIRP tritt klar die kohärente Spiralstruktur hervor, deren Stärke bei fortschreitender Zeit etwas nachläßt.

3.3.4 Simulation: Fourieranalyse

Die in Abbildung 3.6 dargestellte Dichtevertteilung legt eine Analyse mittels der Fouriertransformation nahe. Dabei soll die Dichtevertteilung zu jedem Zeitpunkt t_i folgendermaßen transformiert werden:

$$A_m(t) = \frac{1}{M_{ges}} \int \varrho(r, t) e^{im\phi} dV \quad (3.25)$$

mit der zeitabhängigen und komplexen Amplitude $A_m(t_i)$. m ist hier die azimutale Modenzahl, welche in dieser Analyse Werte von $m = 1, \dots, 8$ annehmen soll. Höhere Moden werden nicht untersucht, da sie für die Balkeninstabilität $m = 2$ keine Rolle spielen.

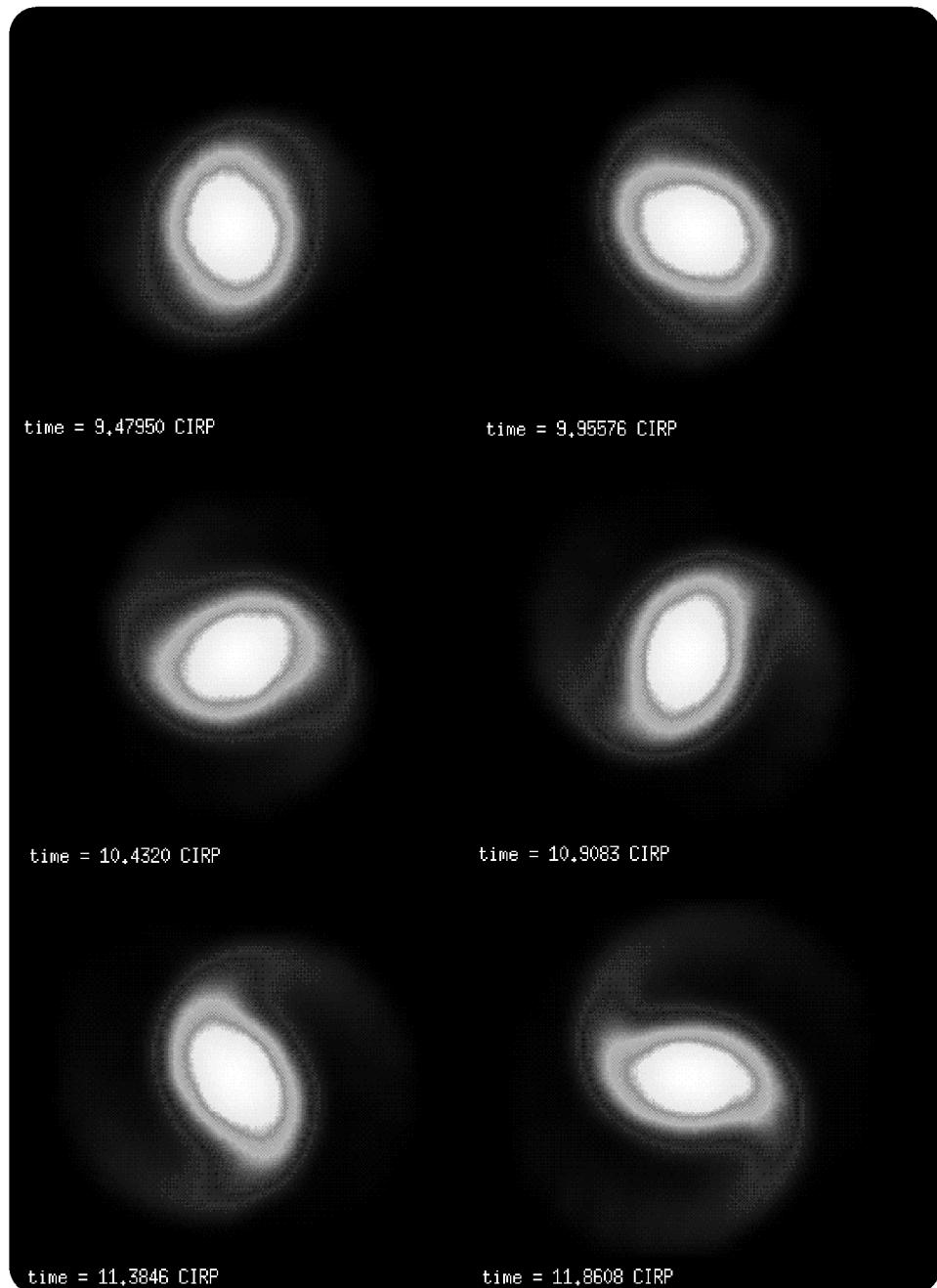


Abbildung 3.6: DichteVerteilung in der r - ϕ Ebene zu verschiedenen Zeiten, wobei die Farbkodierung der in Abbildung 3.5 entspricht. Die Rotationsrichtung erfolgt entgegen dem Uhrzeigersinn.

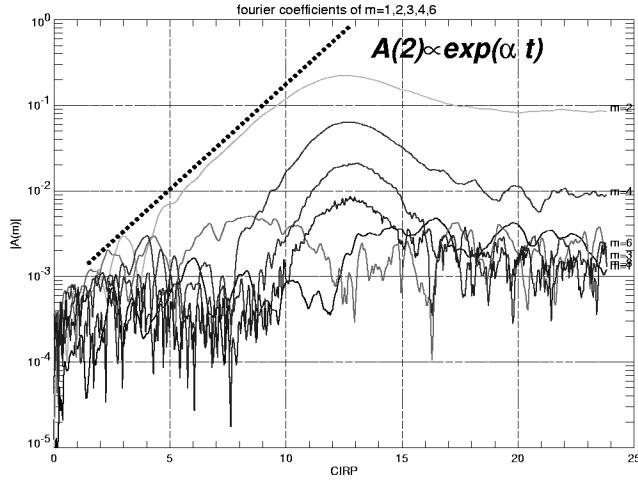


Abbildung 3.7: Verlauf der Fourieramplituden für verschiedene Modenzahlen m , aufgetragen über die Zeit in halblogarithmischer Darstellung.

Aus der komplexen Amplitude $A_m(t_i)$ erhält man folgende Informationen:

- Der Betrag $|A_m(t_i)|$ bezeichnet die Intensität der Störung. Aus dieser wird die charakteristische Anwachsrate α_m bzw. die Anwachszeit $\tau_m = 1/\alpha_m$ der Störungen mit Symmetrie m errechnet.
- Aus dem Phasenwinkel

$$\phi_m(t) = \arctan\left(\frac{A_m}{A_m^*}\right) \quad (3.26)$$

erhält man für jede Mode m die Pattern Speed Ω_m über die Relation

$$\Omega_m = \frac{\phi_m}{m\Delta t}, \quad (3.27)$$

wobei Δt die Zeitdifferenz angibt.

Aus den Simulationsdaten, die sich über 300 äquidistante Zeitabschnitte erstrecken, erhält man nach der Fouriertransformation die in Abbildung 3.7 und 3.8 gezeigten Verläufe der Amplitude und des Phasenwinkels.

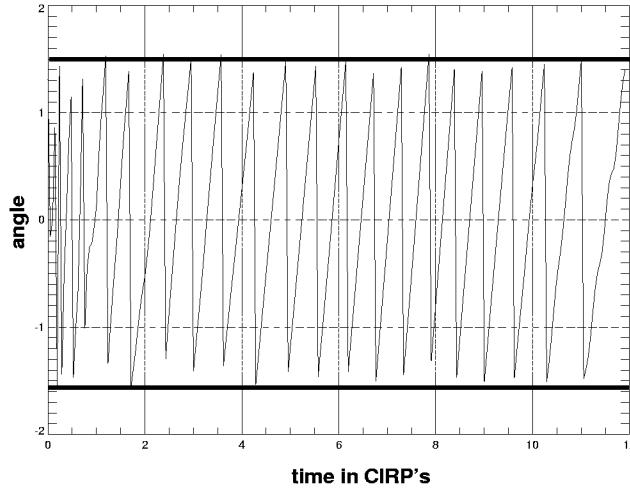


Abbildung 3.8: Abhängigkeit des Phasenwinkels ϕ von der Zeit, für die Mode $m = 2$. Die Abstände zweier Maxima definiert die Präzessionsfrequenz $\Omega_{pattern}$ der Balkeninstabilität (siehe Text).

Ergebnisse der Fourieranalyse

Vergleicht man die zeitliche Entwicklung der Dichte (Abbildung 3.6) mit Simulationen von Hohl (1971), Sellwood & Carlsberg (1984) und Monaghan & Lattanzio (1985) stellt man eine qualitative Übereinstimmung der Ergebnisse fest, die anhand der Anwachsraten und der Präzessionsfrequenz genauer überprüft werden soll. Starke Abweichungen im nichtlinearen Bereich gegenüber Simulationen von Bate und Durisen, wären dann eindeutig auf den gravitativen Teil des SPH-Codes zurickzufuhren.

Anwachsraten Die Bestimmung der Anwachsraten α_m für jede Modenzahl m erfolgt aus der zeitlichen Abhängigkeit der Amplituden A_m in Abbildung 3.7. Nachdem der Einschwingvorgang beendet ist und die Massenelemente beginnen, kohärent zu schwingen, erkennt man ein steiles Anwachsen der geraden Moden $m = 2, 4$ und 6 . Dieses ist im Bereich von $t = 2 \dots 10$ CIRP exponentiell, was eine Definition der Anwachsrate über $A_m \propto \exp(\alpha_m t)$ ermöglicht. Die Methode der kleinsten Fehlerquadrate liefert für die angepasten Werte von α_m die in Tabelle 3.2 dargestellten Anwachsraten und deren Fehler.

Für die ungeraden Moden $m = 1, 3$ und 5 erkennt man keinen signifikanten Anstieg, was durch die Abwesenheit auferer Felder und induzierter Dipolverteilungen erwartet wurde.

Tabelle 3.2: Ermittelte Anwachsraten α für die Moden $m = 1, \dots, 8$

Modenzahl m	Anwachsraten α in $1/CIRP$	Fehler
$m = 1$	–	k.A.
$m = 2$	0.76	8%
$m = 3$	–	k.A.
$m = 4$	1.15	12%
$m = 5$	–	k.A.
$m = 6$	1.45	12%
$m = 8$	1.5	14%

Präzessionsfrequenz Die Ermittlung der Präzessionsfrequenz $\Omega_{pattern}$ und der Präzessionsperiode $P = 2\pi/\Omega_{pattern}$ wird hier nur für die Mode $m = 2$ durchgeführt, da die Frequenzen der höheren Moden für die Balkeninstabilität ohne Belang sind.

Aus der Abbildung 3.8 erscheint die Präzessionsperiode P der Balkeninstabilität als Abstand zweier Maxima des Phasenwinkels, multipliziert mit der Symmetrie m der Mode. Als mittlere Präzessionsfrequenz und -periode erhält man die Werte:

$$P = 3.05 \text{ CIRP} \quad \text{bzw.} \quad \Omega_{pattern} = 2.06 \frac{1}{\text{CIRP}}$$

3.3.5 Vergleich mit anderen Simulationen

Die oben beschriebene Simulation wurde im Rahmen einer Zusammenarbeit mit Durisen und Bate gewonnen. Das Ziel dieser Kollaboration ist die Simulation der Balkeninstabilität mit verschiedenen numerischen Verfahren. Ausgehend von einer einheitlichen, fest definierten Anfangsbedingung soll deren dynamische Entwicklung verglichen werden. Die dabei verwendeten Codes können in zwei Gruppen unterteilt werden:

- Gitterverfahren (Durisen & Pickett), das auf einem zylindrischen Gitter (64^3 Zellen) und endlichem Gebiet die hydrodynamischen Gleichungen mit einer gitterspezifischen künstlichen Viskosität löst. Die Beschränkung auf ein endliches Simulationsgebiet zwingt zur Einführung einer äußeren Randbedingung und grenzt sich damit wesentlich von den Teilchenmethoden ab.
- Teilchenmethoden: Der SPH-Code von Bate unterscheidet sich zu dem hier verwendeten Code im wesentlichen durch die Wahl der Viskosität. Diese enthält einen größeren Beitrag an Scherviskosität im Vergleich mit der hier verwendeten Standartviskosität nach Monaghan. Auf die weiteren Unterschiede in der Wahl des Integrators und der Festsetzung des Wechselwirkungsradius

eines SPH-Teilchens sowie die unterschiedlichen Eigenschaften der verwendeten TREE-Codes soll hier nicht weiter eingegangen werden (näheres in Bate, 1993), stellen aber zwei häufig benutzte und unterschiedliche Realisierungen des SPH-Schemas dar.

Die oben beschriebenen Unterschiede der numerischen Verfahren sollten sich im Idealfall nur wenig in den Resultaten für die Anwachsraten α_m und den Präzessionsperioden P widerspiegeln. Stellt man die aus den verschiedenen Simulationen gewonnenen Präzessionsperioden für $m = 2$ gegenüber (siehe Tabelle 3.3) so bestätigt sich die vermutete Übereinstimmung bis auf kleine Abweichungen.

Tabelle 3.3: Gegenüberstellung der Präzessionsperioden $P_{m=2}$ in CIRP's für verschiedene numerische Methoden.

	Gittermethode	SPH (Bate)	SPH
$P_{pattern}$	$P = 2.95$	$P = 2.9$	$P = 3.05$

Vergleicht man die Anwachsraten α_m der Moden $m = 2, 4, 6$ und 8 (siehe dazu Tabelle 3.4) für die verschiedenen Verfahren, so stellt man systematische Abweichungen der Werte fest, vor allem betrifft dies die verschiedenen SPH-Codes.

Tabelle 3.4: Gegenüberstellung der Anwachsraten α_m ($m = 2, 4, 6, 8$) in $1/CIRP$ für verschiedene numerische Methoden.

	Gittermethode	SPH (Bate)	SPH
$m = 2$	$\alpha = 1.1$	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.76$
$m = 4$	$\alpha = 1.4$	$\alpha = 1.3$	$\alpha = 1.15$
$m = 6$	$\alpha = 1.6$	$\alpha = 1.5$	$\alpha = 1.45$
$m = 8$	—	—	$\alpha = 1.5$

Der in dieser Arbeit verwendete Code liefert im Allgemeinen kleinere Anwachsraten für alle Moden. Dieser unerwartete Unterschied wird verständlich, betrachtet man die Wirkung der Viskosität auf die Dynamik des Systems. In diesen Simulationen, bei denen keine nennenswerte Kompression des Materials auftritt, spielt der β -Teil der Viskosität (Volumenviskosität) nur eine untergeordnete Rolle. Der Hauptteil der Energiedissipation tritt aufgrund der Verscherung des Gases durch die differentielle Rotation auf. Eine stärkere Scherviskosität führt notwendigerweise zu einer höheren Energiedissipation und somit zu einer größeren Geschwindigkeitsdispersion der Massenelemente. Betrachtet man die durch die Energiedissipation hervorgerufene Geschwindigkeitsdispersion als zusätzliche Störung der Gleichgewichtsbahnen

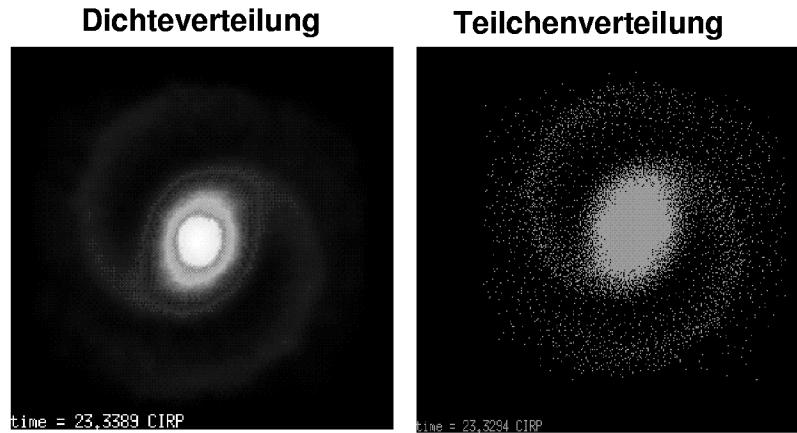


Abbildung 3.9: Dichte und Teilchenverteilung am Ende der Simulation nach $T = 23$ CIRP's. Im Innenbereich ist deutlich der Balken erkennbar, der im Außenbereich in eine korotierende Spirale übergeht. Die Rotation erfolgt im mathematisch Positiven Sinn.

der Teilchen, wird demnach der Energieinhalt und dadurch die Amplitude der Epizyklenschwingungen steigen. Es tritt eine verstärkende Wirkung auf die Instabilität ein! Simulationen, bei denen der Druck nicht über die innere Energie (und damit über die Temperatur) sondern als Potenzfunktion der Dichte berechnet wurde, bestätigten diese Vermutung, indem der isentrope Fall ($P = K \varrho^\gamma$ und $K = \text{const}$) eine geringere Anstiegszeit der Moden zeigte als der oben beschriebene.

Ein weiterer signifikanter Unterschied tritt bei der Langzeitentwicklung des rotierenden Polytropen auf. Im Gegensatz zu der von Durisen verwendeten Gittermethode bleibt bei den Teilchenmethoden die Balkenstruktur nach Erreichen der maximalen Amplitude (siehe Abbildung 3.7) für einen längeren Zeitraum stabil, wobei im Außenbereich der Scheibe die Balkeninstabilität in eine korotierende Spirale übergeht, wie es in Abbildung 3.9 dargestellt ist.

Die Simulationen von Durisen, Gingold, Tohline and Boss (1986) zeigten eine völlig andere Situation. Nach erreichen der maximalen $m = 2$ -Amplitude formierte sich das nach außen transportierte Material als konzentrischer Ring um eine elongierte Restscheibe. Die genauen Ursachen für dieses unterschiedliche Verhalten sind noch unklar, wobei die Vermutungen auf die numerische Behandlung der Scheibenränder abzielen. Teilchenmethoden wie SPH neigen bei geringen Teilchendichten wie sie am Außenrand vorherrschen zu unphysikalischem Verhalten, denn die niedrige Teilchendichte führt zur Absenkung der räumlichen Auflösung und kann somit die physikalischen Größen durch starkes Rauschen unbrauchbar machen. Dieses stochastische Rauschen bedingt eine künstliche Ausdünnung des Gases. Anders im Fall der Gittercodes, die auch im Außenbereich eine dichteunabhängige räumliche Auflösung

besitzen, jedoch eine fest definierte äußere Randbedingung aufweisen, deren Wirkung auf die Dynamik des Gases am Außenrand der Scheibe noch unklar ist.

3.4 Zusammenfassung

Im ersten Teil dieses Kapitels wurde der in dieser Arbeit durchgehend verwendete SPH-Code anhand eines einfachen Beispieles getestet. Dabei wurde der Relaxationsvorgang einer kugelsymmetrischen polytropen Sphäre in den analytisch vorliegenden Gleichgewichtszustand beobachtet. Nachdem die Einschwingvorgänge abgeklungen waren, war es möglich, die radiale DichteVerteilung der Sphäre mit der hierfür maßgebenden Lösung der Lane-Emden Gleichung zu vergleichen. Diesbezüglich konnte eine sehr gute Übereinstimmung festgestellt werden. Der Einschwingvorgang, der durch das Wirken einer künstlichen Viskosität gedämpft wurde, lieferte darüber hinaus die für oszillierende polytrope Sphären charakteristische Periodendauer der Monopolschwingung. Im Rahmen des Ein-Zonen Modells kann für diese Konfiguration eine eindeutige Beziehung zwischen der Periodendauer und der mittleren Dichte der Sphäre gewonnen werden. Wiederum ergab der Vergleich zwischen Theorie und Numerik eine akzeptable Übereinstimmung.

Diese, als Testrechnungen durchgeföhrten Simulationen verwendeten ein Minimum an numerischem Aufwand. So betrug die Teilchenzahl nur ein Bruchteil der sonst üblichen Anzahl. Trotz diesen Einschränkungen ergab sich durchwegs eine Energieerhaltung von besser als 5%, ein für das SPH Verfahren typischer Wert (Benz 1989). Weiterführende Rechnungen bei denen versucht wurde, höhere Schwingungsmoden anzuregen, schlugen durch die mangelnde Ortsauflösung fehl. Trotzdem kann dieses einfache Modell als gesichertes Fundament für weitergehende Simulationen, etwa im Bereich der Sternentwicklung angesehen werden.

Im Gegensatz zu den im ersten Teil durchgeföhrten Rechnungen ohne Drehimpuls wurde im zweiten Teil eine zu einer Scheibe deformierte, differentiell rotierende Konfiguration als Anfangsbedingung für die Simulationen gewählt. Die hier durchgeföhrten Rechnungen waren der Beginn einer Zusammenarbeit verschiedener Autoren, deren Ziel es ist, die bei solchen Konfigurationen auftretende Balkeninstabilität unter verschiedenen physikalischen und numerischen Bedingungen zu untersuchen. Besonders interessant erscheinen die Simulationen, wenn der Einfluß der Viskosität auf die Dynamik einer instabilen Scheibe Rechnung getragen werden soll. Die bisher durchgeföhrten Rechnungen, analytisch wie numerisch, lieferten vor allem im nichtlinearen Bereich zu teilweise widersprüchlichen Resultaten.

Durch Festlegung einer einheitlichen Anfangsbedingung sollte ein code-übergreifender Vergleich der Rechenergebnisse möglich werden. Schon in diesem Punkt stellte sich heraus, daß die Portabilität von eindeutigen physikalischen Konfigurationen zwischen zwei verschiedenen numerischen Verfahren nicht immer eindeutig ist und

zu stark abweichenden Simulationsergebnissen führen kann. Es mußte eine Methode gefunden werden, die eine auf einem Gitter definierte Massenverteilung in eine äquivalente SPH Teilchenverteilung transformiert.

Die daraufhin durchgeführten Simulationen, bei denen sich schnell die erwartete Balkeninstabilität bildete, zeigten im codeübergreifenden Vergleich alle eine qualitative Übereinstimmung. Bei der Analyse der Präzessionsperiode des Balkens (bzw. Spirale) wurde bis auf wenige Prozent keine signifikanten Abweichungen festgestellt. Erst bei der Untersuchung der Anwachsraten der instabilen Moden $m = 2, 4, 6, \dots$ traten systematische Unterschiede auf, die aber auf die unterschiedlichen Viskositätsansätze zurückgeführt werden konnten. Bedeutende Abweichungen zwischen den Resultaten der Gitter- und Teilchenverfahren wurden erst bei der Langzeitentwicklung der Balkeninstabilität deutlich. Die möglichen Ursachen für die Differenzen in den Endzuständen bleibt nach wie vor im Dunkeln, Vermutungen deuten aber auf den fundamentalen Unterschied in der Behandlung der äußeren Randbedingung der beiden involvierten Verfahren hin.

Eine erschöpfende Behandlung der Balkeninstabilität bei differentiell rotierenden polytropen Gasscheiben ist besonders im Hinblick auf die frühe Phase des Sonnennebels wünschenswert. Deutet man die hier verwendete Anfangsbedingung als Endzustand eines gravitativen Kollapses einer oder eines Teiles einer Molekülwolke, so stellt sich die Frage inwieweit eine eventuell auftretende globale Instabilität wie sie hier beschrieben wurde die Struktur des frühen Sonnennebels beeinflussen kann.

Kapitel 4

Protoplanetare Akkretionsscheiben

Die ersten Theorien über die Entstehung von Sonnensystemen stammen von Kant (1755) und Laplace (1796). Diese nahmen an, daß das Sonnensystem aus einem flachen, rotierenden Gasnebel kondensierte. Der größte Teil des Gases sollte sich im Zentrum als Sonne sammeln und das Restgas kondensierte auf konzentrischen Ringen zu Planeten.

Die qualitativen Merkmale dieser Theorie findet man in der Wirbeltheorie von Weizsäcker (1944) wieder, der Annahme, daß in einer, durch hohe Reynolds-Zahlen notwendigerweise turbulenten Gasscheibe, die Bildung von Gaswirbeln zu lokalen Strukturierungen und somit zur Bildung von Planeten führen müßte. Aus diesen Anfängen einer hydrodynamischen Beschreibung rotierender Gasscheiben entwickelte Lüft (1952) das Modell einer flachen Akkretionsscheibe. Im Mittelpunkt steht hierbei die Annahme einer effektiven Viskosität, wie sie durch Verwirbelungen des Gases auf der Skala der Scheibendicke entstehen muß. Unter Vernachlässigung säkularer Prozesse (Ausbreitung von Schallwellen, Schocks usw.) gelang es erstmals unter Verwendung der Navier-Stokes Gleichung die zeitliche Entwicklung einer dünnen, radialen Masseverteilung um eine Zentralmasse zu beschreiben und wichtige Aussagen über deren Energiedissipation und andere thermodynamische Größen zu treffen.

Geht man davon aus, daß die Entstehung von Sonnensystemen ein häufig vorkommender Prozeß ist, so müssen protoplanetare Akkretionsscheiben ebenso häufig um junge Sterne beobachtet werden können. Dabei erleichtert die große Oberfläche der Scheibe eine Detektion der scheibentypischen Emissionen mittels Fern-Infrarot und Sub-Millimeter Teleskopen. Typische Emissionsspektren eines Stern-Scheiben-systems sind in Abbildung 4.1 dargestellt. Hier erkennt man, daß dem Sternspektrum ein zweites überlagert ist. Dieser Teil des Spektrums, auch Infrarotexzeß genannt, hat seinen Maximum im Bereich zwischen 10 und 100 μm , was einer Temperatur von 1000 Kelvin und darunter entspricht. Diese für T Tauri Sterne typische Spektren

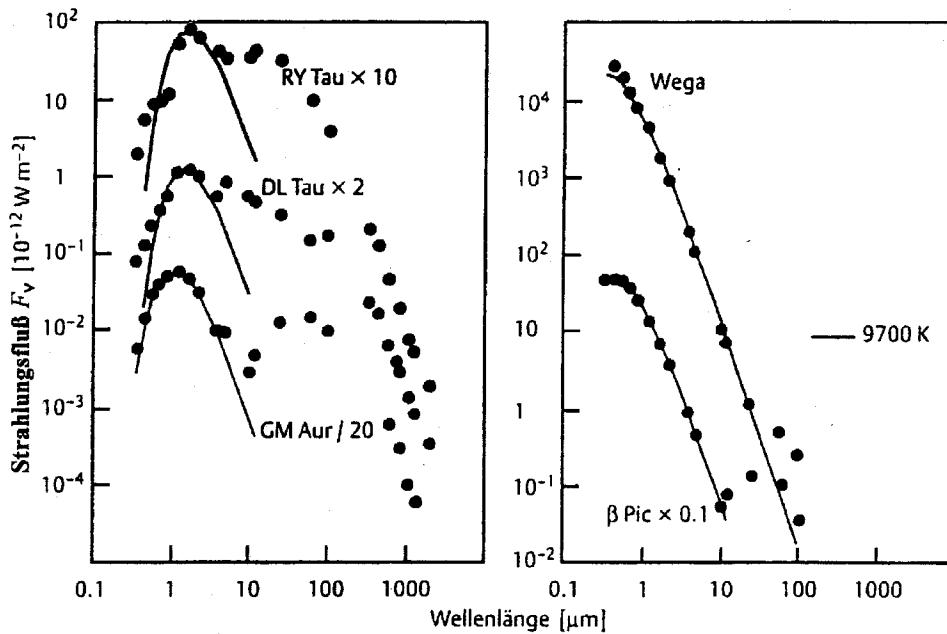


Abbildung 4.1: Typische Spektren von T Tauri Sternen (*DL Tau*, *RY Tau* und *GM Aur*) im Vergleich mit Spektren von Vor-Hauptreihensternen. Deutlich ist bei T Tauri Sternen der Strahlungsexzeß im Bereich von $10\text{-}1000 \mu\text{m}$ zu erkennen. Der geringe Infrarotexzeß bei Wega und β -Pic ist hier nicht zu erkennen.

können numerisch reproduziert werden, indem man dem Schwarzkörperspektrum des Sternes das Spektrum einer Scheibe mit einem radialen Temperaturverlauf $T \propto r^{-q}$ überlagert (q ist hierbei der Temperaturindex). Aus der Vielzahl solcher TTauri Spektren lassen sich folgende Eigenschaften von Akkretionsscheiben ableiten:

1. Bei spektroskopischen Untersuchungen von T Tauri Sternen wurden bei einer Vielzahl ($\approx 50\%$) deutliche Hinweise auf eine zirkumstellare Scheibe gefunden (Strom et al. 1985, Beckwith et al. 1990)
2. Die Scheibenradien erstrecken sich bis auf wenige hundert AU
3. Die Scheibenmassen junger sonnenähnlicher Sterne liegen typischerweise zwischen $1 \cdot 10^{-3}$ bis $0.1 M_\odot$. (Beckwith et al. 1990)
4. Der Temperaturindex der indirekt beobachteten Scheiben liegt zwischen $q = 0.5\ldots 0.75$, wobei die Oberflächentemperatur bei 1 AU zwischen 10K und 400K liegt.

5. Aus den Leuchtkräften abgeleiteten Akkretionsraten liegen im Bereich 10^{-8} und $10^{-6} M_{\odot}/yr$.
6. Die Lebensdauer von Akkretionsscheiben beträgt einige Millionen Jahre (Beckwith et al. 1990). Bei Protosternen die älter als 10^7 Jahre sind beobachtet man kein Infrarotexzeß mehr.

Seit dem Einsatz extraterrestrischer Teleskope (IRAS und Hubble Space Telescope) ist es gelungen direkte Aufnahmen von Gasscheiben um junge Sterne zu erhalten. Diese Aufnahmen, besonders Detailaufnahmen des Orion Nebel mittels HST (McCaughrean & O'Dell 1995) untermauern die Akkretionsscheibenhypothese in eindrucksvoller Weise.

Hier soll im wesentlichen auf das Standardmodell von Akkretionsscheiben eingegangen werden. Dieses Modell bezieht sich auf Scheiben, die geometrisch dünn sind und deren Masse sich auf Keplerbahnen um eine als Punktmasse angenommene Zentralmasse bewegt. Dabei bewirkt eine turbulente Viskosität einen langsamen Akkretionsstrom in Richtung der Zentralmasse. Aus dieser, als „*thin disc approximation*“ bekannten Theorie werden funktionale Zusammenhänge für die Skalenhöhe, Temperaturverteilung, Leuchtkraft und den Akkretionsstrom hergeleitet. Diese, aus einer zweidimensionalen Theorie gewonnenen Gleichungen werden dann in dreidimensionalen Simulationen überprüft. Anders als in bisherigen numerischen Simulationen wird hier nicht eine Anfangsbedingung im Gleichgewicht verwendet, sondern es soll vielmehr die Relaxation in einen stationären Zustand beobachtet werden. Weiterhin sind diese Rechnungen nicht mit der sonst üblichen α -Viskosität durchgeführt worden, sondern es wird die Navier-Stokes Viskosität benutzt. Dies hat den Vorteil, daß explizit ein Wert für die kinematische Viskosität ν angegeben werden kann. Sie enthält im Gegensatz zur α -Viskosität keine freien Parameter. Eine weitere entscheidende Veränderung zu bisherigen Simulationen ist die Behandlung der Zentralmasse. Sie wird nicht durch ein festes, praktisch von außen wirkendes Potential eingeführt, sondern wird durch ein schweres SPH-Teilchen repräsentiert, mit welchem die Gasteilchen der Scheibe gravitativ in Wechselwirkung treten (SLING Mechanismus, Shu et al. 1990)

Ein weiterer Teil dieses Kapitels wird dem Einfluß der Eigengravitation auf die Dynamik von protoplanetaren Akkretionsscheiben gewidmet und mit Simulationen bei denen die Eigengravitation nicht berücksichtigt worden ist, verglichen werden. Durch die strukturbildende Wirkung der Gravitation, wie etwa Akkretionsringe (Willerding 1992) oder säkulare Instabilitäten erwartet man durch die Änderung der Oberflächendichte eine, gegenüber leichten Scheiben veränderte Akkretionsrate und dadurch eine Änderung in der Leuchtkraft. Eine etwaige Änderung der Spektralen Energieverteilung durch die Modulation der radialen Dichteverteilung soll ebenfalls untersucht werden.

4.1 Mathematisches Modell

In diesem Kapitel sollen einige fundamentale physikalische Eigenschaften und Zusammenhänge von Akkretionsscheiben aus den hydrodynamischen Gleichungen hergeleitet werden und auf die Spezialfälle von polytropen Zustandsgleichungen angewendet werden. In Zylinderkoordinaten (r, ϕ, z) nehmen diese Gleichungen folgende Form an¹ (Tassoul 1978):

- Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\varrho v_\phi)}{\partial \phi} + \frac{\partial (\varrho v_z)}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

- Bewegungsgleichung (radiale Komponente)

$$\begin{aligned} \varrho \left(\frac{dv_r}{dt} - \frac{v_\phi^2}{r} \right) &= -\varrho \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Pi_{rr})}{\partial r} + \\ &\quad \frac{1}{r} \frac{\partial (\Pi_{r\phi})}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi_{rz}}{\partial z} - \frac{\Pi_{\phi\phi}}{r} \end{aligned} \quad (4.2)$$

- Bewegungsgleichung (axiale Komponente)

$$\begin{aligned} \varrho \left(\frac{dv_\phi}{dt} + \frac{v_r v_\phi}{r} \right) &= -\frac{\varrho}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \phi} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \\ &\quad \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Pi_{r\phi})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\Pi_{\phi\phi})}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi_{\phi z}}{\partial z} - \frac{\Pi_{r\phi}}{r} \end{aligned} \quad (4.3)$$

- Bewegungsgleichung (vertikale Komponente)

$$\varrho \frac{dv_z}{dt} = -\varrho \frac{\partial \Phi}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \Pi_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial (\Pi_{\phi z})}{\partial \phi} + \frac{\partial \Pi_{zz}}{\partial z} \quad (4.4)$$

- Poissons-Gleichung

Diese reduziert sich in Abwesenheit der Eigengravitation des zirkumstellaren Materials zum Potential der als Punktmasse angenommenen Zentralsternes:

$$\Phi(r, z) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + z^2}} \quad (4.5)$$

¹Die Elemente des viskosen Spannungstensors finden sich in Tassoul (1978)

Dieses nichtlineare Gleichungssystem ist nicht in vollem Umfang analytisch lösbar, weswegen folgende, einschränkende, Näherungen angewendet werden:

1. Annahme von axialer Symmetrie
2. Spiegelsymmetrie zur $r\phi$ Ebene
3. Vernachlässigung der Eigengravitation der Akkretionsscheibe
4. Annahme einer geometrisch dünnen Scheibe
5. Annahme einer unendlichen radialen Ausdehnung

Durch das Fehlen von Eigengravitation wird man in diesem Modell keine lokalen Strukturierungsprozesse wie etwa die Bildung von Protoplaneten erfassen können. Ebenfalls wird durch die gewählte Symmetrien die Behandlung von Wellenausbreitungsvorgängen und Instabilitäten unterdrückt. Dennoch liefern die im folgenden abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten wichtige Zusammenhänge die sich auch in den Simulationen widerspiegeln müssen.

4.1.1 Die Skalenhöhe

Durch obige Näherungen vereinfacht sich die z -Komponente der Bewegungsgleichung beträchtlich, was im hydrostatischen Gleichgewicht zur Definition einer Skalenhöhe der Akkretionsscheibe führt:

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{GM_z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \right] \quad (4.6)$$

Mit obiger Annahme einer dünnen Scheibe $z \ll r$ kann man das Potential des Zentralsternes folgendermaßen in eine Taylorreihe entwickeln:

$$\Phi(r, z) = -\frac{GM}{\sqrt{r^2 + z^2}} \approx -\frac{GM}{r} - \frac{GM}{r^3} \frac{z^2}{2} \quad (4.7)$$

was dann mit dem Potentialanteil in z -Richtung $\Phi_z = -\Omega_k z^2/2$ zu einer barometrischen Höhenformel führt.

$$\frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial z} = -\Omega_k^2 z \quad , \quad (4.8)$$

wobei Ω_k die keplersche Winkelgeschwindigkeit $\Omega_k = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$ ist.

Für polytrope Zustandsgleichungen der Form $p = K \varrho^\gamma$ und $\gamma \neq 1$ ergibt sich mit $\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{dp}{d\varrho} \frac{\partial \varrho}{\partial z}$ der Druckverlauf in z -Richtung an einem festen Radius:

$$\left(\frac{\varrho}{\varrho_0}\right)^{\gamma-1} = 1 - \frac{\gamma-1}{\gamma} \frac{\Omega_k^2}{2K\varrho_0^{\gamma-1}} z^2 \quad (4.9)$$

Hier läßt sich $\gamma K \varrho_0^{\gamma-1}$ mit der Schallgeschwindigkeit in der Mittelebene identifizieren $c_{s;0}^2 = \frac{dp}{d\varrho}$. Vorherige Gleichung enthält den Skalenfaktor H als charakteristische Ausdehnung der Scheibe in z -Richtung an einem festen Radius r .

$$H = \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \frac{c_{s;0}}{\Omega_k}} \quad (4.10)$$

Für den Spezialfall $\gamma = 1$ (Isothermes Gas) ergibt sich aus Gleichung (4.8) sofort:

$$\frac{\varrho}{\varrho_0} = \exp\left(-\frac{\Omega_k^2 z^2}{2c_s^2}\right) \quad \text{mit} \quad H = \sqrt{2} \frac{c_s}{\Omega_k} \quad (4.11)$$

Ist also die radiale Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit c_s in der Mittelebene der Scheibe bekannt, so ist auch eine wichtige geometrische Größe der Akkretions scheibe gegeben.

4.1.2 Radiale Abhängigkeiten

Geometrisch dünne Akkretionsscheiben um T Tauri Sterne, protostellare Kerne oder sogar in galaktischen Kernen werden durch einen theoretischen Ansatz beschrieben, der auf von Weizsäcker und Lüst zurückgeht. Das heutige Modell, formuliert von Shakura & Sunyaev (1973), Lynden-Bell & Pringle (1974) und Pringle (1981) wird häufig als das Standardmodell bezeichnet. Auf dieses soll hier kurz eingegangen werden um eine axialsymmetrische und stationäre Lösung der oben erwähnten hydrodynamischen Gleichungen zu erhalten und diese als Grundlage für die in diesem Kapitel beschriebenen Simulationen zu verwenden.

Aus der Annahme, daß für die Scheiben die Skalenhöhe H überall viel kleiner als der Radius R ist und die Schallgeschwindigkeit c_s mit der Gastemperatur T_m in der Mittelebene der Akkretionsscheibe durch $c_s^2 = k_B \gamma T_m$ ausgedrückt werden kann (Morfill 1988), folgt:

$$\frac{H}{r} \approx \frac{c_s}{\Omega_k r} \ll 1 \quad (4.12)$$

$\Omega_k r$ ist in erster Näherung die axiale Geschwindigkeit v_ϕ , wie aus der radialen Bewegungsgleichung (4.2) unter Vernachlässigung der viskosen Kräfte folgt.

$$\frac{v_\phi^2}{r} = \Omega_k^2 r + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (4.13)$$

bzw.

$$v_\phi^2 = \Omega_k r + O\left(\frac{H}{r}\right) \quad (4.14)$$

Zusammenfassend gilt, daß die Rotationsgeschwindigkeit der Scheibe als keplersch angesehen werden kann und zudem viel größer als die lokale Schallgeschwindigkeit ist.

Da es sich um hier um geometrisch dünne Scheiben handelt ist es für die weiteren Betrachtungen sinnvoll vertikal gemittelte Größen, wie die Flächendichte σ zu verwenden:

$$\sigma(r) = 2 \int_0^H \varrho(r, z) dz \quad (4.15)$$

Durch das Postulat der Axialsymmetrie sind keine Abhängigkeiten vom Winkel ϕ vorhanden und Ableitungen nach dieser Größe sind identisch Null. Aus der axialen Bewegungsgleichung (4.3) erhält man dadurch einen funktionalen Zusammenhang für die radiale Driftgeschwindigkeit des Gases in der Akkretionsscheibe.

$$\sigma v_r r \frac{d\Omega_k r^2}{dr} = \frac{\partial}{\partial r} \nu \sigma r^3 \frac{d\Omega_k}{dr} \quad (4.16)$$

Aufgelöst nach v_r erhält man:

$$v_r = -3 \frac{\nu}{r} \left[\frac{1}{2} + \frac{\partial \ln \nu}{\partial \ln r} + \frac{\partial \ln \sigma}{\partial \ln r} \right] \quad (4.17)$$

Unter der Annahme, daß sich die kinematische Viskosität ν und die Oberflächen-dichte σ nicht sehr stark räumlich wie zeitlich ändern ergibt sich der kompakte Ausdruck für die radiale Driftgeschwindigkeit:

$$v_r \approx -\frac{3\nu}{2r} \quad (4.18)$$

Dies bedeutet, daß das Gas während es sich auf Keplerbahnen um die akkretierende Masse bewegt, aufgrund der Viskosität, langsam nach innen transportiert wird.

Eine Entwicklungsgleichung für den radialen Verlauf der Oberflächendichte erhält man, wenn in der zeitabhängigen Kontinuitätsgleichung (4.1) der oben entwickelte Term für die radiale Geschwindigkeit für v_r verwendet wird. Es ergibt sich eine Gleichung äquivalent der Wärmeleitungsgleichung.

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} r^{1/2} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma \nu r^{1/2}) \quad (4.19)$$

Diese Gleichung ist Ausgangspunkt und Referenz zahlreicher Rechnungen und numerischer Simulationen (Lin 1989, Duschl & Tscharnutter 1990, Ott 1995), da sie in eindeutiger Weise den zeitlichen Verlauf der Oberflächendichte in Abhängigkeit

von wenigen Parametern (Viskosität und Anfangsverteilung der Flächendichte) bestimmt. Für den Fall, daß die Viskosität nur durch ein Potenzgesetz mit dem Radius variiert existieren nach Lüst analytische Lösungen für $\sigma(r, t)$.

Durch den einwärts gerichteten Massentransport und die dissipative Wirkung der Viskosität muß es ebenfalls zu einer Umverteilung des spezifischen Drehimpulses kommen. Aus den Komponenten des viskosen Spannungstensors Π erkennt man, daß die dissipative Wirkung dort am größten ist, wo die Geschwindigkeitsgradienten, bzw. die Scherung ebenfalls hoch ist. Anschaulich bedeutet dies, daß die Viskosität versucht eine starre Rotation $\omega = 0$ zu erzwingen. Bei keplersch rotierenden Verteilungen bedingt dies einen Drehimpulstransport nach außen.

Massenakkretion und radiale Temperaturverteilung

Wie im vorigen Kapitel dargelegt, bewirkt die Viskosität einen Massentransport nach innen auf das akkretierende Objekt. Die Schwierigkeiten bei der Behandlung der Grenzschicht zwischen Stern und Akkretionsscheibe, also der eigentlichen Akkretion, werden dadurch vermieden, daß ein innerer Rand der Akkretionsscheibe R_i eingeführt wird, welcher mit dem Sternradius identifiziert werden kann. Die in diesem Bereich auftretenden Magnetfelder sollen hier vollständig vernachlässigt werden. Das bedeutet, daß die Stromlinien des Massenflusses alle auf der Zentralmasse enden und nicht durch magnetische Kräfte umgelenkt werden. Das Auftreten eines hochkolliminierten Ausfluß senkrecht zur Akkretionsscheibe, sog. protostellare Jets, werden auf das Wirken von Magnetfelder in dieser Grenzschicht zurückgeführt, können aber im Rahmen der hier dargelegten Theorie nicht behandelt werden.

Unter dieser Annahme kann man den Massenstrom \dot{M} auf die Zentralmasse mit

$$\dot{M} = -2 \int_0^H 2\pi \varrho v_r r dz = -2\pi \sigma v_r r \quad (4.20)$$

angeben. Dieser soll zur Vereinfachung als konstant betrachtet werden. Nachfolgende Gesetzmäßigkeiten gelten demnach nur für stationäre Akkretionsscheiben.

Verknüpft man diese Gleichung mit der radialen Bewegungsgleichung (4.2) so folgt nach Integration eine Bilanz für den Drehimpuls.

$$-\dot{M} \Omega_k r^2 = 2\pi \sigma \nu r^3 \frac{d\Omega_k}{dr} + c \quad (4.21)$$

Wobei c die noch zu bestimmende Integrationskonstante ist. Sie wird durch die Randbedingung an R_i bestimmt. In diesem Bereich muß die keplersche Rotation in die viel kleinere Rotationsgeschwindigkeit des Sternes übergehen. Dieses soll in einem unendlich dünnen Bereich an $r = R_i$ geschehen und aus dem Ansatz

$$\frac{d\Omega_k}{dr} |_{r=R_i} = 0 \quad (4.22)$$

bestimmte Pringle die Konstante C zu

$$C = -\dot{M}\Omega_k(R_i)R_i^2 \quad (4.23)$$

und aus der Drehimpulsgleichung (4.21) wird:

$$\nu\sigma = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left[1 - \left(\frac{R_i}{r} \right)^{1/2} \right] \quad (4.24)$$

Kombiniert man dieses Ergebnis mit der Dissipationsrate von inkompressiblen und keplersch rotierenden Akkretionsscheiben (Tassoul 1978, Sterzik 1993) und nimmt man weiterhin an, daß die Energieabstrahlung eines jeden Oberflächenelementes nach den Gesetzen eines Schwarzen Körpers erfolgt

$$\dot{E} = 2\sigma_B T_{eff}^4 \quad (4.25)$$

so erhält man den radialen Verlauf der effektiven Temperatur:

$$T_{eff} = \left[\frac{3GM_c\dot{M}}{8\pi r^3\sigma_B} \left[1 - \left(\frac{R_i}{r} \right)^{1/2} \right] \right]^{1/4} \quad (4.26)$$

Wobei σ_B die Stefan-Boltzmann Konstante und M_c die Masse des Zentralsternes ist. Im keplerschen Teil der Scheibe, wo $r \gg R_i$ gilt wird meistens die genäherte Form :

$$T_{eff} = \left[\frac{3GM_c\dot{M}}{8\pi\sigma_B} \right]^{1/4} r^{-3/4} \quad (4.27)$$

verwendet.

Ähnlich wie den radialen Temperaturverlauf kann man aus der Energiedissipationsrate die Leuchtkraft der Akkretionsscheibe berechnet werden. Integration der pro Kreisring abgestrahlten Energie liefert bei unendlicher radialer Ausdehnung der Scheibe die Leuchtkraft:

$$L_{visc} = \int_{R_i}^{\infty} 2\pi r D(r) dr = \frac{1}{2} \frac{GM_c\dot{M}}{R_i} \quad (4.28)$$

Dieses Ergebnis ist auch von energetischer Seite verständlich. Während der Akkretion durchlaufen die Massenelemente eine Potentialdifferenz von GM_c/R_i , wobei die Hälfte des Betrages nach dem Virialtheorem in kinetische Energie übergeht. Der verbleibende Teil der Potentialdifferenz wird instantan abgestrahlt.

4.2 Simulationen

In diesem Abschnitt soll die oben dargelegte Theorie quasistationärer und geometrisch dünner Akkretionsscheiben mittels einer dreidimensionalen Simulation verifiziert werden. Bisherige Testrechnungen von Ott (1995), Watkins et al. (1996) u.a., konnten den Druckgradienten in den Navier-Stokes Gleichungen vernachlässigen, da sie eine zweidimensionale Scheibengeometrie annahmen. In den hier durchgeführten Simulationen ist dieser von zentraler Bedeutung, da der Druckgradient maßgeblich an der Ausbildung der hier räumlich aufgelösten Vertikalstruktur beiträgt. Somit wird hier die Skalenhöhe H direkt aus der Teilchenverteilung in z -Richtung zugänglich gemacht und muß nicht mehr nachträglich aus dem Quotienten aus Schallgeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit berechnet werden. Im Falle einer dünnen Scheibe müssen diese Werte für H jedoch identisch sein. Des Weiteren werden die radiale Temperaturverteilung und die Leuchtkraft der Scheibe sowie die Akkretionsraten mit den theoretischen Zusammenhängen verglichen.

Anders als in bisherigen Simulationen, wird nicht mit einer „Gleichgewichtskonfiguration“ gestartet, sondern es soll diese, aus einer Startbedingung weit ab des hydrodynamischen Gleichgewichts, erzeugt werden. Als Indikator für das Ende der erwarteten *Relaxationsprozesse* dient der radiale Massenfluß. Zeigt \dot{M} keine zeitliche Abhängigkeit mehr, kann die Akkretionsscheibe als quasistationär angenommen werden.

Nachdem der stationäre Zustand erreicht ist, schließen sich zwei zusätzliche Simulationen an, bei denen die weitere Entwicklung der Scheibe unter der Wirkung der Eingravitation verfolgt wird. Es werden dabei Scheibenmassen von $M_{Scheibe1} = 0.05 M_\odot$ und $M_{Scheibe2} = 0.1 M_\odot$ verwendet.

4.2.1 Code Details

Für die hydrodynamischen Simulationen protoplanetarer Akkretionsscheiben muß der Code in einigen Punkten modifiziert werden. Zunächst wird ein SPH-Teilchen als Zentralmasse definiert und aus den hydrodynamischen Teil des Programmes entfernt. Es tritt also mit den Gasteilchen der Scheibe nicht mehr in Wechselwirkung. Diese Zentralmasse wechselwirkt mit den SPH-Partikel nur über die Newtonsche Gravitationskraft, die mittels eines Abschirmparameters r_c vor numerische Divergenzen geschützt wird.

$$F_c = -G \frac{m_i M_c}{r_i^2 + r_c^2} \quad (4.29)$$

Zur Modellierung der Akkretion von Gasteilchen auf die Zentralmasse wird dieser Abschirmparameter r_c als Akkretionsradius verwendet. Alle Gasteilchen, die aufgrund der Viskosität auf die Zentralmasse zudriften, werden nach Unterschreitung

dieses Radius akkretiert. Dabei wird zur Masse des Sternes die Masse des Gasteilchen addiert, welches dann aus der Simulation entfernt wird. Zur nachträglichen Energie und Drehimpulskorrektur wird jeder solcher Vorgänge gespeichert. Eine ähnliche Methode verwendet Bate bei der Simulation von Kollapsrechnungen.

Im Gegensatz zu Rechnungen von Watkins et al. (1996) u.a., die ein räumlich und zeitlich konstantes Zentralpotential verwenden, erlaubt die oben beschriebene Methode eine etwas allgemeinere Behandlung, vor allem von gravitativen Stern-Scheibe Kopplungen. Abweichungen von der axialen Symmetrie können ein gravitatives Dipolfeld erzeugen und mit angeregten $m = 1$ Störungen auf die Akkretionsscheibe rückwirken. Der hier beschriebene Akkretionsmechanismus verhindert weiterhin die bei Murray (1996) und Watkins et al. (1996) auftretenden numerischen Instabilitäten und nachfolgende, künstliche Fragmentation des Scheibeninnenrandes. Ein weiterer Vorteil besteht durch die direkte Akkretion von Teilchen. Der Akkretionsstrom muß also nicht über Gleichung (4.20) nachträglich errechnet werden, sondern wird selbstkonsistent aus der Simulation berechnet.

4.2.2 Anfangsbedingungen

Wie oben erwähnt, sollen alle Simulationen weitab von einem hydrodynamischen Gleichgewichtszustand gestartet werden um die Entstehung eines stabilen Zustandes zu beobachten. Dazu werden $N = 50000$ SPH Teilchen zufällig und homogen in einem Zylindermantel um die Zentralmasse verteilt. Als Innenradius der Scheibe (Akkretionsradius) wird $r_c = 8$ AU gewählt, um die einzelnen Integratorsschrittweiten nicht zu klein werden zu lassen und die Simulationen unnötig zu verlängern. Da hier keine Strahlungstransportmechanismen behandelt werden sollen und die Sternstrahlung von der Scheibe nicht reprozessiert werden soll, ist die Wahl des inneren Scheibenrandes beliebig. Der äußere Scheibenrand wird gemäß den oben erwähnten Beobachtungsergebnissen auf $R_a = 200$ AU festgesetzt. Die vertikale Ausdehnung der Anfangsverteilung beträgt $H = 10$ AU. Die Geometrie dieser Anordnung ist in Fig. 4.2 dargestellt.

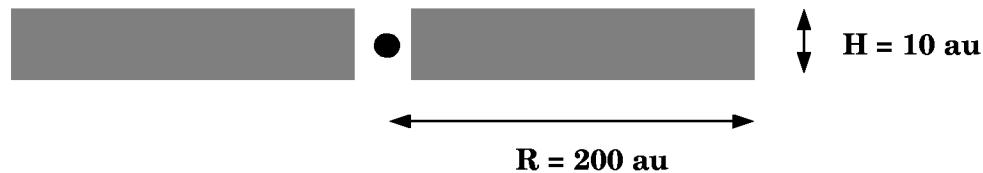


Abbildung 4.2: Anfangsbedingung der SPH-Simulation

Die Massen von Stern und Scheibe werden ebenfalls an typische Beobachtungen angelehnt. Der Zentralstern soll eine Masse von $M_{cent} = 1 M_\odot$ haben und die Scheibe

eine Masse von $M_{disk} = 0.05 M_{\odot}$, welche mit der Keplergeschwindigkeit um das Zentralgestirn rotieren soll. Die Wahl der Viskosität zu $\nu = 1.1 \cdot 10^{17} m^2/sec$ folgt der Abschätzung in Kapitel [2.3.2]. Durch das kleine Verhältnis von Scheiben- zu Zentralmasse, ($M_{disk}/M_{cent} \ll 1$), spielt die Eigengravitation des Scheibengases in diesem Fall keine Rolle.

4.2.3 Polytrope Zustandsgleichung

In diesem Abschnitt wird die Relaxation der oben beschriebenen Anfangsverteilung in den Gleichgewichtszustand berechnet. Dabei wird als Zustandsgleichung eine Polytrope der Form

$$P = K \varrho^\gamma \quad (4.30)$$

verwendet. Die thermodynamischen Prozesse sind demnach adiabatisch und es findet kein Wärmeaustausch mit der Umgebung des Gases statt. Diese Annahme ist berechtigt, wenn nur Energietransportmechanismen zugelassen werden, die auf einer viel größeren Zeitskala ablaufen als die dynamischen Prozesse.

Der Konstante K soll hier der Wert $K = 0.5$ zugewiesen werden. Sie hat die Bedeutung der spezifischen Entropie des Gases und wurde so gewählt, daß die innere Energie des Gases kleiner als die kinetische Energie des Gases ist. Der Wert für das Verhältnis der Wärmekapazitäten $\gamma = 5/3$ steht für ein monoatomares Gas.

Die Relaxationsphase

Die Relaxationsphase beginnt am Innenrand der Scheibe, wo die auf die Scheibenebene gerichtete Komponente der Gravitation größer ist als die entgegengesetzt wirkende Druckkraft. Dieses Ungleichgewicht der Kräfte führt zu einer periodischen Dichteschwankung $\dot{\varrho}$, welche sich mit Schallgeschwindigkeit in r -Richtung ausbreitet. In Abbildung 4.3 ist dieser Einschwingvorgang zu verschiedenen Zeiten dargestellt.

Aus Abbildung 4.3 kann man die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_g abschätzen. Man erhält eine Gruppengeschwindigkeit von $v_g \approx 0.25 AU/yr = 1.2 km/sec$. Bei einer mittleren Scheibentemperatur von $T = 50$ K, was einer Schallgeschwindigkeit von $c_s \approx 1.0 km/sec$ entspricht, liegt damit die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen im Bereich der Schallgeschwindigkeit.

Die Viskosität des Mediums ist dabei für die Dispersion der Wellen verantwortlich. In Abbildung 4.3 erkennt man eine wesentliche Verbreiterung der Wellenpakete, was auch aus dem Massenfluß in Figur 4.4 ersichtlich wird. In dieser Abbildung ist \dot{M} zu verschiedenen Zeiten gegen den Radius aufgetragen. Hier wird auch deutlich, daß die Amplitude dieser Wellen mit zunehmender Zeit geringer wird, also Energie dissipiert wird. Die Dispersionsrelation, die im Anhang unter vereinfachten Bedingungen hergeleitet wird liefert die Zeitskala des Abklingvorganges, welche mit der

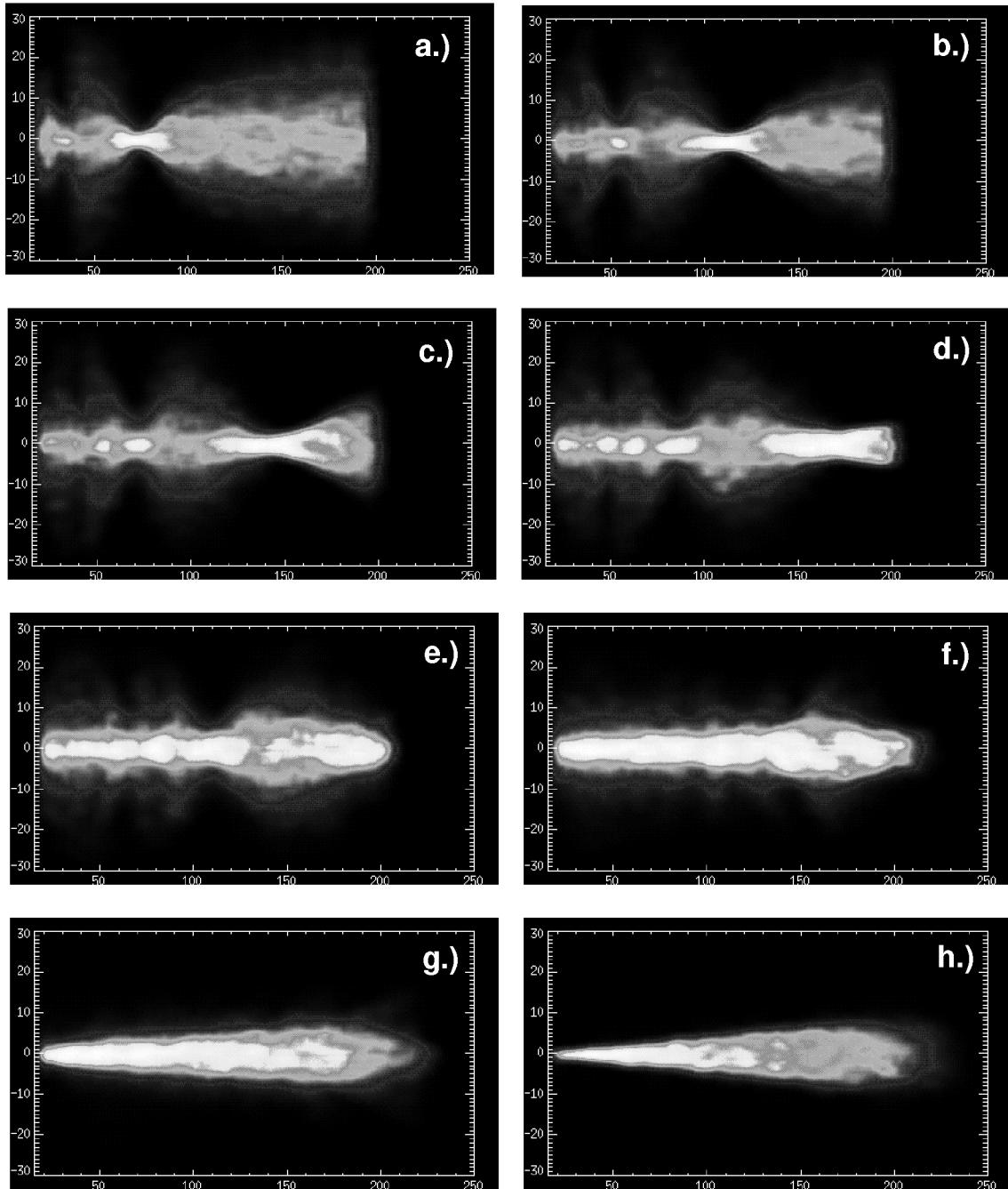


Abbildung 4.3: Dichteverteilung in der r - z -Ebene während der Relaxation. Bild a bis f haben jeweils einen zeitlichen Abstand von $T = 160$ Jahren. Bild g: $T = 4800$ Jahre und Bild h: $T = 8800$ Jahre.

viskosen Zeitskala τ_{visc} identisch ist. Aus der radialen Abhängigkeit der viskosen Zeitskala $\tau_{visc} \propto r^2$ wird deutlich, daf die inneren Bereiche der Akkretionsscheibe früher als die auferen im hydrostatischen Gleichgewicht sind. Eine ausführlichere Behandlung von Dichtewellen in protoplanetaren Akkretionsscheiben, besonders im Hinblick auf Planetenentstehung findet sich in Fahr & Willerding (1998).

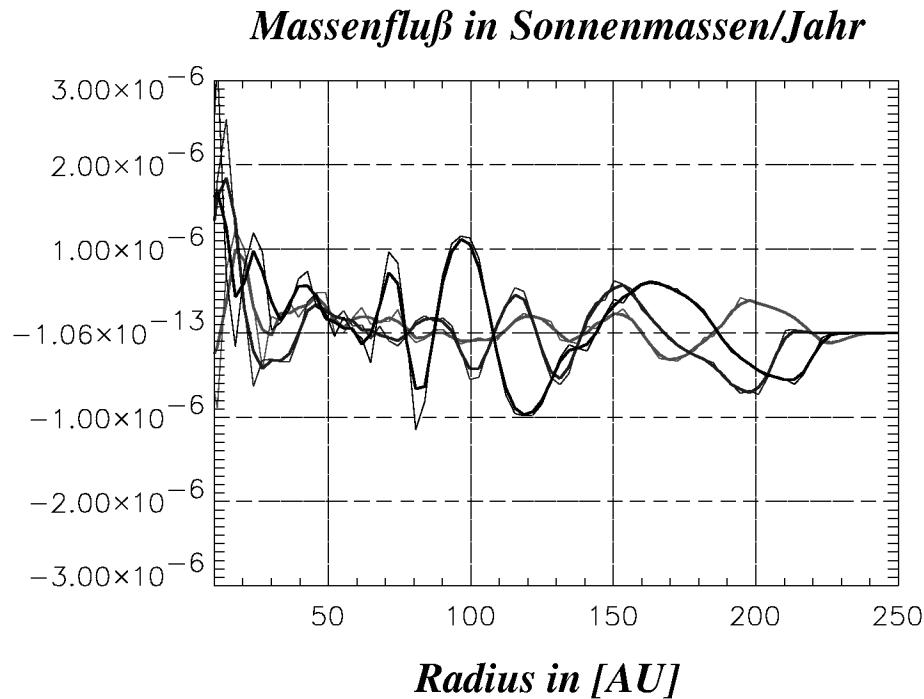


Abbildung 4.4: Radialer Massenflus zu verschiedenen Zeiten. Schwarz: $T = 1600$ Jahre nach Beginn, Blau: $T = 3200$ Jahre, Rot: $T = 4800$ Jahre. Positive Werte von \dot{M} entsprechen einer Strömung nach außen. Am deutlichsten ist das Abklingen der Wellen und gleichzeitiger Verbreiterung bei einem Radius von $R = 100$ AU zu erkennen.

Der Relaxationsvorgang und die durch die Wellendispersion hervorgerufene Dissipation spiegelt sich auch in der Leuchtkraft der Akkretionsscheibe wider (siehe Abbildung 4.9b). Die, im Vergleich zur theoretischen Leuchtkraft, stark überhöhten Werte am Anfang der Simulation weichen im Laufe weniger viskosen Zeiten immer weniger von dem vorhergesagten Wert der Leuchtkraft ab (siehe Kapitel [4.2.3]).

Die Dichtevertteilung und Skalenhöhe

Nachdem die Relaxation beendet ist und die radialen Dichtewellen abgeklungen sind stellt sich die in Bild 4.5 dargestellte Teilchenverteilung ein. Klar erkennbar ist die

mit dem Radius anwachsende Dicke der Scheibe. Wie in Kapitel [2] beschrieben, ist jedem dieser Aufpunkte eindeutig eine Dichte zugewiesen. Durch axiale Mittelung und Interpolation in r und z Richtung ergibt sich das in Abbildung 4.6 gezeigtes Dichtefeld.

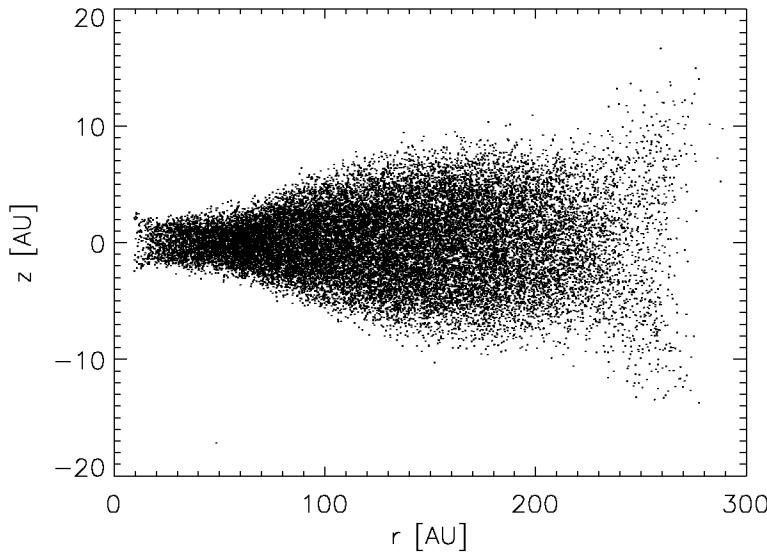


Abbildung 4.5: Verteilung der SPH Teilchen nahe des quasistationären Gleichgewichts (r - z -Ebene).

Die Abhängigkeit der Skalenhöhe H vom Radius r ergibt sich aus den in Kapitel [4.1] dargelegten Zusammenhänge zwischen radialer Temperaturverteilung, bzw. Schallgeschwindigkeit und Winkelgeschwindigkeit Ω ($H = c_s/\Omega$).

$$H(r) \propto r^{9/8} \quad (4.31)$$

Diese steigt also etwas steiler als linear mit dem Radius an. In Tabelle 4.1 sind die zu erwartenden Skalenhöhen an bestimmten Radien mit Gleichung (4.31) berechnet worden.

Tabelle 4.1: Theoretisch berechnete Skalenhöhen bei polytropen Akkretionsscheiben an verschiedenen Radien

Radius (AU)	10	50	100	150	200	250
Skalenhöhe (AU)	0.2	1.0	2.0	3.0	5.0	8.0

Diese so berechneten Skalenhöhen sollen nun von seiten der Simulation verifiziert werden. Dazu wurde die Scheibe in 10 radiale Bins aufgeteilt. Für jedes Bin $r_i \pm \delta r$

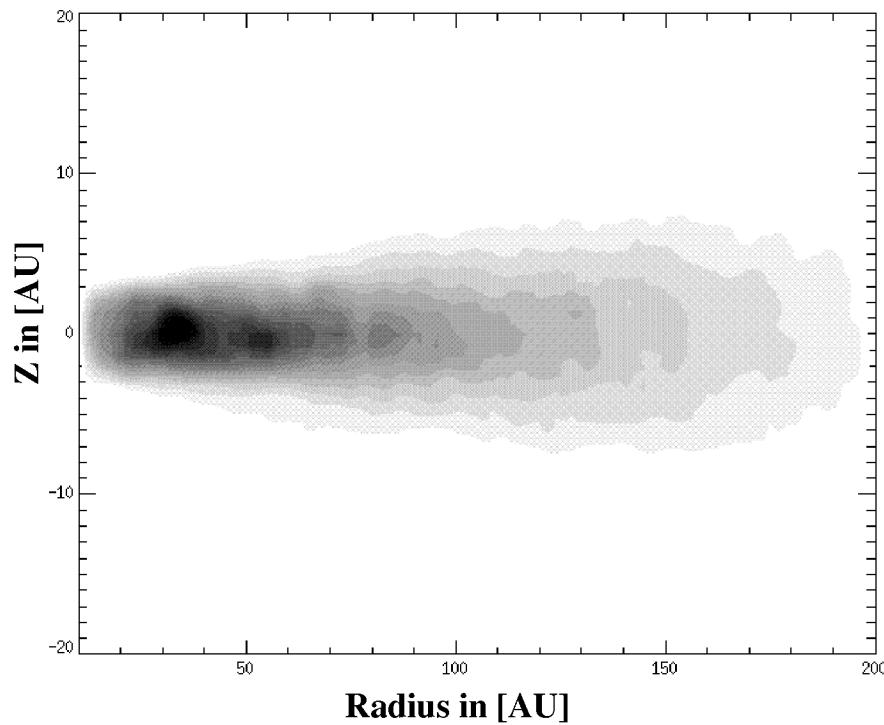


Abbildung 4.6: Dichtefeld der Akkretionsscheibe im quasistationären Gleichgewicht in der r - z -Ebene. Heller werdende Graustufen bedeuten geringere Dichte, wobei sich die Dichte bei jeder Graustufe um den Faktor 2 ändert.

wurde die Dichteverteilung in z -Richtung aufgetragen (siehe Abbildung 4.7). Um innerhalb jedes dieser Kreisringe die Skalenhöhe H_i zu erhalten, wird an jede numerische Dichteverteilung die erwartete Funktion (4.9) mit H als freien Parameter gefittet. Die Ergebnisse dieser Prozedur sind in Abbildung 4.8 als Rauten eingezeichnet. Zum Vergleich ist die theoretisch vorhergesagte Skalenhöhe als gestrichelte Linie geplottet.

Aus dieser Gegenüberstellung wird deutlich, daß für große Radien $r > 100$ AU die Simulation mit den theoretischen berechneten Werten in Größe und radialer Abhängigkeit übereinstimmen. Für kleinere Radien $R < 100$ AU weichen die Simulationen systematisch in Richtung größere Skalenhöhen ab. Dieses Verhalten ist durch die Näherung in Gleichung (4.7) jedoch erklärbar. Die entwickelten Zusammenhänge zwischen Skalenhöhe und Radius gelten nur für $z \ll r$, was in dem betrachteten Bereich für $r < 100$ AU immer schlechter erfüllt wird. Man wird also dort eine geometrisch dicke Scheibe erwarten, wie es auch in den Simulationsergebnissen angedeutet wird. Eine quantitative Beschreibung ist durch das niedrige Verhältnis zwischen Teilchenzahl und Binngröße in den inneren Bereichen der Scheibe nicht mehr

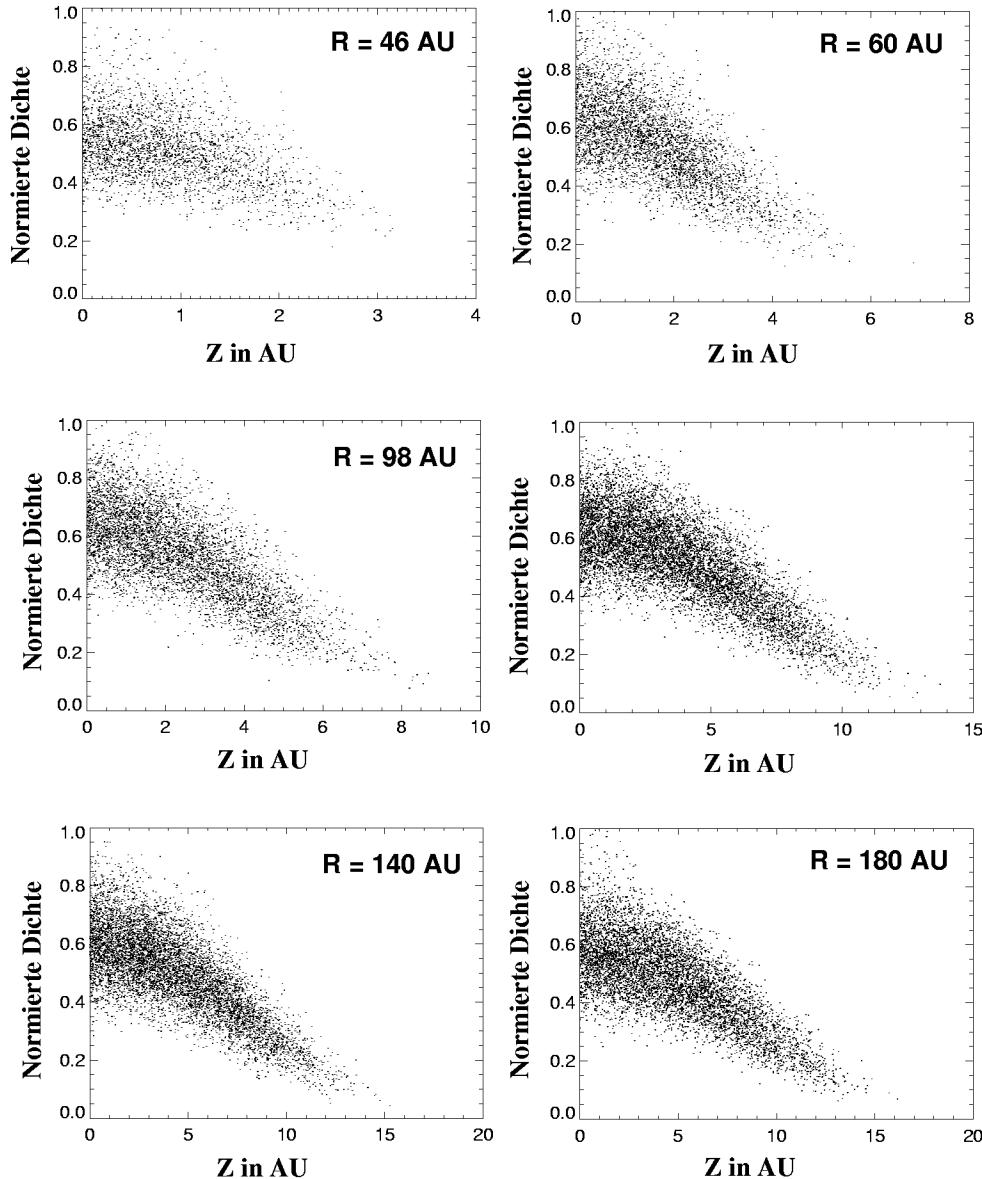


Abbildung 4.7: Z-Verteilung der Teilchen an verschiedenen Radien.

möglich.

Berechnet man die Skalenhöhe der Scheibe aus dem Quotient aus Schallgeschwindigkeit in der Mittelebene und der Winkelgeschwindigkeit, die für jedes SPH-Teilchen berechnet wird erhält man die durchgezogene Linie in Bild 4.8. Diese hydrodynamische Skalenhöhe stimmt sehr genau mit den theoretischen Werten überein. Das ist insofern wichtig, da diese Kurve die hydrodynamischen Größen, wie

Druck und Schallgeschwindigkeit in der Mittelebene repräsentiert. Für große Radien ($r > 100$ AU) wo die Näherung $H = c_s/\Omega$ uneingeschränkt gültig ist, muß dieser Quotient die Verteilung der SPH-Teilchen in z -Richtung bestimmen, wie es auch aus der Abbildung 4.8 ersichtlich ist.

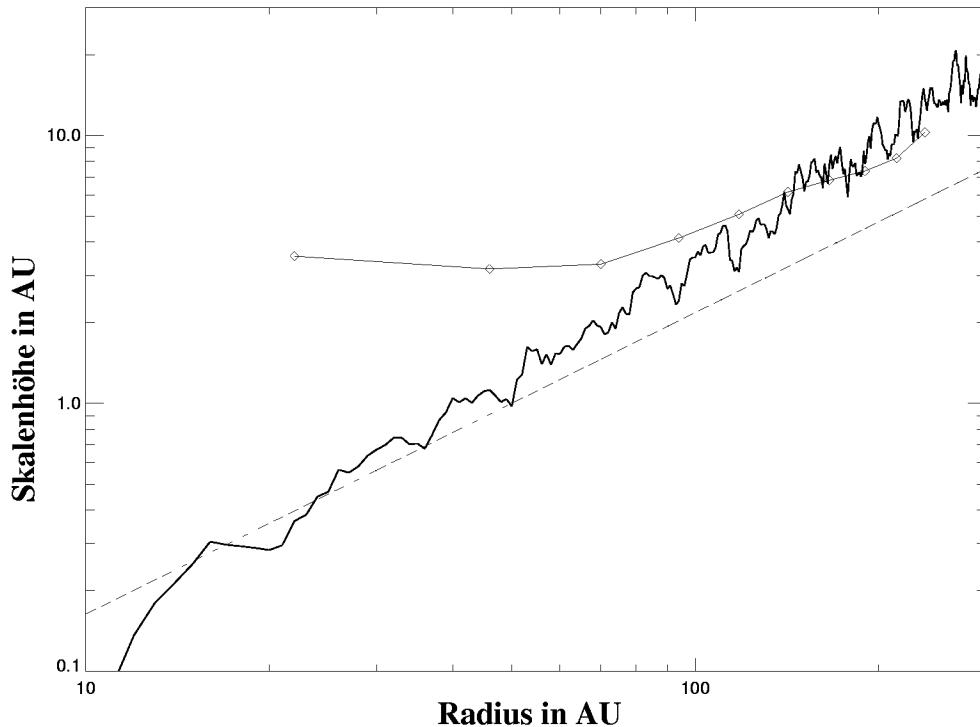


Abbildung 4.8: Gegenüberstellung der theoretisch berechneten Skalenhöhe (gestrichelte Linie) und den aus den Teilchenverteilungen in z -Richtung erhaltenen Skalenhöhen (Rauten). Die durchgezogene Linie ist die aus hydrodynamischen Größen berechnete Skalenhöhe.

Akkretionsstrom und Leuchtkraft

Wie in Kapitel beschrieben, bedingt die Massenakkretion die Leuchtkraft der Scheibe. Aus Gleichung ist ersichtlich, daß die Gesamtleuchtkraft proportional zum Massenfluß \dot{M} sein muß. In Abbildung 4.9a ist die Zunahme der Sternmasse gegen die Zeit aufgetragen. Durch Ableitung nach der Zeit erhält man den in Abbildung 4.9b gezeigten Verlauf (gestrichelte Kurve) der Leuchtkraft (L_{acc}).

Diese so bestimmte Leuchtkraft L_{acc} muß sich auch aus der viskos erzeugten Leuchtkraft L_{visc} ergeben, die sich aus der Summe der Beiträge aller Pseudoteilchen berechnet.

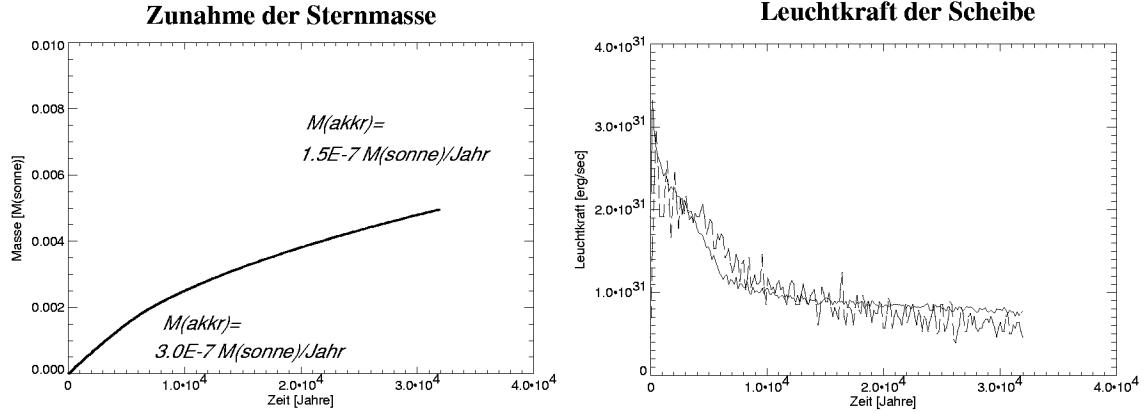


Abbildung 4.9: a.) Massenakkretion auf die Zentralmasse. Deutlich ist die Abnahme von \dot{M} zu erkennen, was auf das Abklingen des Einschwingvorganges zurückzuführen ist. b.) Leuchtkraft der Akkretionsscheibe. Die dicke Kurve entspricht der Leuchtkraft durch Massenakkretion. Die dünne Kurve ist die Leuchtkraft die aus der Energiedissipation innerhalb der Scheibe resultiert. Beide streben dem theoretisch berechneten Wert entgegen.

$$L_{visc} = m_i \sum_i T_i \frac{dS_i}{dt} \quad (4.32)$$

In Abbildung 4.9b ist L_{visc} als dünne Kurve eingezeichnet. Bis auf geringfügige Abweichungen entspricht sie der aus der Teilchenakkretion errechneten Leuchtkraft L_{acc} . Beide streben dem theoretisch vorhergesagtem Wert für diese Konfiguration von $L_{theo} = 1.0 \cdot 10^{31} \text{ erg/sec}$ entgegen. Die Abweichungen lassen sich wie folgt erklären:

- Die Massenakkretion am Innenrand der Scheibe ist durch den Teilchencharakter des Codes diskontinuierlich. Differenziert man diese Größe so ergibt sich ein Fehler der proportional zur Wurzel der akkretierten Teilchen ist, bekannt als Poissonrauschen.

$$\langle e \rangle = \frac{\sqrt{N_{acc}}}{N_{ges}} \approx 10\% \quad (4.33)$$

- Strenggenommen gilt Gleichung (4.24) nur für stationäre Scheiben, bei denen der Massenfluß \dot{M} über den gesamten Scheibenradius konstant ist. Dies ist besonders während des Relaxationsvorgang nicht erfüllt wo lokale Geschwindigkeitsgradienten zusätzlich zur Energiedissipation und somit zur Leuchtkraft beitragen. Diese Abweichung wird kleiner, je näher die Akkretionsscheibe dem Gleichgewichtszustand kommt.

Aus dem Massenstrom läßt sich auch die Lebensdauer von Akkretionsscheiben abschätzen. Sie ist im Hinblick auf Planetenentstehung von zentraler Bedeutung, da sie den Zeitrahmen des Entstehungsprozesses festlegt.

Für obige Simulation ergibt sich aus der Akkretionsrate von $\dot{M} \approx 1 \cdot 10^{-7} M_{\odot}/yr$ und einer Gesamtmasse von $M_{ges} = 0.1 M_{\odot}$ eine ungefähre Lebensdauer von

$$t = \frac{M_{ges}}{\dot{M}} \approx 10^6 \text{ Jahre} \quad (4.34)$$

Aus Beobachtungen läßt sich indirekt eine „Lebensdauer“ von protoplanetaren Akkretionsscheiben ableiten. Geht man davon aus, daß ein Protostern gleichzeitig mit einer Akkretionsscheibe gebildet wird, erhält man aus der Tatsache, daß bei jungen Sternen die älter als 10^7 Jahre sind kein zirkumstellares Material mehr durch einen Infrarotexzeß nachgewiesen werden kann, eine obere Grenze von $10^6 - 10^7$ Jahren. War also eine Gasscheibe vorhanden muß diese innerhalb dieser Zeit im infraroten Bereich deaktiviert werden. Dafür kommen mehrere Mechanismen in Frage

- Vollständige Gasakkretion durch den Zentralstern
- Bildung von Planetenkernen aus Planetesimalen und anschließende Gasakkretion auf die Protoplaneten (Run-Away Phase der Planetenentstehung)
- Der bei jungen Sternen starke Sternwind dünt die Gasphase der Scheibe aus
- Zerstörung der Akkretionsscheibe durch einen Vorbeiflug eines zweiten Sterns
(Im folgenden Kapitel wird darauf näher eingegangen).

Die radiale Temperaturverteilung

Die radiale Temperaturverteilung ist eine weitere wesentliche Größe protoplanetarer Akkretionsscheiben, die nicht nur die spektralen und optischen Eigenschaften der Scheibe bestimmt. Sie hat direkt Einfluß auf chemische Prozesse, wie das Entstehen und Wachsen von Planetesimalen (Lissauer 1993) und auf die Staubkoagulation in der Akkretionsscheibe.

Die hier behandelten stationären Scheiben erzeugen die Wärme ausschließlich über viskose Reibung. Reprozessierung von Sternlicht und magnetische Prozesse werden ebenso ausgeschlossen wie Strahlungstransport durch Diffusion. Durch diese physikalischen Einschränkungen reduziert sich das radiale Temperaturprofil auf ein einfaches Potenzgesetz $T \propto r^{-3/4}$ (siehe Gleichung (4.26)).

Zur Berechnung der effektiven Temperatur wird die Scheibe in konzentrische Ringe unterteilt. Aus der in jedem Kreisring dissipierten Energie (Leuchtkraft) und der Kreisringfläche erhält man mit dem Stefan-Boltzmanschen Gesetz die effektive Temperatur des Kreisringes.

$$T_{eff} = \sqrt[4]{\frac{\dot{E}}{\sigma_B F}} \quad (4.35)$$

Diese so berechnete Temperaturen sind in Abbildung 4.10 als Rauten eingezeichnet. Die untere Kurve ist wiederum die nach Gleichung (4.26) erwartete Temperaturverteilung. Die obere Kurve ist die nach Gleichung (4.27) genäherte Verteilung.

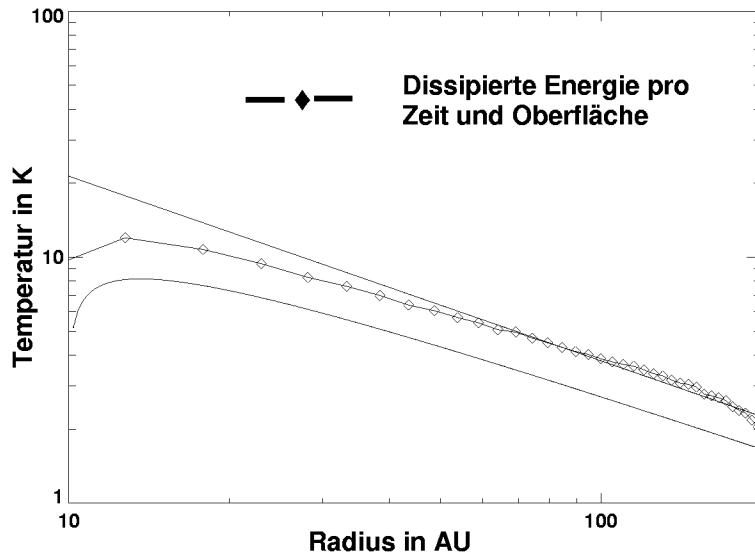


Abbildung 4.10: Radiale Temperaturverteilung der Akkretionsscheibe im quasistationären Gleichgewicht, wie sie aus der Energiedissipation folgt.

Extrapoliert auf einen Radius von 1 AU, bedeutet das eine Temperatur von $T \approx 120$ K. Vergleicht man diesen Wert mit Beobachtungen von Beckwith et al. (1990) u.a., so liegt diese Temperatur im angegebenen Bereich zwischen 50 bis 300 K (Grad Kelvin).

4.2.4 Einfluß der Eigengravitation

Im folgenden soll nun auf die weitere Entwicklung der Akkretionsscheiben eingegangen werden. Im Gegensatz zu vorigem „Entstehungszenario“ wird hier die Eigengravitation der Scheibe nicht mehr vernachlässigt. Dazu werden zwei verschiedene Scheibenmassen bei gleicher Zentralmasse gewählt. Im ersten Fall wird die Relaxationsrechnung mit Eigengravitation bei gleicher Scheibenmasse fortgeführt und im zweiten Fall, wird die Scheibenmasse verdoppelt (die Anfangskonfiguration für Fall 1 ist in Abbildung 4.14 dargestellt). Alle anderen Größen bleiben unverändert.

Bei der Behandlung eigengravitativer Akkretionsscheiben können eine Fülle von Instabilitäten auftreten, deren Untersuchung im Allgemeinen sehr kompliziert werden kann. Spiralbildung (Lynden-Bell & Kalnajs 1972) und die Bildung von Fragmentationszonen können die Scheibenstruktur maßgeblich beeinflussen. Inwieweit eigengravitative Effekte eine dominierende Rolle spielen können, drückt sich im sogenannte Toomre-Parameter Q aus. Dieses, aus einer Dispersionsrelation (Lin & Shu 1964) ähnlich der von Schallwellen, gewonnene Verhältnis hat bei keplerschen Rotation folgende Form:

$$Q = \frac{\Omega c_s}{\pi G \Sigma} , \quad (4.36)$$

wobei Σ die zweidimensionale Säulendichte und Ω die Winkelgeschwindigkeit ist (G ist die Gravitationskonstante und ist hier $= 1$). Ist $Q \gg 1$, überwiegen stabilisierende Druckkräfte und axialsymmetrische Instabilitäten, hervorgerufen durch Eigengravitation, werden unterdrückt. Für die in diesen Simulationen verwendeten Scheiben ist die radiale Abhängigkeit von Q in Abbildung 4.11 aufgetragen.

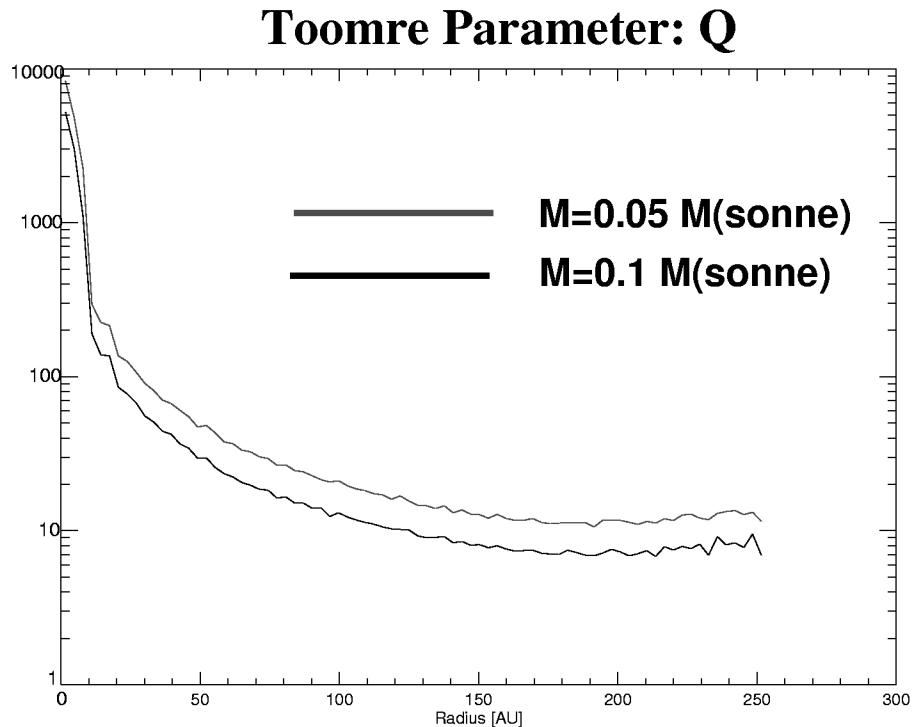


Abbildung 4.11: Radiale Abhängigkeit des Toomre-Parameters Q für die simulierten Scheiben.

Q wurde im gesamten Simulationsgebiet größer als Eins gewählt, um eine prompt-

te Fragmentierung der Scheibe zu vermeiden.

Simulationsverlauf

$M_{\text{Scheibe}} = 0.05 M_{\odot}$ Bei der in den Abbildungen 4.15, 4.15, 4.16, 4.18 gezeigten Sequenz entwickelt sich innerhalb von $T = 15000$ Jahren im Bereich zwischen 40 und 80 AU eine Balkeninstabilität, wie sie in Kapitel [3] beschrieben worden ist. Gemäß der dort beschriebenen Methode sind die Koeffizienten der Fourieramplituden $m = 1, \dots, 4$ ausgewertet worden und in Abbildung 4.12 dargestellt. Deutlich tritt hier die $m = 2$ Mode vor den anderen hervor. Die durch die Veränderung der Epizyklifrequenz in diesem Bereich hervorgerufene Instabilität transportiert nun Masse im Bereich > 50 AU nach außen und bei Radien < 50 AU nach innen, was am Massenfluß \dot{M} erkennbar ist. Dadurch entsteht ein *Gap* in der radialen DichteVerteilung, der sich am Ende der Simulation von $R = 50 - 100$ AU erstreckt. In diesem Bereich steigt die Skalenhöhe um ein doppeltes an, was unerwartet ist, da ein Absinken der Dichte eine Verkleinerung der Skalenhöhe nach sich ziehen sollte. Die in diesem Bereich starke Instabilität bedingt aber eine Absenkung der Winkelgeschwindigkeit, was dann über $H = c_s/\Omega$ zu einer Vergrößerung der Skalenhöhe führt. Die radiale Umstrukturierung der Scheibenmasse hat auf die Temperatur in diesem Bereich nur einen kleinen Einfluß. Sie weicht in negativer Richtung marginal vom anfänglichen Profil ab. Demnach ist auch der Einfluß auf die spektrale Energieverteilung² L_{ν} der Scheibe sehr klein.

$M_{\text{Scheibe}} = 0.1 M_{\odot}$ Anders als bei der leichteren Scheibe treten hier sofort nach Beginn der Simulation mehrarmige Spiralstrukturen auf, die bis zum Ende der Simulation nur wenig an Stärke verlieren (dargestellt in den Abbildungen 4.19, 4.19, 4.20, 4.22). Hervorgerufen werden diese durch den in diesem Massenbereich wirksamen *SWING*-Mechanismus (Goldreich & Lynden-Bell 1965). Ebenfalls kann das Auftreten einer Balkeninstabilität beobachtet werden, deren Amplitude mit der im Falle der leichteren Scheibe vergleichbar ist (Abbildung 4.12). Durch den *SWING*-Mechanismus sind die Amplituden der Moden $m = 1, 3, 4$ hier jedoch höher. Eine zeitliche Veränderung lässt sich nicht beobachten. Die durch die Balkeninstabilität hervorgerufene „Lücke“ ist bei dieser Simulation schmäler und befindet sich näher an der Zentralmasse ($R = 30 - 60$ AU).

Akkretionsraten und Leuchtkraft

Die beschriebene Veränderung der Scheibenstruktur lässt eine Beeinflussung der Akkretionsraten und der Leuchtkräfte vermuten. Dies wird durch die Simulation in

²Die spektrale Energieverteilung wurde hier im Falle einer Inklination von $\delta = 90$ Grad berechnet, wobei $\kappa \propto \nu^2$ angenommen wurde, was in diesem Temperaturbereich gerechtfertigt ist

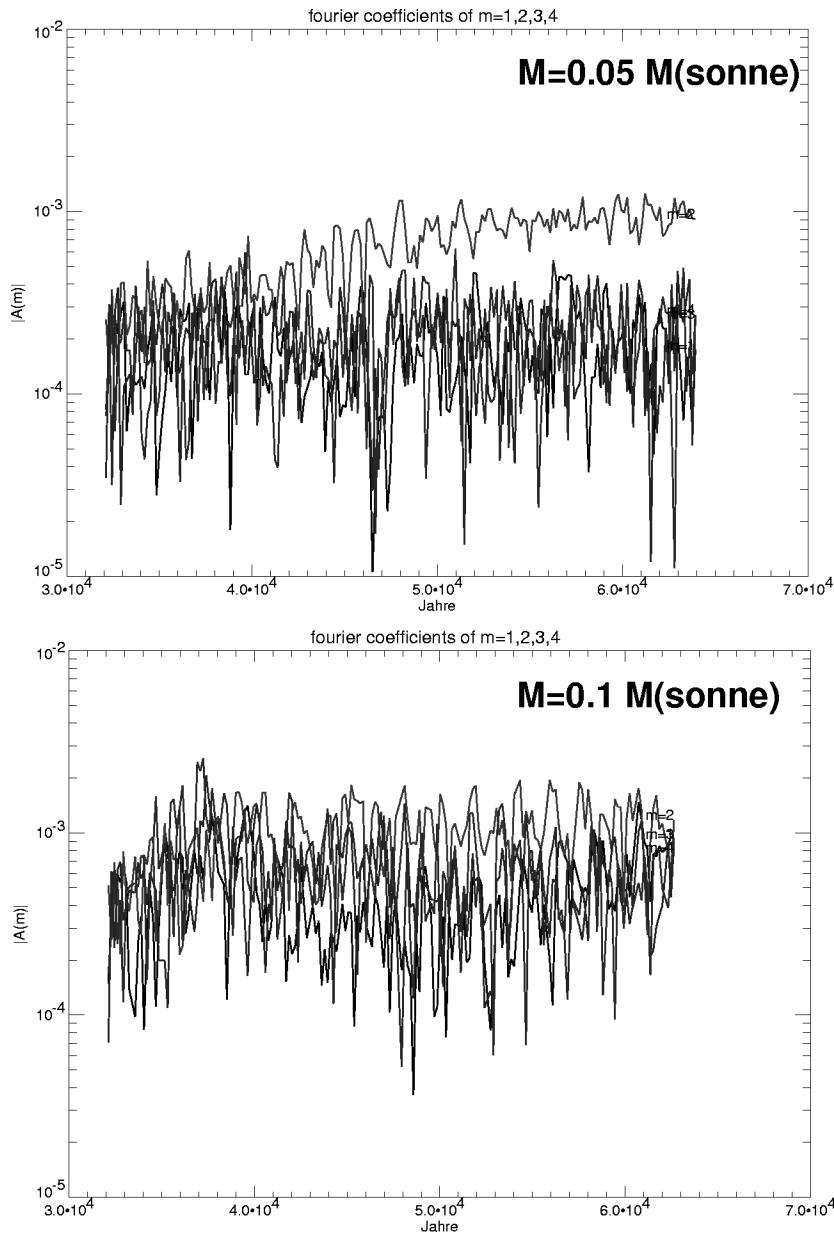


Abbildung 4.12: Entwicklung der Amplituden der Fourierkoeffizienten $|A_m|$ während der Simulation eigengravitativer Scheiben.

beiden Fällen nicht bestätigt. Die Massenakkretion, abgebildet in 4.13 ist streng linear und zeigt keine zeitliche Variation.

Desweiteren entsprechen Akkretionsrate und Leuchtkraft den theoretisch berechneten Werten (siehe Tabelle 4.2). Die geringe Beeinflussung der Akkretionsrate und

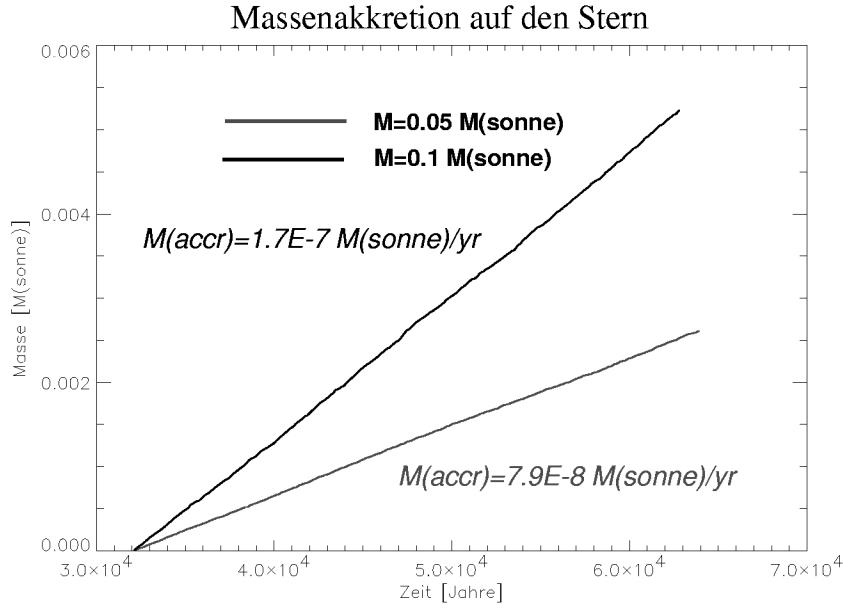


Abbildung 4.13: Darstellung der Massenakkretion im Fall eigengravitativer Akkretionsscheiben.

Tabelle 4.2: Vergleich der Simulationsergebnisse für L und \dot{M} (am Ende der Simulation, Bilder: #4) mit theoretisch berechneten Werten.

M_{Scheibe}	\dot{M} in M_{\odot}/yr	\dot{M}_{theo}	L in erg/sec	L_{theo}
$M = 0.05M_{\odot}$	$7.9 \cdot 10^{-8}$	$5.1 \cdot 10^{-8}$	$1.1 \cdot 10^{31}$	$1.0 \cdot 10^{31}$
$M = 0.1M_{\odot}$	$1.7 \cdot 10^{-7}$	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$2.03 \cdot 10^{31}$	$1.9 \cdot 10^{31}$

somit der Leuchtkraft durch die Eigengravitation und der dadurch eintretenden Strukturbildung läßt sich verstehen, da der innere Bereich der Akkretionsscheibe weitgehend ungestört bleibt. Die Bildung eines Gaps in der radialen Dichteverteilung bei 50 AU senkt die Leuchtkraft durch den raschen radialen Abfall nur unmerklich. Bleibt die beobachtete Ringstruktur jedoch für längere Zeit stabil, muß bei vollständiger Akkretion des inneren Massenringes \dot{M} schlagartig abfallen. Übrig bliebe ein Akkretionstorus, wie er bei der Simulation von aktiven Galaxienkernen beobachtet wird (Masuda 1998).

4.2.5 Zusammenfassung

Im ersten Teil des Kapitels wurde die Bildung einer Akkretionsscheibe aus einer Anfangskonfiguration weit ab des hydrodynamischen Gleichgewichts beobachtet. Nach Abklingen des Relaxationsvorganges, der sich durch radiale Wellenerscheinungen ausdrückte, erreichte die dreidimensionale Struktur einen quasistationären Zustand. Die vorab dargelegte Theorie geometrisch dünner Akkretionsscheiben liefert hierfür eindeutige Vorhersagen über deren Aufbau. So war es möglich radiale Temperaturverteilungen, Skalenhöhen, Leuchtkräfte und Akkretionsraten in einer dreidimensionalen, selbstkonsistenten Simulation zu überprüfen. Die Teilchenverteilung in z -Richtung lieferte im mittleren und äußeren Bereich der Scheibe die erwarteten hydrostatischen Skalenhöhen. Abweichungen traten im Innenbereich auf, wo die numerisch errechneten Werte größer waren, als die theoretisch erwarteten. Allerdings ist in diesem Bereich die Annahme einer dünnen Scheibe nicht mehr gerechtfertigt. Des Weiteren konnte das radiale Temperaturprofil $T \propto r^{-3/4}$ mit großer Genauigkeit verifiziert werden. Nach Abklingen des Einschwingvorganges, der zu einer erhöhten Leuchtkraft beitrug, erreichte auch dieser den theoretischen Wert. Vergleicht man für diese Leuchtkraft benötigte Akkretionsrate mit der Anzahl tatsächlich akkretierter Teilchen am Innenrand der Scheibe ergab sich weitestgehend Übereinstimmung. Durch diese dreidimensionale Simulationen konnte die in zwei Dimensionen entwickelten theoretischen Zusammenhänge in eindrucksvoller Weise reproduziert werden.

Im dritten Teil dieses Kapitels wurde die Weiterentwicklung dieser Scheiben unter Berücksichtigung der Eigengravitation des zirkumstellaren Gases untersucht. Schnell bildete sich bei allen Simulationen eine Balkeninstabilität im mittleren Bereich der Akkretionsscheibe aus (gemäß Kapitel [3]), welche durch Massentransport eine Lücke in der radialen Dichtevertteilung erzeugte. Dieses Verhalten ist keine axialsymmetrische, gravitative Instabilität im eigentlichen Sinne, da der Toomre-Parameter Q immer $\gg 1$ ist, sondern vielmehr das Resultat der Balkeninstabilität und der dabei stattfindenden Massenflüsse. Das *Gap-clearing* im Mittelbereich der Akkretionsscheibe hatte auf das radiale Temperaturprofil einen geringen Einfluß (es war ein leichter Temperaturabfall zu verzeichnen), wodurch auch die spektrale Energieverteilung L_ν nur unmerklich verändert wurde. Die zeitliche Konstanz der Akkretionsraten, selbst bei voller Ausbildung des Gaps, war zunächst verwunderlich, da ein stark gestörter Massenfluß diese modulieren sollte. Es stellte sich heraus, daß der Übergangsbereich zwischen Stern und Scheibe bei diesen Rechnungen im wesentlichen ungestört blieb, wodurch die Akkretionsraten nicht beeinflußt wurden. Die radiale Strukturierung protoplanetarer Akkretionsscheiben unter der Wirkung der Eigengravitation wurde von Willerding (1990, 1992) postuliert. Diese Akkretionsringe sollten mit wachsenden Abstand gemäß $r_n = r_0 + \delta q^n$ auftreten. Inwieweit die hier beobachtete radiale Strukturierung diesen Akkretionsringen entspricht, oder

der Übergang in eine Gleichgewichtskonfiguration (Akkretionstorus) markiert, bleibt fraglich und muß in weiteren umfangreicherer Simulation, die einen erweiterten zeitlichen Bereich abdecken, geklärt werden.

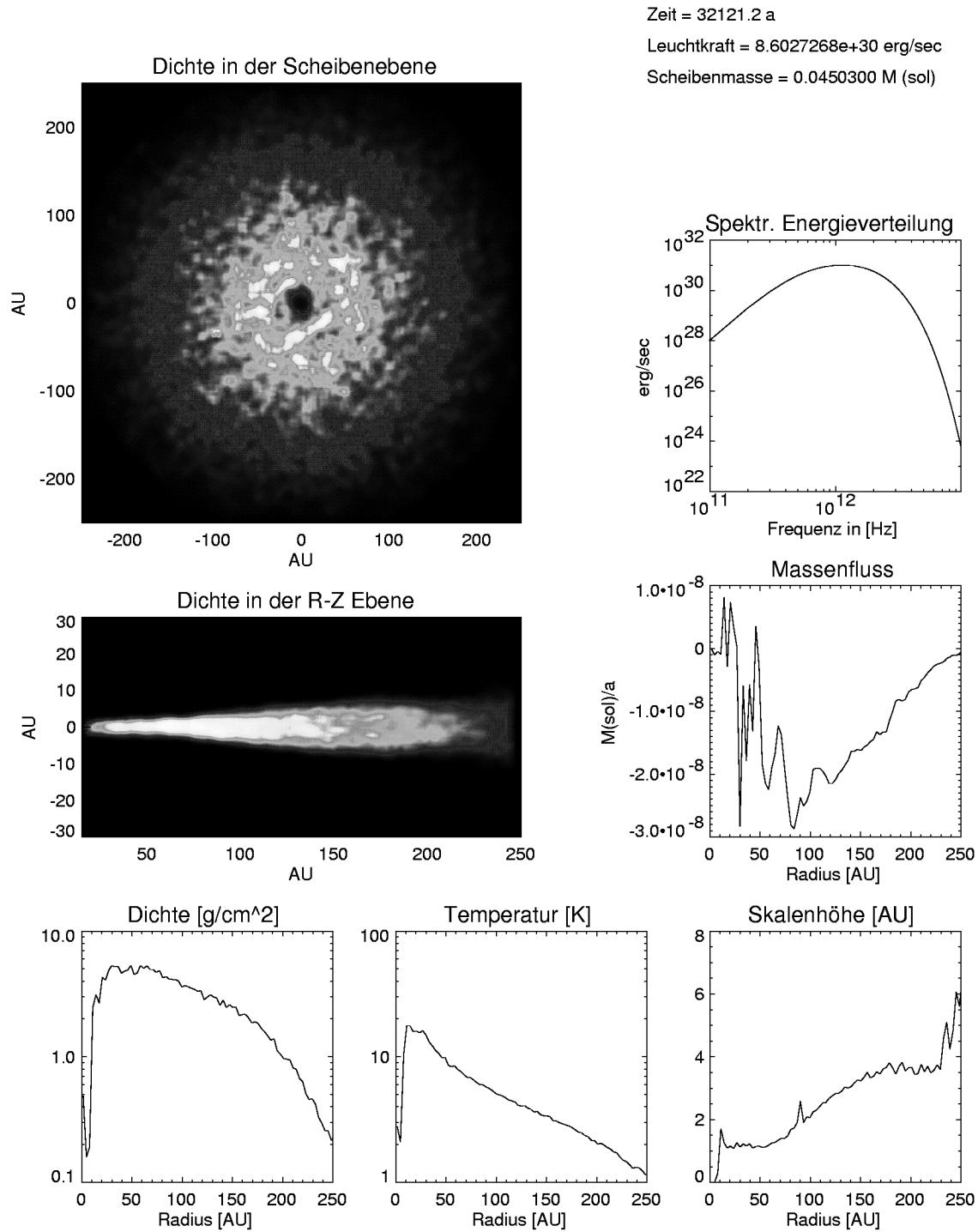


Abbildung 4.14: Anfangsbedingung für die Simulation eigengravitativer Akkretions- scheiben und gleichzeitige Endkonfiguration des Relaxationsprozesses.

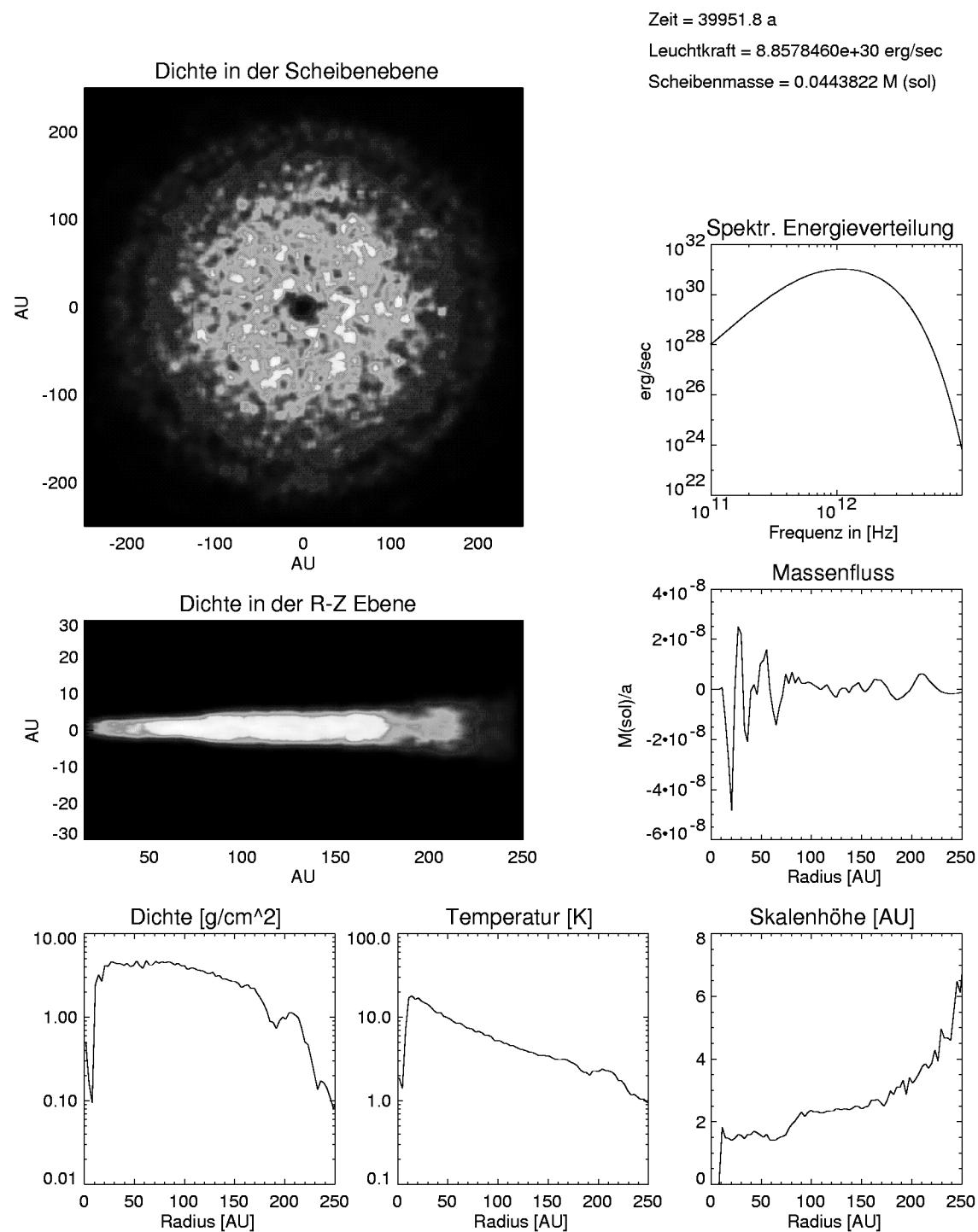


Abbildung 4.15: Scheibe 1, #1

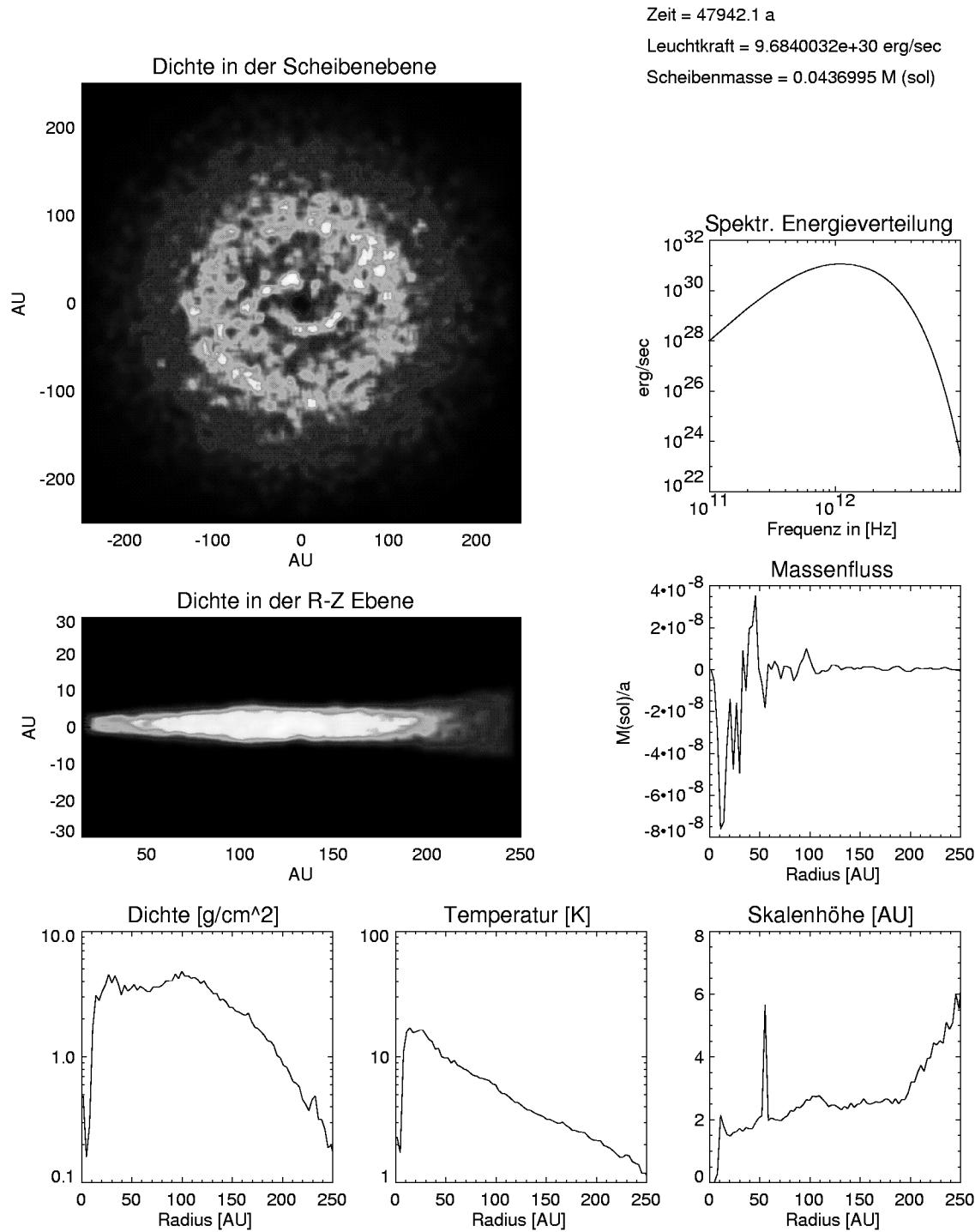


Abbildung 4.16: Scheibe 1, #2

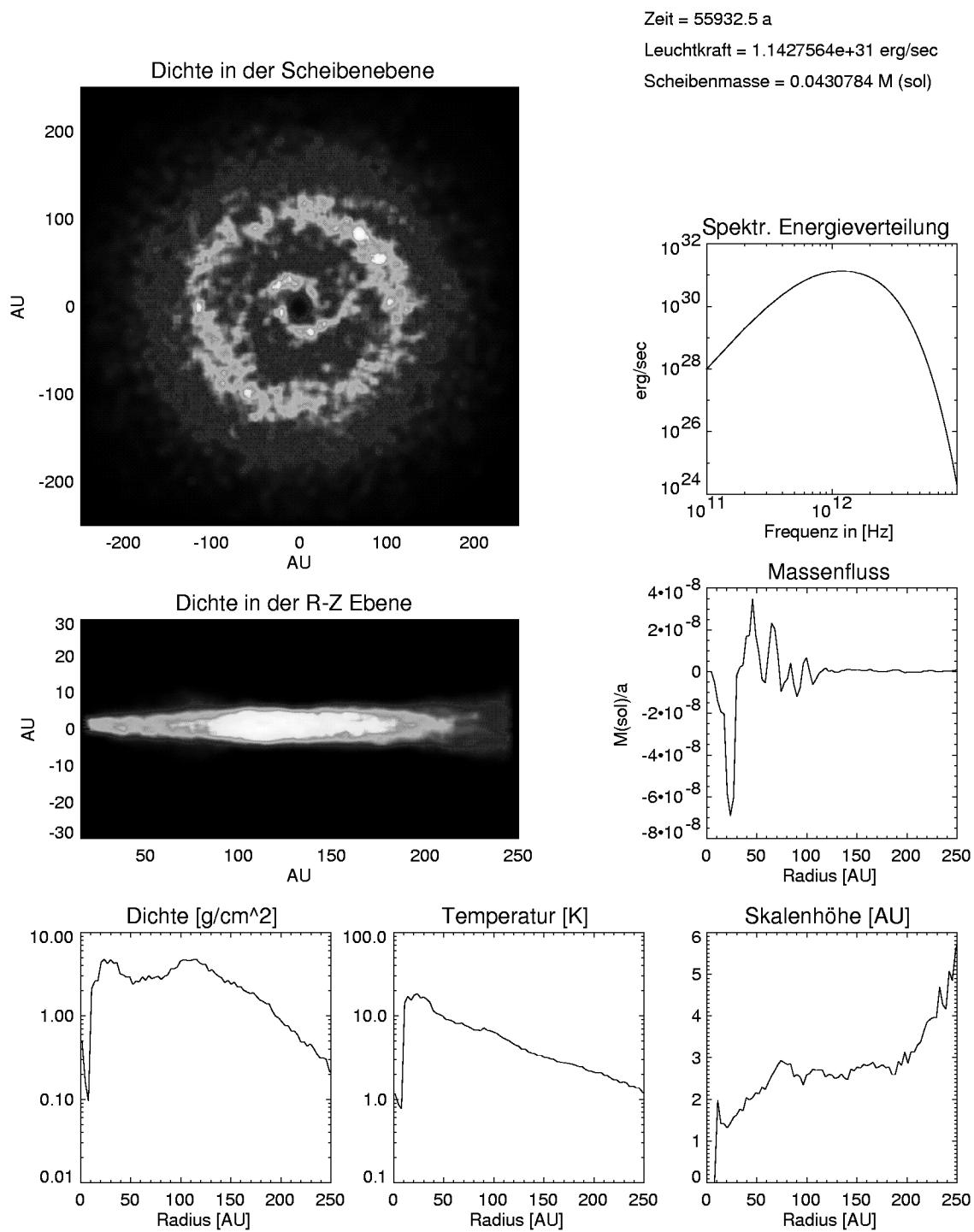


Abbildung 4.17: Scheibe 1, #3

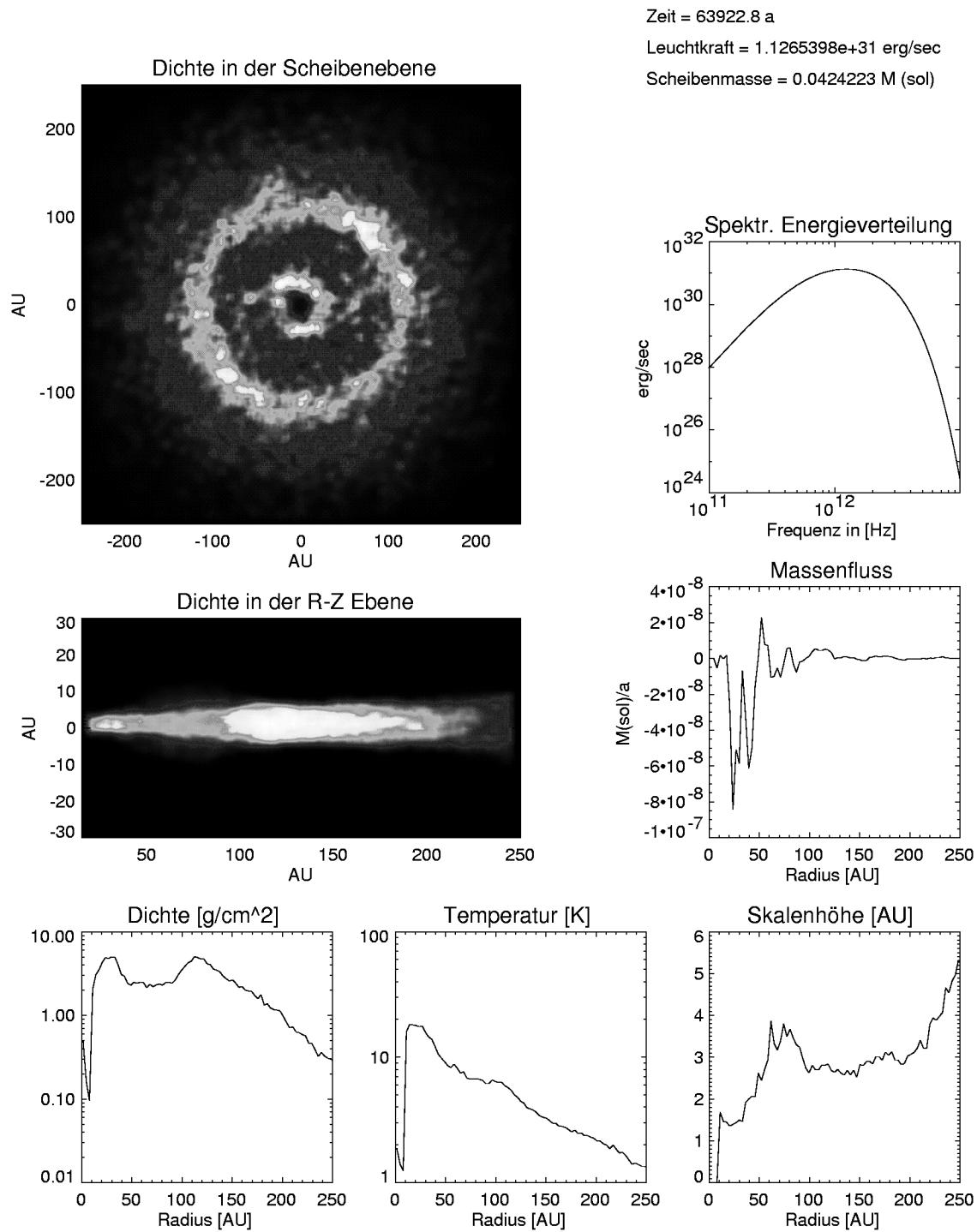


Abbildung 4.18: Scheibe 1, #4

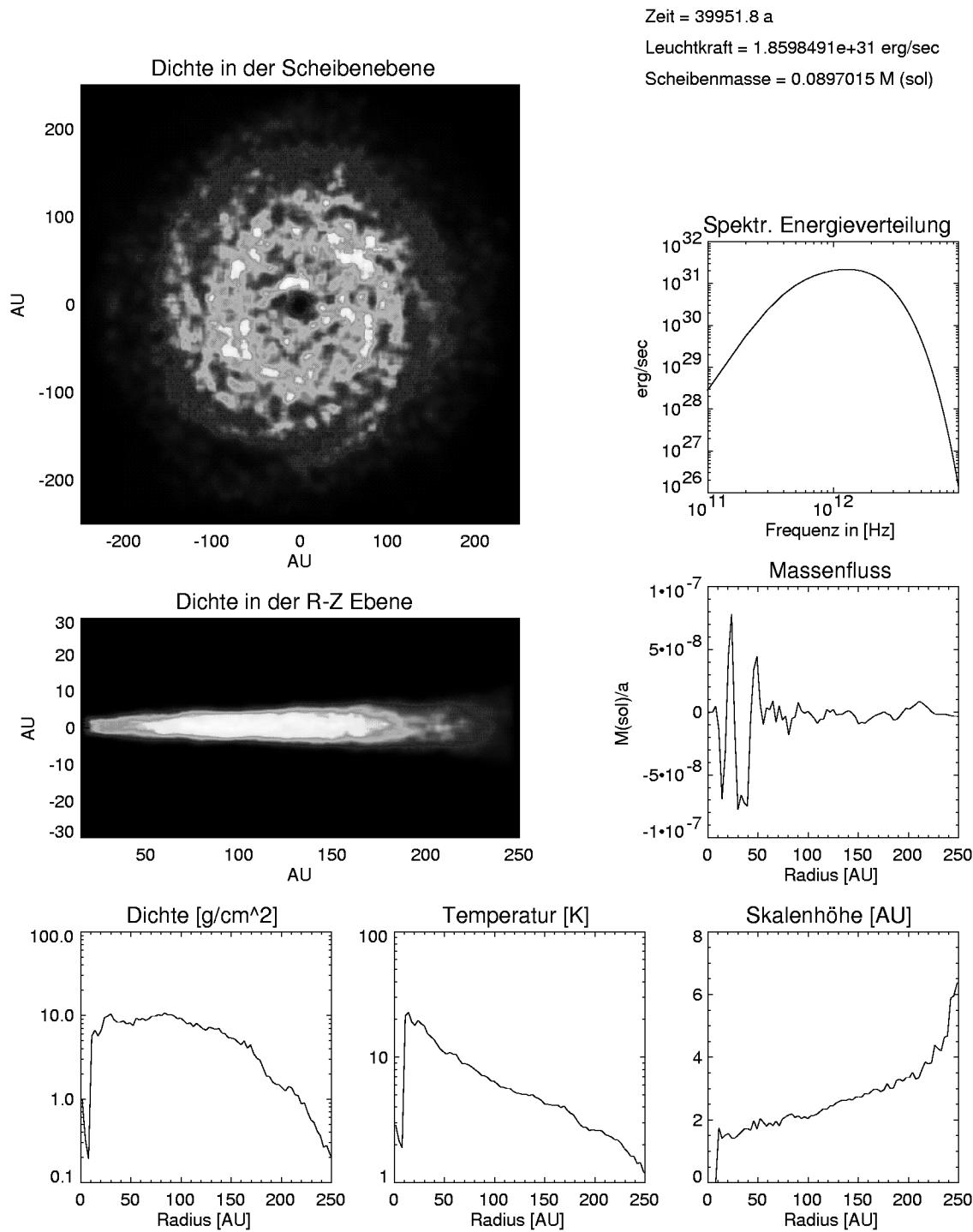


Abbildung 4.19: Scheibe 2, #1

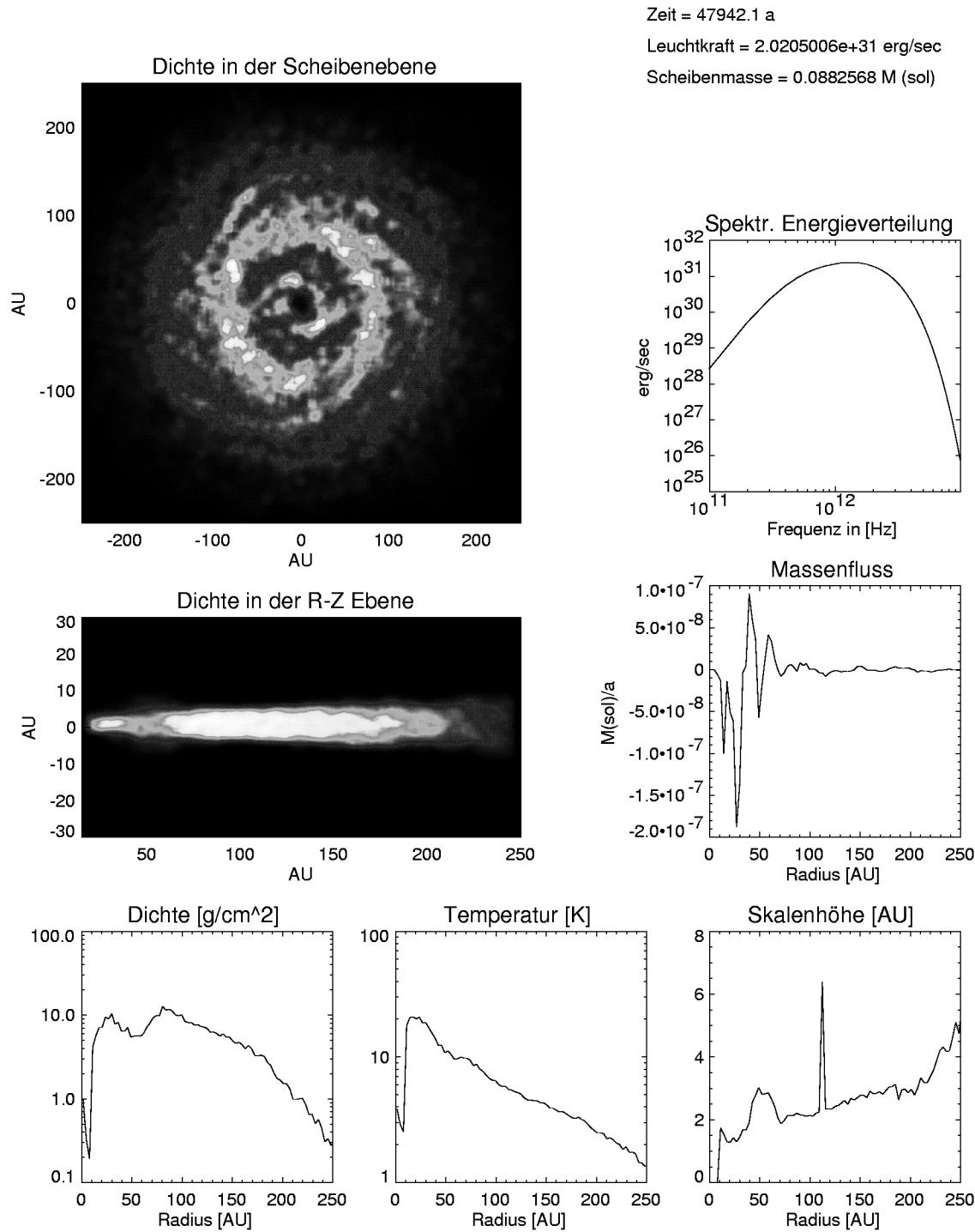


Abbildung 4.20: Scheibe 2, #2

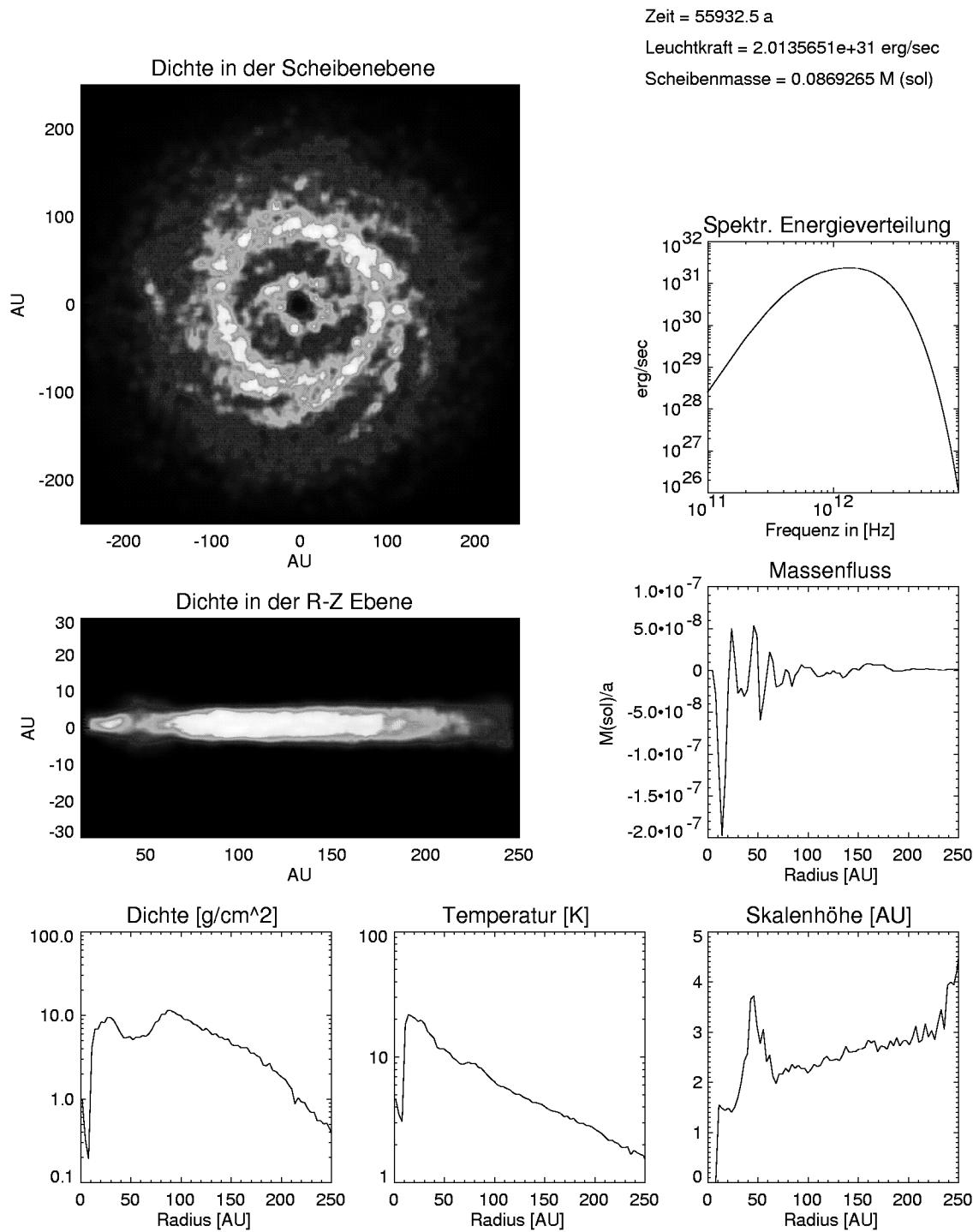


Abbildung 4.21: Scheibe 2, #3

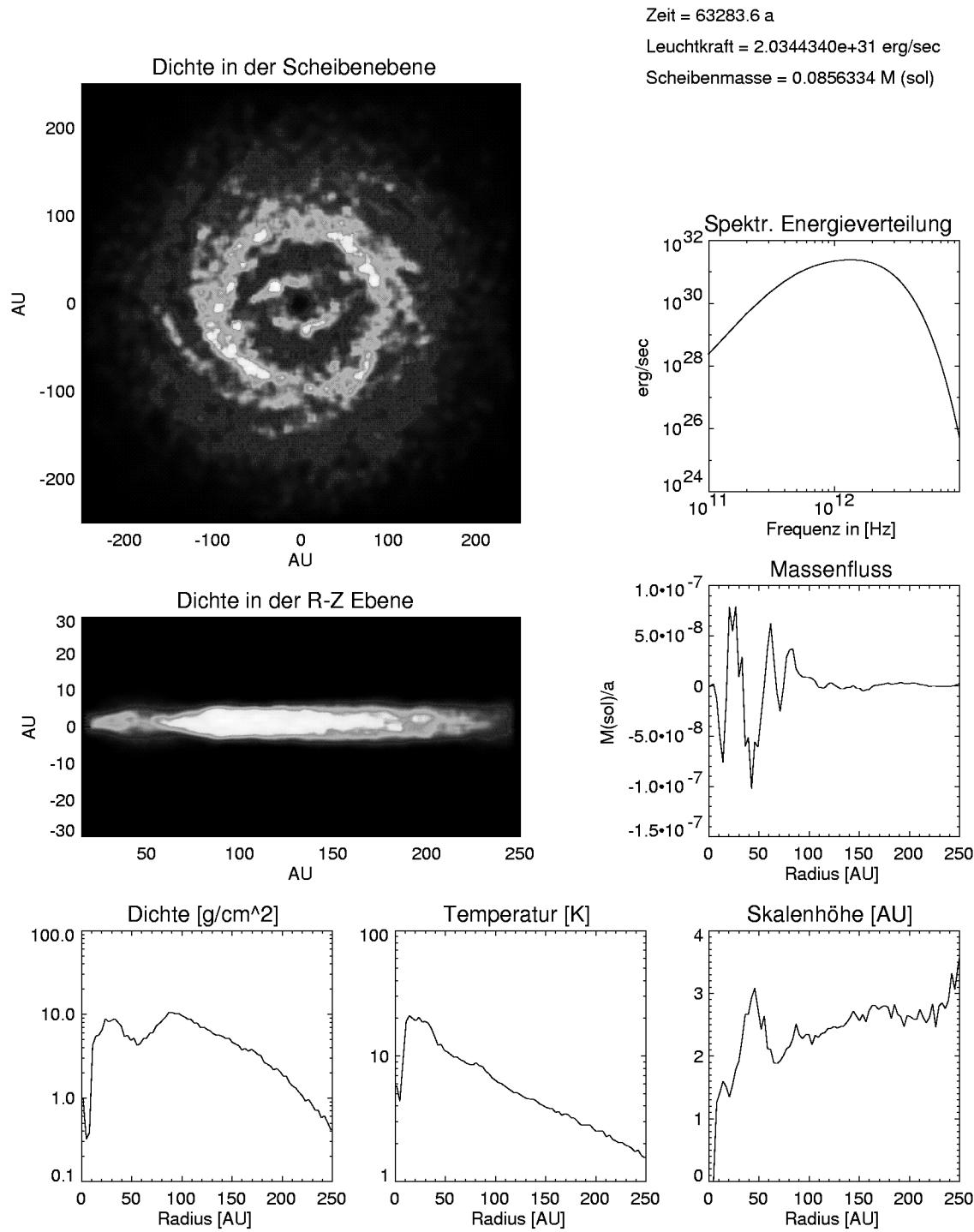


Abbildung 4.22: Scheibe 2, #4

Kapitel 5

Parabolische Kollisionen

Als Ausgangssituation für das klassische Modell der Sternentstehung können die in Molekülwolken vorhandenen Kerne angesehen werden. Diese kollabieren unabhängig voneinander unter Beibehaltung ihres Drehimpulses in protostellare Scheiben. Viskose Wechselwirkungen innerhalb der Scheibe bedingen eine Akkretion von Masse auf ein vorhandenes Zentralobjekt, dem Protostern. Diese Akkretion (T Tauri-Phase) dauert so lange an, bis ein Großteil der Masse sich auf dem Protostern gesammelt hat und von einer dünnen Restscheibe umgeben wird. Als Auslösemechanismus für diese Strukturierung der Molekülwolke, kann der Prozeß der ambipolaren Diffusion herangezogen werden. Elmegreen & Lada 1977 schlugen eine alternative Möglichkeit vor, bei der die Sternentstehung durch lokale Kompression der Molekülwolke getriggert wird. Als Ursache für lokale Dichteschwankungen innerhalb der Molekülwolken kommen unter anderem Supernovaexplosionen in Frage. Whitworth et al. 1996 geben diesem Auslösemechanismus den Vorzug, um die Entstehung enger Sternhaufen und junger Doppelsternsysteme zu erklären. Simulationen von Turner et al. 1995 und Whitworth et al. 1995 scheinen dies zu bestätigen.

Beobachtungen von Lada et al. 1991 zeigen, daß die meisten Sterne in Haufen entstehen, wobei die Sterndistanzen etwa 5000 AU oder geringer sein können (Strom 1985). Nimmt man an, daß diese Protosterne teilweise von Gasscheiben umgeben sind, so sind Kollisionen der einzelnen Komponenten innerhalb der 'Lebensdauer' von typischen Akkretionsscheiben ($\approx 10^7$ Jahre) wahrscheinlich. Numerische Simulationen von N -Körpersystemen (Sterzik & Durisen 1995) zeigten dies.

Der Einfluß dieser Kollisionen auf die Akkretionsscheiben wurde von Ostriker 1994 analytisch untersucht. Dabei wurde angenommen, daß die kürzeste Sterndistanz (Periastron) viel größer als der typische Durchmesser von Akkretionsscheiben ist, was eine lineare Störungsrechnung ermöglichte. Kollisionen, bei denen die Sterne die Akkretionsscheiben durchdringen oder in geringer Distanz passieren, können nicht mehr analytisch behandelt werden, sondern müssen simuliert werden. Clarke & Pringle 1993 verwendeten dafür ein reduziertes Dreikörper-Schema in zwei Di-

mensionen. Die Scheibe wurde aus nicht wechselwirkenden Punktmassen aufgebaut, die sich nur im Potential der Sterne bewegten. Eigengravitation und Druckgradienten wurden vernachlässigt. Dabei zeigte sich, daß die Rotationsrichtung der Scheibe in Bezug auf die Bewegungsrichtung der Sterne einen wesentlichen Einfluß auf die Stabilität der Scheibe hat. Im prograden Fall, bei dem der Orbitaldrehimpuls der Sterne parallel zum Drehimpuls der Scheibe ist, konnte eine totale Zerstörung der Scheibe außerhalb der halben Periastrondistanz festgestellt werden. Ein signifikanter Massenanteil wurde durch den anfangs scheibenlosen Stern eingefangen und mitgerissen. Die retrograde Kollision (antiparallele Drehimpulse) erwies sich weit weniger effektiv. Eine Zerstörung der Scheibe fand nur bis zur Periastrondistanz statt. Der scheibenlose Stern fing diesmal nur wenig Masse ein. Heller 1993 simulierte Stern-Scheiben-Kollisionen in drei Dimensionen mit dem SPH-Verfahren, vernachlässigte aber ebenfalls die Eigengravitation.

In diesem Kapitel sollen nun koplanare Stern-Scheiben-Kollisionen durchgeführt werden, wobei die Eigengravitation nicht mehr vernachlässigt werden soll. Des Weiteren werden im zweiten Teil auch Kollisionen in betracht gezogen, bei denen beide Sterne von einer Akkretionsscheibe umgeben sein sollen. In allen Fällen bewegen sich die Sterne auf parabolischen Bahnen, deren Periastron in einem weiten Bereich variiert wird.

5.1 Code Details

Wie beschrieben, soll es sich in diesem Kapitel um eine Parameterstudie handeln, wobei der Einfluß des Periastron auf die Umverteilung von Masse und Drehimpuls bei parabolischen Stern-Scheiben sowie Scheiben-Scheiben-Kollisionen untersucht werden soll. Zusätzlich wird noch die Masse der zirkumstellaren Scheibe variiert. Bei Einbeziehung der Eigengravitation entstanden dadurch sehr lange Rechenzeiten, die sich nur unter Vernachlässigung des hydrodynamischen Teils des Codes in einem sinnvollen Bereich bewegten. Diese Näherung ist für die Untersuchungen in diesem Kapitel keine wesentliche Einschränkung. Die bei einer Kollision wirkenden hydrodynamischen Kräfte sind im Vergleich zu den Gezeitenkräften viel kleiner und spielen nur bei der Strukturierung des Restmaterials eine Rolle, die hier aber nicht interessieren soll.

5.2 Stern-Scheibe Kollisionen

Beobachtungen zeigen, daß nicht alle jungen Sterne in Sternentstehungsgebieten von Akkretionsscheiben umgeben sind. Dies beinhaltet demnach die Möglichkeit einer Kollision zwischen einem Stern und einem von einer Akkretionsscheibe umgebenen Stern. An einem derartigen Ereignis lassen sich fundamentale Prozesse leichter er-

kennen als bei einer Kollision zweier Akkretionsscheiben. Im einzelnen ist hier der Transfer von Masse in den Einflußbereich des anfangs scheibenlosen Sekundärstern zu nennen.

Simulationsergebnisse von Clarke & Pringle 1993 sowie Heller 1993 zeigten, daß bei einer Kollision der prograde Zusammenstoß am effektivsten ist, um die Scheibe zu zerstören. Ähnliches stellte Toomre 1990 bei der Simulation von Galaxienkollisionen fest. Vergleicht man die bei einer Kollision auf ein Scheibenteilchen wirkende radiale Kraft in Abhängigkeit von der Zeit für retrograde und prograde Zusammenstöße wird der Unterschied noch deutlicher. Der in Abbildung 5.1a gezeigte Kraftverlauf ist für den prograden Fall (blaue Kurve) breiter als im retrograden Zusammenstoß. Im erstenen wirkt die störende Kraft länger und die übertragene mechanische Energie ist größer als im retrograden Fall (rote Kurve). Daraus läßt sich schließen, daß die Relativgeschwindigkeit zwischen dem störenden Stern und den Scheibenteilchen für dieses Verhalten verantwortlich ist. Durch die entgegengesetzte Richtung zwischen Sternbewegung und Scheibenteilchen im retrograden Fall erhöht sich die Relativgeschwindigkeit und die Wechselwirkungszeit zwischen Scheibenteilchen und Stern sinkt. Betrachtet man zusätzlich die Flugzeit eines Sternes durch eine ungestörte Scheibe in Abhängigkeit der Periastrondistanz (Abbildung 5.1b) ist diese maximal, wenn das Periastron halb so groß wie der Scheibenradius gewählt wird. Ein prograder Zusammenstoß bei dem der Sekundärstern die Scheibe bei der Hälfte ihres Radius durchquert, wird demnach den heftigsten Einfluß auf die Akkretionsscheibe ausüben.

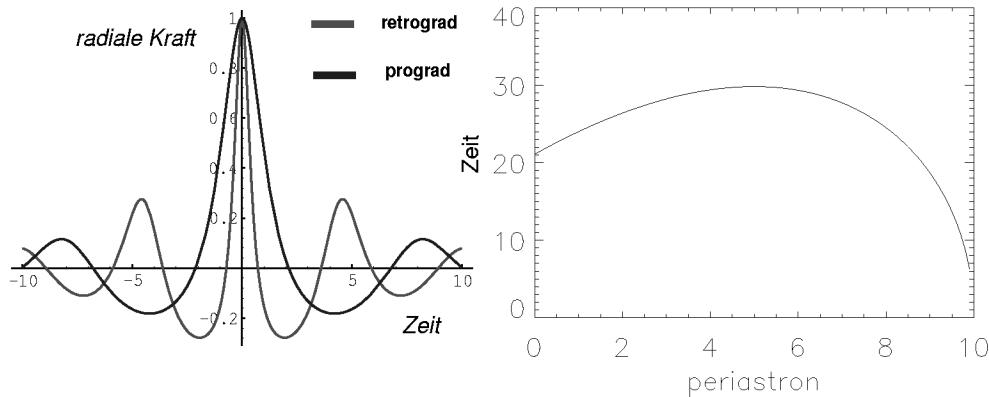


Abbildung 5.1: a.) Normierter zeitlicher Verlauf der auf ein Scheibenteilchen wirkende radiale Kraft (retrograd: rot, prograd: blau). b.) Flugzeit durch eine als ungestört angenommene Scheibe in Abhängigkeit der Periastrondistanz. Der Scheibenradius beträgt $R = 10$ Längeneinheiten.

5.2.1 Simulationsverlauf

Bei den folgenden zweidimensionalen Simulationen sind nur gravitative Kräfte involviert weswegen nur Größenverhältnisse relevant sind. Der Scheibenradius wird auf 10 Längeneinheiten (LE) festgesetzt und die Periastrondistanz schrittweise im Bereich zwischen 1 und 20 Längeneinheiten variiert. Die Sterne besitzen je eine Masse von 1 Masseneinheit M_{\odot} , wogegen die Scheibenmasse auf 1/10 und 1/100 der Sternmasse festgesetzt wird, aus 10000 Teilchen zusammengesetzt ist und durch eine konstante Oberflächendichte gekennzeichnet ist. Der anfängliche Sternabstand beträgt etwa 4 Scheibenradien (siehe Abbildung 5.2).

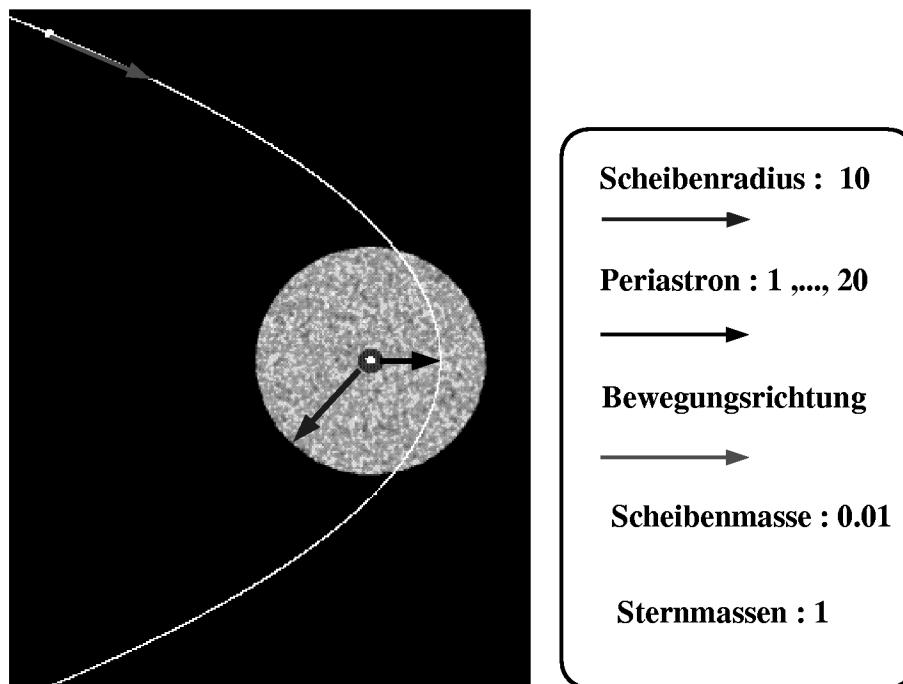


Abbildung 5.2: Darstellung der Anfangsbedingung für die Stern-Scheibe Kollisionen.

Zur Beschreibung der Zusammenstöße wird auf eine prograde Kollision zurückgegriffen, bei dem die Scheibenmasse 1/10 der Sternmasse beträgt und der Stern die Scheibe bei $r_{peri} = 0.4 \cdot R_{Scheibe}$ durchquert. Der zeitliche Ablauf ist in Abbildung 5.3 dargestellt. Dabei wurde die Verteilung der SPH-Teilchen in eine Dichte umgerechnet und farblich codiert (hellere Bereiche markieren Gebiete höherer Dichte).

Die Annäherung des Sekundärsternes beeinflusst die Form der Scheibe bis kurz vor dem Eindringen nur marginal. Die Bildung der Spiralstruktur ist ein Effekt der hohen Scheibenmasse (SWING-Mechanismus) und wird nicht vom Sekundärstern ausgelöst. Kurz nach Erreichen des Periastron bildet sich aufgrund der hohen Ge-

zeitenkräfte eine einarmige Spirale, der sich im Laufe der Simulation von der Scheibe entfernt und den größten Beitrag zum Massenverlust der Scheibe leistet. Diese $m = 1$ Spirale ist eine Folge des nichtverschwindenden Dipolanteils des Gravitationspotentials im Bereich der Scheibe. Als Folge der Scheibendurchquerung, nimmt der Sekundärstern ein Teil des Materials mit, das wiederum eine Scheibe geringer Masse bildet. Der sich entfernende Gezeitenarm wird gravitativ instabil und bildet eine Reihe von kleinen Fragmenten, die als Vorstufe von substellaren Begleitern angesehen werden können, deren weitere Entwicklung durch die Vernachlässigung der hydrodynamischen Kräfte nicht verfolgt werden kann.

5.2.2 Massentransport

Wie aus der Abbildung 5.3 ersichtlich wird, kommt es bei den Kollisionen zu signifikanten Massenumverteilungen. Dabei wird die Akkretionsscheibe teilweise zerstört und der Sekundärstern fängt ein Teil der Materie ein und es bildet sich eine zweite, stark gestörte Scheibe um den anfangs scheibenlosen Stern. Ein großer Teil wird jedoch so stark beschleunigt, daß er nicht mehr an einen der beiden Sterne gebunden ist. Um diese Möglichkeiten zu unterscheiden wird für jedes Massenelement die Bindungsenergie E_{prim} und E_{sek} bezüglich jeder der Sterne berechnet und folgendermaßen kategorisiert:

- Ein Massenelement wird als ungebunden betrachtet, wenn beide Bindungsenergien E_{prim} und E_{sek} negativ sind.
- Ist die Bindungsenergie E_{prim} größer als Null und gleichzeitig E_{sek} kleiner als Null, so ist das Teilchen an den Primärstern gebunden. Sind $E_{prim} < 0$ und $E_{sec} > 0$ besteht Bindung zum Sekundärstern.
- Sind beide Bindungsenergien größer als Null, wird das Teilchen zu dem Stern als gebunden betrachtet, zu dem es die größte Bindungsenergie hat.

In den Abbildungen 5.4 (prograd) sowie 5.5 (retrograd) sind diese Massenverteilungen in Abhängigkeit des Periastronabstandes aufgetragen. In beiden Fällen konnte keine signifikante Abhängigkeit von der Scheibenmasse festgestellt werden.

- **Prograde Kollision:** Wie erwartet wirkt sich die Kollision bei einem Periastron von der Hälfte des Scheibenradius am destruktivsten auf die Akkretionscheibe aus. Die Scheibenmasse wird bis auf 30% ihrer ursprünglichen Masse reduziert und der Anteil an ungebundener Masse steigt hier auf ein Maximum von 50%. Der Anteil des vom Sekundärstern eingefangen Materials nimmt dann, mit 10% ein Minimum ein. Der Energieübertrag ist bei dieser Periastrondistanz demnach am effektivsten. Bei Periastrondistanzen größer als 13

Längeneinheiten reicht der Energieübertrag nicht mehr aus, um einen signifikanten Massenanteil (der hier $< 10\%$ ist) die nötige Entweichgeschwindigkeiten zu erteilen. In diesem Bereich ist der Masseneinfang durch den Sekundärstern der effektivere Prozeß, wo bis zu 25% der Scheibenmasse transferiert werden und eine zweite Scheibe bilden.

- **Retrograde Kollision:** Beträchtliche Unterschiede zum obigen Fall liefern die retrograden Kollisionen. Passiert der Sekundärstern die Scheibe außerhalb, wird dieser nur noch wenig Material entrissen ($< 10\%$) und Masseneinfang durch den Sekundärstern tritt nicht mehr auf. Im Gegensatz zu prograden Kollisionen ist hier ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Massenverteilung und Periastrondistanz auszumachen. Je größer der Stoßparameter, desto weniger Material wird vom Sekundärstern eingefangen und desto mehr Material verbleibt am Primärstern. Am effizientesten ist die retrograde Kollision bei kleinsten Stoßparametern. Hier werden 70% der Scheibe abgerissen, wovon 35% eingefangen werden und 30% das System verlassen. Die verbleibenden 5% können durch indefinite Bindungsverhältnisse keinem der beiden Sterne zugeordnet werden.

5.3 Scheibe-Scheibe Kollisionen

Eine weitere Möglichkeit ist der Zusammenstoß zweier Sterne, wobei jeder von einer Akkretionsscheibe umgeben ist. Um den, selbst bei zweidimensionalen Simulationen, großen Parameterbereich einzuengen, sollen die Sterne und Scheiben jeweils die gleichen Massen besitzen. Durch diese Symmetrie lassen sich die Kollisionen auf zwei Fundamentalfälle zurückführen. In einem Fall sind die Drehimpulse der Scheiben parallel, im anderen antiparallele gerichtet.

5.3.1 Simulationsverlauf

Die Anfangsbedingung (in Abbildung 5.6 dargestellt) für die Scheiben-Scheiben Kollisionen ist identisch zu der für die Stern-Scheibe Kollision verwendeten, mit dem Unterschied, daß hier beide Sterne von einer Scheibe umgeben sind. Deren Rotationsrichtungen werden, nach obiger Überlegung, entweder parallel oder antiparallele gewählt. Wie im vorigen Beispiel, werden ebenfalls die Scheibenmassen variiert (1/10 und 1/100 der Sternmasse).

Wie bei der Beschreibung von Stern-Scheibe Kollisionen wird hier ein einzelner Fall herausgegriffen. Für den in Abbildung 5.7 gezeigten zeitlichen Verlauf wird eine Kollision verwendet bei der die Scheibenspins antiparallele sind (entgegensinnige Rotationsrichtung). Die Scheibenmassen betragen je 1/100 der Sternmasse und als

Periastrondistanz wird wieder $r_{peri} = 0.4 \cdot R_{Scheibe}$ ausgewählt. Für die Farbgebung gilt das in Abschnitt [5.2.1] erwähnte.

Ähnlich der Beschreibung von Stern-Scheibe Kollision werden die Scheiben erst beim Eindringen der Sterne in die Scheiben maßgeblich deformiert. Bei passieren des Periastrons bildet sich an der Scheibe, deren Spindrehimpuls die selbe Richtung wie der Orbitaldrehimpuls hat, wieder ein Gezeitenarm, der sich von der ursprünglichen Scheibe ablöst. Eine Fragmentierung des Materials wird durch die kleinere Scheibenmasse nicht beobachtet. Durch die Kollision werden die Scheiben wieder stark verkleinert und ähneln dabei den Restscheiben der Stern-Scheiben Kollisionen. Ob sich diese Ähnlichkeit auch in den Massenverteilungen ergibt, soll im Folgenden untersucht werden.

5.3.2 Massentransport

Gemäß dem in Kapitel [5.2.2] verwendeten Schema, werden auch hier die Massenverteilungen in Abhängigkeit der Periastrondistanz untersucht (siehe Abbildung 5.8). Vergleicht man die Verteilungen mit denen von Stern-Scheibe Kollisionen, fallen beträchtliche Gemeinsamkeiten auf.

- **Parallele Anordnung der Scheibenspins:** Hier ist der Massenanteil der an den Sternen verbleibt bei beiden Sternen identisch und ähnelt dem der programmierten Stern-Scheibe Kollision bei Periastrondistanzen > 5 Längeneinheiten. Bei engen Passagen weichen die Massenverteilungen der Scheibe-Scheiben Kollisionen von denen der Stern-Scheiben Zusammenstöße ab, da hier die Wechselwirkung der Scheiben untereinander eine immer größere Rolle spielt. Bei einer Periastrondistanz von 10 Längeneinheiten durchdringen sich die Scheiben nur zu etwa 50%, bei einem Abstand von 1 LE fast vollständig.
- **Antiparallele Anordnung der Scheibenspins:** Bei dieser Anordnung der Drehimpulse durchquert ein Stern eine Scheibe retrograd, der andere jedoch prograd. Die Abhängigkeit der am Stern verbleibenden Masse von der Periastrondistanz ist beim Sekundärstern identisch dem Verlauf für eine retrograde Stern-Scheibe Kollision. Eine Beeinflussung für Distanzen größer als der Scheibenradius tritt nicht mehr auf, wogegen die Scheibe des Primärsternes bei einem Periastron von 10 Längeneinheiten (Scheibenradius) bis auf 40% zerstört wird.

In beiden Fällen spielt die Scheibenmasse keine wesentliche Rolle. Geringfügige Unterschiede treten nur bei Distanzen < 3 Längeneinheiten auf, da hier die Wechselwirkung zwischen den Scheiben am stärksten ist. Tendenziell verbleibt bei schwereren Scheiben ein etwas größerer Anteil an den Sternen gebunden als bei

einer leichten Scheibe. Die Beeinflussung der Massenverteilungen durch die Eigengravitation des Scheibenmaterials ist bei Scheibenmassen $< 0.1 \cdot M_{\text{Stern}}$ demnach zu vernachlässigen, was eine prinzipielle Rückführung dieser Zusammenstöße auf äquivalente Stern-Scheiben Kollisionen erlaubt.

5.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden koplanare Stern-Scheibe und Scheiben-Scheiben Kollisionen untersucht, wobei das Periastron (kleinster Sternabstand) in einem weiten Bereich verändert wurde. Im Gegensatz zu früheren Simulationen anderer Autoren sind die Einflüsse der Scheibenmasse, beziehungsweise deren Eigengravitation, nicht vernachlässigt worden. Hydrodynamische Kräfte konnten aus Gründen langer Rechendauer bei dieser Parameterstudie nicht behandelt werden.

Bei den Zusammenstößen wurde eine massive Störung der zirkumstellaren Scheibe erwartet, die zu einer signifikanten Umverteilung der Scheibenmasse führen sollte, was sich auch bestätigt hat. Als besonders effektiv hat sich die prograde Kollision erwiesen, bei der das Periastron in der Mitte der Scheibe befand. In diesem Fall ist die Wechselwirkungszeit und somit der Energieübertrag auf die Scheibenteilchen maximal. Hier wird die Masse der Akkretionsscheibe bis auf 30% ihrer ursprünglichen Masse reduziert. Der größte Teil (50%) verläßt den Einflußbereich der Sterne als ungebundenes Gas. 10% der Scheibenmasse werden vom Sekundärstern eingefangen und bilden ebenfalls eine zweite zirkumstellare Scheibe.

Weniger Effizient haben sich im Mittel die retrograden Kollisionen erwiesen. Deren Einfluß nimmt mit steigender Periastrondistanz stark ab. Im Gegensatz zu den prograden Zusammenstößen beeinflussen diese die Akkretionsscheibe nur marginal, wenn sich das Periastron außerhalb der Scheibe befindet. Am wirksamsten sind hier die engen Kollisionen, welche die Scheibemasse um 70% reduzieren, jedoch einen kleineren Anteil (maximal 30%) in ungebundenes Gas überführen. Der Transfer von Masse auf den Sekundärstern ist bei retrograden und engen Kollisionen ($r_{\text{peri}} < 0.3 \cdot R_{\text{Scheibe}}$) mit über 20% am größten.

Unerwartet war der geringe Einfluß der Scheibenmasse auf die Massenverteilungen. Bei Stern-Scheibe Kollisionen wurde keine und bei Scheibe-Scheibe Kollisionen nur bei sehr engen Zusammenstößen ein geringe Beeinflussung festgestellt. Demnach weichen die hier erhaltenen Ergebnisse bei Stern-Scheibe Kollisionen nur unwesentlich von den Resultaten von Clarke & Pringle 1993 ab.

Der geringfügige Einfluß der Scheibenmasse trug wesentlich dazu bei, daß Scheiben-Scheiben Kollisionen auf entsprechende Stern-Scheibe Zusammenstöße zurückgeführt werden konnten. Bei antiparallelen Scheibenspins wird eine Scheibe retrograd, die andere aber prograd durchquert. Parallelе Scheibenspins führen je nach Orientierung des Sterndrehimpulses entweder zu rein prograden oder rein retrograden Passagen.

Die in diesem Kapitel behandelten Zusammenstöße von Sternen mit zirkumstellaren Scheiben sind hauptsächlich im Kontext zu Arbeiten von Durisen und Sterzik zu sehen. Diese Simulationen von Sterntrajektorien in dichten Clustern zeigen, daß es im Laufe weniger dynamischen Zeiteinheiten zu nahen Begegnungen der Sterne kommen kann. Bei besonders engen Passagen kann dies zur Ejektion eines Sternes aus dem Verband führen. Nach diesen Rechnungen sollte um ein Sternentstehungsgebiet eine Halo-Population von jungen Sternen existieren, deren Eigenbewegungen mit dem Sternhaufen korreliert sein müssen (siehe bei Neuhäuser et al. 1996). Durch die, für eine Ejektion notwendigen, nahen Sternbegegnungen, werden nach den hier durchgeföhrten Rechnungen, vorhandenen Akkretionsscheiben größtenteils zerstört. Sollte eine, ein Sternentstehungsgebiet umgebene Halopopulation junger Sterne, teilweise durch ein Ejektionsszenario entstanden sein, muß dort der Anteil an Weak-line T Tauri Sternen erhöht sein.

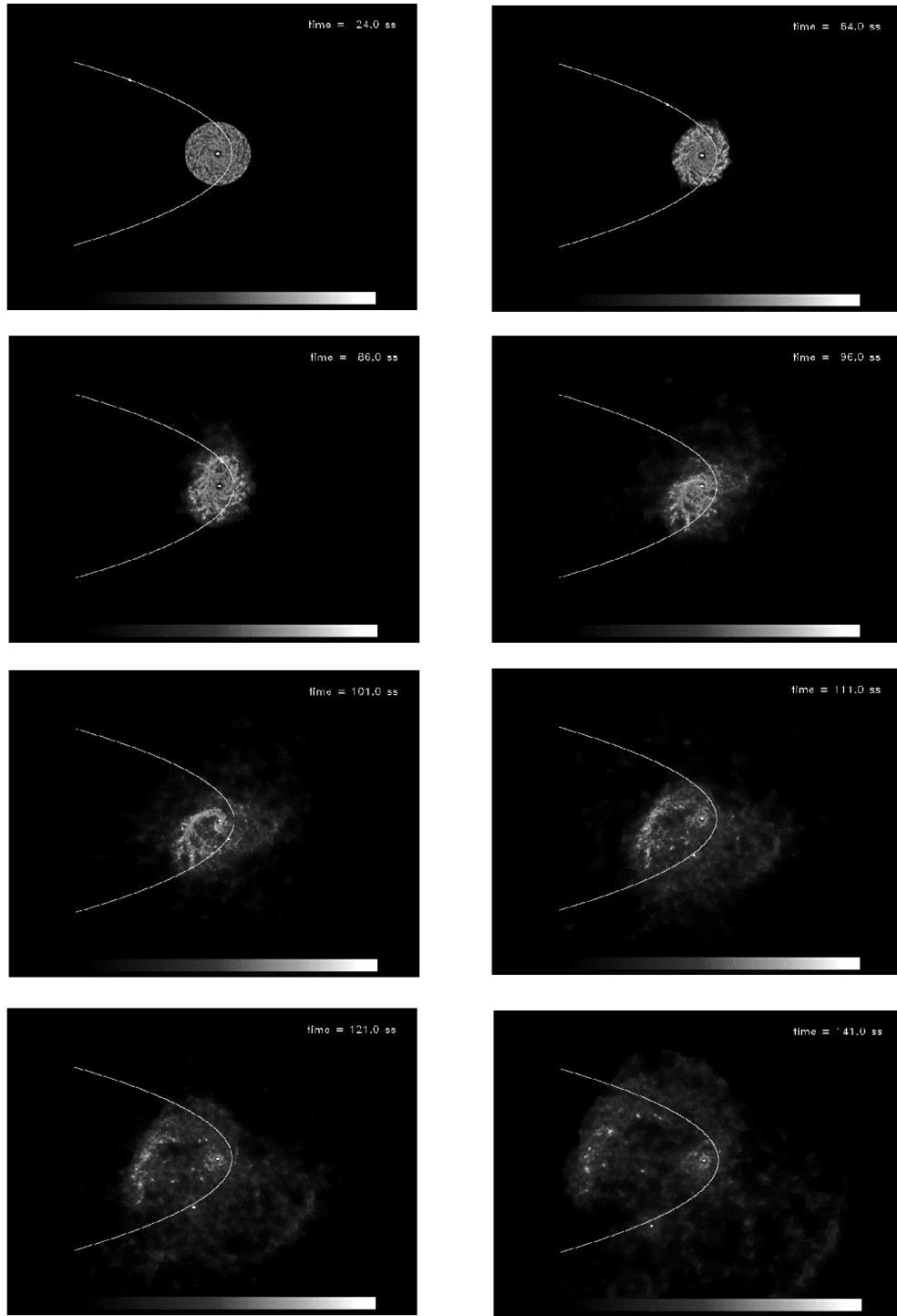


Abbildung 5.3: Dichtecodierte Darstellung einer prograden Kollision zwischen Stern und Scheibe. Das Periastron beträgt $0.4 \cdot R_{Scheibe}$.

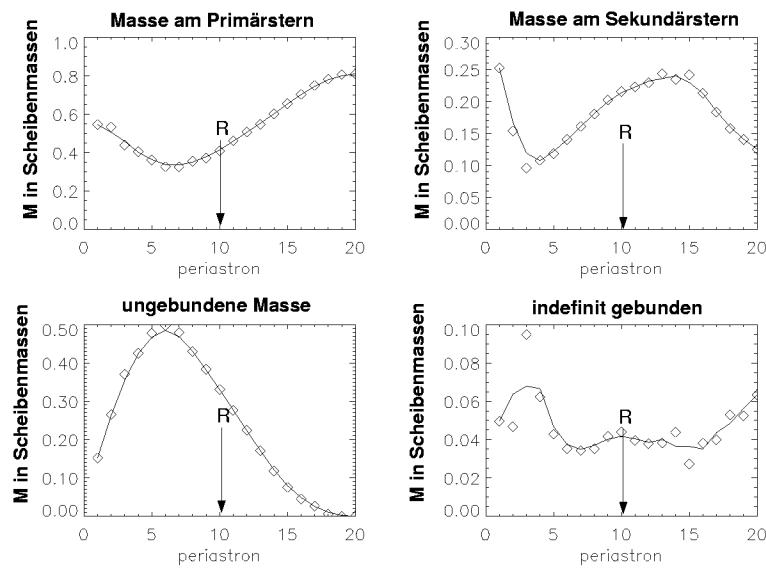


Abbildung 5.4: Umverteilung der Scheibenmasse nach einer prograden Stern-Scheibe Kollision.

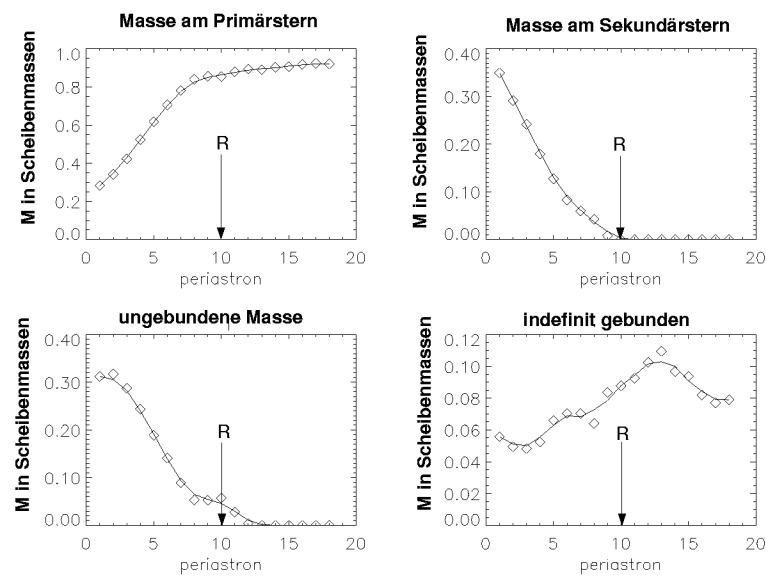


Abbildung 5.5: Umverteilung der Scheibenmasse nach einer retrograden Stern-Scheibe Kollision.

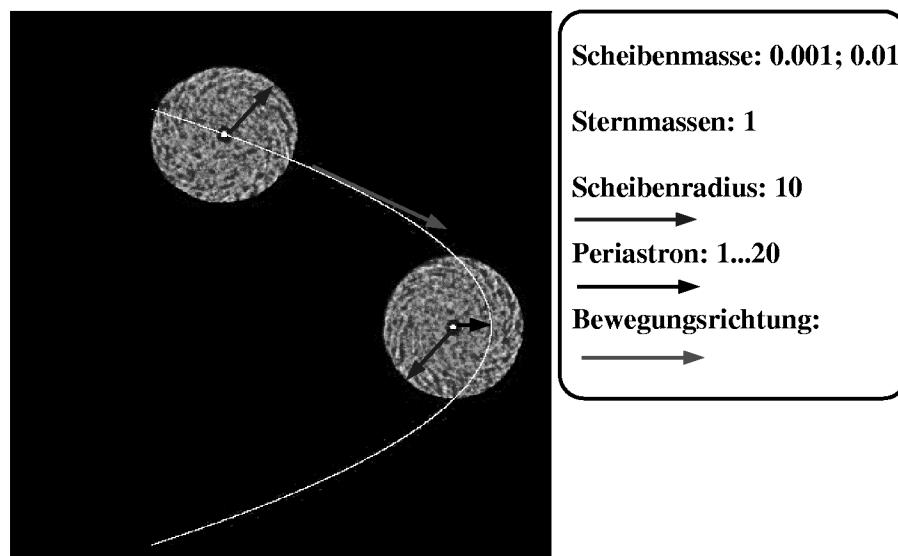


Abbildung 5.6: Darstellung der Anfangsbedingung für Scheiben-Scheiben Kollisionen.

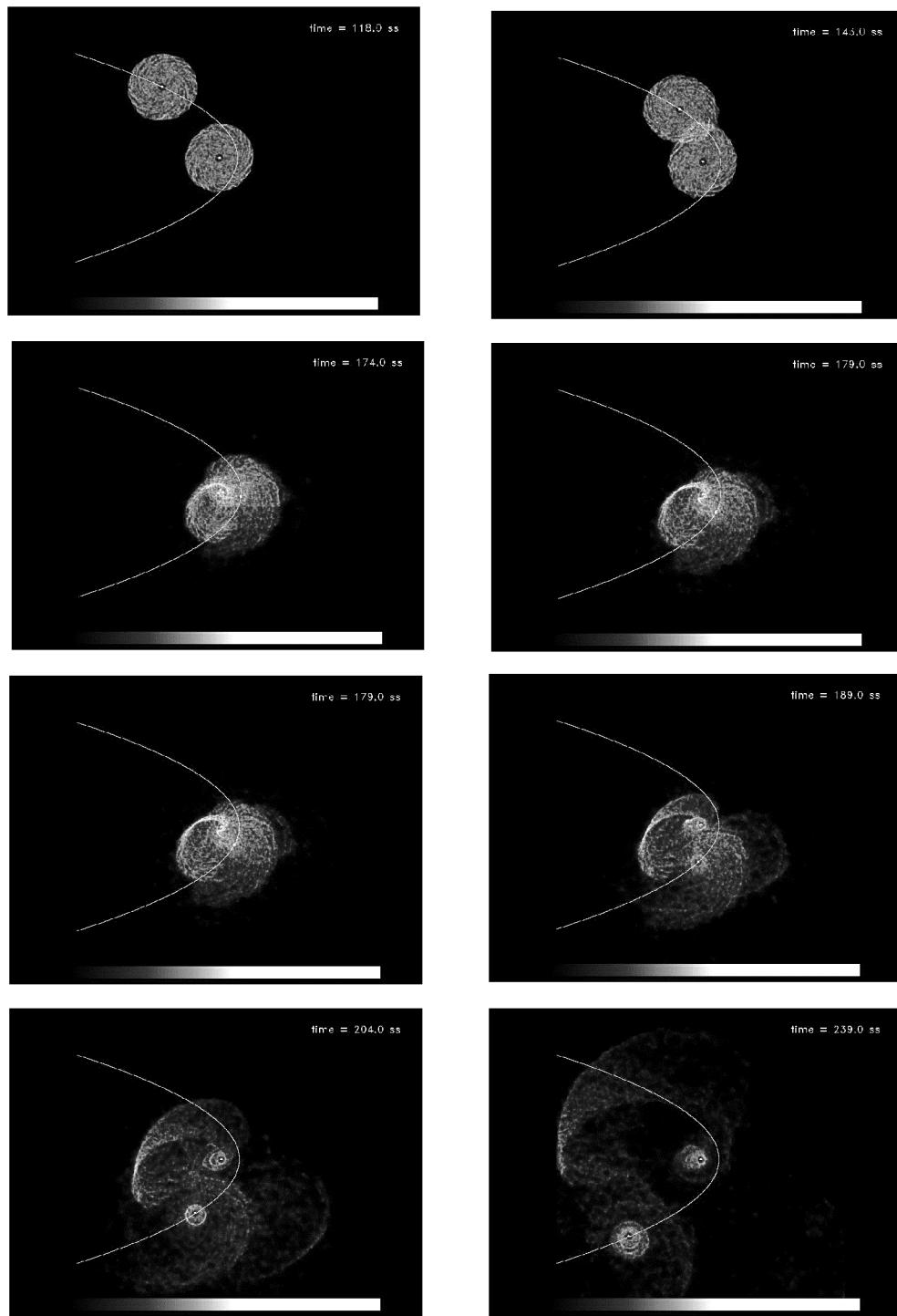


Abbildung 5.7: Dichtecodierte Darstellung einer Kollision zwischen zwei Sternen mit Akkretionsscheiben, wobei die Drehimpulse der Scheiben parallel sind. Das Periastron beträgt $0.4 \cdot R_{\text{Scheibe}}$.

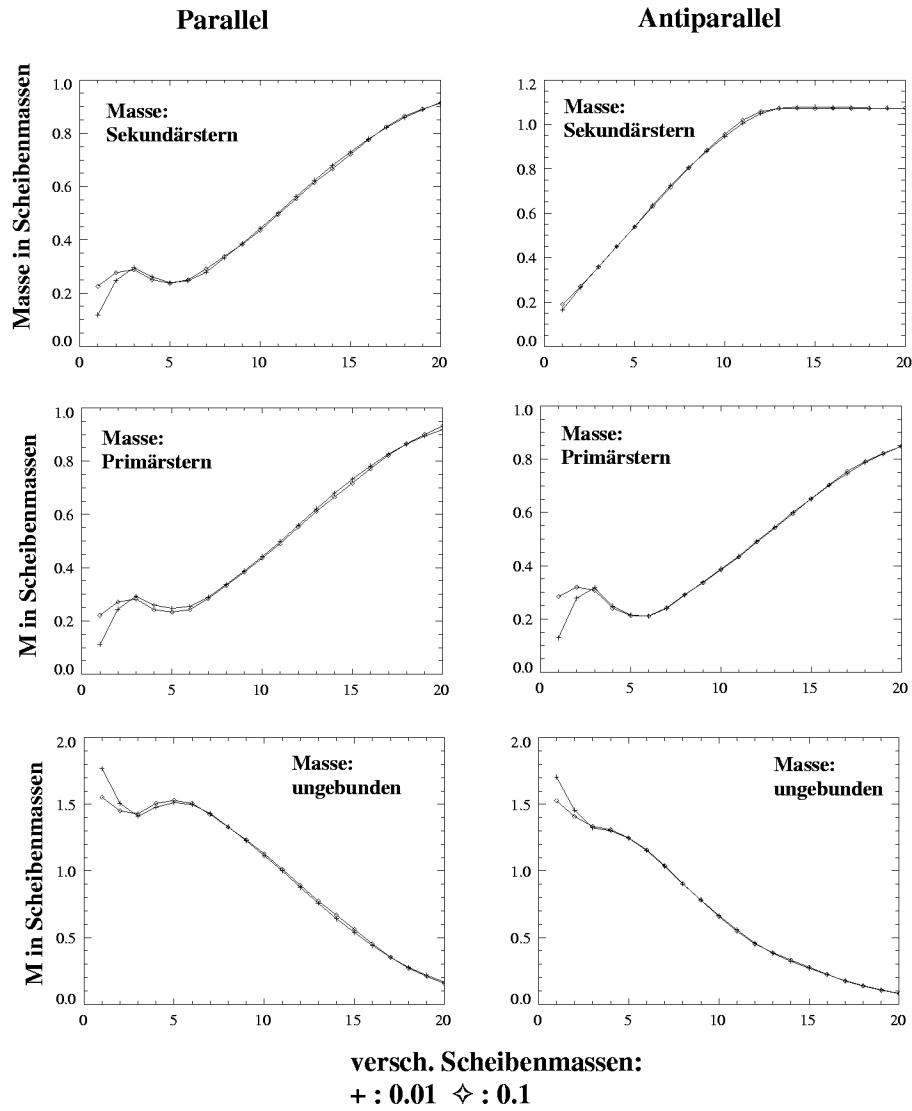


Abbildung 5.8: Umverteilung der Scheibenmasse nach einer Scheibe-Scheibe Kollision. Oben: Vom Sekundärstern eingefangener Anteil. Mitte: Am Primärstern verbleibender Massenanteil. Unten: Anteil der durch die Kollision ungebundene Materie.

Kapitel 6

Hydrodynamische Simulationen

Beobachtungen von Sternentstehungsgebieten wie etwa Taurus oder Chamaeleon, bestätigen die Annahme, daß junge Sterne niedriger Masse (speziell sind hier T Tauri Sterne zu erwähnen) besonders häufig in Gruppen oder Clustern vorkommen. Signifikant ist dabei das Auftreten von Doppelsternsystemen. Vergleicht man die Doppelsternhäufigkeit von Vor-Hauptreihen Sternen mit der von Hauptreihensternen (Mathieu 1994) in Abhängigkeit von den großen Halbachsen der betrachteten Doppelsterne (siehe Abbildung 6.1), stellt man bei den Vorhauptreihensternen eine andere Verteilung als bei Hauptreihensternen fest. Erstere treten im Gegensatz zu den Hauptreihensternen gehäuft in einem Bereich zwischen 10 und 1000 AU auf, wogegen die Verteilung „älterer“ Doppelsterne einen breiteren Bereich der Hauptachsen einnimmt. Dieser Unterschied in den Verteilungen kann auf die in den jungen Sternhaufen ablaufenden dynamischen Prozesse zurückgeführt werden. Besonders effektiv haben sich die in diesen engen Haufen ablaufende Streuprozesse der Sterne erwiesen. Numerische Simulationen von gebundenen Mehrkörpersystemen (Sterzik & Durisen, 1998) zeigten, daß solche Systeme instabil sind und in gebundene Untergruppen zerfallen. Bei diesen Stoßprozessen können sich die Sterne bis auf wenige AU nähern und dabei aus der Sterngruppe herausgeschleudert werden.

Geht man davon aus, daß ein Großteil dieser jungen Sterne von Akkretionsscheiben umgeben sind (Beckwith & Sargent 1996) und vermehrt in multiplen Systemen vorkommen, muß eine gegenseitige Beeinflussung angenommen werden. Schätzungen der Scheibenhäufigkeit reichen von 70% in jungen Sternclustern (Carpenter & Meyer 1997) bis zu 50% in der Taurus Dunkelwolke (Kenyon & Hartmann 1995). Hier stellt sich die Frage nach der Stabilität dieser Scheiben in Doppelsternsystemen. Dabei können in engen Doppelsternsystemen oder Systemen mit hoher Bahnenexzentrizität die Scheiben vollständig zerstört werden. Möglich ist aber auch nur die teilweise Zerstörung, welche eine Gasscheibe niedriger Masse hinterläßt. Diese Vermutung gewinnt an Bedeutung, betrachtet man die Verteilung sogenannter Weak-line T Tauri Sterne (wTTs) in Sternentstehungsgebieten (Alcala et al. 1996).

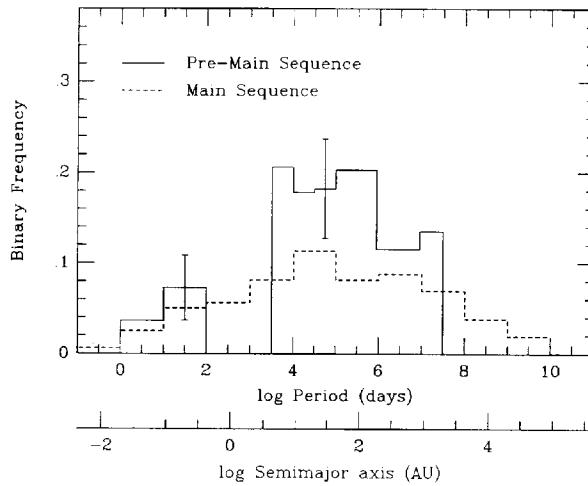


Abbildung 6.1: Verteilung der großen Hauptachsen bei Haupt- und Vorhauptreihen Sternen, aus Mathieu 1994

Sie weisen einen erheblich geringeren Anteil an Infrarotemissionen auf als T Tauri Sterne, was auf einen geringeren zirkumstellaren Massenanteil hindeutet. Dieses Defizit an zirkumstellarer Materie könnte auf die oben beschriebenen Einflüsse eines zweiten in geringer Distanz befindlichen Sternes zurückgeführt werden. Für die Reduzierung der um T Tauri Sternen auftretenden Akkretionsscheiben werden jedoch auch magnetische Effekte zwischen Stern und Scheibeninnenrand herangezogen (Armitage & Clarke, 1997).

Simulationen von Akkretionsscheiben in Doppelsternsystemen sind ein gängiges Mittel, um Prozesse in kataklysmischen Veränderlichen deutlich zu machen. Das hier verwendete numerische Verfahren wurde erfolgreich eingesetzt, um Leuchtkurven von Nova-Ausbrüchen zu berechnen (Kunze 1997). Die Einflüsse eines weit entfernten Begleitsternes auf eine Akkretionsscheibe wurden von Larwood et al. 1996 untersucht. Veränderungen in der Struktur zirkumbinärer Akkretionsscheiben, bei denen die Akkretionsscheibe außerhalb des Doppelsternes lokalisiert ist, konnten von Artymowicz & Lubow (1996) erfolgreich berechnet werden. Diese Rechnungen unterscheiden sich von denen hier vorgestellten dadurch, daß die Begleitsterne die Akkretionsscheibe nicht durchdringen, diese also nicht vollständig zerstören können. Kollisionsrechnungen zwischen Sternen und Gasscheiben, wie etwa von Watkins et al. (1998) und Lin et al. (1998) beziehen sich auf einmalige Zusammenstöße, bei denen sich die Sterne auf parabolischen beziehungsweise hyperbolischen Bahnen bewegen.

In diesem Kapitel wird der entwickelte hydrodynamische Code auf ein konkretes

Sternsystem angewendet. Dabei soll es sich um ein Doppelsternsystem handeln, wobei ein Stern von einer Akkretionsscheibe umgeben sein soll. Das Periastron wird so gewählt, daß es sich innerhalb der Gas scheibe befinden soll. Hierbei erwartet man eine signifikante und möglicherweise beobachtbare Umverteilung des zirkumstellaren Materials, welche sich in der Leuchtkraft des entsprechenden Systems wiederspiegeln muß. Zusätzlich werden noch die Akkretionsraten der jeweiligen Sterne betrachtet, die beim Durchgang durch die Gas scheibe ansteigen müssen. Des Weiteren soll die Simulationsdauer mehrere Orbitalperioden des Doppelsternes umfassen, um die weitere Entwicklung und Restrukturierung des ursprünglichen Scheibenmaterials zu verfolgen.

6.1 Motivation: Das Sternsystem HD98800

Von besonderem Interesse ist in diesem Zusammenhang das Sternsystem HD98800. Es handelt sich um ein hierarchisches Vierfachsternsystem, wobei je zwei Sterne ein spektroskopisches Doppelsternsystem bilden. Diese spektroskopischen Doppelsterne (A+B) bilden wiederum ein Doppelsystem mit einer geschätzten Exzentrizität von etwa $\epsilon \approx 0.993$ und einer Umlaufdauer von mehr als $T > 10^5$ Jahren (Torres et al. 1995 sowie Soderblom et al. 1996). Diese Werte lassen auf ein stark elliptisches System schließen, welches sich bei einer projizierten Entfernung der visuellen Komponenten von etwa 20 AU (Zuckermann & Becklin 1993) kurz vor dem Periastron befinden muß.

Das System gehört der Spektralklasse K an (Upgren et al. 1972; Fekel & Bopp 1993) und fällt mit einem Alter von etwa 10 Myr in die Kategorie der Post T Tauri Sterne. Untypisch für diese Spektralklasse ist jedoch der unerwartet hohe Anteil an Infrarotstrahlung in Wellenlängen von 10...100 μm . Zuckermann & Becklin (1993) schätzen, daß etwa 10% der Gesamtleuchtkraft in diesem Wellenlängenbereich abgestrahlt wird, was einen hohen zirkumstellaren Massenanteil erfordert. Garcia-Lario et al. (1990) errechneten für eine hypothetisch angenommene Staubscheibe einen Außenradius von etwa 300 AU und einen inneren Rand von 2 AU, die um einen oder beide spektroskopische Doppelsterne lokalisiert sein muß. Die Annahme, daß die Staubscheibe das ganze Vierfachsystem umgibt, scheidet aus, da die Materie dann zu kühl wäre, um den gemessenen Infrarotexzeß zu erklären, der durch eine Schwarzkörpertemperatur von $T = 160$ K charakterisiert werden kann. Soderblom et al. (1998) schließen aus dem höheren Rotanteil im Spektrum der B-Komponente des Systems dort die hypothetische Scheibe.

Die Orbitalelemente des Systems und die geforderte Lage der Staubscheibe zwingt zu der Annahme, daß sich das Periastron der visuellen Doppelsternkomponenten innerhalb der Scheibe befindet. Eine auf längere Zeit stabile Staubscheibe erscheint unter diesen Bedingungen ebenso fragwürdig, wie eine geometrisch dünne Scheibe,

Tabelle 6.1: Eigenschaften der Akkretionsscheibe

Außenradius	200 AU
Innenradius	10 AU
Masse	$0.05 M_{\odot}$
Rotation	$\Omega \propto r^{-3/2}$
Zustandsgleichung	Polytrop ($\gamma = 5/3$)
Temperatur	$T(r = 10 \text{ AU}) = 30 \text{ K}$

Tabelle 6.2: Bahnelemente des Doppelsternes

Große Halbachse	520 AU
Exzentrizität	0.835
Periode	8000 Jahre
Periastron	50 AU

wie sie vielen spektroskopischen Modellen zugrunde gelegt wird.

Um auf dieses Problem einzugehen, werden die in diesem Kapitel vorgestellten Simulationen durchgeführt. Die Anfangsbedingungen werden jedoch nur an das System HD98800 angelehnt, da eine Simulation mit identischen Werten für die Orbitalelemente eine enorm lange Simulationsdauer erfordert. Gleichfalls werden die spektroskopischen Doppelsterne zu je einem Einzelstern zusammengefaßt.

6.2 Anfangsbedingungen

Zur dreidimensionalen Simulation einer Akkretionsscheibe in einem Doppelsternsystems hoher Exzentrizität wird um einen Stern (Primärstern) eine der in Kapitel [4] berechneten viskosen und eigengravitativen Scheiben initialisiert. Hierbei gelten folgende Parameter:

Der zweite Stern (Sekundärstern) befindet sich am Anfang der Simulation in einer Entfernung von 1000 AU im Apastron. Dabei wird diesem eine Geschwindigkeit erteilt, die zu folgenden Parametern des Doppelsternes führt:

Die Masse der Sterne beträgt je $1 M_{\odot}$.

Für die Simulationen werden drei verschiedene Inklinationen zwischen Orbitalebene des Doppelsternes und der Scheibenebene gewählt $\iota = 10, 90$ und 170 Grad. Im ersten Fall, ist im Gegensatz zum dritten Fall die Drehrichtung der Akkretionscheibe gleichsinnig zur Orbitalbewegung des Doppelsternes (prograd). Der zweite

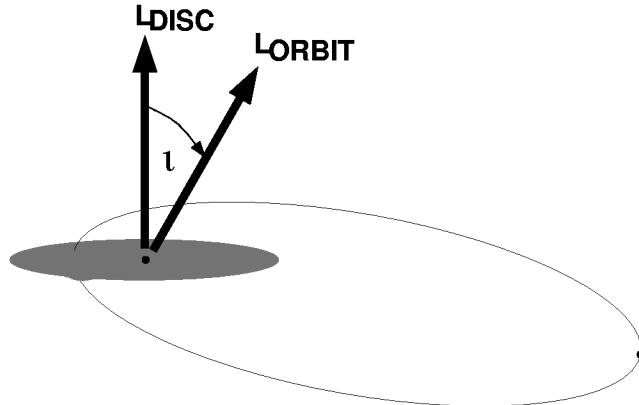


Abbildung 6.2: Darstellung der verwendeten Anfangsbedingung für die Simulation eines Doppelsternsystems mit einer Akkretionsscheibe um den Primärstern

Fall stellt einen senkrechten Zusammenstoß dar. Abbildung 6.2 verdeutlicht die Geometrie des Anfangszustandes.

Wie auch bei der Simulation isolierter Akkretionsscheiben in Kapitel [4] sollen die Sterne zirkumstellares Material innerhalb einer Entfernung von < 8 AU akkretieren und nur gravitativ mit dem umgebenem Gas wechselwirken. Für das Gas wird eine polytrope Zustandsgleichung angenommen, wie sie auch bei den Akkretionsscheiben verwendet wurde.

Bei diesen Simulationen spielen die thermodynamischen Verhältnisse nur eine untergeordnete Rolle, da die Dynamik des Gases während der Kollision im wesentlichen durch die Gravitation der Sterne beeinflußt wird. Bei der erwarteten Umverteilung des Materials spielt die Zustandsgleichung nur für Bereiche eine Rolle, welche nicht mehr maßgeblich durch die Gravitation des Doppelsternes beeinflußt werden (zum Beispiel Gas, das durch die Kollision das Sternsystem verläßt). Dabei rechtfertigen, die in diesen Bereichen vergleichsweise langsam ablaufenden Prozesse die Annahme adiabatischer Zustandsänderungen.

6.3 Beschreibung der Simulationen

In diesem Abschnitt wird die Entwicklung der Massenverteilung beschrieben, eine genauere Analyse schließt sich in den folgenden Kapiteln an. Die Darstellung unregelmäßiger dreidimensionaler Verteilungen kann sehr unübersichtlich werden, weshalb die SPH-Teilchen in die x - y und y - z Ebene projiziert werden. Alle dargestellten Sequenzen zeigen nur den ersten Periastrondurchgang, da bei den weiteren die Teilchenverteilung sehr stark ausgedünnt wird und eine räumliche Darstellung nicht mehr instruktiv ist. Die Sterne werden als Punkte dargestellt, wobei der Primärstern

rot und der Sekundärstern blau eingefärbt ist. Die Ansichten sind so gewählt, daß die Rotationsrichtung der Akkretionsscheiben im mathematisch positiven Sinn erfolgt.

6.3.1 Der Fall: $\iota = 10^\circ$

Abbildung 6.5 zeigt die Entwicklung der Massenverteilung für die erste Periastronpassage. Durch das Potential des Sekundärsterns wird die Bildung von spiralförmigen Instabilitäten induziert, was im nichtlinearen Bereich zur Entstehung und Ablösung eines Gezeitenarmes führt. Dieser wird teilweise vom Sekundärstern eingefangen, um sich in einer scheibenförmigen Struktur um diesen anzutauen. Der andere Teil bewegt sich weitgehend ungestört weiter, um unter der Wirkung der Eigengravitation in ein Objekt niedriger Masse zu fragmentieren. Am Primärstern verbleibt nur ein kleiner Rest der ursprünglichen Akkretionsscheibe, welche in einen Bereich von 50 AU um den Stern konzentriert ist. Die vom Sekundärstern eingefangene Masse verteilt sich innerhalb eines Radius von 100 AU, die in gleicher Richtung wie die ursprüngliche Akkretionsscheibe um den Stern rotiert.

6.3.2 Der Fall: $\iota = 90^\circ$

Die Sequenz 6.6 und 6.7 verdeutlicht die senkrechte Kollision des Sekundärsterns mit der Akkretionsscheibe. Im Gegensatz zur vorangegangenen Simulation bleibt die Scheibe bis kurz vor dem Durchdringen weitgehend ungestört. Ein Auftreten von spiralförmigen Instabilitäten durch den Sekundärstern ist hier nicht zu erkennen. Jedoch erscheint stattdessen, zwischen $T = 1000$ und $T = 3000$ Jahren eine transiente ringförmige Struktur, deren genaue Ursache nicht bekannt ist. Vermutet wird jedoch, daß aufgrund des Sekundärsterns das Druckgleichgewicht der Akkretionsscheibe gestört wird und dadurch eine Dichtewelle angeregt wird. Diese ist aufgrund der Sternanordnung (senkrechter Stoß) nahezu radialsymmetrisch. Für die Stöße unter $\iota = 10^\circ$ und $\iota = 170^\circ$ gehen die Dichtestörungen in $m = 1, 2, 3$ und 4 Spiralwellen über.

Wie auch in den anderen Fällen wird die Scheibe beim Durchgang des Sekundärsterns massiv gestört und ein wesentlicher Teil der Scheibe wird in Form eines Gezeitenarmes abgestoßen. Auffällig dabei ist, daß im Gegensatz zu $\iota = 10^\circ$ der Anteil an Masse zwischen den Sternen höher und fast vollständig unstrukturiert ist. Nach $T = 6830$ Jahren befindet sich um die Sterne zirkumstellares Gas, ist aber nicht mehr in einer Ebene konzentriert, sondern bildet flache Halos. Eine Fragmentierung in individuelle Objekte findet hier nicht statt, was auf eine hohe Geschwindigkeitsdispersion des Gases schließen läßt.

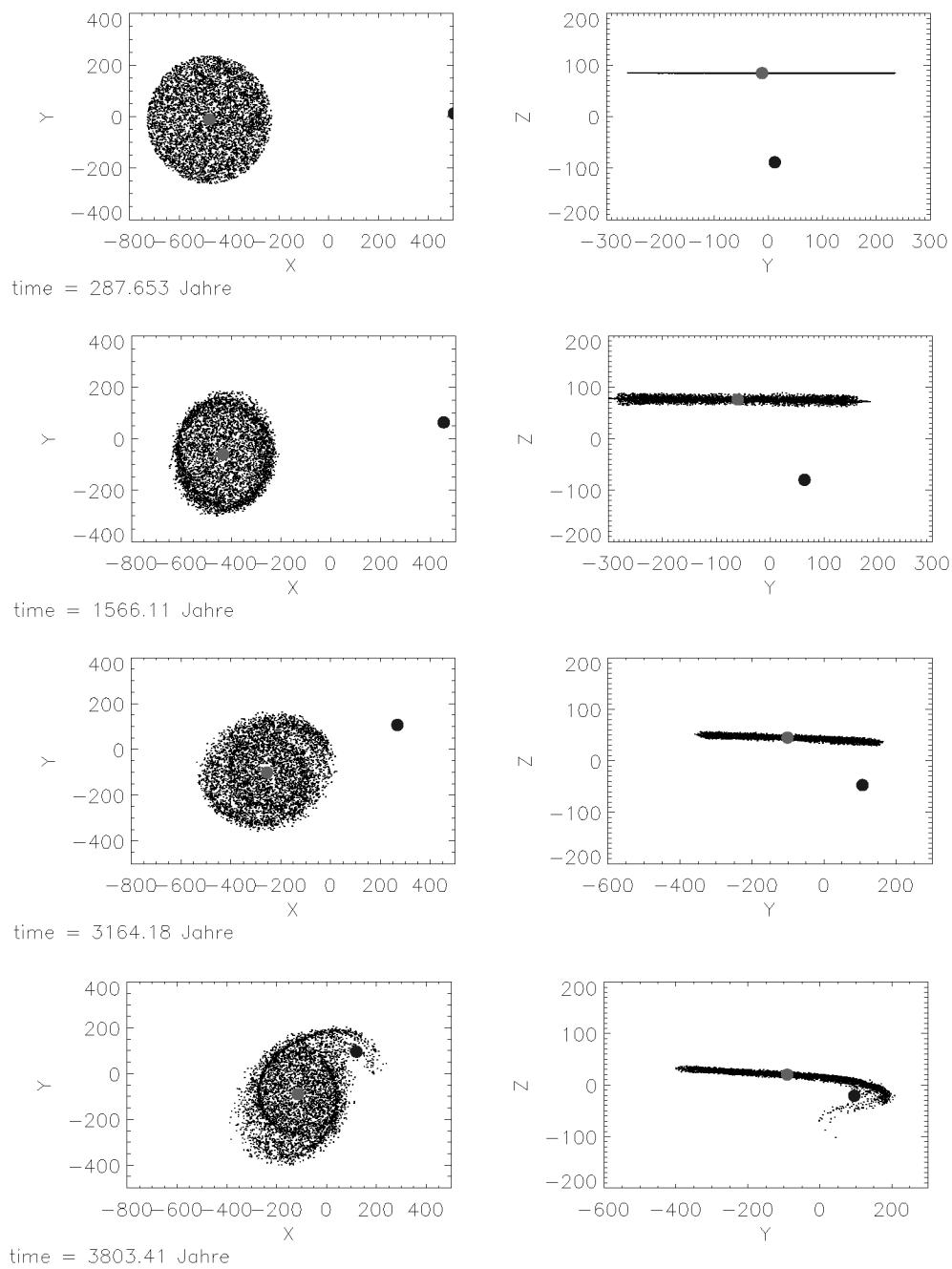


Abbildung 6.3: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inklination von $\iota = 10^\circ$ (1. Teil).

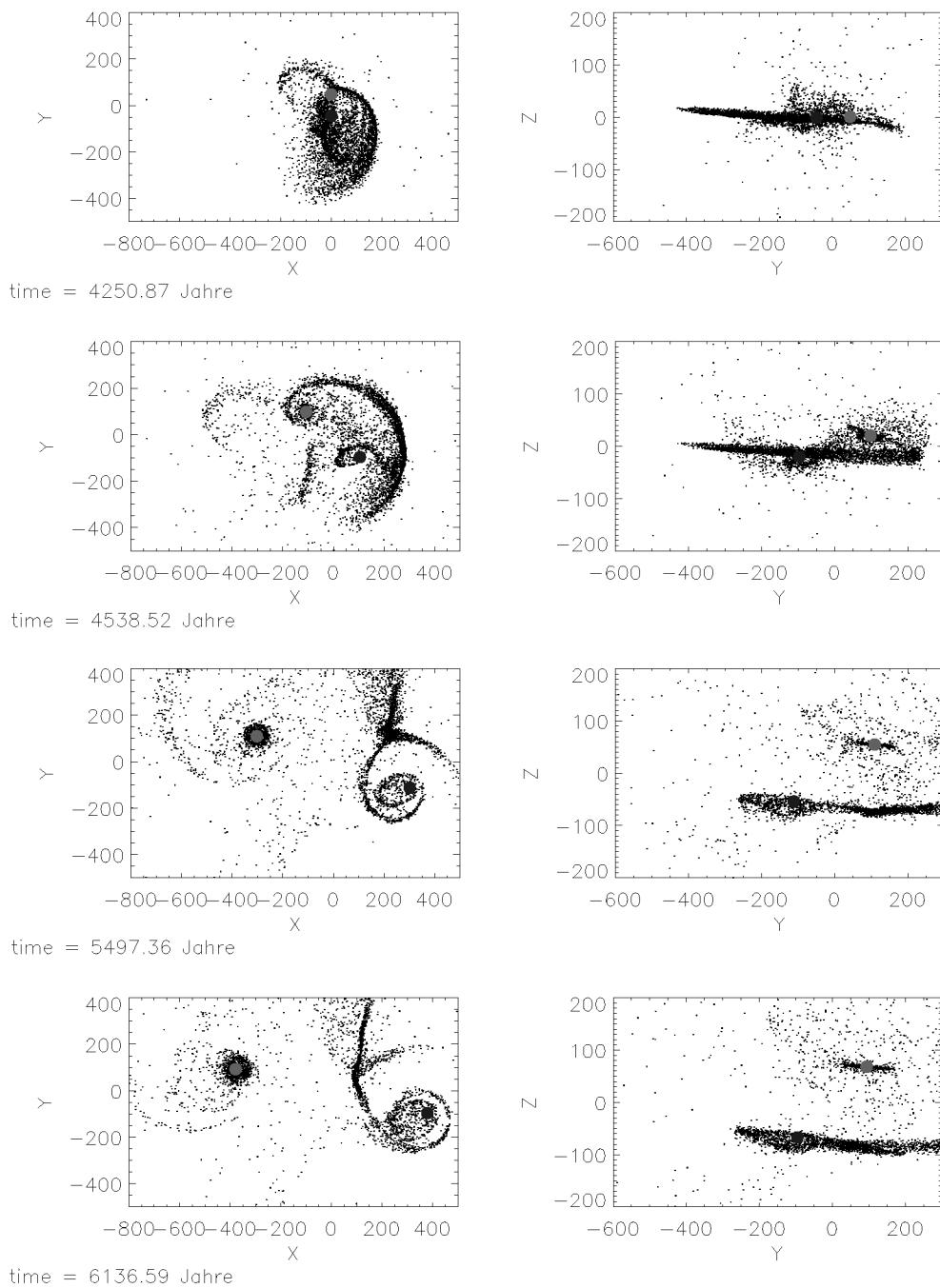


Abbildung 6.4: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inkklination von $\iota = 10^\circ$ (2. Teil).

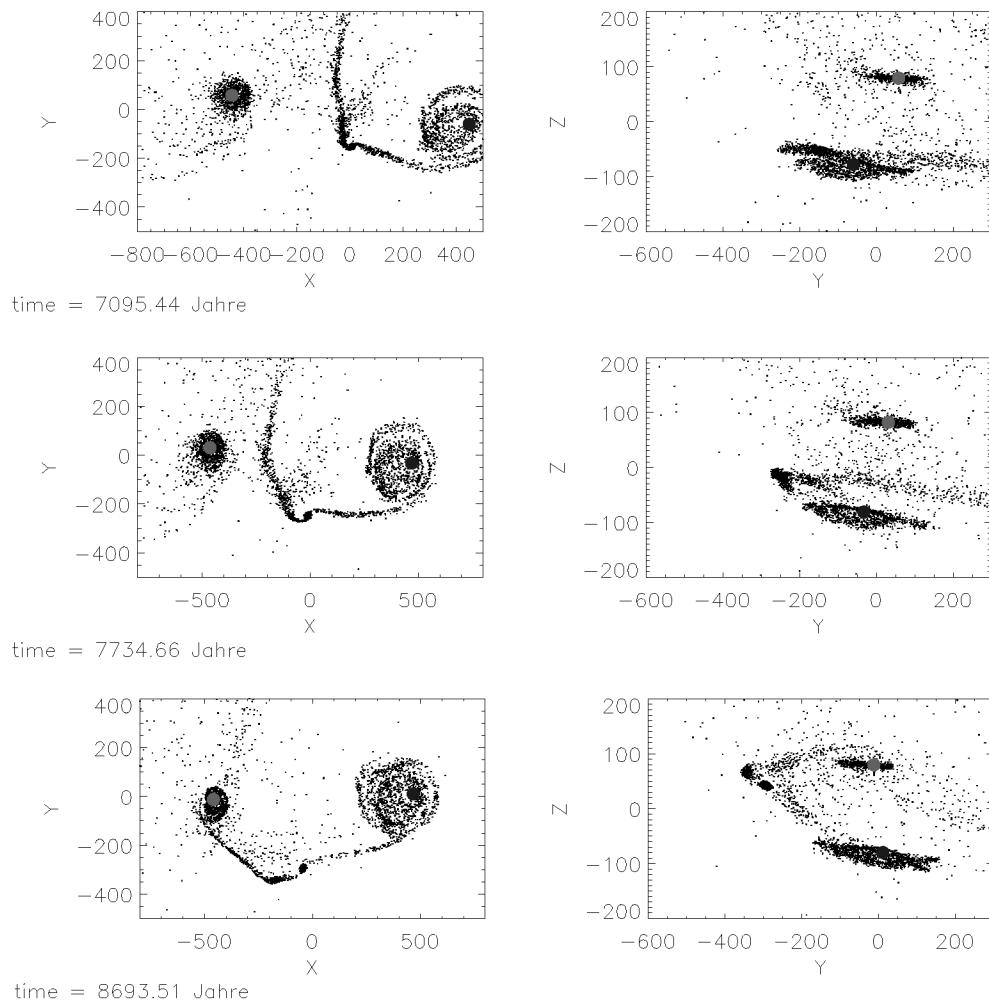


Abbildung 6.5: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inklination von $\iota = 10^\circ$ (3. Teil).

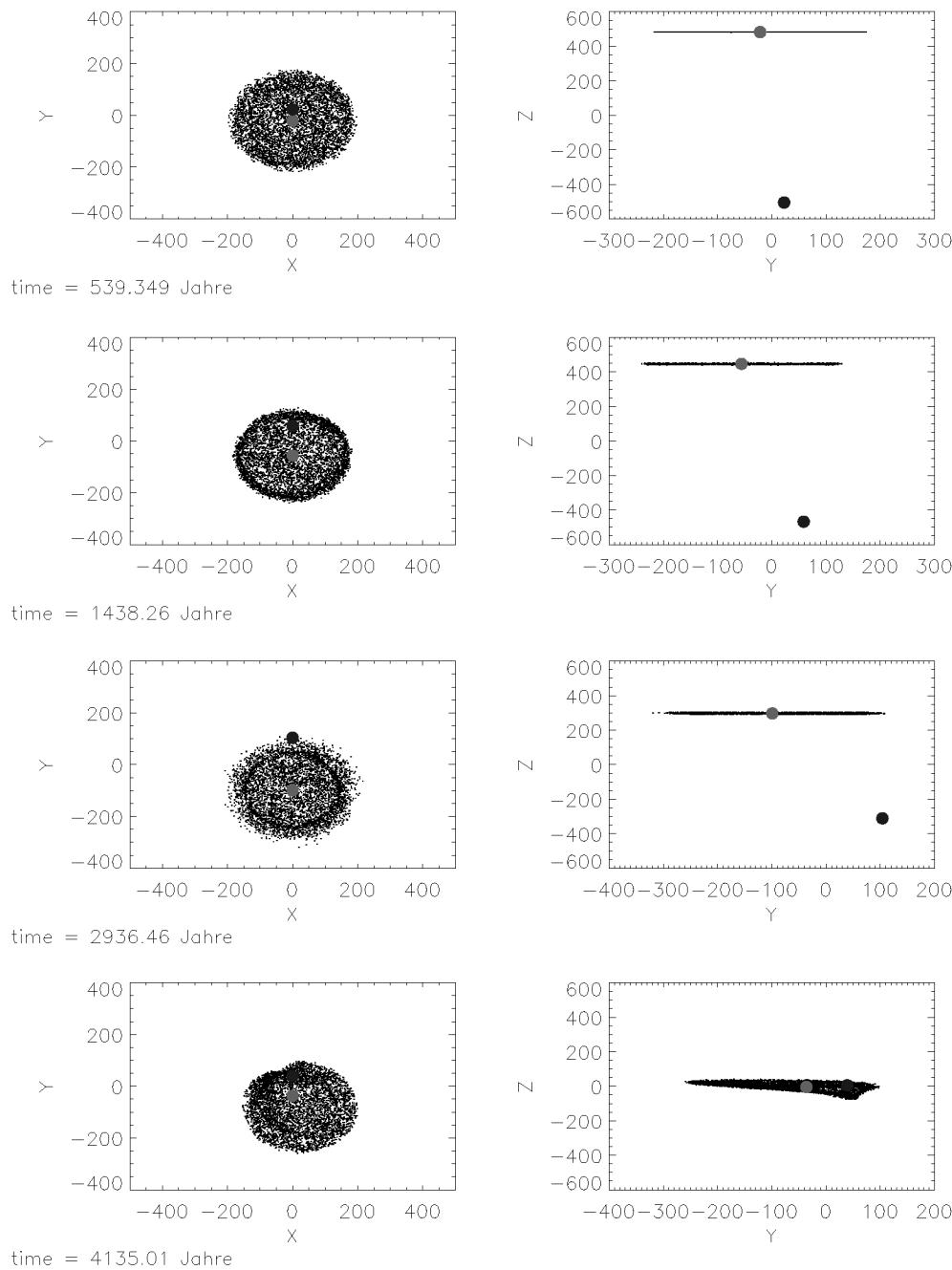


Abbildung 6.6: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inkarnation von $\iota = 90^\circ$ (1. Teil).

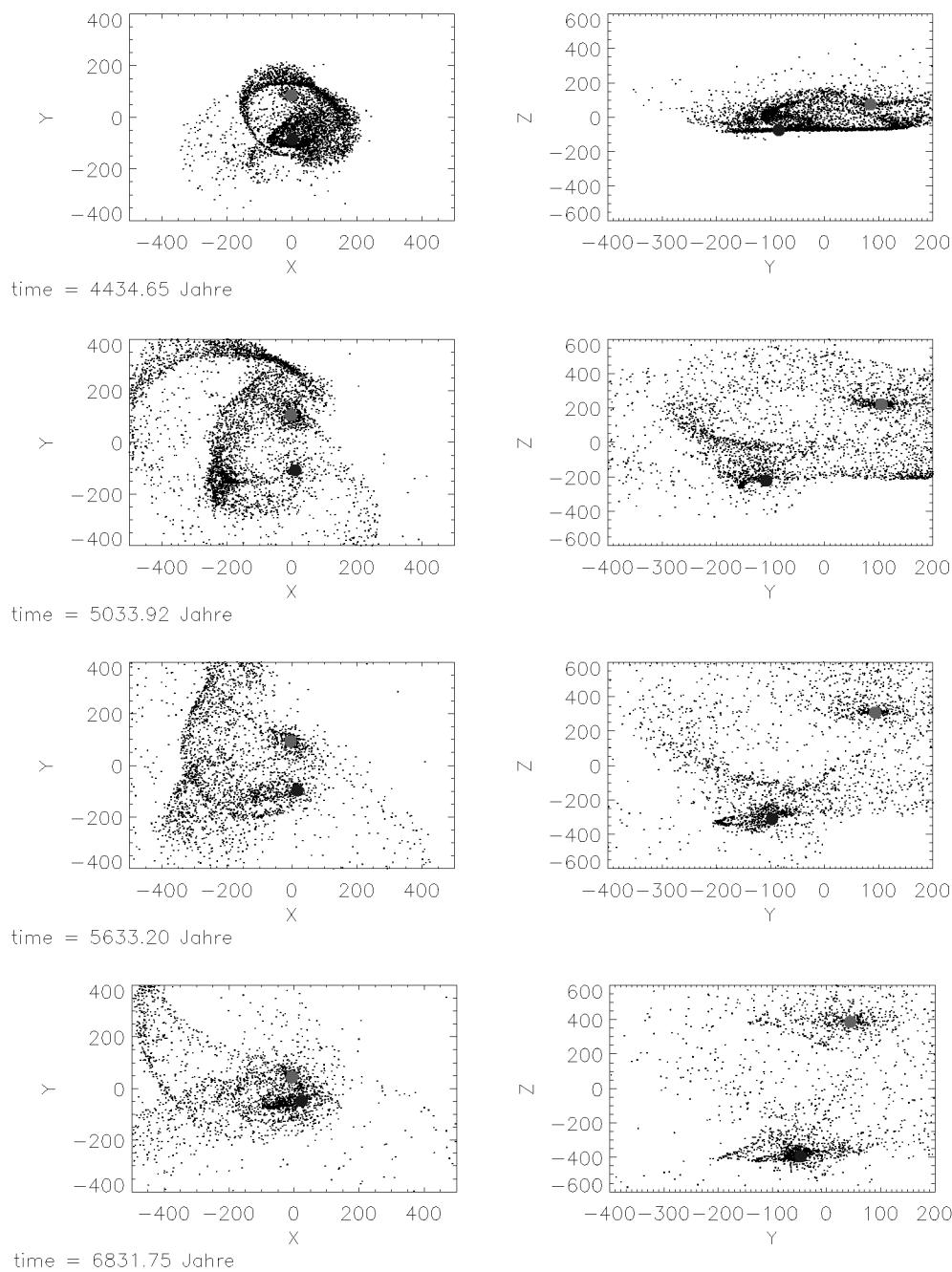


Abbildung 6.7: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inkarnation von $\iota = 90^\circ$ (2. Teil)

6.3.3 Der Fall: $\iota = 170^\circ$

In dieser Simulation findet der Zusammenstoß in retrograder Richtung statt (Abbildung 6.8 und 6.9). Bei Annäherung des Sekundärsternes tritt ebenfalls eine ringförmige Störung auf ($T = 2900$ Jahre), die sich bei genauerer Betrachtung allerdings als einarmige Spirale herausstellt. Bei der Kollision wird fast das gesamte Scheibenmaterial in Form eines stark aufgefächerten Gezeitenarmes vom Primärstern abgerissen. Dabei ordnet sich ein Teil des Restmaterial zwischen den Sternen an ($T = 5033$ Jahre), um sukzessive scheibenartige Strukturen um beide Sterne zu bilden ($T = 5633$ Jahre). Diese sind jedoch sehr diffus und auf kleine Radien beschränkt. Das Material um den Primärstern verteilt sich auf einen Durchmesser von < 20 AU. Unwesentlich größer, mit einem Radius von ≈ 50 AU, ist die um den Sekundärstern entstandene Scheibe.

Wie im Fall $\iota = 90^\circ$ wird durch eine hohe Geschwindigkeitsdispersion das Entstehen von Fragmenten unterdrückt.

6.4 Akkretionsraten

Bei einer Kollision eines Sternes mit einem Stern-Scheibensystem muß davon ausgegangen werden, daß die Umverteilung der Scheibenmaterie auch zu einem Anstieg der Akkretionsraten der einzelnen Sterne führt. Zum einen wird die Akkretionsscheibe durch die starken Gezeitenkräfte soweit deformiert, daß es zu einer Störung des Geschwindigkeitsfeldes des Gases am Innenrand der Akkretionsscheibe kommt, die eine Erhöhung der Gasakkretion bedingt (induzierte Akkretion). Zum Anderen erfolgt Gasakkretion auf den Sekundärstern, wenn dieser die Scheibe des Primärsternes durchquert (Bondy-Hoyle Akkretion). Dabei wird sich eine Abhängigkeit der Massenakkretion von der Inklinierung der Kollision ergeben müssen. Abbildung 6.10 zeigt die Massenzunahme der einzelnen Sterne für die verschiedenen Inklinationen.

In allen drei Fällen ist die Akkretionsrate auf den Primärstern bis zur Kollision bei $T = 4.5 \cdot 10^3$ Jahren konstant und entspricht der Rate der entsprechenden Gleichgewichtsscheibe ($M \approx 1.3 \cdot 10^{-7} M_\odot/yr$). Die Akkretion auf den Sekundärstern beginnt schon bei $T = 3.0 \cdot 10^3$ Jahren, da Außenbereiche der Gasscheibe schon im Einflußbereich des Sekundärsternes sind, während der Innenbereich noch weitgehend ungestört ist.

Betrachtet man die Kollision für die Inklination von $\iota = 90$ Grad, fällt der verhältnismäßig flache Anstieg der Sternmassen auf. Diese geringeren Akkretionsraten sind eine Folge der geringeren Dichte in der Umgebung des Primärsternes. Durch den senkrechten Stoß wird dem Scheibengas zusätzlich Impuls in z -Richtung sowie Drehimpuls in x und y -Richtung übertragen, was zu einer Massenverteilung in alle Raumrichtungen führt. Im Gegensatz zu 'flachen' Kollisionen, bei denen das Gas hauptsächlich in der Scheibenebene konzentriert bleibt, ist die Gasdichte dem-

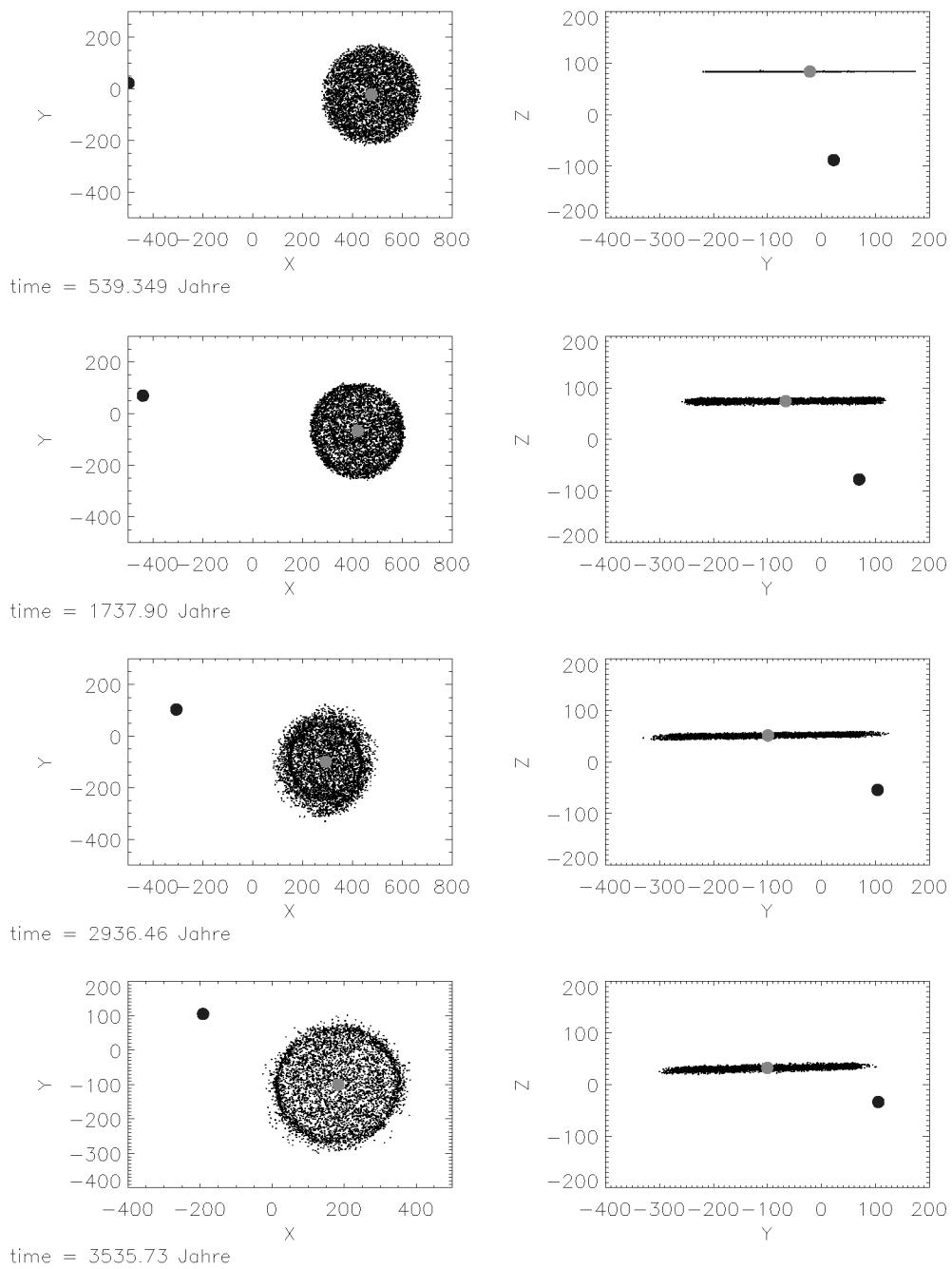


Abbildung 6.8: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inkination von $\iota = 170^\circ$ (1. Teil)

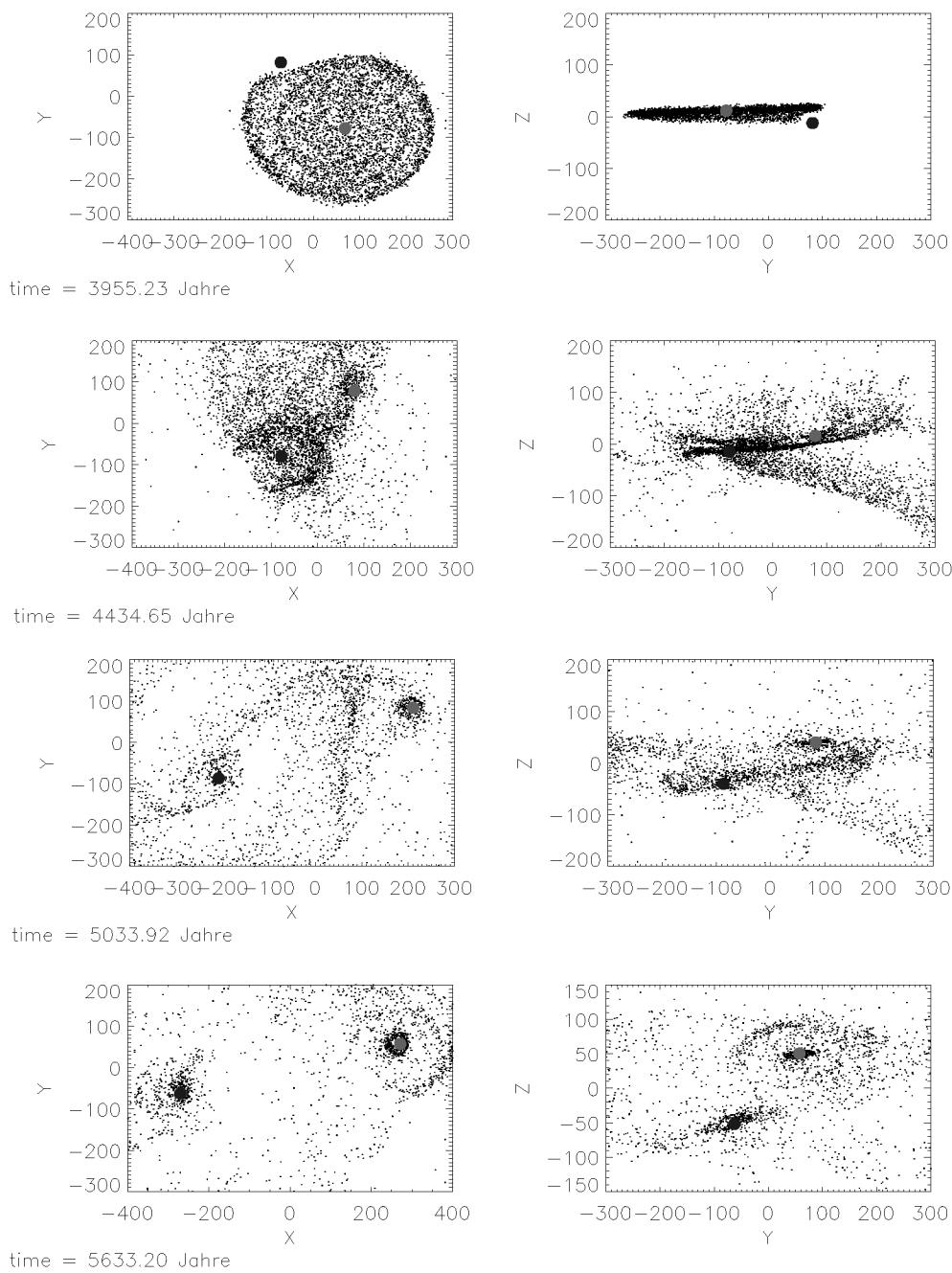


Abbildung 6.9: Verteilung der SPH-Teilchen während der ersten Orbitalperiode des Doppelsternes für eine Inklination von $\iota = 170^\circ$ (2. Teil).

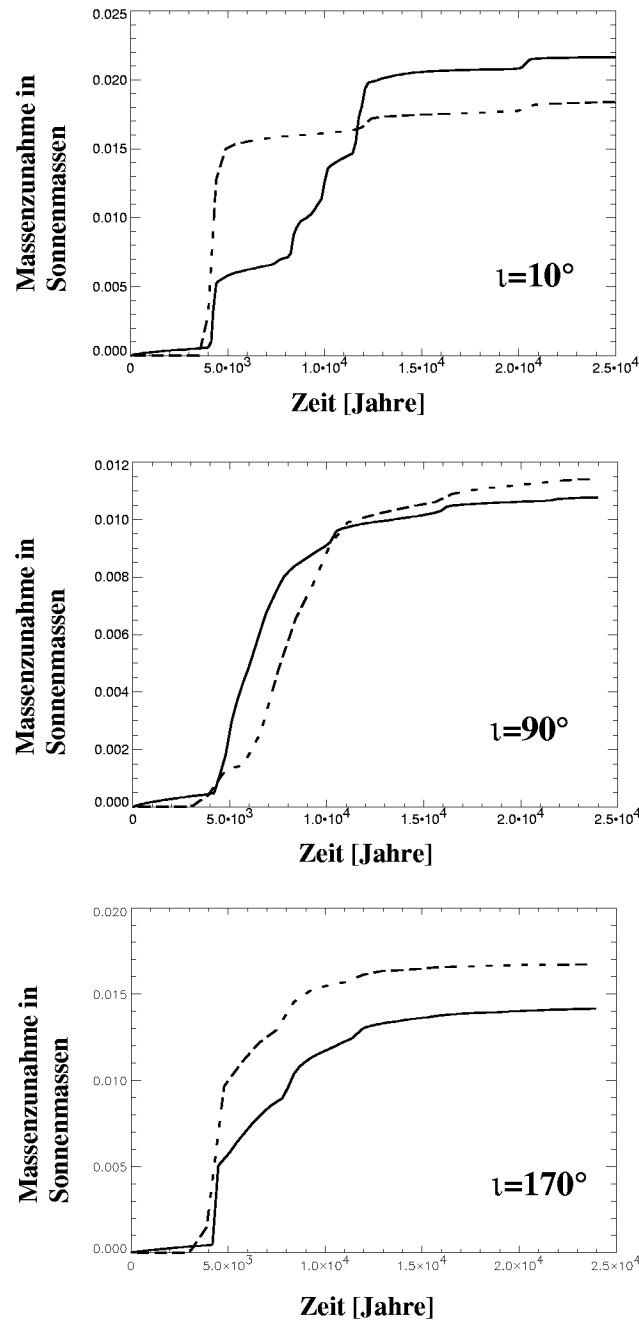


Abbildung 6.10: Massenzunahme des Primärsternes (durchgezogene Linie) und des Sekundärsternes (gestrichelte Linie)

nach geringer. Dieser Effekt macht sich auch in der gesamten akkretierten Masse bemerkbar, die im Falle einer Inklination von $\iota = 90$ Grad am geringsten ist (siehe Tabelle 6.3).

Der Unterschied zwischen den Kollisionen mit $\iota = 10$ Grad und $\iota = 170$ Grad ist nicht sehr stark ausgeprägt. Deutlich wird er nur, wenn man die akkretierte Masse auf den Sekundärstern nach der ersten Kollision betrachtet. Im Falle von $\iota = 10$ Grad ist diese etwa um 50% höher als bei der Kollision mit $\iota = 170$ Grad. Durch die kleineren Relativgeschwindigkeiten zwischen Gas und Sekundärstern bei prograden Systemen (siehe Kapitel [5]) ist der Bondy-Hoyle Akkretionsprozeß effektiver als bei retrograden Anordnungen.

Durch die destruktive Wirkung der ersten Periastronpassage wird die Scheibe, wie in den Abbildungen im vorigen Kapitel gezeigt, soweit ausgedünnt und deformiert, daß die nachfolgenden Passagen nur noch einen kleinen Einfluß auf die Akkretionsraten haben. Dies wird sich durch den Zusammenhang zwischen Akkretion und Leuchtkraft auch in dieser widerspiegeln müssen.

6.5 Leuchtkräfte

Hohe Akkretionsraten und kollidierende Gasströmungen führen notwendigerweise zu einem Anstieg der Energiedissipation, das sich durch einen Anstieg der Leuchtkraft bemerkbar macht. In Abbildung 6.11 sind die Leuchtkraftkurven aus den drei verschiedenen Simulationen dargestellt. Deutlich ist bei allen Kurven der starke Anstieg der Luminosität während der ersten Periastronpassage zu erkennen, der im Fall von $\iota = 10$ Grad etwa drei Größenordnungen ausmacht, während in den anderen Rechnungen nur eine Zunahme um etwa zwei Zehnerpotenzen zu verzeichnen ist. Deutlich sind in diesem Fall auch die weiteren Periastronpassagen bei $T = 1.2 \cdot 10^4$ und $T = 2.05 \cdot 10^4$ Jahren mit einem signifikanten Leuchtkraftanstieg zu erkennen, die aber nicht mehr so stark ausgeprägt sind und in der Stärke abnehmen. Bei den Kollisionen mit $\iota = 90$ und $\iota = 170$ Grad heben sich diese nur schwach vom Untergrund ab, treten aber häufiger auf, was auf eine Veränderung der Bahnperiode schließen läßt (siehe dazu Abschnitt [6.7]).

Die Leuchtkraftkurve für $\iota = 10$ Grad unterscheidet sich auch in der sehr schnellen Abnahme der Luminosität nach einer Passage von den anderen Simulationen, deren Leuchtkräfte nach dem ersten Stoß exponentiell abnehmen. Die Zeitskala auf der dieses Abklingen stattfindet, beträgt etwa 5000 Jahre und entspricht der viskosen Zeitskala. Dieser Unterschied ist auf die Teilchenverteilung nach dem Stoß zurückzuführen. Während die Kollisionen unter einem Winkel von $\iota = 90$ und 170 Grad zu starken Geschwindigkeitsänderungen aller SPH-Teilchen führen, bleiben im prograden Fall große Teile der Gasmassen in einer gerichteten Strömung erhalten. So bleibt der sich entfernende Gezeitenarm aufgrund der korrelierten Teilchenbewegung für

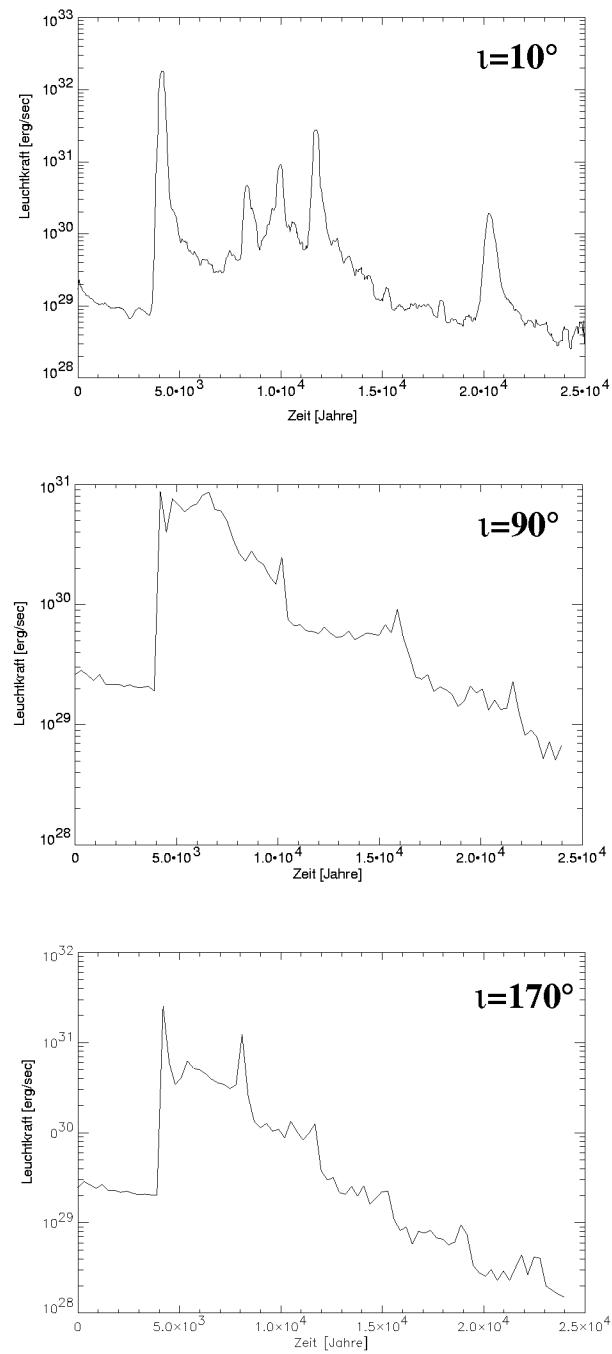


Abbildung 6.11: Zeitlicher Verlauf der Leuchtkraft in erg/sec für die verschiedenen Systeme.

längere Zeit stabil. Senkrechte und retrograde Stöße führen zu unkorrelierter Teilchenbewegung, die unter dem Einfluß der Viskosität ihre kinetische Energie verliert. Das exponentielle Abklingen der Leuchtkraft auf der viskosen Zeitskala ist hierfür ein eindeutiges Indiz.

Neben den Maxima der Leuchtkraft, die durch die Periastronpassage hervorgerufen werden, existieren im Fall von $\iota = 10$ Grad noch zwei weitere bei $T = 8.0 \cdot 10^3$ und $T = 1.0 \cdot 10^4$ Jahren. Diese entstehen durch Fragmente des Gezeitenarmes, die auf die Restscheibe des Primärsternes zurückfallen und dort eine Erhöhung der Akkretion induzieren (vergleiche Abbildung 6.10).

6.6 Massenverteilungen

Wie erwartet wurde, tritt während den Kollisionen eine deutliche Umverteilung der Gasmassen ein. Durch den nahen Vorbeiflug des Sekundärsternes nimmt dieser einen Teil der Akkretionsscheibe mit, der sich wiederum als zirkumstellares Material um diesen anlagert. Ein weiterer Teil wird durch die wirkenden Gezeitenkräfte stark beschleunigt und verläßt das Doppelsternsystem mit hohen Relativgeschwindigkeiten. Am Primärstern verbleibt nur wenig Masse der vormals geometrisch dünnen Akkretionsscheibe. Um diese Möglichkeiten zu unterscheiden, wird für jedes SPH-Teilchen die Bindungsenergie E_{prim} und E_{sek} bezüglich jeder der Sterne berechnet und folgendermaßen kategorisiert:

- Ein Massenelement wird als ungebunden betrachtet, wenn beide Bindungsenergien E_{prim} und E_{sek} negativ sind.
- Ist die Bindungsenergie E_{prim} größer als Null und gleichzeitig E_{sek} kleiner als Null, so ist das Teilchen an den Primärstern gebunden. Sind $E_{\text{prim}} < 0$ und $E_{\text{sec}} > 0$ besteht Bindung zum Sekundärstern.
- Sind beide Bindungsenergien größer als Null, wird das Teilchen zu dem Stern als gebunden betrachtet, zu dem es die größte Bindungsenergie hat.

Diese Einteilung ergibt für alle drei Simulationen, den in Abbildung 6.12 dargestellten zeitlichen Verlauf.

Aus diesen Verteilungen wird deutlich, daß nach Ende der Simulation der größte Teil der Masse als ungebundenes Gas das System umgibt. Nur ein kleiner Teil (5%) ist jeweils an die einzelnen Sterne gebunden. Eine Ausnahme bildet die Kollision unter $\iota = 90$ Grad, bei der an jedem der Sterne noch jeweils 10% des ursprünglichen Gases vorhanden ist und wie in Kapitel [6.3] gesehen, eine haloförmige Struktur hat. Der leicht erhöhte Restanteil kann auf die, in diesem Fall geringere Akkretionsraten zurückgeführt werden.

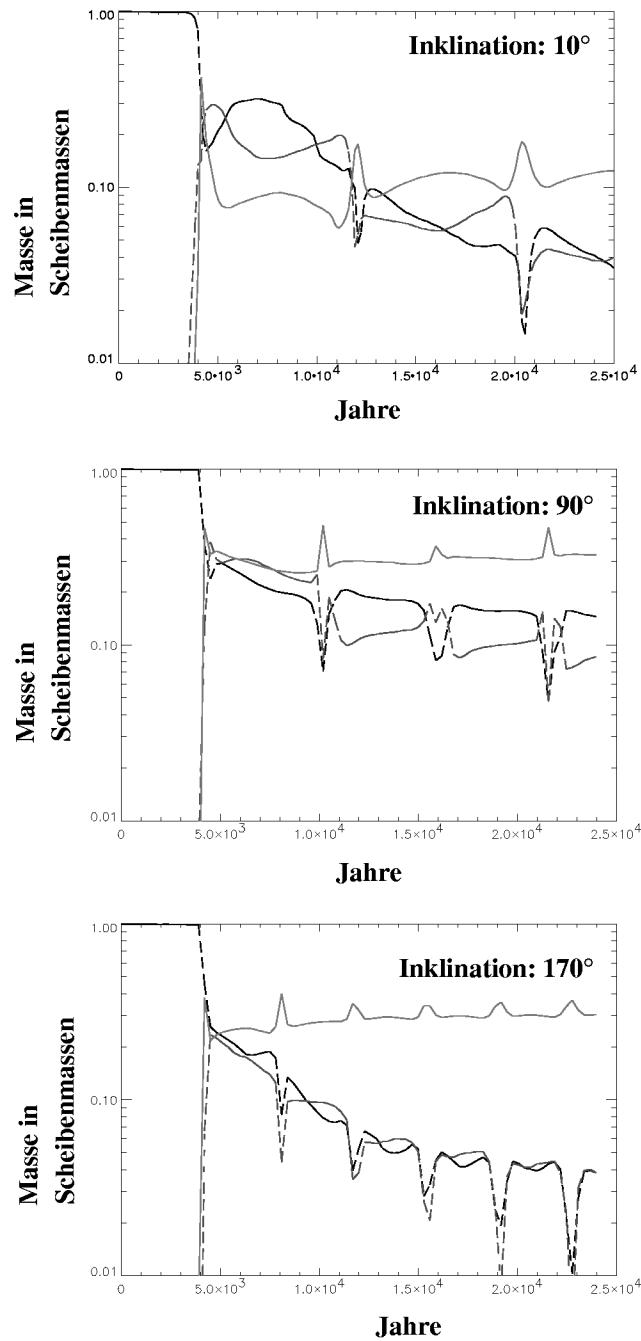


Abbildung 6.12: Zeitliche Abhängigkeit der Massenverteilung bei verschiedenen Stoinklinationen. Die hellgraue Kurve ist der Massenanteil der Scheibe, welcher das System verlässt. Der am Primärstern gebundene Anteil ist als schwarze Kurve angedeutet. Vom Sekardarstern eingefangene Masse ist als grau gestrichelte Kurve dargestellt.

Auffallend ist, daß für $\iota = 10$ Grad der Anteil an ungebundener Masse mit 10% geringer ist als in den anderen Simulationen, die 30% der Akkretionsscheibe dissipieren, was wiederum durch den hohen Anteil der akkretierten Masse in diesem Fall erklärt wird. Des Weiteren bleibt in allen Simulationen der Anteil an ungebundener Masse nach der ersten Periastronpassage nahezu konstant. Ebenso wie der Einfluß weiterer Passagen auf die gebundenen Massen ist er dort nur noch im Prozentbereich bemerkbar.

Betrachtet man nur die erste Periastronpassage und nimmt an, daß keine weiteren folgen, kann selbst bei einem kleinen Periastron ein signifikanter Rest als Debris-Scheibe übrigbleiben (etwa 20-30%). Im Falle 'flacher' Kollisionen wird sich die vom Sekundärstern eingefangene Materie ebenfalls als scheibenartige Struktur anordnen. Inwieweit Sterne mit solchen Debris-Scheiben als Weak-line T Tauri Sterne identifiziert werden können bleibt unklar kann aber als eine Möglichkeit in Betracht gezogen werden.

6.7 Änderungen der Bahnpараметер des Doppelsternes

Der Einfluß der Kollisionen zwischen Stern und Akkretionsscheibe auf die Bahnpараметер des Doppelsternes ist in Abbildung 6.13 dargestellt. Für die verschiedenen Inklinationen des Stoßes ist links die Änderung der großen Halbachse und rechts die Änderung der Exzentrizität in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen.

Deutlich ist die Tendenz zu erkennen, daß mit Zunahme des Stoßwinkels ι die Änderungen in Exzentrizität und den großen Halbachsen ebenfalls zunehmen (siehe die Übersicht in Tabelle 6.3). Während die Abnahme der großen Halbachse bei $\iota = 10$ Grad nur sehr klein ist, beträgt sie für den Fall $\iota = 170$ Grad etwa 40%. Die senkrechte Kollision vermindert die Halbachse dagegen nur um 20%. Der gleiche Zusammenhang ist auch für die Exzentrizität des Doppelsternes vorhanden, prozentual jedoch nicht so stark ausgeprägt.

Vermutet man einen Zusammenhang zwischen der Änderung der Halbachsen mit den Akkretionsraten der einzelnen Sterne, so wird dieser nicht bestätigt (siehe Abschnitt [6.4]). Ein eindeutiger Zusammenhang besteht aber mit dem Anteil an ungebundenem Gas, also dem Anteil an Materie, der das Doppelsternsystem aufgrund der Kollision verläßt (vergleiche Abschnitt [6.6]). Je höher dieser Anteil, desto stärker verringert sich die große Halbachse des Doppelsternes. Daraus kann man folgern, daß dieser Gasanteil Bindungsenergie des Sternsystems in Form von kinetischer Energie abtransportiert. Betrachtet man zusätzlich die Geschwindigkeitsverteilung des ungebundenen Materieanteiles im Schwerpunktsystem (dargestellt in Abbildung 6.14), ist für die Kollision mit $\iota = 170$ Grad der abtransportierte Energieanteil (kinetische Energie) am größten. Danach folgen der Stärke nach die Stöße mit den

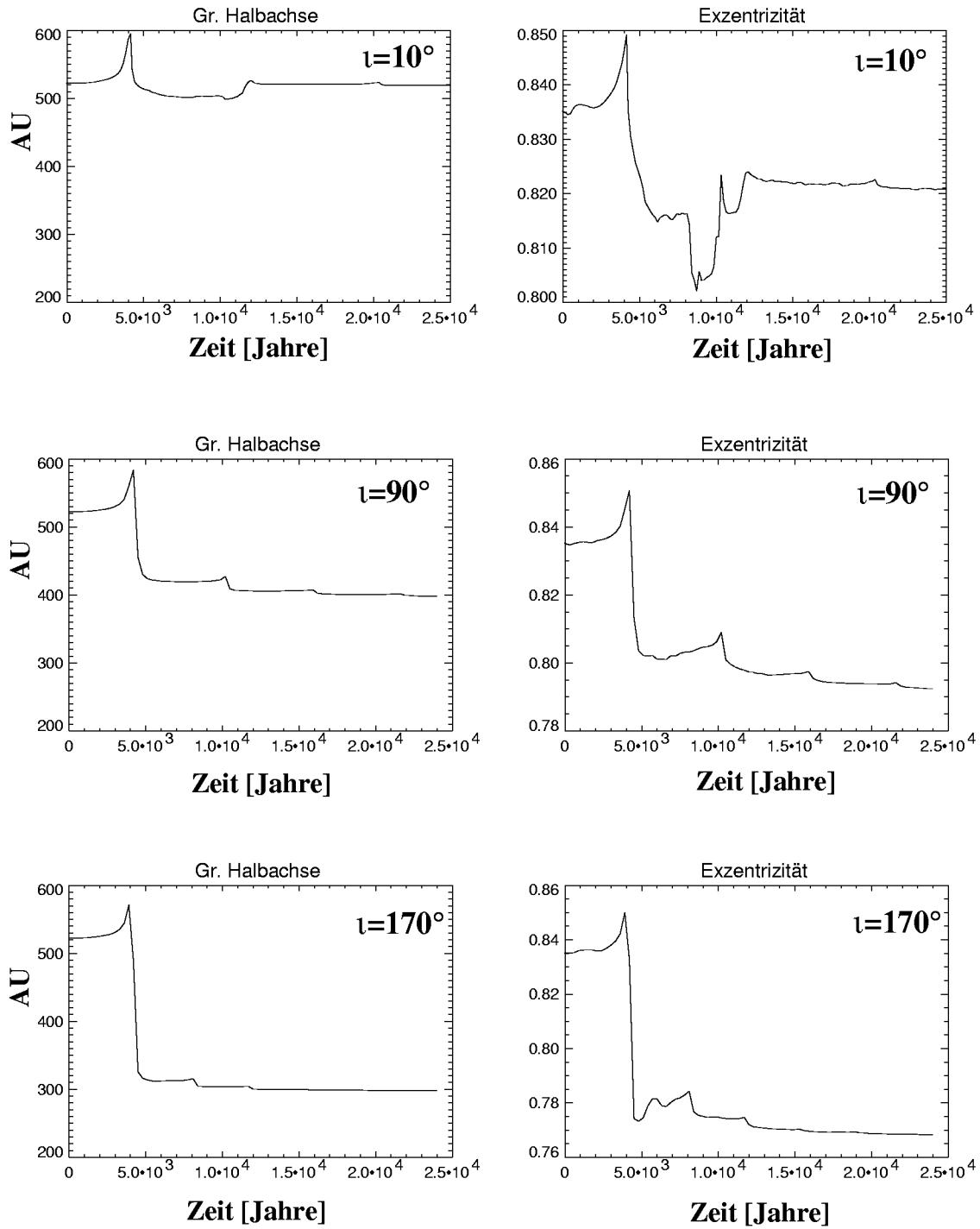


Abbildung 6.13: Änderung der großen Halbachse und der Exzentrizität des Doppelsternes aufgrund der Kollision des Sekundärsternes mit der Akkretionsscheibe des Primärsternes

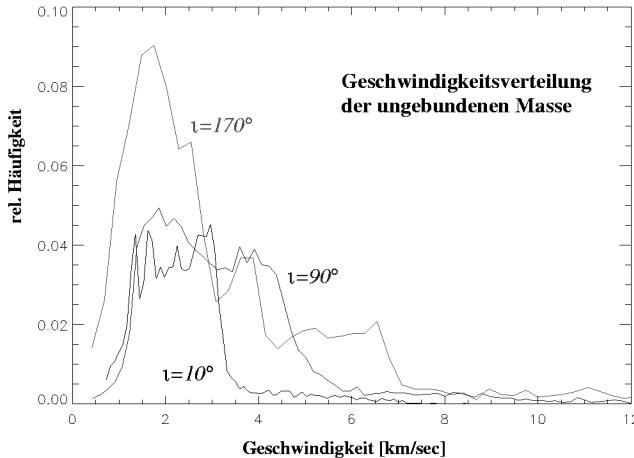


Abbildung 6.14: Geschwindigkeitsverteilung der Masse, die aufgrund der Kollision das Doppelsternsystem verläßt. Rot: $\iota = 170^\circ$, blau: $\iota = 90^\circ$ und schwarz: $\iota = 10^\circ$

Inklinationen von $\iota = 90$ und $\iota = 10$ Grad.

Die räumliche Umverteilung der Scheibenmaterie führt ebenso zur Umverteilung des Drehimpulses. Während die Kollision unter einem Winkel von $\iota = 10$ Grad (prograde Drehimpulsanordnung) hauptsächlich der Betrag des Gasdrehimpulses verändert wird, kommt es bei der Kollision für $\iota = 90$ Grad zu einem zusätzlichen Drehimpulsübertrag in x und y Richtung. Extrem wird diese Umverteilung von Drehimpuls bei der retrograden Kollision ($\iota = 170$ Grad). Unter dem Einfluß des Sekundärsternes drehen sich die Rotationsrichtungen von einigen Massenelementen um, bevor sie das System verlassen. Diese Änderungen im Drehimpuls des Gases bedingen durch die Erhaltung des Gesamtdrehimpulses die Abnahme der Exzentrizität des Doppelsternes.

6.8 Entstehung eines Begleiters niedriger Masse

Bei den oben dargestellten Simulationen von Kollisionen zeichnet sich der Zusammenstoß für eine Inklination von $\iota = 10$ Grad besonders aus. Wie aus Abbildung 6.15 ersichtlich, bildet sich aus Teilen des Gezeitenarmes ein sphärisches Objekt mit einer Masse von etwa 5 Jupitermassen. Diese Fragmentation wird möglich, da sich der entfernende Gezeitenarm abkühlt und dadurch gravitativ instabil wird. Dieses Objekt relaxiert sehr schnell, im Vergleich mit der Orbitalperiode des Doppelsternes, in ein hydrostatisches Gleichgewicht, wie es von der polytropen Zustandsgleichung definiert wird (vergleiche dazu Kapitel [4]). Dabei wird ein Radius von etwa 20 AU erwartet, der auch bei dieser Simulation erreicht wird (siehe Abbildung 6.15).

Die Annahme einer polytropen Zustandsgleichung und das Fehlen von Kühlungs-

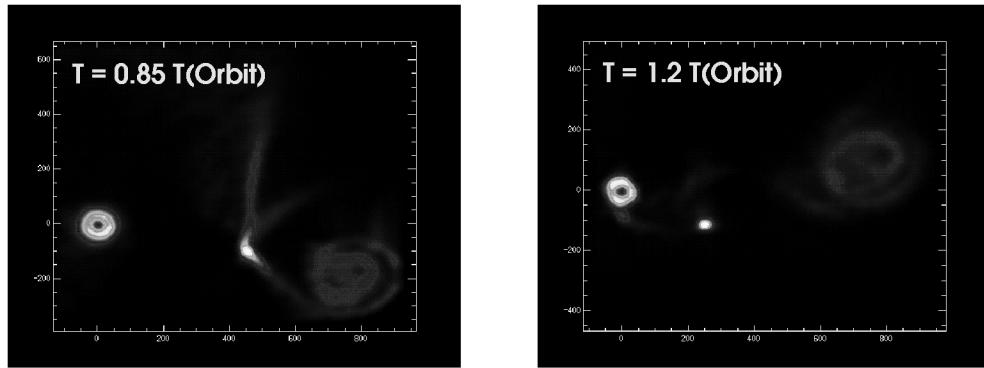


Abbildung 6.15: Dichtecodierte Darstellung der Entstehung eines substellaren Objektes durch die Fragmentierung eines Gezeitenarmes. Rechts: Situation, die für die Anfangsbedingung der 3-Körperrechnungen verwendet wird.

mechanismen in dem verwendeten Code verhindert eine weitere Kontraktion des Objektes, was aber unter realistischen Bedingungen erwartet werden müßte. Demnach sollte eine Gasssphäre mit den errechneten Werten auf der Kelvin-Helmholtz Zeitskala $\tau_{KH} \propto \frac{1}{4}GM^2/rL$, mit L als Luminosität, bis zur Wasserstoff Dissoziations Temperatur von etwa 2000 K auf einen Radius von etwa 0.5 AU kontrahieren und dann eine weitere Kollapsphase einleiten. Da diese Prozesse hier nicht simuliert werden konnten, wird dieses Objekt, aufgrund der starken Gezeitenkräfte bei Annäherung an einen der Sterne wieder auseinandergerissen.

Nimmt man jedoch an, daß der Bildung einer solchen Sphäre unter realistischen Bedingungen stattfindet, wird dieses durch den kleineren Radius auch in dem betrachteten Doppelsternsystem stabil gegen die Wirkung der Gezeitenkräfte sein (Hill-Kriterium). Ein derartiges Objekt kann als Protoplanet oder im schwereren Fall als Vorstufe eines Brauenen Zwerges angesehen werden. Da dieser Protoplanet innerhalb eines Doppelsternsystems entstanden ist, wird dessen Bahn nicht stabil bleiben. Die weitere Entwicklung der Trajektorie soll im folgenden Abschnitt genauer untersucht werden.

6.8.1 Simulation der Trajektorie des Begleiters

Um die Bewegung des entstandenen Begleiters innerhalb des Doppelsternsystems zu untersuchen, kann der bisher verwendete hydrodynamische Code aus Gründen der langen Laufzeit nicht mehr verwendet werden. Hierfür wurde ein speziell auf diese Situation angepaßter Code entwickelt, der eine präzise Integration eines Dreikörpersystems gestattet. Im einzelnen wurde ein „Burlisch-Stoer“ Integrator mit adaptiver und energiesensitiver Schrittweitensteuerung verwendet (Press et al. 1992).

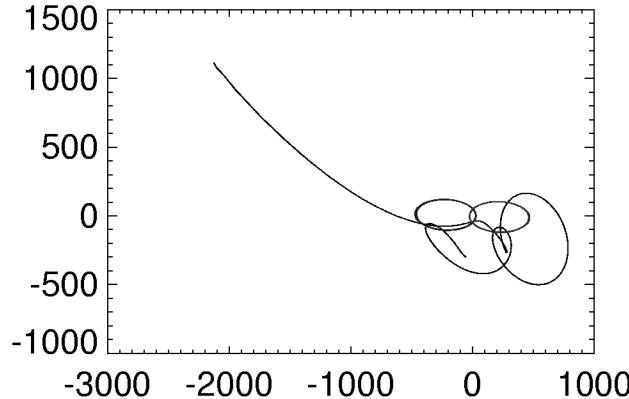


Abbildung 6.16: Simulationsergebnis: Trajektorien (schwarz) des Fragmentes bis zum Entweichen des Objektes mit einer Geschwindigkeit von $v = 2.2 \text{ km/sec}$. Die Bahnen sind in die x - y Ebene projiziert und sind in AU skaliert.

Als Anfangsbedingung für diese Simulationen dienten die Simulationsergebnisse des SPH-Codes nach $T = 3.0 \cdot 10^4$ Jahren. Nach dieser Zeit ist der Protoplanet im hydrodynamischen Gleichgewicht und wird im weiteren durch eine Punktmasse ersetzt. Des Weiteren werden die Positionen und die Geschwindigkeiten der beiden Sterne als Anfangsbedingungen des Dreikörpersystems verwendet.

Die Anfangsbedingungen des Protoplaneten wurde aus den mittleren Positionen und Geschwindigkeiten der SPH-Teilchen, die den Protoplaneten bilden, errechnet. Aufgrund des SPH-Verfahrens sind diese Werte mit gewissen Schwankungen behaftet, die eine Unschärfe in Position und Geschwindigkeit des Objektes nach sich ziehen. Um diese intrinsischen Ungenauigkeiten nicht zu vernachlässigen, wurden etwa 800 verschiedene Simulationen durchgeführt, wobei die Anfangsbedingungen des Protoplaneten gemäß der mittleren quadratischen Abweichungen der Positionen und Geschwindigkeiten verändert wurden. Dadurch wird eine statistische Deutung der Simulation ermöglicht.

6.8.2 Ergebnisse

Aus der klassischen Mechanik ist bekannt, daß eine Anordnung aus drei Punktmasse, die sich unter dem Einfluß ihrer gravitativen Wechselwirkung bewegen, nur in wenigen Spezialfällen stabile Bahnen entwickeln. In den meisten Fällen wird der leichteste Körper mit hoher Geschwindigkeit das System verlassen, was auch für die oben dargestellte Konfiguration erwartet und durch die Simulationen bestätigt wird.

Stellvertretend für alle Simulationen ist in Abbildung 6.16 die Trajektorie des Protoplaneten innerhalb des Doppelsternsystems dargestellt. Nach Durchlaufen ei-

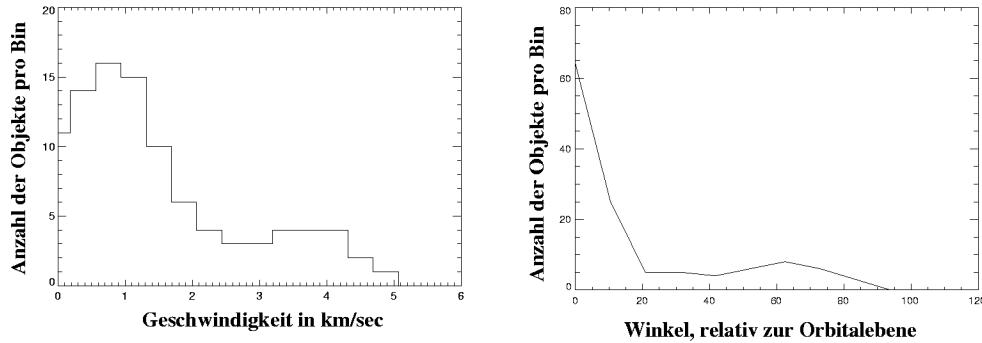


Abbildung 6.17: Links: Verteilung der Escape-Geschwindigkeit des Protoplaneten, die aus den Drei-Körpersimulationen folgt. Rechts ist die Winkelabhängigkeit des Escapers in Bezug auf die Orbitalebene des Doppelsternes abgebildet.

ner irregulären Bahn wird dieser aus dem System herausgeschleudert. Die Auswertung aller Simulationen liefert für die Entweich-Geschwindigkeit die in Abbildung 6.17a dargestellte Verteilung, die ein klares Maximum bei einer Geschwindigkeit von $v_{esc} = 1.0 \text{ km/sec}$ besitzt.

Betrachtet man die Verteilung der Azimutalwinkel der herausgeschleuderten Objekte relativ zur Orbitalebene des Doppelsternes, sind hier eindeutig Vorzugsrichtungen festzustellen (siehe Abbildung 6.17b). Ein klares Maximum wird bei einem Winkel von 0° erreicht, was der Orbitalebene des Doppelsternes entspricht. Das scheinbare Nebenmaximum bei 65° ist durch die schlechte Statistik in diesem Bereich nicht signifikant.

6.9 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das Verhalten einer Akkretionsscheibe in einem Doppelsternsystem untersucht. Es wurde angenommen, daß sich das Periastron innerhalb der Scheibe befindet, das Apartron jedoch weit außerhalb. Bei diesem hochexzentrischen Orbit, der während der Simulationsdauer mehrfach das Periastron passierte, wurde die Umverteilung der zirkumstellaren Materie untersucht. Je nach Inklination der Kollision ergaben sich unterschiedliche Ergebnisse, welche in Tabelle 6.3 zusammengefaßt sind.

Am heftigsten wirken in allen Simulationen die ersten Zusammenstöße. Hier reduziert sich die Scheibenmasse auf 15 bis 20% des ursprünglichen Wertes. Der gleiche Anteil bildet, mit Ausnahme der senkrechten Kollision, eine scheibenartige Struktur um den Sekundärstern. Der größte Teil der Akkretionsscheibe wird jedoch stark beschleunigt und entweicht dem System.

Tabelle 6.3: Zusammenfassung einiger Ergebnisse der Kollisionsrechnung

Inklination	$\iota = 10^\circ$	$\iota = 90^\circ$	$\iota = 170^\circ$
Änderung der Großen Halbachse	< 1%	23%	39%
Änderung der Exzentrizität	2%	5%	8%
ungebundene Masse	12%	32%	31%
Masse der Restscheibe nach dem 1. Stoß	15%	30%	20%
Akkretierte Masse	0.04 M_\odot	0.022 M_\odot	0.031 M_\odot

Die Zerstörung der Scheibe durch die Kollisionen hatte auch einen signifikanten Einfluß auf die Bahnelemente des Doppelsternes. Aufgrund des Transfers von Impuls und Drehimpuls des Doppelsternes auf die Akkretionsscheibe, verringerte sich die große Halbachse und die Exzentrizität, je nach Kollisionswinkel merklich. Diesbezüglich wurde ein Zusammenhang zwischen der Änderung der Bahnparameter und dem Anteil der durch die Kollision frei werdende Materie und deren Geschwindigkeitsverteilung festgestellt.

Durch die Kollisionen und einhergehende Änderungen des Strömungsfeldes der zirkumstellaren Materie wurde auch ein starker Anstieg der Akkretionsraten der einzelnen Sterne beobachtet, was sich ebenfalls in einem Anstieg der Leuchtkraft des Systems bis zu drei Größenordnungen niederschlug. Während bei einem Kollisionswinkel von $\iota = 10$ Grad die Leuchtkraft nach dem Periastrondurchgang schnell abnahm, verringerte sich diese in den anderen Fällen exponentiell in einer Zeitspanne, die mit der viskosen Zeitskala identifiziert werden konnte. Als Grund wurde hierfür die entstehenden, unkorrelierten Teilchenbewegungen bei nicht prograden Kollisionen erkannt. Diesbezüglich unterscheidet sich die prograde Kollision stark. Hier geht ein Großteil der Akkretionsscheibe durch die Bildung eines Gezeitenarmes verloren. Dieser entfernt sich langsam und kühlte dabei ab, wodurch Teile der Materie in ein substellares Objekt fragmentiert. Dieses hat eine Masse von etwa 3 Jupitermassen und einen Radius von ungefähr 20 AU.

Unter der Annahme, daß dieses Objekt stabil ist, wurde in einer nachfolgenden Simulation die Trajektorie des Fragmentes verfolgt, wobei mehrere, leicht unterschiedliche Anfangsbedingungen verwendet wurden. Wie erwartet, wurde dieses substellare Objekt innerhalb weniger Orbitalperioden des Doppelsternes aus dem System mit einer Geschwindigkeit von $v = 1 \text{ km/sec}$ herausgeschleudert.

Ähnliche Simulationen wurden auch von anderen Autoren durchgeführt (Lin et al. 1998, Watkins et al. 1998 sowie Boffin et al. 1998), unterscheiden sich aber in einigen Punkten von den hier vorgestellten. Zu erwähnen ist die Verwendung einer isothermen Zustandsgleichung, die bei Watkins und Boffin zu einer hohen Fragmentierungsrate des zirkumstellaren Materials führt, während Fragmentation des

Restmaterial in den hier durchgeführten Rechnungen nur in einem einzigen Fall auftritt, demnach weitaus seltener stattfindet. Ebenso ergaben sich quantitative Unterschiede in der Umverteilung des Scheibenmaterials, was aber auf die hier zusätzlich berücksichtigte Akkretion zurückzuführen ist, die während der Periastronpassage stark ansteigt (Ostriker 1994, Korycansky & Papaloizou 1995). Trotz der Verwendung unterschiedlicher Sternbahnen, konnte der Einfluß des Stoßwinkels auf die Bindungsenergie der Sterne bestätigt werden (Watkins et al. 1998 sowie Hall, Clarke & Pringle 1996). Des Weiteren konnten hier durch die Verwendung der in Kapitel [2] beschriebenen Hydrodynamik erstmals quantitative Aussagen über die erwartete Änderung der Leuchtkraft des Systems gemacht werden.

Das Entstehen eines substellaren Objektes wurde auch bei Simulationen von Lin et al. (1998) beobachtet. Ausgehend von der Kollision zweier massiver, isothermer Akkretionsscheiben fragmentierten Teile des Gezeitenarmes in das beschriebene Objekt, dessen Masse und Radius mit dem hier vorgestellten Fragment übereinstimmt. Dieser Prozeß könnte eine Erklärungsmöglichkeit für das Auftreten von substellaren Begleitern sein, wie sie von Meyer et al. (1997) und Brandner & Zinnecker (1997) beobachtet wurden. Eine mögliche, direkte Anwendung dieser Rechnungen findet sich in dem kürzlich entdeckten Objekt TMR-1C (Terebey et al. 1998). Dieses, im Taurus Sternentstehungsgebiet gelegene junge Doppelsternsystem zeigt im infraroten Wellenlängenbereich ein vom Doppelstern ausgehendes Filament, das sich bis zu einer Entfernung von 1400 AU in den Raum erstreckt. An dessen Ende findet sich ein leuchtschwaches Fragment mit einer geschätzten Masse von mehreren Jupitermassen. Die bisher unzureichenden Beobachtungsergebnisse deuten darauf hin, daß sich dieses Objekt mit einer Geschwindigkeit $v \approx 10 \text{ km/sec}$ von dem Doppelstern entfernt. Ob sich dieses Fragment als Protoplanet oder Brauner Zwerg mit Entstehungsort in einem Doppelsternsystem herausstellt, müssen weitere Beobachtungen zeigen.

Anhang A

Dispersionsrelation für Schallwellen

Die Ausbreitung von Schallwellen in viskosen Medien ist für den in Kapitel 4 beschriebenen Relaxationsvorgang von zentraler Bedeutung. Da Schallwellen in viskosen Medien Dispersion zeigen, kann man aus der Dispersionsbeziehung, die hier kurz abgeleitet werden soll, nicht nur eine Dämpfungskonstante, sondern auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen ermitteln.

Um die Rechnung einfach zu halten und nur die wesentlichen Eigenschaften von Schallwellen herauszuarbeiten, werden einige vereinfachende Annahmen gemacht.

1. Verwendung einer Isothermen Zustandsgleichung.

$$\frac{P}{\varrho} = c_s^2 \quad , \quad c_s^2 = \frac{kT}{\mu m_H} \quad (\text{A.1})$$

2. Als viskose Kraftdichte wird $\nu \Delta \mathbf{v}$ verwendet. Weiterhin soll die kinematische Viskosität ν konstant sein.

Ausgehend von dem Gleichungssystem der Kontinuitätsgleichung und Navier-Stokes Gleichung:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \varrho + \varrho \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \cdot \mathbf{v} = -\frac{1}{\varrho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (\text{A.3})$$

wird angenommen, daß die Schallwellen nur kleine Störungen der ansonsten konstanten Hintergrundfelder sind. Der in der linearen Störungstheorie übliche Ansatz:

$$\varrho = \bar{\varrho} + \varrho_s, \quad P = \bar{P} + P_s, \quad \mathbf{v} = \bar{\mathbf{v}} + \mathbf{v}_s \quad (\text{A.4})$$

liefert

$$\frac{\partial \varrho_s}{\partial t} + \bar{\varrho} \nabla \cdot \mathbf{v}_s = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} = -\frac{c_s^2}{\bar{\varrho}} \nabla \varrho_s + \nu \Delta \mathbf{v}_s \quad (\text{A.6})$$

Zur Reduktion auf 1-dimensionale Größen und weiterer Vereinfachung wird $\bar{\mathbf{v}} = 0$ gesetzt und nur Störungen in x -Richtung angenommen. Es wird für die gestörten Größen ein harmonischer Ansatz gemacht:

$$(\varrho_s, v_s) \propto e^{i(kr + \omega t)} \quad (\text{A.7})$$

was zu einem linearen Gleichungssystem für ϱ_s und v_s führt.

$$\begin{pmatrix} \omega & k\bar{\varrho} \\ ikc_s^2/\bar{\varrho} & i\omega - \nu k^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varrho_s \\ v_s \end{pmatrix} = \mathbf{0}$$

Dies hat nur dann nichttriviale Lösungen, wenn die Determinante identisch Null ist. Aufgelöst nach ω ergibt sich die Dispersionsrelation:

$$\omega_{1,2} = \frac{i\nu}{2} k^2 \pm c_s k \sqrt{1 - \left(\frac{k}{k_{crit}} \right)^2}, \quad k_{crit} = \frac{2c_s}{\nu} \quad (\text{A.8})$$

A.1 Diskussion und Zahlenwerte

Wie man aus dieser Dispersionsrelation erkennt, gibt es eine kritische Wellenzahl k_{crit} bei deren Überschreitung ω rein imaginär wird und daher keine Wellenausbreitung möglich ist. Die untere Wellenlänge liegt bei üblichen Temperaturen von 50...100 K etwa bei 0.1...1 AU. Diese Wellenlängen können mit dem benutzten SPH Verfahren hier nicht aufgelöst werden. Auftretende Wellenlängen werden also immer größer als die kritische Wellenlänge sein, die Wurzel in Gleichung A.8 ist demnach ≈ 1 und kann vernachlässigt werden.

Für die Dämpfung, beziehungsweise Dispersion, der sich mit Schallgeschwindigkeit ausbreitenden Wellen ist der Term $\tau = \frac{2\lambda^2}{\nu}$ maßgeblich. Kurzwellige Störungen werden demnach schneller gedämpft als langwellige Komponenten. Die Zeitskala für die Dämpfung τ kann mit der viskosen Zeitskala identifiziert werden.

Literaturverzeichnis

- [1] Alcala J.M., Krautter J., Schmitt, J.H.M.M., Covino E., Wichmann R., Mundt R., *Astron. & Astrophys. Suppl.*, **114**, 109, 1995
- [2] Alcala J.M., Terranegra L., Wichmann R., Chavarria-K. C., Krautter J., Schmitt, J.H.M.M., Moreno-Corral M. A., de Lara E., Wagner R. M., *Astron. & Astrophys. Suppl.*, **119**, 7, 1996
- [3] Armitage P.J., Clarke C.J., *MNRAS*, **285**, 540, 1997
- [4] Artymowicz P., Lubow S.H., *ApJ*, **467**, L77, 1996
- [5] Barnes J., Hut P., *Nature*, **324**, 446, 1986
- [6] Bastian U., Finkenzeller U., Jaschek C., Jaschek M., *Astron. & Astrophys.*, **126**, 438, 1983
- [7] Bate M., PhD-Thesis, 1993
- [8] Bate M., *priv. Mitteilung*, 1998
- [9] Beckwith S.V.W., Sargent A.I., Chini R.S., Güsten R., *Astron. J.*, **99**, 924, 1990
- [10] Beckwith S.V.W., Sargent A., *Nature*, **383**, 1996
- [11] Benz W., Smoothed Particle Hydrodynamics: A Review, 1989
- [12] Benz W., In *Numerical Modeling of Stellar Pulsations, Problems and Prospects*, ed. J.R. Buchler, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1990
- [13] Binney J., Tremaine S., *Galactic Dynamics*, Princeton Univ. Press, Princeton, 1987
- [14] Bodenheimer P., Ostriker J.P., *ApJ*, **180**, 159, 1973
- [15] Boffin H.M.J., Watkins S.J., Bhattacharjee A.S., Francis N., Whitworth A.P., *MNRAS*, **300**, 1189, 1998

- [16] Brandl A., Diplomarbeit, Universität Tübingen, 1996
- [17] Brandl A., Sterzik M.F., *Astronomische Gesellschaft Abstract Series*, Vol. 13, 17, 1997
- [18] Brandner W., Alcala J.M., Kunkel M., Moneti A., Zinnecker H., *Astron. & Astrophys.*, **307**, 121, 1996
- [19] Brandner W., American Astron. Society Meeting, **190**, 1997
- [20] Brandner W., Zinnecker H., *Astron. & Astrophys.*, **321**, 220, 1997
- [21] Carpenter J.M., Meyer M.R., *Astronom. J.*, **114**, 1997
- [22] Chandrasekhar S., *Ellipsoidal Figures of Equilibrium*, Yale Univ. Press, New Haven, 1969
- [23] Chandrasekhar S., *Principles of Stellar Dynamics*, Univ. of Chicago Press, Chicago, 1942
- [24] Clarke C.J., Pringle J.E., *MNRAS*, **261**, 190, 1993
- [25] Durisen R.H., Gingold R.A., Numerical Simulations of Fission in *Origin of the Moon*, Conference Proceeding Kona, HI, October 13-16, 1984. Edited by W. K. Hartmann, R. J. Phillips, and G. J. Taylor, p. 487.,p. 487, 1986
- [26] Durisen R.H., Gingold R.A., Tohline J.E., Boss P., *ApJ*, **305**, 281, 1986
- [27] Durisen R.H., *Private Mitteilung*, 1998
- [28] Duschl W.J., Tscharnutter W.M., *Astron. & Astrophys.*, **241**, 153, 1990
- [29] Elmegreen B.G., Lada C.J., *ApJ*, **214**, 725, 1977
- [30] Fahr H.J., Willerding E.A., Die Entstehung von Sonnensystemen, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 1998
- [31] Feigelson E.D., *ApJ*, **468**, 306, 1996
- [32] Fekel F.C., Bopp B.W., *ApJ*, **419**, L89, 1993
- [33] Flebbe O., Münzel S., Herold H., Riffert H., Ruder H., *ApJ*, **431**, 754, 1994
- [34] Garcia-Lario P., Manchado A., Pottasch S.R., Suso J., Olling R., *Astron. & Astrophys. Suppl.*, **82**, 497, 1990
- [35] Goldreich P., Lynden-Bell D., *MNRAS*, **130**, 125, 1965

- [36] Gingold R.A., Monaghan J.J., 1977, *MNRAS*, **181**, 375
- [37] Hall S.M., Clarke C.J., Pringle J.E., *MNRAS*, **278**, 303, 1996
- [38] Heller C.H., *ApJ*, **408**, 377, 1993
- [39] Herbig G.H., *Adv. Astron & Astrophys.*, **1**, 48, 1962
- [40] Herbig G.H., *ApJ*, **214**, 747, 1977
- [41] Herbig G.H., Bell K.R., *Lick Obs. Bulletin*, **43**, 1988
- [42] Hernquist L., Katz N., *ApJS*, **70**, 419, 1989
- [43] Hernquist L., Katz N., *ApJ*, **404**, 717, 1993
- [44] Hockney R.W., Eastwood J.W., Computer Simulation using Particles, 1981, McGraw Hill
- [45] Hohl F., *ApJ*, **168**, 343, 1971
- [46] Houser J.L., Centrella J.M., Smith S.C., *Phys. Rev. Letter*, **72**, 1314, 1994
- [47] Imamura J.N., Toman J., Durisen R.H., Pickett B.K., Yang S., *ApJ*, **444**, 363, 1995
- [48] Jackson, Classical Electrodynamics, 2nd Ed., Wiley Interscience
- [49] Joy A.H., *ApJ*, **102**, 168, 1945
- [50] Kant I., *Allgemeine Naturgeschichte und Theorie des Himmels*, J.F. Petersen, Königsberg und Leipzig, 1755
- [51] Kenyon S.J., Hartmann L., *ApJS*, **101**, 1995
- [52] Korycansky D.G., Papaloizou J.C., *MNRAS*, **274**, 85, 1995
- [53] Kroupa P., *MNRAS*, **277**, 1522, 1995
- [54] Kunze S., *MNRAS*, **289**, 889, 1997
- [55] Lada E.A., DePoy D.L., Evans N.J., Gatley I., *ApJ*, **371**, 171, 1991
- [56] Landau, Lifshitz, Lehrbuch der theoretischen Physik Band 6, Hydrodynamik, Akademie Verlag, 1986
- [57] Laplace P.S. de, *Exposition du systeme du monde*, Imprimiere Clercle-Social, Paris, 1796

- [58] Larwood J.D., Nelson R.P, Papaloizou J.C.B., Terquem C., *MNRAS*, **282**, 597, 1996
- [59] Lin C.C., Shu F.H., *ApJ*, **140**, 646, 1964
- [60] Lin D.N.C, In *Theory of Accretion Disks* (Hrsg.: Meyer, Duschl, Frank, Meyer-Hofmeister), Kluwer Academic Press, Dordrecht, 1989
- [61] Lin D.N.C, Laughlin G., Bodenheimer P., Rozyczka M., *Science*, **281**, 1998
- [62] Lissauer J.J., *Ann. Rev. Astron. & Astrophys.*, **31**, 129, 1993
- [63] Lüst R., *Z. Naturforschung*, **7a**, 87, 1952
- [64] Lucy L.B., *Astronom. J.*, **82**, 1013, 1977
- [65] Lynden-Bell D., Kalnajs A.J., *MNRAS*, **157**, 1, 1972
- [66] Lynden-Bell D., Pringle J.E., *MNRAS*, **168**, 603, 1974
- [67] Makino J., *J. Comp. Phys.*, **88**, 393
- [68] Masuda N., PhD Thesis, Univ. of Tokyo, 1998
- [69] Mathieu R.D., *ARA&A*, **32**, 1994
- [70] McCaughrean M.J., O'Dell C.R., NASA PRC95-45b, ST Scl OPO November 20., 1995
- [71] Meyer M.R., Beckwith S.V.W., Herbst T.M., Robberto M., *ApJ*, **489**, L173, 1997
- [72] Monaghan J.J., *Comput. Phys. Rep.* , **3**, 71, 1985
- [73] Monaghan J.J., Smoothed Particle Hydrodynamics, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* , **30**, 543, 1992
- [74] Monaghan J.J., Lattanzio J.C., *Astron. & Astrophys.* , **149**, 135, 1985
- [75] Morfill G.E., Sterzik M.F., In *Formation of Stars and Planets, and the Evolution of the Solar System*, ESA SP-315, 219, 1990
- [76] Morfill G.E., *ICARUS*, **75**, 371, 1988
- [77] Murray J.R., *MNRAS*, **279**, 402, 1996
- [78] Neuhäuser R., Sterzik M.F., Torres G., Martin E.L., *Astron. & Astrophys.* , **299**, L13, 1995

- [79] Neuhäuser R., Torres G., Sterzik M.F., Randich S., *Astron. & Astrophys.*, **325**, 647, 1997
- [80] Neuhäuser R. et al. , *Astron. & Astrophys.* , **334**, 873, 1998
- [81] Neuhäuser R., Magazzu A., Sterzik M.F., Alcala J.M., Torres G., Martin E.L., In *Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun*, Ninth Cambridge Workshop, Astronomical Society of the Pacific Conference Series, vol. 109, eds. R. Pallavicini and A. K. Dupree, p.433., 1996.
- [82] Ostriker E.C., *ApJ*, **424**, 292, 1994
- [83] Ostriker J.P., Mark J.K., *ApJ*, **151**, 1075, 1968
- [84] Ott F., Diplomarbeit, Universität Tübingen, 1995
- [85] Pickett B.K., Durisen R.H., Davis G.A., *ApJ*, **458**, 714, 1996
- [86] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P., Numerical Recipes in FORTRAN, 2nd Ed., Cambridge University Press, 1992
- [87] Pringle J.E., *Ann. Rev. Astron. & Astrophys.*, **19**, 137, 1981
- [88] Riffert H., Herold H.,Flebbe O.,Ruder H., Numerical Aspects of the Smoothed Particle Hydrodynamic Method for Simulation Accretion Disks, *CPC Topical Issue: Numerical Methods in Astrophysics*, eds. Duschl W.J., Tscharnutter W.M., 1995
- [89] Shapiro S., Teukolsky S., *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*, Wiley Interscience, New York, 1983
- [90] Sellwood J.A., Carlsberg R.G., *ApJ*,**282**, 61, 1984
- [91] Shakura N.J., Sunyaev R.A.,*Astron. & Astrophys.* , **24**, 337, 1973
- [92] Shu F.H., Tremaine S., Adams F.C., Ruden S.P., *ApJ*, **358**, 495, 1990
- [93] Soderblom D.R., et al., *ApJ*, **460**, 984, 1996
- [94] Soderblom D.R., et al., *ApJ*, **498**, 385, 1998
- [95] Sommerfeld A., Theoretische Physik Band 2, Mechanik der deformierbaren Medien, Verlag Harri Deutsch, 1989
- [96] Sterzik M.F., *Doktorarbeit* , Universität Tübingen, 1993
- [97] Sterzik M.F., Durisen R., *Astron. & Astrophys.* , **304**, L9, 1995

- [98] Sterzik M.F., Durisen R., *Astron. & Astrophys.*, **339**, 95, 1998
- [99] Strom S.E., Strom K.E., Grasdalen G.L., Capps R.W., Thompson D., *ApJ*, **290**, 587, 1985
- [100] Tassoul J., *Theory of Rotating Stars*, Princeton Univ. Press, 1978
- [101] Terebey S., Van Buren D., Hancock T., Padgett D.L., Brundage M., *Bull. Am. Astron. Soc.*, **30**, 933, 1998
- [102] Toomre A., *ApJ*, **139**, 1217, 1964
- [103] Toomre A., *Ann. Rev. Astron. & Astrophys.*, **15**, 437, 1977
- [104] Toomre A., In *The Structure and Evolution of Normal Galaxies*, ed. D. Lynden-Bell, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1981
- [105] Toomre A., In *Dynamics and Interaction of Galaxies*, ed. R. Wielen, Springer Verlag, Berlin, 1990
- [106] Toman J., Imamura J.N., Pickett B.K., Durisen R.H., *ApJ*, **497**, 370, 1998
- [107] Torres G., Stefanik R.P., Latham W., *ApJ*, **452**, 870, 1995
- [108] Turner J.A., Bhattal A.S., Chapman S.J., Disney M.J., Pongracic H., Whitworth A.P., *MNRAS*, **277**, 705, 1995
- [109] Upgren A.R., Grossenbacher R., Penhallow W.S., MacConnel D.J., Fryre R.L., *Astronom. J.*, **486**, 1972
- [110] v. Weizsäcker C.F., *Zeit. für Astrophys.*, **22**, 319, 1944
- [111] Walter F.M., *ApJ*, **306**, 573, 1986
- [112] Watkins S.J., Bhattal A.S., Francis N., Whitworth A.P., *Astron. & Astrophys. Suppl. Ser.*, **119**, 177, 1996
- [113] Watkins S.J., Boffin H.M.J., Bhattal A.S., Francis N., Whitworth A.P., *MNRAS*, **300**, 1214, 1998
- [114] Whitworth A.P., Bhattal A.S., Chapman S.J., Disney M.J., Pongracic H., Turner J.A., *MNRAS*, **277**, 727, 1995
- [115] Whitworth A.P., Bhattal A.S., Francis N., Watkins S.J., *MNRAS*, **283**, 1061, 1996

- [116] Wichmann R., Krautter J., Schmitt J.H.M.M., Neuhäuser R., Alcala J.M., Zinnecker H., Wagner R.M., Mundt R., Sterzik M.F., *Astron. & Astrophys.* , **312**, 439, 1996
- [117] Willerding E., *Naturwissenschaften*, **77**, 271, 1990
- [118] Willerding E., *Earth, Moon and Planets*, **56**, 173, 1992
- [119] Zuckerman B., Becklin E.E., *ApJ*, **406**, L25, 1993

Danksagung

Diese Arbeit wurde am Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik in Garching bei München angefertigt. Die dort herrschende Arbeitsatmosphäre trug wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit bei.

Ganz besonderem Dank bin ich Herrn Dr. M.F. Sterzik verpflichtet, der diese Arbeit mit großem Engagement und Interesse betreute. Ebenso möchte ich mich bei Dr. R. Neuhäuser bedanken, der mir bei astronomischen und beobachtungsrelevanten Fragen mit Rat und Tat beiseite stand.

Herrn Prof. Dr. G.E. Morfill schulde ich Dank für die großzügige Unterstützung dieser Arbeit, was eine erfolgreiche Durchführung erst ermöglichte.

Lebenslauf

Name: Andreas Brandl
Familienstand: ledig
Geburtsdatum: 5.12.1968
Geburtsort: Ludwigsburg, Baden Württemberg
Eltern: Gerhard Brandl, geb. am 11.1.1945 und Renate Brandl geborene Gräber, geb. am 21.11.1945
Schule: 1975-1979 Grundschule, Schubart-Schule Ludwigsburg
1979- 1983 Otto-Hahn-Gymnasium Ludwigsburg
1983-1985 Gottlieb-Daimler-Realschule Ludwigsburg
1985-1988 Technisches Gymnasium, Carl-Schaefer-Schule Ludwigsburg
Wehrdienst: 1988-1989
Universität: 1989-1993 Studium der Physik an der Universität Karlsruhe
1993-1995 Studium der Physik an der Universität Stuttgart
1995-1996 Diplomarbeit am Lehrstuhl für theoretische Astrophysik an der Universität Tübingen
1996-1999 Promotion am Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik in Garching bei München
Sonstiges: 1993 Sommerstudent an der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt
1994-1995 Beschäftigung als wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für theoretische Physik an der Universität Stuttgart
1995-1996 Beschäftigung als wissenschaftliche Hilfskraft am Lehrstuhl für theoretische Astrophysik an der Universität Tübingen