

Ein schnelles Strahlungsmodell zur Simulation von solaren Satellitenbildern

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Pascal Frèrebeau

geb. in Décines-Charpieu (FR)

2013

Erstgutachter: Prof. Bernhard Mayer

Zweitgutachter: Prof. George Craig

Datum der mündlichen Prüfung: 24.02.2014

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	7
2	Grundlagen	10
2.1	Strahlung	11
2.2	Strahldichte und Reflektivität	11
2.3	Strahlungsflussdichte	12
2.4	Optische Dicke	13
2.5	Einfachstreueralbedo	15
2.6	Phasenfunktion	15
2.7	Asymetrieparameter	16
2.8	Strahlungstransportgleichung	17
2.9	Entwicklung der Phasenfunktion anhand von den Legendre-Polynomen	18
2.10	Delta-M-Approximation	20
2.11	Rayleigh-Approximation	21
2.12	Lösungen der Strahlungstransportgleichung	22
2.12.1	Eddington Zwei-Strom	22
2.12.2	Diskrete-Ordinaten Methoden	24
2.12.3	Einfachstreukorrektur von Nakajima und Tanaka	25
3	Methoden	27
3.1	Überblick	28
3.1.1	Bezeichnung der einzelnen Verfahren	29
3.1.2	Azimutale Korrektur	32
3.2	EddingtonPLUS	35
3.2.1	Ableitung des erweiterten Zwei-Strom-Verfahrens	35
3.2.2	Parametrisierung von $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$	45
3.2.3	Bestimmung der azimuthal gemittelten Strahldichte	46
3.2.4	Bestimmung der azimuthal abhängigen Strahldichte	46

3.3	EddingtonFIT	48
3.3.1	Parametrisierung von $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$	48
3.3.2	Bestimmung der azimuthal gemittelten Strahldichte	49
3.3.3	Bestimmung der azimuthal abhängigen Strahldichte	49
3.4	pastat	50
3.4.1	Parametrisierung von $I_k(\tau_{\text{TOA}})$	50
3.4.2	Bestimmung der azimuthal gemittelten Strahldichte	50
3.4.3	Bestimmung der azimuthal abhängigen Strahldichte	51
3.5	Beispiele	52
4	Ergebnisse	62
4.1	Validierung der azimuthal gemittelten Strahldichten	63
4.2	Validierung der azimuthal aufgelösten Strahldichten	67
4.2.1	Validierung anhand von Punkt-Szenen	67
4.2.2	Validierung anhand von zweidimensionalen Szenen	78
4.2.3	Vergleich des Rechenzeitaufwands der Verfahren	99
4.3	Diskussion der Ergebnisse	103
5	Zusammenfassung und Ausblick	106

Überblick

In dieser Arbeit wird ein schnelles Strahlungsmodell im sichtbaren Spektralbereich erstellt. Ausgehend vom von einem meteorologischen Modell berechneten Zustand der Atmosphäre ergibt dieses Strahlungsmodell die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre, die ein Satellit messen würde, wenn die Atmosphäre tatsächlich so aussehen würde (synthetisches Satellitenbild). Der Vergleich mit einem tatsächlichen Satellitenbild gibt Hinweise über mögliche Fehler des meteorologischen Modells. Mehrere Forschungsrichtungen werden in dieser Arbeit untersucht. Das Endprogramm (pastat) basiert weitgehend auf Look-Up Tables. Eine Erweiterung der Eddington-Approximation bis auf die dritte Ordnung wird verwendet, um die azimuthal gemittelte Strahldichte zu berechnen. Ein Ansatz mit 16 statistisch bestimmten Parametern bringt die notwendige azimuthale Abhängigkeit.

Das Genauigkeitskriterium für das zu erstellende Strahlungsmodell ist ein relativer Fehler der Reflektivität unter 10% oder ein absoluter Fehler unter 0.02. Die Erfolgsrate von pastat hängt stark vom Sonnenzenitwinkel ab. Der mittlere relative Fehler von pastat ist eine Größenordnung höher als der von den meisten vorhandenen schnellen Strahlungsmodellen im Infraroten. Im Sichtbaren bringt der Mehrfachstreuterm der Strahlungstransportgleichung nämlich eine erhebliche zusätzliche Erschwernis im Vergleich zum Infraroten. Jedoch wird das Erfolgskriterium in fast allen Fällen von pastat eingehalten. Somit erlaubt dieses Verfahren, Modellfehler auf 10% Genauigkeit zu detektieren. pastat ist das erste schnelle Strahlungsmodell im sichtbaren Spektralbereich für wolkige Atmosphären.

Danksagung

Nach 3 Jahren und 7 Monaten lehrreicher, spannender und intensiver Arbeit halten Sie nun meine Doktorarbeit in den Händen. Damit ist die Zeit gekommen, meinen Dank an diejenigen zu richten, die mich in dieser Phase unterstützt haben.

Zuerst möchte ich mich bei meinem Professor und ersten Gutachter, Bernhard Mayer bedanken, an den ich mich bei Fragen immer wenden konnte und der somit durch seine Anregungen einen wertvollen Beitrag zu dieser Arbeit geleistet hat.

Des Weiteren gilt mein besonderer Dank Professor George Craig, der sich bereit erklärt hat, mein zweiter Gutachter zu sein.

Darüber hinaus bin ich auch Dr. Robert Buras, dem Betreuer dieser Arbeit, zum Dank verpflichtet. Er hatte stets ein offenes Ohr für mich und motivierte mich mit seinen Vorschlägen, meine Arbeit immer weiter zu verbessern.

Auch möchte ich meinem Kollegen Bernhard Reinhard danken, der ein wichtiger Bestandteil zur Vollendung dieser Arbeit war.

Außerdem drücke ich meinen Dank an Dr. Philipp Kostka und Dr. Luca Bugliaro aus, die mir notwendige Daten zur Verfügung gestellt haben.

Ebenso geht mein Dank an das gesamte Team des Meteorologischen Instituts München, das mich während dieser Zeit begleitet hat und stets für mich da war.

Ein weiteres Dankeschön gilt meiner Familie, meinen Freunden und meiner Freundin, die mich auch in schwierigen Zeiten unermüdlich motiviert haben und immer Verständnis für mich aufbrachten.

Ohne diese oben genannten Personen, wäre diese Arbeit nicht so geworden, wie Sie nun vor Ihnen liegt. Ich bin stolz, dieses Werk in einem solchen professionellen sowie privaten Umfeld geschrieben haben zu dürfen.

Pascal Frèrebeau, München 2013

Kapitel 1

Einleitung

Klimamodelle und meteorologische Modelle (GCM “General Circulation Model”, NWP “Numerical Weather Prediction”) sollen überprüft werden, indem ihre Ergebnisse der Realität gegenübergestellt werden. Dazu gibt es zwei Wege: entweder leitet man die zu überprüfenden atmosphärischen Größen aus Messungen ab, um sie dann mit ihren Werten aus dem Modell zu vergleichen, oder man berechnet aus den Ergebnissen des Modells, was an welcher Stelle gemessen würde, wenn die Atmosphäre so wie die Ergebnisse des Modells wäre und man vergleicht es mit tatsächlichen Messungen. Zur Messung der Zusammensetzung der Atmosphäre (Spurengase, Aerosole, flüssige Tröpfchen oder Eiskristalle) werden die Werte der Variablen (Konzentrationen, Flüssigwassergehalt, Eisgehalt,...) aus technischen Gründen weitaus indirekt aus Satellitenbildern berechnet (aus Strahldichtewerten). Die Werte der einzelnen Variablen werden anhand von Algorithmen gewonnen, was für den Zweck der Prüfung von Modellergebnissen zu ungenau ist und generell a-priori Annahmen erfordert. Deshalb wird häufig der zweite Weg verfolgt: es ist vorteilhaft, anhand von Modellergebnissen (Werten für alle Variablen) die Strahldichten zu berechnen, die in so einer Atmosphäre gemessen würden und sie dann mit einem tatsächlichen Satellitenbild zum Zeitpunkt der Vorhersage zu vergleichen.

Das Ziel dieser Doktorarbeit ist, ein hinreichend genaues schnelles Strahlungsmodul im sichtbaren Spektralbereich zu erstellen. Dieses Modul soll insbesondere dazu dienen, aus Modellergebnissen (insbesondere von COSMO[40], Consortium for Small-scale Modeling) ein entsprechendes Satellitenbild im Sichtbaren zu simulieren, das zur Prüfung des Modells mit dem tatsächlichen Satellitenbild verglichen wird.

Ähnliche Produkte gibt es schon im infraroten Spektralbereich. Diese basieren grundsätzlich auf zwei verschiedenen Methoden: Regressionsschemata (die vertikale Abhängigkeit der Variablen wird durch eine analytische Funktion genähert) und Look-Up Tables (die Werte der Variablen werden für eine Kombination von Situationen tabelliert und dann für die jeweilige Situation aus einer Interpolation gewonnen). RTTOV (Radiative Transfer for TOVS) (Eyre, 1991)[10] gehört zur ersten Methode und wurde ursprünglich zur Simulation von Bildern aus dem Messsystem TOVS (TIROS Operational Vertical Sounder) entwickelt. Optran (Optical Path Transmittance) (McMillin et al.,

2005)[20] gehört ebenfalls zur ersten Kategorie und wurde für das NCEP Satellitendatenassimilationsystem entwickelt; bei Optran werden die Transmissionsfunktionen von absorbierenden Gasen in Niveaus der integrierten Gasmenge entlang des optischen Wegs statt in festen Druckniveaus berechnet. Gastropod (Sherlock et al., 2003)[30] verwendet auch die erste Methode aber sein Gitter entspricht festen Druckniveaus, er wurde für das Sensor AIRS (Atmospheric Infrared Sounder) implementiert. SARTA (Stand-alone AIRS Radiative Transfer Algorithm) (Strow et al., 2003)[34] wurde ebenfalls für AIRS entwickelt und ist auch ein Regressionsmodell. FASRAD (Fast Radiance) und FASAA (Fast Absorption Approximation) (Dubuisson et al., 2004)[9] sind auch Regressionsmodelle, sie wurden für IRR (Infrared Imaging Radiometer) entwickelt. RTMIPAS (Radiative Transfer model for MIPAS) (Bormann et al., 2004)[2] verwendet eine lineare Regression zur Berechnung der effektiven optischen Dicken der einzelnen Schichten, es wurde für MIPAS (Michelson Interferometer for Passive Atmospheric Sounding) implementiert. OSS (Optimal Spectral Sampling) (Moncet et al., 2004)[24] aber verwendet die zweite Methode (Look-Up-Tables). FIRTM-AD (Fast Infrared Radiative Transfer Model - Adding-Doubling) (Zhang et al., 2007)[38], verwendet die Adding-Doubling Prozedur (die Reflektion und Transmission einer doppelten Schicht werden anhand von den Reflektionen und Transmissionen ihrer beiden Teilschichten berechnet, indem aufeinander folgende Reflektionen und Transmissionen zwischen ihnen betrachtet werden) und Look-Up-Tables für die Bodenreflektion, die Transmissionen und die Emissivität; es ist eine Erweiterung von FIRTM1 (Wei et al., 2004)[35], FIRTM2 (Niu et al., 2007)[26] und CHARTS (Code for High resolution Accelerated Radiative Transfer and Scattering) (Moncet und Clough, 1997)[23]. Die Ergebnisse dieser schnellen Verfahren sind in der Regel hinreichend genau (absoluter Fehler kleiner als das thermische Rauschen des Sensors, mit dem die Strahldichte verglichen wird) und anhand von langsameren genauen Modellen validiert (R. Saunders et al., 2007)[29].

Im Sichtbaren spielt Streuung an Spurengasen, Aerosolen, Wassertropfen sowie Eiskristalle eine wesentliche Rolle und die Mehrfachstreuung macht eine numerische Behandlung schwierig und aufwändig. In diesem Spektralbereich gab es bisher kein schnelles Strahlungsmodell für bewölkte Atmosphären. Für klare Atmosphären ist das schnelle Strahlungsmodell 6S (Kotchenova et al., 2006[13]) vorhanden, das auf dem SOS (Successive Order of Scattering) Verfahren basiert. Im SOS-Verfahren wird die Strahldichte numerisch für jede Schicht durch Iterationen berechnet (für einmal, zwei mal, drei mal, etc..., gestreute Photonen).

Ein in dieser Arbeit entwickeltes Modul basiert auf Look-Up-Tables und wurde *pastat* genannt. Parallel dazu wurden zwei analytische Näherungsmodelle entwickelt, die eine Erweiterung der sogenannten Eddington-Approximation aus der Astronomie (Mihalas, 1970)[22] sind und jeweils EddingtonPLUS und EddingtonFIT genannt wurden. Diese drei Modelle werden in Kapitel 4 miteinander und mit DISORT (Discrete Ordinate Radiative Transfer) (Stamnes et al. 1988)[33] verglichen.

Jedes Modul wird als "hinreichend genau" bezeichnet, wenn sein relativer Fehler unter 10 % liegt. Der Fehler muss nämlich mindestens eine Größenordnung kleiner als der Wert

sein, damit Fehler von COSMO, die eine Änderung der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre der Größenordnung der Strahldichte bewirken, sichtbar sind. Bei geringen Strahldichten kann zwar der relative Fehler groß, der absolute Fehler aber trotzdem sehr gering sein. Deshalb gilt jedes einzelne Modul als erfolgreich, wenn der relative Fehler kleiner/gleich 10% oder der auf die Reflektivität (Definition in Abschnitt 2.2) bezogene absolute Fehler kleiner/gleich 0.02 ist. Dabei werden sehr große Werte (über 85°) des Satellitenzenitwinkels sowie des Sonnenzenitwinkels (was nur kurze Zeiträumen morgens und abends betrifft) nicht berücksichtigt. Der geostationäre Satellit Meteosat betrachtet Deutschland unter etwa 60° . Der Sonnenzenitwinkel beträgt in Deutschland etwa 60° , Bilder mit einem Sonnenzenitwinkel größer als 85° werden nicht ausgewertet. Ein in dieser Arbeit erstelltes Modul wird als „schnell genug“ bezeichnet, wenn seine Rechenzeit für eine ganze COSMO-Szene (etwa 400×400 Pixel) weniger als eine Minute beträgt. Das Modell COSMO erzeugt nämlich jede 15 Minuten eine neue Szene und die Simulation des entsprechenden Satellitenbildes muss immer vor der Erzeugung der nächsten Szene fertig sein.

Diese Arbeit enthält zuerst die Grundlagen, die für die Beschreibung der eingeführten Modelle notwendig sind (Kapitel 2). Es werden ebenfalls schon vorhandene Verfahren zur Lösung der Strahlungstransportgleichung vorgestellt. In Kapitel 3 werden drei neue Lösungsverfahren (EddingtonPLUS, EddingtonFIT und *pastat*) vorgeschlagen. Es wird erklärt, worauf diese Verfahren basieren und wie diese die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre berechnen. Kapitel 4 enthält die Qualitätstests, wobei die drei Modelle anhand vom oben genannten Erfolgskriterium verglichen werden. Es erfolgt eine Diskussion der durch diese Modelle eingeführten neuen Möglichkeiten und über die Genauigkeit und den Rechenaufwand von *pastat* im Licht der schon vorhandenen Verfahren. In Kapitel 5 werden alle Ergebnisse zusammengefasst (Schluss und Ausblick).

Kapitel 2

Grundlagen

In diesem Kapitel werden zuerst Strahlungsgrößen definiert und erläutert. Dann folgt eine Vorstellung der Strahlungstransportgleichung. Schon vorhandene Lösungen, die für diese Arbeit relevant sind, sowie dazu verwendete Methoden und Näherungen werden zusammengefasst.

Folgende Definitionen von Strahlungsgrößen sind hauptsächlich adaptiert von „Radiative Transfer“ (Chandrasekhar, 1950)[5] und „Radiation in the Atmosphere, A Course in Theoretical Meteorology“ (Zdunkowski et al., 2007)[37].

2.1 Strahlung

Strahlung ist die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen durch ein Medium. Die Wellen werden durch ihre Wellenlänge (λ) gekennzeichnet und entsprechen einer bestimmten Energieflußdichte.

In der Atmosphäre der Erde wird zwischen direkter (nicht gestreuter) und diffuser (mindestens einmal gestreuter) Strahlung unterschieden.

2.2 Strahldichte und Reflektivität

Die Strahldichte ist eine Größe für die Menge Strahlung, die an einem Punkt für eine bestimmte Wellenlänge in eine bestimmte Richtung fließt. Sie ist gleich der Leistung im elementaren Wellenlängenintervall $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ in die durch den Zenitwinkel θ und den Azimutwinkel φ gegebene Richtung innerhalb des Raumwinkelements $d\Omega$, die von der zur Einfallrichtung senkrechten Projektion des Flächenelements empfangen wird, dividiert durch diese Projektion, das Raumwinkelement und das elementare Wellenlängenintervall:

$$I_\lambda(\theta, \varphi) = \frac{d^4E}{dt \cos \theta dA d\lambda d\Omega} \quad (2.1)$$

Dabei sind $I_\lambda(\theta, \varphi)$ die Strahldichte in die Richtung (θ, φ) bei der Wellenlänge λ (ab jetzt $I(\theta, \varphi)$ geschrieben), dt das Zeitintervallelement, dA das Flächenelement, $d\lambda$ das elementare Wellenlängenintervall, $d\Omega$ das Raumwinkelement und d^4E die Strahlungsenergie im spektralen Bereich $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ in die Richtung (θ, φ) innerhalb des Raumwinkels $d\Omega$, die in der Zeit dt durch die Projektion von dA fließt.

Die Strahldichte wird im Sichtbaren üblicherweise in $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{nm}^{-1}$ gegeben. Abbildung 2.1 macht die in der Definition der Strahldichte verwendeten Begriffe deutlicher. Statt der Strahldichte in den oberen Halbraum am oberen Rand der Atmosphäre wird oft die Reflektivität verwendet, deren Verhältnis zur Strahldichte von Gleichung (2.2) gegeben ist:

$$R(z_{\text{TOA}}, \theta, \varphi) = \pi \frac{I(z_{\text{TOA}}, \theta, \varphi)}{M_0 \cos(\theta_0)} \quad (2.2)$$

wobei z_{TOA} die geometrische Höhe des oberen Rands der Atmosphäre (der Index „TOA“ steht für „Top of Atmosphere“), $R(z_{\text{TOA}}, \theta, \varphi)$ die Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre in die Richtung (θ, φ) , $I(z_{\text{TOA}}, \theta, \varphi)$ die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre in die Richtung (θ, φ) , M_0 die direkte einfallende Strahlungsflussdichte am oberen Rand der Atmosphäre (siehe Abschnitt 2.3) und θ_0 der Sonnenzenitwinkel (siehe Abbildung 2.5) sind. Die Reflektivität ist dimensionslos.

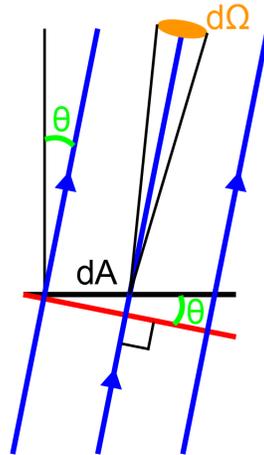


Abbildung 2.1:

Darstellung zur Definition der Strahldichte in die Richtung (θ, φ) . In blau werden auf das Flächenelement dA unter dem Zenitwinkel θ innerhalb des Raumwinkelements $d\Omega$ einfallende Strahlen dargestellt. Die rote Linie ist die Projektion von dA auf die Ebene senkrecht zur Richtung der einfallenden Strahlen.

2.3 Strahlungsflussdichte

Die Strahlungsflussdichte ist eine Größe für die Menge Strahlung, die für eine bestimmte Wellenlänge durch eine Einheitsfläche fließt. Sie ist gleich der Leistung im elementaren Wellenlängenintervall $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, die durch das Flächenelement fließt, dividiert durch das Flächenelement und das elementare Wellenlängenintervall:

$$M_\lambda = \frac{d^3 E}{dt dA d\lambda} \quad (2.3)$$

Dabei sind M_λ die Strahlungsflussdichte bei der Wellenlänge λ (ab jetzt M geschrieben) und $d^3 E$ die Strahlungsenergie im spektralen Bereich $[\lambda, \lambda + d\lambda]$, die in der Zeit dt durch die dA fließt.

Die Strahlungsflussdichte wird im Sichtbaren üblicherweise in $\text{W m}^{-2} \text{nm}^{-1}$ gegeben. Abbildung 2.2 macht die in der Definition der Strahlungsflussdichte verwendeten Begriffe deutlicher.

Es besteht folgende Beziehung zwischen der Strahldichte und der Strahlungsflussdichte:

$$M = \int_{\Omega} I(\theta, \varphi) \cos \theta d\Omega \quad (2.4)$$

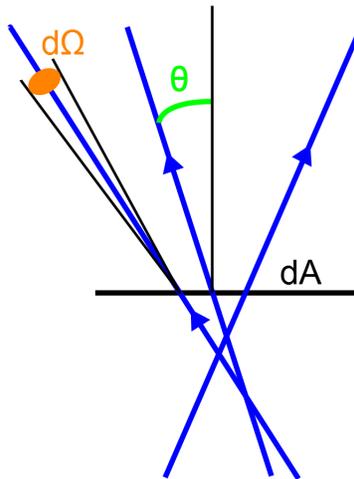


Abbildung 2.2:

Darstellung zur Definition der Strahlungsflussdichte. In blau werden auf das Flächenelement dA unter mehreren Zenitwinkeln θ innerhalb des Raumwinkelements $d\Omega$ einfallende Strahlen dargestellt.

wobei Ω der volle Raumwinkel ist.

Das Raumwinkelement $d\Omega$ wird in Kugelkoordinaten $\sin\theta d\theta d\varphi$ geschrieben, so berechnet sich die Strahlungsflussdichte in den oberen Halbraum in diesem Koordinatensystem:

$$M = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I(\theta, \varphi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi \quad (2.5)$$

2.4 Optische Dicke

Der Extinktionskoeffizient für die Wellenlänge λ ($\beta_e(\lambda)$) gibt an, wie viel die Strahlendichte auf einer Strecke (durch Absorption und Streuung) abgeschwächt wird. Es gilt das Bouguer-Lambert-Beer Gesetz:

$$dI = -\beta_e(\lambda) I ds \quad (2.6)$$

Dabei sind ds die von der Welle durchzogene Strecke und dI die Änderung der Strahlendichte auf der Strecke ds .

Die optische Dicke einer horizontal homogenen Schicht (s_1, s_2) eines Mediums für die Wellenlänge λ ist:

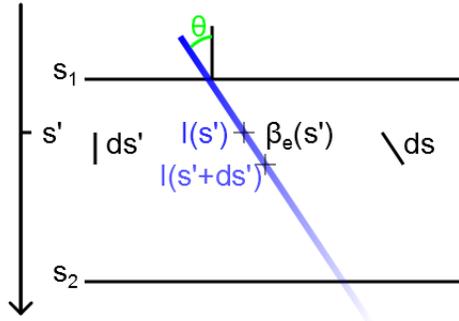


Abbildung 2.3:

Darstellung zur Definition der optischen Dicke. In blau wird ein Strahl dargestellt, dessen Richtung einen Winkel mit der Vertikale von θ macht, der auf dem Weg abgeschwächt wird. $I(s')$ und $I(s'+ds')$ sind die entsprechenden Strahldichten jeweils in den Niveaus s' und $s'+ds'$. ds ist der elementare Weg, den der Strahl zwischen den Niveaus s' und $s'+ds'$ zurücklegt und ds' ist seine Projektion auf die Vertikale.

$$\tau_\lambda = \int_{s_1}^{s_2} \beta_e(\lambda, s') ds' \quad (2.7)$$

Dabei sind τ_λ die optische Dicke für die Wellenlänge λ , ab jetzt τ geschrieben, s' die laufende Koordinate auf der vertikalen Achse, ds' ein Streckenelement auf der vertikalen Achse, s_1 und s_2 die Koordinaten jeweils des oberen und unteren Rands der Schicht (s_1, s_2) und $\beta_e(\lambda, s')$ der Extinktionskoeffizient für die Wellenlänge λ am Ort der Koordinate s' (ab jetzt wird der λ nicht mehr geschrieben).

Die optische Dicke hat keine Dimension.

Abbildung 2.3 macht die in der Definition der optischen Dicke verwendeten Begriffe deutlicher.

Die integrierte Form des Bouguer-Lambert-Beer Gesetzes innerhalb der horizontal homogenen Schicht (s_1, s_2) lautet:

$$I(s) = I(s_1) \exp\left(-\int_{s_1}^{s'} \beta_e(\lambda, s') ds\right) \quad (2.8)$$

Da $ds' = ds \cos \theta$, wird sie auch folgendermaßen geschrieben:

$$I(s) = I(s_1) \exp\left(-\int_{s_1}^{s'} \frac{\beta_e(\lambda, s')}{\cos \theta} ds'\right) \quad (2.9)$$

und für die ganze Schicht (s_1, s_2) :

$$I(s_2) = I(s_1) \exp\left(-\frac{\tau}{\cos\theta}\right) \quad (2.10)$$

Ab jetzt wird die optische Dicke (τ) als vertikale Koordinate (statt der geometrischen Höhe z) verwendet. Es gilt:

$$d\tau = -\beta_e(z) dz \quad (2.11)$$

und integriert:

$$\tau = - \int_{z_{\text{TOA}}}^z \beta_e(z') dz' \quad (2.12)$$

wobei $d\tau$ ein Element der optischen Dicke, dz ein Element der geometrischen Höhe und $\beta_e(z)$ der Extinktionskoeffizient in der Höhe z sind.

Die optische Dicke als vertikale Koordinate ist positiv nach unten (umgekehrte Richtung als die geometrische Höhe). Sie ist gleich null am oberen Rand der Atmosphäre und gleich der totalen optischen Dicke der Atmosphäre am Boden.

2.5 Einfachstreueralbedo

Der Extinktionskoeffizient (β_e) ist die Summe des Absorptionskoeffizients (β_a) und des Streukoeffizients (β_s). Die Einfachstreueralbedo gibt den relativen Anteil der Streuung an der Extinktion an:

$$\omega_0 = \frac{\beta_s}{\beta_e} \quad (2.13)$$

Diese Größe ist dimensionslos.

2.6 Phasenfunktion

Die Phasenfunktion gibt die drei-dimensionale Richtungsverteilung der Streuung an. Ihre Einheit ist der sr^{-1} . Sie ist in der Regel rotationssymmetrisch. Sie ist so normiert, dass:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi p(\psi) d\psi d\phi = 4\pi \quad (2.14)$$

wobei $p(\psi)$ (manchmal auch $p(\cos\psi)$ geschrieben) der Wert der Phasenfunktion für den Streuwinkel ψ (siehe Abbildung 2.4) und ϕ der lokale Azimutwinkel (für die Rotation um die Achse der Phasenfunktion) sind. Oft wird die Phasenfunktion als Funktion

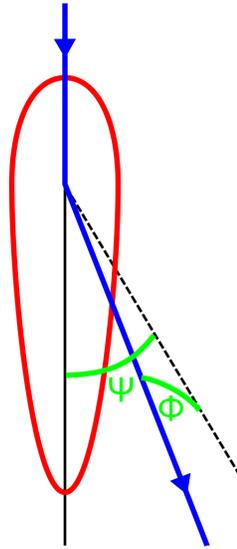


Abbildung 2.4:

Darstellungen zur Definition der Phasenfunktion, des Streuwinkels und des lokalen Azimutwinkels. Die Ausbreitung eines Strahls (in blau) wird von oben angezeigt. Der Schnitt der Phasenfunktion mit der horizontalen Ebene, die die Achse der Phasenfunktion enthält, wird rot dargestellt.

von der Einfallsrichtung (θ', φ') und der Streurichtung (θ, φ) gegeben (wobei diese Winkel sphärische Koordinaten des globalen Koordinatensystems sind). Man schreibt dann $p(\theta, \varphi, \theta', \varphi')$. Der Streuwinkel lässt sich aus θ, φ, θ' und φ' anhand von

$$\cos \psi = \cos \theta \cos \theta' + \sqrt{1 - \cos^2 \theta'} \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \cos(\varphi - \varphi') \quad (2.15)$$

finden.

Die azimuthal gemittelte Phasenfunktion gibt die zwei-dimensionale Richtungsverteilung der Streuung in der Ebene an. Sie ist so normiert, dass:

$$\int_0^\pi p(\psi) d\psi = 2 \quad (2.16)$$

wobei $p(\psi)$ der Wert der azimuthal gemittelten Phasenfunktion für den Streuwinkel ψ ist.

2.7 Asymmetrieparameter

Der Asymmetrieparameter gibt an, wie viel in den Vorwärts- und den Rückwärtsbereich gestreut wird. Er wird definiert durch:

$$g = \frac{\int_{-1}^1 p(\cos \psi) \cos \psi d(\cos \psi)}{\int_{-1}^1 p(\cos \psi) d(\cos \psi)} = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(\cos \psi) \cos \psi d(\cos \psi) \quad (2.17)$$

wobei g der Asymmetrieparameter ist. Diese Größe ist das mit der Phasenfunktion gewichtete Mittel des Cosinus des Streuwinkels. Sie befindet sich immer zwischen -1 und 1. $g = 0$ bedeutet, dass so viel nach vorne wie nach hinten gestreut wird. $g = 1$ bedeutet, dass alles nach vorne gestreut wird. In der Theorie bedeutet $g = -1$, dass alles nach hinten gestreut wird, aber dieser Fall tritt in der Atmosphäre der Erde nicht auf. Der Asymmetrieparameter ist dimensionslos.

2.8 Strahlungstransportgleichung

Die Strahlungstransportgleichung (STG) in einer horizontal homogenen Atmosphäre (plan-parallele Näherung) für diffuse Strahlung (Gleichung 2.53 in Zdankowski et al., 2007)[37] beschreibt die Variation der 3-dimensionalen diffusen Strahldichte mit der Höhe in der Atmosphäre der Erde für die meisten Anwendungen (für nicht zu große Zenitwinkel und für eine horizontal homogene Bewölkung) hinreichend gut:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu, \varphi) &= I(\tau, \mu, \varphi) - \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 p(\tau, \mu, \varphi, \mu', \varphi') I(\tau, \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' \\ &\quad - \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) p(\tau, \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dabei sind τ die senkrechte optische Dicke zwischen dem oberen Rand der Atmosphäre und der laufenden geometrischen Höhe, als vertikale Variable verwendet (statt der geometrischen Höhe), μ der Cosinus des Zenitwinkels (positiv für aufwärts gerichtete Strahlung), φ der Azimutwinkel, $I(\tau, \mu, \varphi)$ die diffuse Strahldichte im Niveau mit der optischen Dicke τ in die Richtung (μ, φ) , $\omega_0(\tau)$ die Einfachstreueralbedo der Atmosphäre als Funktion der optischen Dicke, $p(\tau, \mu, \varphi, \mu', \varphi')$ die Phasenfunktion der Atmosphäre als Funktion der optischen Dicke, der Einfallrichtung (μ', φ') und der Streurichtung (μ, φ) , M_0 die von der Sonne am oberen Rand der Atmosphäre einfallende Strahlungsflussdichte, μ_0 der Cosinus vom Sonnenzenitwinkel (positiv obwohl für abwärts gerichtete Strahlung) und φ_0 der Sonnenazimutwinkel.

Der erste Term auf der rechten Seite der Gleichung steht für die Abnahme der Strahldichte durch Absorption und Streuung (Extinktionsterm). Der zweite bzw. dritte Term stehen für die Zunahme der Strahldichte durch die Mehrfachstreuung (Mehrfachstreuung) bzw. durch die Einfachstreuung (Einfachstreuungsterm).

Aus der dreidimensionalen STG lässt sich die azimutal gemittelte STG ableiten. Die Strahldichte und die Phasenfunktion werden dazu jeweils in eine Fourier Cosinus-Reihe entwickelt. Sie werden geschrieben als die Summe von Produkten von nur vom Cosinus des Zenitwinkels abhängigen Termen und Cosinus-Funktionen vom Azimutwinkel

($\cos[m(\varphi - \varphi_0)]$ für die Strahldichte und $\cos[m(\varphi - \varphi')]$ für die Phasenfunktion, wobei m , der Index der Summe, eine null oder positive ganze Zahl ist). Zur azimuthalen Mittelung wird die STG durch 2π dividiert und über eine Periode des Azimutwinkels (von 0 bis 2π) integriert. So verschwinden alle Terme der Entwicklungen, die mit $\cos[m(\varphi - \varphi_0)]$ bzw. $\cos[m(\varphi - \varphi')]$ (mit $m \neq 0$) multipliziert werden (da der andere Teil all dieser Terme nur von μ abhängt und der durchschnittliche Wert all dieser Cosinus-Funktionen über eine φ -Periode 0 ist). Bei jeder Entwicklung bleibt nur noch der erste Term ($m = 0$) und die resultierende Gleichung ist die azimuthal gemittelte STG.

Die azimuthal gemittelte Strahlungstransportgleichung für diffuse Strahlung in einer horizontal homogenen Atmosphäre (Gleichung 2.81 in Zdankowski et al., 2007)[37] lautet:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu) &= I(\tau, \mu) - \frac{\omega_0(\tau)}{2} \int_{-1}^1 p(\tau, \mu, \mu') I(\tau, \mu') d\mu' \\ &\quad - \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) p(\tau, \mu, -\mu_0) \end{aligned} \quad (2.19)$$

wobei $I(\tau, \mu)$ diesmal die azimuthal gemittelte Strahldichte und $p(\tau, \mu, \mu')$ die azimuthal gemittelte Phasenfunktion der Atmosphäre als Funktion der optischen Dicke, der Einfallsrichtung (μ') und der Streurichtung (μ) sind.

2.9 Entwicklung der Phasenfunktion anhand von den Legendre-Polynomen

Legendre-Polynome vom Grad n sind folgendermaßen definiert:

$$P_n(x) = (2^n n!)^{-1} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad (2.20)$$

wobei n eine null oder positive ganze Zahl ist.

Die zugeordneten Legendre-Polynome der Ordnung m vom Grad n sind folgendermaßen definiert:

$$P_n^m(x) = (1 - x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) \quad (2.21)$$

Für die numerische Behandlung der Phasenfunktion kann diese in einer Reihenentwicklung geschrieben werden. Chandrasekhar (1950)[5] hat für den Fall der Streuung an kugelförmigen oder zufällig orientierten Teilchen folgenden Ansatz veröffentlicht:

$$p(\cos \psi) = \sum_{n=0}^N (2n+1) \xi_n P_n(\cos \psi) \quad (2.22)$$

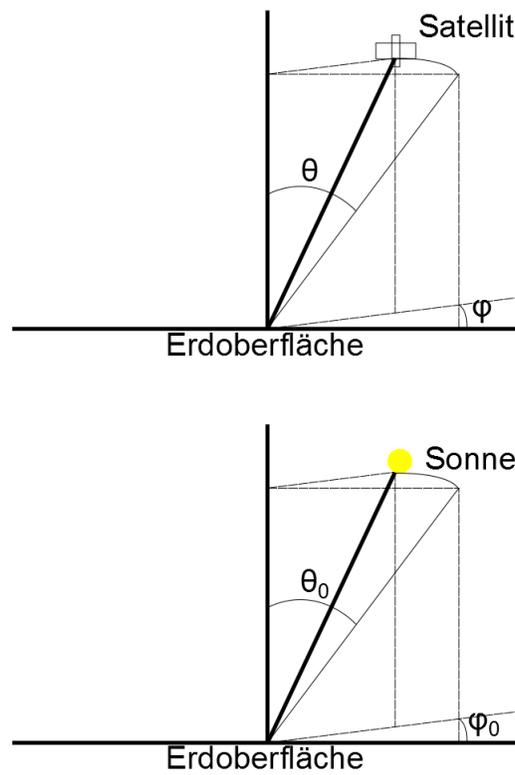


Abbildung 2.5:
Definitionen der Satellitenzenitwinkel (θ), Satellitenazimutwinkel (φ), Sonnenzenitwinkel (θ_0) und Sonnenazimutwinkel (φ_0).

Dabei ist ξ_n der n -te Koeffizient der Entwicklung und $P_n(\cos \psi)$ ist das n -te Legendre-Polynom von der Variable $\cos \psi$.

Die Koeffizienten der Entwicklung ξ_n (auch als Moment bezeichnet) lassen sich aus Orthogonalitätsbedingungen bestimmen:

$$\xi_n = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 p(\cos \psi) P_n(\cos \psi) d(\cos \psi) \quad (2.23)$$

Insbesondere gilt: $\xi_0 = 1$, $\xi_1 = g$.

2.10 Delta-M-Approximation

Die Delta-Approximation wurde von Potter (1970)[27] eingeführt. Wenn die Phasenfunktion einen ausgeprägten Vorwärts-Peak aufweist (deutlich stärkere Vorwärts- als Seitwärts- und Rückwärtsstreuung), muss ihre Darstellung durch Legendre-Polynome besonders viele Koeffizienten enthalten, was die Rechenzeit entsprechend erhöht. Es lohnt sich daher, näherungsweise einen wesentlichen Teil der nach vorne gestreuten Strahlung als nicht gestreut anzunehmen. Durch das „Abschneiden“ des Vorwärtspeaks kann die Phasenfunktion durch wesentlich weniger Legendre-Terme genähert werden. Wenn die Phasenfunktion in einem kleinen Winkelbereich (0° bis 10°) modifiziert wird, wird die Verteilung der totalen Strahldichte kaum verändert. Durch diese Näherung ändern sich die angenommenen optischen Eigenschaften der Atmosphäre, so dass die optische Dicke, die Koeffizienten der Legendre-Entwicklung der Phasenfunktion, der Streukoeffizient, der Extinktionskoeffizient sowie die Einfachstrealbedo in jeder Atmosphärenschicht modifiziert werden müssen.

Die Delta-M-Approximation (Wiscombe, 1977)[36] ist ein Spezialfall der Delta - Approximation. In diesem Fall wird der Vorwärtspeak der Phasenfunktion abgeschnitten, in dem nur die ersten M Terme ihrer Legendre-Entwicklung berücksichtigt und alle anderen auf null gesetzt werden. Sei f der Legendre-Koeffizient des $(M + 1)$ -ten Termes der Entwicklung ($f = \xi_M$), dann lassen sich die M Koeffizienten der Delta-skalierten Phasenfunktion wie folgt schreiben:

$$\xi'_i = \frac{\xi_i - f}{1 - f} \quad (2.24)$$

mit $i = 0 \dots M - 1$.

Die Delta-skalierte optische Dicke einer Atmosphärenschicht lautet:

$$\Delta\tau' = (1 - \omega_0 f) \Delta\tau \quad (2.25)$$

Die Delta-skalierte Einfachstrealbedo lautet:

$$\omega'_0 = \frac{1 - f}{1 - \omega_0 f} \omega_0 \quad (2.26)$$

2.11 Rayleigh-Approximation

In der Rayleigh-Approximation besteht die Atmosphäre nur aus Partikeln, die kleiner als der Zehntel aller betrachteten Wellenlängen der einfallenden Strahlung sind. Eine solche ideale Atmosphäre wird „Rayleigh-Atmosphäre“ genannt. Im sichtbaren Spektralbereich entspricht sie einer Atmosphäre, die nur Moleküle enthält und keine Aerosole, Wassertröpfchen oder Eiskristalle. In einer Rayleigh-Atmosphäre findet Rayleigh-Streuung statt, deren Theorie auf der Annahme $d \ll \lambda$ basiert (wo d der Durchmesser der Teilchen in der Atmosphäre ist).

2.12 Lösungen der Strahlungstransportgleichung

2.12.1 Eddington Zwei-Strom

Zwei-Strom-Verfahren (Meador und Weaver, 1980)[21] sind sehr schnelle Strahlungstransportmodelle, die die diffusen Strahlungsflussdichten aufwärts ($M_+(\tau)$) und abwärts ($M_-(\tau)$) berechnen. Sie sind dagegen ungeeignet, um Strahldichten zu berechnen. Eddington Zwei-Strom (Shettle und Weinman, 1970)[31] ist ein Zwei-Strom-Verfahren, das auf der Eddington-Approximation basiert. Die Eddington-Approximation (Mihas, 1970)[22] ist eine Annäherung des zenitalen Verlaufs der azimuthal gemittelten Strahldichte in einer plan-parallelen Atmosphäre. Sie ist ein Spezialfall der Zwei-Strom-Approximation und wird zur Herleitung des Eddington Zwei-Strom-Verfahrens (Zdunowski, 2007)[37] verwendet.

Die Strahldichte wird wie folgt genähert:

$$I(\tau, \mu) = I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) \quad (2.27)$$

wobei $I_0(\tau)$ und $I_1(\tau)$ zwei Funktionen allein der optischen Dicke sind.

Zur Herleitung von Eddington Zwei-Strom wird die Eddington-Approximation in die azimuthal gemittelte STG (Gleichung 2.19) eingesetzt. Es entstehen zwei Gleichungen für jeweils $I_0(\tau)$ und $I_1(\tau)$:

$$\frac{dI_0}{d\tau}(\tau) = (1 - \omega_0 g) I_1(\tau) + \frac{3}{4\pi} \omega_0 g \mu_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (2.28)$$

$$\frac{dI_1}{d\tau}(\tau) = 3(1 - \omega_0) I_0(\tau) - \frac{3}{4\pi} \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (2.29)$$

Die Beziehungen zwischen den Strahlungsflussdichten $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ und der azimuthal gemittelten Strahldichte folgen von Gleichung (2.5):

$$M_+(\tau) = 2\pi \int_0^1 \mu I(\tau, \mu) d\mu \quad (2.30)$$

$$M_-(\tau) = 2\pi \int_0^1 \mu I(\tau, -\mu) d\mu \quad (2.31)$$

Aus Gleichungen (2.30) und (2.31) lassen sich zwei Beziehungen zwischen $I_0(\tau)$, $I_1(\tau)$, $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ ableiten, die in Gleichungen (2.28) und (2.29) eingesetzt zwei Gleichungen für die diffusen Strahlungsflussdichten aufwärts und abwärts liefern:

$$\begin{aligned} \frac{dM_+}{d\tau}(\tau) &= \left[(1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_+(\tau) + \left[(1 - \omega_0) - \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_-(\tau) \\ &\quad + \left[\frac{3}{4}g\mu_0 - \frac{1}{2} \right] \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

und

$$\begin{aligned} \frac{dM_-}{d\tau}(\tau) &= \left[-(1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_+(\tau) + \left[-(1 - \omega_0) - \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_-(\tau) \\ &\quad + \left[\frac{3}{4}g\mu_0 + \frac{1}{2} \right] \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Dazu kommt eine Gleichung für die direkte Strahlungsflussdichte $M_{\text{dir}}(\tau)$ (immer nach unten):

$$M_{\text{dir}}(\tau) = M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (2.34)$$

Man schreibt:

$$\alpha_1 = (1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g)$$

$$\alpha_2 = -(1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g)$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{3}{4}g\mu_0 - \frac{1}{2} \right] \omega_0$$

$$\alpha_4 = \left[\frac{3}{4}g\mu_0 + \frac{1}{2} \right] \omega_0$$

$$A = \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(\lambda\tau_i) - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(-\lambda\tau_i) \right]^{-1}$$

$$\lambda = \sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}$$

$$\alpha_5 = \frac{\left(\alpha_1 - \frac{1}{\mu_0}\right)\alpha_3 - \alpha_2\alpha_4}{\left(\frac{1}{\mu_0}\right)^2 - \lambda^2}$$

$$\alpha_6 = \frac{\alpha_2\alpha_3 - \left(\alpha_1 + \frac{1}{\mu_0}\right)\alpha_4}{\left(\frac{1}{\mu_0}\right)^2 - \lambda^2}$$

Die Lösung des Gleichungssystems (Strahlungsflussdichten aus einer Schicht $\Delta\tau_i = \tau_i - \tau_{i-1}$ als Funktion von den auf diese Schicht einfallenden Strahlungsflussdichten) lautet:

$$\begin{pmatrix} M_+(\tau_i) \\ M_-(\tau_i) \\ M_{\text{dir}}(\tau_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_+(\tau_{i-1}) \\ M_-(\tau_{i-1}) \\ M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

mit

$$a_{11} = A \frac{2\lambda}{\alpha_2}$$

$$a_{12} = A [\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)]$$

$$a_{13} = \alpha_5 \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) A \frac{2\lambda}{\alpha_2} \right] - \alpha_6 A [\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)]$$

$$a_{23} = -\alpha_5 \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) A [\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)] + \alpha_6 \left[\exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) - A \frac{2\lambda}{\alpha_2} \right]$$

$$a_{33} = \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right)$$

Eddington Zwei-Strom ist Teil von libRadtran (Mayer und Kylling, 2005)[19], einer Sammlung von Programmen zur Strahlungsberechnung in der Atmosphäre der Erde. Es wurde unter dem Namen „Rodents“ implementiert.

2.12.2 Diskrete-Ordinaten Methoden

Die Diskreten-Ordinaten Methoden (Chandrasekhar, 1950)[5] werden in manchen ein-dimensionalen Strahlungstransportmodellen verwendet. Sie ergeben die Strahldichte in jedem Niveau in jede Richtung. DISORT ist eine Implementierung dieser Methoden. Sie wurde von Stammes et al. (1988)[33] veröffentlicht.

Bei DISORT werden die Variablen μ und φ getrennt, indem die Strahldichte und die Phasenfunktion in eine Fourier Cosinus-Reihe entwickelt werden:

$$I(\tau, \mu, \varphi) = \sum_{m=0}^{2N-1} I^m(\tau, \mu) \cos[m(\varphi - \varphi_0)] \quad (2.36)$$

$$p(\tau, \mu, \varphi, \mu', \varphi') = \sum_{m=0}^{2N-1} p^m(\tau, \mu, \mu') \cos[m(\varphi - \varphi')] \quad (2.37)$$

Die Funktionen $p^m(\tau, \mu, \mu')$ ($m = 0..2N-1$) werden in Legendre-Reihen entwickelt:

$$p^m(\tau, \mu, \mu') = (2 - \delta_{0,m}) \left[\sum_{l=m}^{2N-1} \xi_l^m P_l^m(\mu) P_l^m(\mu') \right] \quad (2.38)$$

wobei $P_l^m(x)$ das zugeordnete Legendre-Polynom der Ordnung m vom Grad l ist und ξ_l^m folgendermaßen geschrieben wird:

$$\xi_l^m = \xi_l \frac{(l-m)!}{(l+m)!} \quad (2.39)$$

Dabei sind ξ_l ($l = m..2N-1$) die Koeffizienten der Legendre-Entwicklung, die aus Orthogonalitätsbedingungen bestimmt werden:

$$\xi_l = \frac{2l+1}{2} \int_{-1}^1 p^m(\cos\psi) P_l(\cos\psi) d(\cos\psi) \quad (2.40)$$

Die $2N$ Komponenten der Strahldichte und der Phasenfunktion (jetzt nur noch vom Zenitwinkel abhängig) sind jeweils: $I^m(\tau, \mu)$ und $p^m(\tau, \mu, \mu')$, wobei m eine ganze Zahl zwischen 0 und $2N - 1$ ist. Die Komponenten werden in die azimuthal gemittelte STG eingesetzt, was zu $2N$ Differentialgleichungen für die $2N$ Funktionen $I^m(\tau, \mu)$ führt. $2N$, die Anzahl der Terme der Fourier Cosinus-Reihen der Strahldichte und der Phasenfunktion, wird auch als Anzahl der Ströme bezeichnet. Der Spezialfall $N = 1$ entspricht dem Zwei-Strom-Verfahren (Meador und Weaver, 1980)[21]. DISORT ist in der Hinsicht eine Verallgemeinerung des Zwei-Strom-Verfahrens.

DISORT kann bei der Berechnung der diffusen Strahldichte die Delta-M-Approximation verwenden. Die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] (siehe Unterabschnitt 2.12.3) wird in diesem Fall eingesetzt, um danach eine exakte Berücksichtigung der Einfachstreuung trotz modifizierter (Delta-skaliertes) Phasenfunktion zu gewährleisten.

DISORT ist auch Teil von libRadtran[19] und die zu diesem Zeitpunkt neueste Version wurde dort unter dem Namen „CDISORT“ implementiert. DISORT ist ausführlich validiert (Dickerson et al., 1997)[6] (Matthijssen et al., 1998)[15] und wurde in dieser Studie verwendet, um Referenzwerte der Strahldichte zu berechnen.

2.12.3 Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka

Die von Nakajima und Tanaka (1988)[25] entwickelte Einfachstreu Korrektur ist ein Verfahren, das die Strahldichteverteilung, wie sie eine Delta-skalierte Strahlungstransportrechnung liefert, korrigiert, indem eine exakte Berücksichtigung der Einfachstreuung stattfindet (ohne Delta-M-Approximation). Stamnes et al. (2000)[32] haben es für DISORT[33] beschrieben. Das Verfahren ist in zwei Unterverfahren geteilt, die von den Autoren TMS und IMS genannt wurden. Die Lösung der Strahlungstransportgleichung verwendet die Delta-skalierte Phasenfunktion p' . TMS korrigiert die Einfachstreuung, so dass diese mit der richtigen Phasenfunktion p berechnet wird. IMS korrigiert die Zweifachstreuung oder sogar höhere Ordnungen der Streuung im Bereich der Sonne, so dass auch diese mit der richtigen Phasenfunktion p berechnet werden.

Die Strahlungstransportgleichung für plan-parallele Atmosphären ohne den Mehrfachstreuerterm heißt:

$$\mu \frac{dI_{\text{ES}}}{d\tau}(\tau, \mu, \varphi) = I_{\text{ES}}(\tau, \mu, \varphi) - \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) p(\tau, \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) \quad (2.41)$$

Dabei bezieht sich der Index “ES” auf die Einfachstreuung.

Die Lösung für die Strahldichte in den oberen Halbraum ($\mu > 0$) am oberen Rand der Atmosphäre lautet (wobei die Bodenreflektion auf null gesetzt wird und die Integration Schicht für Schicht stattfindet):

$$I_{\text{ES}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) = \frac{M_0}{4\pi \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0}\right)} \sum_{n=1}^L \omega_0(\tau_n) p(\tau_n, \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) \cdot \left[\exp\left(-\frac{\tau_{n-1} - \tau_{\text{TOA}}}{\mu} - \frac{\tau_{n-1}}{\mu_0}\right) - \exp\left(-\frac{\tau_n - \tau_{\text{TOA}}}{\mu} - \frac{\tau_n}{\mu_0}\right) \right] \quad (2.42)$$

Dabei ist 0 die Nummer des obersten Niveaus und L die des untersten. τ_n ist die optische Dicke im n -ten Niveau. τ_{TOA} ist die optische Dicke am oberen Rand der Atmosphäre (gleich null). τ_0 ist gleich τ_{TOA} .

Das Verfahren TMS addiert der Strahldichte den Term ΔI_{IC} , der die Subtraktion der mit der Delta-M-Approximation berechneten Lösung $I_{\text{ES}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ und die Addition der ohne die Delta-M-Approximation berechneten Lösung enthält:

$$\begin{aligned} \Delta I_{\text{IC}} = & -\frac{M_0}{4\pi \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0}\right)} \sum_{n=1}^L \omega'_0(\tau'_n) p'(\tau'_n, \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) \cdot \\ & \left[\exp\left(-\frac{\tau'_{n-1} - \tau'_{\text{TOA}}}{\mu} - \frac{\tau'_{n-1}}{\mu_0}\right) - \exp\left(-\frac{\tau'_n - \tau'_{\text{TOA}}}{\mu} - \frac{\tau'_n}{\mu_0}\right) \right] \\ & + \frac{M_0}{4\pi \left(1 + \frac{\mu}{\mu_0}\right)} \sum_{n=1}^L \omega_0(\tau_n) p(\tau_n, \mu, \varphi, -\mu_0, \varphi_0) \cdot \\ & \left[\exp\left(-\frac{\tau_{n-1} - \tau_{\text{TOA}}}{\mu} - \frac{\tau_{n-1}}{\mu_0}\right) - \exp\left(-\frac{\tau_n - \tau_{\text{TOA}}}{\mu} - \frac{\tau_n}{\mu_0}\right) \right] \end{aligned} \quad (2.43)$$

wobei gestrichene Terme auf einen mit der Delta-M Approximation berechneten Wert hindeuten. Die Beziehungen zwischen diesen Werten und den unskalierten werden von den Gleichungen (2.24) bis (2.26) gegeben.

Die TMS-Methode ergibt sehr gute Ergebnisse, außer für Richtungen im Bereich der Sonne, das heißt für $(-\mu, \varphi) \simeq (\mu_0, \varphi_0)$. Zur Verbesserung der Lösung in diesem Bereich wurde das IMS-Verfahren eingeführt.

Die IMS-Methode ist für diese Arbeit nicht von Belang, weil das schnelle Strahlungsmodell zur Simulation von Satellitenbildern nur von der Erde nach oben reflektierte Strahldichten berechnen muss. Der Ansatz von der IMS-Methode sowie ihre Herleitung befinden sich im Appendix A von "DISORT, a General-Purpose Fortran Program for Discrete-Ordinate-Method Radiative Transfer in Scattering and Emitting Layered Media: Documentation of Methodology" (Stamnes et al., 2000)[32].

Kapitel 3

Methoden

In diesem Kapitel werden die drei in dieser Arbeit entwickelten Verfahren (EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat) beschrieben. Notwendige Herleitungen werden dargelegt und Vorbereitungen geschildert. Die Prinzipien und die Durchführung dieser Verfahren werden erläutert. Schließlich folgen Beispiele von Ergebnissen dieser Modelle.

3.1 Überblick

Abbildung 3.1 ist eine schematische Darstellung der vier hier beschriebenen untersuchten Wege zur Gewinnung der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre.

Eine Forschungsrichtung war der Ausgang aus Eddington Zwei-Strom (Shettle und Weinman, 1970)[31]. Zwei-Strom-Verfahren (Meador und Weaver, 1980)[21] sind besonders schnell, eignen sich aber nur zur Berechnung von Strahlungsflussdichten, nicht von Strahldichten. Es stellte sich die Frage, ob es möglich ist, eine Erweiterung von Eddington Zwei-Strom zu entwickeln, die immer noch schnell genug, gleichzeitig aber hinreichend genau bei der Berechnung von Strahldichten sein kann. Dementsprechend wurde die Eddington-Approximation (Gleichung 2.27) bis auf die 3. Ordnung erweitert:

$$I(\tau, \mu) = I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) + \mu^2 I_2(\tau) + \mu^3 I_3(\tau) \quad (3.1)$$

wobei $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ ebenfalls zwei Funktionen allein der optischen Dicke sind.

Die so erweiterte Eddington-Approximation wurde in die azimuthal gemittelte STG für diffuse Strahlung in einer horizontal homogenen Atmosphäre (Gleichung 2.19) eingesetzt. Das lieferte vier Differentialgleichungen für die vier Funktionen $I_0(\tau)$, $I_1(\tau)$, $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$. Die Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix des Gleichungssystems wurden untersucht. Es ist nicht möglich, vier linear unabhängige Eigenvektoren für die vier Eigenwerte zu finden. Das System hat keine Lösung (siehe Anhang 1 für mehr Details), so dass die Ableitung eines Vier-Strom-Verfahrens nach dem Modell von Eddington Zwei-Strom nicht möglich ist. Zwei Funktionen ($I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$) mussten deshalb parametrisiert werden. Dafür wurden hier zwei Wege untersucht. Im ersten (Weg 1) wurden diese beiden Funktionen konstant über die ganze Atmosphäre gehalten und statistisch bestimmt. Das Gleichungssystem reduzierte sich auf zwei Gleichungen für $I_0(\tau)$ und $I_1(\tau)$, die die Konstanten I_2 und I_3 enthalten. Seine Lösung war möglich und ergab eine erweiterte Form des Eddington Zwei-Strom-Verfahrens. Im zweiten (Weg 2) wurde hingegen entschlossen, ein klassisches Eddington Zwei-Strom aufzurufen, um die diffusen Strahlungsflussdichten nach oben $M_+(\tau)$ und unten $M_-(\tau)$ zu berechnen. Die Konstanten I_2 und I_3 wurden in diesem Fall nur am oberen Rand der Atmosphäre definiert und statistisch bestimmt. Die beiden Beziehungen zwischen den Strahlungsflussdichten $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ und den Funktionen der erweiterten Eddington-Approximation $I_0(\tau)$, $I_1(\tau)$, I_2 und I_3 erlaubten es, nach dem Zwei-Strom-Verfahren $I_0(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_1(\tau_{\text{TOA}})$ am oberen Rand der Atmosphäre abzuleiten. Beide Wege liefern durch Gleichung (3.1) eine Annäherung der azimuthal gemittelten Strahldichte. Zur Korrektur der azimuthalen Abhängigkeit der Strahldichte musste noch ein Ansatz entwickelt werden, der die Funktionen $I_0(\tau)$ bis $I_3(\tau)$ auch mit den Zenit- und Azimutwinkeln variieren lässt. Die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] ermöglichte eine zweite Korrektur des Strahldichteverlaufs. Dabei war nur die TMS-Methode und nicht IMS relevant: IMS wird nur für die Richtungen in der Nähe von der Sonne benutzt, hier wollen wir aber nur die Strahldichte in alle Richtungen nach oben berechnen.

Alternativ dazu wurde die Berechnung der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre anhand von Look-Up Tables untersucht. Bei der Verwendung einer reinen Tabelle (Weg 3) müssen die Werte der Strahldichte in jede Richtung (für jeden Zenit- und Azimutwinkel) für jede Kombination von gewählten Variablen gespeichert werden. Die Anzahl der pro Kombination zu tabellierenden Parameter mit dieser Methode ist gleich dem Produkt der zu einer guten Darstellung des Verlaufs der Strahldichte nötigen Azimut- und Zenitwinkel, das heißt etwa 100 Parameter. Eine weitere untersuchte Alternative (Weg 4) besteht darin, die Werte von $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ (statt der Strahldichte für jeden Azimut- und Zenitwinkel) zu tabellieren. Dazu sind nur vier Parameter pro Kombination nötig. Die Methode liefert allerdings nur die azimutal gemittelte Strahldichte. Zur azimutalen Abhängigkeit sind weitere Parameter notwendig, allerdings immer noch weniger als wenn die Strahldichte für jeden Azimut- und Zenitwinkel tabelliert wird. Deshalb wurde dieser Weg bevorzugt, da die Ergebnisse damit schon sehr gut waren.

3.1.1 Bezeichnung der einzelnen Verfahren

Entsprechend der untersuchten Wege 1, 2 und 4 wurden Verfahren entwickelt.

3.1.1.1 EddingtonPLUS und seine Teilverfahren

Das gesamte Verfahren EddingtonPLUS besteht aus drei Schritten. Die Teilverfahren von EddingtonPLUS enthalten nur einen oder zwei dieser Schritte.

Im Teilverfahren *EddingtonPLUS*** werden $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ über die Atmosphäre konstant gehalten, statistisch bestimmt und in das erweiterte Eddington Zwei-Strom-Verfahren eingesetzt (Weg 1). Es liefert die azimutal gemittelte Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion vom Zenitwinkel.

Im Teilverfahren *EddingtonPLUS** wird noch dazu die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] (nur TMS) angewendet. Es liefert einen vorläufigen Verlauf der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion von Azimut- und Zenitwinkel.

Im Verfahren *EddingtonPLUS* wird noch dazu die azimutale Korrektur der Strahldichte angewendet, die die Funktionen $I_0(\tau)$ bis $I_3(\tau)$ auch mit den Zenit- und Azimutwinkeln variieren lässt. Es liefert die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion von Azimut- und Zenitwinkel.

3.1.1.2 EddingtonFIT und seine Teilverfahren

Das gesamte Verfahren EddingtonFIT besteht ebenfalls aus drei Schritten. Die Teilverfahren von EddingtonFIT enthalten nur einen oder zwei dieser Schritte.

Im Teilverfahren *EddingtonFIT*** wird ein klassisches Eddington Zwei-Strom-Verfahren (Shettle und Weinman, 1970)[31] aufgerufen, um die Strahlungsflussdichten nach oben

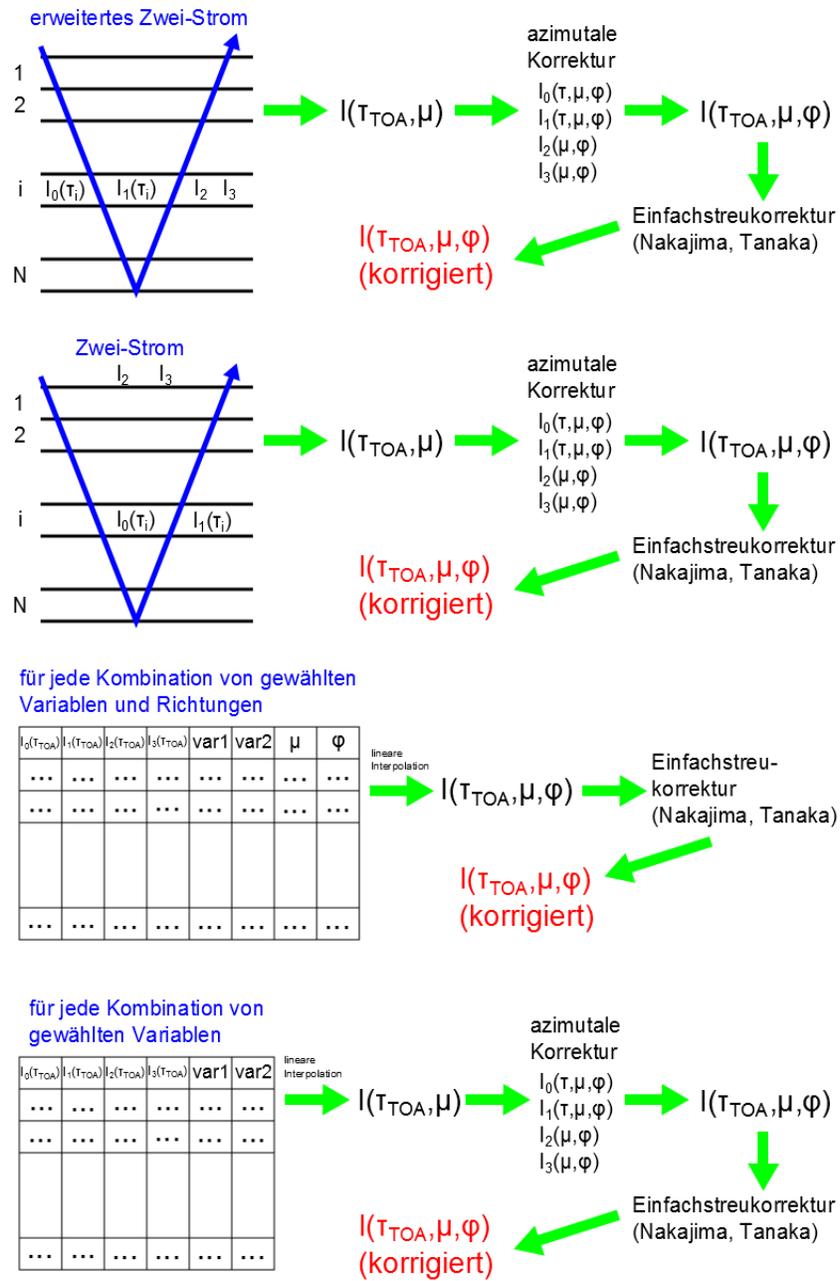


Abbildung 3.1:

Darstellung von Weg 1 (oben), Weg 2 (2. von oben), Weg 3 (3. von oben) und Weg 4 (unten) zur Gewinnung der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre.

und unten in der Atmosphäre zu berechnen. $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ werden nur am oberen Rand der Atmosphäre definiert und statistisch bestimmt. Anhand der Beziehung zwischen den Strahlungsflussdichten und den Funktionen der erweiterten Eddington-Approximation werden die beiden anderen Funktionen am oberen Rand der Atmosphäre (Weg 2) und somit die azimuthal gemittelte Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion vom Zenitwinkel abgeleitet.

Im Teilverfahren *EddingtonFIT** wird noch dazu die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (nur TMS) angewendet.

Im Verfahren *EddingtonFIT* wird noch dazu die azimuthale Korrektur der Strahldichte angewendet. Es liefert die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion von Azimut- und Zenitwinkel.

3.1.1.3 *pastat* und seine Teilverfahren

Das gesamte Verfahren *pastat* besteht auch aus drei Schritten. Die Teilverfahren von *pastat* enthalten nur einen oder zwei dieser Schritte.

Im Teilverfahren *pastat*** werden die vier Funktionen der erweiterten Eddington - Approximation nur am oberen Rand der Atmosphäre definiert und statistisch bestimmt. Aus der erweiterten Eddington-Approximation erhält man sofort die azimuthal gemittelte Strahldichte als Funktion vom Zenitwinkel (Weg 4).

Im Teilverfahren *pastat** wird noch dazu die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (nur TMS) angewendet.

Im Verfahren *pastat* wird darüber hinaus die azimuthale Korrektur der Strahldichte angewendet. Es liefert die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion von Azimut- und Zenitwinkel.

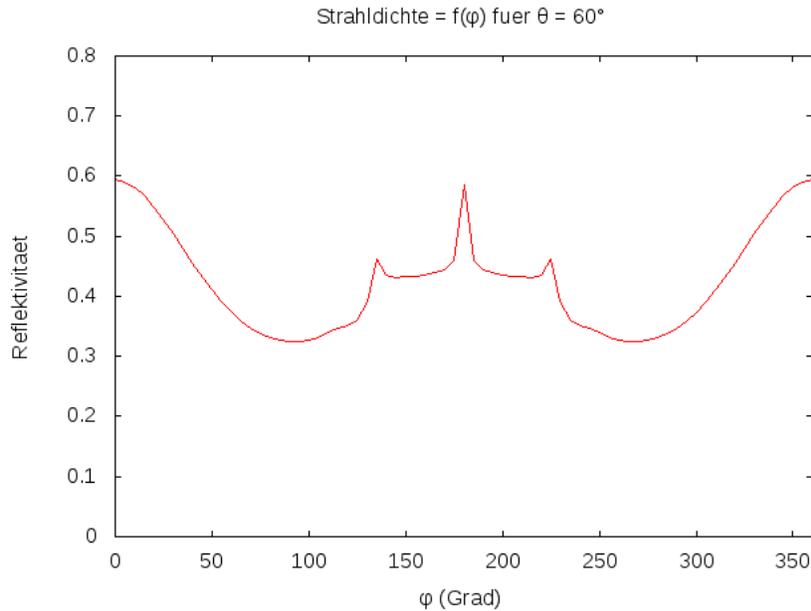


Abbildung 3.2:

Reflektivität bei TOA für eine Wellenlänge von 500 nm, einen Sonnenzenitwinkel von 60° , einen Sonnenazimutwinkel von 0° , eine Bodenalbedo von 0.2, eine Rayleigh-Atmosphäre mit einer Wasserwolke (optische Dicke: 1.2, Effektivradius der Tröpfchen: $10 \mu\text{m}$) als Funktion des Satellitenazimutwinkels für einen konstanten Satellitenzenitwinkel von 60 Grad, berechnet mit DISORT.

3.1.2 Azimutale Korrektur

3.1.2.1 Ansatz für die azimutal abhängige Korrektur der Strahldichte

Die Verfahren EddingtonPLUS**, EddingtonFIT** und pastat** ergeben nur die azimutal gemittelte Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre, die aus den vier Funktionen $I_0(\tau)$, $I_1(\tau)$, $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ von Gleichung (3.1) für $\tau = \tau_{\text{TOA}}$ rekonstruiert wird. Zur Einführung der azimutalen Abhängigkeit ließ ich die Parameter $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ mit den Azimut- und Zenitwinkeln variieren.

Abbildung 3.2 zeigt ein Beispiel von azimutalem Verlauf der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre simuliert mit DISORT (Stamnes et al., 1988)[33]. Dieser Verlauf ist ähnlich wie die Überlagerung von Cosinus-Funktionen des Azimutwinkels (insbesondere zwei Funktionen mit Perioden 2π und π). Es erscheint demzufolge als sinnvoll, einen Korrekturterm für $I_k(\tau_{\text{TOA}})$ ($k = 0..3$) zu wählen, der ebenfalls eine Summe von Cosinus-Funktionen des Azimutwinkels enthält. Es hat sich gezeigt, dass ein Korrekturterm mit vier Cosinus-Funktionen mit Perioden 2π , π , $\frac{2\pi}{3}$ und $\frac{\pi}{2}$ deutlich bessere Ergebnisse liefert als ein Korrekturterm mit nur zwei Cosinus-Funktionen.

Gleichzeitig steigt die azimutale Variabilität der Strahldichte mit den Sonnen- und Satellitenzenitwinkeln. Wenn einer von diesen Winkeln gleich null ist (Sonne oder Satellit im Zenit), ist die Strahldichte azimutal unabhängig. Die empirisch bestimmten Vorfaktoren $\sqrt{1 - \mu_0^2}$ und $\sqrt{1 - \mu^2}$ entsprechen dieser Voraussetzung. Daher wurde die Azimutalabhängigkeit der vier Funktionen der erweiterten Eddington-Approximation am oberen Rand der Atmosphäre $I_k(\tau_{\text{TOA}})$ ($k = 0..3$) wie folgt parametrisiert:

$$I_{\text{Azk},k}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) = I_k(\tau_{\text{TOA}}) \left[1 + \sqrt{1 - \mu^2} \sqrt{1 - \mu_0^2} (c_{k,1} \cos(\varphi - \varphi_0) + c_{k,2} \cos(2(\varphi - \varphi_0)) + c_{k,3} \cos(3(\varphi - \varphi_0)) + c_{k,4} \cos(4(\varphi - \varphi_0))) \right] \quad (3.2)$$

($k = 0, 1, 2$ oder 3)

wobei $I_{\text{Azk},k}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ die azimutal korrigierte Funktion $I_k(\tau_{\text{TOA}})$ am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion von Azimut- und Zenitwinkel ist.

Für diese Parametrisierung sind 16 Koeffizienten zu bestimmen: $c_{k,1}$, $c_{k,2}$, $c_{k,3}$ und $c_{k,4}$ ($k = 0..3$).

3.1.2.2 Bestimmung der 16 Konstanten des Ansatzes

Nach umfangreichen DISORT-Simulationen wurde festgestellt, dass die Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre hauptsächlich von sechs Variablen abhängt: λ (Wellenlänge), θ_0 (Sonnenzenitwinkel), A (Bodenalbedo), τ_{water} (totaler optischen Dicke der Wasserwolke), τ_{ice} (totaler optischen Dicke der Eiswolke) und R_{eff} (Effektivradius der Wassertröpfchen in der Wolke). Durch die Kenntnis dieser sechs Variablen lässt sich die Reflektivität in jede Richtung gut schätzen. Folgendermaßen wurde entschlossen, eine Tabellierung der notwendigen statistisch zu bestimmenden Parameter für jede Kombination dieser Variablen durchzuführen.

Zur Bestimmung der Koeffizienten von Gleichung (3.2) wurde die Methode der kleinsten quadratischen Abweichungen verwendet. Bei jeder Kombination (siehe Tabelle 3.1) von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} wurde der Fehler

$$= \sum_i \sum_j \left[I_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j) - \sum_{k=0}^3 \mu^k I_{\text{Azk},k}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j) \right]^2 \\ = \sum_i \sum_j \left[I_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j) - \sum_{k=0}^3 \mu^k I_k(\tau_{\text{TOA}}) \cdot \left[1 + \sqrt{1 - \mu_i^2} \sqrt{1 - \mu_0^2} (c_{k,1} \cos(\varphi_j - \varphi_0) + c_{k,2} \cos(2(\varphi_j - \varphi_0)) + c_{k,3} \cos(3(\varphi_j - \varphi_0)) + c_{k,4} \cos(4(\varphi_j - \varphi_0))) \right] \right]^2 \quad (3.3)$$

minimiert. Die Summen erstrecken sich jeweils über 46 äquidistante Werte vom Cosinus des Zenitwinkels für $0.1 \leq \mu_i \leq 1$ und 15 äquidistante Werte vom Azimutwinkel für $0^\circ \leq \varphi_j \leq 360^\circ$. $I_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j)$ ist die von DISORT ohne die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] berechnete Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre in die Richtung (μ_i, φ_j) . Somit wurden die optimalen Werte für die 16

3.2 EddingtonPLUS

EddingtonPLUS ist ähnlich wie Eddington Zwei-Strom (Shettle und Weinman, 1970)[31], basiert aber auf der erweiterten Eddington-Approximation (Gleichung 3.1) für die Strahldichte. Diese wird zur Herleitung des erweiterten Zwei-Strom-Verfahrens, das in EddingtonPLUS verwendet wird, ebenfalls in die azimuthal gemittelte STG (Gleichung 2.19) eingesetzt. Es entstehen vier Gleichungen für jeweils $I_0(\tau)$, $I_1(\tau)$, $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$. Das Gleichungssystem hat keine Lösung (siehe Anhang 1). $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ wurden deshalb als konstant über die ganze Atmosphäre betrachtet, für mehrere Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} statistisch bestimmt und in einer Look-Up Table gespeichert. Durch diese Vereinfachung reduziert sich das System auf zwei Gleichungen für jeweils $I_0(\tau)$ und $I_1(\tau)$ (bzw. $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$). Die Lösung dieses Systems ergibt das erweiterte Eddington Zwei-Strom-Verfahren für EddingtonPLUS.

Wenn EddingtonPLUS aufgerufen wird, wird zuerst dieses erweiterte Eddington Zwei-Strom-Verfahren aufgerufen. Mit der Lösung sowie den zwei für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} interpolierten Konstanten I_2 und I_3 wird die azimuthal gemittelte Strahldichte berechnet (Gleichung 3.1). Die Koeffizienten $c_{k,1}$, $c_{k,2}$, $c_{k,3}$ und $c_{k,4}$ ($k = 0..3$) aus Gleichung (3.2) werden ebenfalls für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} interpoliert. Gleichung (3.2) korrigiert dann die Lösung, damit die azimuthale Abhängigkeit der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre wiedergegeben wird. Zum Schluß erfolgt eine weitere Korrektur durch die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25].

3.2.1 Ableitung des erweiterten Zwei-Strom-Verfahrens

Diese Ableitung ähnelt der Herleitung von Eddington Zwei-Strom (W. Zdankowski et al., 2007)[37]. Die hier zusätzlich auftauchenden Terme sind **fett** geschrieben.

Es wird wieder von der in Abschnitt 3.1 erwähnten erweiterten Eddington-Approximation ausgegangen:

$$I(\tau, \mu) = I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) + \mu^2 I_2(\tau) + \mu^3 I_3(\tau) \quad (3.4)$$

Gleichung (3.4) wird dann in die azimuthal gemittelte STG eingesetzt (Gleichung 2.19), die hier noch mal geschrieben wird:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI}{d\tau}(\tau, \mu) &= I(\tau, \mu) - \frac{\omega_0(\tau)}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') I(\tau, \mu') d\mu' \\ &\quad - \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) p(\mu, -\mu_0) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Das ergibt:

$$\begin{aligned}
& \mu \frac{d}{d\tau} [I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) + \mu^2 I_2(\tau) + \mu^3 I_3(\tau)] \\
= & I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) + \mu^2 I_2(\tau) + \mu^3 I_3(\tau) \\
& - \frac{\omega_0(\tau)}{2} \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') [I_0(\tau) + \mu' I_1(\tau) + \mu'^2 I_2(\tau) + \mu'^3 I_3(\tau)] d\mu' \\
& - \frac{\omega_0(\tau)}{4\pi} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) p(\mu, -\mu_0)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

Die Phasenfunktion $p(\mu, \mu')$ lässt sich in folgende Legendre-Reihe zerlegen:

$$p(\mu, \mu') = \sum_{k=0}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\cos\psi) \tag{3.7}$$

wobei $P_k(x)$ das Legendre Polynom k -ten Grads, ψ der Streuwinkel und ξ_k das k -te Moment der Phasenfunktion sind.

Das Integral in der 3. Zeile von Gleichung (3.6) lässt sich anhand von

$$\int_{-1}^1 P_n(x) P_m(x) dx = \left(\frac{2}{2m+1}\right) \delta_{m,n} \tag{3.8}$$

und

$$P_n(\cos\psi) = P_n(\mu) P_n(\mu') \tag{3.9}$$

vereinfachen. Der Klarheit halber seien hier die vier ersten Legendre Polynomen gegeben:

$$P_0(x) = 1 \tag{3.10}$$

$$P_1(x) = x \tag{3.11}$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2} (3x^2 - 1) \tag{3.12}$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2} (5x^3 - 3x) \tag{3.13}$$

$I_0(\tau) + \mu' I_1(\tau) + \mu'^2 I_2(\tau) + \mu'^3 I_3(\tau)$ kann als Funktion von diesen Legendre Polynomen geschrieben werden.

$$I_0(\tau) = 1 \cdot I_0(\tau) = P_0(\mu') I_0(\tau)$$

$$\mu' I_1(\tau) = P_1(\mu') I_1(\tau)$$

$$\mu'^2 I_2(\tau) = \left[\frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} \mu'^2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}\right] I_2(\tau) = \left[\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu')\right] I_2(\tau)$$

$$\mu'^3 I_3(\tau) = \left[\frac{2}{5} \left(\frac{5}{2} \mu'^3 - \frac{3}{2} \mu' \right) + \frac{3}{5} \mu' \right] I_3(\tau) = \left[\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right] I_3(\tau)$$

Mit Gleichung (3.9) kann die Legendre-Reihe der Phasenfunktion auch geschrieben werden als:

$$p(\mu, \mu') = \sum_{k=0}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) P_k(\mu') \quad (3.14)$$

Dementsprechend kann man das Integral in der 3. Zeile von Gleichung (3.6) folgendermaßen schreiben:

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') [I_0(\tau) + \mu' I_1(\tau) + \mu'^2 I_2(\tau) + \mu'^3 I_3(\tau)] d\mu' \\ = & \int_{-1}^1 \sum_{k=0}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) P_k(\mu') [P_0(\mu') I_0(\tau) + P_1(\mu') I_1(\tau) \\ & + \left[\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu') \right] I_2(\tau) + \left[\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right] I_3(\tau)] d\mu' \end{aligned} \quad (3.15)$$

Gleichung (3.8) wird nun überall in Gleichung (3.15) angewendet, wo

$\int_{-1}^1 P_n(\mu') P_m(\mu') d\mu'$ auftaucht:

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 \sum_{k=0}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) P_k(\mu') [P_0(\mu') I_0(\tau) + P_1(\mu') I_1(\tau) \\ & + \left[\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu') \right] I_2(\tau) + \left[\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right] I_3(\tau)] d\mu' \\ = & \xi_0 P_0(\mu) I_0(\tau) \int_{-1}^1 P_0(\mu') P_0(\mu') d\mu' \\ & + \sum_{k=1}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) I_0(\tau) \int_{-1}^1 P_k(\mu') P_0(\mu') d\mu' \\ & + \xi_0 P_0(\mu) I_1(\tau) \int_{-1}^1 P_0(\mu') P_1(\mu') d\mu' \\ & + 3\xi_1 P_1(\mu) I_1(\tau) \int_{-1}^1 P_1(\mu') P_1(\mu') d\mu' \\ & + \sum_{k=2}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) I_1(\tau) \int_{-1}^1 P_k(\mu') P_1(\mu') d\mu' \\ & + \xi_0 P_0(\mu) I_2(\tau) \int_{-1}^1 P_0(\mu') \left(\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu') \right) d\mu' \\ & + 3\xi_1 P_1(\mu) I_2(\tau) \int_{-1}^1 P_1(\mu') \left(\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu') \right) d\mu' \\ & + 5\xi_2 P_2(\mu) I_2(\tau) \int_{-1}^1 P_2(\mu') \left(\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu') \right) d\mu' \\ & + \sum_{k=3}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) I_2(\tau) \int_{-1}^1 P_k(\mu') \left(\frac{2}{3} P_2(\mu') + \frac{1}{3} P_0(\mu') \right) d\mu' \\ & + \xi_0 P_0(\mu) I_3(\tau) \int_{-1}^1 P_0(\mu') \left(\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right) d\mu' \\ & + 3\xi_1 P_1(\mu) I_3(\tau) \int_{-1}^1 P_1(\mu') \left(\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right) d\mu' \\ & + 5\xi_2 P_2(\mu) I_3(\tau) \int_{-1}^1 P_2(\mu') \left(\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right) d\mu' \\ & + 7\xi_3 P_3(\mu) I_3(\tau) \int_{-1}^1 P_3(\mu') \left(\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right) d\mu' \\ & + \sum_{k=4}^{+\infty} (2k+1) \xi_k P_k(\mu) I_3(\tau) \int_{-1}^1 P_k(\mu') \left(\frac{2}{5} P_3(\mu') + \frac{3}{5} P_1(\mu') \right) d\mu' \\ = & 2\xi_0 P_0(\mu) I_0(\tau) + 2\xi_1 P_1(\mu) I_1(\tau) + \frac{2}{3} (\xi_0 P_0(\mu) + 2\xi_2 P_2(\mu)) I_2(\tau) \\ & + \frac{2}{5} (3\xi_1 P_1(\mu) + 2\xi_3 P_3(\mu)) I_3(\tau) \end{aligned} \quad (3.16)$$

wobei gilt $\xi_0 = 1$ und $\xi_1 = g$. Mit den Gleichungen (3.10) bis (3.13) erreicht man schließlich:

$$\begin{aligned}
& \int_{-1}^1 p(\mu, \mu') [I_0(\tau) + \mu' I_1(\tau) + \mu'^2 I_2(\tau) + \mu'^3 I_3(\tau)] d\mu' \\
&= 2I_0(\tau) + 2g\mu I_1(\tau) + \frac{2}{3}(1 + \xi_2(3\mu^2 - 1)) I_2(\tau) \\
& \quad + \frac{2}{5}(3g\mu + \xi_3(5\mu^3 - 3\mu)) I_3(\tau)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Die azimuthal gemittelte STG mit dem Ansatz der erweiterten Eddington-Approximation (Gleichung 3.6) lautet dann:

$$\begin{aligned}
& \mu \frac{d}{d\tau} [I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) + \mu^2 I_2(\tau) + \mu^3 I_3(\tau)] \\
&= I_0(\tau) + \mu I_1(\tau) + \mu^2 I_2(\tau) + \mu^3 I_3(\tau) \\
& \quad - \omega_0 \left[I_0(\tau) + g\mu I_1(\tau) + \frac{1}{3}(1 + \xi_2(3\mu^2 - 1)) I_2(\tau) \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{5}(3g\mu + \xi_3(5\mu^3 - 3\mu)) I_3(\tau) \right] - \frac{\omega_0}{4\pi} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) p(\mu, -\mu_0)
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Integriert man Gleichung (3.18) über μ von -1 bis 1, erhält man folgende Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_1}{d\tau}(\tau) + \frac{3}{5} \frac{dI_3}{d\tau}(\tau) &= 3(1 - \omega_0) I_0(\tau) + (1 - \omega_0) I_2(\tau) \\
& \quad - \frac{3}{4\pi} \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)
\end{aligned} \tag{3.19}$$

Multipliziert man Gleichung (3.18) mit μ , μ^2 bzw. μ^3 und integriert man über μ von -1 bis 1, erhält man folgende drei Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_0}{d\tau}(\tau) + \frac{3}{5} \frac{dI_2}{d\tau}(\tau) &= (1 - \omega_0 g) I_1(\tau) + \frac{3}{5} (1 - \omega_0 g) I_3(\tau) \\
& \quad + \frac{3}{4\pi} \omega_0 g \mu_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dI_1}{d\tau}(\tau) + \frac{5}{7} \frac{dI_3}{d\tau}(\tau) &= \frac{5}{3} (1 - \omega_0) I_0(\tau) + \left[1 - \omega_0 \left(\frac{5}{9} + \frac{4}{9} \xi_2 \right) \right] I_2(\tau) \\
& \quad - \frac{5}{12\pi} \omega_0 [1 + \xi_2(3\mu_0^2 - 1)] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)
\end{aligned} \tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dI_0}{d\tau}(\tau) + \frac{5}{7} \frac{dI_2}{d\tau}(\tau) &= (1 - \omega_0 g) I_1(\tau) + \left[\frac{5}{7} - \omega_0 \left(\frac{3}{5} g + \frac{4}{35} \xi_3 \right) \right] I_3(\tau) \\
& \quad + \frac{\omega_0}{4\pi} [3g\mu_0 + \xi_3(5\mu_0^3 - 3\mu_0)] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)
\end{aligned} \tag{3.22}$$

Im Eddington Zwei-Strom-Verfahren (Shettle und Weinman, 1970)[31] werden $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ berechnet, deren Beziehungen mit der azimuthal gemittelten Strahllichte wie folgt lauten:

$$M_+(\tau) = 2\pi \int_0^1 \mu I(\tau, \mu) d\mu \quad (3.23)$$

$$M_-(\tau) = 2\pi \int_0^1 \mu I(\tau, -\mu) d\mu \quad (3.24)$$

Die erweiterte Eddington-Approximation (Gleichung 3.4) wird in Gleichungen (3.23) und (3.24) eingesetzt. Das liefert zwei Beziehungen zwischen $M_+(\tau)$, $M_-(\tau)$ und den vier Funktionen $I_0(\tau)$, $I_1(\tau)$, $\mathbf{I}_2(\tau)$ und $\mathbf{I}_3(\tau)$. Nach $I_0(\tau)$ und $I_1(\tau)$ aufgelöst ergibt sich:

$$I_0(\tau) = \frac{M_+(\tau) + M_-(\tau) - \pi \mathbf{I}_2(\tau)}{2\pi} \quad (3.25)$$

$$I_1(\tau) = \frac{3}{4\pi} \left(M_+(\tau) - M_-(\tau) - \frac{4\pi}{5} \mathbf{I}_3(\tau) \right) \quad (3.26)$$

Gleichungen (3.25) und (3.26) eingesetzt in Gleichungen (3.19), (3.20), (3.21) und (3.22) liefert:

$$\begin{aligned} \frac{dM_+}{d\tau}(\tau) - \frac{dM_-}{d\tau}(\tau) &= 2(1 - \omega_0) M_+(\tau) + 2(1 - \omega_0) M_-(\tau) \\ &\quad - \frac{2\pi}{3} (1 - \omega_0) \mathbf{I}_2(\tau) - \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\begin{aligned} &\frac{dM_+}{d\tau}(\tau) + \frac{dM_-}{d\tau}(\tau) + \frac{\pi}{5} \frac{d\mathbf{I}_2}{d\tau}(\tau) \\ &= \frac{3}{2} (1 - \omega_0 g) M_+(\tau) - \frac{3}{2} (1 - \omega_0 g) M_-(\tau) + \frac{3}{2} \omega_0 g \mu_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} &\frac{dM_+}{d\tau}(\tau) - \frac{dM_-}{d\tau}(\tau) + \frac{16\pi}{105} \frac{d\mathbf{I}_3}{d\tau}(\tau) \\ &= \frac{10}{9} (1 - \omega_0) M_+(\tau) + \frac{10}{9} (1 - \omega_0) M_-(\tau) \\ &\quad + \left[\frac{2\pi}{9} + \frac{10\pi}{27} \omega_0 - \frac{16\pi}{27} \omega_0 \xi_2 \right] \mathbf{I}_2(\tau) \\ &\quad - \frac{5}{9} \omega_0 [\xi_2 (3\mu_0^2 - 1) + 1] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{dM_+}{d\tau}(\tau) + \frac{dM_-}{d\tau}(\tau) + \frac{3\pi}{7} \frac{dI_2}{d\tau}(\tau) \\
= & \frac{3}{2}(1 - \omega_0 g) M_+(\tau) - \frac{3}{2}(1 - \omega_0 g) M_-(\tau) \\
& + \frac{8\pi}{35}(1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau) \\
& + \frac{1}{2} \omega_0 [3g\mu_0 + \xi_3(5\mu_0^3 - 3\mu_0)] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Umformen der Terme ergibt:

$$\begin{aligned}
\frac{dM_+}{d\tau}(\tau) = & \left[(1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_+(\tau) + \left[(1 - \omega_0) - \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_-(\tau) \\
& + \left[\frac{3}{4}g\mu_0 - \frac{7}{32}\xi_3(5\mu_0^3 - 3\mu_0) - \frac{1}{2} \right] \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \\
& - \frac{\pi}{3}(1 - \omega_0) I_2(\tau) - \frac{\pi}{10}(1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau)
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dM_-}{d\tau}(\tau) = & \left[-(1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_+(\tau) + \left[-(1 - \omega_0) - \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g) \right] M_-(\tau) \\
& + \left[\frac{3}{4}g\mu_0 - \frac{7}{32}\xi_3(5\mu_0^3 - 3\mu_0) + \frac{1}{2} \right] \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \\
& + \frac{\pi}{3}(1 - \omega_0) I_2(\tau) - \frac{\pi}{10}(1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau)
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\frac{dI_2}{d\tau}(\tau) = (1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau) + \frac{35}{16\pi} \xi_3 (5\mu_0^3 - 3\mu_0) \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \tag{3.33}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dI_3}{d\tau}(\tau) = & -\frac{35}{6\pi}(1 - \omega_0) M_+(\tau) - \frac{35}{6\pi}(1 - \omega_0) M_-(\tau) \\
& + \left(\frac{35}{6} - \frac{35\omega_0}{18} - \frac{35}{9}\omega_0 \xi_2 \right) I_2(\tau) \\
& + \frac{105}{16\pi} \left[1 - \frac{5}{9}(\xi_2(3\mu_0^2 - 1) + 1) \right] \omega_0 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)
\end{aligned} \tag{3.34}$$

Wie schon erwähnt, hat dieses Gleichungssystem keine Lösung. In dieser Arbeit wurde die Möglichkeit genutzt, $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ zu parametrisieren, um dennoch eine Lösung

des Strahlungstransports zu ermöglichen. Es zeigte sich, dass der Verlauf von $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ stark von den Profilen der Streu- und Absorptionskoeffizienten abhängt. Ein einfacher analytischer Zusammenhang konnte nicht gefunden werden: weitere Parameter wie zum Beispiel die Einfachstreueralbedo oder deren Vertikalprofil wären erforderlich, um die Abhängigkeit zu beschreiben. Um die Anzahl der Parameter niedrig zu halten, wurden I_2 und I_3 als konstant (unabhängig von τ) angenommen. Weitere Parameter würden die Tabellen stark vergrößern und die Parametrisierung unpraktikabel machen. Mit dieser Annahme verschwinden die beiden Differentialgleichungen für $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ (Gleichungen 3.33 und 3.34). Es bleiben nur noch Gleichungen (3.31) und (3.32). In Matrixform heißt das Gleichungssystem (zusammen mit der Definition der direkten Strahlungsflussdichte $M_{\text{dir}}(\tau) = M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right)$) nun:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \frac{dM_+}{d\tau}(\tau) \\ \frac{dM_-}{d\tau}(\tau) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha_1 & -\alpha_2 \\ \alpha_2 & -\alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_+(\tau) \\ M_-(\tau) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} M_{\text{dir}}(\tau) \\ &+ \begin{pmatrix} \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.35)$$

mit

$$\alpha_1 = (1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g)$$

$$\alpha_2 = -(1 - \omega_0) + \frac{3}{4}(1 - \omega_0 g)$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{3}{4}g\mu_0 - \frac{7}{32}\xi_3(5\mu_0^3 - 3\mu_0) - \frac{1}{2} \right] \omega_0$$

$$\alpha_4 = \left[\frac{3}{4}g\mu_0 - \frac{7}{32}\xi_3(5\mu_0^3 - 3\mu_0) + \frac{1}{2} \right] \omega_0$$

$$\alpha_7 = -\frac{\pi}{3}(1 - \omega_0) I_2(\tau) - \frac{\pi}{10}(1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau)$$

$$\alpha_8 = \frac{\pi}{3}(1 - \omega_0) I_2(\tau) - \frac{\pi}{10}(1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau)$$

Die Lösung des homogenen Systems erfolgt wie bei der Herleitung von Eddington Zwei-Strom (W. Zdunkowski et al., 2007)[1].

Die allgemeine Lösung des homogenen Systems lautet:

$$M_{+,h}(\tau) = C_1 \exp(\lambda\tau) + C_2 \exp(-\lambda\tau) \quad (3.36)$$

$$M_{-,h}(\tau) = C_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(\lambda\tau) + C_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(-\lambda\tau) \quad (3.37)$$

mit $\lambda = \sqrt{\alpha_1^2 - \alpha_2^2}$; C_1 und C_2 sind dabei Konstanten.

Jetzt wird eine spezielle Lösung für das inhomogene System bestimmt. Es wird davon ausgegangen, dass diese Lösung die selbe Form hat wie der inhomogene Term in Gleichung (3.35):

$$M_{+,p}(\tau) = \alpha_5 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + \alpha_9 \quad (3.38)$$

$$M_{-,p}(\tau) = \alpha_6 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + \alpha_{10} \quad (3.39)$$

Werden diese Ansätze in das inhomogene System (Gleichung 3.35) eingesetzt, so erhält man zwei Systeme für jeweils α_5 , α_6 und α_9 , α_{10} :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\mu_0} + \alpha_1 & -\alpha_2 \\ \alpha_2 & \frac{1}{\mu_0} - \alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_3 \\ \alpha_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.40)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 & -\alpha_2 \\ \alpha_2 & -\alpha_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_9 \\ \alpha_{10} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \alpha_7 \\ \alpha_8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.41)$$

Die Lösungen lauten:

$$\alpha_5 = \frac{\left(\alpha_1 - \frac{1}{\mu_0}\right) \alpha_3 - \alpha_2 \alpha_4}{\left(\frac{1}{\mu_0}\right)^2 - \lambda^2} \quad (3.42)$$

$$\alpha_6 = \frac{\alpha_2 \alpha_3 - \left(\alpha_1 + \frac{1}{\mu_0}\right) \alpha_4}{\left(\frac{1}{\mu_0}\right)^2 - \lambda^2} \quad (3.43)$$

$$\alpha_9 = \frac{\alpha_1 \alpha_7 - \alpha_2 \alpha_8}{-\lambda^2} \quad (3.44)$$

$$\alpha_{10} = \frac{\alpha_2 \alpha_7 - \alpha_1 \alpha_8}{-\lambda^2} \quad (3.45)$$

Die allgemeine Lösung des inhomogenen Systems (Gleichung 3.35) ist die Summe der allgemeinen Lösung des homogenen Systems und der speziellen Lösung des inhomogenen Systems:

$$M_+(\tau) = C_1 \exp(\lambda\tau) + C_2 \exp(-\lambda\tau) + \alpha_5 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + \alpha_9 \quad (3.46)$$

$$\begin{aligned} M_-(\tau) = & C_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(\lambda\tau) + C_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(-\lambda\tau) \\ & + \alpha_6 M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) + \alpha_{10} \end{aligned} \quad (3.47)$$

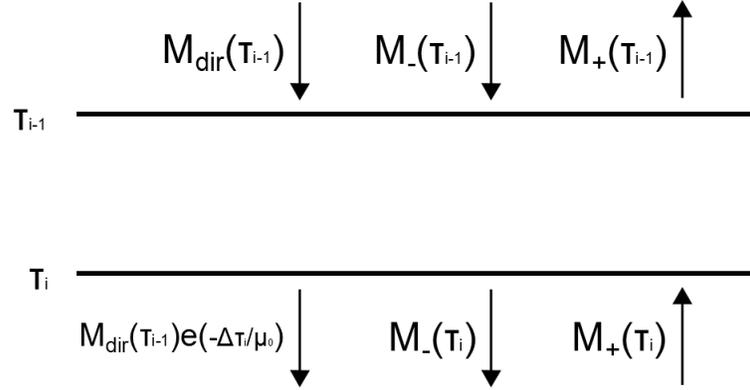


Abbildung 3.3:

Darstellung der Strahlungsflussdichten M_{dir} , M_- und M_+ am unteren und oberen Rand einer atmosphärischen Schicht zwischen den Niveaus der optischen Dicken τ_{i-1} und τ_i .

Schreiben wir jetzt aus Gleichungen (3.46) und (3.47) die einfallenden diffusen Flussdichten jeweils am unteren und oberen Rand einer homogenen Schicht $\Delta\tau_i$ (siehe Abbildung 3.3 zur graphischen Darstellung der einzelnen vorhandenen Strahlungsflussdichten):

$$M_+(\tau_i) = C_1 \exp(\lambda\tau_i) + C_2 \exp(-\lambda\tau_i) + \alpha_5 M_{dir}(\tau_{i-1}) \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) + \alpha_9 \quad (3.48)$$

$$M_-(\tau_{i-1}) = C_1 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(\lambda\tau_{i-1}) + C_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(-\lambda\tau_{i-1}) + \alpha_6 M_{dir}(\tau_{i-1}) + \alpha_{10} \quad (3.49)$$

mit $M_{dir}(\tau_{i-1}) = M_0 \exp\left(-\frac{\tau_{i-1}}{\mu_0}\right)$.

Gleichungen (3.48) und (3.49) müssen nach C_1 und C_2 aufgelöst werden, um die Integrationskonstanten zu bestimmen. Das Ergebnis ist:

$$C_1 = \beta_{11} M_+(\tau_i) + \beta_{12} M_-(\tau_{i-1}) + \beta_{13} M_{dir}(\tau_{i-1}) + \beta_{14} \quad (3.50)$$

$$C_2 = \beta_{21} M_+(\tau_i) + \beta_{22} M_-(\tau_{i-1}) + \beta_{23} M_{dir}(\tau_{i-1}) + \beta_{24} \quad (3.51)$$

mit

$$\begin{aligned}
\beta_{11} &= A \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(-\lambda\tau_{i-1}) \\
\beta_{12} &= -A \exp(-\lambda\tau_i) \\
\beta_{21} &= -A \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(\lambda\tau_{i-1}) \\
\beta_{22} &= A \exp(\lambda\tau_i) \\
\beta_{13} &= -\beta_{11}\alpha_5 \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) - \beta_{12}\alpha_6 \\
\beta_{23} &= -\beta_{21}\alpha_5 \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) - \beta_{22}\alpha_6 \\
\beta_{14} &= -\beta_{11}\alpha_9 - \beta_{12}\alpha_{10} \\
\beta_{24} &= -\beta_{21}\alpha_9 - \beta_{22}\alpha_{10} \\
A &= \left[\frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(\lambda\tau_i) - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(-\lambda\tau_i) \right]^{-1}
\end{aligned}$$

Aus Gleichungen (3.46) und (3.47) werden die diffusen Flussdichten aus der Schicht $\Delta\tau_i$ jeweils am oberen und unteren Rand abgeleitet:

$$M_+(\tau_{i-1}) = \mathbf{C}_1\gamma_{11} + \mathbf{C}_2\gamma_{21} + \alpha_5 M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) + \alpha_9 \quad (3.52)$$

$$M_-(\tau_i) = \mathbf{C}_1\gamma_{12} + \mathbf{C}_2\gamma_{22} + \alpha_6 M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) + \alpha_{10} \quad (3.53)$$

mit

$$\begin{aligned}
\gamma_{11} &= \exp(\lambda\tau_{i-1}) \\
\gamma_{12} &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \lambda} \exp(\lambda\tau_i) \\
\gamma_{21} &= \exp(-\lambda\tau_{i-1}) \\
\gamma_{22} &= \frac{\alpha_2}{\alpha_1 - \lambda} \exp(-\lambda\tau_i)
\end{aligned}$$

Aus der Definition von $M_{\text{dir}}(\tau)$ (Gleichung 2.34) folgt:

$$M_{\text{dir}}(\tau_i) = M_0 \exp\left(-\frac{\tau_i}{\mu_0}\right) \text{ sowie } M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) = M_0 \exp\left(-\frac{\tau_{i-1}}{\mu_0}\right).$$

Aus diesen beiden Gleichungen leitet man ab:

$$M_{\text{dir}}(\tau_i) = M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) \quad (3.54)$$

Setzt man Gleichungen (3.50) und (3.51) in Gleichungen (3.52) und (3.53) ein, erhält man mit Gleichung (3.54) in Matrixform:

$$\begin{pmatrix} M_+(\tau_{i-1}) \\ M_-(\tau_i) \\ M_{\text{dir}}(\tau_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \mathbf{a}_{13} & \mathbf{a}_{14} \\ a_{21} & a_{22} & \mathbf{a}_{23} & \mathbf{a}_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \mathbf{a}_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_+(\tau_i) \\ M_-(\tau_{i-1}) \\ M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (3.55)$$

mit

$$a_{11} = \beta_{11}\gamma_{11} + \beta_{21}\gamma_{21}$$

$$a_{12} = \beta_{12}\gamma_{11} + \beta_{22}\gamma_{21}$$

$$a_{13} = \beta_{13}\gamma_{11} + \beta_{23}\gamma_{21} + \alpha_5$$

$$\mathbf{a}_{14} = \beta_{14}\gamma_{11} + \beta_{24}\gamma_{21} + \alpha_9$$

$$a_{21} = \beta_{11}\gamma_{12} + \beta_{21}\gamma_{22}$$

$$a_{22} = \beta_{12}\gamma_{12} + \beta_{22}\gamma_{22}$$

$$a_{23} = \beta_{13}\gamma_{12} + \beta_{23}\gamma_{22} + \alpha_6 a_{33}$$

$$\mathbf{a}_{24} = \beta_{14}\gamma_{12} + \beta_{24}\gamma_{22} + \alpha_{10}$$

$$a_{31} = a_{32} = \mathbf{a}_{34} = 0$$

$$a_{33} = \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right)$$

Aus den Definitionen der β_{ij} , γ_{ij} und a_{ij} folgt:

$$a_{11} = a_{22} = \frac{2A\lambda}{\alpha_2}$$

$$a_{12} = a_{21} = A[\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)]$$

$$a_{13} = -2A\lambda\frac{\alpha_5}{\alpha_2}\exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right) - A\alpha_6(\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)) + \alpha_5$$

$$\mathbf{a}_{14} = -2A\lambda\frac{\alpha_9}{\alpha_2} - A\alpha_{10}(\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)) + \alpha_9$$

$$a_{23} = -A\alpha_5\exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right)(\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)) - 2A\lambda\frac{\alpha_6}{\alpha_2} + \alpha_6\exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right)$$

$$\mathbf{a}_{24} = -A\alpha_9(\exp(\lambda\Delta\tau_i) - \exp(-\lambda\Delta\tau_i)) - 2A\lambda\frac{\alpha_{10}}{\alpha_2} + \alpha_{10}$$

$$a_{31} = a_{32} = \mathbf{a}_{34} = 0$$

$$a_{33} = \exp\left(-\frac{\Delta\tau_i}{\mu_0}\right)$$

Aus Gleichung (3.55) wird:

$$\begin{pmatrix} M_+(\tau_{i-1}) \\ M_-(\tau_i) \\ M_{\text{dir}}(\tau_i) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \mathbf{a}_{13} & \mathbf{a}_{14} \\ a_{12} & a_{11} & \mathbf{a}_{23} & \mathbf{a}_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_+(\tau_i) \\ M_-(\tau_{i-1}) \\ M_{\text{dir}}(\tau_{i-1}) \\ \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

3.2.2 Parametrisierung von $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$

Da das Gleichungssystem (3.31), (3.32), (3.33) und (3.34) keine Lösung hat, wurden $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ parametrisiert. Wie in Unterabschnitt 3.2.1 erklärt, wurden I_2 und I_3 als konstant angenommen. Die am oberen Rand der Atmosphäre einfallenden Flussdichten $M_-(\tau_{\text{TOA}}) = 0$ und $M_{\text{dir}}(\tau_{\text{TOA}}) = M_0$ sowie die Bodenreflektion $M_+(\tau_{\text{Boden}})$ (wobei τ_{Boden} die optische Dicke am Boden ist) wurden als Randbedingungen verwendet, so dass ein System von drei Gleichungen für drei Variablen mit drei Randbedingungen übrig blieb.

Für alle möglichen Werte-Kombinationen der in Tabelle 3.1 gelisteten Größen (λ , τ_{water} , θ_0 , A , τ_{ice} und R_{eff}) wurden die optimalen Werte für I_2 und I_3 folgendermaßen ermittelt. Ein Satz von 25 Werten für I_2 und I_3 wurde in der Nähe vom geschätzten Werte-Paar gewählt, wo die Ergebnisse vom erweiterten Zwei-Strom-Verfahren am Nächsten von denen von DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] ohne die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] waren. Für all diese Werte von I_2 und I_3 wurde $\chi^2(I_2, I_3) = \sum_i (\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i) - \bar{I}_{\text{erwEdd}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, I_2, I_3))^2$ berechnet (wobei die Summe sich über 41 äquidistante Werte vom Zenitwinkel für $0.2 \leq \mu_i \leq 1$ erstreckt). Dabei ist $\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i)$ die azimuthal gemittelte, mit DISORT ohne Einfachstreu Korrektur berechnete Strahldichte. $\bar{I}_{\text{erwEdd}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, I_2, I_3)$ ist das Ergebnis des oben beschriebenen erweiterten Eddington Zwei-Strom-Verfahrens mit den jeweiligen Konstanten für I_2 und I_3 (azimutal unabhängig).

Die für alle Kombinationen von λ , τ_{water} , θ_0 , A , τ_{ice} und R_{eff} erhaltenen Funktionen $\chi^2 = f(I_2, I_3)$ waren fast genaue elliptische Paraboloiden, die ein Minimum beim für die jeweilige Kombination optimalen Werte-Paar (I_2, I_3) aufwiesen. Als Fit für χ^2 wurde aber die allgemeinere Funktion $f(x, y) = ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + g$ gewählt. Durch eine quadratische Regression mit zwei Variablen wurden die Koeffizienten der für die jeweilige Kombination von λ , τ_{water} , θ_0 , A , τ_{ice} und R_{eff} besten Funktion bestimmt. Die Werte der optimalen Konstanten wurden definiert als das Werte-Paar, für das die Ableitung dieser Funktion gleich null ist: das entspricht einem Minimum der Näherung von $\chi^2 = f(I_2, I_3)$, also ist die Lösung von EddingtonPLUS** bei der jeweiligen Kombination von λ , τ_{water} , θ_0 , A , τ_{ice} und R_{eff} für diese Werte von I_2 und I_3 am nächsten an der exakten Lösung.

3.2.3 Bestimmung der azimuthal gemittelten Strahldichte

Die wie in Unterabschnitt 3.2.2 beschrieben berechneten Werte von I_2 und I_3 sind für alle Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} (siehe Tabelle 3.1) tabelliert. Beim Aufruf von EddingtonPLUS werden die aktuellen Werte für I_2 und I_3 aus dieser Tabelle für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} durch eine lineare Interpolation mit sechs Variablen gewonnen. Diese beiden Parameter werden in das erweiterte Eddington Zwei-Strom-Verfahren eingesetzt, das die Strahlungsflussdichten $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ in jedem Niveau der Atmosphäre und insbesondere am oberen Rand der Atmosphäre berechnet, wobei die Delta-M-Approximation verwendet wird. Aus Gleichungen (3.25) und (3.26) werden danach $I_0(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_1(\tau_{\text{TOA}})$ aus $M_+(\tau_{\text{TOA}})$, $M_-(\tau_{\text{TOA}})$, I_2 und I_3 abgeleitet. Gleichung (3.1) ergibt aus $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, I_2 und I_3 die azimuthal gemittelte Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre.

3.2.4 Bestimmung der azimuthal abhängigen Strahldichte

Sie erfolgt wie in Unterabschnitt 3.1.2 beschrieben. Die Parameter $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, I_2 und I_3 werden anhand von Gleichung (3.2) durch $I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$,

$I_{Azk,2}(\mu, \varphi)$ und $I_{Azk,3}(\mu, \varphi)$ ersetzt, um die azimutale Abhängigkeit zu berücksichtigen. Die Koeffizienten $c_{k,l}$ ($k = 0..3$ und $l = 1..4$) von Gleichung (3.2) sind für jede Kombination von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} tabelliert. Die aktuellen Werte dieser Koeffizienten werden aus dieser Tabelle für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} durch eine lineare Interpolation mit sechs Variablen gewonnen. Gleichung (3.1) mit $I_{Azk,0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{Azk,1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{Azk,2}(\mu, \varphi)$ und $I_{Azk,3}(\mu, \varphi)$ ergibt danach die azimutal abhängige Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre:

$$I(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) = I_{Azk,0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu I_{Azk,1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu^2 I_{Azk,2}(\mu, \varphi) + \mu^3 I_{Azk,3}(\mu, \varphi) \quad (3.57)$$

Da die Parameter von EddingtonPLUS anhand von DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] ohne die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] bestimmt wurden, liefert das dargestellte erweiterte Eddington Zwei-Strom-Verfahren mit azimutaler Korrektur die noch zu korrigierende Strahldichte. Die Einfachstreu Korrektur (nur TMS) kann deshalb noch verwendet werden, um eine exakte Berücksichtigung der Einfachstreuung und somit einen sehr genauen Strahldichteverlauf zu gewährleisten. Somit ist das Verfahren EddingtonPLUS vollständig.

3.3 EddingtonFIT

Beim Verfahren EddingtonFIT wird wie bei EddingtonPLUS (siehe Abschnitt 3.2) die erweiterte Eddington-Approximation (Gleichung 3.1) verwendet. Allerdings wurden dabei $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ durch einen Fit nur am oberen Rand der Atmosphäre für alle in Tabelle 3.1 aufgelisteten Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} statistisch bestimmt und in einer Look-Up Table gespeichert. Wohingegen bei EddingtonPLUS $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ in der ganzen atmosphärischen Säule bestimmt waren.

Wenn EddingtonFIT aufgerufen wird, werden zuerst $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ durch ein reines Eddington Zwei-Strom-Verfahren (Shettle und Weinman, 1970)[31] berechnet. Bei EddingtonPLUS fand hingegen das in Unterabschnitt 3.2.1 hergeleitete erweiterte Eddington Zwei-Strom-Verfahren Anwendung. Bei EddingtonFIT werden anhand von Gleichungen (3.25) und (3.26) nach dem Zwei-Strom-Verfahren $I_0(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_1(\tau_{\text{TOA}})$ berechnet und durch die erweiterte Eddington-Approximation die azimutal gemittelte Strahldichte gewonnen. Die Korrektur der azimutalen Abhängigkeit der Strahldichte erfolgt durch Gleichung (3.2). Zum Schluß erfolgt eine weitere Verfeinerung des Strahlendichteverlaufs durch die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25].

3.3.1 Parametrisierung von $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$

Zur statistischen Bestimmung der zwei Funktionen $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$ von Gleichung (3.1) am oberen Rand der Atmosphäre wurde die Methode der kleinsten quadratischen Abweichungen verwendet. Bei allen Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} (siehe Tabelle 3.1) wurde bei aus dem reinen Eddington Zwei-Strom-Verfahren (Shettle und Weinman, 1970)[31] bekannten Strahlungsflussdichten $M_+(\tau_{\text{TOA}})$ und $M_-(\tau_{\text{TOA}})$ der Fehler

$$\sum_i \left[\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i) - \sum_{k=0}^3 \mu_i^k I_k(\tau_{\text{TOA}}) \right]^2 \quad (3.58)$$

minimiert (wobei die Summe sich über 46 äquidistante Werte vom Zenitwinkel für $0.1 \leq \mu_i \leq 1$ erstreckt). Wenn Gleichungen (3.25) und (3.26) in Gleichung (3.58) eingesetzt werden, lässt sich dieser Fehler folgendermaßen schreiben:

$$\sum_i \left[\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i) - \frac{M_+(\tau_{\text{TOA}}) + M_-(\tau_{\text{TOA}}) - \pi I_2}{2\pi} - \mu_i \left[\frac{3(M_+(\tau) - M_-(\tau))}{4\pi} + \frac{3}{5} I_3 \right] - \mu_i^2 I_2 - \mu_i^3 I_3 \right]^2 \quad (3.59)$$

Damit der Fehler ein Minimum hat, müssen die Ableitungen von Gleichung (3.59) nach $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ gleich null sein. Diese Bedingungen ergeben ein Gleichungssystem für $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$, in dem die Strahlungsflussdichten sowie Mittelwerte (über alle Richtungen für $0.1 \leq \mu \leq 1$) von $\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$, $\mu \bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$,

$\mu^2 \bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$, $\mu^3 \bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$ und von Potenzen von μ enthalten sind. Die Lösung entspricht den Werten von $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$, für die Gleichung (3.1) die exakte azimuthal gemittelte Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre bei bekannten Strahlungsflussdichten am besten nähert.

3.3.2 Bestimmung der azimuthal gemittelten Strahldichte

$I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ sind bei EddingtonFIT nur am oberen Rand der Atmosphäre definiert, im Gegensatz zu EddingtonPLUS, wo I_2 und I_3 Konstanten sind, die für die ganze Atmosphäre gelten. In Unterabschnitt 3.3.1 wurde erklärt, wie die Werte von $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ für alle Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} (siehe Tabelle 3.1) tabelliert wurden. Beim Aufruf von EddingtonFIT werden die aktuellen Werte für $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ aus dieser Tabelle für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} durch eine lineare Interpolation mit sechs Variablen gewonnen. Ein reiner Eddington Zwei-Strom-Verfahren (Shettle und Weinman, 1970)[31] liefert die Strahlungsflussdichten $M_+(\tau)$ und $M_-(\tau)$ in jedem Niveau der Atmosphäre und insbesondere am oberen Rand der Atmosphäre, wobei die Delta-M-Approximation verwendet wird. Gleichungen (3.25) und (3.26) am oberen Rand der Atmosphäre ergeben die Parameter $I_0(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_1(\tau_{\text{TOA}})$. Aus der erweiterten Eddington-Approximation (Gleichung 3.1) wird bei jetzt bekannten $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ die azimuthal gemittelte Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre gewonnen.

3.3.3 Bestimmung der azimuthal abhängigen Strahldichte

Sie erfolgt wie in Unterabschnitt 3.1.2 beschrieben. Analog zu EddingtonPLUS werden hier die Parameter $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ anhand von Gleichung (3.2) durch $I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},2}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ und $I_{\text{Azk},3}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ ersetzt. So werden sie auch Funktionen des azimuthalen Winkels. Die Koeffizienten $c_{k,l}$ ($k = 0..3$ und $l = 1..4$) von Gleichung (3.2) sind ebenfalls für jede Kombination von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} tabelliert. Die selbe Methode wie bei EddingtonPLUS wird verwendet, um die aktuellen Werte dieser Koeffizienten für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} zu gewinnen: eine lineare Interpolation mit sechs Variablen. Gleichung (3.1) mit $I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},2}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ und $I_{\text{Azk},3}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ ergibt danach die azimuthal abhängige Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre:

$$I(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) = I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu^2 I_{\text{Azk},2}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu^3 I_{\text{Azk},3}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) \quad (3.60)$$

Bei EddingtonFIT wird wie bei EddingtonPLUS aus dem selben Grund noch dazu die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] (nur TMS) verwendet.

3.4 pastat

Beim Verfahren *pastat* wird wie bei *EddingtonPLUS* und *EddingtonFIT* die erweiterte Eddington-Approximation (Gleichung 3.1) verwendet. Allerdings wurden bei *pastat* nicht nur $I_2(\tau)$ und $I_3(\tau)$, sondern alle vier von der optischen Dicke abhängigen Funktionen aus Gleichung (3.1) durch einen Fit am oberen Rand der Atmosphäre für alle sich aus Tabelle 3.1 ergebenden Wertekombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} statistisch bestimmt und in einer Look-Up Table gespeichert.

Wenn *pastat* aufgerufen wird, werden zuerst $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ als Funktion von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} durch eine lineare Interpolation der tabellierten Werte berechnet. Anhand von Gleichung (3.1) wird daraus die azimuthal gemittelte Strahldichte gewonnen. Die azimuthale Abhängigkeit der Strahldichte ergibt sich aus Gleichung (3.2), indem $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ mit einem Term multipliziert werden, der mit dem Azimutwinkel variiert.

3.4.1 Parametrisierung von $I_k(\tau_{\text{TOA}})$

Zur statistischen Bestimmung von $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ von Gleichung (3.1) am oberen Rand der Atmosphäre wurde die Methode der kleinsten quadratischen Abweichungen verwendet. Bei allen Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} (siehe Tabelle 3.1) wurde der Fehler

$$\sum_i \left[\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i) - \sum_{k=0}^3 \mu_i^k I_k(\tau_{\text{TOA}}) \right]^2 \quad (3.61)$$

minimiert (wobei die Summe sich über 46 äquidistante Werte vom Zenitwinkel für $0.1 \leq \mu_i \leq 1$ erstreckt).

Damit der Fehler ein Minimum hat, müssen die Ableitungen von Gleichung (3.61) nach $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ gleich null sein. Diese Bedingungen ergeben ein Gleichungssystem für $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$, in dem Mittelwerte (über alle Richtungen für $0.1 \leq \mu \leq 1$) von $\bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$, $\mu \bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$, $\mu^2 \bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$, $\mu^3 \bar{I}_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu)$ und von Potenzen von μ enthalten sind. Die Lösung entspricht den Werten von $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$, für die die erweiterte Eddington-Approximation am oberen Rand der Atmosphäre die exakte azimuthal gemittelte Strahldichte am besten nähert.

3.4.2 Bestimmung der azimuthal gemittelten Strahldichte

Im Falle von *pastat* wurden die vier Parameter $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ für alle Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} (siehe Tabelle 3.1) gespeichert. Beim Aufruf von *pastat* werden die aktuellen Werte von diesen Parametern aus der Tabelle für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} durch

eine lineare Interpolation mit sechs Variablen ermittelt. Aus der erweiterten Eddington-Approximation (Gleichung 3.1) am oberen Rand der Atmosphäre wird direkt die azimutal gemittelte Strahldichte gewonnen.

3.4.3 Bestimmung der azimutal abhängigen Strahldichte

Sie erfolgt wie in Unterabschnitt 3.1.2 beschrieben. Analog zu EddingtonPLUS und EddingtonFIT werden die Parameter $I_0(\tau_{\text{TOA}})$, $I_1(\tau_{\text{TOA}})$, $I_2(\tau_{\text{TOA}})$ und $I_3(\tau_{\text{TOA}})$ anhand von Gleichung (3.2) durch $I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},2}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ und $I_{\text{Azk},3}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ ersetzt. Die Koeffizienten $c_{k,l}$ ($k = 0..3$ und $l = 1..4$) von Gleichung (3.2), die für jede Kombination von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} tabelliert sind, werden durch lineare Interpolation mit sechs Variablen für die laufenden Werte von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} gewonnen. Gleichung (3.1) mit $I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$, $I_{\text{Azk},2}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ und $I_{\text{Azk},3}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi)$ ergibt danach die azimutal abhängige Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre:

$$I(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) = I_{\text{Azk},0}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu I_{\text{Azk},1}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu^2 I_{\text{Azk},2}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) + \mu^3 I_{\text{Azk},3}(\tau_{\text{TOA}}, \mu, \varphi) \quad (3.62)$$

Die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] (nur TMS) wird dann angewendet, um die Einfachstreuung ohne Delta-M-Approximation zu berücksichtigen und einen sehr genauen Strahldichteverlauf zu bekommen. Dazu wurde bei der Bestimmung der Parameter von pastat DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] ohne Einfachstreu Korrektur verwendet.

3.5 Beispiele

Im Folgenden soll anhand von drei atmosphärischen Zuständen die Fähigkeit der entwickelten Verfahren, den Strahldichteverlauf am oberen Rand der Atmosphäre zu berechnen, verdeutlicht werden. Dazu wird im Folgenden die normierte Strahldichte, also die Reflektivität, betrachtet (siehe Gleichung 2.2). Die drei betrachteten Atmosphären zeichnen sich aus durch die verschiedenen Werte der optischen Dicke ihrer Wasserwolke (die sich zwischen 2 und 4 km über den Meeresspiegel befindet). In der ersten Atmosphäre ist mit $\tau_{\text{water}} = 0.16$ die Wolke sehr dünn und durchsichtig. In der zweiten ist mit $\tau_{\text{water}} = 1.2$ die Wolke halb durchsichtig, so dass die Mehrfachstreuung eine wesentliche Rolle spielt. In der dritten ist mit $\tau_{\text{water}} = 15$ die Wolke dicht und undurchsichtig.

Abbildungen 3.4 bis 3.6 zeigen ein Beispiel von Verlauf der Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre als Funktion vom Zenitwinkel bzw. vom Azimutwinkel für EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat sowie den Vergleich mit DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] und dem Eddington Zwei-Strom-Verfahren (Shettle und Weinman, 1970)[31] für eine Atmosphäre mit einer halb durchsichtigen Wasserwolke (optischer Dicke von 1.2). Abbildung 3.4 zeigt, dass EddingtonPLUS eine wesentliche Verbesserung verglichen mit Zwei-Strom darstellt, jedoch werden 5 % relativer Fehler häufig überschritten. Allerdings sorgt die Einfachstreu korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] für eine gute Berücksichtigung der kleinen Strukturen. EddingtonFIT (siehe Abbildung 3.5) und pastat mit Einfachstreu korrektur (siehe Abbildung 3.6) berücksichtigen auch gut die kleinen Strukturen und für dieses Beispiel ist der relative Fehler von diesen Verfahren durchschnittlich niedriger als der von EddingtonPLUS. pastat ist hier am nächsten bei der exakten Lösung.

Abbildungen 3.7 bis 3.9 zeigen ein anderes Beispiel (diesmal für eine optisch sehr dünne Wasserwolke mit einer optischen Dicke von 0.16 statt 1.2). Die Ergebnisse von EddingtonPLUS werden noch schlechter, wobei 10 % relativer Fehler manchmal überschritten werden. EddingtonFIT weist weniger Abstand zur exakten Lösung auf. pastat ist wieder das Verfahren, dessen relativer Fehler im Durchschnitt am niedrigsten ist.

Ein letztes Beispiel zeigen Abbildungen 3.10 bis 3.12. Diesmal ist die Wasserwolke viel dichter, die optische Dicke beträgt 15. Diese Abbildungen zeigen, dass für diesen Fall alle drei Verfahren ausreichend gute Ergebnisse liefern (der relative Fehler ist nämlich immer unter 10 %). Jedoch ist der Abstand zur exakten Lösung bei EddingtonPLUS noch einmal größer als bei den anderen zwei Verfahren.

Aus diesen drei Beispielen ergibt sich, dass die von EddingtonPLUS berechnete Reflektivität tendenziell größere Fehler aufweist. pastat hat dabei immer die besten Ergebnisse. Alle drei in dieser Arbeit entwickelten Verfahren sind eine wesentliche Verbesserung in Bezug zum reinen Eddington Zwei-Strom-Verfahren, jedoch ist schon EddingtonPLUS in manchen Fällen am festgelegten Erfolgskriterium (relativer Fehler kleiner/gleich 10 % oder absoluter Fehler kleiner/gleich 0.02) gescheitert. Die Einfachstreu korrektur von Nakajima und Tanaka ist sehr hilfreich, wenn der azimutale Verlauf der Strahldichte starke Schwankungen aufweist.

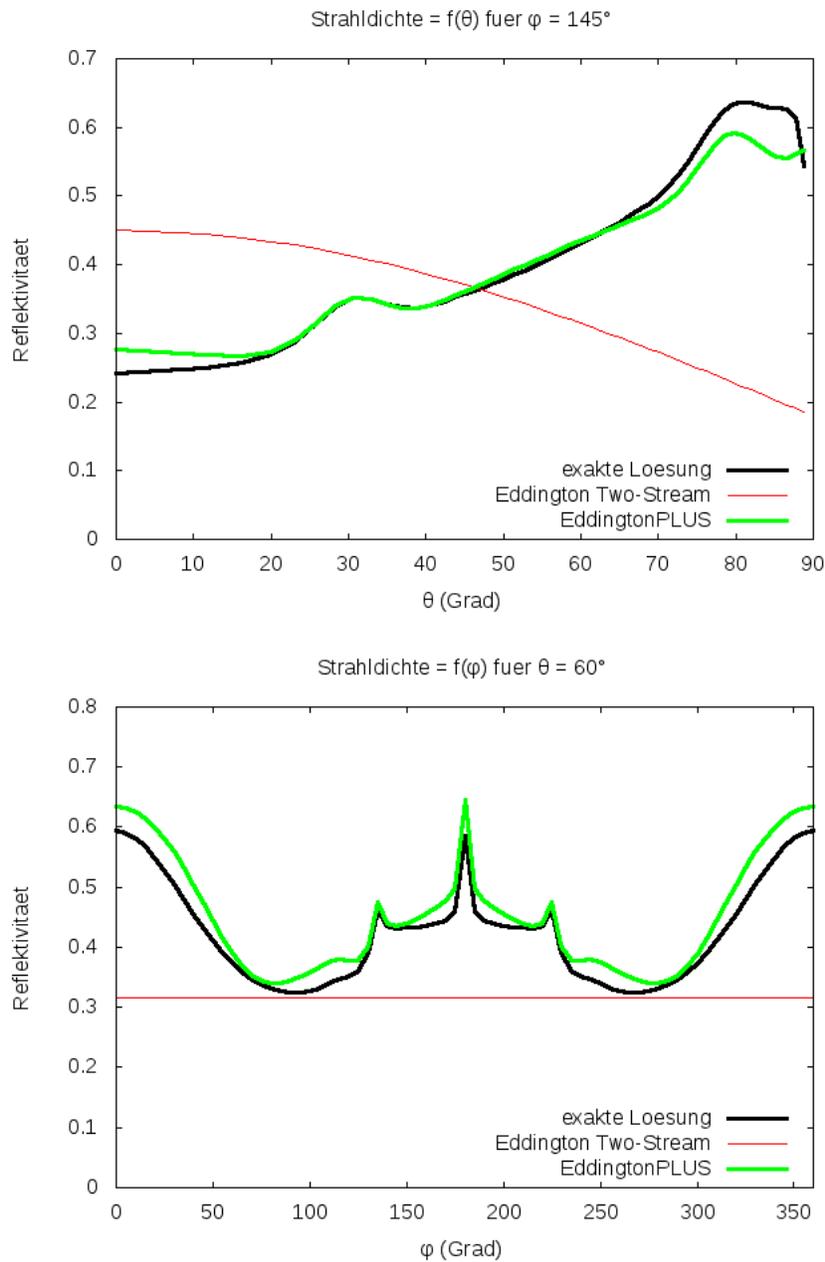


Abbildung 3.4:

Reflektivitaet bei TOA fuer $\lambda = 500 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $A = 0.1$, eine Rayleigh-Atmosphäre mit einer Wasserwolke ($\tau = 1.2$, $R_{\text{eff}} = 10 \mu\text{m}$) als Funktion des Zenitwinkels fuer einen konstanten Azimutwinkel $\varphi - \varphi_0 = 0^\circ$ (oben) bzw. als Funktion des Azimutwinkels fuer einen konstanten Zenitwinkel von 60° (unten), berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und EddingtonPLUS.

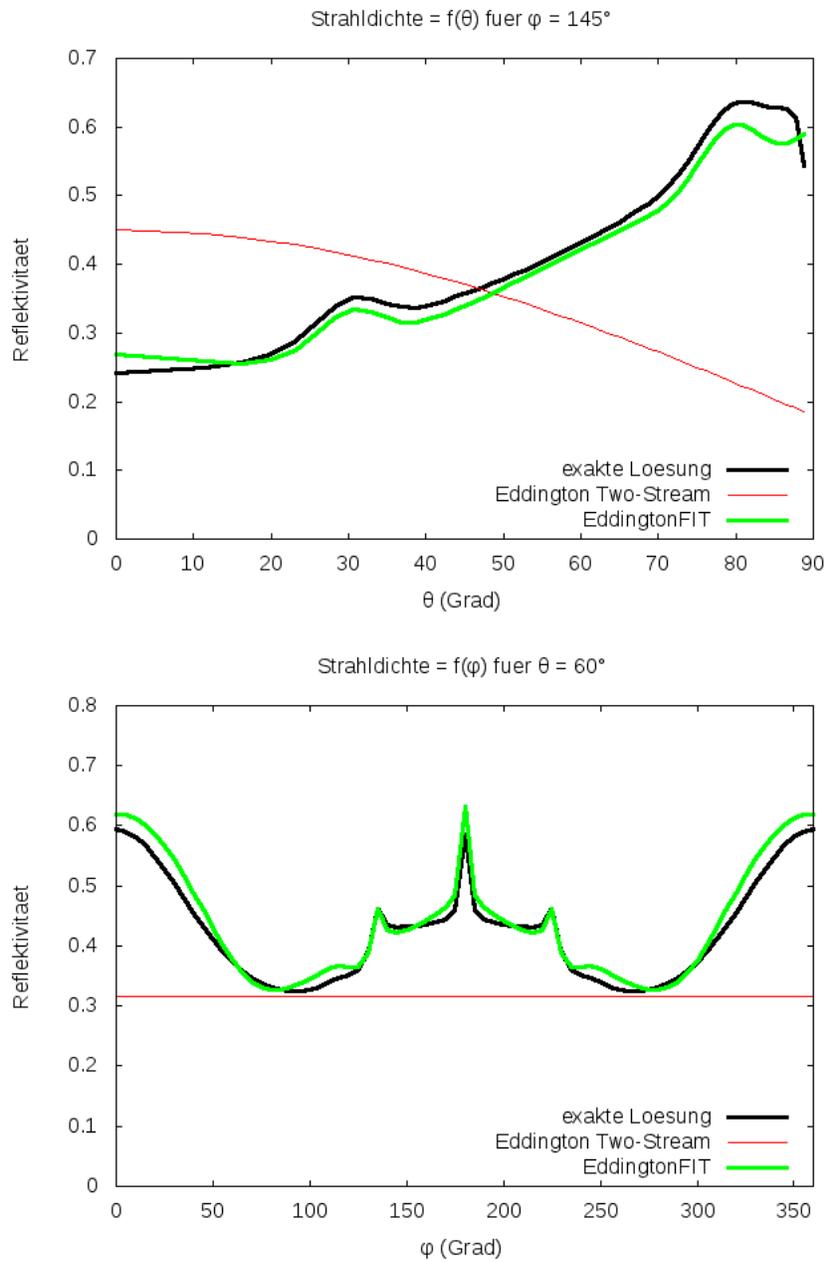


Abbildung 3.5:
 Ähnlich wie Abbildung 3.4 aber berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und EddingtonFIT.

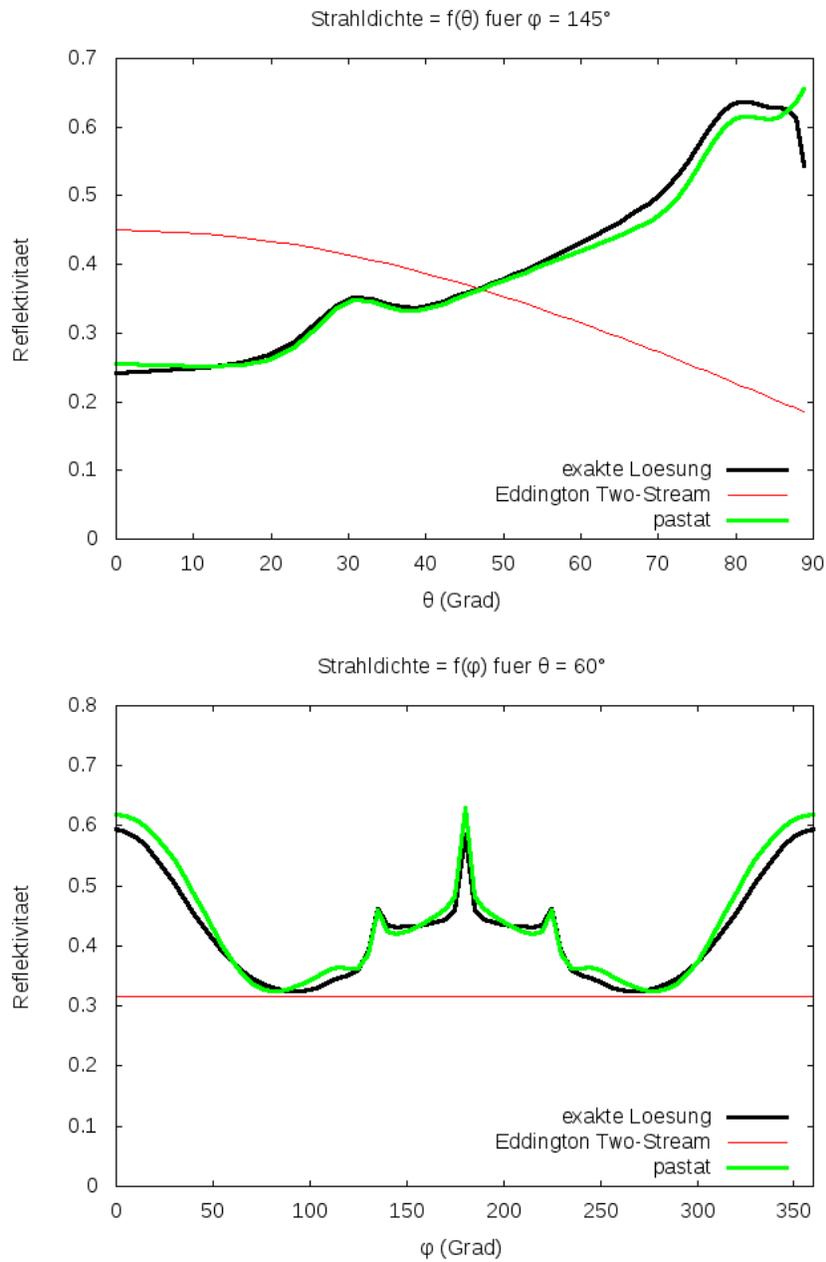


Abbildung 3.6:
 Ähnlich wie Abbildung 3.4 aber berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und pastat.

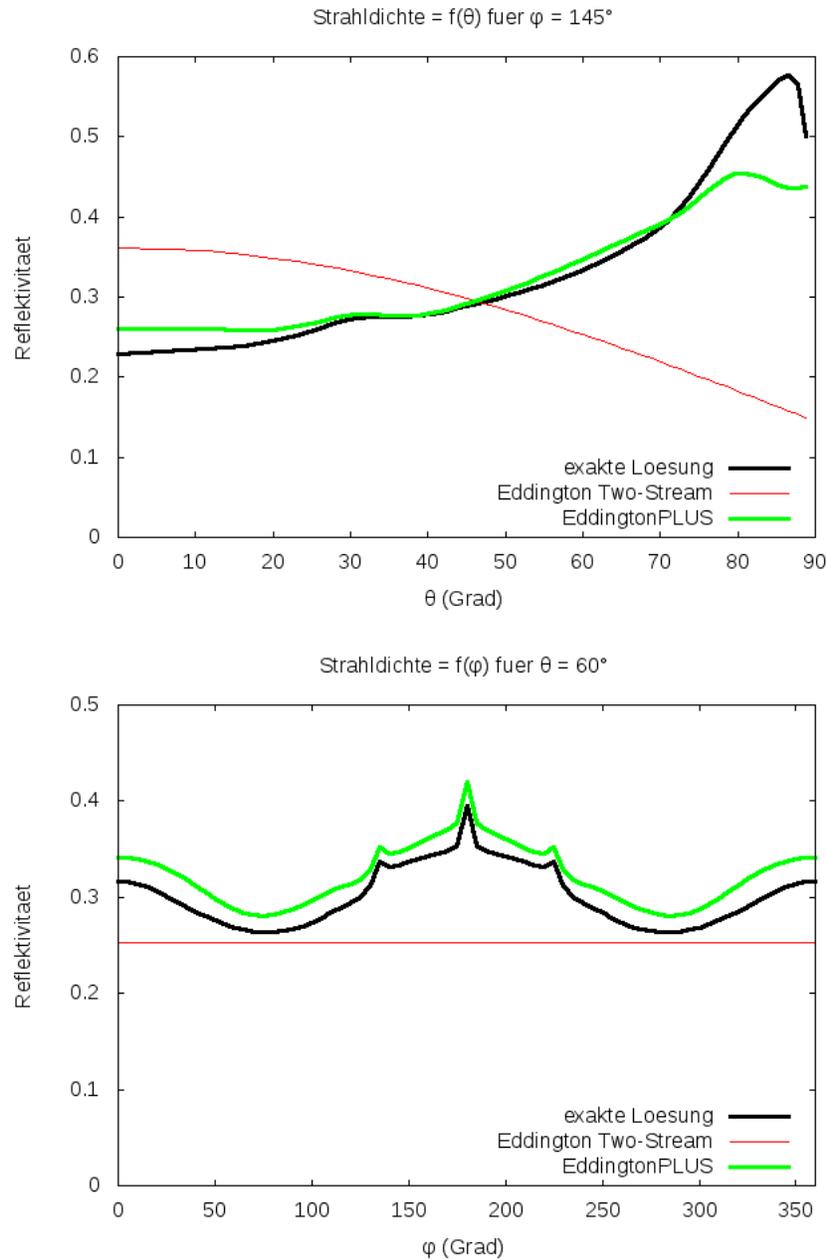


Abbildung 3.7:

Reflektivität bei TOA für $\lambda = 500 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $A = 0.1$, eine Rayleigh-Atmosphäre mit einer Wasserwolke ($\tau = 0.16$, $R_{eff} = 10 \mu\text{m}$) als Funktion des Zenitwinkels für einen konstanten Azimutwinkel $\varphi - \varphi_0 = 0^\circ$ (oben) bzw. als Funktion des Azimutwinkels für einen konstanten Zenitwinkel von 60° (unten), berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und EddingtonPLUS.

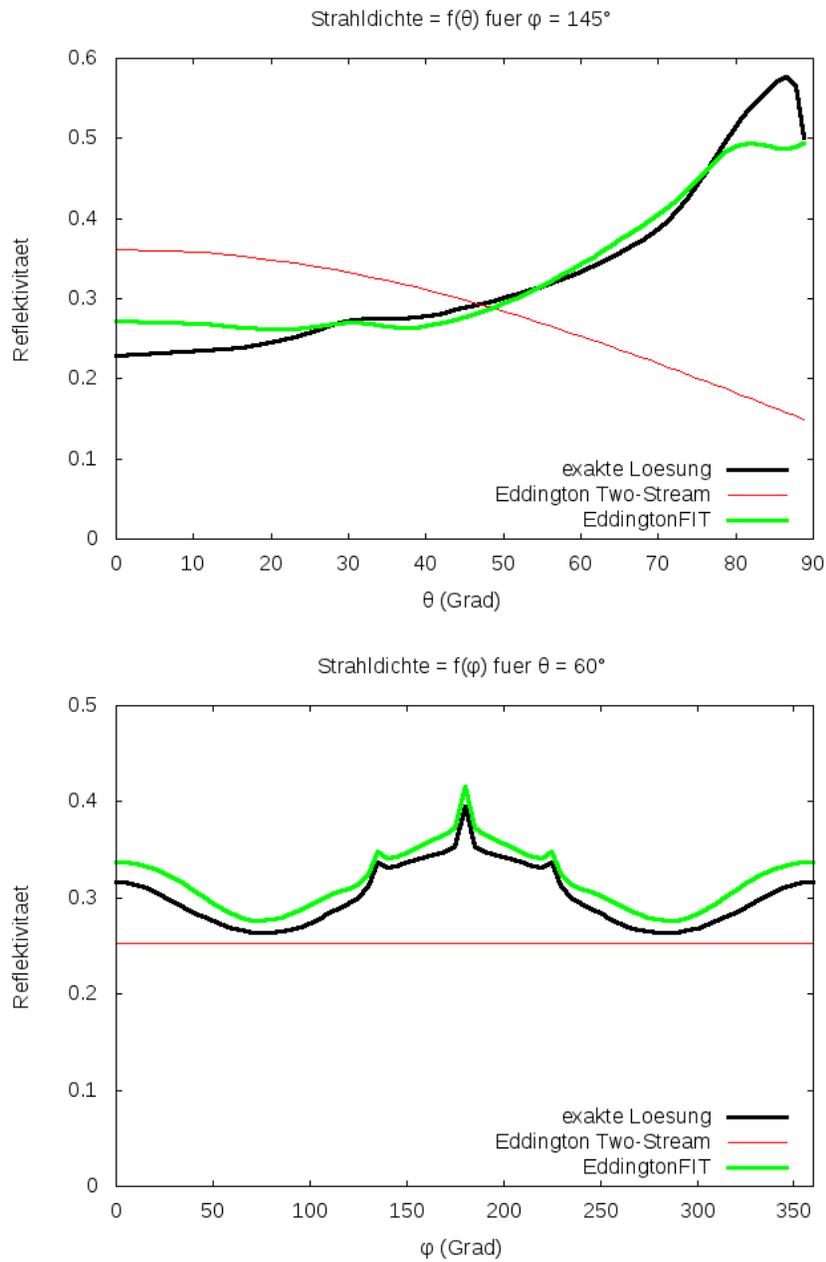


Abbildung 3.8:
 Ähnlich wie Abbildung 3.7 aber berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und EddingtonFIT.

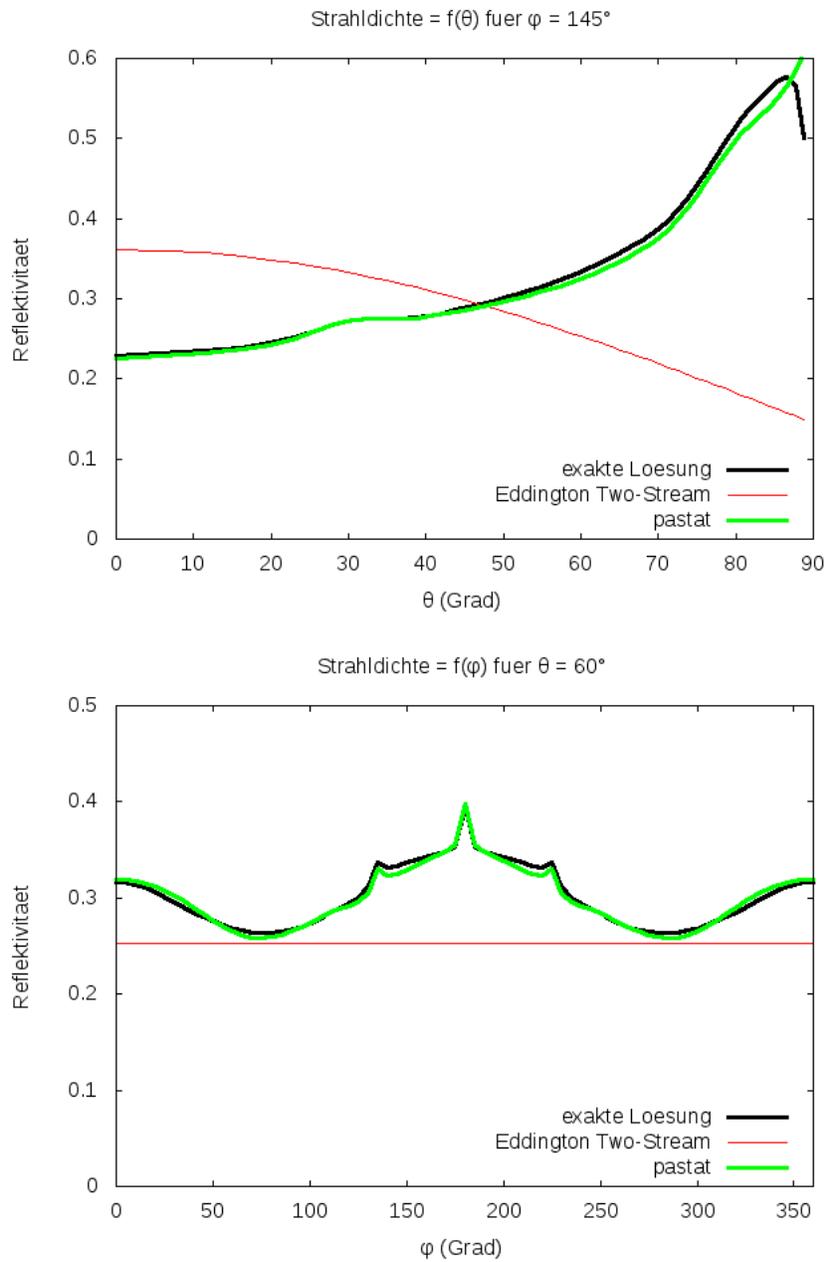


Abbildung 3.9:
 Ähnlich wie Abbildung 3.7 aber berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und pastat.

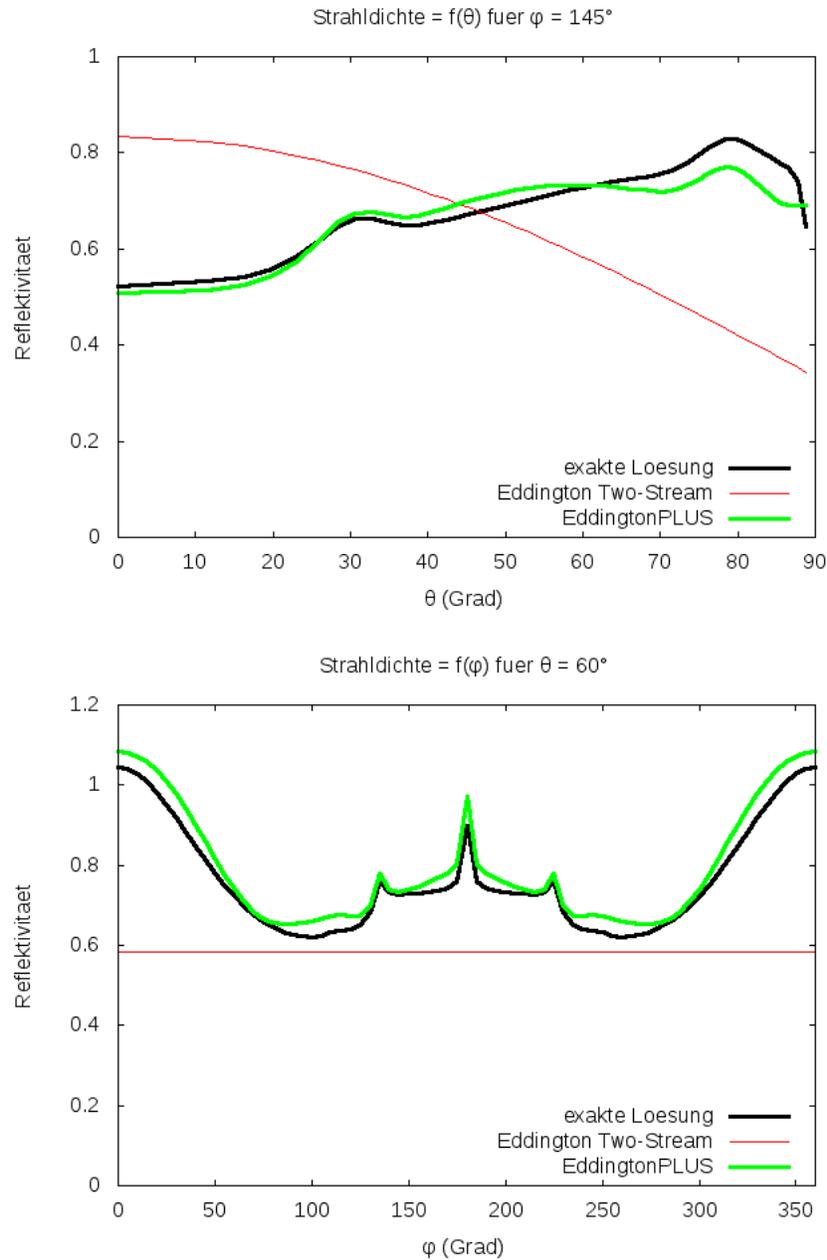


Abbildung 3.10:

Reflektivität bei TOA für $\lambda = 500 \text{ nm}$, $\theta_0 = 60^\circ$, $\varphi_0 = 0^\circ$, $A = 0.1$, eine Rayleigh-Atmosphäre mit einer Wasserwolke ($\tau = 15$, $R_{eff} = 10 \mu\text{m}$) als Funktion des Zenitwinkels für einen konstanten Azimutwinkel $\varphi - \varphi_0 = 0^\circ$ (oben) bzw. als Funktion des Azimutwinkels für einen konstanten Zenitwinkel von 60° (unten), berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und EddingtonPLUS.

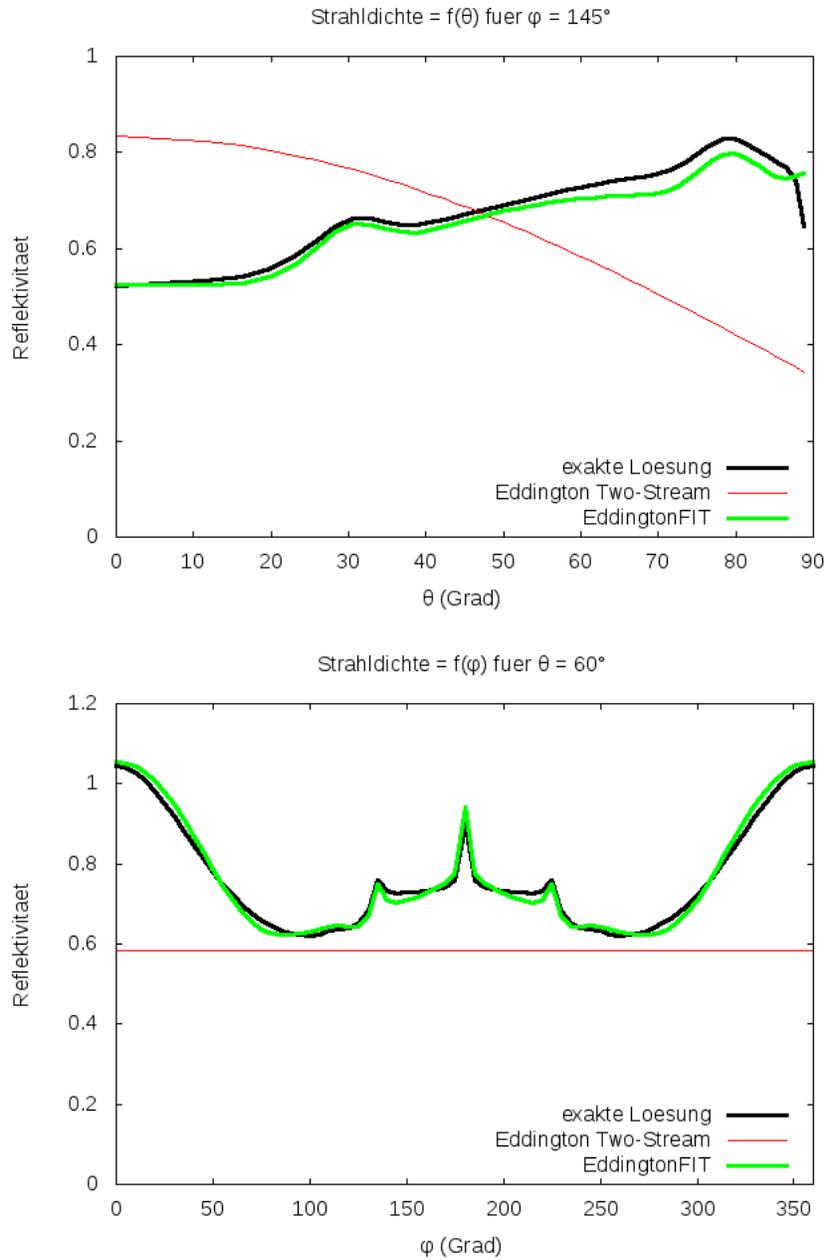


Abbildung 3.11:
 Ähnlich wie Abbildung 3.10 aber berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und EddingtonFIT.

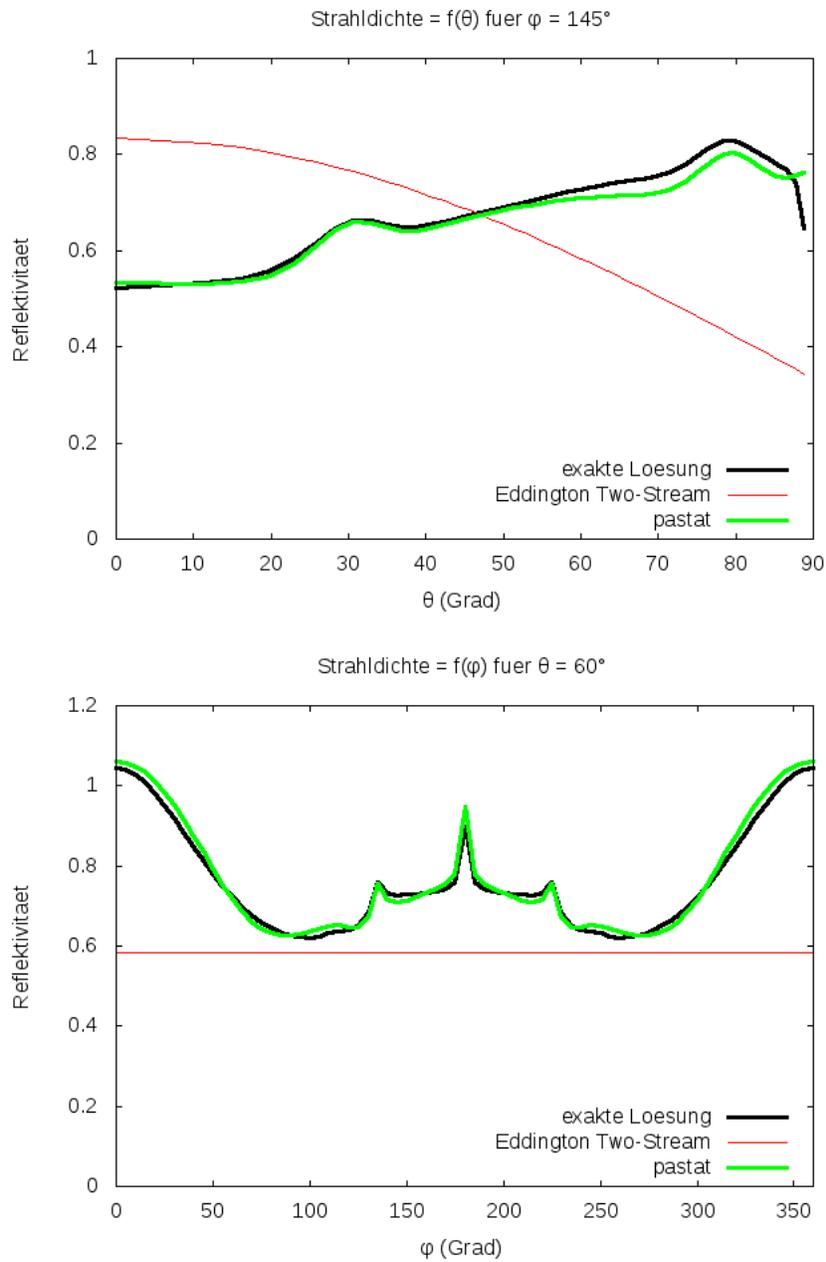


Abbildung 3.12:
 Ähnlich wie Abbildung 3.10 aber berechnet mit DISORT, Eddington Zwei-Strom (Eddington Two-Stream) und pastat.

Kapitel 4

Ergebnisse

Im folgenden Kapitel werden die entwickelten Verfahren EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat systematisch validiert. Als Gutemaß wird die selbe Definition der Erfolgsrate verwendet wie bisher: der relative Fehler der Reflektivität muss kleiner/gleich 10 % oder der absolute Fehler kleiner/gleich 0.02 sein. Diese Definition ermöglicht die Erkennung von Fehlern bei COSMO[40], die eine Änderung der Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre der Größenordnung der Strahldichte bewirken. Als Referenz dient DISORT (Stamnes et al., 1988)[33]. Als Kriterium für den Rechenaufwand dient die Minute für eine ganze COSMO-Szene (etwa 400*400 Pixel): somit ist gewährleistet, dass das entsprechende zu simulierende Satellitenbild vor der Erzeugung der nächsten Szene vorhanden ist, wenn COSMO läuft.

Es werden zuerst Punkt-Szenen verwendet, um die Erfolgsraten von EddingtonPLUS**, EddingtonFIT** und pastat** bei der Annäherung der azimuthal gemittelten Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre für mehrere Situationen zu berechnen. Danach werden Punkt-Szenen zur Untersuchung der Erfolgsraten von EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat bei der Berechnung der azimuthal abhängigen Strahldichte für die selben Situationen verwendet. Die drei Verfahren werden danach eingesetzt, um die Reflektivität für zwei zweidimensionale Szenen zu berechnen. Der Rechenaufwand von pastat wird berechnet und verglichen mit denen von DISORT und Zwei-Strom (Meador und Weaver, 1980)[21]. Schließlich erfolgt eine Diskussion der Ergebnisse: die Genauigkeit und Rechenzeit von pastat werden im Licht anderer vorhandener Verfahren bewertet.

4.1 Validierung der azimuthal gemittelten Strahldichten

Bevor in Abschnitt 4.2 die vollständigen Verfahren und somit azimuthal aufgelöste Reflektivitäten betrachtet werden, soll in diesem Abschnitt zunächst die azimuthal gemittelte Strahldichte validiert werden. Dies erlaubt es, die Einflüsse der erweiterten Eddington-Approximation und der azimuthalen Korrektur zu separieren.

Bei dieser Validierung wurde die Erfolgsrate von EddingtonPLUS**, EddingtonFIT** und pastat** bei der Berechnung der azimuthal gemittelten Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre anhand von denselben Atmosphärenzuständen untersucht wie sie auch bei der Bestimmung der statistisch bestimmten Parameter Verwendung gefunden haben. Jeder Kombination von θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} entsprach eine Szene. Die azimuthal gemittelte Strahldichte wurde bei jeder Szene für acht Wellenlängen und 50 äquidistante Werte des Cosinus vom Zenitwinkel von 0.02 bis 1 berechnet. Die Erfolgsrate bei einer Szene für eine Wellenlänge wurde definiert als der Anteil der Rechnungen über alle Werte des Zenitwinkels mit $\mu \geq 0.2$, für die der relative Fehler kleiner/gleich 10 % oder der absolute Fehler in der Reflektivität (siehe Gleichung 2.2) kleiner/gleich 0.02 ist.

Als Referenz wurde eine azimuthale Mittelung von DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] (Diskrete-Ordinaten Methoden) verwendet.

Die Atmosphäre für diesen Test setzte sich zusammen aus einer Rayleigh-Atmosphäre, einer Wasserwolke variierender optischer Dicke (zwischen 2 und 4 km über dem Meeresspiegel mit Tröpfchen mit einem Effektivradius von 10 μm) und manchmal einer Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 (zwischen 2 und 4 km über dem Meeresspiegel mit Kristallen mit einem Effektivradius von 70 μm).

Abbildungen 4.1 bis 4.3 zeigen den Verlauf der Erfolgsrate für eine Wellenlänge von 500 nm, zwei Sonnenzenitwinkel-Werte, drei Albedo-Werte der angewandten Szenen und als Funktion der optischen Dicke der Wasserwolke ohne und mit Eiswolke für jeweils EddingtonPLUS**, EddingtonFIT** und pastat**. Das Ergebnis ist generell umso schlechter, je höher der Sonnenzenitwinkel und je niedriger die Albedo ist. Nur pastat** hat selbst für einen Sonnenzenitwinkel von 70° immer eine Erfolgsrate von mindestens 95 %. Bei EddingtonPLUS** und EddingtonFIT** erreicht die Erfolgsrate für einen Sonnenzenitwinkel von 70° und eine Albedo von 0.1 (den ungünstigsten Fall) dennoch mindestens jeweils 60 % und 55 %.

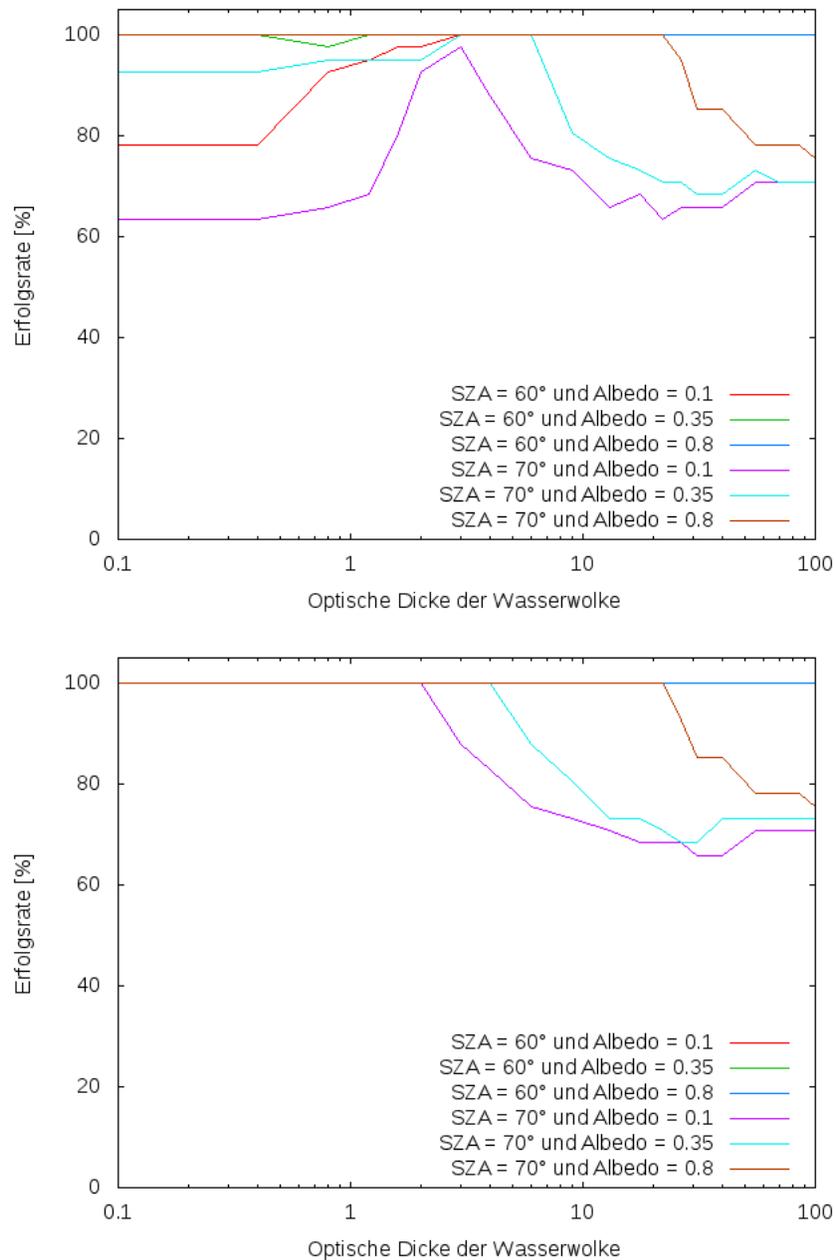


Abbildung 4.1:

*Erfolgsrate der Berechnung der azimuthal gemittelten Strahldichte bei TOA mit EddingtonPLUS** für eine Wellenlänge von 500 nm, drei Werte der Bodenalbedo und zwei Werte des Sonnenzenitwinkels (SZA) als Funktion von der optischen Dicke der Wasserwolke ohne Eiswolke (oben) bzw. mit einer zusätzlichen Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 (unten).*

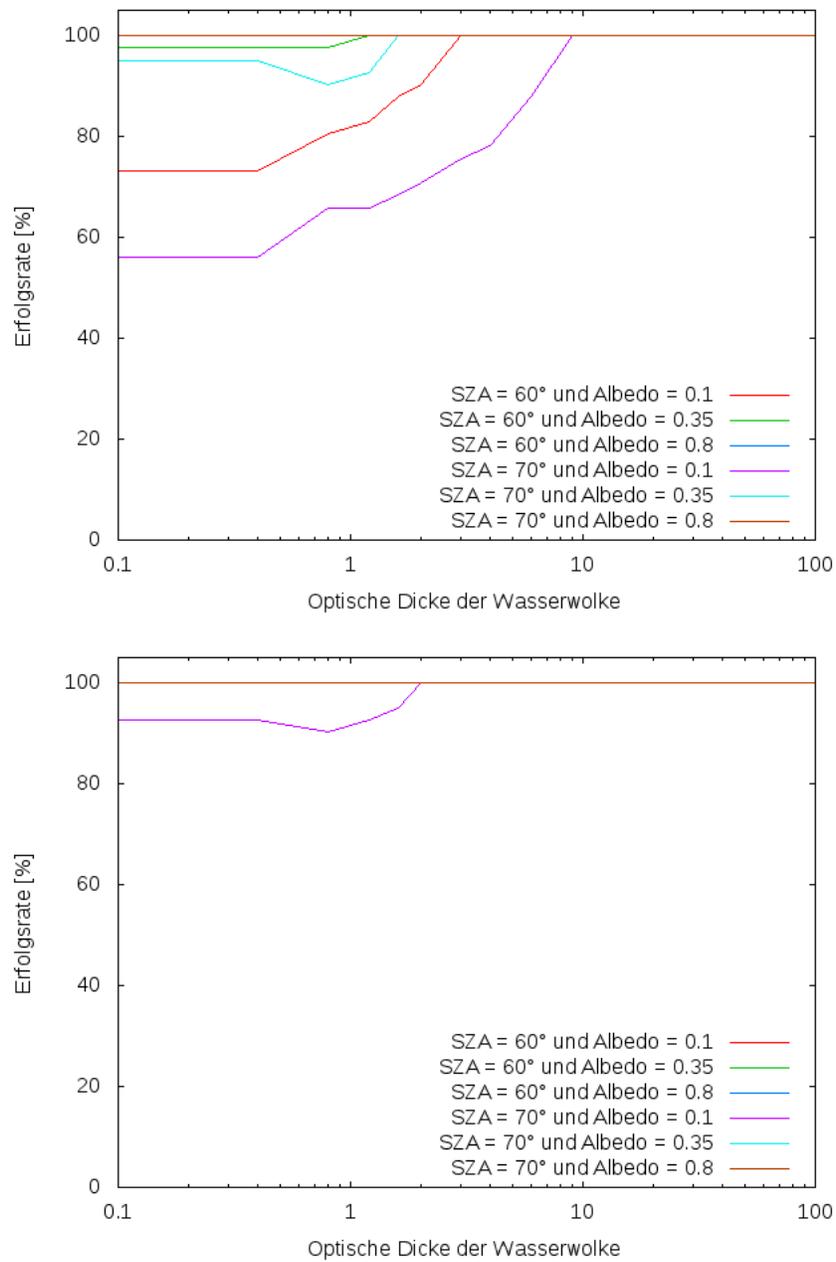


Abbildung 4.2:

Ähnlich wie Abbildung 4.1 aber für die Berechnung der azimuthal gemittelten Strahldichte bei TOA mit EddingtonFIT**.

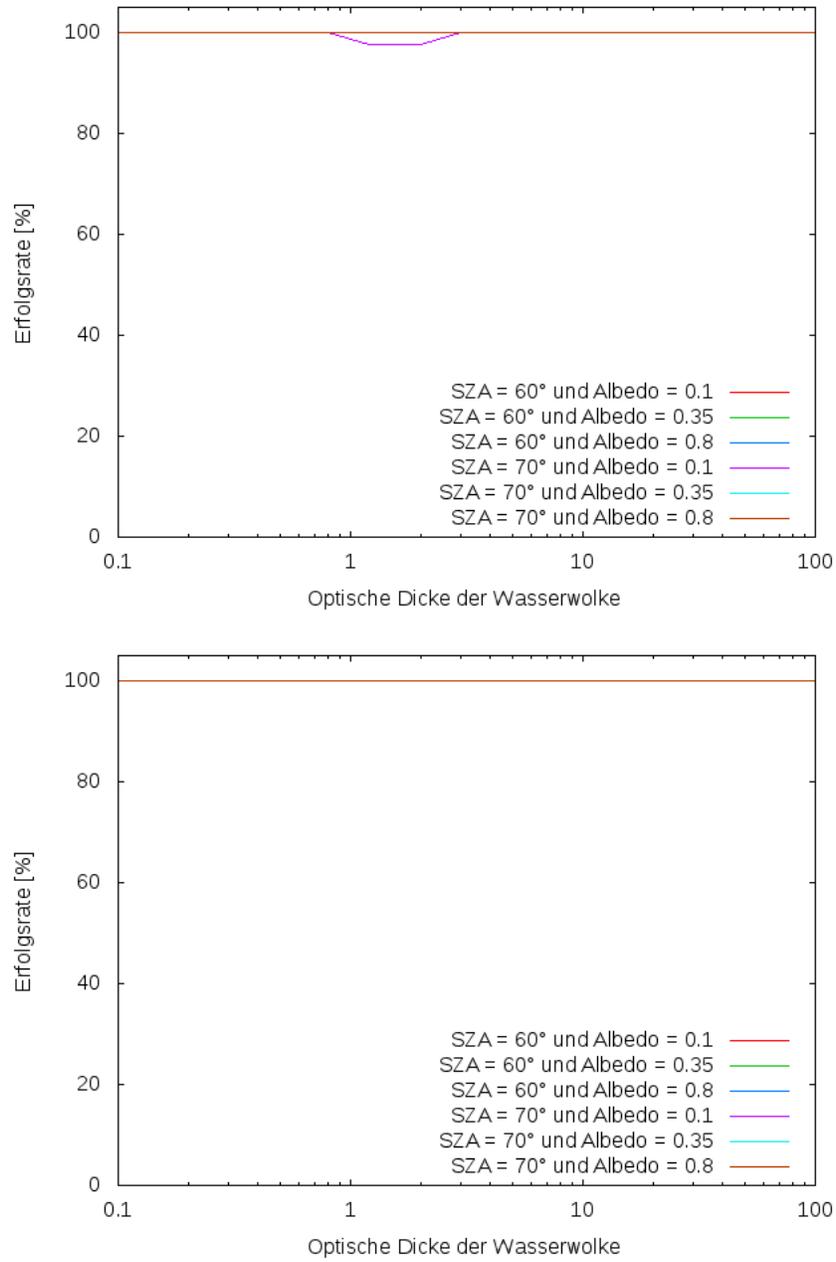


Abbildung 4.3:

Ähnlich wie Abbildung 4.1 aber für die Berechnung der azimuthal gemittelten Strahldichte bei TOA mit $pastat^{**}$.

4.2 Validierung der azimuthal aufgelösten Strahldichten

4.2.1 Validierung anhand von Punkt-Szenen

Dieser Test ist ähnlich dem Test für die azimuthal gemittelte Strahldichte. Dieselbe Atmosphäre wurde verwendet, nur dass mit dem Test diesmal von den jeweiligen Lösungsverfahren azimuthal abhängige Reflektivitäten geprüft wurden und die Referenz DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] (Diskrete-Ordinaten Methoden) war.

Dieselben Punktscenen wurden verwendet (eine Szene für jede Kombination von θ_0 , A , τ_{water} und τ_{ice} , R_{eff} war wieder konstant bei $10 \mu\text{m}$). Die azimuthal abhängige Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre wurde bei jeder Szene für acht Wellenlängen, 50 äquidistante Werte des Cosinus vom Zenitwinkel von 0.02 bis 1 und 15 äquidistante Werte des Azimutwinkels von 0° bis 360° berechnet. Die Erfolgsrate bei einer Szene für eine Wellenlänge wurde definiert als der Anteil der Rechnungen über alle Werte des Zenitwinkels und Azimutwinkels mit $\mu \geq 0.2$, für die der relative Fehler kleiner/gleich 10% oder der absolute Fehler in der Reflektivität (siehe Gleichung 2.2) kleiner/gleich 0.02 ist.

4.2.1.1 EddingtonPLUS

Abbildung 4.4 zeigt den Verlauf der Erfolgsrate vom Verfahren EddingtonPLUS als Funktion der optischen Dicke der Wasserwolke für eine Wellenlänge von 500 nm , zwei Sonnenzenitwinkel-Werte und drei Albedo-Werte der angewandten Szenen ohne und mit Eiswolke.

Für einen Sonnenzenitwinkel von 70° und eine Albedo von 0.1 beträgt die Erfolgsrate von EddingtonPLUS oft weniger als 70% . Bei hohen Sonnenzenitwinkeln bleibt die Erfolgsrate bei zunehmender optischer Dicke der Wasserwolke gleich schlecht (während sie üblicherweise ab etwa 1 mit der optischen Dicke der Wasserwolke zunimmt). Die Anwesenheit einer Eiswolke ändert daran wenig. Für einen Sonnenzenitwinkel von 60° kann die Erfolgsrate unter 80% kommen. In Deutschland befindet sich der Sonnenzenitwinkel oft um die 60° (auch im Laufe des Tages), deshalb ist es wichtig, in diesem Bereich gute Ergebnisse zu bekommen. EddingtonPLUS scheitert aber relativ häufig.

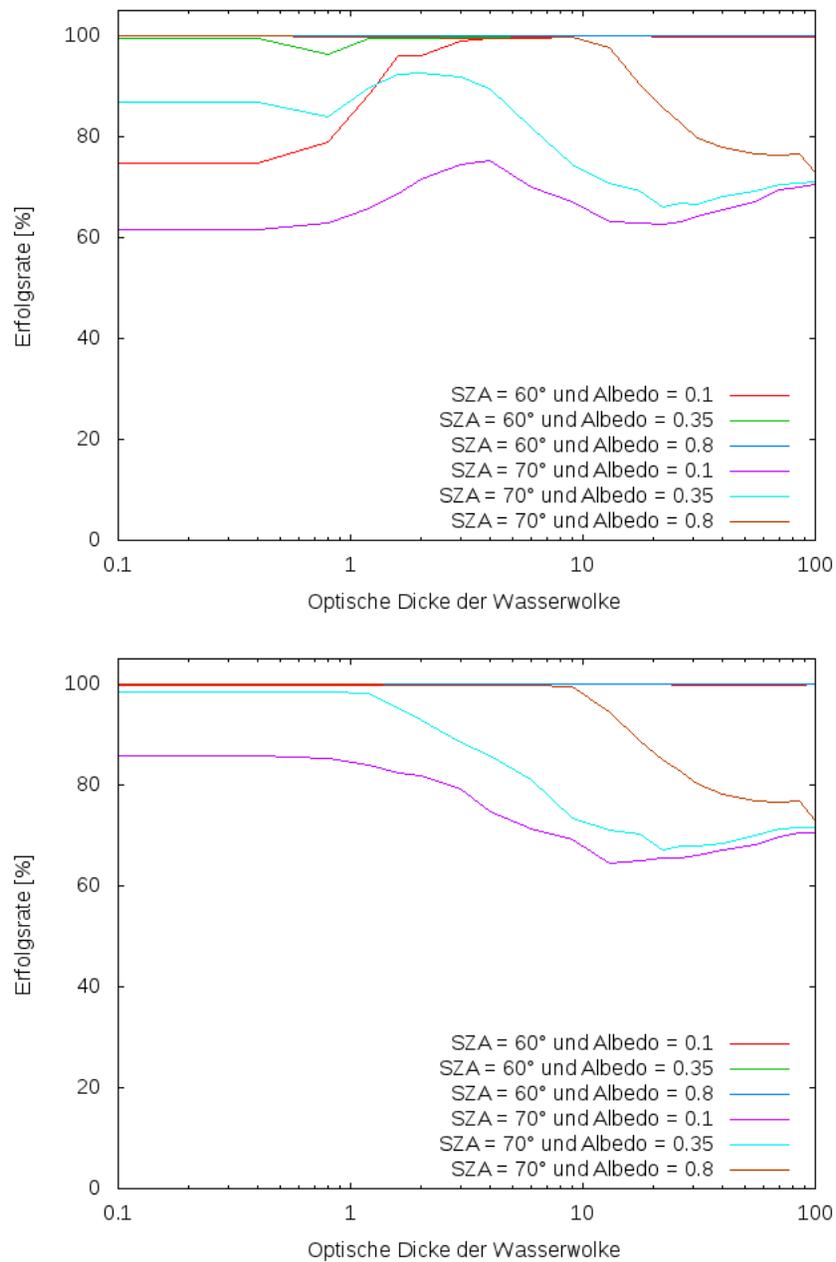


Abbildung 4.4:

Erfolgsrate des Solvers EddingtonPLUS für eine Wellenlänge von 500 nm, drei Werte der Bodenalbedo und zwei Werte des Sonnenzenitwinkels (SZA) als Funktion von der optischen Dicke der Wasserwolke ohne Eiswolke (oben) bzw. mit einer zusätzlichen Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 (unten).

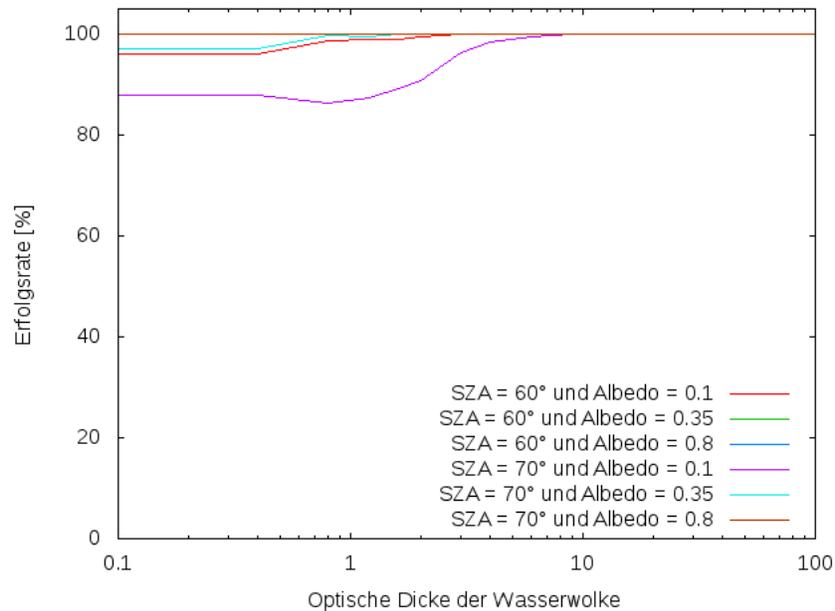


Abbildung 4.5:

Erfolgsrate des Solvers EddingtonFIT für eine Wellenlänge von 400 nm, drei Werte der Bodenalbedo und zwei Werte des Sonnenzenitwinkels (SZA) als Funktion von der optischen Dicke der Wasserwolke ohne Eiswolke.

4.2.1.2 EddingtonFIT

Abbildungen 4.5 bis 4.7 zeigen den Verlauf der Erfolgsrate vom Verfahren EddingtonFIT als Funktion der optischen Dicke der Wasserwolke für zwei Sonnenzenitwinkel-Werte, drei Albedo-Werte der angewandten Szenen und eine Wellenlänge von jeweils 400, 500, 600 und 700 nm, ohne und außerdem in einem Feld mit 500 nm mit einer zusätzlichen Eiswolke.

Die Erfolgsrate von EddingtonFIT für einen Sonnenzenitwinkel von 70° und eine Wellenlänge von 500 nm ist meistens höher als die von EddingtonPLUS, sie fällt dennoch bei einer niedrigen Bodenalbedo (0.1) und einer geringen optischen Dicke der Wasserwolke (kleiner als 1) unter 50%. Durch die Anwesenheit einer Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 werden die Ergebnisse dadurch besser, dass die totale optische Dicke der Atmosphäre immer höher als 3 ist. Die Verfahren EddingtonPLUS und EddingtonFIT zeigen im Allgemeinen die schlechtesten Ergebnisse, wenn die totale optische Dicke im Bereich von 1 liegt. Die Ergebnisse sind besser für kurze Wellenlängen (400 nm, 500 nm) als für lange Wellenlängen (600 nm, 700 nm). Bei 700 nm nähert sich die Erfolgsrate im ungünstigsten gezeigten Fall der 30% Marke für eine optische Dicke der Wasserwolke unter 2.

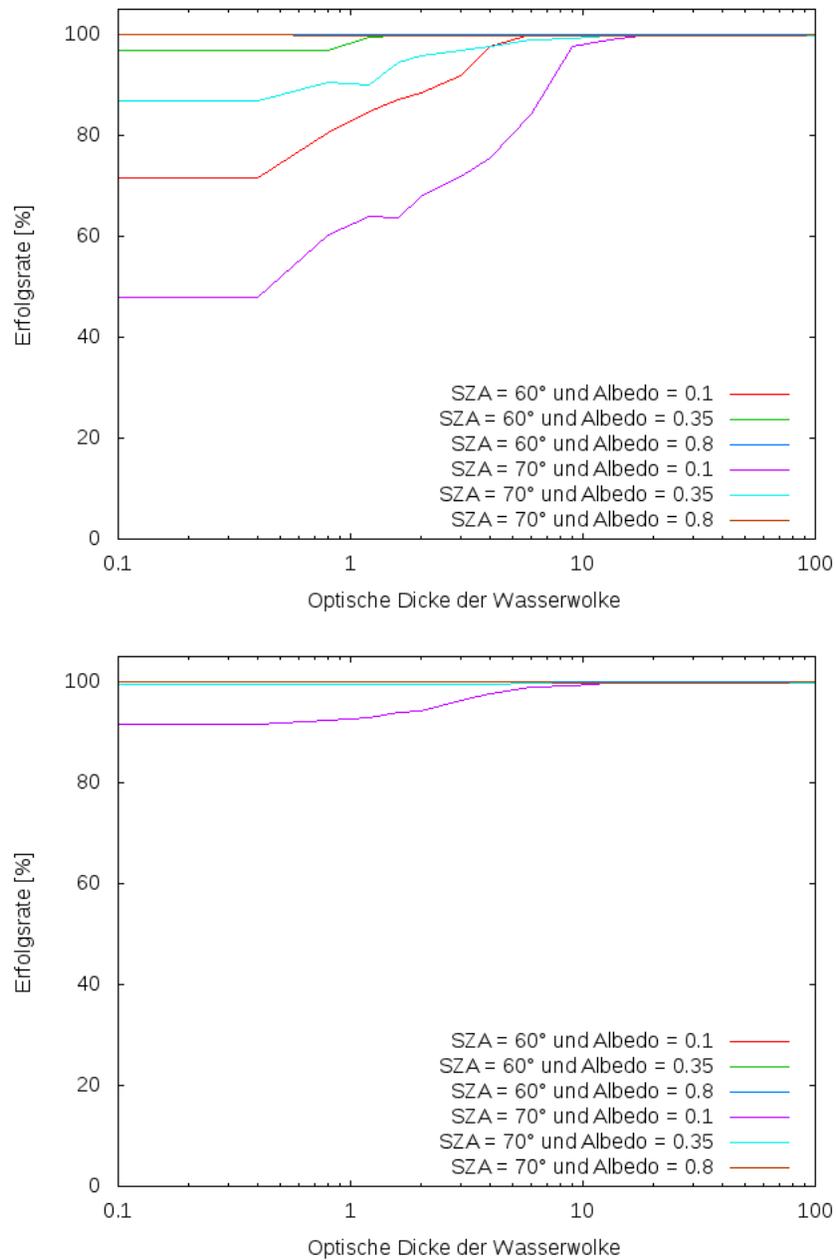


Abbildung 4.6:

Ähnlich wie Abbildung 4.5 aber für eine Wellenlänge von 500 nm, ohne Eiswolke (oben) bzw. mit einer zusätzlichen Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 (unten).

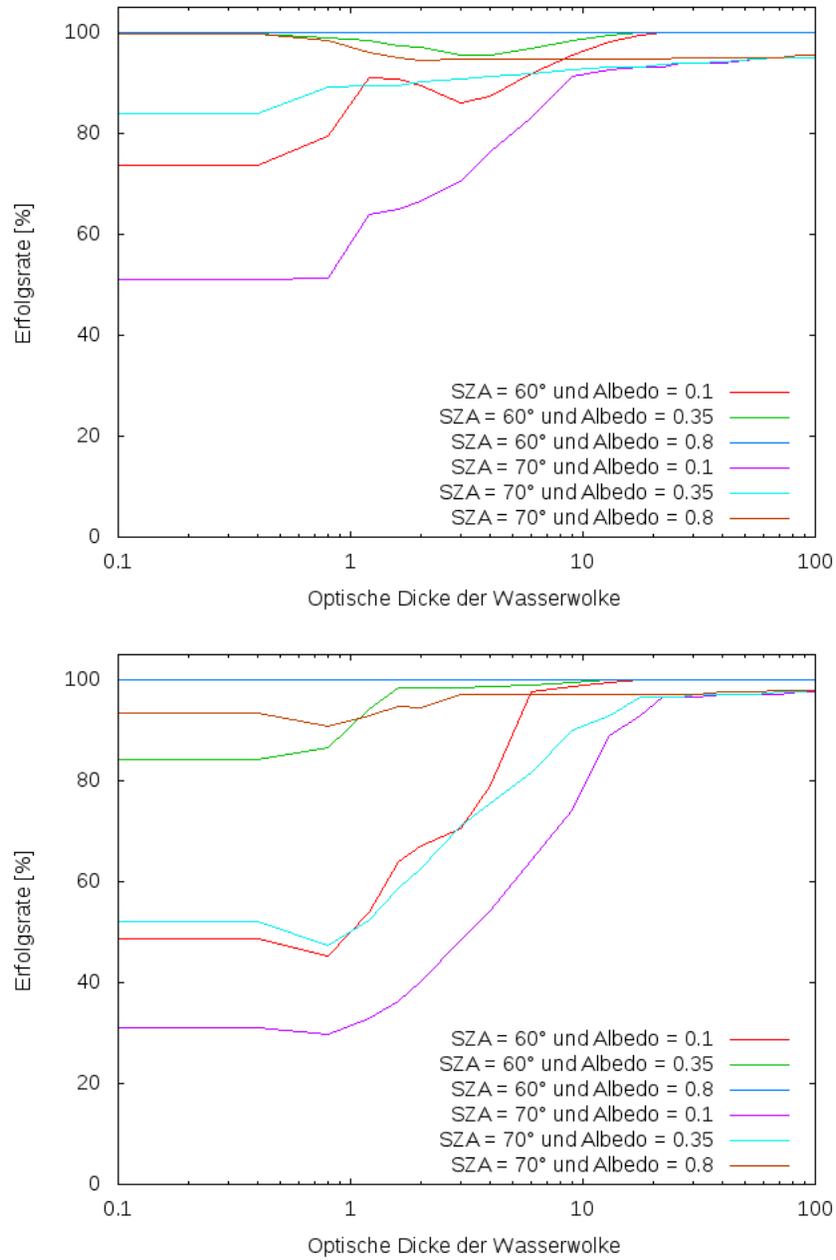


Abbildung 4.7:
 Ähnlich wie Abbildung 4.5 aber für eine Wellenlänge von 600 nm (oben) bzw. 700 nm (unten), ohne Eiswolke.

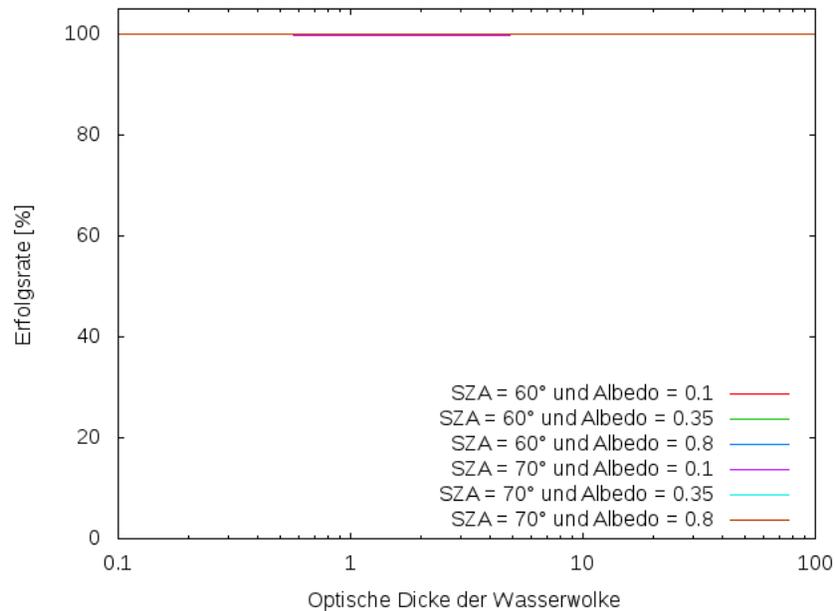


Abbildung 4.8:

Erfolgsrate des Solvers pastat für eine Wellenlänge von 400 nm, drei Werte der Bodenalbado und zwei Werte des Sonnenzenitwinkels (SZA) als Funktion von der optischen Dicke der Wasserwolke ohne Eiswolke.

4.2.1.3 pastat

Abbildungen 4.8 bis 4.10 sind identisch mit Abbildungen 4.5 bis 4.7, nur dass hier pastat statt EddingtonFIT als Solver verwendet wurde.

Die Erfolgsrate von pastat ist in fast allen gezeigten Fällen über 80%. Bei einem Sonnenzenitwinkel von 70° und einer Bodenalbado von 0.1 kommt sie nur im kritischen Bereich um eine totale optische Dicke der Atmosphäre von 1 manchmal leicht unter 80%. Das ist ein deutlich besseres Ergebnis als mit EddingtonPLUS und EddingtonFIT. Allerdings müssen diese Ergebnisse mit Vorsicht betrachtet werden, da zu diesem Test dieselben eindimensionalen Szenen wie bei der Bestimmung der Parameter von pastat genommen wurden.

Abbildungen 4.11 bis 4.13 zeigen den Verlauf der Standardabweichung von pastat (bezogen auf die Reflektivität mit DISORT als Referenz) als Funktion von der optischen Dicke der Wasserwolke unter den selben Bedingungen wie in Abbildungen 4.8 bis 4.10. Zur Berechnung der Standardabweichung von pastat wurden dieselben Ergebnisse (für dieselben Szenen, Wellenlängen und Winkel-Werte) verwendet wie bei der Berechnung der Erfolgsrate. Die Standardabweichung wurde berechnet von:

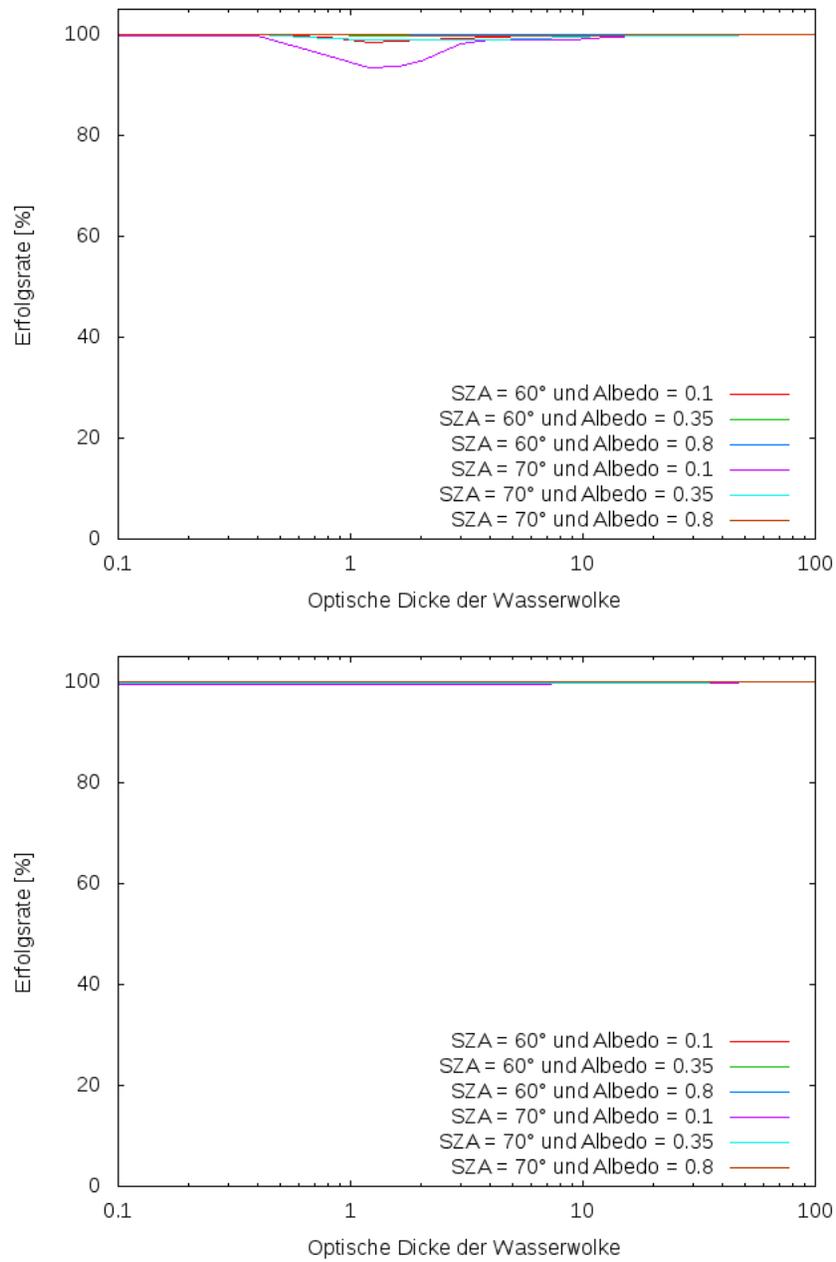


Abbildung 4.9:

Ähnlich wie Abbildung 4.8 aber für eine Wellenlänge von 500 nm, ohne Eiswolke (oben) bzw. mit einer zusätzlichen Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 (unten).

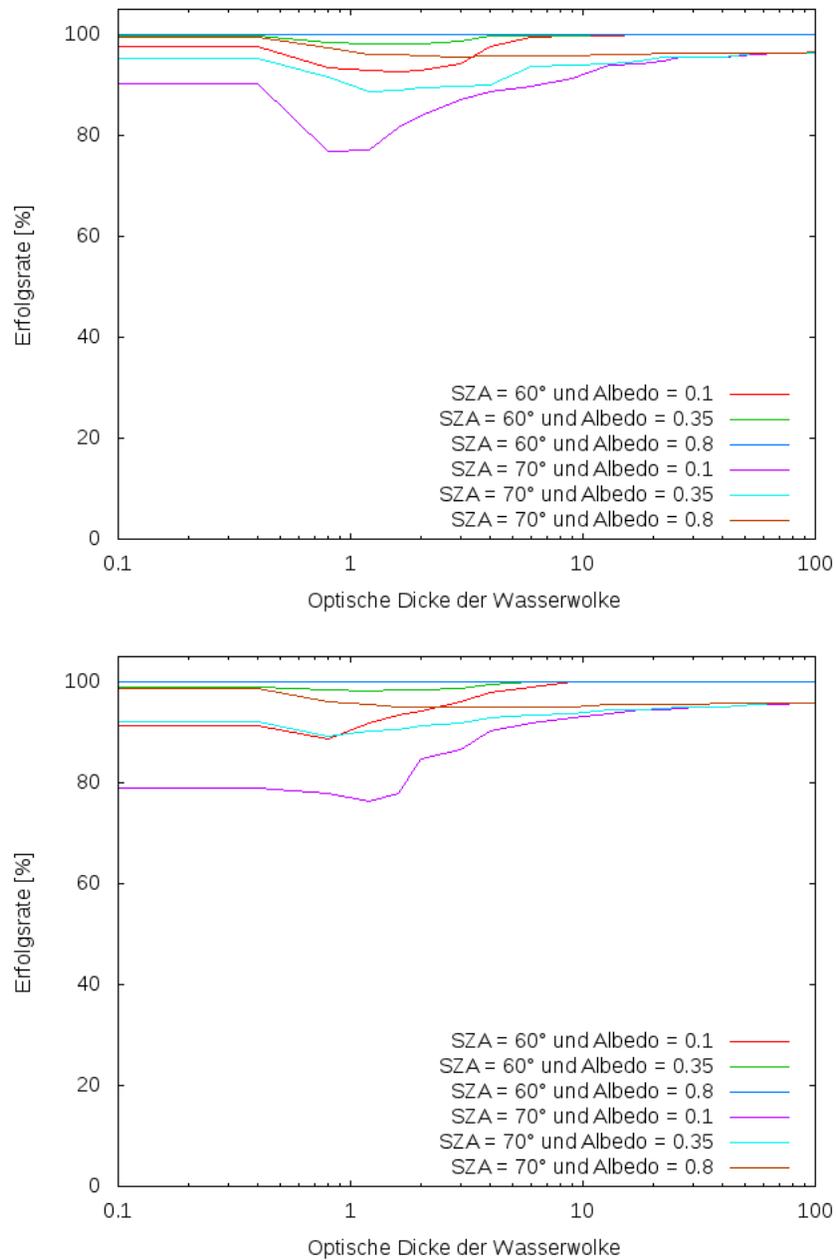


Abbildung 4.10:
 Ähnlich wie Abbildung 4.8 aber für eine Wellenlänge von 600 nm (oben) bzw. 700 nm (unten), ohne Eiswolke.

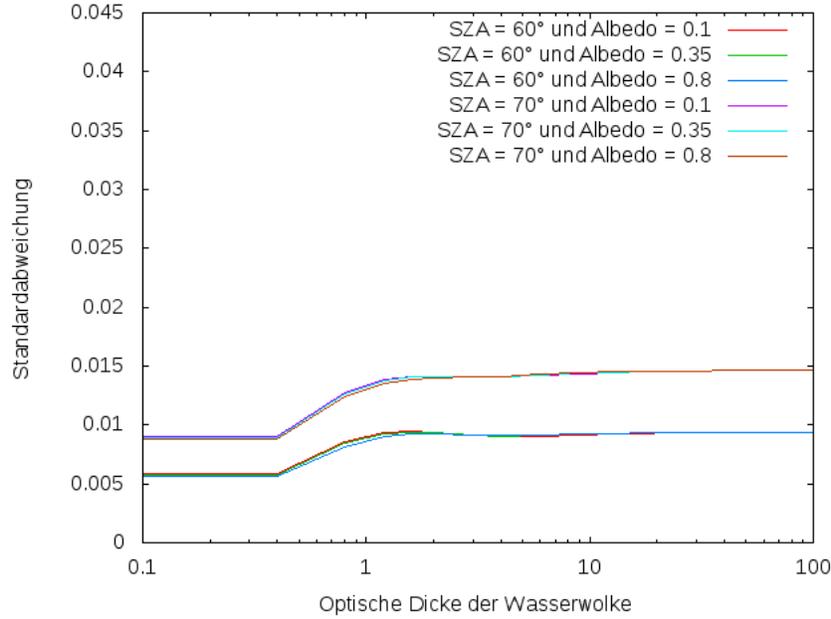


Abbildung 4.11:

Standardabweichung des Solvers *pastat* für eine Wellenlänge von 400 nm, drei Werte der Bodenalbeto und zwei Werte des Sonnenzenitwinkels (SZA) als Funktion von der optischen Dicke der Wasserwolke ohne Eiswolke.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{NM} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (R_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j) - R_{\text{pastat}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j))^2} \quad (4.1)$$

wobei σ die Standardabweichung von *pastat*, N die Anzahl der Zenitwinkel-Werte mit $\mu \geq 0.2$, M die Anzahl der Azimutwinkel-Werte und $R_{\text{exakt}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j)$ und $R_{\text{pastat}}(\tau_{\text{TOA}}, \mu_i, \varphi_j)$ die Reflektivitäten von jeweils DISORT und *pastat* am oberen Rand der Atmosphäre in die Richtung (μ_i, φ_j) sind.

Die Standardabweichung von *pastat* befindet sich selbst bei einem Sonnenzenitwinkel von 70° und einer Wellenlänge von 700 nm unter 0.045. Sie hängt kaum von der Albedo ab, allerdings sehr viel vom Sonnenzenitwinkel und von der Wellenlänge.

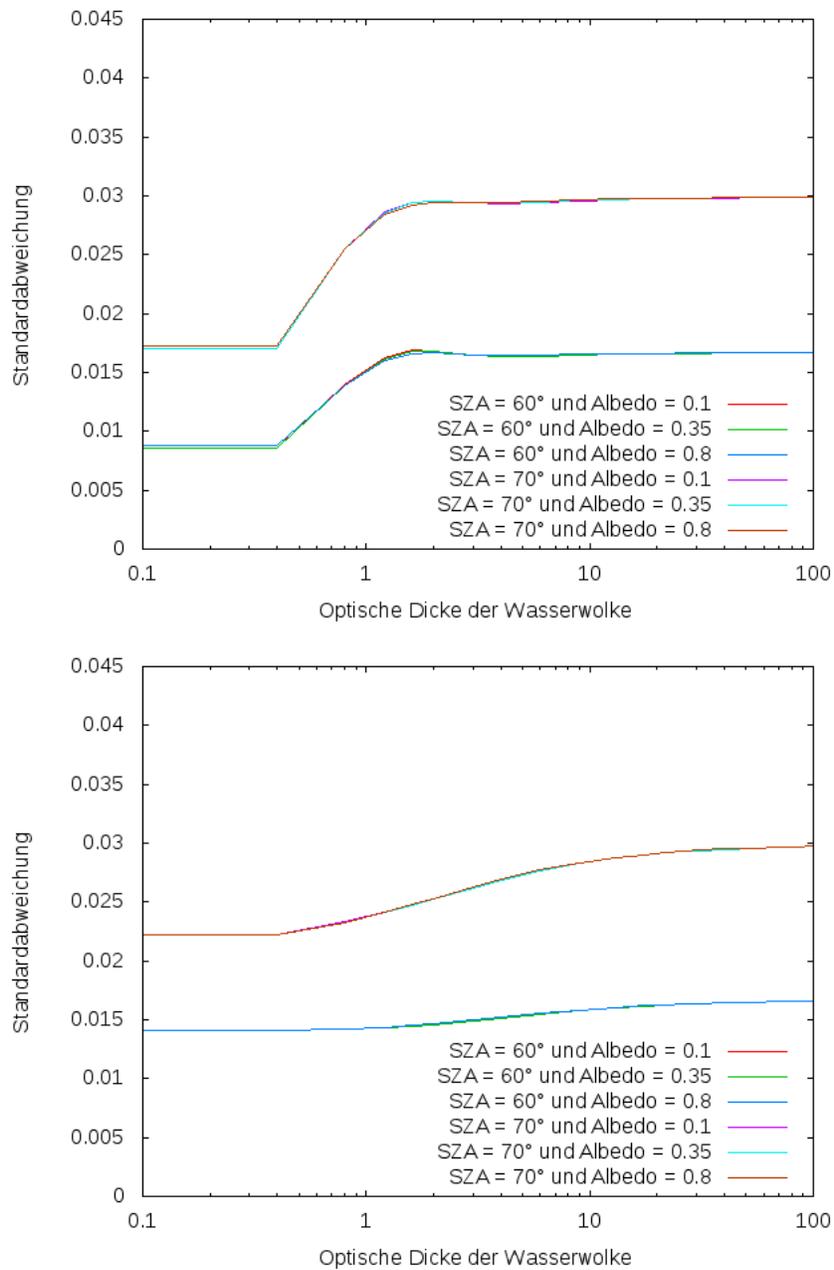


Abbildung 4.12:

Ähnlich wie Abbildung 4.11 aber für eine Wellenlänge von 500 nm, ohne Eiswolke (oben) bzw. mit einer zusätzlichen Eiswolke mit einer optischen Dicke von 3 (unten).

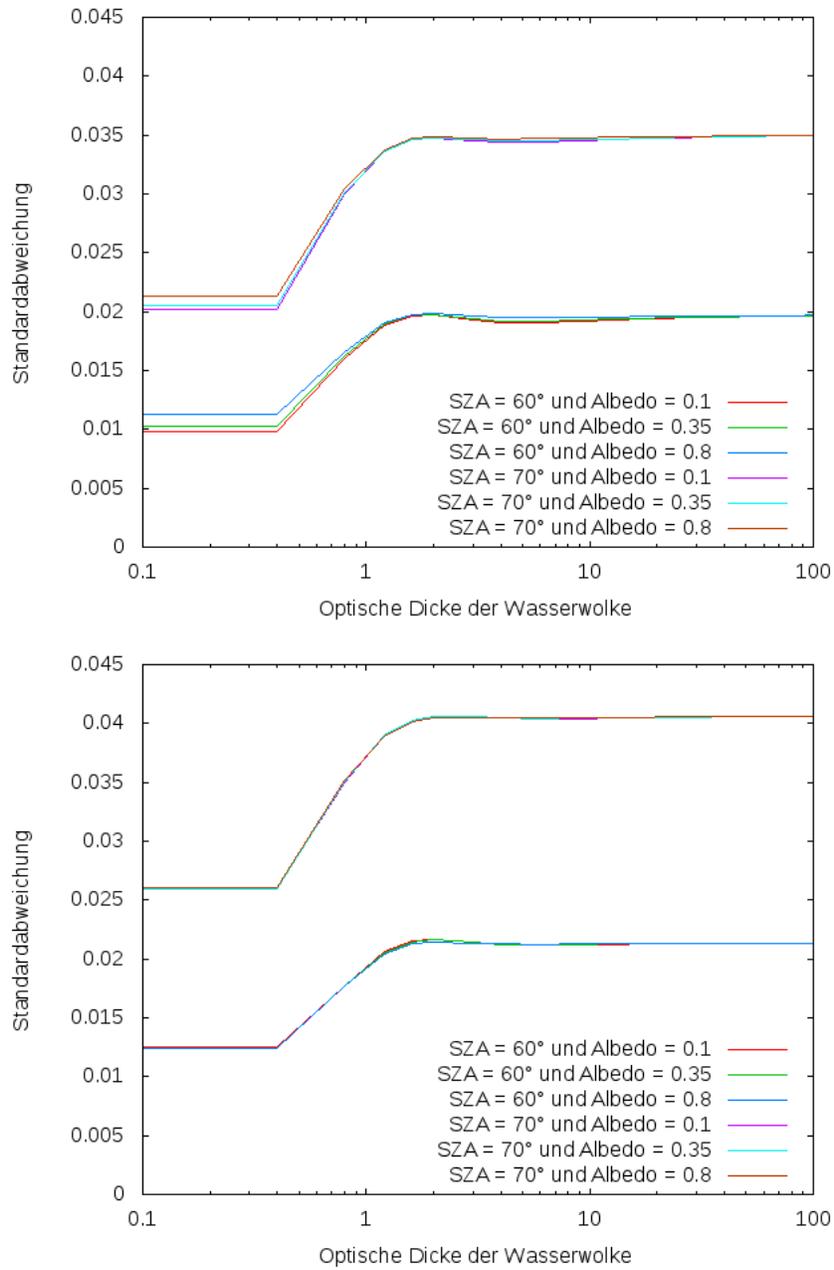


Abbildung 4.13:
 Ähnlich wie Abbildung 4.11 aber für eine Wellenlänge von 600 nm (oben) bzw. 700 nm (unten), ohne Eiswolke.

4.2.2 Validierung anhand von zweidimensionalen Szenen

Nach der vorangegangenen systematischen aber synthetischen Validierung sollen die Verfahren im Folgenden noch mit tatsächlichem Output des COSMO[40]-Wettermodells getestet werden. Dafür wurden zwei Szenen mit unterschiedlichen Wetterlagen ausgewählt. Die entsprechenden COSMO-Daten wurden bereitgestellt von Dr. Philipp Kostka (Meteorologisches Institut der Universität München) und Dr. Luca Bugliaro (Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, Institut für Physik der Atmosphäre). Für die beiden COSMO-Szenen wurden synthetische Satellitenbilder zu unterschiedlichen Simulationszeitpunkten erstellt um verschiedene Beleuchtungsgeometrien zu untersuchen. Die Kombination aus COSMO-Szene, Zeitpunkt und betrachteter Wellenlänge wird als Testfall bezeichnet.

Die Erfolgsrate bei einem Testfall wurde Analog zu Unterabschnitt 4.2.1 definiert als der Anteil der Pixel der entsprechenden Szene, für die der relative Fehler kleiner/gleich 10 % oder der absolute Fehler der Reflektivität kleiner/gleich 0.02 ist. Sowohl die gesamte Erfolgsrate der jeweiligen Szene als auch die Karte des relativen Fehlers werden im Folgenden diskutiert. Die Standardabweichung von pastat wird auch für alle Testfälle gegeben. Für einen jeweiligen Testfall wurde sie berechnet von:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (R_{\text{exakt},i} - R_{\text{pastat},i})^2} \quad (4.2)$$

wobei N jetzt die Anzahl der Pixel der Szene, $R_{\text{exakt},i}$ und $R_{\text{pastat},i}$ die von jeweils DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] und pastat für das i -te Pixel berechneten Reflektivitäten am oberen Rand der Atmosphäre sind.

Vorweg sei erwähnt, dass die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] für einzelne Pixel sehr schlechte Ergebnisse liefert. Dies ist vor allem bei der Verwendung von pastat zu beobachten, das auch ohne Einfachstreu Korrektur schon gute Ergebnisse zeigt, die durch die Einfachstreu Korrektur fast nur verschlechtert werden. Es wurde entschlossen, die Einfachstreu Korrektur von Nakajima und Tanaka nicht in der für diese Arbeit relevanten endgültigen Version von pastat zu verwenden. Auch bei der Berechnung der im Folgenden gezeigten synthetischen Satellitenbildern wurde pastat ohne Einfachstreu Korrektur betrieben.

4.2.2.1 Erster Testfall

Bei diesem Testfall wurde eine Szene mit vorgegebenen Wasser- und Eiswolken verwendet. Das ist ein Ausschnitt aus einer COSMO-Szene, für den ich nur die Daten für Wasser- und Eiswolken bekommen habe. Bei jedem Pixel sind für jede Schicht die Elevation über Meeresspiegel, der Flüssigwassergehalt (bzw. der Eisgehalt) und der Effektivradius der Wassertröpfchen (bzw. der Eiskristalle) angegeben. Die Szene enthält 100 mal 100 Pixel (wobei sich der Index sowohl in der Länge als auch in der Breite

von 100 bis 199 erstreckt). Die geographische Breite ließ ich mit 50° Nord am südlichen Rand der Szene beginnen und mit 54° Nord am nördlichen Rand enden. Das entspricht etwa der geographischen Lage von Norddeutschland. Die geographische Länge ließ ich mit 8° Ost am westlichen Rand der Szene beginnen und mit 12° Ost am östlichen Rand enden. Die Elevation über Meeresspiegel sowie die Bodenalbedo für jedes Pixel bestimmte ich ebenfalls selbst. Die Elevation über Meeresspiegel erstreckt sich von 0 m am westlichen Rand der Szene bis 2000 m am östlichen Rand. Die Bodenalbedo beginnt mit 0.05 am südlichen Rand und endet mit 0.75 am nördlichen Rand. Der simulierte Satellit befindet sich an derselben Stelle wie Meteosat (36000 km über dem Meeresspiegel bei 0° Nord und 0° Ost). Als Simulationszeitpunkt wurde der 22. Juni 2011 um 12 Uhr UTC gewählt. Aus den geographischen Daten, der Position des Satellits und dem Simulationszeitpunkt lassen sich die Satellitenzenit- und Azimutwinkel sowie die Sonnenzenit- und Azimutwinkel für jedes Pixel berechnen. Für die angegebene Konfiguration beträgt der Satellitenzenitwinkel etwa 55° und der Sonnenzenitwinkel variiert von etwa 27° im Süden bis etwa 32° im Norden. Als Wellenlänge für diesen Testfall wurde 500 nm genommen.

Abbildungen 4.14 und 4.15 zeigen die simulierte Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre für diesen Testfall, berechnet mit DISORT, EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat. Zu einem besseren Vergleich der Ergebnisse der einzelnen Verfahren ist die Skala der Reflektivität in den vier Bildern von 0.45 bis 0.9 festgelegt. Weiße Bereiche zeigen Werte außerhalb dieser Skala an. Abbildungen 4.16 und 4.17 zeigen den relativen Fehler (in %) für diesen Testfall von jeweils EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat in jedem Pixel. Die Skala ist von -10 bis 10 % festgelegt. Auch hier zeigen weiße Bereiche Werte außerhalb der Skala an. Sie sind hier entsprechend der vorangegangenen Definition gleichbedeutend mit nicht akzeptablen Fehlern.

Die drei Verfahren EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat zeigen sehr gute Ergebnisse für diesen Testfall (relativer Fehler immer unter 10 % für pastat, fast immer unter 10 % für EddingtonPLUS und EddingtonFIT). Allerdings ist der Sonnenzenitwinkel klein (um 30°) und nicht sehr repräsentativ für Deutschland, so dass die entwickelten Verfahren hier erwartungsgemäß gut abschneiden (vergleiche auch Unterabschnitt 4.2.1). Die Erfolgsraten von EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat bei diesem Testfall betragen jeweils 94.5 %, 99.6 % und 100.0 %. Die mittleren relativen Fehler betragen jeweils 6.2 %, 0.9 % und 1.1 %. Die Standardabweichung von pastat für den Testfall wurde auch berechnet, sie beträgt 0.008.

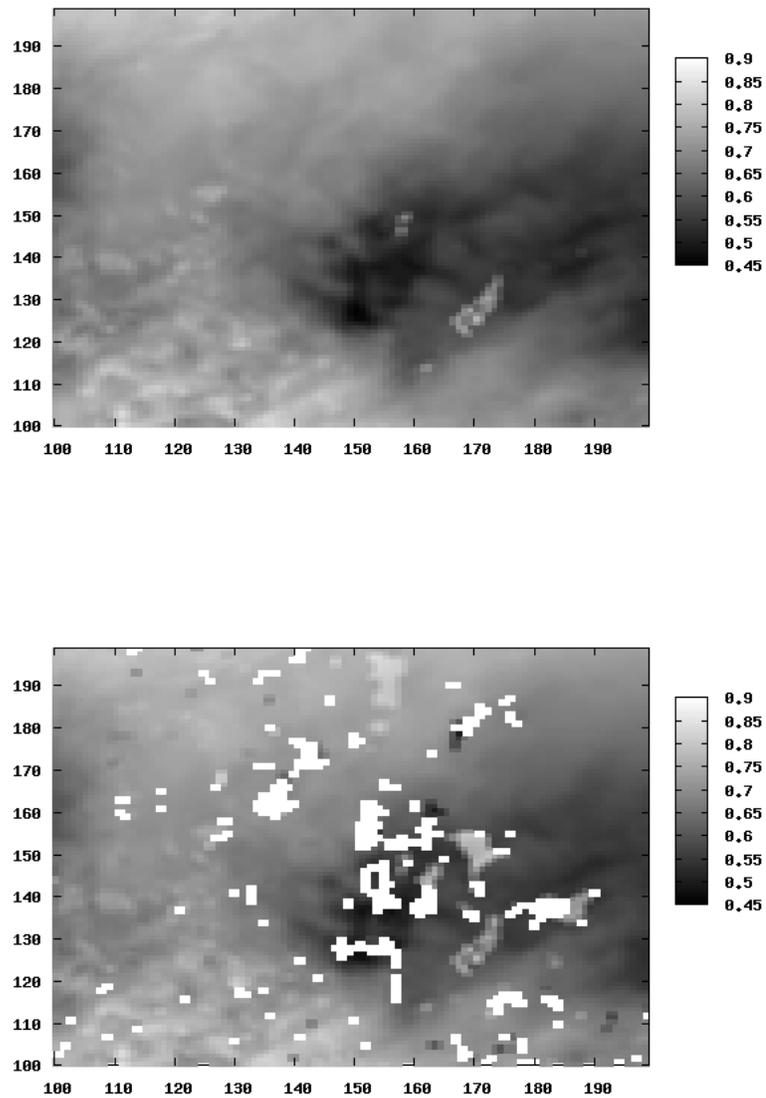


Abbildung 4.14:

Simulation eines Satellitenbildes (Reflektivität bei TOA) mittels der ersten COSMO Szene für den 22.06.2011 mit einer Wellenlänge von 500 nm (erster Testfall) anhand von den Diskreten-Ordinaten Methoden (oben) und EddingtonPLUS (unten).

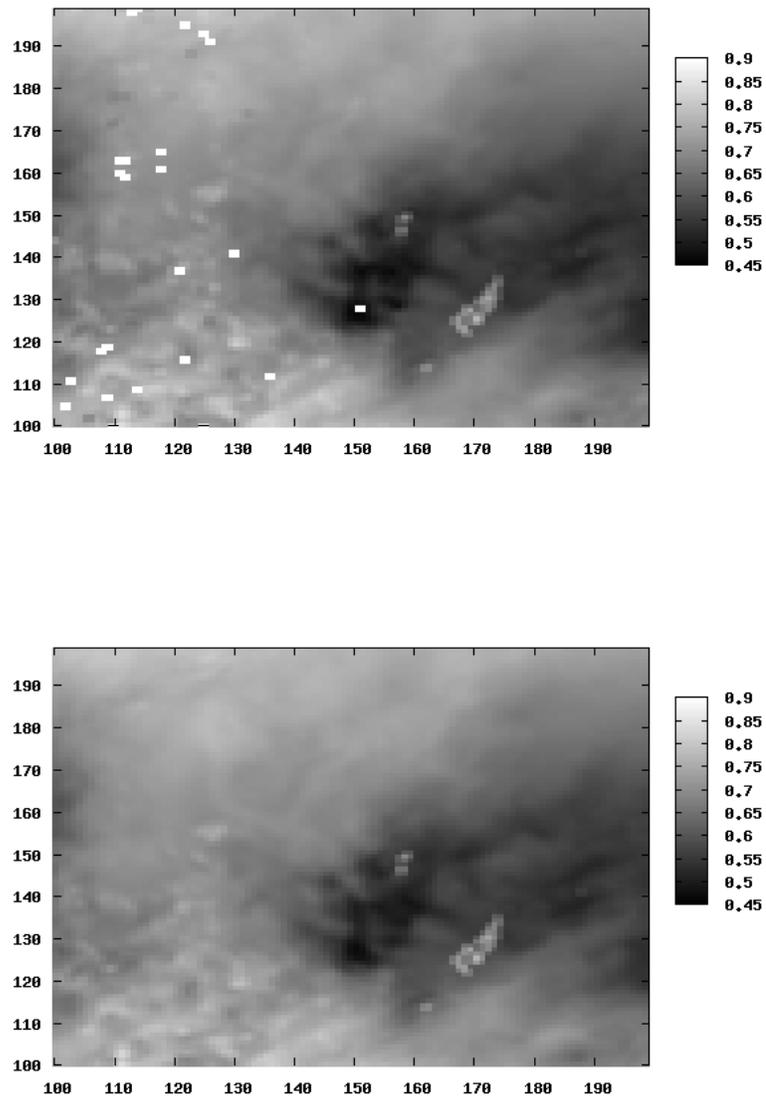


Abbildung 4.15:
Ähnlich wie Abbildung 4.14 aber anhand von EddingtonFIT (oben) und pastat (unten).

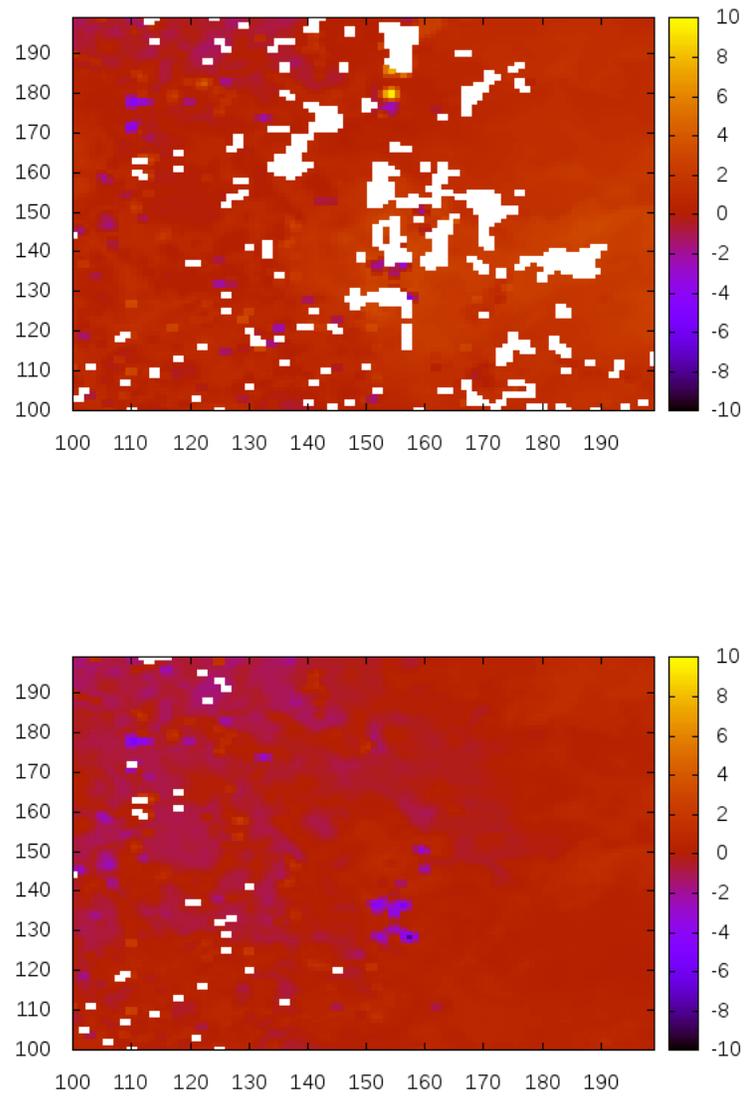


Abbildung 4.16:

Relativer Fehler (in %) von EddingtonPLUS (oben) und EddingtonFIT (unten) in jedem Pixel für den ersten Testfall.

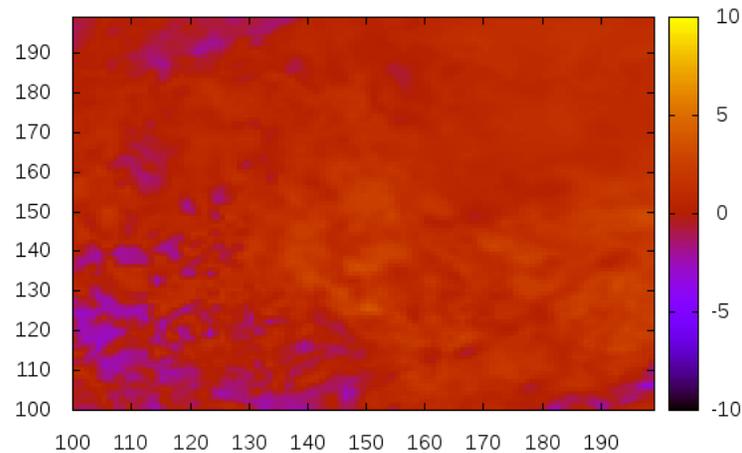


Abbildung 4.17:

Relativer Fehler (in %) von pastat in jedem Pixel für den ersten Testfall.

4.2.2.2 Zweiter Testfall

Für den zweiten Testfall wurde die selbe Szene verwendet wie für den ersten, nur dass diesmal als Simulationszeitpunkt der 22. Dezember 2011 um 12 Uhr UTC gewählt wurde. Der Sonnenzenitwinkel variiert in diesen Bedingungen von etwa 73.5° im Süden bis etwa 78.5° im Norden.

Abbildungen 4.18 und 4.19 zeigen die von jeweils DISORT, EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat berechnete Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre für diesen Testfall. Die Skala wurde von 0.7 bis 1 festgelegt, außer für EddingtonPLUS, der wesentliche stärkere Reflektivitäten aufweist: für dieses Verfahren wurde die Skala von 0.7 bis 1.1 festgelegt. Abbildungen 4.20 und 4.21 zeigen den relativen Fehler (in %) für diesen Testfall von jeweils EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat in jedem Pixel. Die Skala wurde wegen höherer relativen Fehler für EddingtonPLUS von -20 bis 20 %, für alle anderen Verfahren aber wie beim ersten Testfall von -10 bis 10 % festgelegt.

Dieser Testfall ist ein Extremfall, da der Sonnenzenitwinkel besonders hoch ist (um 75°). EddingtonPLUS weist eine sehr niedrige Erfolgsrate auf (4.2 %) bei einem mittleren relativen Fehler von 16.3 %. Viel bessere Ergebnisse zeigt EddingtonFIT (Erfolgsrate von 85.4 % und mittlerer relativer Fehler von 6.4 %). pastat hat selbst für diesen untypischen Testfall eine Erfolgsrate von 93.3 % bei einem mittleren relativen Fehler von 4.4 % und einer Standardabweichung von 0.043.

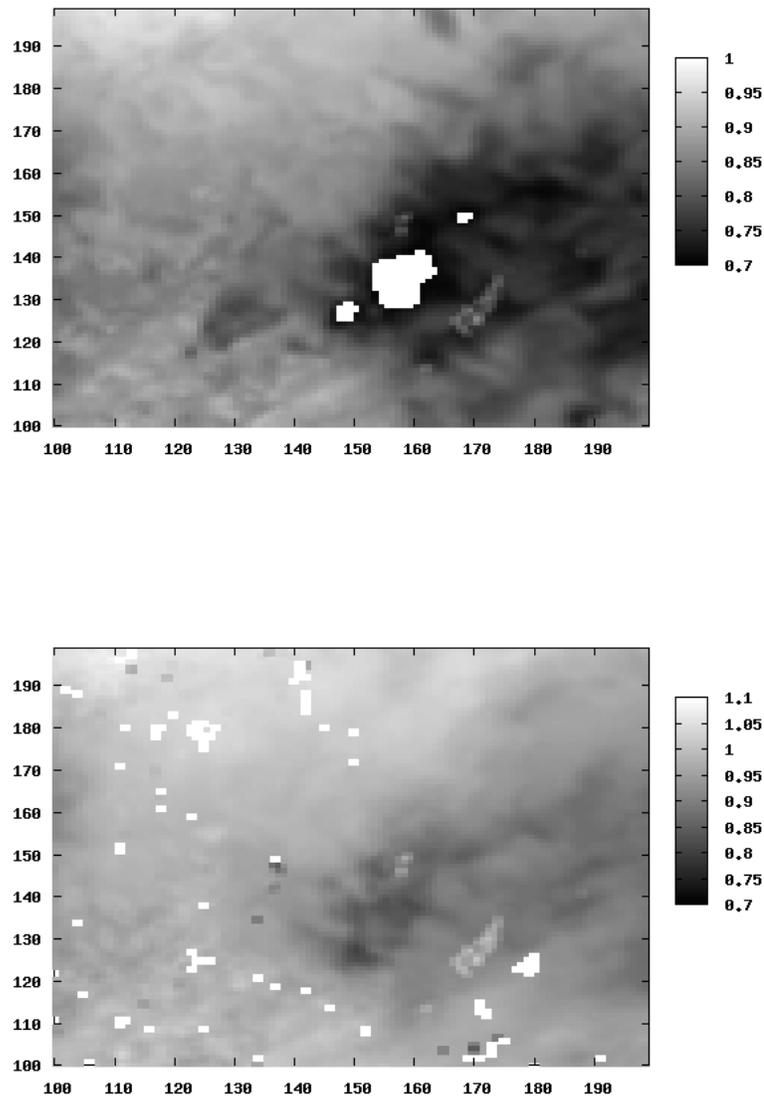


Abbildung 4.18:

Simulation eines Satellitenbildes (Reflektivität bei TOA) mittels der ersten COSMO Szene für den 22.12.2011 mit einer Wellenlänge von 500 nm (zweiter Testfall) anhand von den Diskreten-Ordinaten Methoden (oben) und EddingtonPLUS (unten).

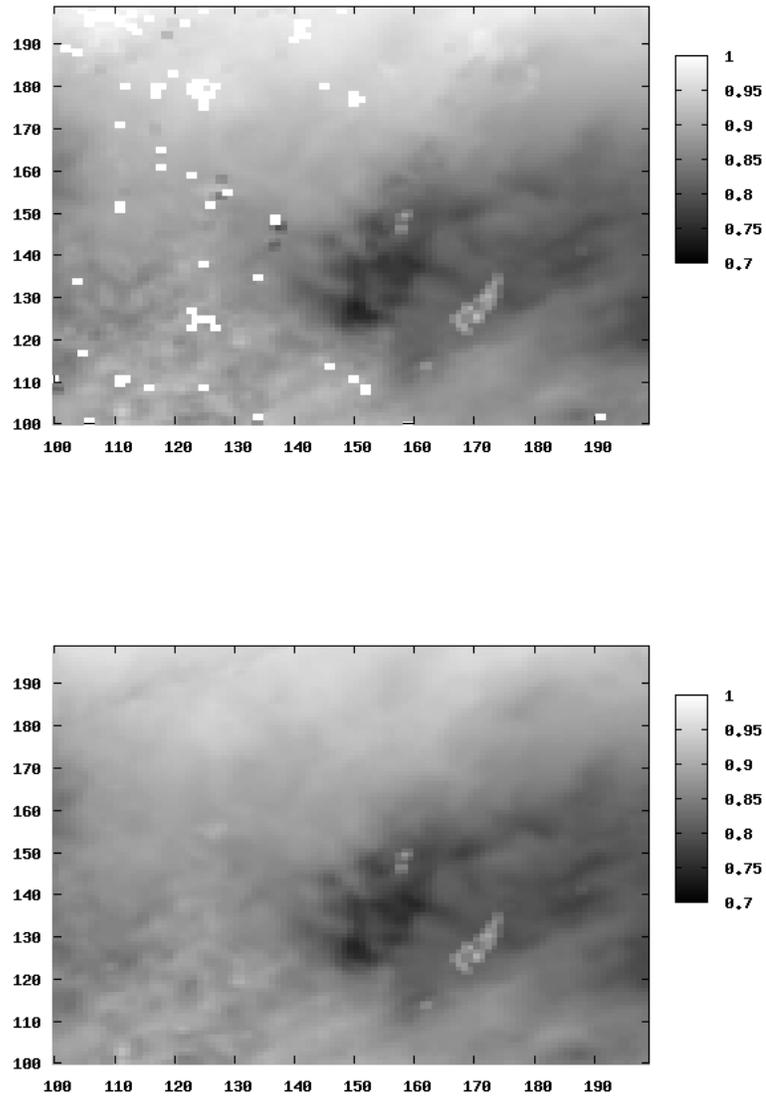


Abbildung 4.19:
Ähnlich wie Abbildung 4.18 aber anhand von EddingtonFIT (oben) und pastat (unten).

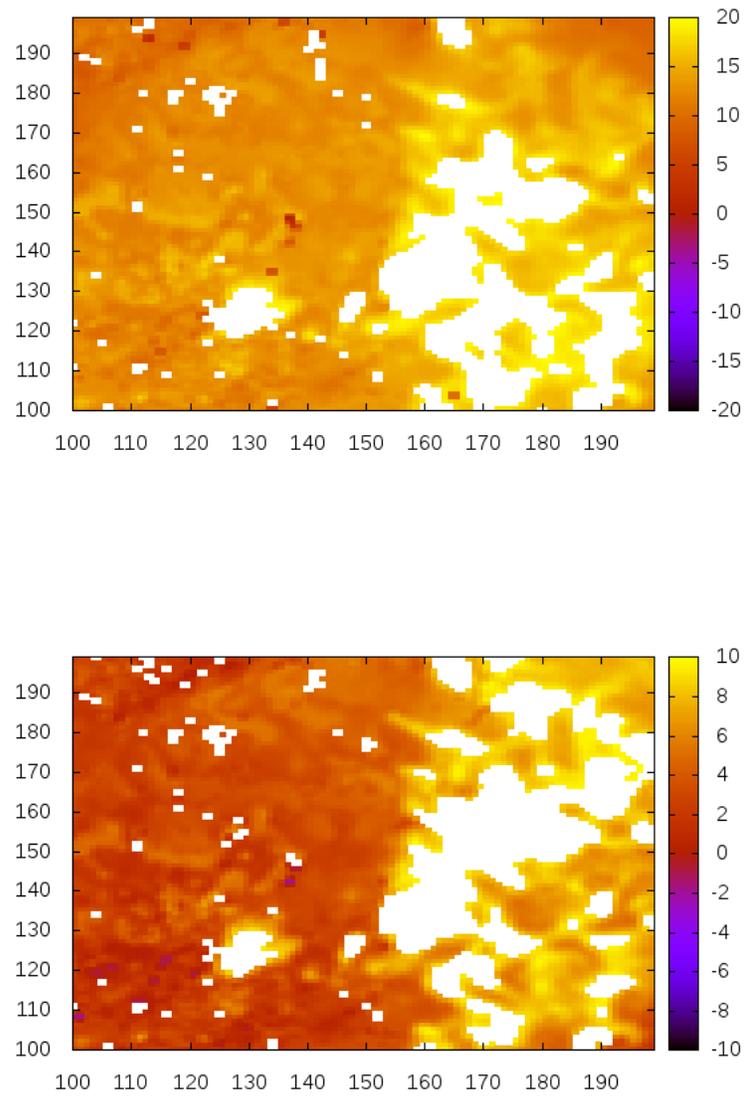


Abbildung 4.20:
Relativer Fehler (in %) von EddingtonPLUS (oben) und EddingtonFIT (unten) in jedem Pixel für den zweiten Testfall.

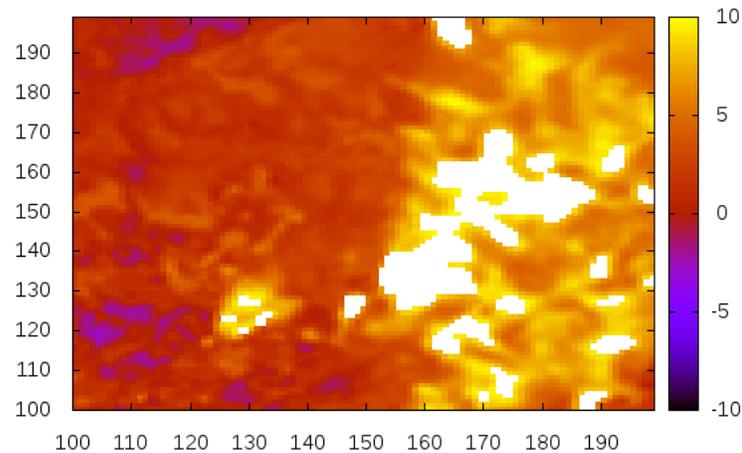


Abbildung 4.21:

Relativer Fehler (in %) von pastat in jedem Pixel für den zweiten Testfall.

4.2.2.3 Dritter Testfall

Für den dritten Testfall wurde ebenfalls die selbe Szene verwendet wie für den ersten und zweiten Testfall. Als Simulationszeitpunkt wurde hier wie bei Test 1 der 22. Juni 2011 um 12 Uhr UTC gewählt. Hier wurde aber die Wellenlänge 700 nm anstatt 500 nm betrachtet.

Abbildungen 4.22 und 4.23 zeigen die Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre für diesen Testfall berechnet von jeweils DISORT, EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat. Abbildungen 4.24 und 4.25 zeigen den relativen Fehler (in %) für diesen Testfall von jeweils EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat in jedem Pixel.

EddingtonFIT und pastat weisen sehr gute Ergebnisse für diesen Testfall auf. Die Erfolgsraten betragen jeweils 98.8 % und 100.0 %. Mit EddingtonFIT beträgt der mittlere relative Fehler 1.4 % und mit pastat beträgt er 1.1 %. Die Standardabweichung von pastat ist gleich 0.009. Es ergibt sich einen leichten Vorteil für pastat für diesen Testfall. Die Ergebnisse für EddingtonPLUS sind schlechter: die Erfolgsrate beträgt 95.0 % und der mittlere relative Fehler ist gleich 8.1 %. Die Ergebnisse sind wie erwartet schlechter als bei einer Wellenlänge von 500 nm. Je höher die Wellenlänge ist, desto höher werden der relative Fehler und niedriger die Erfolgsrate (vergleiche Unterabschnitt 4.2.1).

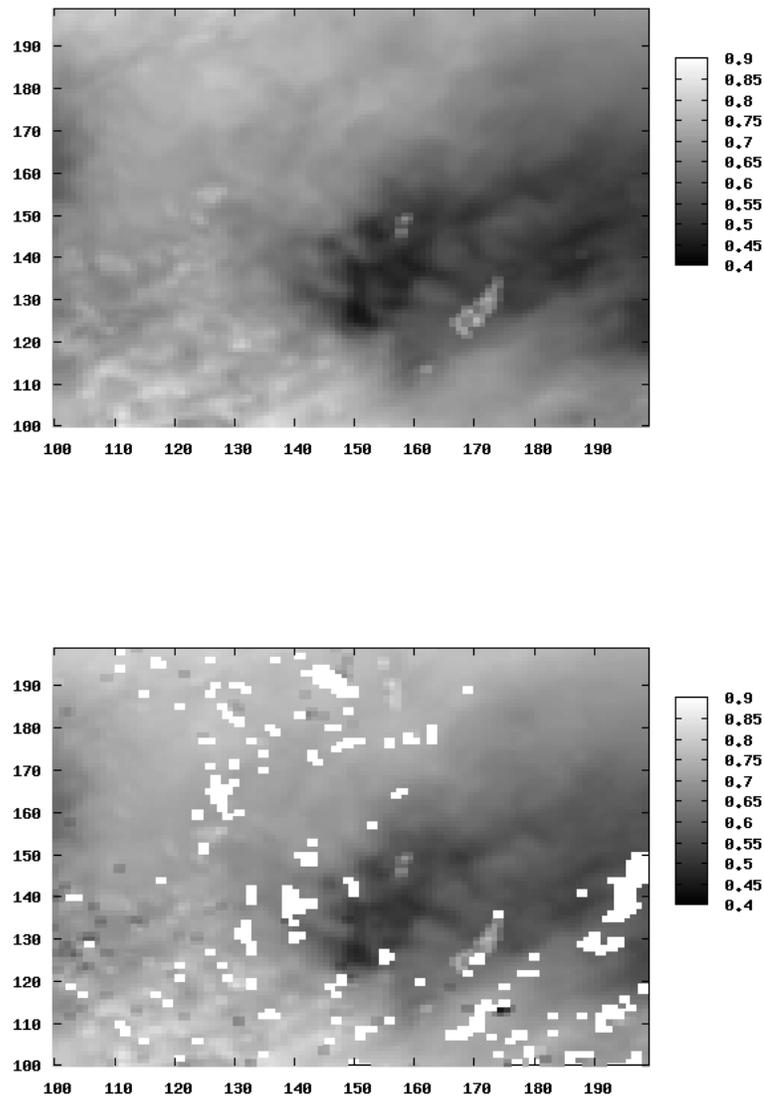


Abbildung 4.22:

Simulation eines Satellitenbildes (Reflektivität bei TOA) mittels der ersten COSMO Szene für den 22.06.2011 mit einer Wellenlänge von 700 nm (dritter Testfall) anhand von den Diskreten-Ordinaten Methoden (oben) und EddingtonPLUS (unten).

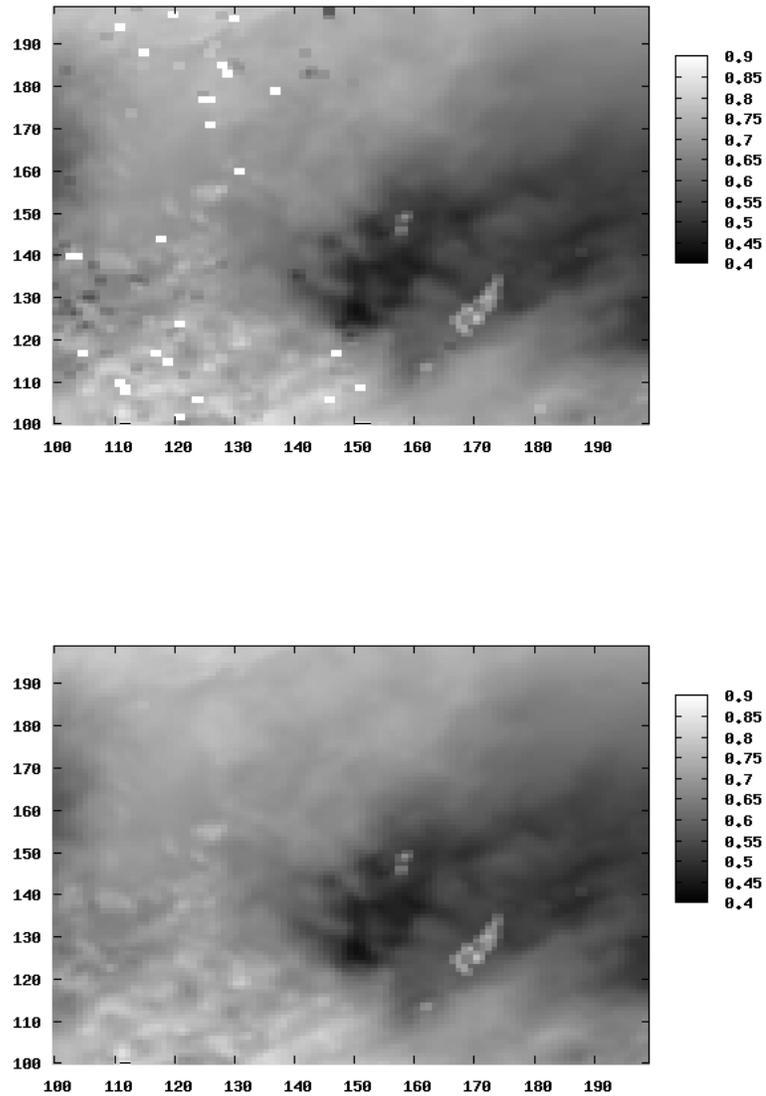


Abbildung 4.23:
Ähnlich wie Abbildung 4.22 aber anhand von EddingtonFIT (oben) und pastat (unten).

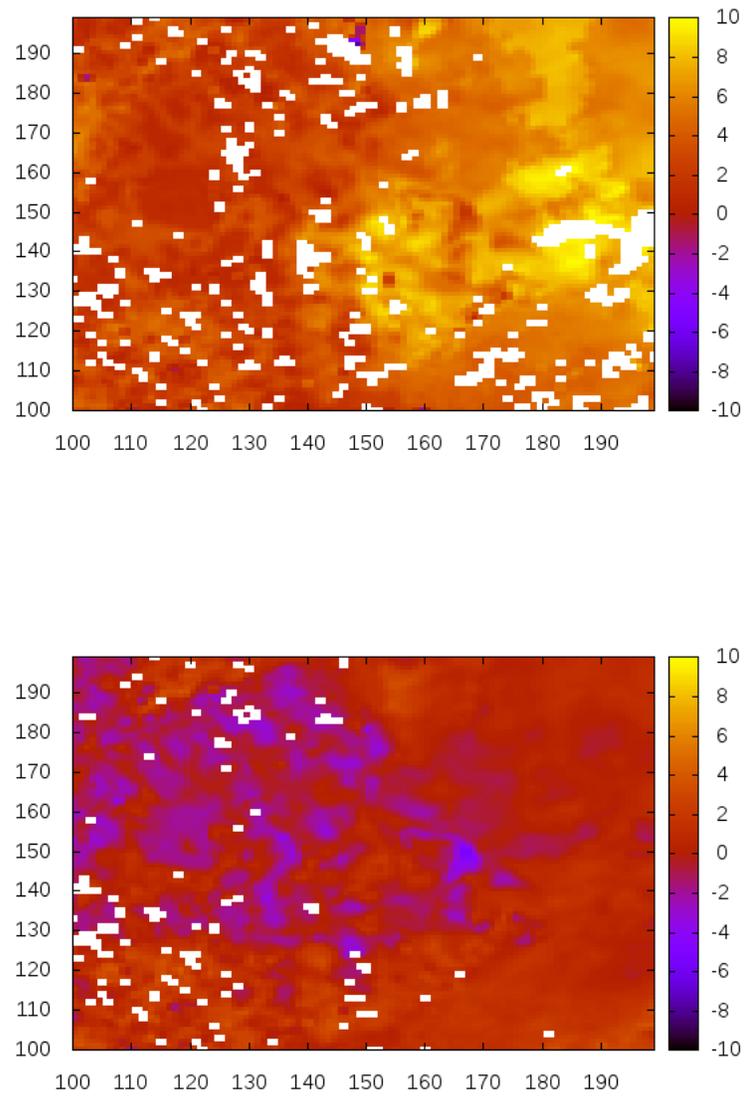


Abbildung 4.24:

Relativer Fehler (in %) von EddingtonPLUS (oben) und EddingtonFIT (unten) in jedem Pixel für den dritten Testfall.

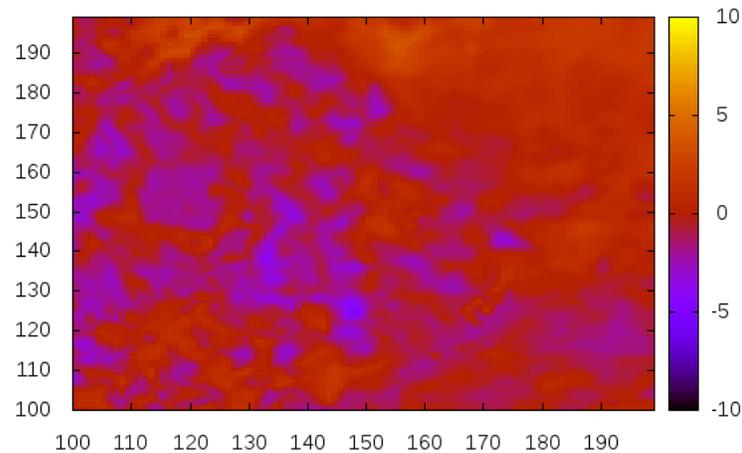


Abbildung 4.25:

Relativer Fehler (in %) von pastat in jedem Pixel für den dritten Testfall.

4.2.2.4 Vierter Testfall

Für den vierten Testfall wurde die selbe Szene verwendet wie für die drei ersten. Als Simulationszeitpunkt wurde wie bei Test 2 der 22. Dezember 2011 um 12 Uhr UTC gewählt und die Wellenlänge betrug 700 nm.

Abbildungen 4.26 und 4.27 zeigen die Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre für diesen Testfall berechnet von jeweils DISORT, EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat. EddingtonPLUS weist wie bei Test 2 deutlich höhere Reflektivitäten und relative Fehler als die anderen Verfahren auf. Deshalb wurde die Skala für dieses Verfahren von 0.6 bis 1.1 festgelegt. Für alle anderen Verfahren aber ist sie von 0.6 bis 0.95. Abbildungen 4.28 und 4.29 zeigen den relativen Fehler (in %) für diesen Testfall von jeweils EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat in jedem Pixel. Die Skala ist von -10 bis 10 % außer für EddingtonPLUS, für das sie von -40 bis 40 % festgelegt wurde.

EddingtonPLUS weist sehr schlechte Ergebnisse für diesen Testfall auf (Erfolgsrate von 0.1 % und mittlerer relativer Fehler von 32.8 %). EddingtonFIT ist viel besser, jedoch gibt es noch viele Pixel, für die dieses Verfahren scheitert (Erfolgsrate von 76.9 %). Sein mittlerer relativer Fehler beträgt 7.8 %. Die Ergebnisse von pastat bleiben selbst für diesen extremen Fall (sehr tief stehende Sonne) gut (Erfolgsrate von 99.6 %, mittlerer relativer Fehler von 3.9 % und Standardabweichung von 0.033). Entgegen der Erwartung weist pastat für diese Szene am 22.12.2011 bei einer Wellenlänge von 700 nm bessere Ergebnisse auf als bei einer Wellenlänge von 500 nm (vergleiche Unterunterabschnitt

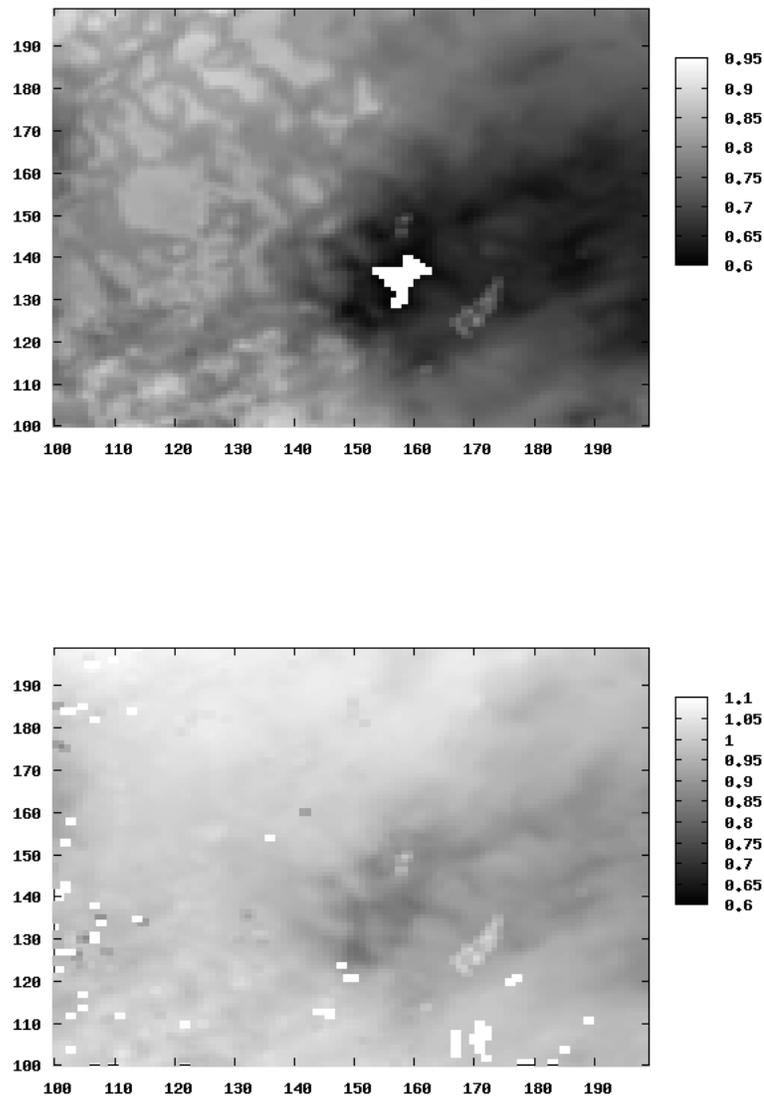


Abbildung 4.26:

Simulation eines Satellitenbildes (Reflektivität bei TOA) mittels der ersten COSMO Szene für den 22.12.2011 mit einer Wellenlänge von 700 nm (vierter Testfall) anhand von den Diskreten-Ordinaten Methoden (oben) und EddingtonPLUS (unten).

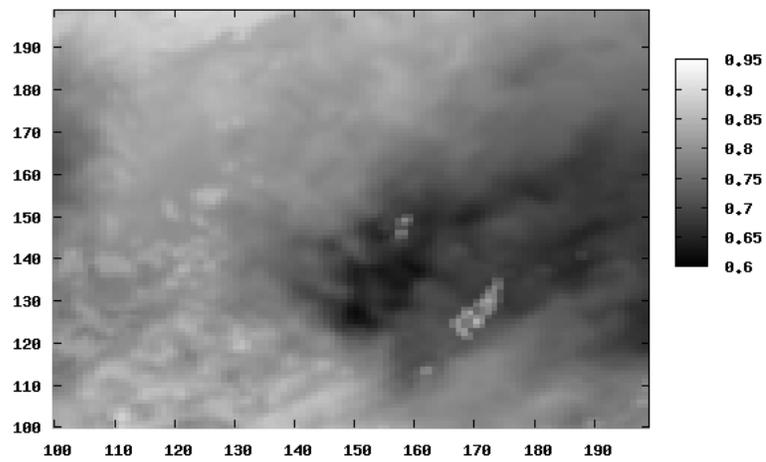
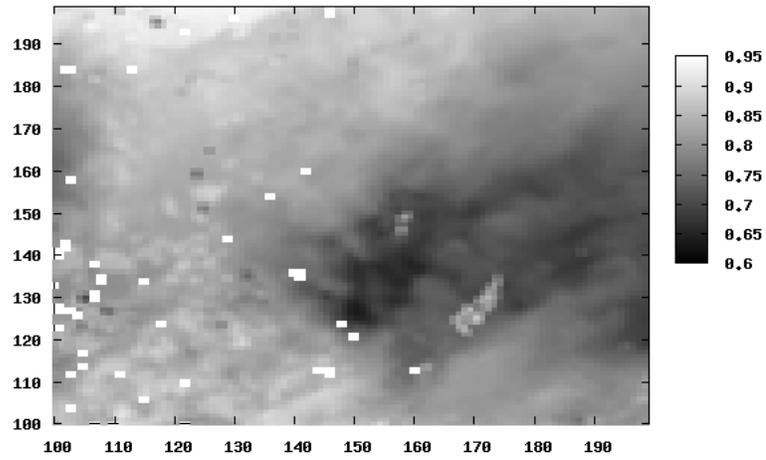


Abbildung 4.27:
Ähnlich wie Abbildung 4.26 aber anhand von EddingtonFIT (oben) und pastat (unten).

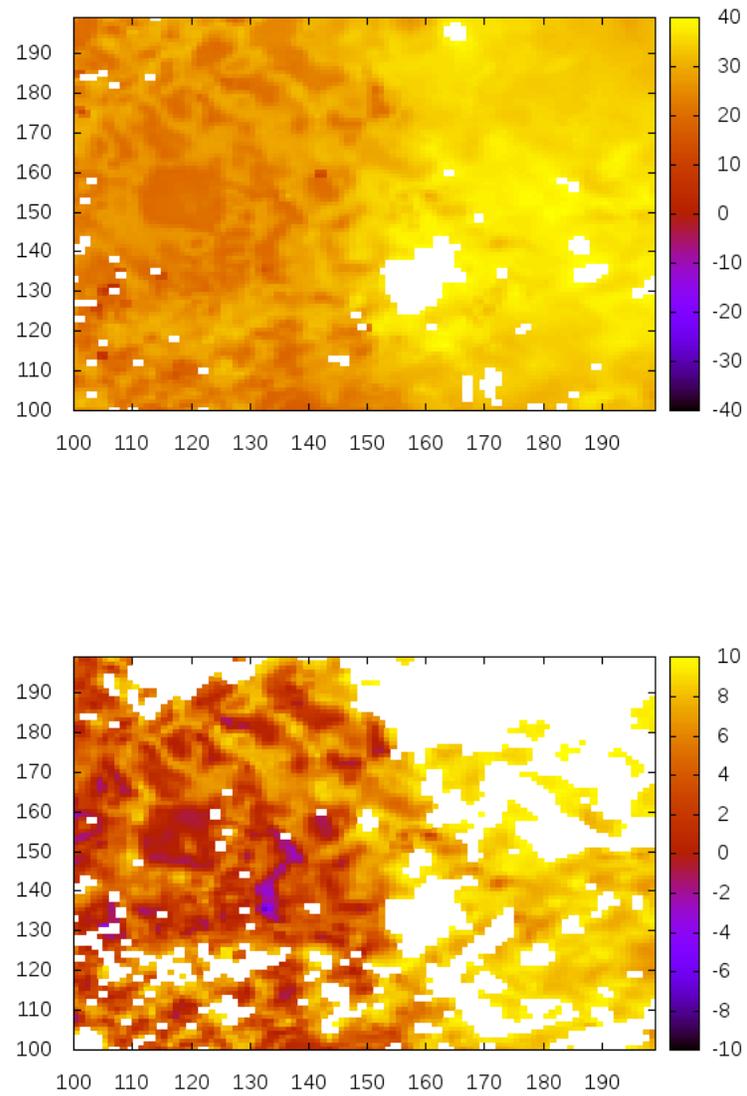


Abbildung 4.28:
Relativer Fehler (in %) von EddingtonPLUS (oben) und EddingtonFIT (unten) in jedem Pixel für den vierten Testfall.

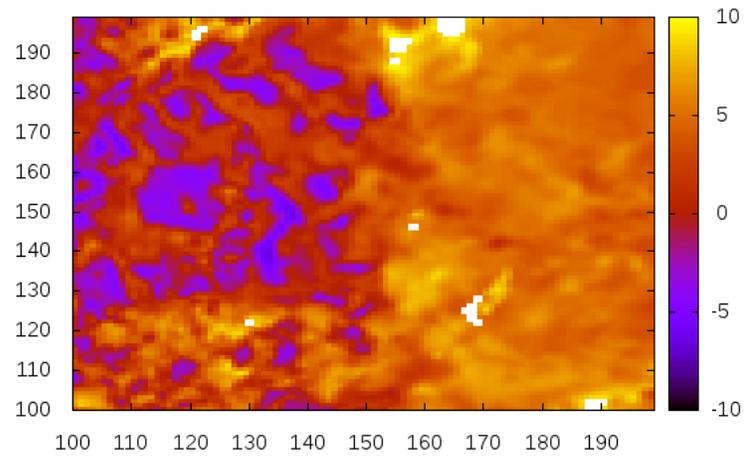


Abbildung 4.29:

Relativer Fehler (in %) von pastat in jedem Pixel für den vierten Testfall.

4.2.2.2).

4.2.2.5 Fünfter Testfall

Für den fünften Testfall wurde eine zweite Szene verwendet. Das ist eine COSMO-Szene, für die ich nur die Daten für Wasser- und Eiswolken für jedes Pixel bekommen habe. Diese Daten enthalten die selbe Information wie in der ersten Szene: Elevation über Meeresspiegel, Flüssigwassergehalt (bzw. Eisgehalt) und Effektivradius der Wassertropfchen (bzw. der Eiskristalle) für jede Atmosphärenschicht. Die Anzahl der Pixel der Szene beträgt 420 in der Länge und 461 in der Breite. Der simulierte Satellit befindet sich wie bei der ersten COSMO-Szene an derselben Stelle wie Meteosat (36000 km über dem Meeresspiegel bei 0° Nord und 0° Ost). Daten für die Länge, Breite, Bodenalbedo und Elevation über Meeresspiegel für jedes Pixel musste ich selbst bestimmen. Die Länge ließ ich von 5° bis 15° Ost und die Breite von 45° bis 60° Nord variieren. Als Simulationszeitpunkt wurde der 22. Dezember 2011 um 12 Uhr UTC gewählt. Unter diesen Bedingungen variiert der Sonnenzenitwinkel von etwa 68.5° im Süden bis etwa 84° im Norden. Die Satellitenzenit- und Azimutwinkel lassen sich ebenfalls für jedes Pixel berechnen. Der Satellitenzenitwinkel variiert unter der angegebenen Konfiguration von etwa 52° im Süden bis etwa 69° im Norden. Die Höhe über Meer ließ ich linear mit der Länge steigen; sie beträgt 0 m am westlichen Rand der Szene und 2000 m am östlichen Rand. Die Bodenalbedo ließ ich linear mit der Breite steigen; sie beträgt 0.05 am südlichen Rand und 0.75 am nördlichen Rand der Szene. Als Wellenlänge für diesen Testfall wurde 700 nm genommen.

Abbildung 4.30 zeigt die Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre für diesen Testfall berechnet von jeweils DISORT und pastat. Abbildung 4.31 zeigt den relativen Fehler (in %) für diesen Testfall von pastat in jedem Pixel.

pastat weist auch hier gute Ergebnisse auf, obwohl der Sonnenzenitwinkel groß ist. Die Erfolgsrate für den Testfall beträgt 97.9% bei einem mittleren relativen Fehler von 1.0%. Die Standardabweichung beträgt 0.013. Diese Ergebnisse sind besser als die von Testfall 4 (bei dem die Wellenlänge gleich 700 nm und der Simulationszeitpunkt ebenfalls der 22.12.2011 waren), dagegen ist die Erfolgsrate ein bisschen niedriger. Es ist zu bemerken, dass der relative Fehler von pastat Richtung Norden der Szene (bei steigendem Sonnenzenitwinkel) entgegen der Erwartung nicht zunimmt (obwohl die Genauigkeit von pastat mit dem Sonnenzenitwinkel abnimmt, vergleiche Unterunterabschnitt 4.2.1.3).

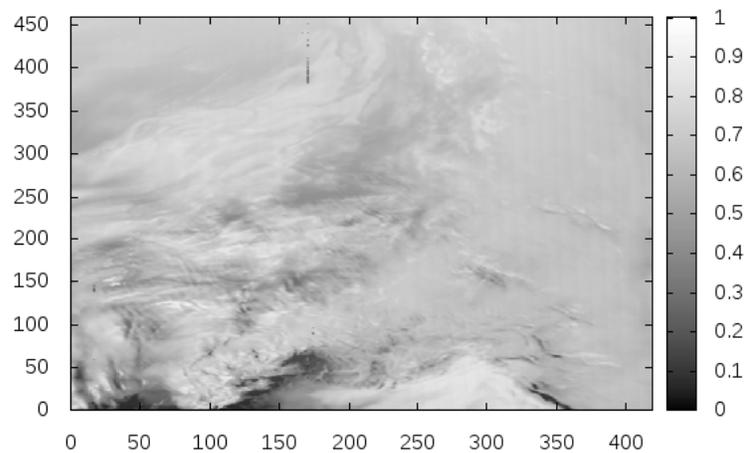
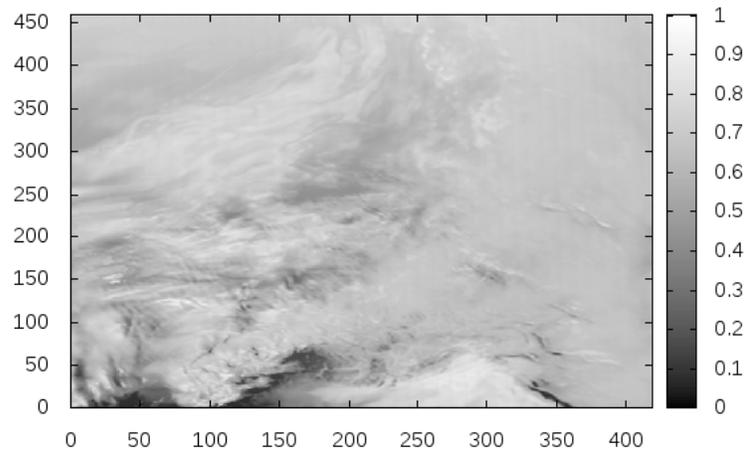


Abbildung 4.30:

Simulation eines Satellitenbildes (Reflektivität bei TOA) mittels der zweiten COSMO Szene für den 22.12.2011 mit einer Wellenlänge von 700 nm (fünfter Testfall) anhand von den Diskreten-Ordinaten Methoden (oben) und pastat (unten).

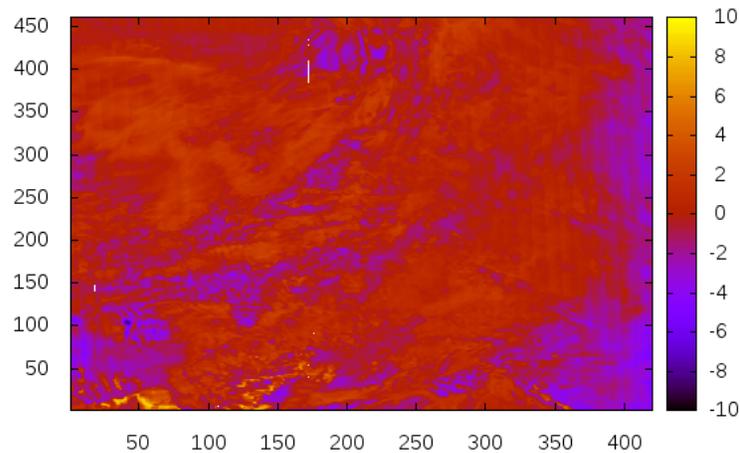


Abbildung 4.31:

Relativer Fehler (in %) von pastat in jedem Pixel für den fünften Testfall.

	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5
EddingtonPLUS	94.5 %	4.2 %	95.0 %	0.1 %	
EddingtonFIT	99.6 %	85.4 %	98.8 %	76.9 %	
pastat	100.0 %	93.3 %	100.0 %	99.6 %	97.9 %

Tabelle 4.1:

Erfolgsraten von EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat für die fünf Testfälle.

4.2.2.6 Zusammenfassung der Testfälle 1 bis 5

Tabelle 4.1 fasst die in den fünf Testfällen für EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat gemessenen Erfolgsraten, während in Tabelle 4.2 die einzelnen mittleren Fehler aufgelistet sind.

Wie sich aus diesen beiden Tabellen ergibt, ist pastat in fast allen Testfällen angesichts dieser beiden Kriterien das beste Verfahren. Der Vorteil ist größer für Teste mit tiefer stehender Sonne: Testfälle 2, 4 (und 5, wobei dort nur pastat getestet wurde). Die Ergebnisse von EddingtonPLUS sind in allen Fällen wesentlich schlechter.

	Test 1	Test 2	Test 3	Test 4	Test 5
EddingtonPLUS	6.2 %	16.3 %	8.1 %	32.8 %	
EddingtonFIT	0.9 %	6.4 %	1.4 %	7.8 %	
pastat	1.1 %	4.4 %	1.1 %	3.9 %	1.0 %

Tabelle 4.2:

Mittlere relative Fehler von EddingtonPLUS, EddingtonFIT und pastat für die fünf Testfälle.

4.2.3 Vergleich des Rechenzeitaufwands der Verfahren

In diesem Unterabschnitt werden die Rechenzeiten von pastat ohne die Einfachstreuungskorrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25], DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] und Zwei-Strom (Meador und Weaver, 1980)[21] verglichen. Die Genauigkeit ist nicht das einzige Kriterium für das zu erstellende Verfahren, sondern es muss auch hinreichend schnell sein (Rechenzeit unter einer Minute für eine ganze COSMO[40]-Szene).

Die Rechenzeit von DISORT steigt mit der dritten Potenz der Anzahl der verwendeten Ströme (Stamnes et al., 2000)[32] (Seite 91). Bei pastat (sowie EddingtonPLUS und EddingtonFIT) gibt es diesen Parameter nicht. Die Rechenzeit von DISORT ist unabhängig von der optischen Dicke der Atmosphäre, aber (linear) abhängig von der Anzahl der Schichten, die zur Darstellung des vertikalen Profils der Atmosphäre notwendig sind. Die Geschwindigkeit von pastat hängt nicht von der optischen Dicke und kaum von der Anzahl der Schichten ab: pastat summiert die partiellen optischen Dicken aller Schichten, um die gesamte optische Dicke der Wasser- und Eiswolke (über die ganze Atmosphäre) zu gewinnen. Die Dauer dieses Prozesses ist zwar abhängig von der Anzahl der Schichten, jedoch viel kürzer als andere Aufgaben von pastat, so dass die Anzahl der Schichten sich kaum auf die Rechenzeit auswirkt. EddingtonPLUS und EddingtonFIT hingegen hängen wirklich von der Anzahl der Atmosphärenschichten, da sie ein Zwei-Strom-Verfahren enthalten.

Zur Bestimmung der Rechenzeit von DISORT, Zwei-Strom und pastat wurde die Funktion `clock()` von `libRadtran` verwendet. Es wurde nur der Zeitaufwand berücksichtigt von den Unterprogrammen `c_disort()` (für DISORT), `F77_FUNC(twostr,TWOSTR)()` (für Zwei-Strom) und `pastat()` (für pastat) von `libRadtran` und von den Unterprogrammen, die davon aufgerufen werden. Die Unterprogramme zum Lesen der physischen und zur Berechnung der optischen Eigenschaften der Atmosphäre wurden nicht betrachtet. In pastat wurde das Lesen der 20 Parameter für alle Kombinationen von λ , θ_0 , A , τ_{water} , τ_{ice} und R_{eff} nicht berücksichtigt (sowie alle dazu notwendigen Allozierungen), da dieser relativ lange Vorgang (7.00 Sekunden) nur einmal am Anfang durchgeführt und nicht für jedes Pixel einer Szene wiederholt wird. Die Strahldichte wurde von DISORT, Zwei-Strom und pastat für Punkt-Szenen mit mehreren Werten der Anzahl von Strömen für DISORT (bei konstanten anderen Parametern und Variablen) berechnet. Die Wellenlänge betrug 500 nm, der Sonnenzenitwinkel 59° , die Bodenalbedo 0.2, die Höhe über dem Meeresspiegel 0 m und es gab eine Wasserwolke zwischen 2 und 4 km über

Anzahl der Ströme	Laufzeit DISORT für 49 Schichten (s)	Laufzeit DISORT für 9 Schichten (s)
2	0.0308	0.0040
4	0.0277	0.0041
6	0.0283	0.0055
8	0.0191	0.0060
10	0.0179	0.0060
12	0.0181	0.0060
16	0.0234	0.0042
20	0.0415	0.0071
24	0.0639	0.0156
28	0.0660	0.0158
32	0.1053	0.0191
48	0.2500	0.0428
64	0.5905	0.1103
96	1.9899	0.8658
128	4.9133	1.0148

Tabelle 4.3:

Laufzeit von DISORT als Funktion von der Anzahl der Ströme in Sekunden für 9 und 49 Schichten.

dem Boden mit einer optischen Dicke von 1.2 und Tröpfchen mit einem Effektivradius von $10\ \mu\text{m}$. Die Strahldichte wurde nur am oberen Rand der Atmosphäre berechnet und zwar für einen Wert des Zenitwinkels und des Azimutwinkels. Um die Genauigkeit bei der Messung der Rechenzeit zu erhöhen, wurden die einzelnen Unterprogramme bei jedem Aufruf mehrmals ausgeführt (10 mal für DISORT, 10000 mal für Zwei-Strom und pastat) und die gesamte Rechenzeit durch die Anzahl der Wiederholungen dividiert. Darüber hinaus wurde DISORT für jede Anzahl von Strömen mit 49 und 9 Schichten jeweils 10 mal aufgerufen. Zwei-Strom und pastat wurden beide für 49 und 9 Schichten jeweils 30 mal aufgerufen. Eine Mittelung erfolgte über alle Aufrufe.

In Tabelle 4.3 sind die gemessenen Rechenzeiten von DISORT für verschiedene Anzahlen von Strömen für jeweils 9 und 49 Schichten aufgelistet. Abbildung 4.32 zeigt dieselben Ergebnisse für DISORT sowie die Rechenzeiten von Zwei-Strom (per Definition immer mit zwei Strömen) und pastat (bei dem es keine Ströme gibt) für jeweils 9 und 49 Schichten. Auf der Graphik deckt die Rechenzeit von pastat mit 9 Schichten ($1.677 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$) die Rechenzeit von pastat mit 49 Schichten ($1.683 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$) und die von Zwei-Strom mit 9 Schichten ($1.727 \cdot 10^{-5}\ \text{s}$), da alle drei fast gleich sind. Die Rechenzeit von Zwei-Strom mit 49 Schichten beträgt $1.426 \cdot 10^{-4}\ \text{s}$. pastat ist etwa 1000 mal schneller als DISORT mit 49 Schichten und etwa 240 mal schneller als DISORT mit 9 Schichten (für eine Anzahl der Ströme von 2 bis 16). pastat ist etwa 8.5 mal schneller als Zwei-Strom mit 49 Schichten und gleich schnell wie Zwei-Strom mit 9 Schichten.

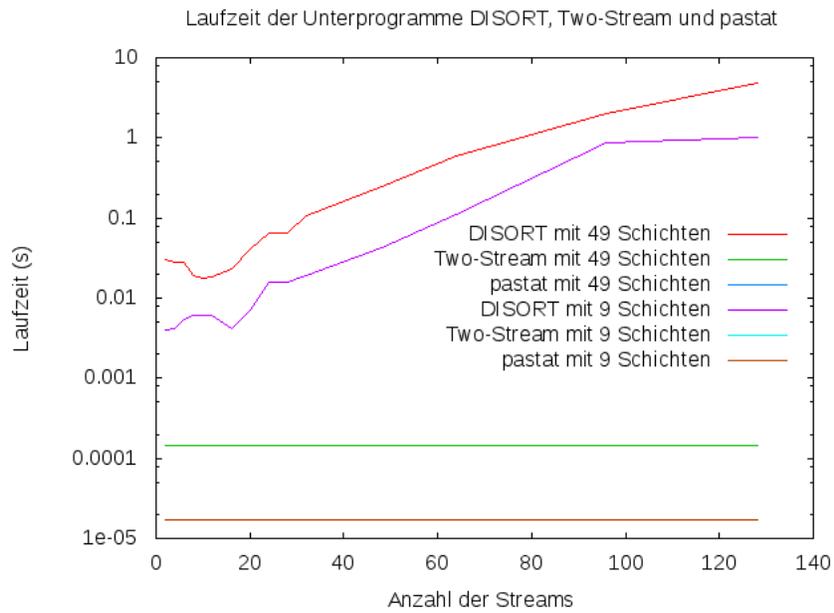


Abbildung 4.32:

Graphische Darstellung der Laufzeiten von DISORT (als Funktion von der Anzahl der Ströme oder „Streams“), Zwei-Strom (Two-Stream) und pastat (in Sekunden) für 9 und 49 Atmosphärenschichten.

Eine COSMO-Szene enthält etwa 400×400 Pixel. Die Multiplikation von $17 \mu\text{s}$ mit 400×400 ist gleich 2.72 s . Da pastat am Anfang 7 Sekunden braucht, um alle Parameter zu lesen und alle notwendigen Allokierungen durchzuführen, läuft dieses Modell somit etwa 10 Sekunden für eine ganze COSMO-Szene und erfüllt das gestellte Kriterium an die Rechenzeit.

Der Rechenaufwand von EddingtonPLUS und EddingtonFIT wurde nicht gemessen, jedoch ist er höher als der von Zwei-Strom, da die Zwei-Strom-Methode nur ein Teil von diesen Verfahren ist.

4.3 Diskussion der Ergebnisse

Das Ziel dieser Arbeit war, ein schnelles und hinreichend genaues Strahlungsmodell im sichtbaren Spektralbereich zu entwickeln, das die Strahldichte/Reflektivität am oberen Rand der Atmosphäre liefert. Als Kriterien für die Genauigkeit diente ein relativer Fehler kleiner/gleich 10 % oder ein auf die Reflektivität bezogener absoluter Fehler kleiner/gleich 0.02. Als Kriterium für den Rechenaufwand diente eine Rechenzeit unter einer Minute für eine ganze COSMO[40]-Szene. *pastat* erfüllt die Bedingung der Genauigkeit in fast allen untersuchten Fällen. Die Ergebnisse können im Winter (bei tief stehender Sonne) zwar schlechter sein, dennoch wurden selbst für die untersuchten Szenen am 22. Dezember um 12 Uhr UTC mindestens 90 % Erfolgsrate, einen mittleren relativen Fehler von höchstens 4.5 % und eine Standardabweichung von höchstens 0.05 beobachtet. Der mittlere relative Fehler von *pastat* für alle zwei-dimensionalen Szenen befand sich immer zwischen 1 und 4.5 %. Mit den eindimensionalen Szenen blieb die Standardabweichung selbst bei einem Sonnenzenitwinkel von 70° in allen untersuchten Fällen unter 0.045. Diese Ergebnisse sind mit denen von existierenden schnellen Strahlungsmodellen zu vergleichen. Da im Sichtbaren fast keine schnellen Verfahren zum Vergleich vorhanden sind, werden die Ergebnisse von *pastat* zuerst mit denen von Strahlungsmodellen im Infraroten verglichen. Die Fehler werden im Infraroten oft für die Helligkeitstemperatur statt für die Strahldichte angegeben. Im Anhang 2 wird der Zusammenhang zwischen den absoluten Fehlern der Strahldichte und der Helligkeitstemperatur berechnet.

Saunders et al. (2007)[29] haben eine Studie veröffentlicht, in der die Genauigkeit von 14 Strahlungsmodellen (davon 8 schnelle) untersucht wird. Tabelle 6 (Seite 8) zeigt den mittleren Fehler und die Standardabweichung der Helligkeitstemperatur (in K) von 13 dieser Modelle, wobei RFM[39] (Reference Forward Model) als Referenz dient. 49 Profile und 2378 AIRS Kanäle (für Wellenlängen von etwa 3.8 bis 15.4 μm) wurden verwendet. Abbildung 4 (Seite 8) gibt die mittleren Fehler und Standardabweichungen für sieben spektrale Bereiche. Ein Vergleich all dieser Modelle mit der Realität wurde auch gemacht, allerdings nur für ein Profil über der tropischen Westpazifik. Abbildungen 5a und 5b (Seiten 10 und 11) zeigen die Differenz zwischen jedem Model und den Beobachtungen für alle Kanäle. Tabelle 8 (Seite 11) zeigt den mittleren Fehler und die Standardabweichung für alle unproblematischen Kanäle gemittelt und für Kanäle gemittelt, wo die meisten Modelle relativ schlechte Ergebnisse aufweisen.

Der mittlere absolute Fehler der Helligkeitstemperatur für RTTOV-7 und RTTOV-8 liegt beim Vergleich mit RFM bei $\Delta T \approx 0.01 - 0.02\text{K}$ je nach Werten des Satellitenzenitwinkels. Beim Vergleich mit der Realität liegt er bei $\Delta T \approx 0.06 - 0.07\text{K}$. Da die Helligkeitstemperatur bei 280 K liegt, beträgt der mittlere relative Fehler der Helligkeitstemperatur etwa 0.022 %. Wenn die Wellenlänge etwa 10 μm beträgt, entspricht $\Delta T = 0.07\text{K}$ einem mittleren absoluten Fehler der Strahldichte von $\Delta I = 9.1 * 10^{-6} \text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1} \text{nm}^{-1}$ (siehe Anhang 2). Der entsprechende relative Fehler ist gleich $\Delta I/I = 0.13\%$. Er ist eine Größenordnung kleiner als der mittlere relative Fehler der Strahldichte im Sichtbaren mit *pastat*. Das gleiche gilt für *Gastropod*: der mittlere

absolute Fehler von $\Delta T = 0.9\text{K}$ entspricht einem mittleren relativen Fehler der Helligkeitstemperatur von etwa 0.032 % und einem mittleren relativen Fehler der Strahldichte von etwa 0.17 %. Optran schneidet mit $\Delta T \approx 0.12\text{K}$ ein bisschen schlechter ab, doch ist selbst dieses schnelle Modell im Infraroten mit einem mittleren relativen Fehler der Strahldichte von etwa 0.22 % immer noch viel genauer als pastat im Sichtbaren. OSS hat fast das selbe Ergebnis wie RTTOV ($\Delta T \approx 0.05\text{K}$). SARTA hat zwar einen mittleren absoluten Fehler von 0.19 K, dafür aber die niedrigste Standardabweichung.

Dubuisson et al. (2005)[9] haben die Genauigkeit von FASRAD für 3 Wellenlängen (8.7, 10.6 und 12 μm) für mehrere Wolkenhöhen und optischen Dicken untersucht, wobei LBLDOM (Dubuisson et al., 1996)[8] als Referenz diente. Der mittlere Fehler der Strahldichte befindet sich durchschnittlich bei 0.5 %, erreicht aber 0.8 % für eine hohe Wolke mit einer optischen Dicke von 4 bzw. 24 (siehe Tabelle 3 auf Seite 210). FASRAD ist weniger genau als die bisher erwähnten infraroten Strahlungsmodellen, jedoch ist der mittlere relative Fehler der Strahldichte für dieses Modell im Infraroten immer noch etwa eine Größenordnung kleiner als für pastat im Sichtbaren.

Zhang et al. (2007)[38] (Seiten 250-256) haben die Genauigkeit vom Strahlungsmodell FIRTM-AD untersucht. Seiten 250 und 251 werden das verwendete Atmosphärenprofil sowie die Vorgehensweise der Untersuchung beschrieben. Die Standardabweichung von FIRTM-AD liegt meistens unter 0.05 K und immer unter 0.01 K (siehe Tabelle 2 auf Seite 253 für die Atmosphäre mit nur einer Wolkenschicht und Tabelle 3 auf Seite 255 für die mit zwei Zirrusschichten) und ist damit eine Größenordnung kleiner als die von FIRTM1 und FIRTM2 sowie die von den zuvor betrachteten Modellen im Infraroten. Der absolute Fehler von FIRTM-AD ist für jede Wellenlänge unter 0.1 K (siehe Abbildungen 4, 6 und 7 auf Seiten 252, 255 und 256 für jeweils die Atmosphäre mit einer einzigen Wolkenschicht, die mit zwei und die mit drei Zirrusschichten). FIRTM-AD im Infraroten ist somit bis zu zwei Größenordnungen genauer als pastat im sichtbaren Spektralbereich. Die Rechenzeit von FIRTM-AD (für 32 Ströme und 100 Schichten) beträgt aber von 2 bis 5.5 ms pro Wellenlänge, wo DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] für die selben Bedingungen 0.53 bis 0.57 s braucht. Somit ist FIRTM-AD für die gegebenen Bedingungen 100 bis 250 mal schneller als DISORT. Für 32 Ströme ist pastat mehr als 1000 mal schneller als DISORT mit 9 Schichten und mehr als 6000 mal schneller als DISORT mit 49 Schichten. Für 32 Ströme und 100 Schichten ist pastat daher zwei Größenordnungen schneller als FIRTM-AD. Die Abhängigkeit von FIRTM-AD von der Anzahl der Ströme und Schichten kenne ich nicht, aber wenn sie ähnlich wie bei DISORT ist, sollte FIRTM-AD bei wenigen Strömen (unter 20) und wenigen Schichten (unter 10) etwa gleich schnell wie pastat sein.

Die Genauigkeit von pastat im Sichtbaren erreicht nicht die von den schnellen Strahlungsmodellen im Infraroten. Der mittlere relative Fehler der Strahldichte ist meistens eine Größenordnung höher. Im Sichtbaren stellt der Mehrfachstreueterm der STG eine erhebliche Erschwernis im Vergleich zum Infraroten dar, wo Mehrfachstreuung vernachlässigt ist.

In der Zeit meiner Doktorarbeit wurde RTTOV[10] experimentell auf den sichtbaren

Spektralbereich erweitert. Allerdings sind relative Unterschiede zwischen DISORT und RTTOV von 50 % oder mehr im Sichtbaren keine Seltenheit, insbesondere wenn der Extinktionskoeffizient in der Atmosphäre groß ist. Das zeigen Abbildungen 8 bis 23 (Seiten 15 bis 18) vom “RTTOV-11 Science and Validation Report” (Saunders et al., 2013)[28], die den relativen Unterschied zwischen RTTOV-11 und DISORT im Sichtbaren und im nahen Infrarot für mehrere Absorptionskoeffizienten, Einfachstreueralbedos, relative Azimutwinkel, Phasenfunktionen und Bodeneigenschaften als Funktion vom Sonnen- und Satellitenzenitwinkel darstellen. *pastat* kann dementsprechend als viel genauer als RTTOV im Sichtbaren beurteilt werden.

Das schnelle Strahlungsmodell 6S weist im sichtbaren Spektralbereich eine sehr hohe Genauigkeit auf. Kotchenova et al. (2006)[13] haben es mit mehreren Modellen (insbesondere DISORT) verglichen. Der mittlere relative Fehler der Strahldichte von 6S (mit DISORT als Referenz) ist geringer als 0.3 %. Eine solche gute Übereinstimmung wird mit den meisten anderen Modellen gefunden. 6S ist somit eine Größenordnung genauer als *pastat*. Allerdings rechnet dieses Modell nur für klare Atmosphären. Für wolkige Atmosphären ist *pastat* das genaueste schnelle Modell, das es momentan gibt.

Die Rechenzeit von *pastat* beträgt 17 μ s auf einem Celcius M720 (6 cores) mit einem Prozessor Xeon E5-2620 2.0 GHz und erfüllt somit das gestellte Kriterium an die Rechenzeit. Dieser Wert wurde mit DISORT verglichen. Für wenige Schichten (weniger als 10) und wenige Ströme (weniger als 20) ist *pastat* zwei Größenordnungen schneller als DISORT. Normalerweise wird DISORT aber mit mehr Schichten und oft mit mehr Strömen verwendet. In diesem Fall steigt der Rechenaufwand. Für etwa 50 Schichten (mit einer Anzahl der Ströme unter 20) ist *pastat* drei Größenordnungen schneller. Für eine Anzahl der Ströme von 32 (mit 9 Schichten) ist *pastat* ebenfalls drei Größenordnungen schneller. Für die meisten Anwendungen ist *pastat* mindestens drei Größenordnungen schneller als DISORT. *pastat* ist so schnell wie das Zwei-Strom-Verfahren (Meador und Weaver, 1980)[21] mit nur 9 Schichten aber eine Größenordnung schneller als das selbe Verfahren mit etwa 50 Schichten. *pastat* ist damit das schnellste verfügbare Verfahren, das die gestellten Kriterien an die Genauigkeit erfüllt.

Die anderen von mir eingeführten Verfahren (EddingtonPLUS und EddingtonFIT) weisen in fast allen Fällen schlechtere Ergebnisse und darüberhinaus längere Rechenzeiten auf als *pastat*, weil sie ein Zwei-Strom bzw. erweitertes Zwei-Strom-Verfahren enthalten. Ausgehend von diesen Betrachtungen kann man schließen, dass *pastat* das zur Simulation von Satellitenbildern im sichtbaren Spektralbereich hinreichend schnelle und genaue Modell ist, das gesucht war.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Doktorarbeit entstand ein schnelles (Rechenzeit geringer als eine Minute für eine ganze COSMO[40]-Szene) und hinreichend genaues (relativer Fehler der Reflektivität unter 10% oder absoluter Fehler unter 0.02) Strahlungsmodell im sichtbaren Spektralbereich. Eine Lücke wurde damit beseitigt. Dieses Modell eignet sich besonders zur Simulation von Satellitenbildern, die sehr nützlich bei der Beurteilung von klimatologischen und meteorologischen Modellen ist. Dieses schnelle Strahlungsmodell wurde *pastat* genannt. Es wurde in *libRadtran* eingebaut und es ist geplant, es ebenfalls in COSMO einzubauen. Dieses Modell basiert auf Look-Up Tables, da sich bisher untersuchte andere Vorgehensweisen als aufwändiger und weniger genau erwiesen haben. Die vier Funktionen der bis auf die dritte Ordnung erweiterten Eddington-Approximation wurden am oberen Rand der Atmosphäre für alle Kombinationen von sechs gewählten Variablen der Atmosphäre (Wellenlänge, Sonnenzenitwinkel, Bodenalbedo, optische Dicke der Wasserwolke, optische Dicke der Eiswolke und Effektivradius der Wassertröpfchen) statistisch bestimmt und tabelliert. 16 zusätzliche Parameter zur azimuthalen Abhängigkeit der Strahldichte wurden ebenso durch statistische Methoden gewonnen und in einer Look-Up Table gespeichert. Beim Aufruf des Modells werden all diese 20 Parameter anhand von den laufenden Werten für die sechs gewählten Variablen der Atmosphäre durch eine lineare Interpolation mit sechs Variablen bestimmt. Anhand von diesen Parametern, der Parametrisierung der azimuthalen Abhängigkeit und der erweiterten Eddington-Approximation wird die Strahldichte am oberen Rand der Atmosphäre in jede gewünschte Richtung des oberen Halbraums berechnet. Es gibt insgesamt drei Input-Files für alle Parameter in allen Kombinationen. Die totale Größe dieser Files auf der Festplatte beträgt 150.5 MiB. Bei der Berechnung der Strahldichte für eine ganze Szene werden diese Werte nur einmal gelesen. Danach finden für jedes Pixel nur noch die lineare Interpolation, das Einsetzen der Parameter in die zwei erwähnten richtungsabhängigen Gleichungen und damit die direkte Berechnung der Strahldichte für jede vom Benutzer gewählte Richtung statt. Der Aufwand von *pastat* ist somit derselbe wie der vom Zwei-Strom-Verfahren (Meador und Weaver, 1980)[21] mit etwa 10 Schichten und ist mindestens drei Größenordnungen geringer als der von DISORT (Stamnes et al., 1988)[33] für die meisten Anwendungen. Selbst bei sehr tief

stehender Sonne (Sonnenzenitwinkel zwischen 70° und 85°) wurde das Genauigkeitskriterium in mehr als 90 % der Fälle erfüllt. Somit erlaubt pastat, Modellfehler auf 10 % Genauigkeit zu detektieren.

Zwei andere schnelle Strahlungsmodelle wurden in dieser Arbeit entwickelt (EddingtonPLUS und EddingtonFIT). In diesen Modellen wird ein Teil der Ergebnisse aus einem Zwei-Strom-Verfahren gewonnen (wobei dieses Verfahren für EddingtonPLUS erweitert wurde). Ausführliche Tests wurden durchgeführt, um sie miteinander und mit pastat zu vergleichen: pastat war in fast allen Fällen genauer. Auch wies pastat eine niedrigere Rechenzeit als die beiden anderen Verfahren auf.

In der Zukunft können weitere Vorgehensweisen probiert werden, falls eine doch schnell genug und genauer Reflektivitäten im Sichtbaren als eine auf Look-Up Tables basierende Methode liefern sollte. Eine Erweiterung von pastat ist auch denkbar: die Parameter könnten insbesondere auch vom Effektivradius der Eiskristalle, von der Wolkenhöhe und/oder von der Wolkendicke abhängen. Die Parameter der in dieser Arbeit entwickelten Verfahren wurden anhand von DISORT ohne die Einfachstreu-korrektur von Nakajima und Tanaka (1988)[25] bestimmt, so dass diese Modelle ohne Einfachstreu-korrektur die noch zu korrigierende Strahldichte liefern: logischerweise müsste bei ihnen die Einfachstreu-korrektur verwendet werden. Da diese aber im Falle von pastat keine zuverlässigen Ergebnisse lieferte, musste auf ihre Verwendung verzichtet werden. Die wichtigste mögliche Erweiterung von pastat ist daher die Anpassung der Einfachstreu-korrektur auf pastat. Jedoch können schon die Ergebnisse von pastat als zuverlässig genug angesehen werden, um Modellergebnisse zu beurteilen.

Anhänge

Anhang 1: Suche nach einer Lösung für Eddington Vier-Strom

Wir gehen von Gleichungen (3.19) bis (3.22) aus. $\frac{7}{5}$ * Gleichung (3.22) - $\frac{5}{3}$ * Gleichung (3.20) ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{dI_0}{d\tau}(\tau) &= (1 - \omega_0 g) I_1(\tau) - \frac{3}{5} \omega_0 (g - \xi_3) I_3(\tau) \\ &\quad + \frac{\omega_0}{4\pi} \left[3g\mu_0 - \frac{21}{4} \xi_3 (5\mu_0^3 - 3\mu_0) \right] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (5.1)$$

$\frac{7}{5}$ * Gleichung (3.21) - $\frac{5}{3}$ * Gleichung (3.19) ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{d\tau}(\tau) &= 10(1 - \omega_0) I_0(\tau) + \left[1 - \omega_0 \left(\frac{10}{3} - \frac{7}{3} \xi_2 \right) \right] I_2(\tau) \\ &\quad + \frac{\omega_0}{4\pi} \left[-10 + \frac{35}{4} \xi_2 (3\mu_0^2 - 1) \right] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (5.2)$$

Gleichung (3.22) - Gleichung (3.20) ergibt:

$$\frac{dI_2}{d\tau}(\tau) = (1 - \omega_0 \xi_3) I_3(\tau) + \frac{\omega_0}{4\pi} \xi_3 \left(\frac{175}{4} \mu_0^3 - \frac{105}{4} \mu_0 \right) M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \quad (5.3)$$

Gleichung (3.21) - Gleichung (3.19) ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{dI_3}{d\tau}(\tau) &= -\frac{35}{3} (1 - \omega_0) I_0(\tau) + \frac{35}{9} \omega_0 (1 - \xi_2) I_2(\tau) \\ &\quad + \frac{\omega_0}{4\pi} \left[\frac{35}{3} - \frac{175}{12} \xi_2 (3\mu_0^2 - 1) \right] M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Es wird geschrieben:

$$\kappa_1 = 1 - \omega_0$$

$$\kappa_2 = 1 - \omega_0 g$$

$$\kappa_3 = \omega_0 (1 - \xi_2)$$

$$\kappa_4 = 1 - \omega_0 \xi_3$$

$$\kappa_5 = \omega_0 (g - \xi_3)$$

$$\kappa_6 = 1 - \omega_0 \left(\frac{10}{3} - \frac{7}{3} \xi_2 \right)$$

Das Gleichungssystem (5.1) bis (5.4) in Matrixform heißt:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & \kappa_2 & 0 & -\frac{3}{5}\kappa_5 \\ 10\kappa_1 & 0 & \kappa_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_4 \\ -\frac{35}{3}\kappa_1 & 0 & \frac{35}{9}\kappa_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} \\ &+ \frac{\omega_0}{4\pi} \begin{pmatrix} 3g\mu_0 - \frac{21}{4}\xi_3 (5\mu_0^3 - 3\mu_0) \\ -10 + \frac{35}{4}\xi_2 (3\mu_0^2 - 1) \\ \xi_3 \left(\frac{175}{4}\mu_0^3 - \frac{105}{4}\mu_0 \right) \\ \frac{35}{3} - \frac{175}{12}\xi_2 (3\mu_0^2 - 1) \end{pmatrix} M_0 \exp\left(-\frac{\tau}{\mu_0}\right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Um eine allgemeine Lösung für das Gleichungssystem zu finden, soll man zuerst eine allgemeine Lösung für das homogene System und dann eine spezielle Lösung des gesamten Systems suchen. Das homogene System lautet:

$$\frac{d}{d\tau} \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \kappa_2 & 0 & -\frac{3}{5}\kappa_5 \\ 10\kappa_1 & 0 & \kappa_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_4 \\ -\frac{35}{3}\kappa_1 & 0 & \frac{35}{9}\kappa_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

Die Eigenwerte ν der Matrix \vec{A} des Systems sind die Lösungen des Polynoms von ν , das durch die gleich null gesetzte Determinante von $\vec{A} - \nu \vec{I}_4$ gegeben wird (wobei \vec{I}_4 die Einheitsmatrix mit vier Zeilen und vier Spalten ist), auch charakteristisches Polynom genannt:

$$\left| \vec{A} - \nu \vec{I}_4 \right| = \begin{vmatrix} -\nu & \kappa_2 & 0 & -\frac{3}{5}\kappa_5 \\ 10\kappa_1 & -\nu & \kappa_6 & 0 \\ 0 & 0 & -\nu & \kappa_4 \\ -\frac{35}{3}\kappa_1 & 0 & \frac{35}{9}\kappa_3 & -\nu \end{vmatrix} = 0 \quad (5.7)$$

Die Berechnung der Determinante ergibt das gesuchte Polynom:

$$\nu^4 - \left(\frac{35}{9}\kappa_3\kappa_4 + 10\kappa_1\kappa_2 + 7\kappa_1\kappa_5 \right) \nu^2 + \frac{350}{9}\kappa_1\kappa_2\kappa_3\kappa_4 - \frac{35}{3}\kappa_1\kappa_4\kappa_6 = 0 \quad (5.8)$$

Die Lösung von diesem Polynom (die Eigenwerte) lautet:

$$\nu = \pm \left[\left(\left(\frac{35}{9} \kappa_3 \kappa_4 + 10 \kappa_1 \kappa_2 + 7 \kappa_1 \kappa_5 \right) \pm \sqrt{\left(\frac{35}{9} \kappa_3 \kappa_4 + 10 \kappa_1 \kappa_2 + 7 \kappa_1 \kappa_5 \right)^2 - 4 \left(\frac{350}{9} \kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \kappa_4 - \frac{35}{3} \kappa_1 \kappa_4 \kappa_6 \right)} \right) / 2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.9)$$

Sei $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor der Matrix \vec{A} (und ν_x der entsprechende Eigenwert).

Es gilt: $\vec{A} \cdot \vec{x} = \nu_x \vec{x}$:

$$\begin{pmatrix} 0 & \kappa_2 & 0 & -\frac{3}{5} \kappa_5 \\ 10 \kappa_1 & 0 & \kappa_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \kappa_4 \\ -\frac{35}{3} \kappa_1 & 0 & \frac{35}{9} \kappa_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \nu_x \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

Das heißt:

$$\begin{cases} \kappa_2 x_2 - \frac{3}{5} \kappa_5 x_4 = \nu_x x_1 \\ 10 \kappa_1 x_1 + \kappa_6 x_3 = \nu_x x_2 \\ \kappa_4 x_4 = \nu_x x_3 \\ -\frac{35}{3} \kappa_1 x_1 + \frac{35}{9} \kappa_3 x_3 = \nu_x x_4 \end{cases} \quad (5.11)$$

Aus der 3. Gleichung vom System (5.11) folgt direkt:

$$x_4 = \frac{\nu_x}{\kappa_4} x_3 \quad (5.12)$$

Gleichung (5.12) wird dann in die 4. Gleichung vom System (5.11) eingesetzt, was x_1 als Funktion von x_3 ergibt:

$$x_1 = \left(\frac{\kappa_3}{3 \kappa_1} - \frac{3}{35} \frac{\nu_x^2}{\kappa_1 \kappa_4} \right) x_3 \quad (5.13)$$

Gleichung (5.13) wird dann in die 1. Gleichung vom System (5.11) eingesetzt, was x_2 als Funktion von x_3 ergibt:

$$x_2 = \nu_x \left(\frac{\kappa_3}{3 \kappa_1 \kappa_2} + \frac{3 \kappa_5}{5 \kappa_2 \kappa_4} - \frac{3}{35} \frac{\nu_x^2}{\kappa_1 \kappa_2 \kappa_4} \right) x_3 \quad (5.14)$$

Es bleibt aber die 2. Gleichung vom System (5.11). Wenn man Gleichung (5.13) in diese Gleichung einsetzt, bekommt man ebenfalls x_2 als Funktion von x_3 :

$$x_2 = \left(\frac{10\kappa_3}{3\nu_x} - \frac{6\nu_x}{7\kappa_4} + \frac{\kappa_6}{\nu_x} \right) x_3 \quad (5.15)$$

Das ist aber ein Widerspruch zu Gleichung (5.14). Somit hat das homogene System (5.6) keine Lösung, also hat das System von Differentialgleichungen (5.5) keine Lösung.

Anhang 2: Zusammenhang zwischen den Fehlern der Strahldichte und der Helligkeitstemperatur

Der mittlere absolute bzw. relative Fehler und die Standardabweichung von schnellen Strahlungsmodellen im Infraroten werden oft für die Helligkeitstemperatur statt für die Strahldichte (oder Reflektivität) gegeben. Die Helligkeitstemperatur ist die Temperatur, die ein Schwarzkörper, der mit seiner Umgebung in Gleichgewicht ist, hätte, um die beobachtete Strahldichte auszustrahlen. Das Plancksche Gesetz gibt die Strahldichte I_λ als Funktion von der Wellenlänge λ an, die von einem Schwarzkörper bei der Temperatur T in jede Richtung ausgestrahlt wird:

$$I_\lambda = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) - 1} \quad (5.16)$$

wobei h die Plancksche Konstante ($6.626 \cdot 10^{-34}$ Js), c die Lichtgeschwindigkeit ($2.998 \cdot 10^8$ ms $^{-1}$) und k die Boltzmannsche Konstante ($1.381 \cdot 10^{-23}$ JK $^{-1}$) sind.

Die Umkehrung von Gleichung (5.16) ergibt die Helligkeitstemperatur als Funktion von der Strahldichte bei gegebener Wellenlänge:

$$T = \frac{hc}{k\lambda} \frac{1}{\ln\left(1 + \frac{2hc^2}{I_\lambda \lambda^5}\right)} \quad (5.17)$$

Umformen und Differenzieren von Gleichung (5.16) ergibt:

$$dI_\lambda = \frac{\lambda^4 I_\lambda^2}{2ckT^2} \exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) dT \quad (5.18)$$

Aus Gleichung (5.18) ergibt sich für die absoluten Fehler ΔI_λ und ΔT (da alle Terme positiv sind):

$$\Delta I_\lambda = \frac{\lambda^4 I_\lambda^2}{2ckT^2} \exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right) \Delta T \quad (5.19)$$

Wenn die Helligkeitstemperatur 280 K und die Wellenlänge 10 μm betragen, hat die Strahldichte einen Wert von $7.0 \cdot 10^{-3}$ W m $^{-2}$ sr $^{-1}$ nm $^{-1}$. Dementsprechend ist der Faktor $\frac{\lambda^4 I_\lambda^2}{2ckT^2} \exp\left(\frac{hc}{kT\lambda}\right)$ gleich $1.3 \cdot 10^{-4}$ W m $^{-2}$ sr $^{-1}$ nm $^{-1}$ K $^{-1}$. Um den absoluten Fehler der Strahldichte unter diesen Bedingungen zu berechnen, muss der absolute Fehler der Helligkeitstemperatur mit $1.3 \cdot 10^{-4}$ W m $^{-2}$ sr $^{-1}$ nm $^{-1}$ K $^{-1}$ multipliziert werden. Eine Division durch den Wert der Strahldichte ergibt dann den relativen Fehler der Strahldichte.

Literaturverzeichnis

- [1] Amorati, R., und R. Rizzi, „Radiances simulated in the presence of clouds by use of a fast radiative transfer model and a multiple-scattering scheme“, *Applied Optics* (Vol. 41, Iss. 9, pp. 1604-1614), 2002.
- [2] Bormann, N., M. Matricardi und S. B. Healy , „A fast radiative-transfer model for the assimilation of infrared limb radiances from MIPAS“, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* (Vol. 131, pp. 1631–1653), 2004.
- [3] Brunel, P., L. Lavanant und G. Rochard, „Infrared Transmittance Database for Fast Radiative Transfer Model“, *SPIE* (Vol. 2312, pp. 77-86), 1994.
- [4] Carlson, B. G., und K. D. Lathrop, „Transport Theory: The Method of Discrete Ordinates“, Los Alamos Scientific Laboratory of the University of California, 1965.
- [5] Chandrasekhar, S., „Radiative Transfer“, Oxford University Press, 1950.
- [6] Dickerson, R. R., S. Kondragunta, G. Stenchikov, K. L. Civerolo, B. G. Doddridge und B. N. Holben, „The Impact of Aerosols on Solar Ultraviolet Radiation and Photochemical Smog“, *Science* (Vol. 278, No. 5339, pp. 827-830), 1997.
- [7] Duan, M., und Q. Min, „A fast radiative transfer model for simulating high-resolution absorption bands“, *Journal of Geophysical Research* (Vol. 110, Iss. D15, pp. D15201.1-D15201.10), 2005.
- [8] Dubuisson, P., J.-C. Buriez und Y. Fouquart, „High spectral resolution solar radiative transfer in absorbing and scattering media: Application to the satellite simulation“, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (Vol. 55, Iss. 1, pp. 103-126), 1996.
- [9] Dubuisson, P., V. Giraud, O. Chomette, H. Chepfer und J. Pelon, „Fast radiative transfer modeling for infrared imaging radiometry“, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (Vol. 95, Iss. 2, pp. 201-220), 2005.
- [10] Eyre, J. R., „A fast radiative transfer model for satellite sounding systems“, ECM-WF Research Dept. Tech. Memo. 176 (available from the librarian at ECMWF), 1991.

- [11] Grasso, L. D., M. Sengupta, J. F. Dostalek und R. Brummer, „Synthetic Satellite Imagery for Current and Future Environmental Satellites“, *International Journal of Remote Sensing* (Vol. 29, Iss. 15, pp. 4373-4384), 2008.
- [12] Han, Y., F. Weng, Q. Liu und P. van Delst, „A fast radiative transfer model for SSMIS upper atmosphere sounding channels“, *Journal of Geophysical Research* (Vol. 112, Iss. D11, pp. D11121.1-D11121.12), 2007.
- [13] Kotchenova, S. Y., E. F. Vermote, R. Matarrese und F. J. Klemm, „Validation of a vector version of the 6S radiative transfer code for atmospheric correction of satellite data. Part I: Path radiance“, *Applied Optics* (Vol. 45, Iss. 26, pp. 6762-6774), 2006.
- [14] Liang, X.-M., A. Ignatov und Y. Kihai, „Implementation of the Community Radiative Transfer Model in Advanced Clear-Sky Processor for Oceans and validation against nighttime AVHRR radiances“, *Journal of Geophysical Research* (Vol. 114, Iss. D6, pp. D06112.1-D06112.13), 2009.
- [15] Matthijssen, J., K. Suhre, R. Rosset, F. L. Eisele, R. L. Mauldin III und D. J. Tanner, „Photodissociation and UV radiative transfer in a cloudy atmosphere: Modeling and measurements“, *Journal of Geophysical Research* (Vol. 103, Iss. D13, pp. 16665–16676), 1998.
- [16] Matricardi, M., „RTIASI-4, a new version of the ECMWF fast radiative transfer model for the infrared atmospheric sounding interferometer“, *European Centre for Medium-Range Weather Forecasts*, 2003.
- [17] Matricardi, M., und R. Saunders, „Fast radiative transfer model for simulation of infrared atmospheric sounding interferometer radiances“, *Applied Optics* (Vol. 38, Iss. 27, pp. 5679-5691), 1999.
- [18] Mano, Y., und H. Ishimoto, „Fast radiative-transfer model based on the correlated k-distribution method for a high-resolution satellite sounder“, *Applied Optics* (Vol. 43, Iss. 34, pp. 6304-6312), 2004.
- [19] Mayer, B., und A. Kylling, „Technical note: The libRadtran software package for radiative transfer calculations - description and examples of use“, *Atmospheric Chemistry and Physics* (Vol. 5, Iss. 7, pp.1855-1877), 2005.
- [20] McMillin, M. L., X. Xiong, Y. Han, T. J. Kleespies und P. Van Delst, „Atmospheric transmittance of an absorbing gas. 7. Further improvements to the OPTRAN approach“, *Applied Optics* (Vol. 45, Iss. 9, pp. 2028-2034), 2005.
- [21] Meador, W. E., und W. R. Weaver, „Two-Stream Approximations to Radiative Transfer in Planetary Atmospheres: A Unified Description of Existing Methods and a New Improvement“, *Journal of the Atmospheric Sciences* (Vol. 37, pp. 630-643), 1980.

- [22] Mihalas, D., „Stellar Atmospheres“, W. H. Freeman and Company, 1970.
- [23] Moncet, J. L., und S. A. Clough, „Accelerated monochromatic radiative transfer for scattering atmospheres: Application of a new model to spectral radiance observations“, *Journal of Geophysical Research* (Vol. 102, Iss. D18, pp. 21853–21866), 1997.
- [24] Moncet, J.-L., G. Uymin und H. E. Snell, „Atmospheric radiance modeling using the optimal spectral sampling (OSS) method“, *Proceedings of the SPIE-The International Society for Optical Engineering* (Vol. 5425, pp. 368– 374), 2004.
- [25] Nakajima, T., und M. Tanaka, „Algorithms for radiative Intensity Calculations in moderately thick Atmospheres using a Truncation Approximation“, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (Vol. 40, Iss. 1, pp. 51-69), 1988.
- [26] Niu, J., P. Yang, H.-L. Huang, J. E. Davies, J. Li, B. A. Baum und Y. X. Hu, „A fast infrared radiative transfer model for overlapping clouds“, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (Vol. 103, Iss. 3, pp. 447–459), 2007.
- [27] Potter, J. F., „The Delta Function Approximation in Radiative Transfer Theory“, *Journal of the Atmospheric Sciences* (Vol. 27, pp. 943–949), 1970.
- [28] Saunders, R., J. Hocking, D. Rundle, P. Rayer, M. Matricardi, A. Geer, C. Lupu, P. Brunel und J. Vidot, „RTTOV-11 Science and Validation Report“ (http://research.metoffice.gov.uk/research/interproj/nwpsaf/rtm/docs_rttov11/rttov11_svr.pdf , zuletzt aufgerufen am 14/11/2013), 2013.
- [29] Saunders, R., P. Rayer, P. Brunel, A. von Engel, N. Bormann, L. Strow, S. Hannon, S. Heilliette, X. Liu, F. Miskolczi, Y. Han, G. Masiello, J.-L. Moncet, G. Uymin, V. Sherlock und D. S. Turner, „A comparison of radiative transfer models for simulating Atmospheric Infrared Sounder (AIRS) radiances“, *Journal of Geophysical Research* (Vol. 112, Iss. D1, pp. D01S90.1-D01S90.17), 2007.
- [30] Sherlock, V., A. Collard, S. Hannon und R. W. Saunders, „The Gastropod Fast Radiative Transfer Model for advanced infrared sounders and characterization of its errors for radiance assimilation“, *Journal of Applied Meteorology* (Vol. 42, Iss. 12, pp. 1731-1747), 2003.
- [31] Shettle, E. P., und J. A. Weinman, „The Transfer of Solar Irradiance Through Inhomogeneous Turbid Atmospheres Evaluated by Eddington’s Approximation“, *Journal of the Atmospheric Sciences* (Vol. 27, pp. 1048-1055), 1970.
- [32] Stamnes, K., S.-C. Tsay, W. J. Wiscombe und I. Lazlo, „DISORT, a General-Purpose Fortran Program for Discrete-Ordinate-Method Radiative Transfer in Scattering and Emitting Layered Media: Documentation of Methodology“, *DISORT Report v1.1* (

- ftp://climate1.gsfc.nasa.gov/wiscombe/Multiple_Scatt/DISORTReport1.1.pdf , zuletzt aufgerufen am 14/11/2013), 2000.
- [33] Stamnes, K., S.-C. Tsay, W. J. Wiscombe und K. Jayaweera, „Numerically stable algorithm for discrete-ordinate-method radiative transfer in multiple scattering and emitting layered media“, *Applied Optics* (Vol. 27, Iss. 12, pp. 2502-2509), 1988.
- [34] Strow, L. L., S. E. Hannon, S. De Souza-Machado, H. E. Motteler und D. Tobin, „An overview of the AIRS Radiative Transfer Model“, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* (Vol. 41, No. 2, pp. 303-313), 2003.
- [35] Wei, H., P. Yang, J. Li, B. A. Baum, H.-L. Huang, S. Platnick, Y. Hu und L. L. Strow, „Retrieval of Semitransparent Ice Cloud Optical Thickness From Atmospheric Infrared Sounder (AIRS) Measurements“, *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* (Vol. 42, No. 10, pp. 2254–2267), 2004.
- [36] Wiscombe, W. J., „The Delta–M Method: Rapid Yet Accurate Radiative Flux Calculations for Strongly Asymmetric Phase Functions“, *Journal of the Atmospheric Sciences* (Vol. 34, pp. 1408–1422), 1977.
- [37] Zdunkowski, W., T. Trautmann und A. Bott, „Radiation in the Atmosphere, A Course in Theoretical Meteorology“, Cambridge, 2007.
- [38] Zhang, Z., P. Yang, G. Kattawar, H.-L. Huang, T. Greenwald, J. Li, B. A. Baum, D. K. Zhou und Y. Hu, „A fast infrared radiative transfer model based on the adding-doubling method for hyperspectral remote-sensing applications“, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* (Vol. 105, Iss. 2, pp. 243–263), 2007.
- [39] <http://www.atm.ox.ac.uk/RFM/> , zuletzt aufgerufen am 14/11/2013.
- [40] <http://www.cosmo-model.org/content/model/documentation/core/default.htm> , zuletzt aufgerufen am 08/10/2013.