

# Analyse dynamischer Volumenprozesse in komplexen Plasmen

Dissertation  
der Fakultät für Physik  
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt am 14.04.2003  
von Dirk David Goldbeck  
aus Offenbach

Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik

Erstgutachter: Prof. Dr. Dr. h.c. Gregor Morfill  
Zweitgutachter: Dr. habil. Guido Birk

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juni 2003

# Inhaltsverzeichnis

<b>Zusammenfassung</b>	<b>vii</b>
<b>1 Einführung</b>	<b>1</b>
1.1 Komplexe Plasmen . . . . .	2
1.2 Wellen in komplexen Plasmen . . . . .	5
1.3 Instabilitäten in komplexen Plasmen . . . . .	7
1.4 Eigenschaften des komplexen Plasmas . . . . .	7
1.4.1 Apparatur . . . . .	8
1.4.2 Temperaturen der Plasmakomponenten . . . . .	9
1.4.3 Kollisionsfrequenz und mittlere freie Weglänge der Argon-Ionen . . . . .	9
1.4.4 Driftgeschwindigkeit der Ionen . . . . .	10
1.4.5 Reibung zwischen Partikel und Neutralgas . . . . .	11
1.4.6 Plasmafrequenz der Mikropartikel . . . . .	11
1.4.7 Debye-Länge und Dichte der Ionen . . . . .	12
1.4.8 Zusammenfassung aller Parameter . . . . .	12
<b>2 Theorie</b>	<b>13</b>
2.1 Berechnung der Phononenschwingungen . . . . .	13
2.2 Dämpfung longitudinaler Wellen . . . . .	14
2.2.1 Einführende Annahmen zu komplexen Plasmen . . . . .	14
2.2.2 Dielektrische Permeabilität . . . . .	15
2.2.3 Dispersionsrelation für longitudinale Wellen . . . . .	16
<b>3 Messungen von Volumenprozessen</b>	<b>17</b>
3.1 Messung einer 3D-Phononenverteilung . . . . .	17
3.1.1 Qualitative Beschreibung der Partikelverteilung . . . . .	17
3.1.2 Bestimmung der 3D-Phononenspektren . . . . .	19
3.1.3 Vergleich mit Vorhersagen einer 3D-Simulation . . . . .	19
3.1.4 Diskussion der Ergebnisse . . . . .	19
3.2 Beobachtung einer Strömungsinstabilität . . . . .	21
3.2.1 Beschreibung der Meßergebnisse . . . . .	21
3.2.2 Bestimmung der Debye-Länge der Ionen . . . . .	23

3.2.3	Bestimmung der Ionendichte . . . . .	23
3.2.4	Vergleich der gemessenen Instabilität mit der theoretisch berechneten Dämpfung . . . . .	25
3.2.5	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	26
3.3	Dynamische Analyse eines Staubwirbels . . . . .	27
3.3.1	Empirische Analyse des Partikelwirbels . . . . .	27
3.3.2	Attraktoren im Partikelwirbel . . . . .	31
3.3.3	Diskussion der Ergebnisse . . . . .	33
3.4	Ausblicke auf zukünftige Experimente . . . . .	35
3.4.1	Bestimmung einer Kristallstruktur . . . . .	35
3.4.2	Phasenübergang zwischen Kristallsystemen . . . . .	35
3.4.3	Wirbel mit hoher Rotationsgeschwindigkeit . . . . .	36
3.4.4	Grenzfläche . . . . .	36
3.4.5	Partikel-Cluster . . . . .	37
3.4.6	Strömung zweier Partikelgrößen . . . . .	37
3.4.7	'Nervöse' Partikel . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Meßinstrument</b>	<b>39</b>
4.1	Optische Elemente des Instruments . . . . .	39
4.1.1	Prinzip der Messung . . . . .	39
4.1.2	Optischer und Mechanischer Aufbau des Instruments . . . . .	40
4.1.3	Einfluß der Mie-Streuung auf die Streuamplituden . . . . .	44
4.1.4	Mechanik . . . . .	45
4.1.5	Geometrie des Meßvolumens . . . . .	45
4.1.6	Beleuchtungssysteme . . . . .	47
4.1.7	Kamerasysteme . . . . .	49
4.1.8	Laser-Diagnostik . . . . .	51
4.1.9	Beleuchtungsfehler durch Beugung an der Blende . . . . .	52
4.1.10	Elektronische Signalaufnahme . . . . .	55
4.2	Algorithmen zur Bildanalyse . . . . .	56
4.2.1	Beschaffenheit der Bilddaten . . . . .	56
4.2.2	Korrelation der roten und grünen Bildsequenzen . . . . .	58
4.2.3	Segmentierung der Partikelbilder . . . . .	59
4.2.4	Partikelbild-Identifikation mit rezeptiven Feldern . . . . .	60
4.2.5	Bestimmung der Partikelkoordinaten und -farben . . . . .	64
4.2.6	Ermittlung der z-Koordinate aus der Partikel-Farbe . . . . .	68
4.2.7	Fehlerbetrachtung der Koordinatenmessung . . . . .	70
4.2.8	Bestimmung der Partikeltrajektorien . . . . .	72
4.2.9	Transformation der Koordinatenpaare . . . . .	75
4.2.10	Korrelation der z-Koordinaten . . . . .	75
4.3	Messung der Partikelgröße möglich? . . . . .	78
4.4	Eigenschaften des Meßinstruments . . . . .	79
4.5	Weiterentwicklungen des Meßinstruments . . . . .	80
4.6	Vergleich verschiedener Meßverfahren . . . . .	82

<b>A</b>	<b>Verwendete physikalische Theorien</b>	<b>85</b>
A.1	Longitudinale dielektrische Permeabilität . . . . .	85
A.1.1	Verteilungsfunktion der Plasmakomponenten . . . . .	85
A.1.2	Vlasov-Gleichung . . . . .	86
A.1.3	Berechnung der dielektrischen Permeabilität . . . . .	87
A.2	Fresnel-Beugung . . . . .	91
A.3	Mie-Streuung . . . . .	93
<b>B</b>	<b>Fotografien des optischen Instruments</b>	<b>99</b>
<b>C</b>	<b>Inhalt der CD</b>	<b>109</b>
<b>D</b>	<b>Patentschrift</b>	<b>111</b>
<b>E</b>	<b>Verwendete Konstanten</b>	<b>113</b>
	<b>Verzeichnisse</b>	<b>115</b>
Abbildungsverzeichnis . . . . .		115
Tabellenverzeichnis . . . . .		119
Literaturverzeichnis . . . . .		121
<b>Danksagung</b>		<b>127</b>



## Zusammenfassung

Als komplexe Plasmen bezeichnet man physikalische Systeme, die aus einem Gemisch kleiner, elektrisch geladener Partikel und einem Plasma bestehen. Die Partikel wechselwirken durch ein abgeschirmtes Coulomb-Potential miteinander.

Aufgabe dieser Arbeit war, erste Experimente zur simultanen dynamischen und strukturellen Analyse aller drei räumlichen Freiheitsgrade der Mikropartikel in einem komplexen Plasma durchzuführen.

In Laborexperimenten wurde Argon-Gas unter einem geringen Druck ( $\approx 30 - 70$  Pa) mit einem hochfrequenten RF-Wechselfeld (13,56 MHz) schwach ionisiert (Ionisationsrate etwa  $10^{-8}$ ) und sphärische Mikropartikel aus Melanin-Formaldehyd (Latex) von  $3,4 \mu\text{m}$  Durchmesser hinzugefügt. Sie laden sich durch die Wechselwirkungen mit den Ionen und Elektronen des Plasmas negativ auf und können im elektrischen Feld der Plasmarandschicht in der Schwebe gehalten werden. Je nach den Plasmaparametern Druck, RF-Amplitude und Partikelanzahl verändert sich die kinetische und potentielle Energie  $E_k$  bzw.  $E_w$  der Partikel. In Abhängigkeit des Verhältnisses  $E_w/E_k$  ordnen sie sich in räumlich periodischen Strukturen an (kristalline Phase) oder bewegen sich relativ zueinander (flüssige oder gasförmige Phase). Da die typischen Partikelabstände einige  $100 \mu\text{m}$  betragen, lassen sie sich mit Makroobjektiven und CCD-Kameras beobachten.

Bisher war eine quantitative, zeitaufgelöste, dynamische Untersuchung der Partikelbewegung nur in zwei Dimensionen möglich. Da aber für die Analyse einer Vielzahl von interessanten Effekten, wie zum Beispiel Phasenübergänge, Wellenphänomene und Strömungen, die Partikelbewegung und -struktur in allen drei Raumrichtungen benötigt wird, war eine Untersuchung solcher Volumeneffekte bisher nicht vollständig möglich.

In dieser Arbeit wird der Prototyp eines Instruments vorgestellt, welches die räumlichen Positionen und Geschwindigkeiten der Mikropartikel innerhalb eines Meßvolumens (etwa  $2,1 \times 1,7 \times 2,1 \text{ mm}^3$ ) mit einer zeitlich hohen Auflösung (50 Hz) ermittelt. Es wurde hierzu eine spezielle Laseroptik und Bildaufnahme mit CCD-Kameras aufgebaut, die zum Patent angemeldet wurde. Eine speziell entwickelte Bildanalysesoftware erkennt die Streulichtbilder der Partikel, verfolgt sie über die Bildsequenzen der Kameras und berechnet ihre dreidimensionalen Trajektorien in einer Genauigkeit von besser als  $1 \mu\text{m}$  in allen drei Raumrichtungen.

Exemplarisch für die nun möglichen Messungen wurde die Phononenverteilung eines kristallinen Systems ermittelt und mit Simulationen aus der Literatur verglichen. Es wurde darin eine Strömungsinstabilität gefunden, die mit theoretischen Vorhersagen übereinstimmt. Durch den Vergleich zur Theorie ließ sich die Debye-Länge der Ionen und das Ionisationsverhältnis ermitteln. Des weiteren wurde ein Partikelwirbel eines komplexen Plasmas erstmals quantitativ auf kinetischer Ebene der Partikel beschrieben. Es wurden Attraktoren und Scherkräfte innerhalb des Wirbels gefunden.

Als Ausblick für zukünftige Experimente wurden Test-Messungen zu Partikelströmungen, Clustern und Kristall-Phasenübergängen durchgeführt.

Auf der beiliegenden CD befinden sich als MPEG-Filme komprimierte Bildsequenzen der Meßkameras. Auf ihnen kann man die Partikeldynamik und -struktur betrachten.



# Kapitel 1

## Einführung

Bringt man mikrometergroße sphärische Festkörper<sup>1</sup> in ein Plasma ein, so laden sie sich auf und wechselwirken durch ein abgeschirmtes Coulomb-Potential miteinander. Man spricht von einem staubigen oder komplexen Plasma. Unter bestimmten Bedingungen ordnen sich die Mikropartikel in einer örtlich dreidimensionalen (3D), periodischen Struktur an — sie bilden einen makroskopischen Kristall (Plasmakristall). Typische Partikelabstände liegen in der Größenordnung von wenigen  $100\ \mu\text{m}$ . Durch Änderung der Plasmaparameter ist es möglich, die kinetische Energie der Partikel zu erhöhen, bis die periodische Struktur aufgelöst wird und das System in eine makroskopische Flüssigkeit oder in ein Gas übergeht.

In der Regel werden bisher zur Visualisierung die Mikropartikel eines komplexen Plasmas mit einer dünnen Laserebene beleuchtet und ihr Streulicht im rechten Winkel mit einem Makroobjektiv und einer CCD-Kamera beobachtet. Die zweidimensionalen (2D) Partikel-Positionen und -Bewegungen innerhalb der Beleuchtungsebene können gemessen werden. Partikel außerhalb der Laserebene und die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu ihr sind mit dieser Meßmethode jedoch nicht meßbar. Eine statische, strukturelle Analyse kann durchgeführt werden, indem die Laserebene durch die Partikelverteilung hindurchgefahren wird (Scan). Da die Teilchenbewegungen schnell gegenüber der maximal möglichen Scan-Geschwindigkeit ist, läßt dieses Verfahren eine dynamische Analyse nicht zu.

Für die Untersuchung vieler interessanter Volumenprozesse wie z.B. 3D-Wellenphänomene, laminare und turbulente Strömungen, Partikel-Cluster, Phasenübergänge und deren Thermodynamik, ist jedoch die simultane Aufnahme aller drei räumlichen Partikelkoordinaten und deren Geschwindigkeitskomponenten nötig. Des weiteren könnten damit theoretische Vorhersagen zu 3D-Yukawa-Systemen verifiziert werden und es wäre eine Über-

---

<sup>1</sup>im folgenden Text auch Mikropartikel, Partikel, Staub oder Teilchen genannt

prüfung möglich, ob die Vernachlässigung der dritten Bewegungskomponente in 2D-Systemen zulässig ist.

Aufgabe dieser Arbeit war, erste Experimente zur simultanen dynamischen und strukturellen Analyse solcher Volumenprozesse komplexer Plasmen durchzuführen. Hierzu wurde ein neues Meßverfahren mit zeitlich hoher Auflösung für die gleichzeitige Messung der dreidimensionalen Partikelpositionen und -geschwindigkeiten einer Teilchenwolke entwickelt und wird in Kapitel 4 vorgestellt. Für die Realisierung wurden mechanische Komponenten, Laseroptiken und Algorithmen zur Partikelerkennung und -verfolgung entwickelt. Bei der Bildverarbeitung wurden biologisch motivierte rezeptive Felder verwendet. Das Meßprinzip konnte zum Patent angemeldet werden (Anhang D).

Exemplarisch werden in einem komplexen Plasma erstmals Partikel-Wellenphänomene (Phononen) und -Wirbel einer Teilchenwolke unter Einbeziehung aller drei räumlichen Freiheitsgrade experimentell untersucht (Kapitel 3). Es konnte in Übereinstimmung mit theoretischen Vorhersagen eine Plasma-Strömungsinstabilität nachgewiesen (Abschnitt 3.2), die Debye-Länge der Ionen und das Ionisationsverhältnis bestimmt werden (Abschnitte 3.2.2 und 3.2.3). Des weiteren konnten in einem Partikelwirbel eines komplexen Plasmas erstmals Attraktoren gefunden werden (Abschnitt 3.3).

Um die Lesbarkeit der Arbeit zu erhöhen, werden nach der physikalischen Einführung in die komplexen Plasmen, deren Wellenphänomene (Kap. 1) und ihrer Dispersionsrelation (Kap. 2) die experimentellen Ergebnisse und ihre Interpretation diskutiert (Kap. 3) und anschließend ein Ausblick auf zukünftig mögliche Experimente gegeben (Kap. 3.4). Die Beschreibung des Meßinstruments und die entwickelte Bildanalyse folgt dann in Kapitel 4. Zusammenfassungen verwendeter Theorien in Anhang A und Fotografien der Mechanik und Optik befinden sich in Anhang B. Die Meßwerte werden in Form von CCD-Bildsequenzen aufgenommen. Sie wurden zur Darstellung in 'MPEG'-Videofilme konvertiert, befinden sich auf der beiliegenden CD und können mit Standard-Programmen unter MacOS, Linux und Windows angesehen werden (siehe auch Anhang C).

## 1.1 Komplexe Plasmen

Die wesentlichen Bestandteile der hier untersuchten komplexen Plasmen sind Elektronen, positive Ionen, neutrale Gasatome und mikrometergroße sphärische Partikel, die elektrisch negativ oder positiv geladen sein können — abhängig von den auftretenden Ladungsprozessen. An der Partikeloberfläche werden Elektronen absorbiert und Ionen rekombinieren. Da die Temperatur und Beweglichkeit der Elektronen im Plasma höher als die der Ionen ist, sind Kollisionen zwischen Partikeln und Elektronen häufiger als mit Ionen. Lädt sich ein Partikel dadurch negativ auf, werden die Elektronen

verstärkt abgestoßen und die Ionen angezogen. Es stellt sich zwischen dem Elektronen- und Ionenstrom an der Oberfläche ein Gleichgewicht ein. Positive Partikelladungen können entstehen, wenn durch UV-Photoemission, Sekundärelektronenemission oder durch Erhitzen der Partikel ausreichend Elektronen emittiert werden.

Da die Mikropartikel von Elektronen und Ionen umgeben sind, wird ihre elektrische Ladung abgeschirmt (Debye-Abschirmung). Die Debye-Abschirmlänge  $\lambda_D$  ist reziprok proportional zur Wurzel der Plasmadichte. Das Potential der Partikel kann näherungsweise durch ein Yukawa-Potential beschrieben werden:

$$\Phi_Y = \frac{Q_s}{4\pi\epsilon r} \exp(-r/\lambda_D) \quad (1.1)$$

Komplexe Plasmen wurden zuerst in der Astrophysik untersucht. Sie kommen im Universum z.B. in interstellaren Wolken, im Schweif von Kometen, in Planetenringen und Gebieten der Sternentstehung vor [14, 46, 18]. Auf der Erde lassen sich komplexe Plasmen z.B. in Blitz-Entladungen, bei Verbrennungsprozessen, aber auch in Plasmaprozessen der Chipindustrie finden [62, 10, 17]. Sie sind möglicherweise für die Prozeßsteuerung von großer Wichtigkeit.

Im Jahre 1986 wurde vorhergesagt [24], daß sich unter bestimmten Bedingungen in einem komplexen Plasma die Mikropartikel durch Selbstorganisation in einer örtlich periodischen Struktur — einer Kristallstruktur — anordnen. Die Koexistenz der maximal ungeordneten Struktur der Materie (Plasma) mit der maximal geordneten (Kristall) ist erstaunlich. Solche sogenannten Plasmakristalle konnten wenige Jahre später in Laborversuchen nachgewiesen werden [65, 19, 11].

Experimente werden inzwischen sowohl auf der Erde als auch unter Schwerelosigkeit (auf der Internationalen Raumstation ISS und mit Parabelflügen [45]) durchgeführt. Typischerweise wird Edelgas (z.B. Argon oder Krypton) in einem Druckbereich von 1 bis 100 Pa in einer Gleich- (DC) oder hochfrequenten Wechselstromentladung (RF) und sphärische Mikropartikel mit Durchmessern von wenigen Mikrometern verwendet. Die wichtigsten Kräfte, die auf die Mikropartikel wirken, sind die Schwerkraft (auf der Erde), die elektrische Kraft, die Kollisionen zwischen ihnen und neutralen Gasatomen (Epstein-Reibung) und beschleunigten Ionen ('ion-drag force') und der thermophoretischen Kraft (aufgrund von Temperaturgradienten in der Partikelumgebung).

In RF-Gasentladungsplasmen baut sich aufgrund der hohen Diffusionsgeschwindigkeit der Elektronen in der Plasmarandschicht ('sheath') ein starkes elektrisches Feld in der Größenordnung von 10 V/cm auf. In Experimenten auf der Erde können die negativ geladenen Partikel in dieser Zone gegen das Schwerfeld in der Schwebelage gehalten werden und bilden dort eine Staubwolke. Die Höhe der Partikelverteilung ist aufgrund der Gravitationskraft meist auf einige Millimeter beschränkt, weshalb man auch von  $2\frac{1}{2}$  dimen-

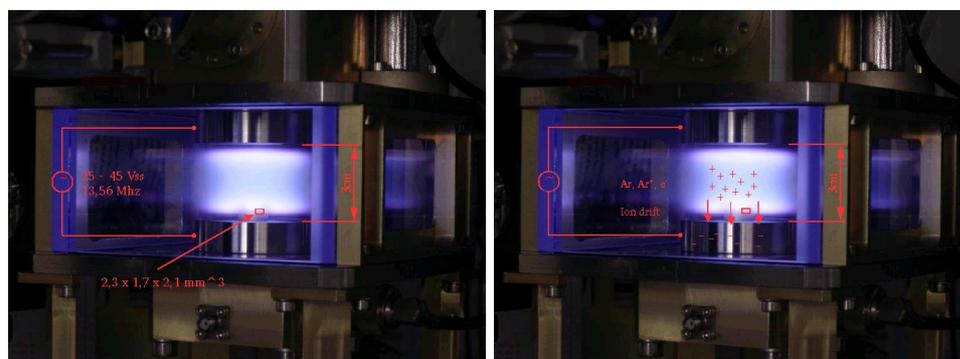


Abbildung 1.1: Vom MPE entwickelte Plasmakammer für Experimente in Schwerelosigkeit mit gezündetem Plasma. Links: Ansteuerung, Geometrie der Elektroden und des Meßvolumens, rechts: Ladungsverteilung und Ionenströmung.

sionalen oder quasi 2D-Systemen spricht. In den Abbildungen 1.1 ist die verwendete Plasmakammer zu sehen.

Die elektrische Ladung der Partikel kann mehrere tausend Elementarladungen betragen. Die resultierende Wechselwirkungsenergie  $E_w$  zwischen den Partikeln (abgeschirmte Coulomb-Kraft) und ihre kinetische Energie  $E_k$  bilden den wichtigen Coulomb-Kopplungs-Parameter  $\Gamma = E_w/E_k$ . Ab  $\Gamma \geq 172$  sagen numerische Simulationen [20] für Einkomponentenplasmen ('one component plasma': OCP) eine örtlich periodische (kristalline) Anordnung der Mikropartikel vorher. Für kleinere Werte geht das System zunächst in einen flüssigen und schließlich in einen gasförmigen Zustand über, bei dem sich die Mikropartikel unkorreliert mit hoher kinetischer Energie bewegen. Für  $\Gamma \geq 1$  nennt man das System stark gekoppelt.

Die dynamischen und strukturellen Eigenschaften der Mikropartikel sind leicht zugänglich. Mit Geschwindigkeiten in der Größenordnung von einigen Millimetern pro Sekunde und typischen Partikelabständen von einigen  $100 \mu\text{m}$  ist bei geeigneter Beleuchtung ihr Streulicht leicht mit einem Makroobjektiv und einer CCD-Kamera beobachtbar. Desweiteren sind sie leicht von außen durch elektrische Felder oder durch den Lichtdruck eines Lasers manipulierbar (z.B. zur Wellenanregungen).

Es wurden zu komplexen Plasmen inzwischen eine Vielzahl von theoretischen und experimentellen Arbeiten durchgeführt: elementare Phänomene wie Partikelwechselwirkungen und deren Kräfte [34, 40, 38], Plasma-Flüssigkeiten, -Kristalle und -Cluster (Aufbau, Phasenübergänge, Thermodynamik) [74, 66, 67, 61], Strömungsphänomene wie Scherströmungen oder Strömungsgrenzflächen [43] und Wellenphänomene [73, 21, 41, 57] konnten untersucht werden. Besonders spannend ist, daß experimentell nicht nur die

Strukturinformation sondern auch die Dynamik der einzelnen Mikropartikel zugänglich ist — dies ist bei vergleichbaren atomaren oder molekularen Prozessen nicht möglich.

Mit den bisher verwendeten Meßmethoden konnten strukturelle Analysen in drei (3D) aber Messungen dynamischer Prozesse nur in zwei Dimensionen (2D) durchgeführt werden. Da aber insbesondere für die Untersuchung von Phasenübergängen, Wellen- und Strömungsphänomenen alle drei Geschwindigkeits- und Ortskomponenten benötigt werden, ist experimentell bisher nur ein kleiner Teil der physikalischen Effekte zugänglich.

In der vorliegenden Arbeit wird erstmalig gleichzeitig die dreidimensionale (3D) Teilchen-Dynamik und -Struktur von Wellenphänomenen und Partikelwirbeln experimentell untersucht. Das zu diesem Zweck entwickelte neue Instrument erlaubt die Messung einer Vielzahl weiterer dynamischer Volumenprozesse von komplexen Plasmen.

In den nächsten Abschnitten wird der Leser in die Wellenphänomene komplexer Plasmen eingeführt (Kap. 1.2). Anschließend werden wichtige Plasmaparameter definiert (Kap. 1.4). Es wird die Dispersionsrelation für longitudinale Partikelwellen hergeleitet (Kap. 2.2) und schließlich mit den experimentellen Daten verglichen (Kap. 3.1). Anschließend folgt eine empirische Beschreibung eines Teilchen-Wirbels (Kap. 3.3). Die mathematische Berechnung der dielektrischen Funktion, die für die Dispersionsrelation benötigt wird, befindet sich im Anhang A.1. Sie wurden an die Gegebenheiten des Experiments und die verwendeten Plasmaparameter angepaßt.

## 1.2 Wellen in komplexen Plasmen

Die Mikropartikel in komplexen Plasmen sind kontinuierlich Stößen mit neutralen Gasatomen und Ionen ausgesetzt. Der stochastische Impulsübertrag versetzt die Partikel in Brown'sche Bewegung. Durch Fouriertransformation der Partikelgeschwindigkeiten kann man die Energie der Partikelbewegung in ein Spektrum von Wellen mit Frequenzen  $\omega$  und Wellenzahlen  $\mathbf{k}$  entwickeln. Die erlaubten Kombinationen aus  $\omega$  und  $\mathbf{k}$  sind durch die Dispersionsrelation gegeben. In der Literatur finden sich experimentelle Arbeiten, in denen in der Ebene (2D) sowohl die natürlich auftretenden Partikelschwingungen [48], als auch durch äußere elektrische Felder induzierte Schwingungen untersucht wurden [47, 73]. In theoretischen Arbeiten werden analytische Ansätze [71, 52, 31] und numerische Simulationen [50] angewendet, um transversale und longitudinale Wellen in komplexen Plasmen zu beschreiben. Aufgrund fehlender diagnostischer Möglichkeiten gibt es bisher keine experimentellen Untersuchungen von Wellen in dreidimensionalen komplexen Plasmen.

Bei der Wellenausbreitung in komplexen Plasmen nehmen alle vier Komponenten teil: Die Elektronen, Ionen, neutrale Gasatome und Mikropartikel. Durch die Partikel wirken im Plasma zusätzliche Effekte, wie z.B. Rekomb-

binationen der Ionen an ihrer Oberfläche. Im Vergleich zu 'normalen' Multikomponentenplasmen können durch die hohe Staubladung neue Plasma-Moden entstehen. Aufgrund ihrer unterschiedlichen Masse ist die Beweglichkeit der Komponenten und damit die Amplitude bei hohen Frequenzen sehr unterschiedlich. Aus der Perspektive der Elektronen sind die Ionen und Mikropartikel im Raum unbeweglich verteilt. Für die Ionen bilden die Mikropartikel eine konstante Ladungsverteilung ( $M_{\text{Staub}}/m_{\text{Ion}} \approx 10^{13}$ ) und die Elektronen ein ausgleichendes Hintergrundfeld. Für die Partikel bilden sowohl die Elektronen als auch die Ionen ein ausgleichendes Hintergrundfeld. Während für Elektronen und Ionen ausschließlich die akustische (longitudinale) Wellenausbreitung möglich ist, können die Mikropartikel in einer periodischen (kristallinen) Phase auch transversale Moden entwickeln. Die auftretenden Moden sind also abhängig vom (makroskopischen) Aggregatzustand der Mikropartikel.

Die folgende Betrachtung beschränkt sich auf lineare Wellenausbreitung und vernachlässigt nichtlineare Effekte. Die unterschiedlichen Moden werden also als voneinander unabhängig angenommen. In den späteren Experimenten werden die langsamen Partikeltrajektorien gemessen, so daß die Elektronenmoden nicht betrachtet werden. Die Ausbreitung der Wellen geht mit Verschiebungen der Plasmakomponenten einher. Die elastische Mediumsveränderung wird dabei durch den Realteil der Dispersionsrelation  $\omega(\mathbf{k})$  beschrieben. Ihr Imaginärteil enthält die Dämpfung und Instabilitäten des Systems. Sie entsteht hauptsächlich durch Kollisionen mit den neutralen Gasatomen (Staub-Neutralgas und Ionen-Neutralgas) [41, 29, 27].

Trotz der makroskopischen Partikeldurchmesser und Teilchenabstände unterscheidet man bei der dynamischen Beschreibung der Teilchenwolke in Anlehnung an die Aggregatzustände der Materie zwischen folgenden drei Zuständen:

**Gas-Phase:** In der Gasphase treten sowohl hochfrequente akustische Ionen- (IA — 'ion acoustic') als auch niederfrequente akustische Partikel-Wellen (DA — 'dust acoustic') auf ( $f_{DA} \ll f_{IA}$ ). Für lange Wellenlängen ( $k\lambda_D \ll 1$ ,  $\lambda_D$ : Debye-Abschirmlänge) ist die Dispersionsrelation linear ( $\omega(\mathbf{k}) = kC_{IA,DA}$ , mit  $C_{IA,DA}$  Konstante für akustische Ionen- oder Partikel-Wellen). Für kurze Wellenlängen strebt die Dispersion gegen den Grenzwert  $\omega(\mathbf{k}) \approx \omega_{ps,pi}$ ; hierbei ist  $\omega_{ps}$  die Plasma-Staub- und  $\omega_{pi}$  die Plasma-Ionenfrequenz (siehe Abschnitt 1.4.6) [52]. Die DA-Moden konnten experimentell nachgewiesen und die Dispersionsrelation im langwelligen Bereich gemessen werden [42, 4, 68]. Die Ionen-Wellen wirken sich auf die Ionenrekombinationsrate an der Teilchenoberfläche aus und führen zu Staubladungsfluktuationen. Diese Kopplung der Ionenmoden und Staubmoden nennt man daher auch akustische Staub-Ionen-Welle (DIA — 'dust ion acoustic') [1]. Eine Phasendifferenz zwischen Partikelladungs-Fluktuation und Ionenwellen kann das System dämpfen [37].

**Flüssige-Phase:** In der flüssigen Phase nehmen komplexe Plasmen ähnliche Welleneigenschaften an wie viskose Flüssigkeiten [32]. Numerische dreidimensionale Simulationen ergeben eine kritische Wellenzahl  $k_{cr}$  für transversale Wellen: Für  $k > k_{cr}$  verhält sich das System wie ein Festkörper (elastische Scherungen) und für  $k < k_{cr}$  werden die transversalen Moden wie in einer Flüssigkeit stark gedämpft [50, 32].

**Kristall-Phase:** In der Kristall-Phase sind die Wechselwirkungen zwischen den Partikeln so groß, daß neben der longitudinalen zwei transversale Moden (zueinander und zur Ausbreitungsrichtung senkrecht) möglich werden — die Staub-Gitter-Moden (DL — 'dust lattice') [15, 31, 50, 29, 39]. Für lange Wellenlängen ( $k\lambda_D \ll 1$ ) wird für die longitudinale und transversalen DL-Moden eine lineare Dispersion vorhergesagt  $\omega(\mathbf{k}) = kC_{DL}^{l,t}$ , mit  $C_{DL}^{l,t}$  Konstante für longitudinale, bzw. transversale Partikel-Gitter Moden. Für kurze Wellenlängen ( $k\lambda_D \geq 1$ ) ergaben theoretische Überlegungen und dreidimensionale numerische Simulationen einen nicht linearen Zusammenhang und sogar eine negative Dispersion ( $\partial\omega/\partial k < 0$ ) [31, 50]. In zweidimensionalen Experimenten (Wellenausbreitung in einer Kristallebene) konnten transversale Moden mit linearer Dispersion gemessen werden [49].

### 1.3 Instabilitäten in komplexen Plasmen

In der Plasmarandschicht eines RF-Plasmas werden die Ionen durch das starke elektrische Feld in Richtung der Elektroden auf einige 100 m/s beschleunigt ('ion-drift') [36] und strömen durch die Partikelwolke. Die negativ geladenen Partikel lenken den Ionenfluß ab. In Flußrichtung hinter den Partikeln entstehen Zonen mit erhöhter Ionendichte und erhöhter Ladung ('wake-potential'). Ist die Geschwindigkeit des Ionenflusses größer als die Phasengeschwindigkeit von DA-Moden, dann werden die Moden instabil [54, 56, 2]. Der Ionenfluß kann zwei transversale DL-Moden erzeugen und kann sie mit den longitudinalen Moden koppeln [29]. Für die Kristallbildung ist die Unterdrückung dieser Instabilitäten nötig [30].

Die Abhängigkeit der Partikelladung von ihrer vertikalen Position innerhalb der Plasmarandzone ist der Grund für eine weitere Instabilität ('charge-gradient-induced instability'). Die vertikale Partikelbewegung ist nicht konservativ. Die Partikel können durch vertikale Oszillationen Energie aufnehmen [13, 44, 28, 63].

### 1.4 Eigenschaften des komplexen Plasmas

In den durchgeführten Experimenten werden die Trajektorien der Mikropartikel in einem Meßvolumen innerhalb einer Vakuumkammer aufgenommen. Durch Fourier-Analyse werden die auftretenden elementaren Schwingungen (Phononen) bestimmt und anschließend mit numerischen Simulationen aus

der Literatur verglichen. Eine auftretende Instabilität longitudinaler Wellen parallel zur Ionendriftichtung kann anhand von theoretischen Vorhersagen zur Dämpfung als eine Wechselwirkung zwischen den Partikeln und dem Ionenstrom erklärt werden. Um die nötige theoretische Herleitung durchführen zu können, werden Relationen zwischen Parametern des betrachteten Systems verwendet. Die nächsten Abschnitte beschreiben kurz die wichtigsten physikalischen Größen.

### 1.4.1 Apparatur

Die Vakuumkammer, in der die Experimente durchgeführt wurden, ist zusammen mit dem Gasregelsystem und der elektronischen Ansteuerung vom MPE und ein Steuerprogramm von der Firma Albedo entwickelt worden. Die Kammer ist in Abbildung B.3 und B.11 im Anhang (Seite 102 und 108) dargestellt. Über ein Gaseinlaß kann die Kammer mit Argon befüllt werden. Ein Gasregelsystem überprüft den Gasdruck. Zwei zylinderförmige Elektroden mit einem Durchmesser von 4,2 cm und einem Abstand von 3 cm sind mit einem RF-Sender (Frequenz 13,56 MHz) verbunden. Die elektronische Ansteuerung läßt eine Regelung der RF-Amplitude zu. Die durchgeführten Experimente wurden mit so niedriger RF-Amplitude durchgeführt, daß ein geringes Absenken das Plasma erlöschen läßt. Über einen Schüttelmechanismus innerhalb der oberen Elektrode können durch ein Sieb sphärische Mikropartikel (Durchmesser  $3,4 \mu\text{m}$ ) in das Plasma eingebracht werden. Sie laden sich durch die Wechselwirkung mit dem Plasma auf und werden durch ein elektrisches Feld in der Plasmarandschicht in der Schwebe gehalten. Werden die Partikel beleuchtet, so ist das Streulicht deutlich erkennbar. In Abbildung B.10 (Seite 108) ist ein solches Streulichtbild dargestellt (der Ring auf der unteren Elektrode wurde nur zu Illustrationszwecken verwendet, um die Partikel in einem kleinen Cluster anzuordnen). Die Parameter, die für die Experimente zur Messung der Phononenspektren und Strömungsinstabilität verwendet wurden, sind:

Gas	Argon
Druck	$p_{ar} = 30 \text{ Pa}$
Elektrodenspannungen	$U_{RF} \in \{26,9; 31,3; 34,9; 38,2; 41,5\} \text{ V}_{ss}$
Partikeldurchmesser	$d_s = 3,42 \pm 0,06 \mu\text{m}$
Partikelmaterial	Melanin-Formaldehyd
Partikelgeometrie	kugelförmig

In den folgenden Abschnitten werden kurz einige wichtig physikalische Größen hergeleitet und für die durchgeführten Experimente berechnet. Sie werden bei der Theorieentwicklung benötigt.

### 1.4.2 Temperaturen der Plasmakomponenten

Die Temperatur von Labor, Vakuumkammer und Gasflasche wird mit 300 K angenommen. Für ideale Gase (Argon soll als hinreichend ideal angenommen werden) ändert sich bei Volumenveränderung (Einfüllen des Gases in die Vakuumkammer) die Temperatur nicht. Desweiteren wird zwischen Gaseinlaß und Experimentbeginn jeweils 3,5 min gewartet, so daß von einem thermischen Gleichgewicht ausgegangen werden kann. Die verwendeten Spannungswerte an den Elektroden liegen nur knapp oberhalb der Ionisationsspannung von Argon, so daß der Ionisationsgrad gering ist (im Bereich  $q_{ar} \approx 10^{-7} \dots 10^{-9}$ ). Zudem ist der Energieübertrag zwischen Ionen und Neutralgas wegen des gleichen Gewichtes sehr gut. Für die Ionen- ( $T_i$ ) und Neutralgas-Temperatur ( $T_{ar}$ ) wird daher angenommen, daß

$$T_i \approx T_{ar} \approx 300 \text{ K}. \quad (1.2)$$

Diese Annahme ist eine grobe Abschätzung. Die tatsächliche Ionentemperatur liegt wahrscheinlich höher [36]. Hieraus ergeben sich direkt die mittleren thermischen Geschwindigkeiten der Argonatome und Ionen

$$v_{Ti} = v_{Tar} = \sqrt{\frac{3k_B T_{ar}}{m_{ar}}} = 433 \text{ ms}^{-1}. \quad (1.3)$$

Die Elektronen erfahren durch das elektrische Wechselfeld an den Elektroden eine wesentlich höhere Beschleunigung. Außerdem ist der Energieübertrag zwischen ihnen und dem Argon aufgrund ihres wesentlich geringeren Gewichtes sehr klein. Die Elektronentemperatur muß also wesentlich größer als die Ionentemperatur sein. Experimentell wurden Elektronentemperaturen im Bereich von

$$T_e \approx 1 - 2 \text{ eV} \approx (1, 2 - 2, 3) \cdot 10^4 \text{ K} \gg T_i, T_{ar} \quad (1.4)$$

gemessen [33]. Entsprechend gilt auch für die Elektronengeschwindigkeit

$$v_{Te} \gg v_{Tar}, v_{Ti}. \quad (1.5)$$

### 1.4.3 Kollisionsfrequenz und mittlere freie Weglänge der Argon-Ionen

Die Argon-Ionen kollidieren mit Neutralgasatomen und tauschen aufgrund der gleichen Masse effektiv Energie aus. Die Kollisionsfrequenz  $\nu_{in}$ , mit der solche Stöße auftreten, und der mittlere (kollisions-) freie Weg  $l_i$  läßt sich abschätzen durch [6, Kapitel 3.5]

$$\nu_{in} \simeq v_{Ti} \sigma_{ar} n_{ar}, \quad (1.6)$$

$$l_i \simeq 1/\sigma_{ar} n_{ar}. \quad (1.7)$$

wobei  $v_{Ti}$  (1.3) die mittlere thermische Geschwindigkeit der Ionen ist,  $\sigma_{ar}$  der Streuquerschnitt des Neutralgases und  $n_{ar}$  die Neutralgasdichte.

Wegen der geringen Ionisationsrate (Abschnitt 1.4.2) bestimmt sich die Gasdichte direkt aus Druck (30 Pa) und Temperatur:

$$n_{ar} = \frac{p_{ar}}{k_B T_{ar}} \approx 7,2 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}. \quad (1.8)$$

Der Streuquerschnitt ist für Argon, bei der hier verwendeten Spannung, in der Literatur [36] in der Größenordnung  $\sigma_{ar} \approx 5 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$  angegeben. Es ergibt sich damit eine Kollisionsfrequenz zwischen Ionen und Atomen und eine mittlere freie Weglänge von

$$\nu_{in} \approx 1,7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}, \quad (1.9)$$

$$l_i \approx 0,3 \text{ mm}. \quad (1.10)$$

#### 1.4.4 Driftgeschwindigkeit der Ionen

Das elektrische Feld in der Plasmarandschicht [36] beschleunigt die Ionen in Richtung der Elektroden. Die Kollisionen zwischen Ionen und den ungeladenen Argonatomen wirken der Beschleunigung entgegen. Es ergibt sich nach einer kurzen Beschleunigungsphase für die Ionen eine konstante Driftgeschwindigkeit  $u_i$ . Um diese bestimmen zu können, benötigen wir zunächst das elektrische Feld im Beobachtungsvolumen.

Die geladenen Staubpartikel werden durch das elektrische Feld in der Schwebe gehalten. Werden thermophoretische Kräfte und Reibung zwischen Partikeln und Ionen vernachlässigt, ergibt sich der Betrag des elektrischen Feldes aus dem Kräftegleichgewicht:

$$m_s g = q_s E \quad (1.11)$$

$$\text{mit } m_s = 3,087 \cdot 10^{-14} \text{ kg} \quad (1.12)$$

$$\text{und } q_s \approx -5000 e \quad (1.13)$$

$$\longrightarrow E \approx 3,8 \text{ Vcm}^{-1}. \quad (1.14)$$

Die Partikelmasse  $m_s$  bestimmt sich aus den Herstellerangaben über Dichte und Durchmesser. Die Partikelladung  $q_s$  wurde aus den Meßergebnissen in [33] für den verwendeten Druck, Partikelgröße und Gasart abgeschätzt.

Die Driftgeschwindigkeit der Ionen ist abhängig von dem Verhältnis der Gasdichte  $n_{ar}$  (1.8) zur Gasdichte  $n_0$  bei einem Druck von 1013 mbar, Art des umgebenden Gases, dem elektrischen Feld und der Ionenmobilität  $\mu_i$  (Abb. 1.2)[12, 5].

$$\text{mit } \mu_i \approx 1,54 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1} \quad (1.15)$$

$$u_i = \frac{n_0}{n_{ar}} \mu_i E \approx 210 \text{ ms}^{-1} \quad (1.16)$$

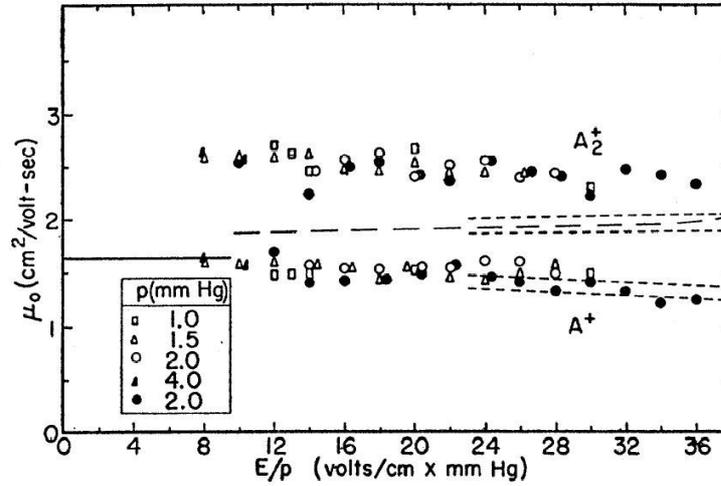


Abbildung 1.2: Mobilität von Argon-Ionen in Argon bei 300 K für die Gasdichte  $n_0 = 2,69 \cdot 10^{19}$  Atome/cm<sup>3</sup> [5].

#### 1.4.5 Reibung zwischen Partikel und Neutralgas

Die durchschnittliche thermische Geschwindigkeit der Argonatome ist im Vergleich zu den Geschwindigkeiten der Mikropartikel wesentlich größer. Sie treffen isotrop<sup>2</sup> auf der Partikeloberfläche auf und sind zum einen für die Brown'sche Bewegung des Staubs verantwortlich. Zum anderen dämpfen sie Oszillationen der Partikel. Die Dämpfungscharakteristik kann durch die Epstein-Reibung beschrieben werden:

$$\gamma = \delta \sqrt{\frac{8m_{ar}}{\pi k_B T_{ar}}} \frac{p_{ar}}{\rho_s r_s} \approx 104 \text{ s}^{-1} \quad (1.17)$$

$\rho_s = 1,5 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  ist die Materialdichte der Partikel und  $r_s$  der Partikelradius.  $\delta$  ist ein dimensionsloser Parameter, der die Stöße zwischen Gasatomen und Mikropartikeln charakterisiert ( $\delta = 1$  entspricht einer Partikelreflexion an der Stauboberfläche,  $\delta = 1,39$  einer diffusen Streuung [12]). In [51] wurde für komplexe Plasmen  $\delta = 1,39$  ermittelt.

#### 1.4.6 Plasmafrequenz der Mikropartikel

Die Plasmafrequenz ist definiert durch

$$\omega_{ps}^2 = \frac{n_s q_s^2}{m_s \epsilon_0}. \quad (1.18)$$

<sup>2</sup>Isotropie ist eine Annahme, die genau genommen nicht stimmt, da der Ionenfluß sicherlich auch den Neutralgasatomen durch Stöße eine gerichtete Strömungskomponente gibt.

Bezeichnung	Wert	ermittelt in Abschnitt
Kollisionsfrequenz zw. $Ar$ , $Ar^+$	$\nu_{in} = 1,7 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$	1.4.3 (T)
Mittlere freie Weglänge der Ionen	$l_i = 0,3 \text{ mm}$	1.4.3 (T)
Argon - Temperatur	$T_{ar} = 300 \text{ K}$	1.4.2 (T)
Ionen - Temperatur	$T_i = 300 \text{ K}$	1.4.2 (T)
Elektronen - Temperatur	$T_e \approx 1 - 2 \text{ eV}$	1.4.2 (M)
Gasdichte (bei 70 Pa)	$n_{ar} = 7,2 \cdot 10^{21} \text{ m}^{-3}$	1.4.3 (T)
Thermische $Ar^+$ Geschwindigkeit	$v_{Ti} = 433 \text{ ms}^{-1}$	1.4.2 (T)
Ionenmobilität bei $\frac{E}{p} = 17 \frac{\text{V}}{\text{cm torr}}$	$\mu_i \approx 1,54 \text{ cm}^2(\text{Vs})^{-1}$	1.4.4 (M)
Driftgeschwindigkeit der Ionen	$u_i = 210 \text{ ms}^{-1}$	1.4.2 (T)
Masse eines Mikropartikels	$m_s = 3,087 \cdot 10^{-14} \text{ kg}$	1.4.4 (M)
Ladung eines Mikropartikels	$q_s \approx -5 \cdot 10^3 \text{ e}$	1.4.4 (MT)
Elektrisches Feld im Meßvolumen	$E \approx 3,8 \text{ V cm}^{-1}$	1.4.4 (MT)
Epstein-Reibung zw. $Ar$ , Partikel	$\gamma \approx 104 \text{ s}^{-1}$	1.4.5 (T)
Plasmafrequenz der Mikropartikel	$\omega_{ps} \approx 295 \text{ s}^{-1}$	1.4.6 (T)
Dichte der Mikropartikel	$n_s = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$	1.4.6 (M)

Tabelle 1.1: Verwendete Experiment-Parameter. M: Wert ist gemessen, T: theoretisch hergeleitet, MT: aus indirekten Meßwerten abgeleitet.

Die Partikel haben einen mittleren Abstand von  $a = 0,3 \text{ mm}$ , womit sich die Partikeldichte zu  $n_s = 1/a^3 = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ m}^{-3}$  ergibt. Mit der Partikelladung  $q_s$  (1.13) und Partikelmasse  $m_s$  (1.12) beträgt die Plasmafrequenz der Mikropartikel

$$\omega_{ps} \approx 295 \text{ s}^{-1}. \quad (1.19)$$

#### 1.4.7 Debye-Länge und Dichte der Ionen

Die Debye-Länge der Ionen ist definiert durch:

$$\lambda_i = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_i}{q_i^2 n_i}} \quad (1.20)$$

Sie wird in Abschnitt 3.2.2 experimentell bestimmt. Der verbleibende unbekannt Parameter, die Ionendichte  $n_i$ , kann dann aus der Definition der Debye-Länge berechnet werden (Abschnitt 3.2.3).

#### 1.4.8 Zusammenfassung aller Parameter

Für die Herleitung der Dämpfung longitudinaler Wellenausbreitung wird das Verhältnis physikalischer Parameter benötigt, um durch Näherungen die Ausdrücke zu vereinfachen. Die verwendeten Parameter sind in Tabelle 1.1 zusammengefaßt.

# Kapitel 2

## Theorie

Es werden experimentell die Trajektorien der Mikropartikel eines komplexen Plasmas gemessen. Der Gasdruck und die Ionisationsspannung sind so gewählt, daß die thermische Bewegung der Mikropartikel so groß ist, daß sie gerade noch einen Kristall bilden. Das System befindet sich kurz vor dem Übergang zur Flüssigkeit.

Die Trajektorien werden in Elementarwellen (Phononen) zerlegt und mit Ergebnissen von numerischen Simulationen aus der Literatur verglichen. Es zeigt sich eine Instabilität der longitudinalen Phononen in Richtung der unteren Elektrode, die mit Hilfe der theoretisch hergeleiteten Dämpfung interpretiert werden kann. Wichtige Parameter wie die Debye–Abschirmlänge und die Ionendichte können ermittelt werden.

Zunächst wird zusammengefaßt, wie aus den Partikeltrajektorien die Phononenspektren berechnet werden. Dann wird die Dispersionsrelation longitudinaler Phononen hergeleitet und aus ihr der Dämpfungsterm berechnet. Die mathematisch aufwendige Herleitung der benötigten dielektrischen Permeabilität wurde zur Lesbarkeit in Anhang A.1 (ab Seite 85) verschoben. Sie wurde mit Unterstützung von Alexei Ivlev aus der Literatur an das Experiment angepaßt.

### 2.1 Berechnung der Phononenschwingungen

Die Mikropartikel in komplexen Plasmen führen aufgrund von Brown'scher Bewegung Schwingungen unterschiedlicher Frequenz, Wellenlänge und Amplitude durch. Kennt man ihre Koordinaten über einen Beobachtungszeitraum, lassen sie sich in Elementarschwingungen (Phononen) mit unterschiedlichen Ausbreitungs- und Polarisationsrichtungen zerlegen [48, 47].

Die Partikelbewegungen werden über eine Periode  $T = 8$  s beobachtet und nach Phononen unterschiedlicher Frequenz  $\omega$ , Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{k}$  und Wellenlänge  $\lambda = 2\pi/|\mathbf{k}|$  entwickelt. Die Energie  $V_m(k_n, \omega)$  eines Phonons

mit der Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{k} = |\mathbf{k}| \cdot \mathbf{e}_n$   $n \in \{x, y, z\}$  und Polarisierung  $m \in \{x, y, z\}$  wird bestimmt durch die Fourier–Transformation

$$V_m(k_n, \omega) = \frac{2}{LT} \iint v_m(r_n, t) e^{-i(k_n r_n - \omega t)} dr_n dt, \quad n, m \in \{x, y, z\}.$$

Die Auflösung des Spektrums bezüglich der Wellenzahl  $k$  ist abhängig von den Abmessungen (Kantenlänge  $L = 2,1$  mm) des Beobachtungsvolumens:  $\Delta k = 2\pi/L$ , während  $k_{\max}$  vom mittleren Partikelabstand  $a = 300 \mu\text{m}$  abhängt:  $k_{\max} = 2\pi/2a$ . Die Frequenzauflösung  $\Delta f = \frac{1}{2} f_{\text{Sampling}}$  hängt direkt von der Samplingrate der Kameras ab ( $f_{\text{Sampling}} = 50$  Hz).

## 2.2 Dämpfung longitudinaler Wellen

Die Mikropartikel sind eine weitere Komponente im Plasma, die eine große Ladung tragen. Sie haben einen Einfluß auf die möglichen Wellenphänomene des Systems [13, 71, 31, 58, 30, 50]. Die Dispersionsrelation des Systems gibt Aufschluß über die erlaubten Kombinationen zwischen Frequenz  $\omega$  und Wellenzahl  $k$ . Der imaginäre Anteil von  $\omega$  beschreibt die Dämpfung und die Instabilitäten des Systems.

Ein theoretisches Modell der Dispersionsrelation wird im folgenden Abschnitt an die verwendeten experimentellen Parameter angepaßt und um die Ionenströmung erweitert. Ein Vergleich der theoretischen Aussagen mit den experimentellen Beobachtungen folgt in Abschnitt 3. Daraus lassen sich die Debye–Länge der Ionen und ihre Dichte ermitteln (Abschnitt 3.2.2 und 3.2.3).

### 2.2.1 Einführende Annahmen zu komplexen Plasmen

Mit Hilfe der Verteilungsfunktionen für die einzelnen Plasmakomponenten  $f_\alpha = f_\alpha(t, \mathbf{r}, \mathbf{p})$ ,  $\alpha \in [i, e, s]$  (i: Ionen, e: Elektronen, s: Staubpartikel) lassen sich unter folgenden Bedingungen die kinetischen Gleichungen herleiten:

- Das Plasma besteht aus drei Komponenten: Elektronen mit der Ladung  $q_e = -e$ , Ionen mit der Ladung  $q_i = +e$  und Mikropartikel mit der Ladung  $q_s = -Ze$ .
- Die räumliche Verteilung und die Dynamik der geladenen Plasmakomponenten lassen sich durch makroskopische Felder  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$  beschreiben. In ihnen sind sowohl externe Felder, als auch diejenigen Felder enthalten, welche durch die Partikelbewegungen und –positionen hervorgerufen werden (selbstkonsistente Felder).
- Die mittlere Wechselwirkungsenergie ist klein im Vergleich zur mittleren kinetischen Energie,  $(q_\alpha q_{\alpha'} / (\bar{r} T_s)) \ll 1$ , mit  $T_s$  Partikeltemperatur,

$q_\alpha, q_{\alpha'}$  den beteiligten Partikelladungen und  $\bar{r}$  dem mittleren Abstand zwischen zwei Partikeln).

- Da die Ionisationsspannungen klein sind, wird das Plasma als isotrop und räumlich homogen angenommen. Die von dieser Annahme abweichend auftretende Driftgeschwindigkeit der Ionen wird in die Rechnung explizit einbezogen.

### 2.2.2 Dielektrische Permeabilität

Die Herleitung der dielektrischen Permeabilität wird hier nur kurz beschrieben. Die detaillierte Berechnung befindet sich in Anhang A.1 (ab Seite 85).

Die Dynamik der unterschiedlichen Plasmakomponenten  $\alpha \in \{e, i, s\}$  (e: Elektronen, i: Ionen, s: Staubpartikel) eines isotropen Plasmas kann mit der Verteilungsfunktion  $f_\alpha(t, \mathbf{p})$  beschrieben werden. Ihre zeitliche Veränderung ist bedingt durch Stöße zwischen den Plasmakomponenten und die auf sie wirkenden Lorentzkkräfte aufgrund ihrer Wechselwirkung mit den selbstkonsistenten Feldern  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{B}$ . Weicht die Verteilungsfunktion der Plasmakomponenten nur gering von der ungestörten, Gauß-förmigen Verteilungsfunktion ab, läßt sich dieser Zusammenhang durch die Vlasov-Gleichung für ein nichtstoßfreies Plasma beschreiben:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + q_\alpha \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{p}} = \text{St}f_\alpha$$

Das Stoßintegral  $\text{St}f_\alpha$  beschreibt die Kollisionen der Plasmateilchen miteinander.

Das System weicht von der Annahme der Isotropie durch den Ionendrift in der Plasmarandzone in Richtung der unteren Elektrode ab. Die Driftgeschwindigkeit  $u$  wird in die Rechnung einbezogen. Ein weiterer wesentlicher Einfluß ist die Reibung der Ionen und Mikropartikel mit dem neutralen Gas. Sie können durch die mittleren Kollisionsfrequenzen  $\nu_{in}$ , bzw.  $\nu_{sn}$  beschrieben werden.

Lassen sich die auftretenden Felder in ebene Wellen  $\sim \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)]$  entwickeln, geben die Maxwell-Gleichungen die Zusammenhänge zwischen der Polarisierung  $\mathbf{P}$ , der Stromdichte  $\mathbf{j}_\alpha = -i\omega\mathbf{P}_\alpha$  und der Ladungsdichte  $\rho_\alpha = -\mathbf{k}\mathbf{P}$  wieder. Für longitudinale Wellen läßt sich der folgende Zusammenhang zwischen elektrischem Feld, Polarisierung und dielektrischer Permeabilität finden:

$$\mathbf{P} = \frac{\epsilon_l - 1}{4\pi} \mathbf{E}.$$

Zusammen mit der Kontinuitätsgleichung, Überlegungen zur (kleinen) Störung durch Plasmateilchenstöße und Verwendung der Plasmaparameter läßt sich die Vlasov-Gleichung nach  $\epsilon_l$  auflösen

$$\epsilon_l = 1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2} \left( 1 - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{u}{v_{Ti}} \right) - \frac{\omega_{ps}^2}{\omega(\omega + i\nu_{sn})}. \quad (2.1)$$

Hierbei sind  $\lambda_i$  die Debye–Abschirmlänge der Ionen,  $v_{Ti}$  ihre mittlere thermische Geschwindigkeit und  $\omega_{ps}$  die Plasmafrequenz der Mikropartikel. Die Gleichung ist skalar und gilt für  $u \neq 0$  für longitudinale Wellen mit Ausbreitungsrichtung parallel zur Ionendriftichtung und für  $u = 0$  senkrecht zu ihr.

### 2.2.3 Dispersionsrelation für longitudinale Wellen

Für longitudinale Wellen gilt  $\epsilon_l \mathbf{E} = 0$ .

Da  $\mathbf{E} \neq 0$ , gilt  $\epsilon_l = 0$  und Gleichung 2.1 kann nach  $\omega$  aufgelöst werden. Das Ergebnis ist die Dispersionsrelation  $\omega = \omega(k)$ .

$$\left(\omega + \frac{i\nu_{sn}}{2}\right)^2 = -\nu_{sn}^2 + \omega_{ps}^2 \left(1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2} - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{u}{v_{Ti} \lambda_i^2 k^2}\right)^{-1}$$

mit  $\nu_{sn}^2 \ll \omega_{ps}^2$  und Entwicklung nach  $1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2}$

$$\omega = -\frac{i\nu_{sn}}{2} \pm \frac{\omega_{ps}}{\sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2}}} \left(1 - \frac{i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{u}{v_{Ti} \lambda_i^2 k^2}}{1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2}}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$

Bei der Bestimmung der Wurzel sind nur die positiven Frequenzen physikalisch sinnvoll; daher wird mit der positiven Wurzel weitergerechnet. Für  $|x| < 1$  läßt sich die Wurzel mit  $(1+x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{x}{2}$  entwickeln. Man erhält für  $\omega$  und den imaginären Anteil  $\omega_i$ :

$$\omega \approx -\frac{i\nu_{sn}}{2} + \frac{\omega_{ps} \lambda_i k}{\sqrt{1 + \lambda_i^2 k^2}} + i\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{u}{v_{Ti}} \frac{\omega_{ps} \lambda_i k}{(1 + \lambda_i^2 k^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$\omega_i \approx -\frac{\nu_{sn}}{2} + \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{u}{v_{Ti}} \frac{\omega_{ps} \lambda_i k}{(1 + \lambda_i^2 k^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.2)$$

Der Verlauf der Dämpfung  $\omega_i$  (Abb. 3.9) ist für kleine  $k$  proportional zu  $k$ . Für große  $k$  ist sie proportional zu  $k^{-2}$  und nähert sich dann der Epstein–Reibung  $-\nu_{sn}/2$  an. Die Funktion hat ein Maximum bei

$$\frac{d\omega_i}{dk} = 0 \quad \longrightarrow \quad k_m = \frac{1}{\sqrt{2}\lambda_i}. \quad (2.3)$$

Da  $\omega_i$  negativ ist, bedeutet das Maximum, daß für diese Werte von  $k$  die Dämpfung minimal ist. Longitudinale Wellen parallel zum Ionendrift werden also für solche  $k$  am geringsten gedämpft. Experimentell erwartet man daher für solche Phononen hohe Energien. Dies wird im Abschnitt 3.2.4 untersucht.

## Kapitel 3

# Messungen dynamischer Volumenprozesse

### 3.1 Messung einer 3D-Phononenverteilung

Beobachtet wird ein komplexes Plasma mit Partikeln eines Durchmessers von  $3,4\ \mu\text{m}$  und Argon bei einem Druck von 30 Pa. Die Amplitude der RF-Wechselspannung liegt bei 26,9 V. Die Mikropartikel nehmen zwar eine periodische Anordnung an, jedoch ist die kinetische Energie so hoch, daß sich das System dicht am Übergang zur flüssigen Phase befindet.

Das optische Instrument (Beschreibung folgt in Kap. 4) liefert 8 Sekunden lange Bildsequenzen des Meßvolumens ( $2,1 \times 1,7 \times 2,1\ \text{mm}^3$ , Breite, Höhe, Tiefe) in horizontaler Blickrichtung (parallel zur Elektrode). Die entwickelte Bildanalysesoftware erkennt die Partikelbilder und berechnet ihre 3D-Trajektorien (Kap. 4.2). Es liegen nun sowohl die 3D-Positionen als auch Geschwindigkeiten der Teilchen vor.

Exemplarisch sind originale Kamerasequenzen in 'MPEG'-Filme umgewandelt worden und auf der CD enthalten. Das Meßvolumen wird zeitgleich aus zwei Richtungen beobachtet. Die Partikelbilder der 'RG-Sequenz' (020624-000\_rg.mpg) haben eine beleuchtungsbedingte Farbe, die die z-Koordinate enthält (Kap. 4). Rot: Die Partikel befinden sich in der hintersten Ebene des 2,1 mm tiefen Meßvolumens, grün: die Partikel befinden sich in der vordersten Ebene. Die Mischfarben bestehen aus einem Anteil aus Rot und Grün und geben die Positionen dazwischen an. Die Bilder der 'B-Sequenz' (B: 020624-000\_b.mpg) zeigen das Beobachtungsvolumen unter einem horizontalen Winkel von  $68^\circ$  im Vergleich zur RG-Sequenz.

#### 3.1.1 Qualitative Beschreibung der Partikelverteilung

Auf den ersten Blick ist auf dem Kamerabild (Abb. 3.1 links) keine kristalline Struktur erkennbar. Das Bild ist eine Projektion von Partikelbildern

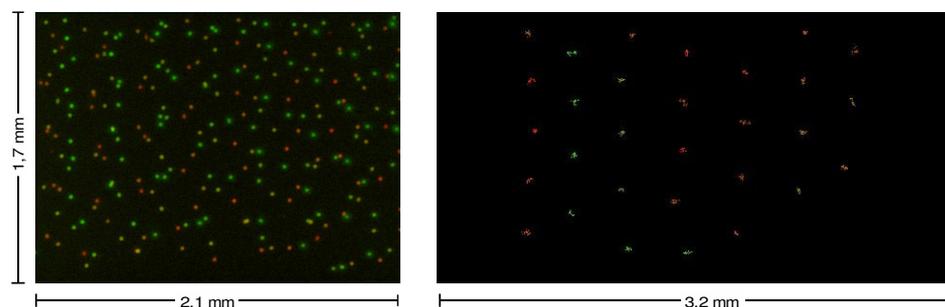


Abbildung 3.1: Vertikaler Schnitt durch das Partikelsystem. Links: Aufgenommenes System aus der Kameraperspektive (Blickrichtung parallel zur Elektrodenoberfläche). Es sind nicht die typischen Ebenen parallel zur Elektrode sichtbar. Rechts: Darstellung von Partikeltrajektorien über einen Zeitraum von 0,5 Sekunden in einer  $300\ \mu\text{m}$  dicken und um  $195^\circ$  gedrehten Schicht durch das Zentrum des Beobachtungsvolumens (Blickrichtung ist parallel zur Elektrodenoberfläche). Man erkennt die vertikale Aufreihung der Partikel und Kristallebenen, die um etwa  $40^\circ$  zur Elektrodenoberfläche gekippt sind.

innerhalb des Meßvolumens in Blickrichtung. Dreht man jedoch die Partikelkoordinaten rechnerisch auf einen passenden Winkel und betrachtet eine  $300\ \mu\text{m}$  dicke Ebene, lassen sich sowohl eine vertikale Ausrichtung der Partikel als auch Gitterebenen erkennen, die etwa  $40^\circ$  zur Elektrodenoberfläche gekippt sind (Abbildung 3.1 rechts). Diese Abbildung zeigt keine Partikelbilder sondern Trajektorien von 0,5 Sekunden Länge. Auf der CD befinden sich MPEG-Filme, in denen diese Bahnen im Meßvolumen rechnerisch um die  $y$ -Achse gedreht wurden. Es werden diejenigen Trajektorien dargestellt, die innerhalb einer Ebene mit einer Dicke von 1000, 300, 150, 100 und 75 Pixeln liegen (020624-000\_ang1000.mpg, \*\_ang300.mpg, \*\_ang150.mpg, \*\_ang100.mpg und \*\_ang075.mpg — Kap. C, Seite 109). Ein Pixel entspricht etwa  $3\ \mu\text{m}$  im Meßvolumen. Die Trajektorienfarben geben die Position innerhalb der Ebenen an. Rot: Trajektorie liegt in der hintersten Fläche der Darstellungsebene, Grün: Trajektorie liegt in der vordersten Fläche. Alle weiteren Positionen sind Zwischenfarben.

Dreht man die Koordinaten der beobachteten Partikel rechnerisch derart, daß die Blickrichtung senkrecht zur Elektrodenoberfläche verläuft, läßt sich in  $450\ \mu\text{m}$  dicken Ebenen die hexagonale Anordnung der Partikel erkennen (Abbildung 3.2). Der Film '020624-000\_slc.mpg' auf der CD stellt 0,5 Sekunden lange Trajektorien innerhalb einer  $150\ \mu\text{m}$  dicken Ebene dar. Die Ebene durchläuft den Kristall von der untersten bis zur obersten Schicht. Die Trajektorienfarben geben wie oben beschrieben die Positionen entlang der Blickrichtung innerhalb der Ebene an.

Als ein Maß für die vorhandene Ordnung des Systems wurde die Paarkorrelationsfunktion berechnet (Abb. 3.3). Anhand der Maxima erkennt man, daß der mittlere Abstand zum nächsten Partikel etwa  $360 \mu\text{m}$  und zum zweit- bzw. drittnächsten  $675 \mu\text{m}$  bzw.  $960 \mu\text{m}$  beträgt.

### 3.1.2 Bestimmung der 3D-Phononenspektren

Die Partikelkoordinaten werden über einen Zeitraum von 8 Sekunden gemessen. Die Bildanalysesoftware segmentiert die Partikelbilder und berechnet die 3D-Trajektorien. Mit der Unterstützung von Shota Nunomura wurden, wie in Abschnitt 2.1 beschrieben, durch Fourier-Transformation aus den Partikeltrajektorien Phononenspektren für alle drei Ausbreitungsrichtungen ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) und für jeweils drei Polarisationsrichtungen ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) berechnet. Exemplarisch sind in Abbildung 3.4 die Dispersionsrelationen der Phononen mit  $z$  als Ausbreitungsrichtung und allen drei Polarisationsrichtungen dargestellt sowie das Spektrum der longitudinalen Wellenausbreitung in  $y$ -Richtung (Abb. 3.5).

### 3.1.3 Vergleich mit Vorhersagen einer 3D-Simulation

Vergleicht man die experimentell ermittelten Phononenspektren (Abb. 3.4) mit Dispersionsrelationen aus numerischen Simulationen (Abb. 3.6) [50], so erkennt man ähnliche Charakteristiken: Der longitudinale Zweig der Dispersionsrelation (Abb. 3.4 unten) verläuft in einem Bogen, der transversale steigt etwa linear mit ansteigendem  $k$  an (Abb. 3.4 oben).

Besonders auffällig ist die Dispersionsrelation von longitudinalen Phononen mit Ausbreitungsrichtung parallel zur  $y$ -Achse (Abb. 3.5). Der hochenergetische Bereich (rot) entspricht einer longitudinalen akustischen Welle mit Ausbreitungsrichtung parallel zur Ionendriftichtung. In Abschnitt 3.2 wird dieser Effekt näher untersucht. Es handelt sich um eine Instabilität, die durch den Ionenfluß in Richtung zur unteren Elektrode entsteht. Ähnliche Effekte kann man bei Staubteilchen in DC-Plasmen beobachten [13].

### 3.1.4 Diskussion der Ergebnisse

Es konnten erstmals die Spektren von Wellen unterschiedlicher Ausbreitungsrichtungen und Polarisierungen einer dreidimensionalen Partikelverteilung im komplexen Plasma gemessen werden. Die Meßdaten stimmen qualitativ mit Ergebnissen von Simulationen longitudinaler und transversaler Wellenausbreitung in komplexen Plasmen überein. Ein detaillierter quantitativer Vergleich mit theoretisch berechneten Dispersionsrelationen sollte folgen.

Zukünftige Messungen könnten die Abhängigkeit der Wellenphänomene von der Anregungsamplitude, Partikelanzahl (insbesondere Höhe der Wolke), Gasdruck und Gitterrichtung des Kristalls untersuchen.

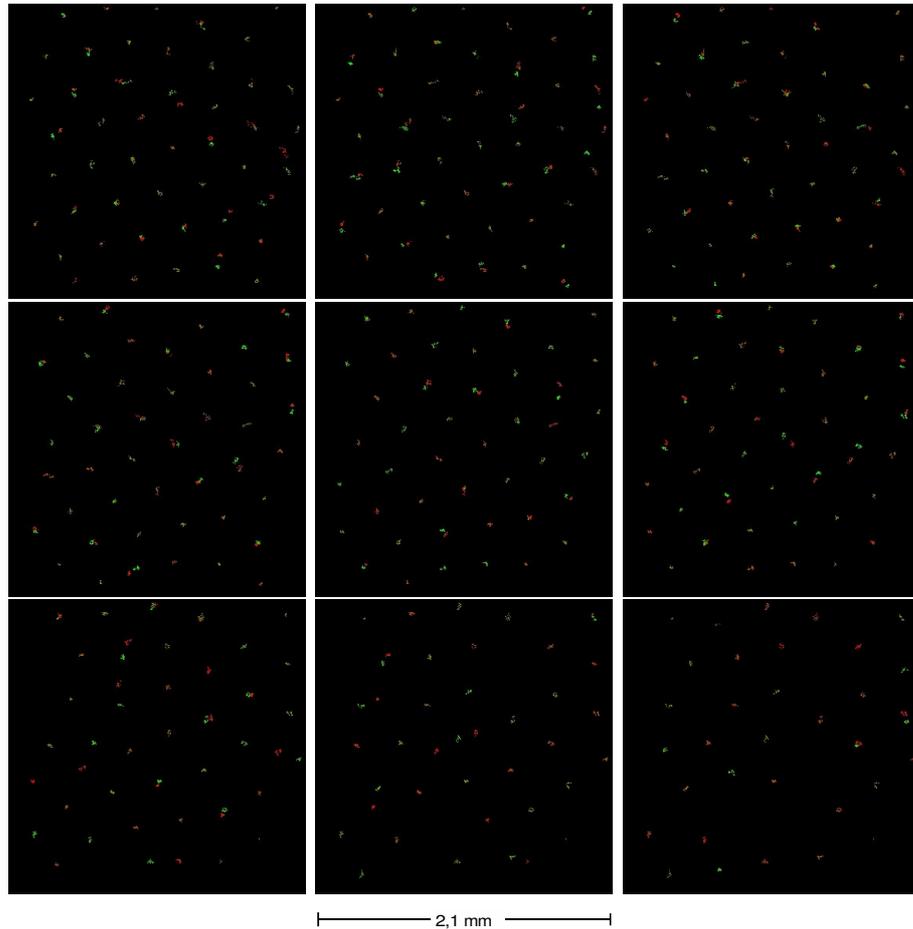


Abbildung 3.2: Horizontale Schnitte durch das Partikelsystem. Trajektorien über einen Zeitraum von 0,5 Sekunden in  $450\ \mu\text{m}$  dicken Schichten (parallel zur Elektrode) in verschiedenen Abständen zur Elektrode. Links oben: unterste Schicht ( $y = 0 \dots 450\ \mu\text{m}$ ), rechts unten: oberste Schicht ( $y = 1200 \dots 1650\ \mu\text{m}$ ). Rot: Trajektorienpunkte befinden sich am unteren Bereich der Schicht, Grün: Trajektorie befindet sich im oberen Bereich der Schicht. Die hexagonale Anordnung der Partikel und ihre geringe Bewegung um ihren Schwerpunkt sind erkennbar.

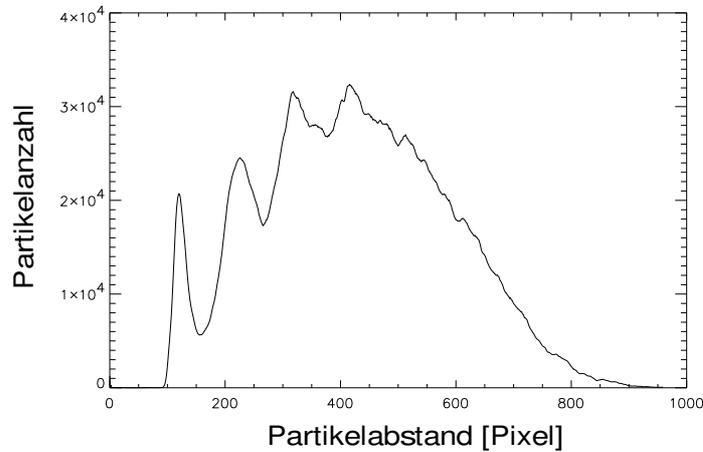


Abbildung 3.3: Über 8 Sekunden gemittelte unnormierte Paarkorrelationsfunktion. x-Achse Abstand zwischen Ausgangspartikel und Nachbarn [Pixel,  $\times 3 \mu\text{m}$ ], y-Achse: Anzahl der Nachbarpartikel in diesem Abstand.

Aufgrund des kleinen Meßvolumens ( $\approx 2 \text{ mm}$ ) im Vergleich zum mittleren Partikelabstand ( $\approx 0,3 \text{ mm}$ ) ist die Auflösung in  $\omega$  und  $k$  gering und die Meßergebnisse stark verrauscht. Für eine genauere Messung müsste das Meßvolumen vergrößert werden.

## 3.2 Beobachtung einer Strömungsinstabilität longitudinaler Wellen

In Abschnitt 3.1.2 wurde im Spektrum der longitudinalen Wellen mit y-Ausbreitungsrichtung (parallel zur Ionendriftichtung) ein auffälliger, hochenergetischer Bereich gefunden. Um den möglichen physikalischen Grund zu bestimmen, wurden weitere Experimente mit unterschiedlichen Anregungsspannungen durchgeführt. Die restlichen Experimentparameter wurden konstant gehalten (Argon bei einem Druck von 30 Pa, Partikeldurchmesser  $3,4 \mu\text{m}$ , Dicke der Partikelwolke etwa  $1,7 \text{ mm}$ ). Zwischen Einschütteln der Partikel und den Messungen wurde jedesmal 3,5 Minuten gewartet.

### 3.2.1 Beschreibung der Meßergebnisse

Die resultierenden Phononenspektren sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Der interessante hochenergetische Bereich wurde mit einer 2D-Gaußfunktion gefittet und die erhaltenen Parameter ( $\omega$ ,  $k$ -Position, Schwingungsenergie) in Abbildung 3.8 gegenüber der RF-Amplitude dargestellt. Es ist kein einfacher Zusammenhang zwischen den ermittelten  $\omega$ ,  $k$  oder Schwingungsenergie-Werten und der Elektrodenspannung zu erkennen. Aus der Position des

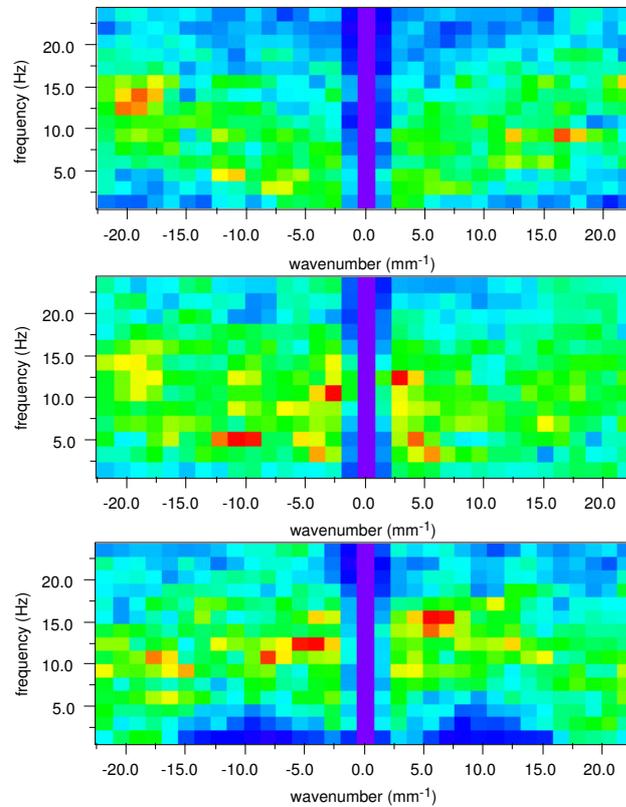


Abbildung 3.4: Phononenspektren für die Ausbreitungsrichtung  $z$  und Polarisation in  $x$  (transversal),  $y$  (transversal) und  $z$  (longitudinal). Die Farbe gibt Auskunft über die Energie (Rot: hohe Energie, Blau: geringe Energie) der Schwingung mit Wellenzahl  $k$  und Frequenz  $\omega$ .

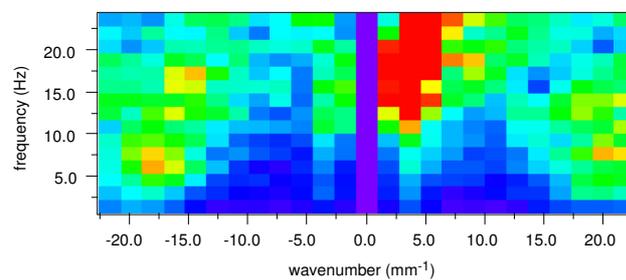


Abbildung 3.5: Spektrum für longitudinale Phononen mit Ausbreitungsrichtung parallel zur  $y$ -Achse (Elektrodenachse und Richtung des Gravitationsfeldes). Es ist ein Bereich mit auffällig hoher Energie zu erkennen (rot).

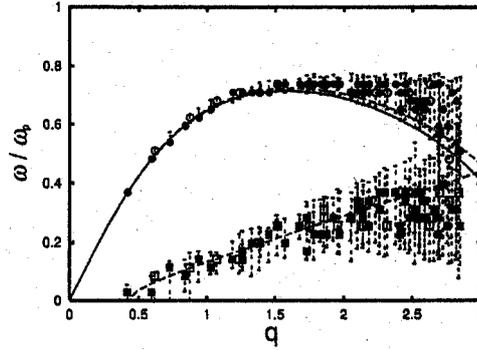


Abbildung 3.6: Dispersionsrelation  $\omega(k)$  eines simulierten 3D-Yukawa-Systems in flüssiger Phase nahe am Übergang flüssig-fest. Oben: longitudinale Anteile, unten: transversale Anteile [50].

Maximums der Gauß-Verteilung läßt sich eine mittlere Wellenzahl von  $\bar{k} = 4,3 \text{ mm}^{-1}$  ermitteln.

### 3.2.2 Bestimmung der Debye-Länge der Ionen

Die 'Hot-Spots' in der Abbildung 3.7 wurden mit Gauß-Funktionen gefittet. Die Positionen entlang der  $k$ -Achse wurden bestimmt und in Abbildung 3.8 dargestellt. Mit einem mittleren Wert von  $k_m = 4,3 \pm 0,3 \text{ mm}^{-1}$  ergibt sich nach Gleichung 2.3 eine Debye-Länge der Ionen von

$$\lambda_i = \frac{1}{\sqrt{2}k_m} \approx 165 \pm 10 \mu\text{m}. \quad (3.1)$$

Die Debye-Länge ist eine sehr wichtige Größe für die Charakterisierung des Plasmas und experimentell nicht direkt zugänglich. Der ermittelte Wert entspricht den Angaben der Literatur [21].

### 3.2.3 Bestimmung der Ionendichte

Aus der Gleichung für die Debye-Länge  $\lambda_i$  der Ionen (1.20) läßt sich die Ionendichte bestimmen. Setzt man  $\lambda_i$  aus (3.1) ein, ergibt sich für die Ionendichte

$$n_i = \frac{\epsilon_0 k_B T_i}{q_i^2 \lambda_i^2} \approx (5,5 \pm 0,5) \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}. \quad (3.2)$$

Das Ionisationsverhältnis läßt sich direkt aus dem Verhältnis der Ionendichte mit der Dichte des Neutralgases berechnen

$$q_{ar} = \frac{n_i}{n_{ar}} \approx (7,8 \pm 0,4) \cdot 10^{-9}. \quad (3.3)$$

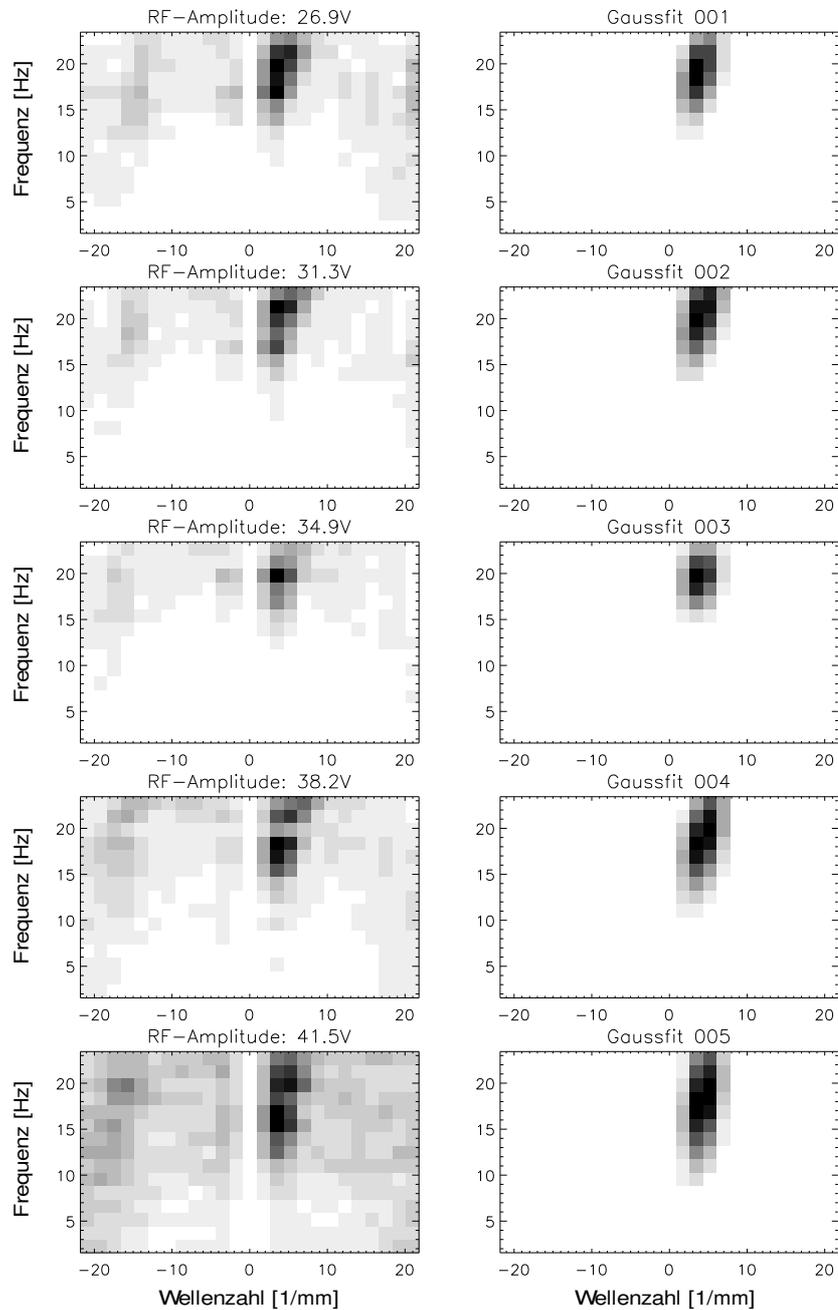


Abbildung 3.7: 'Hot Spots' der longitudinalen  $y$ -Wellen – links: experimentell bestimmte Phononenspektren  $\omega(k)$  mit unterschiedlichen RF-Spannungen. Rechts: Ergebnis eines 2D-Gauß-Fits. Je dunkler die Einfärbung, desto höher die gemessene Schwingungsenergie.

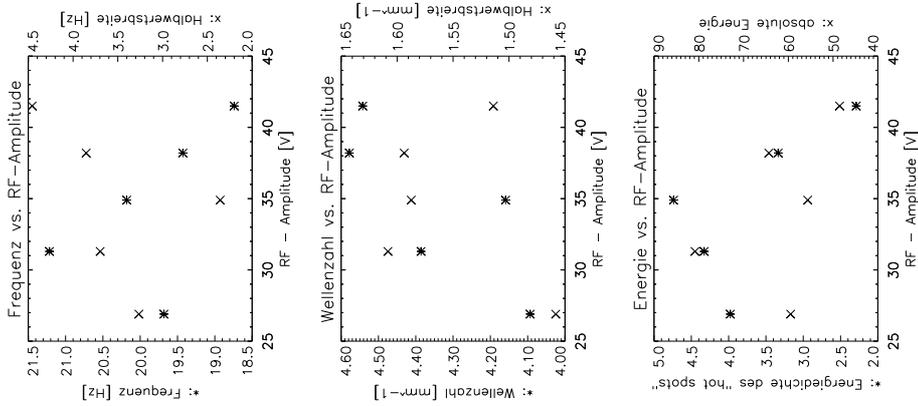


Abbildung 3.8: Frequenz, Wellenzahl und Energie der 'Hot Spots' in Abhängigkeit der RF-Amplitude. \*: Position des Gauß-Maximums, x: Halbwertsbreite der Gauß-Fits. Es ist kein offensichtlicher, funktionaler Zusammenhang zur Anregungsspannung erkennbar.

Auch diese beiden Größen sind experimentell nicht direkt zugänglich und konnten über die auftretende Instabilität bestimmt werden. Die Werte liegen fast eine Größenordnung unter der erwarteten Ionendichte und des Ionisationsverhältnisses [25]. Die angegebenen Werte und Fehler sind allerdings mit Vorsicht zu genießen, da in Gleichung 3.2 die Iontemperatur enthalten ist, die nur grob als Raumtemperatur angenommen wurde (Kap. 1.4.2). Das könnte ein Hinweis darauf sein, daß die Iontemperatur tatsächlich größer ist.

### 3.2.4 Vergleich der gemessenen Instabilität mit der theoretisch berechneten Dämpfung

Mit der experimentell bestimmten Debye-Länge in Gleichung 3.1 läßt sich durch Einsetzen der Parameter aus Tabelle 1.1 in  $\omega_i$  aus Gleichung 2.2 die Dämpfung  $\omega_i$  gegen die Wellenzahl  $k$  auftragen (Abbildung 3.9). Der Gültigkeitsbereich für  $k$  in Gleichung 2.2 ist durch die Bedingung  $k \geq \nu_{in}/v_{Ti} = 3,9 \text{ mm}^{-1}$  gegeben (siehe Gleichung A.40, Seite 91).

Parallel zur Ionen-Driftrichtung wird die Dämpfung für longitudinale Wellen bei  $k \approx 4,3 \text{ mm}^{-1}$  minimal. Entgegen der Drift-Richtung erreicht sie bei  $k \approx -4,3 \text{ mm}^{-1}$  ihren größten Wert. Diese Aussage stimmt mit dem gemessenen Phononenspektrum in Abbildung 3.5 überein, da symmetrisch zum 'Hot-Spot' für die Wellenausbreitung in entgegengesetzter Richtung ( $k \approx -4,3 \text{ mm}^{-1}$ ) die Energie besonders gering ist (blauer Bereich).

Die theoretisch berechnete Dämpfung bleibt zwar negativ, reicht aber nahe an Null heran. Mit einer positiven Dämpfung würde das System in-

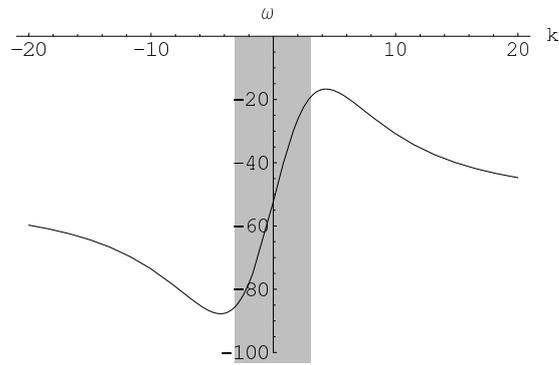


Abbildung 3.9: Theoretisch bestimmte Dämpfung  $\omega_i$  des Systems. x-Achse: Wellenzahl  $k$  [ $\text{mm}^{-1}$ ], y-Achse: Dämpfung  $\omega_i$  [ $\text{s}^{-1}$ ], grau: Herleitung ungültig.

stabil werden. Tatsächlich waren die Experimentparameter so gewählt, daß eine leichte Druckminderung zu einer hochfrequenten  $\omega \gg 25$  Hz vertikalen Schwingung der Mikropartikel mit großer Amplitude führte. Auch zeitlich war das System nur über einen Zeitraum von etwa 5–7 Minuten nach dem Einschütteln der Partikel stabil. Danach stellte sich die gleiche Instabilität wie bei einer Druckreduktion ein.

Experimentell konnte eine Reduktion der Dämpfung bei niedrigen Frequenzen bereits durch Wellenanregungen beobachtet werden [73, 13].

### 3.2.5 Diskussion der Ergebnisse

Es konnte im Energiespektrum longitudinaler Staub-Wellen parallel zur Ionendriftichtung ein Bereich mit besonders hoher Energie gefunden werden. Im Vergleich mit der theoretisch hergeleiteten Dämpfung des Systems läßt sich die Debye-Länge der Ionen bestimmen, die im guten Einklang mit der Literatur steht. Ebenso stimmt die aus ihr abgeleitete Ionendichte und das Ionisationsverhältnis in der Größenordnung mit Werten aus der Literatur überein. Allerdings wird zu ihrer Bestimmung die Ionentemperatur benötigt, die nur grob mit 300 K (Zimmertemperatur) abgeschätzt wurde (Kap. 1.4.2).

Der gemessene Wertebereich für  $k$  liegt zwischen dem hydrodynamischen Limit  $kl_i \ll 1$  und der Annahme  $kl_i \gg 1$  (Gl. A.40, Seite 91), die bei der Herleitung der Dämpfung gemacht werden mußte, um die Rechnung algebraisch lösen zu können. Die Meßdaten sind auch mit der Dämpfung im hydrodynamischen Limit vergleichbar, was bedeutet, daß die resultierenden Dämpfungen beider Annahmen zum ähnlichen Ergebnis führen [25]. Eine detaillierte theoretische Untersuchung sollte folgen.

### 3.3 Dynamische Analyse eines Staubwirbels

Am Elektrodenrand bildet sich ab einer bestimmten Anzahl von Partikeln bzw. Dicke der Partikelwolke ein Partikelstrom, der um eine virtuelle Achse rotiert. Ein solcher Partikelwirbel wurde in der Literatur in einer Simulation untersucht [69].

Eine solche Wirbelbewegung wurde experimentell gemessen. Verwendet wurden Mikropartikel mit einem Durchmesser von  $3,4\ \mu\text{m}$ , Argongas bei einem Druck von  $70\ \text{Pa}$  und eine Wechselspannung an den Elektroden von  $43\ \text{V}_{\text{ss}}$ . Die Staubwolke war etwa  $1,7\ \text{mm}$  dick. Die RG-Kamerasequenz ist als komprimierter MPEG-Film auf der CD enthalten (020120-009\_rg.mpg).

#### 3.3.1 Empirische Analyse des Partikelwirbels

Die Mikropartikel wurden über einen Zeitraum von 8 Sekunden aufgenommen. Die Projektionen der Geschwindigkeitsvektoren auf  $x, z$ -Ebenen entlang der  $y$ -Achse sind in Abb. 3.10 dargestellt. Um die Partikelbewegungen besser darstellen zu können, wird rechnerisch genau diejenige Richtung gesucht, zu der die zu ihr senkrechten Geschwindigkeitskomponenten minimal werden. Anschließend wird das System um die  $y$ -Achse in diese Richtung gedreht (Abbildung 3.11). Die verbleibenden Geschwindigkeitsprojektionen des gedrehten Systems sind in den Abbildungen 3.12 und 3.13 dargestellt.

Die Partikel in den oberen Projektionen in Abbildung 3.11 ( $y > 0,85\ \text{mm}$ ) bewegen sich mit einem kleinen Winkel von  $-4,5^\circ$  in die Betrachtungsebene hinein und die Partikel in den unteren Projektionen ( $y < 0,85\ \text{mm}$ ) mit einem Winkel von  $4,5^\circ$  aus ihr heraus. Das bedeutet, daß sich die Partikel entlang einer Spirale um die virtuelle Achse bewegen.

In Abbildung 3.14 sind die mittleren Geschwindigkeitsvektoren und der Partikelfluß (Ebenendicke  $1,5\ \text{mm}$ ) dargestellt. Vergleicht man diese beiden Abbildungen und betrachtet noch zusätzlich die Dichteverteilung der Partikel in Abb. 3.15, dann erkennt man, daß in den Bildbereichen mit geringer Dichte die Partikel eine hohe Geschwindigkeit haben und in den Bildbereichen mit hoher Dichte die Partikel eine niedrige Geschwindigkeit haben (Kontinuitätsgleichung). Es ergibt sich ein konstanter Partikelfluß (Abb. 3.14 rechts).

Auch die Phasendiagramme in Abb. 3.16 beschreiben die kollektive Rotationsbewegung. Die neun Diagramme enthalten alle Kombinationen aus Geschwindigkeitsrichtungen und Positionen innerhalb der betrachteten Ebene. Die dünne Linie der mittleren Reihe zeigt die Partikeldichte und veranschaulicht die Abnahme der Dichte entlang der  $y$ -Achse. Das mittlere Diagramm der oberen Reihe  $vy(x)$  und das erste Diagramm der mittleren Reihe  $vx(y)$  zeigen die ortsabhängige Rotationsbewegung innerhalb der Beobachtungsebene.

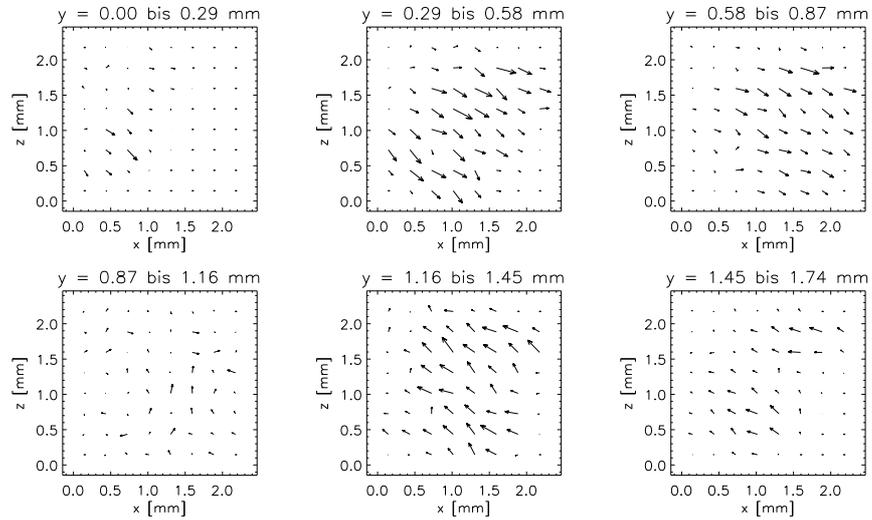


Abbildung 3.10: Projektion der gemessenen Partikelgeschwindigkeiten auf  $xy$ -Ebenen an verschiedenen  $y$ -Koordinaten.

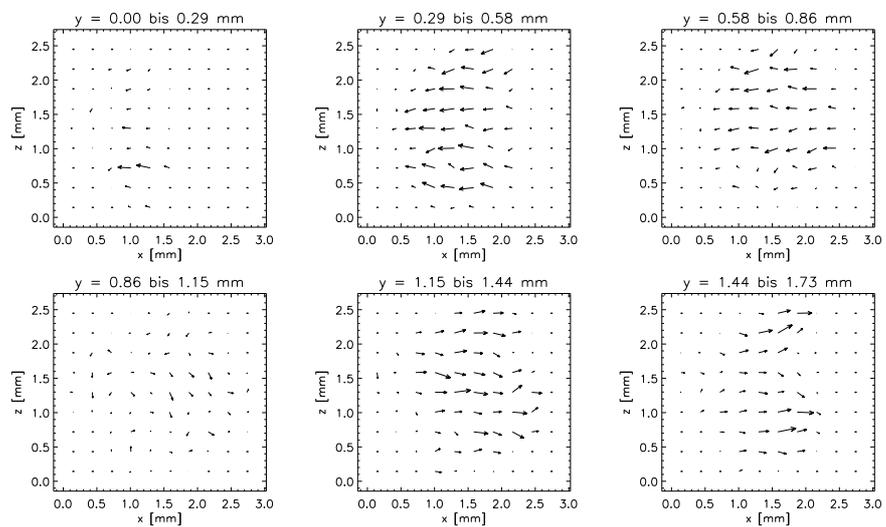


Abbildung 3.11: Projektion der Partikelgeschwindigkeiten auf  $xz$ -Ebenen an verschiedenen  $y$ -Koordinaten.

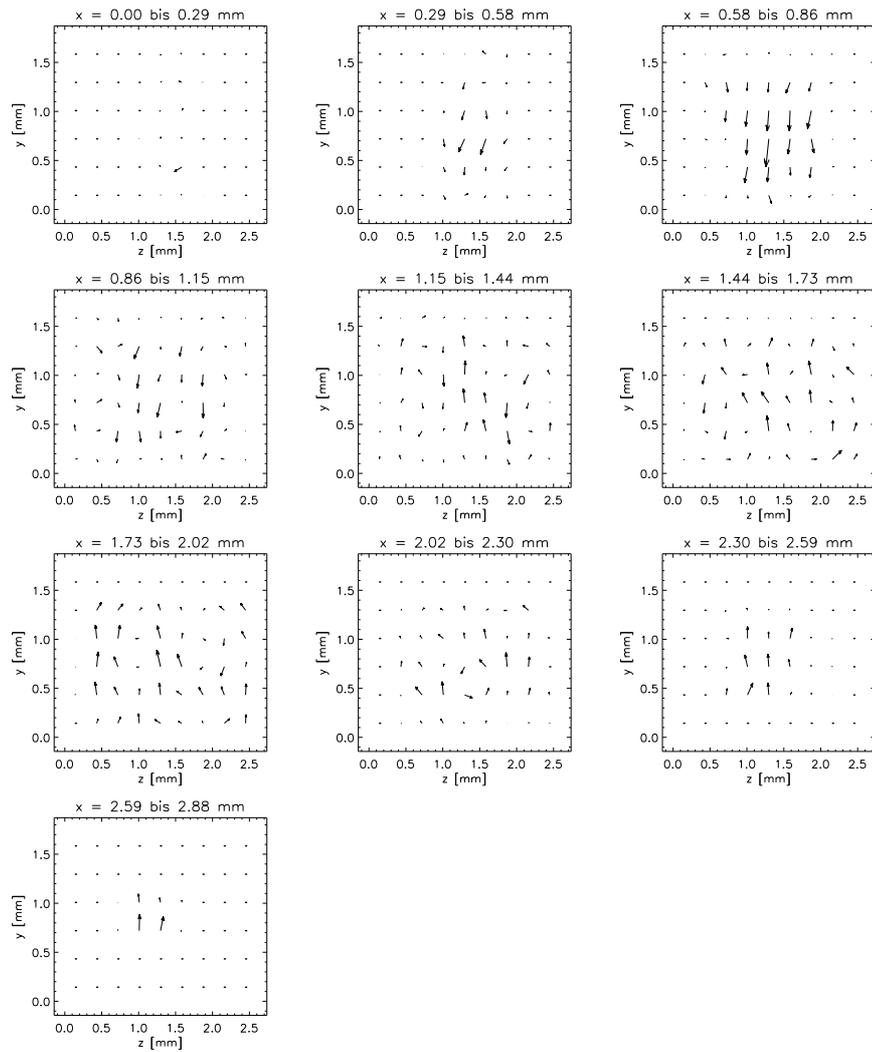


Abbildung 3.12: Projektion der Partikelgeschwindigkeiten auf  $zy$ -Ebenen an verschiedenen  $x$ -Koordinaten.

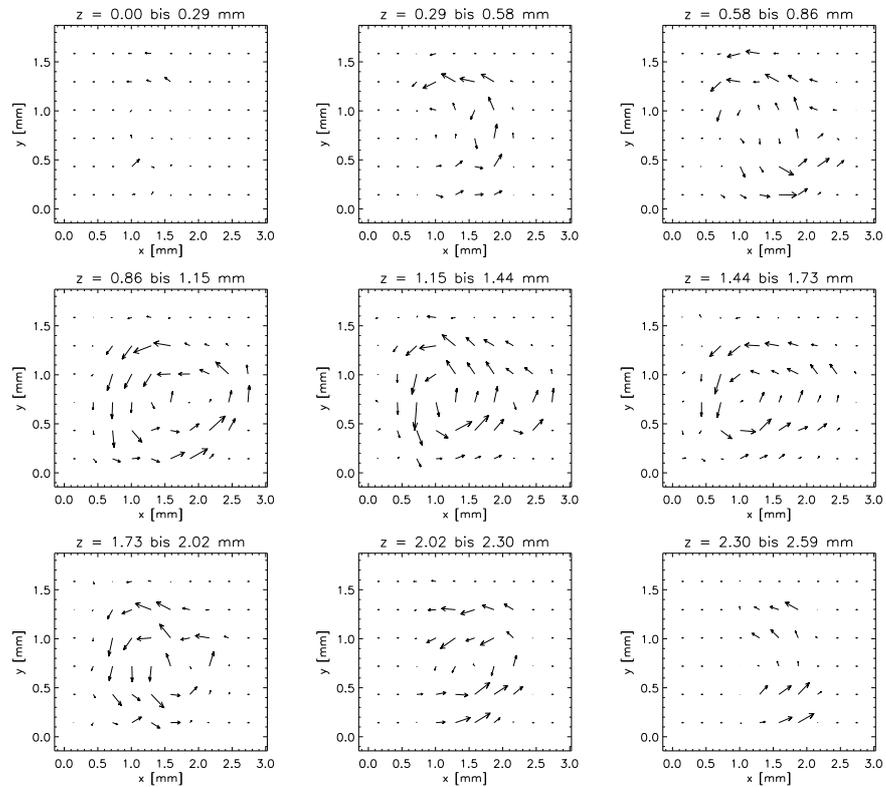


Abbildung 3.13: Projektion der Partikelgeschwindigkeiten auf  $xy$ -Ebenen an verschiedenen  $z$ -Koordinaten.

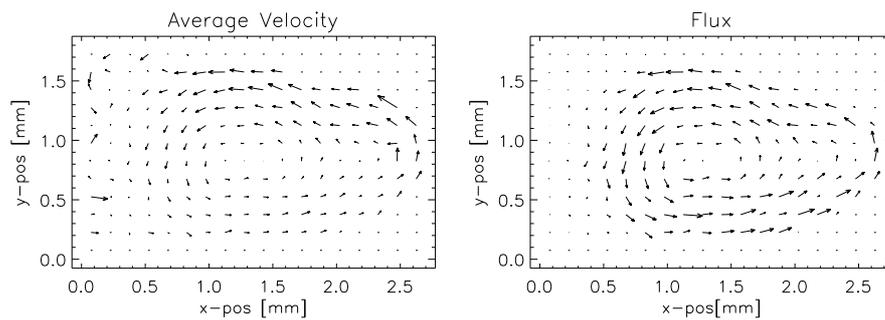


Abbildung 3.14: Über 8 Sekunden zeitlich gemittelte Partikelgeschwindigkeiten (links) und Partikelfluß (rechts) in derjenigen Ebene, in der die Summe der zu ihr senkrechten Geschwindigkeitskomponenten minimal ist.

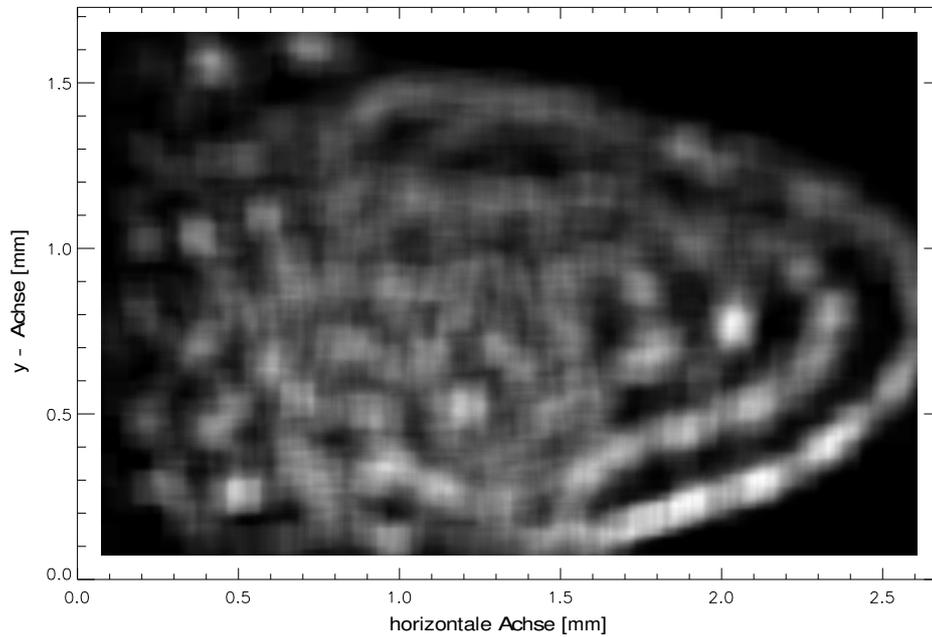


Abbildung 3.15: Über 8 Sekunden gemittelte Verteilung der Partikeldichte. Schwarz: keine Teilchen, Weiß: Maximale Partikeldichte.

### 3.3.2 Attraktoren im Partikelwirbel

Aus den gemittelten Partikelgeschwindigkeiten in Abbildung 3.14 (links) läßt sich durch Interpolation jedem Bildpixel ein Geschwindigkeitsvektor zuordnen. Folgt man diesen Geschwindigkeitsvektoren von zufällig ausgewählten Startpunkten, so lassen sich geschlossene Bahnen finden (Abbildung 3.18), die zu dem ausgewählten Startpunkt zurückführen. Da alle Trajektorien, die zu Startpunkten innerhalb dieser geschlossenen Bahnen gehören, diese nicht verlassen, kann man die Bahnen als Attraktoren bezeichnen. Diejenigen Trajektorien, die zu Startpunkten außerhalb der Attraktoren gehören, werden entweder von den Attraktoren eingefangen oder sie laufen über den Bildrand aus dem Volumen heraus. Die radialen Abstände der Attraktoren betragen etwa  $300 \mu\text{m}$  und entsprechen dem mittleren Abstand des nächsten Nachbarn bei einem kristallinen Partikelsystem unter den gleichen experimentellen Parametern. Die Paarkorrelationsfunktion in Abbildung 3.17 zeigt bei den Abständen  $270 \mu\text{m}$  (90 Pixel) und  $540 \mu\text{m}$  (180 Pixel) eine deutliche und bei  $750 \mu\text{m}$  (250 Pixel) eine schwächere Häufung von Nachbarpartikeln. Das heißt, trotz der Rotationsbewegung verbleibt das System in einem gewissen geordneten Zustand.

Zuletzt werden die Partikelgeschwindigkeiten innerhalb der Attraktoren in Abbildung 3.19 dargestellt. Man kann erkennen, daß die kollektive Parti-

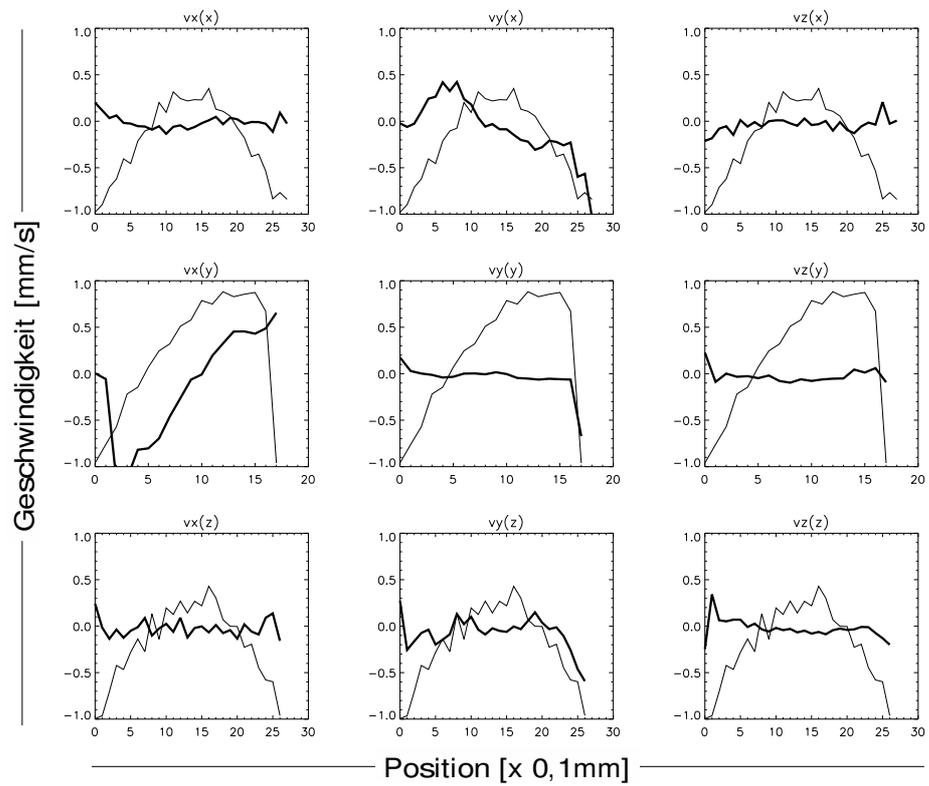


Abbildung 3.16: Phasendiagramme. Dicke Linie: gemittelte Geschwindigkeiten [mm/s]  $v_n(m)$ ,  $n, m \in \{x, y, z\}$  in Abhängigkeit der Partikelposition [0,1 mm]. Dünne Linie: Volumen- und geometrieabhängige Anzahl der Meßpunkte (willkürliche Einheiten).

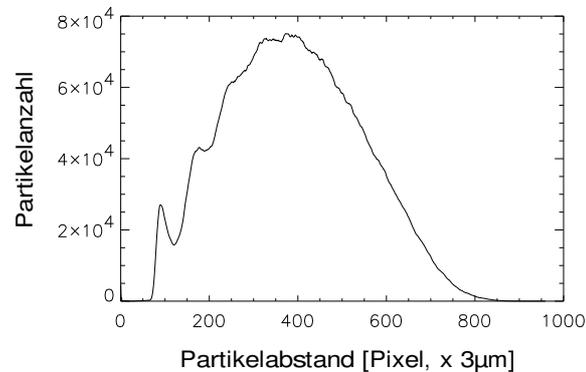


Abbildung 3.17: Über 8 Sekunden gemittelte Paarkorrelationsfunktion. x–Achse: Abstand zwischen Ausgangspartikel und Nachbarn, y–Achse: Anzahl der Nachbarpartikel.

kelbewegung im oberen rechten Bildviertel von Abbildung 3.18 angetrieben wird. Eine mögliche physikalische Begründung könnte sein: Die Argon–Ionen werden durch das elektrische Feld in der Plasmarandschicht zu den Elektroden hin beschleunigt und bauen oberhalb der Elektrode einen leicht höheren Druck auf als im Rest der Kammer. Möglicherweise strömen die entstehenden neutralen Argonatome seitlich von den Elektroden wieder zurück in den Bereich des Hauptplasmas und beschleunigen durch den gerichteten Strom die Mikropartikel.

Weiterhin kann man sehen, daß die Winkelgeschwindigkeit des inneren Attraktors größer ist als die des äußeren. Es gibt also eine Scherströmung zwischen den Attraktoren.

### 3.3.3 Diskussion der Ergebnisse

Für die experimentelle Untersuchung eines Teilchenwirbels am Elektrodenrand konnten erstmals alle drei Raumkoordinaten und Geschwindigkeiten der beteiligten Partikel ermittelt werden. Es konnte nachgewiesen werden, daß die Trajektorien in einer flachen Spirale verlaufen (wahrscheinlich wegen der Lorentzkraft aufgrund des Erdmagnetfeldes). Es ließen sich Attraktoren in den Partikelbahnen finden, die einen ähnlichen Abstand voneinander haben wie der Partikelabstand innerhalb eines kristallinen Systems unter ähnlichen Plasmaparametern. Die Winkelgeschwindigkeit der Attraktoren ist unterschiedlich. Je kleiner ihr Radius desto größer wird die Winkelgeschwindigkeit. Das bedeutet, daß zwischen den Attraktoren Scherkräfte auftreten.

Der Wirbel könnte nun mit Methoden aus der Hydrodynamik analysiert werden. Systemparameter wie die Reynoldzahl und Viskosität könnten zugänglich werden. Weitere Experimente mit abgeänderter Elektrodengeo-

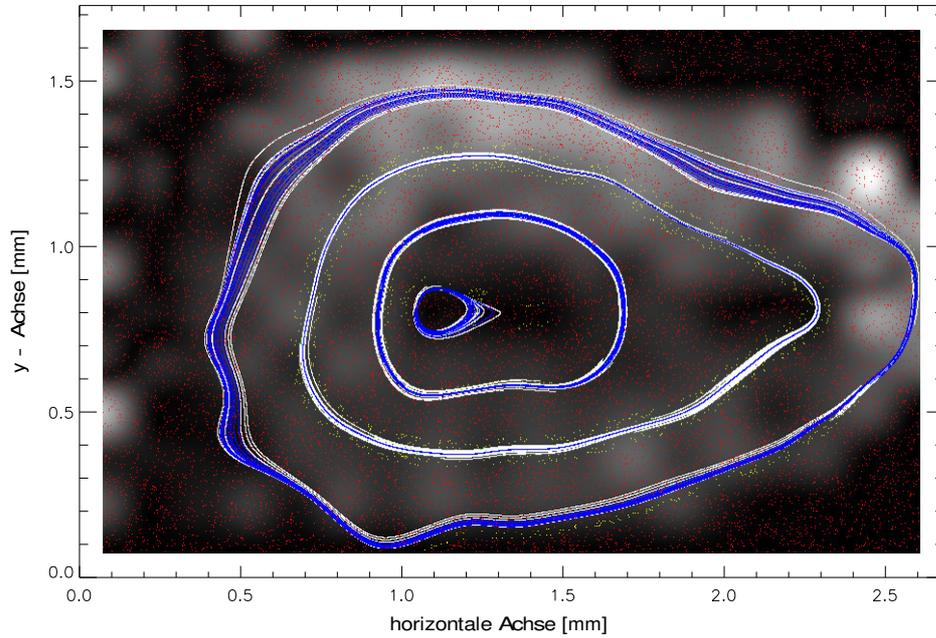


Abbildung 3.18: Systemattraktoren im Geschwindigkeitsfeld. Ausgehend von den zufällig gewählten roten Startpunkten werden Trajektorien entlang der Geschwindigkeitsvektoren gebildet. Die blauen Trajektorien kommen auf  $\pm 1$  Pixel genau wieder zu ihrem Startpixel zurück, die weißen auf  $\pm 5$  Pixel. Die Graustufen im Hintergrund sind proportional zu der Gesamtgeschwindigkeit.

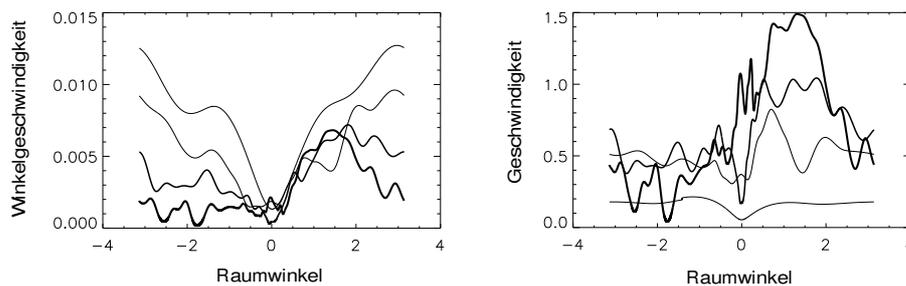


Abbildung 3.19: Winkelgeschwindigkeiten  $\frac{d}{dt}\omega$  der Partikel (links) und absolute Geschwindigkeiten (rechts) für unterschiedliche Winkel  $\omega$  entlang der Attraktoren aus Abb. 3.18. Die Winkel sind entgegen dem Uhrzeigersinn ausgehend von der horizontalen Achse aufgetragen. Dünne Linie: innerer Attraktor, dicke Linie: äußerer Attraktor.

metrie könnten Auskunft über die physikalischen Prozesse geben, durch die der Wirbel entsteht.

## 3.4 Ausblicke auf zukünftige Experimente

Das eingeführte Meß-Instrument eröffnet eine Vielzahl neuer Einsichten in die Volumendynamik komplexer Plasmen. Zum Schluß sollen als Ausblick einige Beispiele genannt sein, die in naher Zukunft weiter untersucht werden könnten.

### 3.4.1 Bestimmung einer Kristallstruktur

Beobachtet wurde ein System, welches noch nicht komplett auskristallisiert war (Partikeldurchmesser  $3,4 \mu\text{m}$ , Druck  $70 \text{ Pa}$ ). Es wurde aus den Partikelkoordinaten der Bild-Sequenzen die Paarkorrelationsfunktion bestimmt.

Um die gemessene Paarkorrelationsfunktion mit den theoretisch zu erwartenden zu vergleichen, wurden die Partikelkoordinaten theoretischer bcc, fcc und hcp Gitter verwechselt (Temperatur) und entlang der y-Achse gestaucht (Einfluß des Schwerfeldes auf die Partikel) bis eine optimale Übereinstimmung mit den experimentellen Daten entstand (Abbildung 3.20). Sowohl fcc als auch bcc bilden Eigenschaften der experimentell bestimmten Paarkorrelationsfunktion ab, keine von beiden aber vollständig. Möglicherweise ist das beobachtete System eine Mischung aus beiden Kristallsystemen.

Durch eine genauere Modellierung der theoretischen Partikelverteilungen und weitere Messungen ließen Untersuchungen der Kristallstruktur in Abhängigkeit der Plasmamparameter zu. Möglicherweise lassen sich auch Kristall-Korngrenzen finden und Heilungsprozesse von Gitterfehlstellen analysieren.

### 3.4.2 Phasenübergang zwischen Kristallsystemen

In den Filmsequenzen '020120-010\*', '020120-011\*' und '020120-012\*' (siehe auch Kap. C auf Seite 109) sind kristalline Partikelverteilungen dargestellt, die ihre Struktur durch eine Reduktion der RF-Amplitude verändern (bei '020120-010\*' von  $43,9$  auf  $37,0 \text{ V}$ , bei '020120-011\*' von  $40,9$  auf  $37,0 \text{ V}$  und bei '020120-012\*' von  $43,9$  auf  $40,9 \text{ V}$ ). In allen drei Experimenten erkennt man in den ersten Bildern die Partikelanordnung in horizontalen Ebenen. Nach der Reduktion der RF-Amplitude sind die Ebenen nicht mehr zu erkennen. Eine genaue Strukturanalyse wird ergeben, ob sich der Kristalltyp oder nur die Orientierung der Kristalle verändert. Um einen ersten Eindruck der Partikeldynamik zu erlangen, wurden die Trajektorien der ersten 40 Bilder (020120-011\_slc000-039.mpg), der Bilder 170 bis 199 (\*\_slc170-199) und 370 bis 400 (\*\_slc370-400) als Filmsequenzen dargestellt. Rechnerisch wird das System so gedreht, daß der Beobachter senkrecht zur Elektrode auf die

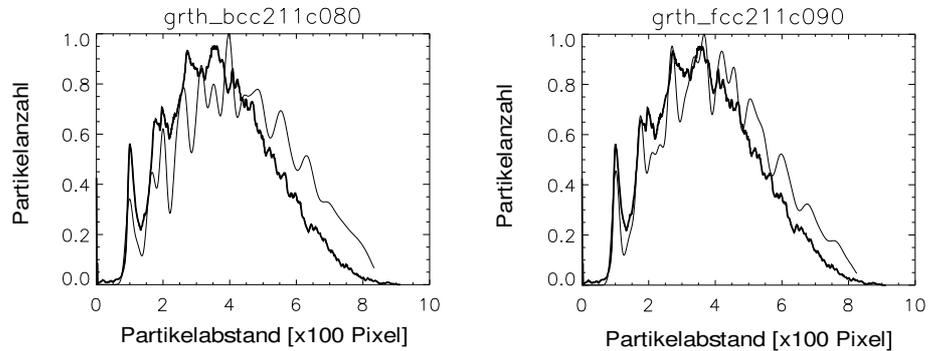


Abbildung 3.20: Bestimmung eines Kristallsystems. Dicke Linie: Aus Experimentdaten berechnete Paarkorrelationsfunktion. Dünne Linie: Aus theoretischen Kristallsystemen bestimmte Paarkorrelationsfunktion - links bcc mit 80% vertikaler Kompression, rechts fcc mit 90% vertikaler Kompression. Beide theoretische Systeme wurden verrauscht (Temperatur).

Partikelverteilung schaut. Es werden diejenigen Trajektorien angezeigt, die innerhalb einer  $450\ \mu\text{m}$  dicken Ebene liegen, welche rechnerisch von der untersten Ebene der Partikelwolke bis zur obersten durchfahren wird.

Wie verändert sich die kinetische Energie der Partikel beim Übergang zwischen den Kristalltypen und wie läßt sich der Übergang anhand der Dynamik einzelner Partikel beschreiben? Entstehen Korngrenzen?

### 3.4.3 Wirbel mit hoher Rotationsgeschwindigkeit

Ein Partikelwirbel mit höherer Geschwindigkeit ist in den Filmen '010128-008\_rg.mpg' und '010128-007\_rg.mpg' auf der CD dargestellt. Die aufgenommenen Volumen grenzen direkt aneinander an, das heißt die rechte Fläche der 007-Sequenz entspricht der linken Fläche der 008-Sequenz.

Was treibt den Partikelwirbel an? Gibt es Strukturen z.B. Attraktoren innerhalb des Wirbels und wie chaotisch ist die Dynamik? Bei genauerer Betrachtung fällt auf, daß vereinzelt Partikel 'gegen den Strom schwimmen' und von anderen 'verfolgt' werden. Was ist der Grund dieser entgegengesetzten Bewegungsrichtung und wie wird die Umgebung derart verändert, daß weitere Partikel auf dem gleichen oder ähnlichen Weg folgen können?

### 3.4.4 Grenzfläche

Im Film '010128-007\_rg.mpg' auf der CD ist eine vertikale Partikelströmung abgebildet, deren Geschwindigkeit entlang der horizontalen Achse abnimmt bis das System in eine kristalline Struktur übergeht. Es lassen sich Geschwindigkeitsgradienten, Scherkräfte und möglicherweise die Viskosität des Systems bestimmen. Bemerkenswert ist außerdem, daß sich innerhalb der

Strömung vereinzelte Partikel in die entgegengesetzte Richtung bewegen. Was ist der physikalische Grund dafür?

### 3.4.5 Partikel-Cluster

Durch einen kleinen Ring auf der unteren Elektrode (Abbildung B.10) kann ein elektrisches Potential erzeugt werden, mit dem kleine Wolken von 1 bis 200 Partikeln (Cluster) im Meßvolumen gehalten werden können. Die drei Raumkoordinaten und Geschwindigkeitskomponenten von allen Partikeln können gemessen werden.

Die Partikel ordnen sich in Abhängigkeit von der Form des äußeren Potentials und der abgeschirmten Coulomb-Kraft räumlich an. Strukturelle Informationen der Anordnung in Abhängigkeit der Plasmaparameter, Anzahl der Partikel und Form des äußeren Potentials können ermittelt werden und geben Aufschluß über stabile und instabile Partikelverteilungen. Durch externe Wellenanregungen können Eigenmoden der Kleinst-Kristalle ermittelt werden. Durch Veränderung der Plasmaparameter (z.B. Druckänderung) können Phasenübergänge studiert werden. Möglicherweise läßt sich ein solcher Cluster als Modell für Nanosysteme verwenden.

### 3.4.6 Strömung zweier Partikelgrößen

In der Filmsequenz '020102-000\_rg.mpg' auf der CD ist ein schneller Partikelwirbel zu sehen, der durch eine annähernd statische Verteilung weiterer Partikel hindurchströmt. Es scheint so, als ob die fast statischen Partikel leicht grünlicher und heller sind. Dies könnte darauf hinweisen, daß es sich hierbei um Partikel eines anderen (wahrscheinlich größeren) Durchmessers handelt. Die Strömung wechselwirkt mit den stationären Partikeln, reißt einige von ihnen mit oder umströmt sie. Wie sieht die Dynamik der Wechselwirkung aus? Was ist der physikalische Grund, daß die fast statischen Partikel nicht an der Strömung teilnehmen? Läßt sich ihr Streuquerschnitt bestimmen?

### 3.4.7 'Nervöse' Partikel

In einigen Systemen fallen Partikel auf, die eine deutlich höhere kinetische Energie haben als die umgebenden (Kap. C, Seite 109 und Filme '020624-004\*' auf der CD). Was kann die Ursache der hohen Energie sein, warum wird sie von den anderen Partikeln nicht aufgenommen und wie beeinflusst die hohe Dynamik die Partikel in der Umgebung?



# Kapitel 4

## Meßinstrument

Das Experiment besteht hauptsächlich aus drei Komponenten: Der Plasmakammer zusammen mit dem benötigten Gasregelsystem und der Betriebselektronik, die von einem Computer gesteuert wird. Das optische Instrument, welche die dreidimensionale Partikelbewegung innerhalb des komplexen Plasmas aufnimmt. Und schließlich der Bildverarbeitungssoftware, die aus den Bildsequenzen des Instruments die Partikeltrajektorien berechnet.

Das optische Instrument und die Bildverarbeitungsalgorithmen wurden eigenständig entwickelt. Die Umsetzung der aufwändigen Instrumentmechanik wurde in Zusammenarbeit mit der Konstruktionsabteilung und den Werkstätten des MPE durchgeführt. Die Plasmakammer mit Elektronik, Gasregelsystem und der Ansteuersoftware sind vom MPE für Parabelflugexperimente entwickelt worden.

### 4.1 Optische Elemente des Instruments

Für die Realisierung des Meßinstrumentes werden mehrere Komponenten benötigt: Laser zur Beleuchtung der Mikropartikel, Rechteckblenden zur Definition des Beleuchtungsfeldes, Kameras für die Aufnahme der Streulichtbilder der Teilchen, eine Laserstrahldiagnostik zur Messung der Qualität der Beleuchtungsfelder und eine justierbare Mechanik. Diese Komponenten werden in den nächsten Abschnitten beschrieben. Zusätzlich wird die Geometrie des Meßvolumens dargestellt, die Wechselwirkung der Beleuchtung mit den Mikropartikeln und den Blenden und die elektronische Signalaufnahme.

Abbildungen aller wesentlichen Komponenten sind im Anhang **B** ab Seite **99** zu finden.

#### 4.1.1 Prinzip der Messung

Zur Zeit wird die Bewegung der kleinen Partikel eines komplexen Plasmas folgenderweise gemessen: Die Partikelverteilung wird mit einer flachen Laser-

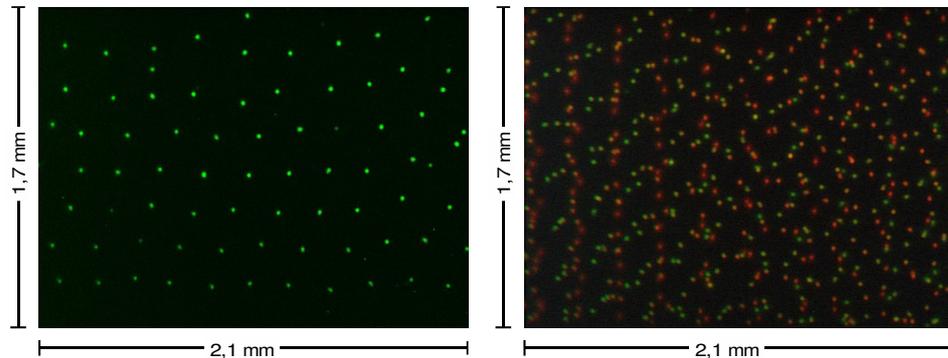


Abbildung 4.1: Links ist ein Kamerabild aus der herkömmlichen Meßmethode dargestellt. Eine etwa  $150\ \mu\text{m}$  dicke Laserebene beleuchtet eine Partikelverteilung und das Streulicht wird von einer CCD-Kamera aufgenommen. Im rechten Bild wurde die Tiefe der Beleuchtung von  $150\ \mu\text{m}$  auf  $2,1\ \text{mm}$  aufgeweitet und mit einem zusätzlichen Laser ein Farbgradient erzeugt, der die Partikelkoordinate parallel zur optischen Achse der CCDs kennzeichnet.

ebene ( $x$ -,  $y$ -Ebene) beleuchtet und das Streulicht mit einem Makroobjektiv und einer CCD-Kamera im rechten Winkel aufgenommen. Jedes Bild entspricht einem Schnappschuß der Teilchenpositionen in dieser  $x$ -,  $y$ -Ebene (Abb. 4.1 links). Wird das optische System entlang der  $z$ -Achse durchgeführt, kann die 3D-Teilchenverteilung gemessen werden, jedoch nicht zeitgleich. Um räumlich dynamische Prozesse in Echtzeit zu erfassen, wird ein schnelles optisches 3D-Meßsystem benötigt.

Zum zeitgleichen Erfassen aller drei Koordinaten wird hierfür die Beleuchtung so verändert, daß die Partikelposition in  $z$ -Richtung farbig gekennzeichnet wird (siehe Abbildung 4.2). Die dreidimensionale Position des Teilchens kann dann durch die lateralen Koordinaten auf dem CCD-Bild und durch seine Farbe bestimmt werden. In Abbildung 4.1 ist anhand von Beispiel-Aufnahmen der Unterschied zwischen dem 2D- und 3D-Messverfahren dargestellt.

#### 4.1.2 Optischer und Mechanischer Aufbau des Instruments

Der optische Aufbau ist in Abbildung 4.3 skizziert. Die wesentlichen Komponenten sind die Beleuchtung, die für die Farbkodierung der dritten Partikelkoordinate sorgt (Laser-Kollimatoren K1, K2, Strahlteiler STL, Blende A1 und Linse L1) und das CCD-Kamerasystem zur Aufnahme des Streulichts der Mikropartikel (Kameras C1, C2, Strahlteiler und Spiegel STK, SK und Objektiv O1). Die Lichtwege sind grün (für  $686\ \text{nm}$ ) bzw. rot ( $656\ \text{nm}$ ) gekennzeichnet.

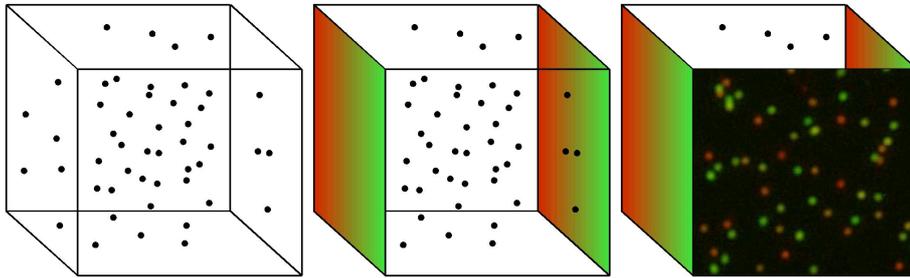


Abbildung 4.2: Grundprinzip des Meßinstruments: Eine Verteilung von Partikeln in einem Meßvolumen (links) wird von einem Farbgradienten beleuchtet (mitte). Aus der Projektion des Streulichts entlang der Beobachtungsrichtung (rechts) sind ihre Koordinaten durch die laterale 2D-Position auf der Projektionsebene und ihre Farbe bestimmt.

Für die Entwicklung und Charakterisierung des Instrumenten-Prototyps war es nötig, weitere Elemente hinzuzufügen: Ein drittes System aus Diodenlaser (785 nm) und Kamera (K3, C3 – Lichtwege sind blau skizziert) sorgt für eine Auflösungserhöhung der 'Farb-Koordinate' ( $z$ ) und ein Strahlanalyse-System (Beamprofiler C4, Fotodioden) für die Ermittlung von räumlichem und zeitlichem Intensitätsverlauf der Laser K1 und K2. Fotografien des Experiments sind in Anhang B abgebildet.

Aus mechanischer Sicht besteht die Optik aus drei Hauptelementen:

- Eine Halterung (Abbildung 4.3: Brücke mit horizontaler Drehachse) erlaubt das Kippen der gesamten Optik um einige Grad. An der Halterung sind sowohl senkrecht zur optischen Bank drehbar als auch in beide Richtungen parallel zur optischen Bank verschiebbar zwei Arme für die Beleuchtung und das Kamerasystem befestigt.
- An dem 'Beleuchtungs-Arm' (orange) befinden sich neben den Beleuchtungselementen (K1, K2, A1, STL, L1) auch die Strahlagnostik (Beam Analyzer).
- Der 'Kamera-Arm' trägt die CCD-Kameras samt Optik und das dritte Beleuchtungs- bzw. Kamerasystem.

Die Wellenlängen der Farbgradienten-Beleuchtung wurden im sichtbaren, möglichst langwelligen Spektralbereich ausgewählt, um den Einfluß der winkelabhängigen Mie-Streuung zu reduzieren (siehe Größenparameter  $x$  in Abschnitt 4.1.3), die Justierbarkeit des Instruments zu erleichtern und um nicht auf teure, spezielle Infrarot-Kameras zurückgreifen zu müssen. Zum Zeitpunkt der Instrumentplanung waren rote Laser mit möglichst idealer gaußförmiger Intensitätsverteilung nur mit begrenzter Intensität verfügbar.

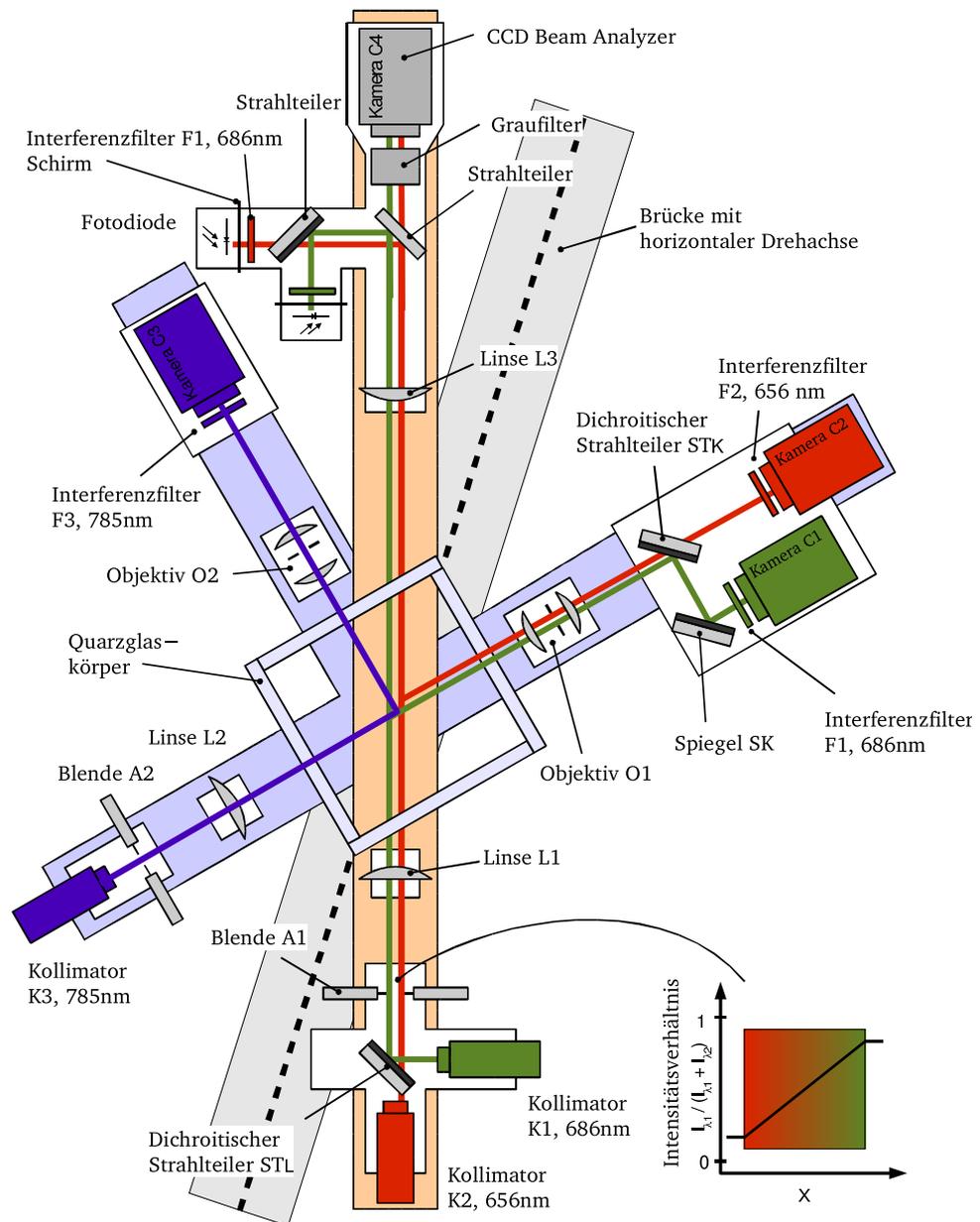


Abbildung 4.3: Der Experimentaufbau mit den wesentlichen optischen und mechanischen Elementen. Die Lichtwege sind für die Übersichtlichkeit durch Farben gekennzeichnet, die nicht den tatsächlichen Wellenlängen entsprechen: 656 nm: Rot, 686 nm: Grün, 785 nm: Blau.

Um zusätzlich den Einfluß des Lichtdrucks auf die Mikropartikel möglichst klein zu halten, wurde beim Design darauf geachtet, den Intensitätsverlust entlang des gesamten optischen Wegs zu minimieren.

In den folgenden Abschnitten werden vereinfachend folgende Begriffe verwendet:

- **RG–Beleuchtung:** Optische Elemente (rot und grün gekennzeichnet), die für die Farb–Beleuchtung benötigt werden (Kollimatoren K1, K2, Strahlteiler STL, Blende A1, Linse L1, Objektiv O1),
- **RG–Kameras:** Bildaufnahme zur Ermittlung der drei Partikelkoordinaten (Objektiv O1, Strahlteiler STK, Spiegel SK, Interferenzfilter F1, F2 und Kameras C1, C2),
- **RG–System:** RG–Beleuchtung und RG–Kameras,
- **B–Beleuchtung:** Optionale Erweiterung (blau gekennzeichnet) für die Erhöhung der (Koordinaten–) Meßgenauigkeit in z–Richtung (Kollimator K3, Blende A2, Linse L2),
- **B–Kamera:** Bildaufnahme der B–Beleuchtung (Objektiv O2, Interferenzfilter F3, Kamera C3),
- **B–System:** B–Beleuchtung und B–Kamera,
- **R–Bild:** monochromes CCD–Halbbild der R–Kamera C2 (mit Interferenzfilter F2 656 nm),
- **G–Bild:** monochromes CCD–Halbbild der G–Kamera C1 (mit Interferenzfilter F1 686 nm),
- **RG–Bild:** Überlagerung des R– und des G–Bildes, in Abbildungen wird dann der R–Anteil rot und der G–Anteil grün dargestellt,
- **B–Bild:** monochromes CCD–Halbbild der B–Kamera C3 (mit Interferenzfilter F3 785 nm)
- **RG–, B–Sequenz:** Bildfolgen aus RG–, bzw. B–Bildern.

Den größten Einfluß auf das Instrument–Design hatte die Lichtstreuung an den Mikropartikeln (Mie–Streuung). Daher folgt in Abschnitt 4.1.3 eine kurze Zusammenfassung ihrer wesentlichen Merkmale und in Anhang A.3 befindet sich eine Zusammenfassung der mathematischen Herleitung. Wichtige mechanische Elemente werden in Abschnitt 4.1.4, die Geometrie des Meßvolumens in 4.1.5, optische Details der Beleuchtung bzw. der Kamerasysteme in Abschnitten 4.1.6 bzw. 4.1.7 und die optische Diagnostik in 4.1.8 beschrieben. Da an der Blende Beugungserscheinungen auftreten, die die prinzipielle Meßgenauigkeit beeinflussen, werden sie in 4.1.9 numerisch berechnet, die mathematische Herleitung hierzu findet sich in Anhang A.2.

### 4.1.3 Einfluß der Mie–Streuung auf die Streuamplituden

Die Mikropartikel werden von zwei verschiedenen Laserwellenlängen mit einer ortsabhängigen Intensität beleuchtet. Das Meßinstrument nimmt die von den Partikeln in Beobachtungsrichtung gestreuten Intensitäten auf und ordnet ihnen Ortskoordinaten zu.

Der mittlere Partikeldurchmesser ist mit  $3,42\mu\text{m}$  etwa fünfmal größer als die verwendeten Wellenlängen der Laser (656 nm, 686 nm). Die elektromagnetische Wechselwirkung des Lichts mit kugelförmigen Mikropartikeln mit einem Durchmesser in einer vergleichbaren Größenordnung wie die Lichtwellenlänge wird durch die Streu–Theorie von Gustav Mie beschrieben [7].

Das elektromagnetische Feld wird in die einfallende ebene Welle, das Wellenfeld im Innern des Partikels und der gestreuten Welle aufgeteilt. Die Randbedingung, die alle drei Felder miteinander verbindet, ist, daß die Tangentialkomponenten des elektrischen und magnetischen Feldes an der Partikeloberfläche stetig verlaufen müssen. Es bilden sich auf einer imaginären Kugeloberfläche um das betrachtete Mikropartikel transversale magnetische und elektrische Moden — je nach Wellenlänge des Lichts  $\lambda$ , dem Partikelradius  $a$ , den komplexen Brechungsindizes des Partikels  $N_p$  und des umgebenden Mediums  $N \approx 1$ . Das emittierte Feld ist wegen der geometrischen Verteilung der Moden über die imaginäre Kugeloberfläche abhängig vom Winkel zwischen einfallendem Licht und Beobachtungsrichtung.

Die mathematische und physikalische Herleitung der Mie–Streuung ist in Anhang A.3 kurz zusammengefaßt. Sie erlaubt, die gestreute Lichtamplitude und Polarisation im Fernfeld in Abhängigkeit des Winkels zwischen Beleuchtungs– und Beobachtungsrichtung  $\alpha$ , vom Größenparameter  $x = 2\pi Na/\lambda$  und vom Verhältnis der Brechungsindizes  $m = N_p/N$  zu bestimmen.

Die Durchmesser der verwendeten Partikel variieren etwa 1,5% um den Mittelwert. Das Verhältnis zwischen Partikeldurchmesser und Wellenlänge (Größenparameter  $x$ ) wirkt sich nichtlinear auf die Streuamplituden beider Laser aus. Zum einen beeinflußt daher die Varianz der Partikelgrößen die Genauigkeit der Tiefenabschätzung, zum anderen ist bei bekannter Tiefenposition des Partikels (gemessen von der B–Kamera) eine Aussage über die Partikelgröße möglich. Die Stärke des Einflusses hängt vom Winkel  $\alpha$  ab und kann am Instrument justiert werden.

Die nach der Mie–Theorie theoretisch erwarteten Streuamplituden werden numerisch berechnet. Als Parameter werden ein Partikeldurchmesser von  $2a = 3,42 \pm 0,06 \mu\text{m}$ , ein Brechungsindex des Partikelmaterials von  $N_p = 1,645 \pm 0,007$ <sup>1</sup> und des umgebenden Plasmas von  $N = 1$  angenommen. Es wird für die verwendete mittlere Partikelgröße ein geeigneter Winkel  $\alpha$  ermittelt, bei dem sich die Größenvarianz der Partikel und kleine Justageabweichungen des Winkels minimal auf das Verhältnis beider Streuintensitäten

<sup>1</sup>wurde in [60] mit Streuexperimenten experimentell bestimmt

auswirken — und somit auf die Abschätzung der Partikelposition (Abbildung 4.4). Es hat sich bei den Experimenten ein Winkel von  $68^\circ$  bewährt. Die zugrundeliegende Mie-Theorie und der verwendete Algorithmus 'BH-MIE' für homogene Kugeln sind aus [7] entnommen.

#### 4.1.4 Mechanik

Die mechanischen Elemente des Aufbaus erlauben die Verschiebung der gesamten Optik innerhalb der horizontalen Ebene (Abbildung B.2 unten). Des weiteren ist die gesamte Optik um eine zur horizontalen Ebene parallelen Drehachse um kleine Winkel ( $0^\circ \dots 6^\circ$ ) kippbar, um die optische Achse des RG-Kamerasystems aus der horizontalen Ebene herauszudrehen (Abbildung B.2 oben). Wenn sich in der Plasmakammer die Mikropartikel in regelmäßigen Strukturen anordnet, bilden sich meistens Partikelebenen senkrecht zum Gravitationsfeld. Da die Partikelbilder durch die Optik parallel zur optischen Achse projiziert werden, würden sich dann viele Partikelbilder überlappen. Durch ein Verkippen des gesamten Aufbaus kann man unter einem kleinen Winkel seitlich auf diese horizontalen Ebenen draufschauen - die Partikel überlappen sich dann wesentlich seltener.

Die Lichtstreuung an den Partikeln wird durch die Mie-Streuung beschrieben (siehe auch Abschnitt 4.1.3). Die Streuamplituden sind empfindlich vom Winkel  $\alpha$  zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung abhängig. Der Laserarm und Kameraarm sind drehbar befestigt. Sie erlauben die Einstellung eines geeigneten Winkels  $\alpha$  zwischen RG-Beleuchtungs- und RG-Kamera-Richtung (Abbildung B.2 unten).

#### 4.1.5 Geometrie des Meßvolumens

In Abbildung 4.5 ist das Meßvolumen dargestellt. Die Pfeile deuten die Lichtwege an. Das RG- und B-Lasersystem beleuchten das Meßvolumen und das RG- und B-Kamerasystem nehmen das Streulicht der Partikel auf. Da zwischen dem RG-Laser und dem RG-Kamerasystem ein Winkel (hier  $68^\circ$ ) eingestellt ist, überdecken sich die beleuchteten und beobachteten Volumen nicht vollständig. Etwa 5% (in der Abbildung blau, rot und grün markiert) ist nicht von allen drei Lasern beleuchtet oder von allen drei Kameras beobachtet. Die Mikropartikel, die sich dort befinden, fallen aus der späteren Bild-Auswertung heraus.

Alle drei Laser und Kameras müssen ein möglichst großes gemeinsames Volumenelement beleuchten bzw. beobachten. Beide Kamera-Systeme erlauben hierfür eine Drehung und Verschiebung in alle drei Raumrichtungen. Die Justage geschieht mit einem speziell entwickelten, freischwebenden Drahtgitter (Abbildungen B.9, 4.6) und einem Justageglaskörper (Geometrie ist mit der Vakuumkammer identisch — Abbildung B.6 unten). Standard-Justagetargets, die auf einen Glasträger aufgebracht sind, konnten hier nicht

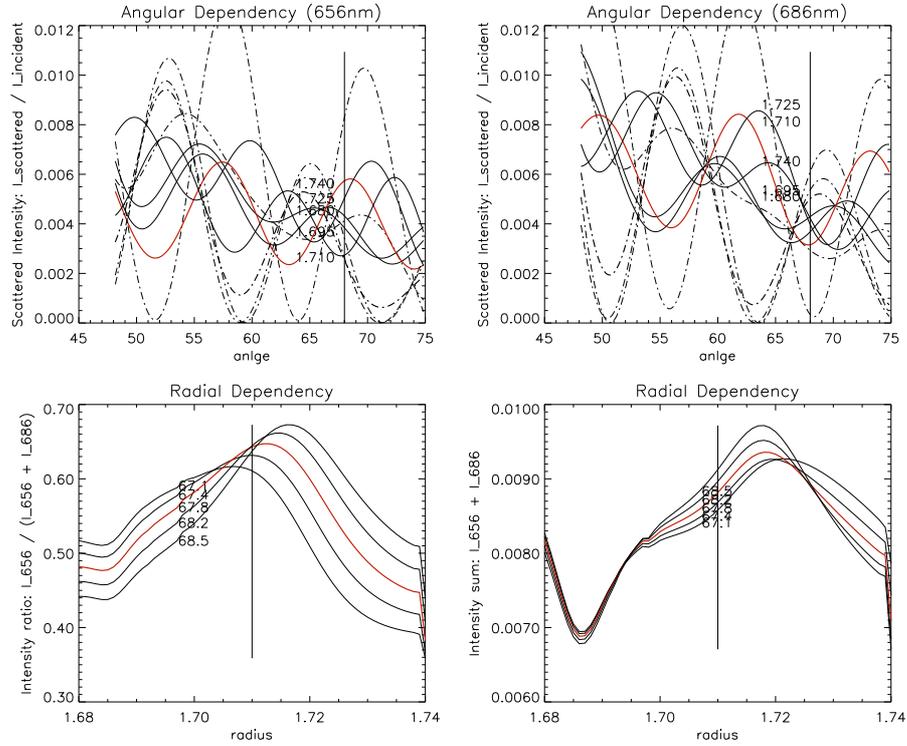


Abbildung 4.4: Einfluß der Mie-Streuung auf die Intensitäten der Partikelbilder. Oben: Amplitude des gestreuten Lichts für die verwendeten Wellenlängen (links: 656 nm, rechts: 686 nm) in Abhängigkeit verschiedener Winkel und für verschiedene Teilchenradien (rot: mittlerer Radius von  $1,71 \mu\text{m}$ ). Durchgezogene Linien: Zur Streuebene parallel polarisiertes Licht, gestrichelte Linien: Senkrecht polarisiertes Licht. Vertikale Linien: Im Experiment verwendeter Winkel. Unten: Einfluß des Radius auf das Intensitätsverhältnis (links) und die Summe beider Streuintensitäten (rechts) für verschiedene Winkel (Rot: Mittlerer Winkel von  $67,8^\circ$ ). Vertikale Linien: Im Experiment verwendete Partikelgröße. In den oberen beiden Diagrammen wurden die Streulichtintensitäten für eine Verteilung der Partikelgrößen und in den unteren beiden Diagrammen für eine Verteilung der Winkel berechnet, um die Empfindlichkeit des Instruments gegenüber geringen Abweichungen darzustellen. Für die Berechnungen wurde ein Brechungsindex des Plasmas von  $N = 1$  und des Partikelmaterials von  $N_p = 1,645 \pm 0,007$  angenommen [60].

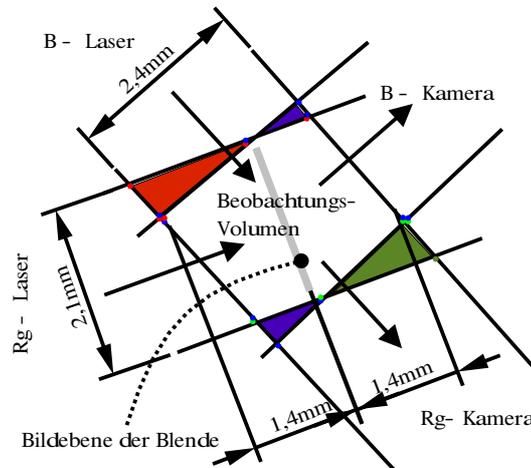


Abbildung 4.5: Geometrie des Meßvolumens: Das RG-System misst die Partikel  $x$ -,  $y$ - Position genau und  $z$  grob, das B-System die  $y$ - und  $z$ - Koordinate. Beobachtungsvolumen (weiß): Die 3D-Koordinaten von 80–90% aller Partikel (abhängig vom Auswertalgorithmus) können gemessen werden. Blau: Volumina, die von der RG-Beleuchtung nicht beleuchtet werden, Rot/Grün: Volumina, die vom B-Kamerasystem nicht gesehen werden.

verwendet werden. Die unterschiedlichen Eintrittswinkel des RG- und B-Systems ergeben Strahlversätze, die die Justage unmöglich machen würden.

#### 4.1.6 Beleuchtungssysteme

Für die Beleuchtung wurden drei Diodenlaserquellen gewählt (Abb. B.8). Ihre Wellenlängen liegen bei  $\lambda_1 = 686 \text{ nm}$  (Lichtwege sind grün markiert),  $\lambda_2 = 656 \text{ nm}$  (rot) und  $\lambda_3 = 785 \text{ nm}$  (blau). Das Licht der Dioden wird in monomode, polarisationserhaltende Glasfasern eingekoppelt. Über die 1 m langen Fasern werden alle Moden bis auf die Hauptmode gedämpft. Das Licht verläßt die Kollimatoren  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  als ebenes Wellenfeld mit gaußförmiger Intensitätsverteilung, einer Apertur von etwa 15 mm und paralleler Polarisierung (zur Ebene ihrer Strahlrichtungen). Die austretenden Wellenfelder der Kollimatoren  $K_1$  und  $K_2$  werden mit einem dichroitischen Strahlteiler so überlagert, daß die optischen Achsen parallel mit einem Abstand ( $\approx 7 \text{ mm}$ ) zueinander verlaufen. Der Strahlteiler wurde für dieses Instrument speziell entworfen und besteht aus einer ebenen Glasplatte (Rauigkeit  $< \lambda/10$  – nur geringe Störung der Phase), der einseitig dielektrisch beschichtet ist. Für parallel zur Ein- und Ausfallsebene polarisiertes Licht der Wellenlänge  $\lambda_1 = 686 \text{ nm}$  ist der Strahlteiler reflektierend ( $R > 95\%$ ) und für parallel polarisiertes Licht der Wellenlänge  $\lambda_2 = 656 \text{ nm}$  transparent

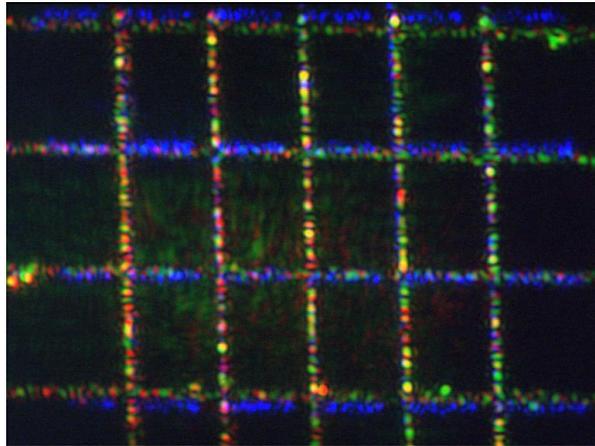


Abbildung 4.6: Ein Justagetarget wird von allen drei Lasern beleuchtet und von allen drei Kameras abgebildet. Die Abweichung in den horizontalen Drahtbildern verrät die unterschiedliche Abbildungsskalierung und den örtlichen Versatz des blauen und des rot-grünen Kamerasystems.

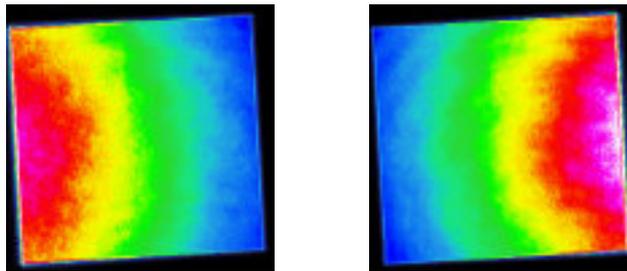


Abbildung 4.7: Intensitätsverlauf beider Laser im Zentrum der Kammer. Links: Laser 1 mit  $\lambda_1 = 686 \text{ nm}$  und rechts: Laser 2 mit  $\lambda_2 = 656 \text{ nm}$ .

( $T > 95\%$ ). Abbildung B.4 (oben) zeigt die RG-Beleuchtung und B.6 (oben) die B-Beleuchtung.

Die Wellenfelder der RG-Beleuchtung treffen das Kammerglas unter einem Winkel von etwa  $25^\circ$ . Damit werden Interferenzerscheinungen durch Mehrfachreflexionen vermieden und der Intensitätsverlust durch die Reflexionen an der Glasaußen- und Innenseite von 36% auf 25% reduziert  $R(0^\circ) \approx 36\% \rightarrow R(25^\circ) \approx 25\%$ .

Die Blenden A1 und A2 schneiden aus den ebenen Wellenfeldern ein rechteckiges Segment aus, welches durch die Linsen L1, L2 in die Partikelwolke abgebildet wird. Bei der RG-Beleuchtung ist der Intensitätsverlauf beider Laser innerhalb des Segments gegenläufig. (Abbildung 4.7). Der Beleuchtungsfehler durch die auftretende Fresnel-Beugung an den Blendenrändern wird in Abschnitt 4.1.9 abgeschätzt.

### 4.1.7 Kamerasysteme

Die Lichtwellenfelder im Meßvolumen werden von den Mikropartikeln gestreut und von den Kamerasystemen aufgenommen. In Abbildung B.4 unten und B.5 oben sind die RG-Kameras und in B.6 die B-Kamera dargestellt.

Es werden telezentrische Objektive verwendet, welche das Meßvolumen entlang der optischen Achse des Objektivs mit geringer räumlicher Verzerrung auf die CCD-Chips projizieren. Die Blenden der Objektive sind derart eingestellt, daß die Partikel innerhalb des Beobachtungsvolumens scharf auf die CCD-Oberflächen der Kameras abgebildet werden (2,1 mm Tiefenschärfe) und dennoch möglichst viel Streulicht der Partikel durchgelassen wird.

Werden Mikropartikel mit parallel polarisiertem Licht beleuchtet, ist auch das gestreute Licht parallel polarisiert (siehe Gleichung A.77 in Anhang A.3). Der dichroitische Strahlteiler (STK) entspricht dem Strahlteiler des RG-Beleuchtungssystems. Parallel polarisiertes Licht der Wellenlänge  $\lambda_1 = 686 \text{ nm}$  wird reflektiert ( $R > 95\%$ ) und parallel polarisiertes Licht der Wellenlänge  $\lambda_2 = 656 \text{ nm}$  transmittiert ( $T > 95\%$ ).

Die Interferenzfilter vor den CCDs sind auf die Wellenlängen der Laser abgestimmt. Sie sind so ausgewählt, daß die Transmission möglichst hoch ( $T > 80\%$ ) und die Halbwertsbreite so schmal ist, daß sie für das Licht der Wellenlänge des jeweils anderen Lasers undurchsichtig sind ( $T < 10^{-4}$ ). Die Transmissionen wurden mit einem Spektrometer ausgemessen und in Abbildung 4.9 dargestellt.

Die Kameras sind derart justiert, daß sie das gleiche Volumenelement abbilden (mit einer Justagegenauigkeit von etwa  $50 \mu\text{m}$  – siehe Abbildung B.5). Die Kameras liefern monochrome (Voll-) Bilder mit einer Frequenz von 25 Bildern pro Sekunde und einer Auflösung von  $768 \times 576$  Pixeln. Sie bestehen aus zwei Halbbildern, die im Abstand von 20 ms aufgenommen werden. Das erste Halbbild enthält die geraden Bildzeilen (0,2,...) und das zweite die ungeraden (1,3,...). Dadurch reduziert sich zwar die  $y$ -Auflösung pro Kamera von 576 auf 288 Pixel, jedoch wird die  $y$ -Koordinate von allen drei Kameras unabhängig voneinander gemessen, so daß in  $y$  fast die gleiche Auflösung wie in  $x$  und  $z$  bei 50 Hz vorliegt (siehe Kapitel 4.2.7, Seite 70).

Die CCD-Chips sind besonders für die Verwendung im infraroten Bereich konzipiert. Die Empfindlichkeitsfunktion (Abbildung 4.8) hat ein Maximum im grünen und ein weiteres im roten Spektralbereich.

Um eine möglichst hohe Lichtempfindlichkeit zu erreichen, ist die Integrationszeit der Kameraelektronik auf die gesamte Zeit zwischen zwei Halbbildern eingestellt  $\approx 20 \text{ ms}$ .

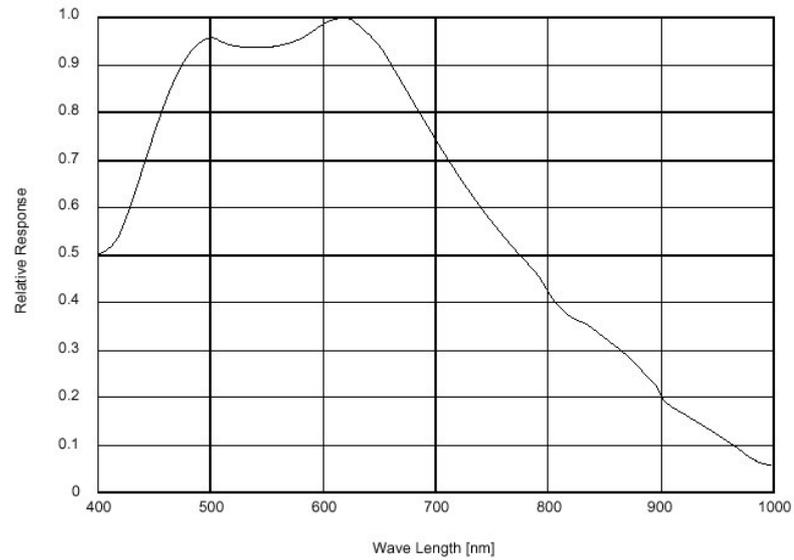


Abbildung 4.8: Empfindlichkeitsfunktion des ausgewählten CCD-Chips (Sony icx249al) [64].

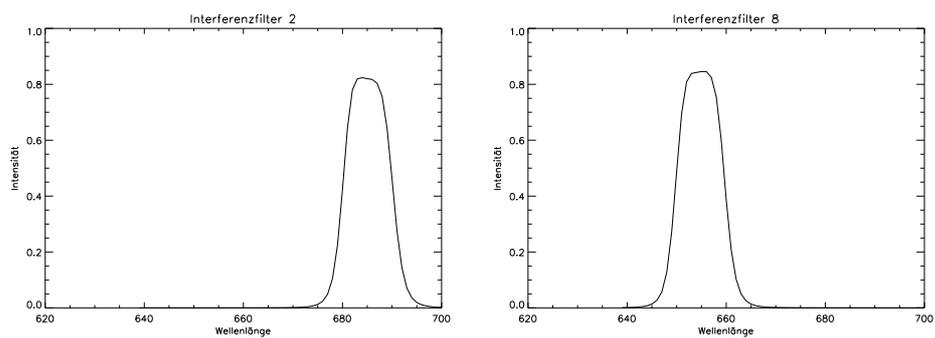


Abbildung 4.9: Gemessene Transmissionen der Interferenzfilter der beiden Kameras mit den Wellenlängen  $\lambda_1 = 686$  nm und  $\lambda_2 = 656$  nm.

### 4.1.8 Laser-Diagnostik

#### Strahlprofil-Messung

Die Bestimmung einer Raumkoordinate über Intensitätsgradienten ist direkt von der Qualität der Intensitätsverteilung des Beleuchtungsfeldes abhängig. Um sie vermessen zu können, wird ein Strahlprofil-Meßgerät eingesetzt, welches am Laser-Arm integriert ist (Abbildung B.7 oben). Die abbildende Linse L3 ist so justiert, daß sie das Lichtwellenfeld an der Bildebene der Blende im Meßvolumen (Abbildung 4.5) auf die Oberfläche des Beam Analyzers abbildet. Auf diese Art ist eine Strahlkontrolle parallel zur Messung möglich. In Abbildung 4.7 sind exemplarisch die Intensitätsverteilungen der RG-Laser dargestellt.

Für die Systemjustage wird die Intensitätsverteilung direkt innerhalb der Glaskammer vermessen. Nur so ist es möglich, die Abbildungslinse L2 genau zu positionieren und störende Staubpartikel auf den Glasflächen der Beleuchtungsoptik zu erkennen und zu entfernen. Hierfür wird zusammen mit einem Justage-Glaskörper (Abbildung B.6 unten) ein weiteres Strahlprofil-Meßgerät anstelle der eigentlichen Vakuumkammer eingesetzt.

Die verwendeten Beam Analyzer sind speziell auf die Abbildung von Laser-Profilen optimiert. Das komplette System (CCDs, Framegrabber und Software) wurde von der Firma Coherent geliefert.

#### Laser-Intensitätsmessung

Beide Diodenlaser des RG-Systems sind zwar mit einer Temperaturstabilisierung ausgestattet, verändern aber dennoch zeitlich ihre Intensität um bis zu 5%. Die polarisationserhaltenden monomodigen Glasfasern zeichnen sich durch einen sehr kleinen Faserkern aus. Die aus den Dioden austretende Strahlung muß besser als  $1\ \mu\text{m}$  fokussiert in den Faserkern eingekoppelt werden. Durch mechanische Belastung oder thermische Ausdehnung der Einkoppelmechanik und durch mechanische Belastung der Fasern kann die Intensität an den Kollimatoren variieren.

Beide Einflüsse sind bisher nicht ausreichend kontrollierbar. Da die Tiefenbestimmung vom Intensitätsverhältnis beider Laser (656nm, 686nm) abhängt, wirkt sich die Intensitätsvariation direkt auf die Meßgenauigkeit aus.

Um die Intensitätsveränderung beider Laser während des Experiments messen zu können, wird vor dem Beam Analyzer mit einer halbdurchlässigen Schicht ein Teil des Strahls ausgespiegelt und mit einem Strahlteiler auf die beiden speziell entwickelten Intensitätsmesser aufgeteilt (Abbildung B.7). Die Messung wird durch zwei Fotodioden realisiert, die mit Interferenzfiltern der jeweiligen Laserwellenlänge versehen sind. Mit Hilfe eines Multimeters kann überprüft werden, ob sich die Intensitäten der Laser über den Meßzeitraum von 8 Sekunden verändert haben. War die Schwankung

der Intensitäten relativ groß, muß die Messung wiederholt werden. Eine automatische Meßwertaufnahme parallel zur Bildaufzeichnung ist vorbereitet, aber noch nicht umgesetzt (Synchronisierung der Signale fehlt noch).

#### 4.1.9 Beleuchtungsfehler durch Beugung an der Blende

Das Lichtwellenfeld an der Blendenöffnung A1 (Abbildung 4.10) im Abstand  $g$  vor der Linse L1 wird in das Meßvolumen abgebildet (Abbildung 4.11). Eine scharfe Abbildung der Blendenkanten entsteht nur in einem bestimmten Bildabstand  $b$  hinter der Linse. Sie ist so justiert, daß die Bildebene in der Mitte des Meßvolumens liegt (Abbildung 4.5). Da die Intensität zur Ermittlung der  $z$ -Koordinate verwendet wird und die RG-Kameras ein Volumenelement mit der Kantenlänge  $2db_m = 2,8 \text{ mm}$  beobachten, ist es für eine Fehlerabschätzung wichtig, die Intensitätsverteilung außerhalb der idealen Bildweite zu berechnen.

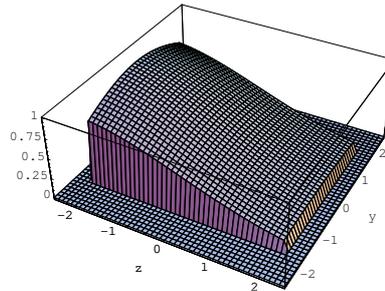


Abbildung 4.10: Die theoretische Intensitätsverteilung direkt hinter der Blende entspricht einem rechteckigen Segment einer 2D Gaußfunktion.

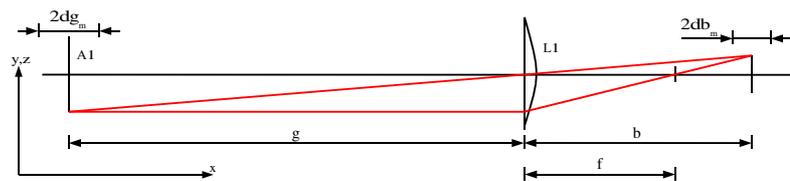


Abbildung 4.11: Die Linse L1 bildet das Wellenfeld an der Rechteckblende A1 im Abstand  $b$  hinter der Linse ab. Die RG-Kameras betrachten Partikel, die durch das Lichtwellenfeld im Abstand  $b - db_m$  bis  $b + db_m$  hinter der Linse beleuchtet sind.

Die wellenoptische Betrachtung einer Linse mit der Brennweite  $f$  [23, Seite 156ff] ergibt, daß bei Erfüllung der Linsengleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}$$

ein komplexes Wellenfeld im Abstand  $g$  vor einer idealen Linse in ein um  $M = b/g$  skaliertes komplexes Wellenfeld im Abstand  $b$  hinter der Linse abgebildet wird. Beide Wellenfelder sind bis auf die Skalierung und einen über die Bildebene konstanten Phasenfaktor identisch.

Variiert man die Bildebene  $b$  um eine kleine Verschiebung  $db$ , entspricht das komplexe Wellenfeld dem skalierten Wellenfeld an der verschobenen Objektebene  $g + dg$ . Abbildung 4.12 zeigt den Zusammenhang zwischen  $db$  und  $dg$  für die verwendeten Parameter  $f = 200$  mm,  $g = 600$  mm und  $b = 300$  mm.

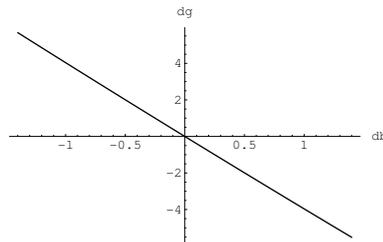


Abbildung 4.12: Die Abweichung der Gegenstandsweite  $dg$  in Abhängigkeit der Abweichung der Bildweite  $db$  ist nahezu linear.

Die linke Kante der RG-Bilder entspricht der verschobenen Bildebene  $b - db_m$  mit  $db_m = 1,4$  mm. Sie bildet das komplexe Wellenfeld hinter der Rechteckblende an der Position  $g + dg_m$  mit  $dg_m = 5,7$  mm ab. Die Störung der idealen gaußförmigen Intensitätsverteilung wird umso größer, je größer der Abstand von der Blende wird. Für eine grobe Fehlerabschätzung wird die ortsabhängige Intensität an dieser Position mit der Theorie der Fresnel-Beugung numerisch berechnet. Die mathematische Herleitung und Anpassung an die Experimentgegebenheiten ist im Anhang A.2 zusammengefaßt.

Die Blende hat eine Höhe von  $2a_y = 3,4$  mm und eine Breite von  $2a_z = 4,2$  mm. Die Bedingung für die Anwendbarkeit der Fresnel-Näherung  $(y_g - y_b)^2 + (z_g - z_b)^2 \leq x_b^2$  ist somit gegeben.

Die numerische Berechnung der Intensitätsverteilung direkt an und 5,7 mm hinter der Blende sind in den Abbildungen 4.13 dargestellt. Die Ausschnitte sind stark vergrößert (siehe Achsenbeschriftung). Die Abbildungen 4.14 zeigen die normierten Intensitäten entlang eines Schnitts parallel zur  $x$ -Achse. Man erkennt, daß die Intensitätsschwankungen am Rand sehr groß sind, jedoch schnell abfallen.

Die Abbildungen 4.15 stellen die Differenz zwischen Intensität-Minimum und Maximum und dem kleinsten Abstand zwischen ihnen dar. Bis zu einem Abstand von etwa 1,1 mm vom Zentrum des Beleuchtungsfeldes ist der Abstand zwischen Minimum und Maximum etwa in der Größenordnung eines Partikeldurchmessers. Da die Partikel sich aufgrund der Brown'schen Bewegung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Positionsbestimmungen um mehr als ihren Durchmesser bewegen, ist bei der  $z$ -Positionsbestimmung durch

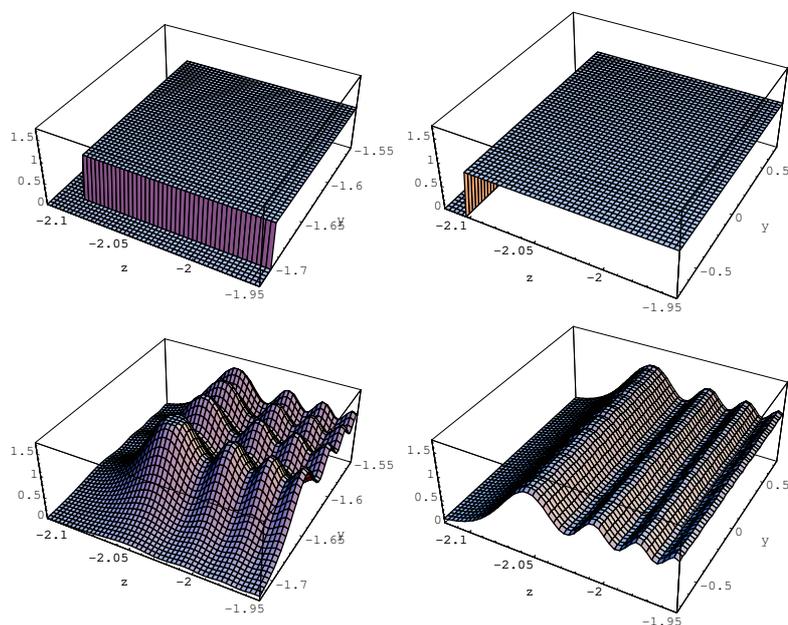


Abbildung 4.13: Normierte Intensitätsverteilungen eines kleinen Ausschnitts. Oben: direkt hinter der Blende, unten: 5,7 mm hinter der Blende. Links: Intensitätsverteilung an einer Ecke, rechts: an einer Kante.

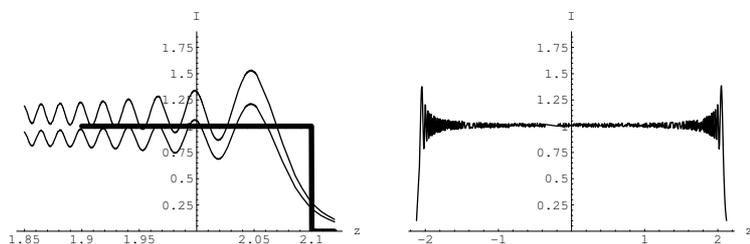


Abbildung 4.14: Normierte Intensitätsverteilungen entlang eines x-Schnitts durch das Beleuchtungsfeld. Links: Ausschnittsvergrößerung entlang eines y-Maximums (oberer Graph) und eines y-Minimums (unterer Graph). Fette Linie: normierter Intensitätsverlauf direkt hinter der Blende. Rechts: Intensitätsschnitt entlang des gesamten Beleuchtungsfeldes.

die Farbmessung mit einem Rauschen zu rechnen, welches sich jedoch über die Zeit wegmittelt. Desweiteren beträgt zwar die relative Schwankung der Intensität an den Rändern des Beleuchtungsfeldes bis zu 25%, nimmt jedoch abseits der Ränder sehr schnell auf unter 10% ab.

Es läßt sich zusammenfassen, daß es in der Beleuchtungsebene mit dem größten Abstand (1,4 mm) zur Blendenbildebene etwa in einem Flächenanteil von 25% (0,15 mm breiter Rand) zu relevanten Fehlern durch Beugungs-

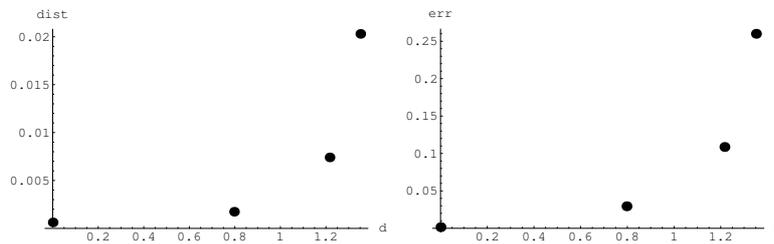


Abbildung 4.15: Links: kleinster Abstand [mm] zwischen einem Intensitätsminimum und -maximum in der  $y, z$ -Ebene in Abhängigkeit von der Entfernung [mm] vom Mittelpunkt des Bildfelds entlang einer Diagonalen, rechts: Normierte Differenz zwischen Intensitätsminimum und -maximum.

erscheinungen kommt. Bei einem Fehler von 0% an der Blendenbildebene und einer linearen Zunahme der Fehlerfläche, erhält man einen Volumenanteil von etwa 10% des gesamten Beobachtungsvolumens, in dem die Fehler durch Beugungserscheinungen relevant sind. Diese mitteln sich jedoch zeitlich wegen des geringen Abstands zwischen Intensitätsminimum und -maximum heraus.

#### 4.1.10 Elektronische Signalaufnahme

Drei Rechner steuern das Experiment, nehmen die anfallenden Daten auf und speichern diese ab (Abb. 4.16). Das Vakuumsystem, die elektrische Anregung des Plasmas und das Einschütteln der Mikropartikel wird von einem Kontrollrechner gesteuert. Meßdaten, wie der eingestellte Gasdruck, Anregungsamplitude werden digitalisiert und aufgezeichnet. Die Software wurde von der Firma Albedo und die Steuerelektronik vom MPE für Flugexperimente unter Schwerelosigkeit entwickelt.

Das Strahlprofilmeßgerät (Beam Analyzer oder Beam Profiler) besteht aus einer speziellen CCD Kamera, die auf eine möglichst fehlerfreie Abbildung der eintretenden Lichtintensität optimiert ist. Ein dazu passender Framegrabber für einen PC und eine Software wurden von der Firma Coherent bezogen. Das System ist in der Lage, parallel zur Positionsbestimmung der Mikropartikel die Qualität der Beleuchtung zu überwachen.

Die Meßkameras der 3D-Optik und der Tiefenoptik sind elektronisch synchronisiert. Die Videosignale werden auf je einen Eingang eines "RGB-Grabbers" gelegt. Dieser digitalisiert mit 8 bit pro Pixel die Bildsignale der drei monochromen Kameras und legt sie im Arbeits-Speicher des Bildaufnahmerechners ab. Die maximale Zeitdauer, die aufgezeichnet werden kann, hängt direkt vom Arbeitsspeicher des Computers ab. Der Framegrabber liefert pro Sekunde 42 MB Daten. Bei der zur Verfügung stehenden Ausrüstung war eine Aufzeichnung von maximal 400 Halbbildern über einen Zeitraum von 8 Sekunden möglich.

Da jede Kamera einem Farbkanal des Frame Grabbers angeschlossen ist, wird jeder Kamera und dem zugehörigen Laser eine Farbe zugeordnet. Diese Farben finden sich in den Abbildungen der digitalisierten Bildern wieder (RG- und B-Bilder).

## 4.2 Algorithmen zur Bildanalyse

Die Kameras des Meßinstruments liefern drei synchronisierte Bildsequenzen (R-, G- und B-Bilder). Sie werden digitalisiert und auf der Festplatte des Computers abgespeichert. Sie enthalten die Partikelbilder des RG- und des B-Systems. Aus diesen Bildsequenzen müssen die Partikelkoordinaten und -Trajektorien extrahiert werden. Für diese Aufgabe wurden eine Reihe von Algorithmen entwickelt, die in Abbildung 4.17 mit ihren funktionalen Zusammenhängen dargestellt sind.

Zunächst müssen die R-Bilder durch eine kleine Verschiebung, Drehung und Dehnung korrigiert werden, so daß die Bildkoordinaten mit denen der G-Bilder mit Pixelgenauigkeit übereinstimmen – sie bilden dann das Meßvolumen identisch ab (Korrelation, Transformation). Als nächster Schritt müssen in allen drei Bildsequenzen die Partikel erkannt werden (Segmentierung). Jedes identifizierte Partikelbild wird mit einer Gaußfunktion gefittet und daraus Partikelkoordinaten und -intensitäten für alle drei Bild-Sequenzen bestimmt (2D-Gauß-Fit). Die Intensitätsprofile der RG-Beleuchtung werden durch den Beamprofiler gemessen. Somit ist für jeden Punkt des Meßvolumens das Verhältnis der Beleuchtungsintensitäten bekannt. Durch den Vergleich mit den Streulicht-Intensitäten der Partikelbilder können die z-Koordinaten abgeschätzt werden (Transformation Intensität – z-Position). An diesem Punkt des Algorithmus sind aus den RG-Bildsequenzen die genauen x- und y- und eine Abschätzung der z-Koordinaten der Partikelbilder bestimmt. In den B-Bildsequenzen sind die genauen y- und z-Koordinaten der Partikelbilder bekannt. Nun werden die einzelnen Partikelbilder von aufeinander folgenden Bildern zugeordnet und Partikel-Trajektorien bestimmt (Tracing). Nachdem die schiefwinkligen Koordinaten des Beobachtungsvolumens in rechtwinklige umgerechnet wurden (Koordinatentransformation), werden schließlich die exakten z-Koordinaten der B-Sequenz mit den Trajektorien korreliert (Koordinaten Korrelation). Das Ergebnis sind Partikeltrajektorien mit genauen x-, y- und z-Koordinaten.

Die unterschiedlichen Teil-Algorithmen werden in den folgenden Abschnitten detaillierter beschrieben.

### 4.2.1 Beschaffenheit der Bilddaten

Die Kameras liefern 25 Vollbilder pro Sekunde mit jeweils 768 Pixeln Breite und 576 Pixeln Höhe. Jedes dieser Bilder besteht aus zwei Halbbildern,

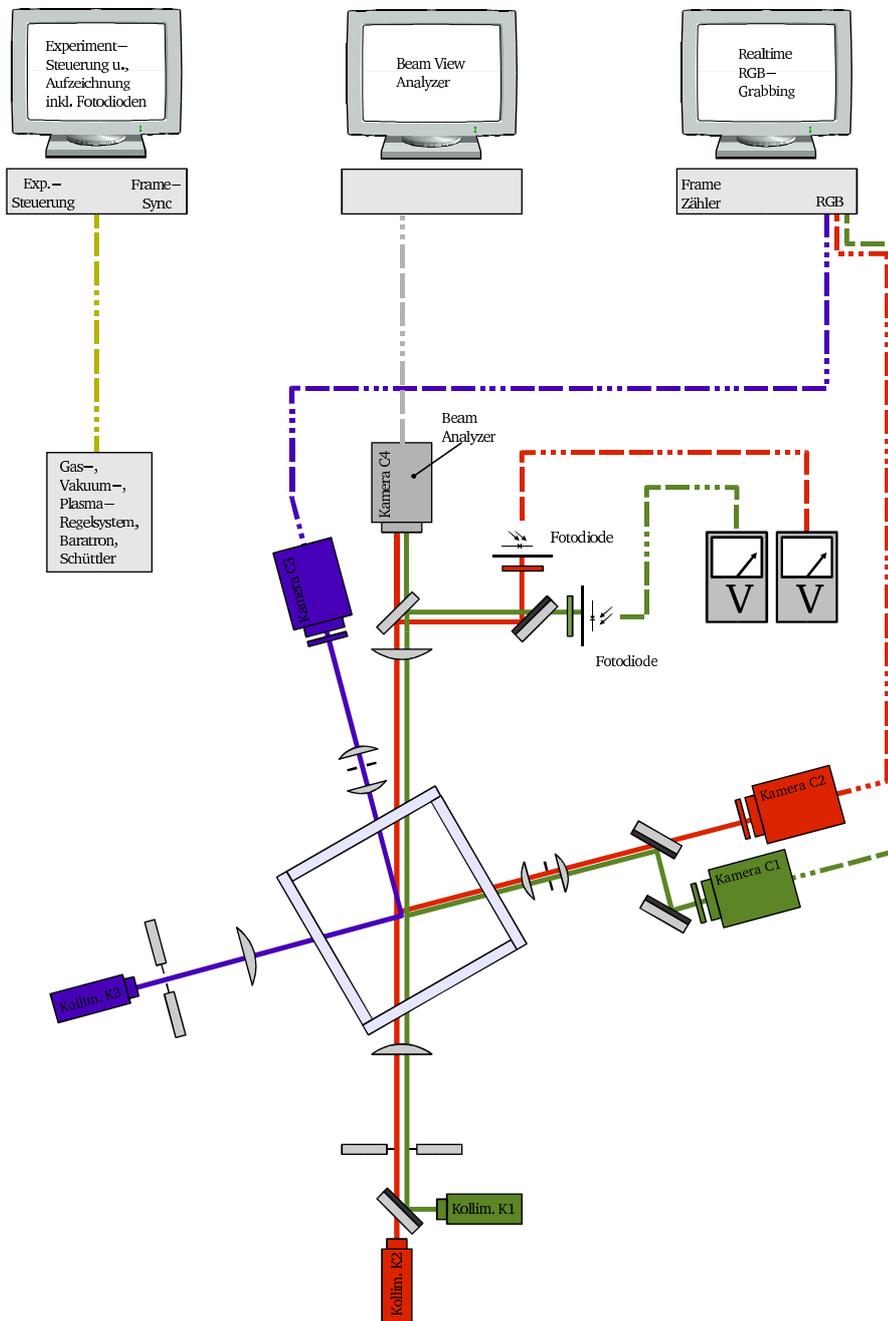


Abbildung 4.16: Elektronische Ansteuerung des Instruments – die drei Meß-Kameras sind synchronisiert, werden über einen Computer simultan digitalisiert und abgespeichert. Während des Experiments kann das Strahlprofil der beiden Laser mit einem Beam Profiler kontrolliert und kalibriert werden. Der dritte Rechner ist für die Experimentsteuerung (Plasmaanregung, Gasregelsystem, Einstreuung von Mikropartikeln) und für die Messung der Laserintensitäten zuständig.

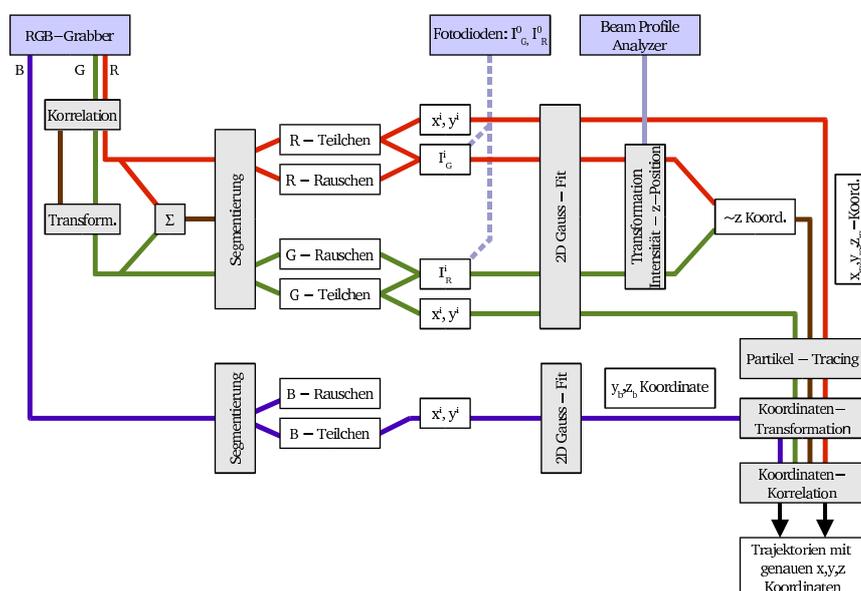


Abbildung 4.17: Schematische Darstellung der Auswertalgorithmen. Blaue Kästchen stellen Meßwerte dar, die Linien den Datenfluß, graue Kästchen sind unterschiedliche Programmteile.

die in einem zeitlichen Abstand von 20 ms aufgenommen wurden. Das erste Halbbild enthält die geraden Zeilenanzahlen (beginnen mit der nullten Zeile) und das zweite die ungeraden.

Jedes Pixel der Koordinate  $i, j$  im Halbbild  $h$  kann einen ganzzahligen Intensitätswert  $I_F^h(i, j) = I_F^h(\mathbf{p})$  zwischen 0 und 255 annehmen (8 Bit Digitalisierung). Hierbei ist

$F \in \{r, g, b\}$	Farbkanal
$h \in \{0, 1\}$	1., 2. Halbbild
$i \in \{0, 1, \dots, 767\}$	horizontaler Index
$j \in \{0, 1, \dots, 575\}$	vertikaler Index,
$\mathbf{p} = (i, j)$	Partikelkoordinate.

#### 4.2.2 Korrelation der roten und grünen Bildsequenzen

Die beiden RG-Kameras sind mechanisch so eingestellt, daß in etwa das gleiche Volumen auf ihre CCD-Oberfläche projiziert wird.  $3 \mu\text{m}$  im realen Meßvolumen werden durch das Objektiv auf  $10 \mu\text{m}$  (Pixelabstand der CCDs) abgebildet. Der optische Weg zwischen Meßvolumen und CCDs beträgt etwa 30 cm, so daß eine pixelgenaue Justage nicht möglich ist. Die RG-Bilder sind zueinander um einige Pixel verschoben, verdreht und gestreckt. Es wird eine

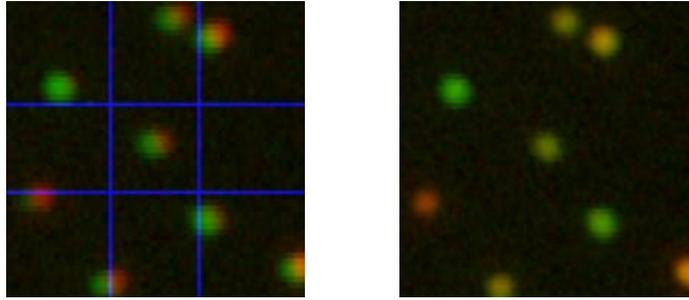


Abbildung 4.18: Algorithmus zur Überlagerung der RG-Kamerabilder. Links: Per Hand ausgewähltes Partikelbild. Innerhalb der blauen Markierung berechnet dann ein Gauß-Fitalgorithmus die genaue Teilchenposition im roten und im grünen Bild. Rechts: Gleicher Bildausschnitt, roter Kanal wurde mit dem berechneten lokalen Verschiebungsvektor korrigiert.

Abbildungsvorschrift berechnet, mit der die roten mit den grünen Bildern zur Überlappung gebracht werden.

Setzt man die Koordinaten von je drei Partikelbildern des roten  $\mathbf{p}_r$  mit dazugehörigen Partikeln des grünen Bildes  $\mathbf{p}_g$  in die Abbildungsgleichung

$$\mathbf{p}_g^{(n)} = \mathbf{A}\mathbf{p}_r^{(n)} + \vec{t}, \quad n \in \{1, 2, 3\} \quad (4.1)$$

mit  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} s_x \cos \alpha & -s_y \sin \alpha \\ s_x \sin \alpha & s_y \cos \alpha \end{pmatrix}$

ein, erhält man ein Gleichungssystem mit sechs Gleichungen, aus dem sich die fünf Freiheitsgrade der Verschiebung  $\vec{t} = (t_x, t_y)$ , Streckung  $s_x, s_y$  und Drehung um Winkel  $\alpha$  bestimmen lassen. Die drei Punktepaare sind per Hand ausgewählte Partikelbilder (Abbildung 4.18), die sowohl im R-, als auch im G-Bild gut erkennbar sind. Die genauen Partikelpositionen werden durch 2D-Gaußfits bestimmt.

Alle Bilder der R-Sequenz werden mit obiger Bildtransformation mit den Bildern der G-Sequenz zur pixelgenauen Deckung gebracht. Der verwendete Drehalgorithmus läßt die lokale Intensitätsdichte konstant und der Streckalgorithmus ändert die lokale Intensitätsdichte proportional zur Flächenänderung. Somit bleibt die Gesamtintensität eines Partikelbildes durch die Transformation unverändert.

### 4.2.3 Segmentierung der Partikelbilder

Als nächster Schritt werden die Partikelbilder in den RG- und B-Sequenzen identifiziert und anschließend deren Bildkoordinaten und Streulichtintensitäten bzw. Farbe ermittelt.

Da jedes Bild eine Projektion des 3D-Meßvolumens auf die CCD-Chipfläche ist, kommt es vor, daß sich einige Partikelbilder überlappen. Der Algorithmus muß also robust gegenüber Überlappungen der Partikelbilder sein.

Zum Erkennen der Partikelbilder haben sich rezeptive Felder bewährt, die nach dem biologischen Vorbild von Säugetier-Retina entwickelt wurden. Die Bestimmung der subpixelgenauen Koordinaten und Intensitäten geschieht mit 2D-Gauß-Funktionen.

#### 4.2.4 Partikelbild-Identifikation mit rezeptiven Feldern

Für jedes Pixel wird ein Wahrscheinlichkeitswert berechnet, der angibt, ob das Pixel zum Zentrum eines Partikelbildes gehört oder zum Hintergrundrauschen. Die Partikelbilder haben Eigenschaften, nach denen der Algorithmus gezielt sucht:

- Partikelbilder sind rund und haben einen Durchmesser von 7 bis 14 Pixel,
- die Pixel eines RG-Partikelbildes haben in etwa die gleiche Farbe,
- die Pixelintensitäten liegen teilweise nur knapp oberhalb der mittleren Intensität des Hintergrundrauschens,
- Partikelbilder unterschiedlicher Partikel können sich überlappen oder nahe beieinander liegen.

Für diese Aufgabe werden sogenannte rezeptive Felder verwendet, die denen auf der Retina von Säugetieren nachempfunden sind. Sie bestehen aus mehreren Neuronen, die auf bestimmte Bildeigenschaften (Kanten, Richtungen und Bewegungen) spezialisiert sind [16, 59, 9]. Die Signale mehrerer lokaler Photorezeptoren werden auf bestimmte Eigenschaften untersucht und zu einem spezialisierten Signal (Nervenimpuls) zusammengefasst.

Die hier verwendeten rezeptiven Felder bündeln ebenso für jedes 'Untersuchungspixel' an der Koordinate  $i_0, j_0$  die Farb- und Intensitäts-Informationen mehrerer Umgebungs-Pixel  $i_0 + k, j_0 + l$ . Der Antwortwert wird dann maximal, wenn der untersuchte Bildpunkt im Zentrum eines Partikelbildes mit obigen Eigenschaften sitzt.

Es werden kurz ein Farbmittelwert und Gewichtsfunktionen definiert, die für die rezeptiven Felder benötigt werden.

#### Mittlere Farbwerte

Eine der Partikelbildeigenschaften war es, daß die zugehörigen Pixel etwa den gleichen Farbwert haben. Um Farbwerte untersuchen zu können, werden lokale Mittelwerte berechnet, um den Einfluß des Pixelrauschens der CCDs

zu reduzieren. Jedes Pixel  $I_F^h(i, j)$  erhält den Intensitätsmittelwert  $M_F^h(i, j)$  der Pixel in seiner nahen Umgebung.

$$M_F^h(i, j) = \frac{1}{(2k+1)^2} \sum_{\substack{i' = i-k \\ j' = j-k \\ i' = i+k \\ j' = j+k}} I_F^h(i', j'), \quad k = 2 \quad (4.2)$$

Der Parameter  $k = 2$  hat sich für die Mittelwertbildung empirisch als brauchbar erwiesen.

Der mittlere Farbwert eines Pixels wird dann definiert als das Verhältnis von mittlerer roter Pixelintensität zur mittleren Gesamtintensität:

$$C^h(i, j) = \frac{M_r^h(i, j)}{M_r^h(i, j) + M_g^h(i, j)} \quad (4.3)$$

### Gewichtungsfunktionen für Intensität und Farbe

Der Einfluß der Pixelintensität und -farbe auf das rezeptive Feld wird von Gewichtungsfunktionen  $w_i, w_c$  gesteuert. Sie regeln sozusagen die Sensibilisierung auf diese Informationen.

Für die Pixelintensität hat sich eine lineare Gewichtungsfunktion  $w_i(I)$  (Abbildung 4.19) bewährt. Je höher die Intensität ist desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß dieses Pixel zu einem Partikelbild gehört. Der Intensitätsparameter errechnet sich dann durch:

$$P_{i_0, j_0}^I(k, l) = w_i [I_{rg}(i_0 + k, j_0 + l)], \quad \text{hier mit } w_i(x) = x \quad (4.4)$$

Die Pixelfarbe  $C^h(i_0, j_0)$  wird relativ zur Farbe der Nachbarpixel  $C^h(i_0 + k, j_0 + l)$  ausgewertet. Empirisch wurde folgende Funktion gefunden:

$$P_{i_0, j_0}^C(k, l) = w_c [|C(i_0, j_0) - C(i_0 + k, j_0 + l)|], \quad \text{mit} \quad (4.5)$$

$$w_c(x) = \frac{1}{\pi} \arctan(70x - 3)$$

Die arctan-Funktion wird häufig bei der mathematischen Modellierung neuronaler Netze als Schwellwert-Funktion verwendet [53, 9].

### Form der rezeptiven Felder

Die verwendeten rezeptiven Felder ähneln denen, die man in der Retina von Katzenaugen gefunden hat [8]. Sie bestehen aus einem inneren exzitatorischen Bereich, der die Reizimpulse der Fotorezeptoren mit positiven Gewichten verstärkt, und einem äußeren inhibitorischen Ring, der hemmende Impulse an das nachgeschaltete Neuron weiterleitet (negatives Gewicht), wenn die zugeordneten Photorezeptoren stimuliert werden. Man nennt die

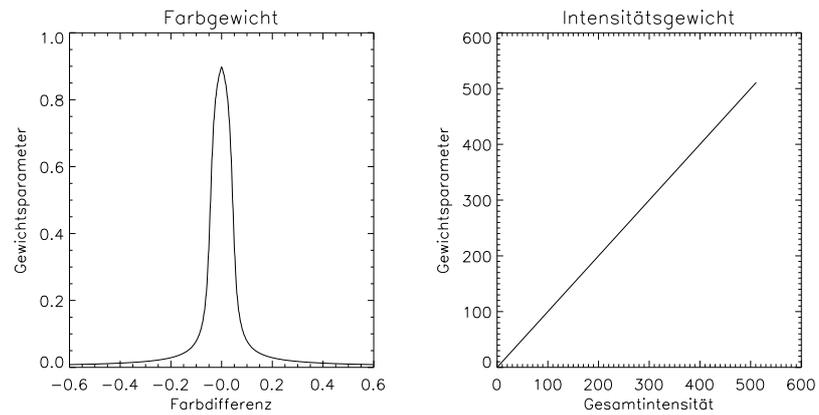


Abbildung 4.19: Gewichtungsfunktionen für Farbdifferenz  $w_c(C)$  (links) und Pixel-Intensität  $w_i(I)$  (rechts).

$N$	$d_{rf}$	$N$	$d_{rf}$	$N$	$d_{rf}$	$N$	$d_{rf}$
0	7.6	4	9.4	8	11.3	12	12.8
1	7.9	5	10.1	9	11.8	13	13.2
2	8.5	6	10.6	10	12.0	14	13.6
3	8.8	7	11.1	11	12.4	15	13.8

Tabelle 4.1: Durchmesser des exzitatorischen Bereichs der rezeptiven Felder in Pixel.  $N$ : Nummer des Feldes.

Funktion des inhibitorischen Rings auch laterale Hemmung. Sie dient dazu, das Auge auf Kantenverläufe (hier Ring) zu sensibilisieren [16, 59].

Es werden mehrere rezeptive Felder unterschiedlicher Größe verwendet (Abbildung 4.20 und Tabelle 4.1). Jedes der Felder ist in einem quadratischen Bereich mit der Kantenlänge von 17 Pixeln eingebettet. Der exzitatorische innere Bereich (weiß) entspricht einem Reizleitungsgewicht von 1. Der äußere schwarze Ring ist von der Fläche etwa halb so groß und hat einen negativen Wert von etwa -2. Da die Flächen nur aus ganzzahlig vielen Pixeln zusammengesetzt werden können und es wichtig ist, die Flächen so rotations-symmetrisch wie möglich zu gestalten (um keine Richtungspräferenz zur erhalten), kann der inhibitorische Ring nicht exakt halbsoviele Pixel enthalten. Der Gewichtswert des inhibitorischen Rings ist so gewählt, daß die Summe aller Pixel über die Rezeptorenfläche null ergibt. Der restliche Rand des quadratischen Bereichs (grau) ist null. Die Felder werden als Matrix definiert,  $N$  ist dabei die Feldnummer:

$$R_N(k, l) \in \{0, 1, \approx -2\} \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} k, l \in \{-8, \dots, 8\}, \\ N \in \{0, 1, \dots, 15\} \\ \sum_{k, l} R_N = 0 \end{array} \quad (4.6)$$

**Anwendung der rezeptiven Felder auf B-Bilder** Die B-Bilder enthalten für jedes Bildpixel genau einen Intensitätswert. Die Pixelumgebung um das untersuchte Pixel  $i_0, j_0$  wird mit sämtlichen rezeptiven Feldern gefaltet:

$$f_b^{i_0, j_0}(N) = \sum_{k, l=-8}^8 R_N(k, l) \cdot P_{i_0, j_0}^I(k, l) \quad (4.7)$$

Anschaulich ist klar, daß die Antwortfunktion für  $i_0, j_0, N$  genau dann maximal wird, wenn das Mittelpixel des Partikelbildes im Zentrum des exzitatorischen Bereichs liegt und der Innendurchmesser des inhibitorischen Rings mit dem Durchmesser des Partikelbildes übereinstimmt. Die rezeptiven Felder erkennen also die Mittelpunktspixel eines Partikelbildes und bestimmen gleichzeitig ihre Größe, die durch die Feldnummer  $N$  gegeben ist.

**Anwendung auf RG-Bilder** Die RG-Bilder enthalten für jedes Pixel zwei Intensitätswerte. Bei der Segmentierung wird die Gesamtintensität und auch mittlere Pixelfarbe verwendet. Das ermöglicht die Segmentierung von Partikelbildern, die sich teilweise überlappen. Ein Beispiel, das sowohl vom menschlichen Auge als auch von den verwendeten rezeptiven Feldern mit Leichtigkeit gelöst werden kann, ist in Abbildung 4.21 dargestellt.

Die Antwortfunktion für die RG-Bilder ist analog zu Gleichung 4.7 definiert:

$$f_{rg}^{i_0, j_0}(N) = \sum_{k, l=-8}^8 R_N(k, l) \cdot P_{i_0, j_0}^I(k, l) \cdot P_{i_0, j_0}^C(k, l) \quad (4.8)$$

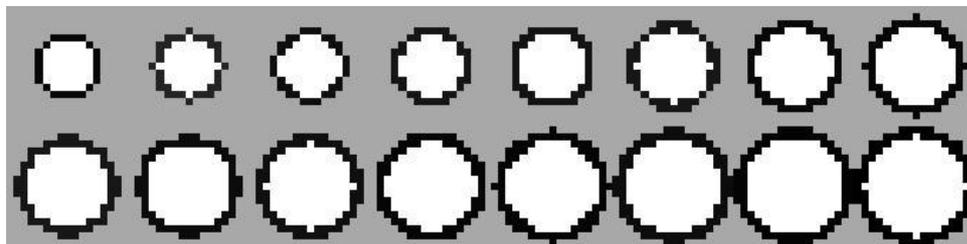


Abbildung 4.20: Die verwendeten rezeptiven Felder zur Partikelerkennung mit einer Kantenlänge von 17 Pixel. Grau entspricht dem Gewicht 0, weiß 1 (exzitatorischer Bereich) und schwarz etwa -2 (inhibitorischer Bereich – siehe Text). Die exzitatorischen Flächen sind etwa doppelt so groß wie der umschließende inhibitorische Ring. Sie unterscheiden sich im Durchmesser des exzitatorischen und inhibitorischen Bereiches (weiß und schwarz).

### Selektion plausibler Antwortwerte der rezeptiven Felder

Die rezeptiven Felder ordnen jedem Pixel einen Wert zu, der ein Maß ist, ob das Pixel Zentrum eines Partikelbildes ist oder zum Hintergrundrauschen gehört. Ein Antwortwert identifiziert mit hoher Wahrscheinlichkeit genau dann einen Partikelbildmittelpunkt, wenn

- im Umkreis von 5 Pixeln kein Pixel existiert, dem ein größerer Antwortwert zugeordnet wurde und wenn
- der Antwortwert größer ist als ein empirisch festgelegter Schwellwert von 30.

In der ersten Regel steckt, daß das Mittelpunktspixel zum einen ein lokales Maximum in der Antwortfunktion sein muß, und zum anderen, daß sich die Mittelpixel von überlappenden Partikelbildern maximal auf 5 Pixel annähern können (empirisch beobachtet).

#### 4.2.5 Bestimmung der Partikelkoordinaten und -farben

Die rezeptiven Felder des letzten Abschnitts haben die pixelgenaue Position und Größe der Partikelbilder ermittelt. Als nächster Schritt werden die Partikelkoordinaten mit Subpixel-Genauigkeit und ihre Streulichtintensität bzw. Farbe berechnet.

Mit einer idealen Abbildungsoptik würde ein Mikropartikel mit einem Durchmesser von  $3,4 \mu\text{m}$  auf ein einziges Pixel abgebildet werden. Durch die nichtidealen Linsen, den kleinen Aperturen in den Objektiven (O1, O2) und durch die planparallelen Glaswände der Vakuumkammer (Astigmatismus) sinkt die Abbildungsschärfe. Die Partikelbilder haben einen Durchmesser

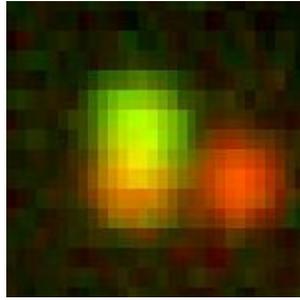


Abbildung 4.21: Drei unterschiedliche Partikel, deren Bilder sich teilweise überlappen. Der Segmentierungsalgorithmus erkennt alle drei als unterschiedliche Partikel. Die Farbkanäle (rot, grün) wurden gestreckt, um eine deutliche Abbildung zu erreichen.

von 7 bis 14 Pixel; sie sind also erheblich größer als bei einer aberrationsfreien Abbildungsoptik. Glücklicherweise steigt mit der Anzahl der unabhängigen Ortsmeßwerte (Pixelanzahl) die Meßgenauigkeit, mit anderen Worten, je unschärfer die Partikelabbildung desto präziser die Koordinatenauflösung und Intensitätsmessung (siehe auch Abschnitt 4.2.7). Ebenso verhält es sich mit der Intensitätsmessung der Partikel. Würde die Streulichtintensität auf nur ein einziges Pixel abgebildet werden, stünden nur theoretische 256 Meßwerte (8 Bit Digitalisierung) zur Verfügung. Verteilt sich die Streulichtintensität jedoch auf z.B. 150 Pixel, erhöht sich die Anzahl der theoretisch möglichen Meßwerte um den Faktor 150.

Ausgewertet werden die Partikelbilder durch 2D-Gauß-Funktionen, deren Parameter an die Intensitätswerte der Partikelbild-Pixel angepaßt werden:

$$I(i, j) = N + h \exp \left[ -\frac{1}{2} \frac{(i - x)^2 + (j - y)^2}{r^2} \right]. \quad (4.9)$$

Die genauen Partikelbildkoordinaten ergeben sich aus der Maximumsposition  $\mathbf{p} = (x, y)$  der Gauß-Funktion und die Streulichtintensität aus dem eingeschlossenen Volumen  $2\pi r^2 h$ . Zusätzlich erhält man den lokalen Mittelwert des Hintergrundrauschens  $N$ .

Im einfachsten Fall werden für beide Farbkanäle je fünf Gaußparameter  $N_r, h_r, \mathbf{p}_r, r_r$  und  $N_g, h_g, \mathbf{p}_g, r_g$  durch das Minimum der Summe aller Abstandsquadrate ('least square') bestimmt (Abb. 4.22). Leider konvergiert das Verfahren in vielen Fällen nicht. Die Gründe sind, daß

- die Intensität eines Farbkanals zu nahe an der Rauschschwelle liegt oder
- ein weiteres Partikel sich mit dem zu fittenden Partikel überlappt.

Ein Beispiel für das Versagen des normalen Gauß-Fits ist in der Abbildung 4.23 dargestellt.

Um den Algorithmus dennoch gegenüber diesen beiden Einflüssen robust zu gestalten, werden unterschiedliche Fits mit eingeschränkten Freiheitsgraden durchgeführt und dann bewertet. Der nach den angewendeten Kriterien wahrscheinlich beste Fit wird ausgewählt. Folgende Fitkombinationen werden berechnet (Abb. 4.22, 4.23), wobei  $\mathbf{p}_{\text{rf}}$  die pixelgenaue Position und  $2r_{\text{rf}}$  der exzitatorische Durchmesser des rezeptiven Feldes ist:

- GrrGgg: alle Gauß-Parameter werden sowohl für das rote als auch für das grüne Bild ohne Einschränkung angepaßt. Die Partikelbildkoordinate ist der Mittelwert aus dem roten und grünen Gauß-Maximum.
- RFrRFg: Die Gauß-Maxima werden auf das Mittelpixel des rezeptiven Feldes festgelegt ( $\mathbf{p}_r = \mathbf{p}_g = \mathbf{p}_{\text{rf}}$ ). Alle restlichen Parameter werden frei gefittet.
- GrrGrg: Alle roten Parameter sind frei, die grünen Partikelkoordinaten werden durch die aus dem roten Fit berechneten festgelegt  $\mathbf{p}_g = \mathbf{p}_r$ . Die übrigen grünen Parameter bleiben frei.
- GgrGgg: Alle grünen Parameter sind frei, die Koordinaten des roten Gauß-Maximums werden durch die grünen festgelegt  $\mathbf{p}_r = \mathbf{p}_g$ .
- GrrGrS: Alle roten Parameter sind frei, die grünen Koordinaten des Gauß-Maximums und die Halbwertsbreite werden durch die im Rot ermittelten festgelegt:  $\mathbf{p}_g = \mathbf{p}_r, r_g = r_r$ .
- RFrRFS: Die Koordinaten der Gauß-Maxima werden durch das Mittelpixel des rezeptiven Feldes ( $\mathbf{p}_r = \mathbf{p}_g = \mathbf{p}_{\text{rf}}$ ) und die grüne Halbwertsbreite durch die im roten gefundene festgelegt ( $r_g = r_r$ ).
- GgSGgg: Alle grünen Parameter sind frei, die Koordinaten und Halbwertsbreite der roten Gauß-Funktion werden durch die im Grünen ermittelten festgelegt ( $\mathbf{p}_r = \mathbf{p}_g, r_r = r_g$ ).
- RFSRFg: Die Koordinaten der Gauß-Maxima werden durch das Mittelpixel des rezeptiven Feldes ( $\mathbf{p}_r = \mathbf{p}_g = \mathbf{p}_{\text{rf}}$ ) und die rote Halbwertsbreite durch die im grünen gefundene festgelegt ( $r_r = r_g$ ).
- RFFRFF: für Rot und Grün sind nur noch das lokale mittlere Hintergrundrauschen  $N_r, N_g$  und die Gauß-Höhe  $h_r, h_g$  freie Parameter, Koordinaten und Halbwertsbreiten werden durch das rezeptive Feld vorgegeben.

In Tabelle 4.2 sind die Fitkombinationen mit den entsprechenden Freiheitsgraden zusammengestellt. Alle Kombinationen werden auf jedes Partikel angewendet und zur Bewertung der Konvergenz eine individuelle Bewertungsfunktion berechnet. Diejenige Fitkombination, welche die höchste

	$N_r, h_r$	$\mathbf{p}_r$	$r_r$	$N_g, h_g$	$\mathbf{p}_g$	$r_g$	Bewertungsfunktion
GrrGgg							$(Gr_rGr_gGf_rGf_gGp)^{\frac{1}{5}}$
RFrRFg		RF			RF		$(Gf_rGf_gGp)^{\frac{1}{3}}$
GrrGrg					Rot		$(Gr_rGf_rGr_g)^{\frac{1}{3}}$
GgrGgg		Grün					$(Gr_rGr_gGf_g)^{\frac{1}{3}}$
GrrGrS					Rot	Rot	$(Gr_rGf_r)^{\frac{1}{2}}$
RFrRFS		RF			RF	Rot	$(Gr_r)$
GgSGgg		Grün	Grün				$(Gr_gGf_g)^{\frac{1}{2}}$
RFSRFg		RF	Grün		RF		$(Gr_g)$
RFFRFF		RF	RF		RF	RF	thrsh

Tabelle 4.2: Übersicht der Fitkombinationen mit Freiheitsgraden: Die Einträge RF, Rot, Grün bedeuten, daß die entsprechenden Freiheitsgrade durch das rezeptive Feld oder die Parameter des jeweils anderen Farbkanals vorgegeben werden. Anhand der Bewertungsfunktion wird ausgewählt, welche Fitkombination verwendet wird.

Bewertung erhält, wird ausgewählt. Die Bewertungsfunktionen mit empirisch gefundenen Parametern haben folgende Bedeutung:

- $Gr_{r,g} = \exp\left[-\frac{1}{2}(r_{r,g} - \xi)^2/\sigma_r^2\right]$ ,  $\xi = 2.75$ ,  $\sigma_r = .75$ : Bewertung der ermittelten Halbwertsbreite  $2r_{r,g}$ . Sie sollte etwa der Hälfte des wahrscheinlichsten Partikelbilddurchmessers entsprechen.
- $Gf_{r,g} = \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{p}_{r,g} - \mathbf{p}_{rf})^2/\sigma_f^2\right]$ ,  $\sigma_f = 2$ : Bewertung des Abstands zwischen der Maximumsposition  $\mathbf{p}_{r,g}$  und dem Mittelpixel des rezeptiven Feldes  $\mathbf{p}_{rf}$ . Wird dieser zu groß, hat sich entweder das rezeptive Feld 'geirrt' oder einer der Gauß-Fits divergiert.
- $Gp = \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{p}_r - \mathbf{p}_g)^2/\sigma_{rg}^2\right]$ ,  $\sigma_{rg} = 1.5$ : Bewertung des Abstands zwischen rotem und grünem Gauß-Maximum (wird dieser zu groß, ist einer der beiden Gauß-Fits divergent oder fittet ein anderes Partikelbild).
- thrsh = 0,0125: empirisch ermittelter Schwellwert.
- Zusätzlich zu der Bewertungsfunktion werden auf die Gauß-Parameter Ausschlußkriterien angewendet. Ist  $N_{r,g} < 0$ ,  $h_{r,g} < 0$  oder  $h_{r,g} > 255$ , wird der Fit als divergent betrachtet und aus der Bewertung ausgeschlossen.

Da die Bewertungsparameter aufmultipliziert werden und je nach Fitkombination unterschiedlich viele Faktoren eingehen, werden sie mit einem Exponenten (inverse Anzahl der Wahrscheinlichkeitswerte) normiert.

Die ausgewählten Gauß-Parameter liefern alle benötigten Informationen über die Partikelbilder. Den Lohn des Aufwands kann man in Abbildung

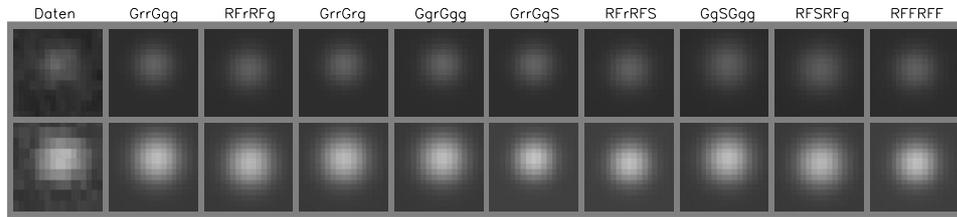


Abbildung 4.22: Rekonstruktion eines Partikelbildes durch Gauß-Fitparameter. Daten: Originaldaten der Kameras. Obere Reihe: Rote Intensitätsverteilung, untere Reihe: Grüne Intensitätsverteilung.

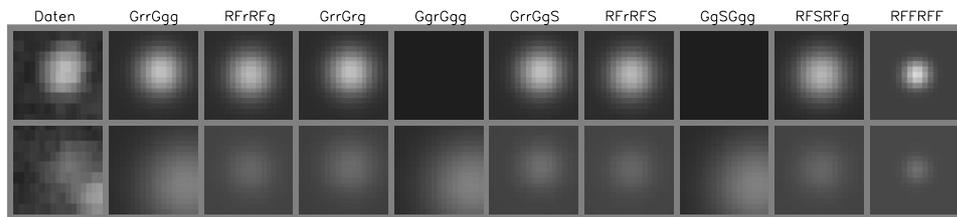


Abbildung 4.23: Beispiel eines anspruchsvolleren Gauß-Fits eines Partikels, welches eine geringe "Grünintensität" hat und in dessen Nähe sich ein weiteres Partikel mit starkem Grünanteil befindet.

**4.24** betrachten: Aus den ermittelten Partikelbildparametern lassen sich ihre Position, Farbe und Gesamtintensität rekonstruieren.

Zusammenfassend seien nochmal die Werte aufgelistet, die für jedes Partikelbild bestimmt werden:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Streulichtintensität} & I_r = 2\pi r_r^2 h_r, \quad I_g = 2\pi r_g^2 h_g \\
 \text{Partikelbildkoordinate} & \mathbf{p} = (x, y) \\
 \text{lokales Hintergrundrauschen} & N_r, \quad N_g
 \end{array} \quad (4.10)$$

#### 4.2.6 Ermittlung der z-Koordinate aus der Partikel-Farbe

Im letzten Kapitel sind für die Partikelbilder in den RG-Sequenzen die Streulichtintensitäten und Farben bestimmt worden. Das Verhältnis der Intensitätswerte enthält die Information über die dritte Partikelkoordinate senkrecht zur RG-Bildebene.

Die Lichtwellenfelder an der Bildebene der Blende A1 (Abbildung 4.5) werden durch die Beamprofiler-Linse L3 auf die CCD-Oberfläche des Profilers abgebildet. Kurz vor der Messung kann durch das Abdunkeln je eines Lasers die Intensitätsverteilung des anderen im Meßvolumen ermittelt werden. Aus ihnen können für jeden Punkt im Meßvolumen das Verhältnis der Beleuchtungsintensitäten  $I_r/(I_r + I_g)$  abgeschätzt werden, die in Abbildung 4.25 als Konturlinien in der  $y$ -,  $z$ -Ebene dargestellt sind.

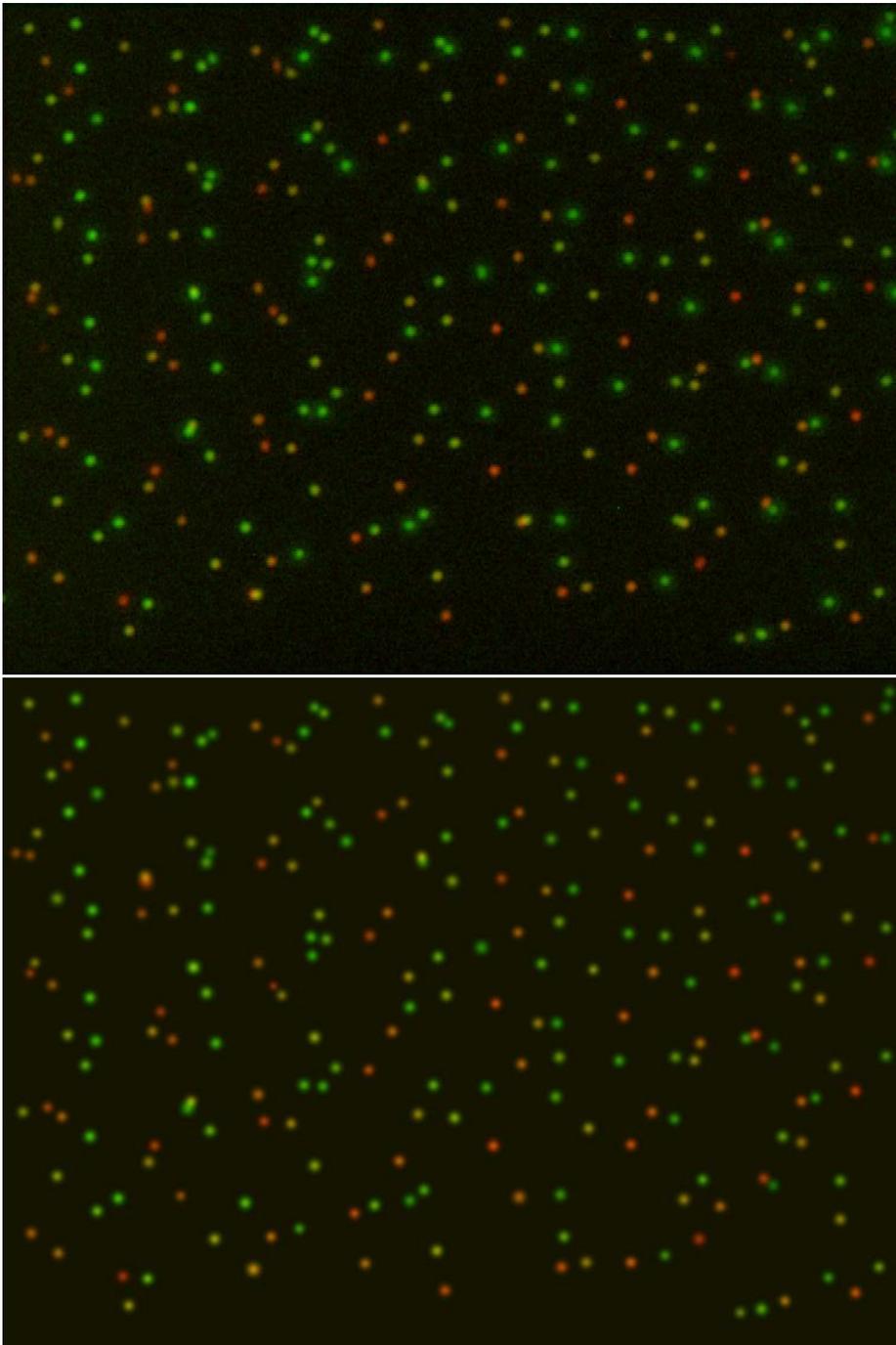


Abbildung 4.24: Rekonstruktion eines kompletten Kamerabildes durch die ermittelten Gauß-Parameter aller Partikel – oben: 'Rohes' Kamerabild der beleuchteten Partikel. Unten: Rekonstruktion des Bildes aus Gauß-Parametern, die für jedes Partikelbild berechnet wurden (Gleichungen 4.10).

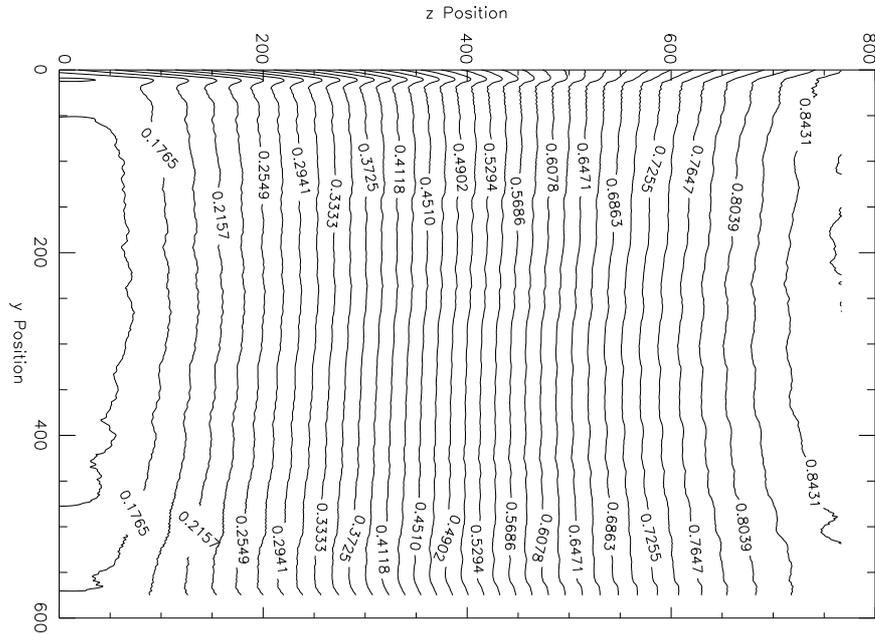


Abbildung 4.25: Zusammenhang zwischen dem Intensitätsverhältnis  $I_r/(I_r + I_g)$  und der Partikel  $z$ -Position. In Abhängigkeit der  $y$ -Koordinate kann anhand der Konturlinien aus dem Farbwert eines Partikelbildes die  $z$ -Koordinate bestimmt werden.

Die Farbwerte der Partikelbilder können mit diesem Konturdiagramm in Abhängigkeit der Partikel  $y$ -Koordinate einer  $z$ -Koordinate zugeordnet werden.

Exemplarisch sind in Abbildung 4.26 für eine Partikeltrajektorie ihre  $z$ -Koordinaten, die jeweils aus dem Farbwert und mit der B-Kamera ermittelt wurden, zum Vergleich aufgetragen. Man erkennt eine gute Übereinstimmung mit den Mittelwerten aus der Farbmessung, jedoch reicht die erzielte Auflösung noch nicht an die Auflösung des B-Systems heran. Es ergibt sich aus der relativen Abweichung eine Meßgenauigkeit durch die Partikelfarbe von  $60\mu\text{m}$  bei einer Tiefe des Meßvolumens von 2,1 mm.

Es fällt ein konstanter Offset zwischen beiden Koordinatenverläufen auf. In Kapitel 4.3 wird gezeigt, daß sich aus diesem Offset möglicherweise die Partikelgröße ermitteln läßt.

#### 4.2.7 Fehlerbetrachtung der Koordinatenmessung

Die RG- und B-Kameras übertragen jede Sekunde 25 Vollbilder, die sich in zwei um 20 ms versetzte Halbbilder aufteilen und jeweils nur die Hälfte der  $y$ -Zeilen enthalten. Das erste Halbbild enthält die geraden Zeilen (0, 2, ...),

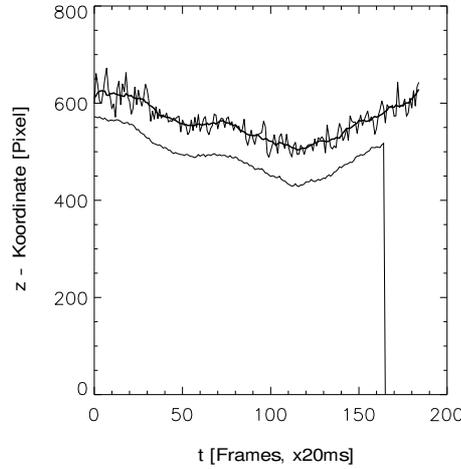


Abbildung 4.26: Vergleich der Meßgenauigkeit der unterschiedlich ermittelten  $z$ -Position einer Partikeltrajektorie.  $x$ -Achse: Zeit [Bilder,  $\times 1/50$ s],  $y$ -Achse:  $z$ -Koordinate einer Partikeltrajektorie. Dünne, verrauschte Linie: gemessen durch Farbinformation, dicke Linie: Mittelwert aus 8 Meßpunkten. Dünne Linie darunter: mit der Kamera C3 gemessene  $z$ -Koordinate. Nach 164 Bildern hat der Algorithmus das Partikelbild in der B-Sequenz verloren, daher bricht die untere Linie ab.

das zweite die ungeraden  $(1, 3, \dots)$ . Gegenüber der Positionsbestimmung in  $x$  und  $z$  halbiert sich damit die Auflösung in  $y$ . Jedoch wird die  $y$ -Koordinate von drei Kameras unabhängig voneinander gemessen. Jedes Pixel liefert eine Positionsbestimmung mit einer Genauigkeit von  $3 \mu\text{m}$  ( $x, z$ ) bzw.  $6 \mu\text{m}$  ( $y$ ). Die Partikelbilder haben durchschnittlich einen Durchmesser von etwa 10 Pixeln und somit eine Fläche von etwa 150 Pixeln, wovon jedes Halbbild etwa 75 enthält. Jedes dieser Pixel geht als unabhängiger Meßwert in die Koordinatenbestimmung durch 2D-Gauß-Fits ein. Daraus ergeben sich je nach Anzahl der Messungen  $N_m$  für die Auflösungen (Genauigkeit der Einzelmessung/ $\sqrt{N_m}$ ) in den unterschiedlichen Raumrichtungen:

Koordinate	Pixelabstand	Meßwerte	Genauigkeit
$x$	$3 \mu\text{m}$	$2 \times 75$	$\approx 0,2 \mu\text{m}$
$y$	$6 \mu\text{m}$	$3 \times 75$	$\approx 0,4 \mu\text{m}$
$z$	$3 \mu\text{m}$	$1 \times 75$	$\approx 0,2 \mu\text{m}$

Anzumerken ist jedoch, daß die Zuordnung der genauen  $z$ -Koordinate zu den  $x$ - und  $y$ -Koordinaten noch nicht geschehen ist. Es ist sozusagen noch unbekannt, welche Pärchen von  $x, y$ -Koordinaten zu welchen  $z$ -Koordinaten gehören. Das folgt erst im Abschnitt 4.2.10.

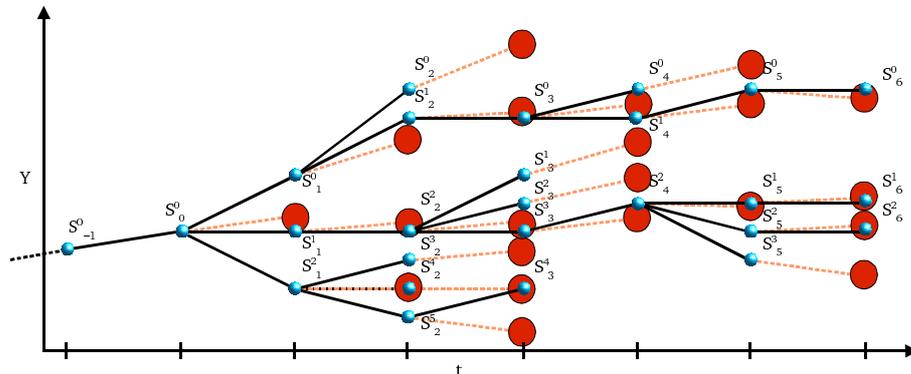


Abbildung 4.27: Schematische Darstellung des Trajektorienalgorithmus: x-Achse: Zeit [Bilder,  $\times 1/50$  s], y-Achse: Eine exemplarische Partikelkoordinate (z.B.  $x, y$ ), blaue Kugeln: Mikropartikel, rote Kreise: erwartete Partikelposition, rote Linien: Verknüpfung zwischen letzter Partikelposition und der nächsten erwarteten. schwarze Linie: Verbindung zwischen möglichen Trajektorienpunkten, unterer Partikel-Index (S): relative Zeit [Frames] (Ausgangsbild entspricht  $t=0$ ), oberer Index: Nummer des Partikelbildes im Kamerabild.

#### 4.2.8 Bestimmung der Partikeltrajektorien

Für jedes einzelne RG-Bild sind die Partikelkoordinaten in x- und y- bestimmt und in z abgeschätzt worden. Nun müssen diejenigen Partikelbilder in aufeinanderfolgenden Bildern einander zugeordnet werden, die zu dem gleichen physikalischen Partikel gehören. Es werden also die Trajektorien der realen Partikel bestimmt.

Anschaulich funktioniert der entwickelte Algorithmus folgendermaßen: Es wird ein Partikelbild im RG-Bild zur Zeit  $t = 0$  ausgewählt. Schaut man an den gleichen Koordinaten im folgenden Bild zur Zeit  $t = 1$ , wird an der exakt gleichen Position wahrscheinlich kein Partikel zu finden sein, da sich das reale Teilchen durch Brown'sche Bewegung oder durch einen Partikelfluß wegbewegt hat. Befinden sich in der nahen Umgebung mehrere Partikel, muß entschieden werden, welches der Partikelbilder zum gleichen realen Partikel des vorangegangenen Bildes gehört. Je weiter sich ein Partikelbild von der Ursprungsposition weg befindet, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, daß es sich um das gesuchte handelt. Es kann also eine Art Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den Partikelbildern in aufeinanderfolgenden Bildern definiert werden. Hat man bereits einige Zuordnungen getroffen, kann man mit einer gemittelten Geschwindigkeit abschätzen, an welcher Position sich das nächste Partikelbild wahrscheinlich befinden sollte. Wie ein Schachprogramm, welches die Konsequenz unterschiedlicher Zugkombinationen in mehreren zeitlichen Tiefen bewertet, untersucht der Tracing-Algorithmus

verschiedene Zuordnungskombinationen (Zuordnungsbäume) und die entsprechenden Äste von Übergangswahrscheinlichkeiten für unterschiedliche zeitliche Tiefen. Die Wahrscheinlichkeiten werden schließlich aufmultipliziert und diejenige Partikelbildfolge mit dem höchsten Produkt ausgewählt.

Folgende Symbole werden definiert:

- $N_{\text{Tr}} = 6$ : Maximale Anzahl der Frames, die der Algorithmus für das Auffinden der Trajektorien in Betracht zieht. Dieser Wert hat sich als guter Kompromiß zwischen benötigter Rechenzeit und Ergebnisqualität bewährt,
- $\text{rg}\mathbf{s}_t^i = [\text{rg}x_t^i, \text{rg}y_t^i, \text{rg}z_t^i]$ : Koordinate des Partikelbildes  $i$  im RG-Bild zur Zeit  $t$ ,
- $\mathbf{T}^j = \{i_{t_0}, i_{t_0+1}, \dots, i_{t_0+N_{\text{Tr}}-1}\}$ : Folge von gefundenen Partikelbildnummern  $i_t$  aufeinanderfolgender RG-Bilder, die zu einer Trajektorie  $j$  mit einer Länge von  $N_{\text{Tr}}$  Frames gehören.  $i = T_{t'}^j$  ist die Partikelbildnummer der Trajektorie  $j$  im Frame  $t'$ ,
- $G_\sigma(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2\right]$ : Gauß-Funktion,
- $\Delta t = 20\text{ms}$ : Zeitdifferenz zwischen aufeinanderfolgenden (Halb-) Bildern.

In Abbildung 4.27 ist das Prinzip des Tracing-Algorithmus dargestellt. Ausgehend von einem Partikel  $\mathbf{s}_0^0$  in Frame  $t = 0$  mit der Partikelbildnummer 0 soll das beste passende Partikelbild im folgenden Frame ( $t = 1$ ) gefunden werden. Der Algorithmus ist so entworfen, daß er nicht nur das nächst beste Partikelbild des folgenden Frames in Betracht zieht, sondern auch die zeitliche Entwicklung bis in einer Tiefe von  $N_{\text{Tr}}$  Frames. Die folgenden Rechenschritte werden für alle Frames und für alle Partikelbilder, die noch nicht einer Trajektorie zugeordnet wurden, durchgeführt. Für das Partikelbild werden folgende Größen bestimmt:

- $\text{rg}\bar{\mathbf{s}}_t^i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \text{rg}\mathbf{s}_{t-k}^{(T_{t-k}^j)}$ : Gemittelte Koordinate des Partikelbildes  $i$  der Trajektorie  $j$  aus den bereits zugeordneten Partikelbildern mit den Nummern  $T_{t-k}^j$ . Die Mittelung geschieht mit einer maximalen Tiefe von  $N = N_{\text{Tr}}$  Zeitschritten,
- $\text{rg}\bar{\mathbf{v}}_t^i = [\text{rg}\bar{v}_t^i, \text{rg}\bar{v}_t^i, \text{rg}\bar{v}_t^i] = (\text{rg}\bar{\mathbf{s}}_t^i - \text{rg}\bar{\mathbf{s}}_{t-1}^{i-1}) / \Delta t$ : Mittlere Geschwindigkeit,
- $\text{rg}\tilde{\mathbf{s}}_t^i = [\text{rg}x_t^i + \text{rg}\bar{v}_t^i \cdot \Delta t, \text{rg}y_t^i + \text{rg}\bar{v}_t^i \cdot \Delta t, \text{rg}z_t^i]$ : Ausgehend vom Partikelbild  $i$  im Bild  $t$  voraussichtlich nächste Partikelposition im Frame  $t + 1$  (rote Kreise in Abbildung 4.27). Die  $x, y$  Position wird anhand der gemittelten Geschwindigkeit extrapoliert, die  $z$ -Geschwindigkeit ist zu ungenau, um eine sinnvolle Extrapolation durchzuführen,

- $[\text{rg}\Delta_x, \text{rg}\Delta_y, \text{rg}\Delta_z] = \mathbf{s}_{t+1}^j - \tilde{\mathbf{s}}_t^i$ : Ausgehend vom Partikelbild  $i$  in Frame  $t$ : Abstände zwischen der vorhergesagten nächsten Partikelbildposition und den vorhandenen Partikelbildern  $j$  im Frame  $t + 1$ .

Nun werden unterschiedliche Partikelkombinationen mit 'Übergangswahrscheinlichkeiten' bewertet und die jeweils plausibelste ausgewählt. Folgende Größen gehen in die Rechnung mit ein:

- ${}_xP_t^{ij} = G_{\sigma_x}(\text{rg}\Delta_x)$ : 'Übergangswahrscheinlichkeit' anhand der x-Koordinate, daß ein Partikelbild mit der Nummer  $i$  aus dem Frame  $t$  und ein Partikelbild  $j$  aus dem Frame  $t + 1$  zum gleichen realen Partikel gehören.
- ${}_yP_t^{ij} = G_{\sigma_y}(\text{rg}\Delta_y)$ : 'Übergangswahrscheinlichkeit' anhand der y-Koordinate,
- ${}_zP_t^{ij} = G_{\sigma_z}(\text{rg}\Delta_z)$ : 'Übergangswahrscheinlichkeit' anhand der z-Koordinate,
- $\sigma_x, \sigma_y \in \{5; 5; 4, 5; 4, 25; 4; 3, 75; 3, 5\}$  Pixel: Gauß-Parameter zur Berechnung der Übergangswahrscheinlichkeit anhand der x- und y-Koordinate in Abhängigkeit der Trajektorienlänge. Je länger die Trajektorie, desto kleiner kann der 'Suchradius' werden, da die gesuchte Partikelposition gut anhand der mittleren Geschwindigkeiten extrapoliert werden kann. Außerdem wird die Gauß-Funktion höher, was bewirkt, daß längere Trajektorien größere Zuordnungswahrscheinlichkeiten erhalten.
- $\sigma_z \in \{100; 100; 85; 75; 65; 55; 50\}$  Pixel: Gauß-Parameter für die z-Koordinate. Auswahl des Zahlenwerts analog zu  $\sigma_{y,z}$ .
- ${}_TP_{t'}^{\{i\}} = \prod_{t=t'}^{t'+N-1} ({}_xP_t^{i_t j_t}) \cdot ({}_yP_t^{i_t j_t}) \cdot ({}_zP_t^{i_t j_t})$ , mit  $j_t = i_{t+1}$ : Aufmultiplizierte Gesamtwahrscheinlichkeit, daß die Partikelbildfolge  $\mathbf{s}_{t'}^{i_{t'}}$ ,  $\mathbf{s}_{t'+1}^{i_{t'+1}}, \dots, \mathbf{s}_{t'+N-1}^{i_{t'+N-1}}$  zu dem gleichen (realen) Partikel gehört und damit eine Trajektorie darstellt.

In Abbildung 4.27 wird für das Ausgangspartikelbild  $\mathbf{s}_0^0$  das Teilchenbild im nächsten Frame gesucht, welches mit größter Wahrscheinlichkeit zum gleichen realen Partikel gehört. Z.B. könnte die Partikelbildfolge  $\mathbf{s}_1^1, \mathbf{s}_2^2, \mathbf{s}_3^3, \mathbf{s}_4^4, \mathbf{s}_5^1, \mathbf{s}_6^1$  mit der größten Gesamtwahrscheinlichkeit bewertet werden (das hängt zusätzlich natürlich noch von den übrigen Koordinatenwerten ab).

In jedem Frame werden für jedes Ausgangspartikel die möglichen Partikelkombinationen berechnet. Um Rechenzeit und Speicherplatz zu sparen, werden die Trajektorien bis zu einer maximalen Zeittiefe von  $N_{T_r}$  Frames berechnet, die drei besten Partikelkombinationen in einer Gesamtliste (alle Partikelkombinationen aller Ausgangspartikel) zwischengespeichert und

nach der Gesamtwahrscheinlichkeit  $tP$  sortiert. Beginnend bei der Trajektorie mit der größten Gesamtwahrscheinlichkeit wird dem entsprechenden Ausgangspartikel das nächste Partikelbild im Folgeframe zugeordnet (in Abbildung 4.27 z.B. das Partikelbild  $s_1^+$ ). Alle Partikelbilder, die zu einer zugeordneten Trajektorie gehören, werden als 'vergeben' gekennzeichnet. Die Kennzeichnung dient dazu, daß einem anderen Ausgangspartikel nicht die gleiche Folge zugeordnet werden kann. Da sich die Partikelbilder überlappen können (3D-Meßraum wird auf CCD-Fläche projiziert), wird eine mehrfache Zuordnung eines Partikelbildes nur dann zugelassen, wenn in einer Zeittiefe von 6 Bildern mindestens zwei Partikelbilder verschieden sind.

#### 4.2.9 Transformation der Koordinatenpaare

Das RG- und B-System sind mechanisch auf einige  $10\ \mu\text{m}$  auf das gleiche Beobachtungsvolumen justiert. Dennoch sind die gemessenen  $y$ -Koordinaten und  $z$ -Koordinaten nicht im Rahmen der Meßgenauigkeit gleich. Eine leichte räumliche Verdrehung der Kamerasysteme muß rechnerisch ausgeglichen werden.

Anhand der  $y$ -,  $z$ -Position und Bewegung der Partikelbilder aus den RG- und B-Bildern werden grobe vorläufige Partikelbildkorrelationen (von nur etwa 50% aller Partikelbilder) gebildet und eine lineare Abbildungsvorschrift zur 3D-Korrektur der RG- und B-Koordinaten berechnet. Diese Abbildungsvorschrift wird dann auf alle Partikelbildkoordinaten angewendet. Dieses Verfahren wird iterativ zweimal durchgeführt.

#### 4.2.10 Korrelation der $z$ -Koordinaten

Das RG-Bildsystem liefert die  $x$ - und  $y$ -Koordinaten mit einer Genauigkeit besser als  $1\ \mu\text{m}$  und schätzt die  $z$ -Koordinate mit einer Genauigkeit von etwa  $60\ \mu\text{m}$  (abhängig von Justage) ab. Das B-Bildsystem steht in einem Winkel zum RG-System und mißt die  $y$ -,  $z$ -Koordinate mit einer Genauigkeit von besser als  $1\ \mu\text{m}$ . Die Aufgabe des Korrelationsalgorithmus ist, für die erfaßten Partikelbilder die Koordinaten beider Systeme zusammenzufassen, so daß alle drei Koordinaten mit der gleichen Genauigkeit vorliegen. Hierzu müssen den Trajektorien aus den RG-Bildern die Partikelbildkoordinaten aus dem B-System zugeordnet werden.

Anschaulich verwendet der Korrelationsalgorithmus eine ähnliche Strategie wie der Tracing-Algorithmus. In den B-Bildsequenzen werden Übergangswahrscheinlichkeiten berechnet, die angeben, wie wahrscheinlich ein Partikelbild zur Zeit  $t = 0$  und ein weiteres Partikelbild im folgenden Frame zum gleichen realen Partikel gehört. Zusätzlich werden in die Berechnung die Differenzen der  $y$ -,  $z$ -Koordinaten und der  $y$ -Geschwindigkeiten zwischen RG-Trajektorien und B-Partikelbildern hinzugenommen. Der Algorithmus ermittelt die Übergangswahrscheinlichkeiten bis zu einer zeitlichen Tiefe von

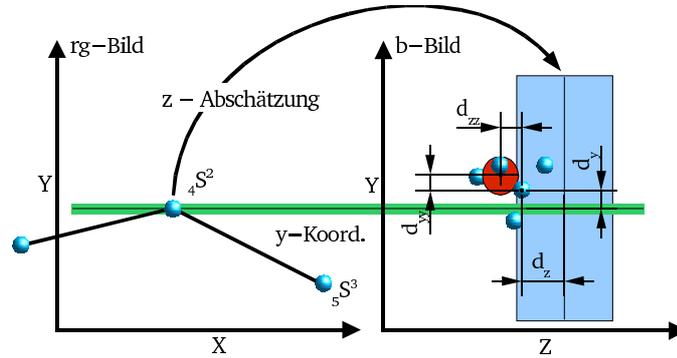


Abbildung 4.28: Schematische Darstellung des Korrelationsalgorithmus. Der Tracing-Algorithmus liefert Partikeltrajektorien mit genauer  $x$ -,  $y$ -Koordinate und einer  $z$ -Abschätzung. Die  $y$ - und  $z$ -Werte werden mit den Partikelbildkoordinaten aus den Frames der dritten Kamera verglichen. Linkes Bild: RG-Bild mit einem exemplarischen Partikel, welches eine  $y$ -Koordinate und eine  $z$ -Abschätzung liefert. Rechtes Bild: Ausschnitt aus dem B-Bild, in dem sich die  $y$ -Koordinate (grüner Balken) und die  $z$ -Abschätzung (blauer Balken) trifft. Roter Punkt: Aus Partikelbildbewegung (im B-Bild) abgeschätzte nächste Position des gesuchten Partikelbildes.

8 Bildern und wählt dann jeweils die wahrscheinlichste Kombination aus RG-Trajektorie und B-Partikelbildern aus.

In Abbildung 4.28 ist das Prinzip des Korrelationsalgorithmus dargestellt. Für jedes Partikelbild einer RG-Trajektorie zur Zeit  $t$  wird in dem zeitlich zugehörigen B-Bild ein passendes Partikelbild gesucht. Hierbei werden folgende Parameter in Betracht gezogen:

- $N_{Kr} = 8$ : Maximale Anzahl von Frames, die der Algorithmus zur Berechnung der Partikelkorrelation in Betracht zieht,
- ${}^b\mathbf{s}_t^k = [{}^b y_t^k, {}^b z_t^k]$ : Koordinate eines Partikelbildes in einem B-Bild zur Zeit  $t$ ,
- $\mathbf{K}^j = \{k_{t_0}, k_{t_0+1}, \dots, k_{t_0+N_{Kr}-1}\}$ : Folge von Partikelbildnummern  $k_t$  aus aufeinanderfolgenden B-Bildern, die zur Trajektorie  $T^j$  der RG-Sequenz zugeordnet wurden,
- ${}^b\bar{\mathbf{s}}_t^j = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} {}^b\mathbf{s}_{t-i}^{(K^j)}$ : gemittelte Koordinaten der bereits zur Trajektorie zugeordneten B-Partikel bis zu einer maximalen Zeittiefe von  $N = 8$ ,
- ${}^b(vy)_{t+1}^{kl} = ({}^b y_{t+1}^l - {}^b y_t^k) / \Delta t$ :  $y$ -Geschwindigkeit zwischen den Partikelbildern  $k$  in B-Bild  $t$  und  $l$  in  $t + 1$ ,

- $\text{rg}(vy)_{t+1}^{ij} = (\text{rg}y_{t+1}^j - \text{rg}y_t^i) / \Delta t$ : y-Geschwindigkeit zwischen den Partikelbildern  $i$  in RG-Bild  $t$  und  $j$  in  $t + 1$ ,
- $\text{b}\bar{\mathbf{v}}_t^{(K_t^j)} = (\text{b}\bar{\mathbf{s}}_t^{(K_t^j)} - \text{b}\bar{\mathbf{s}}_{t-1}^{(K_{t-1}^j)}) / \Delta t$ : Gemittelte Geschwindigkeit von Partikeln in B-Bildern, die der Trajektorie  $j$  zugeordnet sind (gibt Flußbewegung des Partikels an),
- $\text{b}\tilde{\mathbf{s}}_t^j = \text{b}\mathbf{s}_t^j + \text{b}\bar{\mathbf{v}}_t^j \cdot \Delta t$ : Aufgrund der Partikeltrajektorie  $j$  in B-Sequenz extrapolierte nächste Partikelposition im B-Bild,
- $\text{b}\Delta_y = \text{rg}y_t^i - \text{b}y_t^k$ : Abstand zwischen den y-Koordinaten eines B-Partikelbildes und des RG-Trajektorienpunkts,
- $\text{b}\Delta_z = \text{rg}z_t^k - \text{b}z_t^i$ : Abstand zwischen den z-Koordinaten eines B-Partikelbildes und des RG-Trajektorienpunkts,
- $\text{b}\Delta_{yy} = \text{b}\tilde{y}_t^k - \text{b}y_t^l$ : Abstand zwischen extrapolierten und vorhandenen y-Koordinaten der B-Partikelbilder,
- $\text{b}\Delta_{zz} = \text{b}\tilde{z}_t^k - \text{b}z_t^l$ : Abstand zwischen extrapolierten und vorhandenen z-Koordinaten der B-Partikelbilder,
- $\text{b}\Delta_{(vy)} = \text{b}(vy)_t^k - \text{rg}(vy)_t^i$ : Differenz zwischen den y-Geschwindigkeiten der RG- und B-Partikelbilder.

Wie schon beim Tracing-Algorithmus werden die berechneten Parameter mit Gauß-Funktionen als Wahrscheinlichkeiten interpretiert und für unterschiedliche Kombinationen von Partikel-Korrelationen eine Gesamtwahrscheinlichkeit berechnet:

- $\text{b}_y P_t^{ij} = G_{\sigma_y}(\text{b}\Delta_y)$ ,  $\sigma_y = 1.5 \text{ Px}$ : Wahrscheinlichkeit, daß ein Partikelbild  $i$  eines B-Bildes  $t$  mit dem Partikel  $j$  aus dem Frame  $t - 1$  übereinstimmt,
- $\text{b}_z P_t^{ij} = G_{\sigma_z}(\text{b}\Delta_z)$ ,  $\sigma_z = 1.5 \text{ Px}$ ,
- $\text{b}_{yy} P_t^{ij} = G_{\sigma_{yy}}(\text{b}\Delta_{yy})$ ,  $\sigma_{yy} = 1.5 \text{ Px}$ ,
- $\text{b}_{zz} P_t^{ij} = G_{\sigma_{zz}}(\text{b}\Delta_{zz})$ ,  $\sigma_{zz} = 150 \text{ Px}$ ,
- $\text{b}_{(vy)} P_t^{ij} = G_{\sigma_{(vy)}}(\text{b}\Delta_{(vy)})$ ,  $\sigma_{(vy)} = 1.5 \text{ Px/Frm}$ ,
- $\text{b}_T P_{t'}^{ij} = \prod_{t=t'+1}^{t'+N_K} (\text{b}_y P_t^{ij}) \cdot (\text{b}_z P_t^{ij}) \cdot (\text{b}_{yy} P_t^{ij}) \cdot (\text{b}_{zz} P_t^{ij}) \cdot (\text{b}_{(vy)} P_t^{ij})$ .

Ein Auswahlverfahren ordnet die Partikelbildpärchen mit der höchsten Übereinstimmungswahrscheinlichkeit  ${}_T P$  einander zu.

### 4.3 Messung der Partikelgröße möglich?

Das Verhältnis vom Partikelradius  $a$  zur Laserwellenlänge  $\lambda$  ergibt den Größenparameter  $x = 2\pi Na/\lambda$  ( $N$  : Brechungsindex des Plasmas). Dieser wirkt sich nach der Mie-Streuung sensibel auf die Winkelabhängigkeit der Streulichtintensität aus, wenn  $x \geq 1$  (siehe Kapitel A.3 und [7]). In Kapitel 4.1.3 wurde für die verwendete Partikelgröße ein Winkel zwischen Beleuchtungs- und Beobachtungsrichtung ermittelt, um die Empfindlichkeit des Instruments hinsichtlich der Streuung der Partikeldurchmesser (um 1,5%) zu reduzieren. Der verbleibende Einfluß auf das Streulichtverhältnis und die gesamte Streuamplitude ist in den Abbildungen 4.4 unten links bzw. unten rechts dargestellt. Da das RG-System die  $z$ -Koordinate der Partikel durch das Verhältnis der Streuamplituden abschätzt, wirkt sich die Größenvarianz der Partikel darauf aus.

In Abbildung 4.26 wurden die ermittelten  $z$ -Koordinaten des RG-Systems (dicke Linie) und des B-Systems (dünne Linie) eines Partikels aufgetragen. Es fällt ein nahezu konstanter Offset zwischen beiden Koordinatenfolgen auf. Er ist für jede Trajektorie jedoch anders und scheint daher die Information einer Partikeleigenschaft zu enthalten — könnte es sich hierbei um die Partikelgröße handeln?

In Abbildung 4.29 wurden für mehrere Trajektorien die Offsets aufgetragen. Man erkennt einen deutlichen Zusammenhang zur  $y$ -Position der Partikel. Aus Experimenten weiß man, daß die  $y$ -Gleichgewichtsposition für größere (schwerere) Partikel tiefer liegt als für kleinere. Es ist also sehr wahrscheinlich, daß die größeren Partikel eher in den unteren Kristallschichten und die kleineren in den oberen zu finden sind. Abbildung 4.29 zeigt demnach einen Zusammenhang zwischen Offset und Partikelgröße und liefert daher ein starkes Indiz, daß sich das Meßinstrument nicht nur zur 3D-Positions- und Geschwindigkeitsmessung sondern auch zur simultanen Größenmessung der Partikel eignen könnte. Die große Streuung der Meßsignale könnte zwei Gründe haben:

- Das Instrument wurde so justiert, daß es auf Partikelgrößenunterschiede unempfindlich wird. Die Messung sollte also für unterschiedliche Winkel zwischen Beleuchtung und Beobachtung wiederholt werden.
- Die Partikel haben in dem Kristallsystem eine potentielle Energie von  $W = -\mu(Ze)^2/(4\pi\epsilon_0 r_0)$  mit  $\mu$ : Madelung-Konstante. Eine Zunahme des Partikel-Durchmessers um 1,5% entspricht einer nur geringen Zunahme der Gravitationskraft von 4,6%, die kleiner ist als die Gitterenergie. Die Sortierung nach Partikelgrößen ist sehr wahrscheinlich unvollständig, da sie nur beim Einschütteln geschieht, wenn sich noch kein Kristall gebildet hat.

Eine eingehende theoretische und experimentelle Untersuchung des Zusammenhangs zwischen dem Winkel (Beleuchtungs- zu Beobachtungsrich-

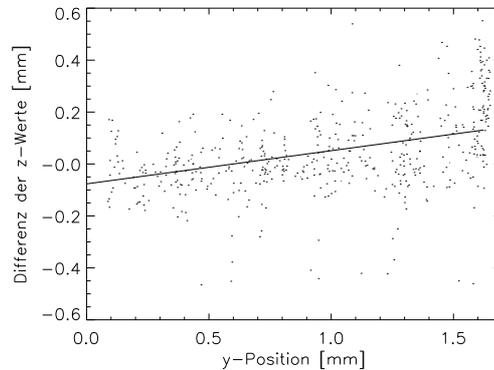


Abbildung 4.29: Offset der z-Koordinaten in Abhängigkeit der y-Positionen. Linie: Regressionsgerade.

tung) und dem Intensitätsverhältnis bzw. der Intensitätssumme wird nach Abschluß dieser Arbeit folgen.

[**Anmerkung:** *Die Eigenschaften der Mie-Streuung haben sich zu Beginn dieses Projektes als ausgesprochene Plage erwiesen, die viel Nervenkraft kostete. Ich bin daher insbesondere froh, daß die anfänglichen Mühen, die Mie-Streuung zu bändigen, nun sehr wahrscheinlich mit der Größenmessung belohnt werden.*]

## 4.4 Eigenschaften des Meßinstruments

In Tabelle 4.3 sind die wesentlichen technischen Daten des bestehenden Prototyps zusammengefaßt. Der wesentliche Vorteil des Instruments ist die Kombination aus folgenden Eigenschaften:

- Alle drei Raumkoordinaten und Geschwindigkeitskomponenten von Mikropartikeln, die willkürlich in einem Meßvolumens verteilt sind, können gleichzeitig gemessen werden.
- Eine simlutane Ermittlung der Partikelgröße scheint möglich.
- Es wird eine kontinuierliche, intensitätsschwache Beleuchtung verwendet, so daß der Lichtdruck auf die Mikropartikel sehr gering ist und die Wahrscheinlichkeit von ungewollter Wellenanregung durch Blitzbeleuchtung (z.B. bei Blitzholographie) ist nicht gegeben.
- Das Meßverfahren kann bei der Verwendung besserer Kameras wahrscheinlich auf das RG-System reduziert werden. Zwei optische Zugänge zum Probenvolumen sind dann ausreichend.

- Das System kann bei der Verwendung von Hochgeschwindigkeitskameras sehr hohe Reaktionszeiten erreichen.
- Auch wenn die Partikelgeschwindigkeit schnell gegenüber der Integrationszeit der Kameras ist, sind die Partikelkoordinaten und Geschwindigkeiten meßbar — anstelle von kreisförmigen Partikelbildern nehmen die Kameras dann farbige Partikelspuren auf. Die Software müsste darauf angepaßt werden.
- Das Meßvolumen ist durch Verwendung anderer Linsen und Objektive in seiner Größe veränderbar.

Beschreibung	Wert
Partikel-Koordinaten	simultan in allen drei Dimensionen meßbar
-Geschwindigkeiten	simultan in allen drei Dimensionen meßbar
-Durchmesser	wahrscheinlich ebenfalls zusätzlich meßbar
Meßvolumen	etwa $2,1 \times 1,7 \times 2,1 \text{ mm}^3$ (B,H,T)
Arbeitsabstand	etwa 100mm
räumliche Auflösung	$\approx 1 \mu\text{m}$ in allen drei Raumkoordinaten
zeitliche Auflösung	50 Hz (Halbbilder)
Datenrate	32MB/s = $3 \times 25$ monochrome Vollbilder/s mit $768 \times 576$ Pixeln und 8 Bit Auflösung.
max. Aufnahmezeit	8s (400 Halbbilder)
Erkennungsrate	80-90% der Partikel im Meßvolumen
Partikelgröße	$3,4 \mu\text{m}$ mit 1,5% Abweichung
max. Geschwindigkeit	bis etwa 1mm/s Partikelgeschwindigkeit
Partikelanzahl	200-1000 Partikel pro Bild
Anzahl der Laser	3 (656, 686 und 785 nm)
Anzahl der Kameras	3 monochrome CCDs

Tabelle 4.3: Spezifikationen des aufgebauten Meßinstruments. Sämtliche Eigenschaften sind durch Weiterentwicklung des Aufbaus oder der Algorithmen erweiterbar (siehe Text).

## 4.5 Mögliche Weiterentwicklungen des Meßinstruments

Als Ausblick für Weiterentwicklungen des Instruments werden kurz die Änderungsmöglichkeiten dargestellt.

Da die zeitliche Auflösung des Systems direkt von der Bildrate der Kameras abhängt, läßt sich diese durch den Austausch der Kameras steigern

(z.B. auf 100Hz oder mehr). Durch die Verwendung von Kameras mit höherer lateraler Auflösung läßt sich entweder das Meßvolumen (größere Dichte der Partikelbilder auf der CCD-Oberfläche möglich) oder die räumliche Auflösung in allen drei Koordinaten vergrößern.

Die maximale Aufnahmezeit ist durch die Speichergröße oder Festplattengeschwindigkeit des angeschlossenen Computers festgelegt. Setzt man moderne SCSI-Systeme (gesicherte Datenraten von mehr als 42 MByte pro Sekunde) ein, lassen sich die Kameradaten direkt auf die Festplatte speichern. Kontinuierliche Aufnahmezeiten von mehreren Stunden sind dann möglich.

Der optische Arbeitsabstand hängt mit der räumlichen Auflösung des Systems, der Größe des Meßvolumens und der CCD-Chipgröße zusammen und ist durch Austauschen der Kameraobjektive anpaßbar.

Die Erkennungssicherheit der Partikel sollte sich durch Optimierung der Software auf nahezu 100% steigern lassen (durch Überdeckung der Partikelbilder auf den CCD-Oberflächen bleibt eine geringe Zuordnungsunsicherheit).

Schließlich ist auch die Partikelgröße bzw. die Laserwellenlänge veränderbar. Zwei wesentliche Einstellungsmöglichkeiten bieten sich an: Wählt man ein System, in dem der Partikeldurchmesser klein gegenüber den Laserwellenlängen ist, werden die Streuamplituden für senkrecht polarisiertes Licht unabhängig von Winkel (zwischen Beleuchtung und Beobachtung) und Partikelgröße, da man sich im Bereich der Rayleigh-Streuung befindet. Ist jedoch, wie im bestehenden Prototypen, der Partikeldurchmesser in einer ähnlichen Größenordnung wie die Laserwellenlänge, so ist die charakteristische Winkelabhängigkeit der Streuamplitude abhängig vom Verhältnis aus Wellenlänge und Partikelumfang. Hier lassen sich Winkeleinstellungen finden, für die das System entweder nahezu unabhängig von kleinen Änderungen im Partikelumfang oder sogar sehr sensibel darauf ist. Aus den Meßwerten lassen sich dann zusätzlich Informationen über die Partikelgröße ermitteln.

Wählt man ein System aus Partikelgrößen, Laserwellenlängen und Winkel, das das Meßverfahren unabhängig gegenüber der Partikelgrößenstreuung macht und werden zusätzlich Kameras mit niedrigerem Rauschen und höherer Intensitätsauflösung (10 oder 12 Bit) verwendet, ist es sehr wahrscheinlich, daß die Laserdiagnostik (Abb. 4.3 Beamprofiler, Fotodioden) und das B-System (Kamera und Beleuchtung) weggelassen werden können. Die verbleibende Optik (RG-System) ist dann wesentlich vereinfacht und benötigt nur noch zwei optische Zugänge zum Meßvolumen.

## 4.6 Vergleich verschiedener Meßverfahren für die Partikel-Positionsbestimmung

Für die Orts- und Geschwindigkeitsmessung von Mikropartikeln in komplexen Plasmen werden derzeit im wesentlichen drei Verfahren verwendet (siehe Zusammenfassung in Tabelle 4.4):

- (2D) Die Partikel werden mit einer dünnen Laserebene beleuchtet (Dicke zum Beispiel  $150\ \mu\text{m}$ ). Das Partikel-Streulicht wird von einer Kamera senkrecht zur Laserebene aufgenommen. Eine dynamische und strukturelle Messung der Partikel innerhalb dieser Ebene ist in zwei Dimensionen möglich. Partikelbewegungen senkrecht zur Beleuchtungsebene sind nicht meßbar.
- (3D-Scan) Die Laserebene und Kamera wird durch ein dreidimensionales Meßvolumen entlang der optischen Achse der CCD-Kamera hindurchgefahren (Scan). Die örtliche Partikelverteilung kann anhand der CCD-Bilder rekonstruiert werden. Allerdings sind die Partikelpositionen nicht zeitgleich bestimmt und aufgrund der benötigten Scan-Zeit ist eine Messung der Partikeldynamik nicht möglich.
- (3D) Ein Meßvolumen wird, wie in Kapitel 4 beschrieben, beleuchtet und durch drei Kameras aufgenommen. Alle drei Partikelkoordinaten und Geschwindigkeiten sind gleichzeitig meßbar. Die Gesamtanzahl der Partikel ist jedoch begrenzt.

Das 2D-Meßverfahren eignet sich sehr gut, wenn sich die Partikel des zu untersuchenden Systems in Ebenen parallel zur Elektrodenoberfläche anordnen und die dazu vertikale Geschwindigkeitskomponente vernachlässigt werden kann. Die Größe der meßbaren Ebene und die Anzahl der in ihr enthaltenen Partikel ist hauptsächlich durch die laterale Auflösung des verwendeten CCD-Chips abhängig. Versucht man durch eine Aufweitung der Laserebene mehrere Partikelebenen zu beleuchten, ist eine verlässliche Zuordnung der Partikelbilder zu den beobachteten Ebenen schwierig oder unmöglich. Die zeitliche Auflösung entspricht der Bildrate der CCD-Kamera.

Die maximale Partikelanzahl und Größe des Meßvolumens sind beim 3D-Scan nur durch die laterale CCD-Auflösung und Anzahl der Bilder entlang der Scan-Richtung begrenzt. Für eine Messung dynamischer Prozesse müsste die Scan-Geschwindigkeit so groß sein, daß sich die Partikel zwischen zwei Scans nur geringfügig bewegen. Hierbei können sehr hohe Datenraten entstehen. Zum Beispiel erzeugt ein Meßvolumen mit einem Gitter von  $768 \times 576 \times 768$  Meßpunkten in Breite, Höhe und Tiefe, einer zeitlichen Auflösung von 50 Hz und einer Digitalisierung von einem Byte pro Pixel  $768 \times 576 \times 50 \times 768 \approx 17\ \text{GB/Sekunde}$  (unkomprimiert). Da sich die Partikel beim Scan nicht mehr überlappen, ist eine wesentlich höhere Anzahl

an Partikeln aufnehmbar. Die Meßpunkt- und Zeitaufösung entspricht dem hier vorgestellten Instrument. Die entstehende Datenrate ist allerdings etwa 500 mal höher. Ob es in der Zukunft Kameras mit einer solch hohen Datenrate ( $768 \times 50$  Hz) und einem Bussystem mit entsprechender Bandbreite geben wird, ist fraglich.

Das beschriebene 3D-Meßverfahren benötigt für die Aufnahme eines Volumens mit einer Auflösung von  $768 \times 576 \times 768$  Meßpunkten drei CCD-Bilder (von den RG- und B-Kameras). Aus Bildsequenzen können gleichzeitig alle drei Partikelkoordinaten und -geschwindigkeiten ermittelt werden. Da sich jedoch die Partikel nicht zu häufig überlappen dürfen, ist die Anzahl der Partikel im Meßvolumen beschränkt (auf etwa 1000 bei den derzeitigen CCD-Chips, Segmentierungs- und Tracing-Algorithmen). Möchte man mehrere Partikelgrößen verwenden, muß ein geeigneter Winkel und ein funktionaler Zusammenhang zwischen Intensitätsverhältnis und Partikelz-Position aus der Mie-Streutheorie berechnet werden (siehe Abschnitte 4.1.3 und A.3). Die Intensitätsverhältnisse liefern dann Abschätzungen zur jeweiligen z-Koordinate, die durch die korrelierten Meßwerte der B-Kamera präzisiert werden. Die Unterschiede in den Meßwerten enthalten zusätzlich Partikel-Größeninformation.

Die Auswahl des Meßverfahrens hängt von der benötigten Größe und Auflösung des Meßvolumens, Anzahl und Geschwindigkeitsverteilung der Partikel ab.

	2D	3D-Scan	3D
dynamische Analyse	2D	–	3D
Strukturanalyse	2D	3D	3D
große Systeme	2D	3D	–
Größenmessung der Partikel	–	–	ja
verschiedene Partikelgrößen	ja	ja	siehe Text

Tabelle 4.4: Vergleich der verwendeten Meßverfahren für Partikelkoordinaten in komplexen Plasmen.



# Anhang A

## Einführungen in verwendete physikalische Theorien

### A.1 Longitudinale dielektrische Permeabilität des komplexen Plasmas

In den folgenden Abschnitten wird die longitudinale Permeabilität  $\epsilon_l$  des vorgestellten komplexen Plasmas aus dem kinetischen Ansatz hergeleitet. Es werden vier Komponenten einbezogen: Argon-Ionen 'i' mit der Ladung  $+e$ , Elektronen 'e' mit  $-e$ , neutrale Gasatome 'n' und Mikropartikel 's', die einige tausend Elementarladungen  $-Ze$  tragen können. Es wird ein ideales Plasma angenommen, das heißt, die kinetische Energie ist groß im Vergleich zur potentiellen Energie:  $q_\alpha q_{\alpha'} / T \bar{r} \ll 1$  (mit  $q_\alpha, q_{\alpha'}$ , Ladungen,  $\bar{r}$  mittlerer Abstand und  $T$  Temperatur). Diese Bedingung gilt nicht für die Mikropartikel (die ja nur dann eine periodische Struktur annehmen, wenn genau dieses Verhältnis groß wird). Sie können als statisches Hintergrundfeld betrachtet werden, da ihre Zeitskalen um einige Größenordnungen langsamer sind als die der Ionen oder Elektronen. Des weiteren sei das Plasma, abgesehen vom Ionendrift innerhalb der Plasmarandzone, isotrop und homogen. Es wird der kinetische Ansatz zur Berechnung verwendet.

#### A.1.1 Verteilungsfunktion der Plasmakomponenten

Betrachtet man ein ideales Gas einer Dichte  $N$  und Temperatur  $T$ , so sind die Impulse der einzelnen Gasatome mit der Masse  $m$  gaußförmig verteilt (ungestörte Verteilungsfunktion  $f_0(\mathbf{p})$ ). In einem Plasma wechselwirken unterschiedliche, geladene Komponenten  $\alpha$  miteinander und mit äußeren Feldern, so daß ihre Verteilungsfunktion  $f_\alpha(\mathbf{p})$  von der ungestörten abweicht. Bei einem komplexen Plasma mit niedriger Ionisationsspannung nehmen wir eine geringe Störung  $\delta f_\alpha$  an:

$$f_\alpha(\mathbf{p}) = f_{0\alpha}(\mathbf{p}) + \delta f_\alpha(\mathbf{p}) \quad \text{mit} \quad (\text{A.1})$$

$$f_{0\alpha}(\mathbf{p}) = \frac{N_\alpha}{(2\pi m_\alpha T_\alpha)^{3/2}} \exp\left(\frac{-\mathbf{p}^2}{2m_\alpha T_\alpha}\right) \quad \text{und} \quad (\text{A.2})$$

$$\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \mathbf{p}} = -\frac{\mathbf{p}}{mT} f_{0\alpha} \quad (\text{A.3})$$

Die physikalischen Größen der Plasmakomponenten  $\alpha$  können aus der Verteilungsfunktion  $f_{0\alpha}$  abgeleitet werden.

### A.1.2 Vlasov–Gleichung

Die Grundgleichung der kinetischen Theorie ist die Boltzmann–Gleichung. Sie beschreibt die zeitliche Veränderung der Verteilungsfunktion:

$$\frac{df_\alpha}{dt} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + \dot{\mathbf{p}} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{p}} = \text{St}f_\alpha, \quad \alpha \in [e, i, s] \quad (\text{A.4})$$

$\text{St}f_\alpha$  ist das Stoßintegral von  $f_\alpha$  und beschreibt den Einfluß der Komponenten–Stöße [35, 6].  $\dot{\mathbf{p}}$  ist die Lorentz–Kraft, die auf das geladene Teilchen  $\alpha$  im elektromagnetischen Feld wirkt:

$$\dot{\mathbf{p}} = q_\alpha \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right). \quad (\text{A.5})$$

Eingesetzt in die Boltzmann–Gleichung und unter Vernachlässigung von Termen zweiter Ordnung ergibt sich die Vlasov–Gleichung [6] für ein nicht kollisionsfreies Plasma:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{r}} + q_\alpha \left( \mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \mathbf{p}} = \text{St}f_\alpha \quad (\text{A.6})$$

Im isotropen Plasma (Verteilungsfunktion hängt nur vom Betrag des Impulses  $p$  ab) fällt die Richtung der Partikelbewegung  $m\mathbf{v}$  mit  $\partial f_0/\partial \mathbf{p}$  zusammen.  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  ist senkrecht dazu und das Skalarprodukt zwischen beiden wird Null:

$$\frac{\partial \delta f_\alpha(\mathbf{p})}{\partial t} + \mathbf{v} \frac{\partial \delta f_\alpha(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{r}} + q_\alpha \mathbf{E} \frac{\partial f_{0\alpha}(\mathbf{p})}{\partial \mathbf{p}} = \underbrace{-\nu_{\alpha n} \left( \delta f_\alpha - \Phi_\alpha \int \delta f_\alpha d^3 \mathbf{p} \right)}_{=\text{St}f_\alpha} \quad (\text{A.7})$$

$\Phi_\alpha$  ist die lokale, ungestörte, normierte Verteilungsfunktion.

$$\Phi_\alpha = \frac{1}{(2\pi m_\alpha T_\alpha)^{3/2}} \exp\left(\frac{-\mathbf{p}^2}{2m_\alpha T_\alpha}\right) = \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{p})}{N_\alpha} \quad (\text{A.8})$$

### A.1.3 Berechnung der dielektrischen Permeabilität

Die theoretische Herleitung der dielektrischen Permeabilität in [35, 6] wurde mit der Hilfe von Alexei Ivlev an die Besonderheiten des Systems (Ionen-Drift Geschwindigkeit, Stöße zwischen Neutralgasatomen und Mikropartikeln, bzw. Ionen) und an die Experimentparameter angepaßt.

Für die weitere Berechnung werden die folgenden Zusammenhänge zwischen der Ladungsdichte  $\rho_\alpha$ , der Stromdichte  $\mathbf{j}_\alpha$ , der Polarisation  $\mathbf{P}_\alpha$  und der normierten Partikeldichte der Störung  $\eta$  verwendet.  $\rho_\alpha$ ,  $\mathbf{j}_\alpha$  und  $\mathbf{P}_\alpha$  gelten jeweils für die jeweiligen Plasmakomponenten.  $\rho$ ,  $\mathbf{j}$  und  $\mathbf{P}$  beschreiben das gesamte Plasmasystem. Es wird zudem angenommen, daß sämtliche Felder und Größen nach ebenen Wellen entwickelt werden können:

$$\text{ebene Wellen } \mathbf{P}, \mathbf{j}, \mathbf{E}, \rho, \delta f_\alpha \sim \exp[i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)] \quad (\text{A.9})$$

$$\text{Stromdichte } \mathbf{j}_\alpha = \frac{\partial \mathbf{P}_\alpha}{\partial t} = -i\omega \mathbf{P}_\alpha = q_\alpha \int \mathbf{v}_\alpha f_{0\alpha} d^3\mathbf{p} \quad (\text{A.10})$$

$$\text{Ladungsdichte } \rho_\alpha = \nabla \mathbf{P}_\alpha = -i\mathbf{k} \mathbf{P}_\alpha = q_\alpha \int \delta f_\alpha d^3\mathbf{p} \quad (\text{A.11})$$

$$\text{Polarisation longitudinaler Wellen } \mathbf{P} = \frac{\epsilon_l - 1}{4\pi} \mathbf{E} \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Partikeldichte } n_\alpha = \int f_{0\alpha}(\mathbf{p}) d^3\mathbf{p} \quad (\text{A.13})$$

$$\text{Störungsdichte } \eta_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{1}{N_\alpha} \int \delta f_\alpha d^3\mathbf{p} \quad (\text{A.14})$$

$$\text{Kontinuitätsgleichung } \dot{\rho}_\alpha + \nabla \mathbf{j}_\alpha = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{P} = \sum_\alpha \mathbf{P}_\alpha, \quad \rho = \sum_\alpha \rho_\alpha, \quad \mathbf{j} = \sum_\alpha \mathbf{j}_\alpha \quad (\text{A.16})$$

Die Störung  $\delta f_\alpha$  kann durch das Einsetzen der Verteilungsfunktion  $f_\alpha$  (A.1) in die Vlasov-Gleichung (A.7) bestimmt werden.

$$\delta f_\alpha = -iq_\alpha \frac{df_{0\alpha}(\mathbf{p})}{d^3p} \frac{\mathbf{E}}{\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega - i\nu_{\alpha n}} - i \underbrace{\frac{\nu_{\alpha n} \eta_\alpha f_{0\alpha}(\mathbf{p})}{\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega - i\nu_{\alpha n}}}_{= -\frac{\nu_{\alpha n}}{q_\alpha N_\alpha} \frac{\mathbf{k}\mathbf{P} f_{0\alpha}(\mathbf{p})}{\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega - i\nu_{\alpha n}}} \quad (\text{A.17})$$

Der Ausdruck unter der geschweiften Klammer ergibt sich, wenn  $\eta$  mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung, Strom- (A.10) und Ladungsdichte (A.11) ausgedrückt wird:

$$\overbrace{0 = -i\omega\rho_\alpha + i\mathbf{k}\mathbf{j}_\alpha}^{\text{Kontinuität}} = -i\omega \sum_\alpha q_\alpha \int \delta f_\alpha d^3\mathbf{p} + i\mathbf{k}\mathbf{j}_\alpha \quad (\text{A.18})$$

$$\longrightarrow \eta \equiv \frac{1}{N_\alpha} \int \delta f d^3\mathbf{p} = \frac{\mathbf{k}\mathbf{j}_\alpha}{q_\alpha N_\alpha \omega} = -i \frac{\mathbf{k}\mathbf{P}_\alpha}{q_\alpha N_\alpha} \quad (\text{A.19})$$

Die Partikel befinden sich in der unteren Plasmarandschicht oberhalb der Elektrode und werden in einem elektrischen Feld in der Schwebe gehalten. Das gleiche elektrische Feld beschleunigt die Argon-Ionen in Richtung der unteren Elektrode. Die Driftgeschwindigkeit  $u$  dieser Ionen wird durch Substitution in die Rechnung mit einbezogen. Nur für Ionen und nur in  $y$ -Richtung gilt  $u_i^y \neq 0$ . Für die Ladungsdichte der Komponenten ergibt sich

$$p' = p - mu, \quad \omega' = \omega - ku \quad \longrightarrow \quad dp = dp', \quad v' = v - u \quad (\text{A.20})$$

$$\rho_\alpha = -i \frac{q_\alpha^2}{T_\alpha} \int \frac{\mathbf{v}' \mathbf{E} f_{0\alpha}(\mathbf{p}') d^3\mathbf{p}'}{\mathbf{k}\mathbf{v}' - \omega' - i\nu_{\alpha n}} - \frac{\nu_{\alpha n} \mathbf{k}\mathbf{P}_\alpha}{N_\alpha} \int \frac{f_{0\alpha}(\mathbf{p}') d^3\mathbf{p}'}{\mathbf{k}\mathbf{v}' - \omega' - i\nu_{\alpha n}}. \quad (\text{A.21})$$

Es wird ein isotropes Plasma angenommen, daher ist die Verteilungsfunktion richtungsunabhängig und nur vom Impulsbetrag abhängig. Mit dieser Annahme läßt sich mit skalaren Größen weiterrechnen. Die skalare Verteilungsfunktion ist

$$f_\alpha(\mathbf{p}), \quad \delta f(\mathbf{p}) \quad \longrightarrow \quad f_\alpha(p), \quad \delta f(p) \quad (\text{A.22})$$

$$f_{0\alpha}(\mathbf{p}) \quad \longrightarrow \quad f_{0\alpha}(p) = \frac{N_\alpha}{\sqrt{2\pi m_\alpha T_\alpha}} \exp\left(\frac{-p^2}{2m_\alpha T_\alpha}\right). \quad (\text{A.23})$$

Die Gleichung der Ladungsdichte (A.21) läßt sich mit skalaren Größen und dem Einsetzen von (A.12) nach  $-ikP$  auflösen. Aus

$$\rho = \frac{-i}{4\pi} (\epsilon_l - 1) \mathbf{k}\mathbf{E} \quad (\text{A.24})$$

folgt

$$-\frac{ik}{4\pi} (\epsilon_l - 1) = \sum_\alpha \frac{\overbrace{-\frac{iq_\alpha^2}{T_\alpha} \int \frac{v' f_{0\alpha}(p')}{kv' - \omega' - i\nu_{\alpha n}} dp'}^{I2}}{1 + \underbrace{\frac{i\nu_{\alpha n}}{N_\alpha} \int \frac{f_{0\alpha}(p')}{kv' - \omega' - i\nu_{\alpha n}} dp'}_{I1}}. \quad (\text{A.25})$$

Das erste Integral  $I1$  kann durch Substitutionen auf ein bekanntes Standardintegral  $F(x)$  zurückgeführt werden. Zu beachten ist, daß  $x$  komplex ist und die Integration von  $F(x)$  in der komplexen Zahlenebene zu betrachten ist. Mit

$$z_\alpha = \frac{p'}{\sqrt{2mT_\alpha}}, \quad x_\alpha = \frac{\omega' + i\nu_{\alpha n}}{\sqrt{2k\nu_{T_\alpha}}}, \quad \nu_{T_\alpha} = \sqrt{\frac{T_\alpha}{m_\alpha}} \quad (\text{A.26})$$

und

$$F(x) := \frac{x}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-z^2}}{z-x} dz \quad (\text{A.27})$$

ergibt sich

$$I1 = \frac{N_\alpha}{\sqrt{2\pi k\nu_{T_\alpha}}} \int dz_\alpha \frac{e^{-z_\alpha^2}}{z_\alpha - x_\alpha} = \frac{N_\alpha}{\omega' + i\nu_{\alpha n}} F(x_\alpha) \quad (\text{A.28})$$

Das zweite Integral  $I2$  läßt sich durch Entwicklung des Bruchs auf das erste Integral  $I1$  zurückführen:

$$\frac{v'}{kv' - \omega' - i\nu_{\alpha n}} = \frac{1}{k} + \frac{(\omega' + i\nu_{\alpha n})/k}{kv' - \omega' - i\nu_{\alpha n}} \quad (\text{A.29})$$

$$I2 = \frac{1}{k} \int \overbrace{f_{0\alpha}(p') dp'}^{=n_\alpha} + \frac{\omega' + i\nu_{\alpha n}}{k} \int \overbrace{\frac{f_{0\alpha}(p')}{k \frac{p'}{m_\alpha} - \omega' - i\nu_{\alpha n}} dp}^{=I1} \quad (\text{A.30})$$

$$= \frac{N_\alpha}{k} [1 + F(x_\alpha)] \quad (\text{A.31})$$

Die dielektrische Permeabilität aus [A.25](#) ergibt zusammen mit der Definition der Debye-Länge  $\lambda_\alpha$  (Abschirmlänge):

$$\lambda_\alpha := \sqrt{\frac{T_\alpha}{4\pi q_\alpha^2 N_\alpha}} \quad (\text{A.32})$$

$$\epsilon_l = 1 + \sum_\alpha \frac{1}{\lambda_\alpha^2 k^2} \frac{1 + F(x_\alpha)}{1 + \frac{i\nu_{\alpha n}}{\omega' + i\nu_{\alpha n}} F(x_\alpha)}, \quad p \in \{e, i, s\}. \quad (\text{A.33})$$

Das Integral in  $F(x)$  mit der Polstelle  $x = z$  in der komplexen Zahlenebene läßt sich analytisch nicht lösen, aber für unterschiedliche Grenzfälle  $x$  abschätzen [\[35\]](#):

$$F(x) = \frac{x}{\sqrt{\pi}} \int \frac{\exp(-z^2)}{z-x} dz, \quad (\text{A.34})$$

$$x \gg 1: \quad F(x) = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} \sum_{i \in \mathbf{N}_0} \frac{z^i}{x^i} dz$$

$$\text{mit } \int_0^\infty z^n e^{-az^2} dz = \frac{1 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (2k-1) \sqrt{\pi}}{2^{k+1} a^{k+\frac{1}{2}}}, \quad n = 2k, \quad k \in \mathbf{N}$$

$$F(x) \approx -1 - \frac{1}{2x^2} - \left( \frac{3}{4x^4} + i\sqrt{\pi} x e^{-x^2} \right) \quad (\text{A.35})$$

$$\begin{aligned}
x \ll 1: \quad & \text{mit } u = z - x, \\
& F(x) = \frac{x}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} e^{-2ux} e^{-u^2} \frac{du}{u} \\
& F(x) = \frac{x}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{i \in \mathbf{N}_0} \frac{(-x^2)^i}{i!} \sum_{j \in \mathbf{N}_0} \frac{(-2ux)^j}{j!} e^{-u^2} \frac{du}{u} \\
& F(x) \approx \frac{x}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-u^2} \left( \frac{1}{u} - 2x \right) du \\
& F(x) \approx (-2x^2) + i\sqrt{\pi}x \tag{A.36}
\end{aligned}$$

Die geklammerten Summanden in den Näherungen entfallen durch einen Größenvergleich der einzusetzenden physikalischen Parameter: Es gelten für die Geschwindigkeiten und Kollisionsfrequenzen der Elektronen, Ionen und Mikropartikel folgende Abschätzungen:

$$e^- : \quad u_{x,y,z} = 0, \quad \nu_{en} \longrightarrow 0 \tag{A.37}$$

$$i^+ : \quad ku_y \gg \omega, \quad u_{x,z} = 0, \quad \nu_{in} > 0 \tag{A.38}$$

$$s^{z+} : \quad u_{x,y,z} = 0, \quad \nu_{sn} > 0 \tag{A.39}$$

$$\begin{aligned}
v_{Te}k \gg \omega \longrightarrow |x_e| \ll 1: \quad & F_e(x_e) = i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega}{v_{Te}k} - (x_e^2) \\
v_{Ti}k \gg \omega \longrightarrow |x_i| \ll 1: \quad & F_i(x_i) = i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\omega - ku + i\nu_{in}}{v_{Ti}k} - (x_i^2) \\
v_{Ts}k \ll \omega \longrightarrow |x_s| \gg 1: \quad & F_s(x_s) = -1 - \frac{k^2 v_{Ts}^2}{(\omega + i\nu_{sn})^2} + (i\sqrt{\pi}x_s e^{-x_s^2})
\end{aligned}$$

Die Funktionen  $F_\alpha(x_\alpha)$  können weiter vereinfacht werden: Die thermische Elektronengeschwindigkeit  $v_{Te}$  ist wesentlich größer als die der Ionen  $v_{Ti}$  (siehe Abschnitt 1.4.2). Daher gelten  $\text{Im}\{F_e\} \ll \text{Im}\{F_i\}$ , und  $\text{Re}\{F_e\} \ll \text{Re}\{F_i\}$ , so daß  $F_e$  vernachlässigt werden kann. Da  $|x_i| \ll 1$  ist  $\text{Re}\{x_i\} \ll 1$  und  $\text{Im}\{x_i\} \ll 1$ . Daher werden höhere Ordnungen von  $x_i$  in  $F_i$  nicht betrachtet. Analog fällt der Summand mit der Exponentialfunktion in  $F_s$  wegen  $x_s \gg 1$  weg. Bei den späteren Experimenten werden die Bewegungen der Mikropartikel  $(\omega, k)$  gemessen. Im Vergleich zur Ionendriftgeschwindigkeit  $u$  sind die Mikropartikel bewegungslos. Es gilt daher  $ku \gg \omega$ , so daß  $\omega$  in  $F_i$  weggelassen werden kann. Damit verbleibt für A.33:

$$\epsilon_l = 1 + \underbrace{\frac{1}{\lambda_e^2 k^2}}_{\longrightarrow 0} + \frac{\overbrace{1 - i\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{uk - i\nu_{in}}{v_{Ti}k}}^{x_i}}{\lambda_i^2 k^2} + \frac{\overbrace{1 - \frac{k^2 v_{Ts}^2}{(\omega + i\nu_{sn})^2}}^{x_s}}{\lambda_s^2 k^2} + \frac{\underbrace{1 - \frac{i\nu_{sn}}{\omega + i\nu_{sn}} - \frac{i\nu_{sn} k^2 v_{Ts}^2}{(\omega + i\nu_{sn})^3}}_{\longrightarrow 1}}{\lambda_s^2 k^2}$$

$\chi_e$  fällt heraus, da die Debye-Länge der Elektronen wesentlich größer ist als die der Ionen ( $T_e \gg T_i$ , siehe 1.4.2).

Für die weitere algebraische Entwicklung wird angenommen, daß die untersuchten Wellenlängen  $2\pi/k$  klein im Vergleich zur mittleren freien Weglänge der Ionen  $l_i$  sind, so daß nach Gleichung 1.7 die Näherung

$$kl_i \gg 1, \quad \longrightarrow \quad 1 - \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\nu_{in}}{v_{Ti}k} \longrightarrow 1 \quad (\text{A.40})$$

verwendet werden kann. Diese Bedingung ist die Umkehrung der hydrodynamischen Grenze, bei der  $kl_i \ll 1$  angenommen wird. Setzt man die verwendeten experimentellen Parameter (siehe Tabelle 1.1, Seite 12) ein, erkennt man, daß  $kl_i$  zwar größer als 1 ist, jedoch in der gleichen Größenordnung liegt. Der gemessene Wertebereich für  $k$  liegt also zwischen der Näherung, die hier verwendet wurde, und dem hydrodynamischen Ansatz. Gerechtfertigt wird dieses Vorgehen durch das Endergebnis (Gleichung A.42), das näherungsweise dem Endergebnis des hydrodynamischen Ansatzes entspricht [2, 25] und im sehr guten Einklang mit den experimentellen Messungen steht. Die Näherung A.40 läßt sich auf den Nenner und anschließend auf den Zähler von  $\chi_i$  anwenden. Für den Gültigkeitsbereich von  $k$

$$k > 1/l_i \approx 3 \text{ mm} \quad (\text{A.41})$$

erhält man dann

$$\epsilon_l = 1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2} \left( 1 - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{u}{v_{Ti}} \right) - \frac{1}{\lambda_s^2 k^2} \frac{k^2 v_{Ts}^2}{\omega(\omega + i\nu_{sn}) - \underbrace{\frac{i\nu_{sn} k^2 v_{Ts}^2}{\omega + i\nu_{sn}}}_{\rightarrow 0}}.$$

Mit der Definition der Plasmafrequenz  $\omega_{ps} = v_{Ts}/\lambda_s$  und der Annahme, daß die Mikropartikel aufgrund ihrer großen Masse eine sehr kleine thermische Geschwindigkeit aufweisen  $kv_{Ts} \ll \omega$  ergibt sich schließlich

$$\epsilon_l = 1 + \frac{1}{\lambda_i^2 k^2} \left( 1 - i \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{u}{v_{Ti}} \right) - \frac{\omega_{ps}^2}{\omega(\omega + i\nu_{sn})}. \quad (\text{A.42})$$

Das Ergebnis (A.42) für die dielektrische Permeabilität  $\epsilon_l$  wird für die Berechnung der Dispersionsrelation longitudinaler Wellen benötigt.

## A.2 Fresnel-Beugung

Sei das komplexe Wellenfeld an der Blende gegeben durch  $g_W$ , dann berechnet sich das komplexe Wellenfeld im Abstand  $x_b$  hinter der Blende durch die Fresnel-Kirchhoff'sche Beugungsgleichung [23, Seite 62ff]

$$\psi(x_b, y_b, z_b) = \frac{-i}{\lambda} \iint_{-\infty}^{\infty} g_W(y_g, z_g) \frac{e^{ikr}}{r} dy_g dz_g. \quad (\text{A.43})$$

$$r = \sqrt{x_b^2 + (y_g - y_b)^2 + (z_g - z_b)^2} \quad (\text{A.44})$$

$r$  ist dabei der Abstand zwischen einem Punkt auf der Gegenstandsebene und einem Punkt auf der Bildebene (Abb. A.1). Das Integral über die Gegenstandsebene in Gleichung A.43 läßt sich wegen der Wurzel in  $r$  nicht lösen. Jedoch kann man das Integral durch eine Näherung der Wurzel in Fresnel-Integrale entwickeln, die in der Literatur bereits intensiv untersucht wurden.

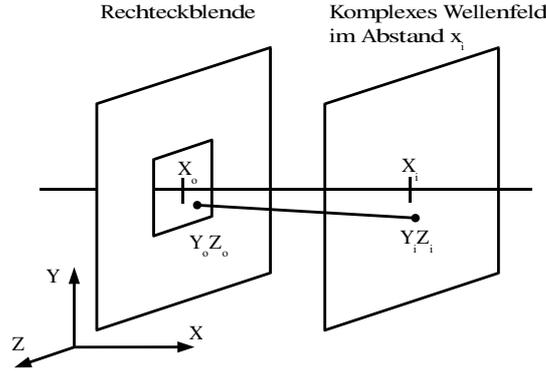


Abbildung A.1: Geometrie der Streuung an der Rechteckblende – das Lichtwellenfeld wird an den Kanten der Rechteckblende gebeugt. Im Abstand  $x_b - x_g$  sei ein virtueller Schirm aufgestellt, an dem das komplexe Wellenfeld für jede Koordinate  $y_b, z_b$  berechnet wird.

$$\text{Mit} \quad \sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \left(\frac{1}{16}x^3\right) - \dots \quad \text{für } |x| \leq 1 \quad (\text{A.45})$$

$$\begin{aligned} r &= x_b \sqrt{1 + [(y_g - y_b)^2 + (z_g - z_b)^2] / x_b^2} & (\text{A.46}) \\ &\approx x_b \left( 1 + \underbrace{\frac{y_b^2 + z_b^2}{2x_b^2} - \frac{y_b y_g + z_b z_g}{x_b^2} + \frac{y_g^2 + z_g^2}{2x_b^2}}_{\text{Fraunhofer-Näherung}} - \underbrace{\frac{[(y_g - y_b)^2 + (z_g - z_b)^2]^2}{8x_b^4}}_{\text{Fresnel-Näherung}} \right) \end{aligned}$$

Die Bedingung für die Richtigkeit der Entwicklung ist

$$\max(y_g - y_b)^2 + \max(z_g - z_b)^2 \leq x_b^2. \quad (\text{A.47})$$

Es wird zur Fehlerabschätzung angenommen, daß die Intensität direkt hinter der Blende null und direkt hinter der Blendenöffnung gleich eins ist:

$$g_w(y_g, z_g) = 1 \quad \text{für} \quad -a_y < y_g < a_y, -a_z < z_g < a_z \quad (\text{A.48})$$

$$= 0 \quad \text{sonst} \quad (\text{A.49})$$

Die Integration in A.43 ergibt nur dann einen Beitrag, wenn  $g_W \neq 0$ , so daß sich die Integrationsgrenzen auf den rechteckigen Bereich der Blendenöffnung  $\mathbf{A} = [-a_y \dots a_y, -a_z \dots a_z]$  reduzieren lassen. Das Beugungsintegral in Fresnel-Näherung ergibt dann

$$\psi(x_b, y_b, z_b) = \frac{-i}{\lambda x_b} e^{ikx_b} \iint_{\mathbf{A}} \exp \left[ ik \frac{(y_g - y_b)^2 + (z_g - z_b)^2}{2x_b} \right] dy_g dz_g. \quad (\text{A.50})$$

Die Integration über die Exponentialfunktion läßt sich schließlich mit den Fresnel-Integralen ausdrücken. Mit den Definitionen der Fresnel-Integrale

$$\begin{aligned} F_c(\alpha) &= \int_0^\alpha \cos \left( \frac{\pi}{2} t^2 \right) dt \\ F_s(\alpha) &= \int_0^\alpha \sin \left( \frac{\pi}{2} t^2 \right) dt \\ F_r(\alpha) &= F_c(\alpha) + iF_s(\alpha) \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

und

$$\delta y = \sqrt{\frac{k}{\pi x_b}} (y_g - y_b) \quad \delta z = \sqrt{\frac{k}{\pi x_b}} (z_g - z_b) \quad (\text{A.52})$$

läßt sich das komplexe Wellenfeld ausdrücken durch:

$$\psi(x_b, y_b, z_b) = \frac{-i}{2} e^{ikx_b} \{F_r(\delta y) - F_r(-\delta y)\} \cdot \{F_r(\delta z) - F_r(-\delta z)\} \quad (\text{A.53})$$

Die Intensität  $|\psi|^2$  an einem Punkt  $(x_b, y_b, z_b)$  läßt sich durch numerische Berechnung von A.53 ermitteln.

### A.3 Mie-Streuung

Wird ein kleines Objekt (Durchmesser in ähnlicher Größenordnung wie die Lichtwellenlänge) beleuchtet, streut es das Licht in alle Raumrichtungen. Die Intensität und Polarisation des Streulichtes ist abhängig von der Geometrie des Objektes, Lichtwellenlänge, Polarisation der Beleuchtung und den Raumwinkeln von Beobachtungs- und Beleuchtungsrichtung zum Objekt. Für kugelförmige Streuobjekte ist in [7, Kapitel 1-4] anhand der Mie-Theorie die Streuamplitude mathematisch hergeleitet. In den folgenden Abschnitten werden die wesentlichen Schritte zusammengefaßt.

Eine ebene Welle mit Ausbreitungsrichtung parallel zur  $z$ -Achse  $\hat{\mathbf{e}}_z$  trifft ein kugelförmiges Mikropartikel im Koordinatenursprung mit dem komplexen Brechungsindex  $N_p$  und Radius  $a$ . Das umgebende Medium ist linear, isotrop, homogen und hat den Brechungsindex  $N$ . Das Licht wird in alle

möglichen Richtungen  $\hat{\mathbf{e}}_r$  gestreut. Der Winkel  $\theta$  zwischen der  $z$ -Achse und dem Radius zu einem Beobachtungspunkt  $\mathbf{r}$  heißt Streuwinkel, die durch sie aufgespannte Ebene Streuebene. Der Azimutalwinkel  $\phi$  wird durch die  $x$ -Achse und der Projektion von  $\mathbf{r}$  auf die  $x,y$ -Ebene eingeschlossen.

Zuerst wird das elektromagnetische Feld  $(\mathbf{E}, \mathbf{H})$  in Kugelkoordinaten entwickelt. Es läßt sich unterteilen in das Beleuchtungsfeld  $(\mathbf{E}_i, \mathbf{H}_i)$ , das Feld innerhalb des Mikropartikels  $(\mathbf{E}_p, \mathbf{H}_p)$  und das Streufeld  $(\mathbf{E}_s, \mathbf{H}_s)$ . Physikalische Randbedingungen an der Oberfläche des Mikropartikels erlauben die explizite Berechnung der Streuamplituden in Abhängigkeit der Beleuchtung.

Elektromagnetische Felder im sichtbaren Frequenzbereich genügen im Medium und innerhalb des Partikels der Wellengleichung:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0 \quad (\text{A.54})$$

Hierbei beschreibt  $k = |\mathbf{k}| = \omega^2 \epsilon \mu$ , die Wellenzahl des Lichts ( $\epsilon, \mu$  sind die Suszeptibilität und die Permeabilität des jeweiligen Materials). Nach den Maxwell-Gleichungen sind die Felder quellenfrei und stehen im rechten Winkel zueinander und zur Ausbreitungsrichtung  $\mathbf{k}/k$ :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{E} &= \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \\ \nabla \times \mathbf{E} &= i\omega\mu\mathbf{H}, \\ \nabla \times \mathbf{H} &= -i\omega\epsilon\mathbf{E} \\ \mathbf{k} \cdot \mathbf{E} &= \mathbf{k} \cdot \mathbf{H} = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.55})$$

Für die Berechnung des elektromagnetischen Feldes ist es hilfreich, eine skalare Hilfsfunktion  $\psi$  zu bestimmen, aus der die Vektoren

$$\mathbf{M} = \nabla \times (\mathbf{r}\psi), \quad \mathbf{N} = \nabla \times \mathbf{M}/k \quad (\text{A.56})$$

abgeleitet werden können. Durch Einsetzen von  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{N}$  in (A.54) erkennt man, daß für sie die Wellengleichung gilt, wenn auch die skalare Funktion  $\psi$  ihr genügt:

$$\nabla^2 \mathbf{M} + k^2 \mathbf{M} = \nabla \times \left[ \mathbf{r} \left( \nabla^2 \psi + k^2 \psi \right) \right]. \quad (\text{A.57})$$

$\mathbf{M}$  und  $\mathbf{N}$  sind quellenfrei und senkrecht zueinander (analog zu den Maxwell-Gleichungen A.55). Definiert man  $\mathbf{r}$  als Radiusvektor, so erfüllen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$  und  $\psi$  die vektorielle bzw. skalare Wellengleichung in Kugelkoordinaten. Für  $\psi$  gilt:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \phi^2} + k^2 \psi = 0. \quad (\text{A.58})$$

Wird  $\psi$  in von den Ortsvariablen  $r, \theta, \phi$  abhängige Funktionen  $R, \Theta, \Phi$  separiert, erhält man durch Einsetzen in (A.58) folgende Gleichungen, die über die Separationskonstanten  $n$  und  $m$  gekoppelt sind:

$$\text{Für} \quad \psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \quad (\text{A.59})$$

$$\begin{aligned} \text{gelten} \quad & \frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m^2\Phi = 0, \\ & \frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} \left( \sin\theta \frac{d\Theta}{d\theta} \right) + \left[ n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\theta} \right] \Theta = 0, \\ & \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dR}{dr} \right) + [k^2 r^2 - n(n+1)] R = 0. \end{aligned}$$

Es gibt entsprechend den Separationskonstanten zueinander orthogonale Lösungsfunktionen, die gerade  $\psi_{emn}$  oder ungerade  $\psi_{omn}$  sein können. Sie werden aus den assoziierten Legendre-Funktionen  $P_n^m(\cos\theta)$  erster Art, aus Kugel-Hankel-Funktionen  $h_n^{(1)}$ ,  $h_n^{(2)}$  oder aus Kugel-Bessel-Funktionen  $j_n$ ,  $y_n$  gebildet. Sie sind ein kompletter Funktionensatz, mit dem jede Funktion entwickelt werden kann, die die Wellengleichung erfüllt:

$$\psi_{emn}^{(s)} = \cos m\phi P_n^m(\cos\theta) z_n^{(s)}(kr), \quad (\text{A.60})$$

$$\psi_{omn}^{(s)} = \sin m\phi P_n^m(\cos\theta) z_n^{(s)}(kr), \quad (\text{A.61})$$

$$\begin{aligned} z_n^{(1)}(kr) &= j_n(kr), & z_n^{(2)}(kr) &= y_n(kr), \\ z_n^{(3)}(kr) &= h_n^{(1)}(kr), & z_n^{(4)}(kr) &= h_n^{(2)}(kr). \end{aligned}$$

Der obere Index  $(s)$  in  $\psi^{(s)}$  gibt an, welche Funktion mit  $z^{(s)}$  gemeint ist (in der weiteren Herleitung werden jedoch nur  $j_n$ ,  $h_n^{(1)}$  benötigt). Die Zusammenhänge zwischen  $P_n^m$  und den Legendre-Polynomen  $P_n$  und zwischen  $j_n, y_n, h_n^{(1)}, h_n^{(2)}$  und den Bessel-Funktionen  $J_\nu, Y_\nu$  finden sich unter anderem in [3]. Zur Vollständigkeit seien die Funktionsdefinitionen kurz erwähnt:

$$\begin{aligned} P_n^m(x) &= (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m}{dx^m} P_n(x) \\ P_n(x) &= \sum_{k=0}^{n/2} (-1)^k \frac{(2n-2k)!}{2^n k! (n-k)! (n-2k)!} x^{n-2k} \\ h_n^{(1)}(\rho) &= j_n(\rho) + iy_n(\rho), & h_n^{(2)}(\rho) &= j_n(\rho) - iy_n(\rho) \\ j_n(\rho) &= \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} J_{n+1/2}(\rho), & y_n(\rho) &= \sqrt{\frac{\pi}{2\rho}} Y_{n+1/2}(\rho) \\ J_\nu(\rho) &= \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{s!(\nu+s)!} \left(\frac{\rho}{2}\right)^{\nu+2s} \\ Y_\nu(\rho) &= \frac{\cos\nu\pi J_\nu(\rho) - J_{-\nu}(\rho)}{\sin\nu\pi} \end{aligned}$$

Aus  $\psi_{emn}^{(s)}$  und  $\psi_{omn}^{(s)}$  lassen sich gerade und ungerade Vektor-Kugelfunktionen  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{N}$  erzeugen. Der obere Index  $(s)$  weist wieder auf die in  $\psi^{(s)}$  verwendete Funktion  $z_n^{(s)}$  hin.

$$\mathbf{M}_{emn}^{(s)} = \nabla \times (\mathbf{r}\psi_{emn}^{(s)}), \quad \mathbf{N}_{emn}^{(s)} = \nabla \times \mathbf{M}_{emn}^{(s)}/k \quad (\text{A.62})$$

$$\mathbf{M}_{omn}^{(s)} = \nabla \times (\mathbf{r}\psi_{omn}^{(s)}), \quad \mathbf{N}_{omn}^{(s)} = \nabla \times \mathbf{M}_{omn}^{(s)}/k \quad (\text{A.63})$$

Die gesuchten Feldgrößen  $\mathbf{E}$  und  $\mathbf{H}$  werden als Linearkombination aus den Kugelfunktionen in der Form

$$\mathbf{E} = \sum_{m,n=0}^{\infty} \left( B_{emn} \mathbf{M}_{emn}^{(s)} + B_{omn} \mathbf{M}_{omn}^{(s)} + A_{emn} \mathbf{N}_{emn}^{(s)} + A_{omn} \mathbf{N}_{omn}^{(s)} \right) \quad (\text{A.64})$$

gebildet. Die Koeffizienten  $B_{emn}$ ,  $B_{omn}$ ,  $A_{emn}$ ,  $A_{omn}$  sind jeweils zu bestimmen.

Mit dem eingeführten mathematischen Rüstzeug wird zuerst das Beleuchtungsfeld in Vektor-Kugelfunktionen entwickelt. Es bestehe aus einer in  $x$ -Richtung polarisierten ebenen Welle, die entlang der  $z$ -Achse auf das Mikropartikel im Koordinatenursprung zuläuft. Für die  $\mathbf{E}_i$ - und  $\mathbf{H}_i$ -Komponenten ergeben sich nach einer länglichen Rechnung:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_i &= E_0 e^{ikr \cos \theta} \vec{\mathbf{e}}_x \\ &= E_0 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left( \mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i \mathbf{N}_{e1n}^{(1)} \right)\end{aligned}\quad (\text{A.65})$$

$$\mathbf{H}_i = \frac{-k}{\omega \mu} E_0 \sum_{n=1}^{\infty} i^n \frac{2n+1}{n(n+1)} \left( \mathbf{M}_{e1n}^{(1)} + i \mathbf{N}_{o1n}^{(1)} \right)\quad (\text{A.66})$$

Analog läßt sich das elektromagnetische Feld im Innern des Mikropartikels ( $\mathbf{E}_p$ ,  $\mathbf{H}_p$ ) und das Streufeld ( $\mathbf{E}_s$ ,  $\mathbf{H}_s$ ) berechnen. Hierbei sind  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$ ,  $d_n$  Entwicklungskoeffizienten und  $\mu_p$  die Permeabilität des Partikelmaterials:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_p &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( c_n \mathbf{M}_{o1n}^{(1)} - i d_n \mathbf{N}_{e1n}^{(1)} \right) \\ \mathbf{H}_p &= \frac{-k_p}{\omega \mu_p} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( d_n \mathbf{M}_{e1n}^{(1)} + i c_n \mathbf{N}_{o1n}^{(1)} \right) \\ \mathbf{E}_s &= \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( i a_n \mathbf{N}_{e1n}^{(3)} - b_n \mathbf{M}_{o1n}^{(3)} \right)\end{aligned}\quad (\text{A.67})$$

$$\mathbf{H}_s = \frac{k}{\omega \mu} \sum_{n=1}^{\infty} E_n \left( i b_n \mathbf{N}_{o1n}^{(3)} + a_n \mathbf{M}_{e1n}^{(3)} \right)\quad (\text{A.68})$$

$$\text{mit } E_n = i^n E_0 \frac{2n+1}{n(n+1)}$$

Die Auswahl der Funktion  $z_n^{(s)}$  fällt beim Beleuchtungsfeld und beim Feld innerhalb der Mikrokugel auf  $j_n$  ( $s = 1$ ), da sie im Vergleich zu  $y_n$ ,  $h_n^{(1)}$  und  $h_n^{(2)}$  im Ursprung, wie auch die Felder selbst, endlich und stetig ist. Das Streufeld wird in großen Abständen (Fernfeld) vom Partikel gemessen, so daß  $kr \gg 1$  gilt. Die Wahl für  $z_n^{(s)}$  fällt auf  $h_n^{(1)}(kr)$  ( $s = 3$ ), da sie für große  $kr$  genähert werden kann.

Die Felder sind durch folgende Randbedingung an der Partikeloberfläche miteinander verknüpft: Die Tangentialkomponenten des elektrischen und magnetischen Felds müssen beim Übergang an der Kugeloberfläche vom äußeren Medium zum Kugelmateriale stetig sein ( $\hat{\mathbf{e}}_r$  ist der Einheitsvektor senkrecht zur Kugeloberfläche):

$$(\mathbf{E}_i + \mathbf{E}_s - \mathbf{E}_p) \times \hat{\mathbf{e}}_r = (\mathbf{H}_i + \mathbf{H}_s - \mathbf{H}_p) \times \hat{\mathbf{e}}_r = 0\quad (\text{A.69})$$

Mit dieser Bedingung lassen sich die Entwicklungskoeffizienten bestimmen. Die für die Berechnung des Streufelds relevanten Koeffizienten  $a_n, b_n$  ergeben sich zu:

$$a_n = \frac{m\psi_n(mx)\psi'_n(x) - \psi_n(x)\psi'_n(mx)}{m\psi_n(mx)\xi'_n(x) - \xi_n(x)\psi'_n(mx)} \quad (\text{A.70})$$

$$b_n = \frac{\psi_n(mx)\psi'_n(x) - m\psi_n(x)\psi'_n(mx)}{\psi_n(mx)\xi'_n(x) - m\xi_n(x)\psi'_n(mx)} \quad (\text{A.71})$$

Hierbei werden die Riccati-Bessel Funktionen  $\psi_n, \xi_n$ , der Größenparameter  $x$  (mit Partikelradius  $a$ ) und der relative Brechungsindex  $m$  verwendet:

$$\begin{aligned} \psi_n(\rho) &= \rho j_n(\rho), & \psi'_n(\rho) &= \frac{d}{d\rho}\psi_n(\rho), \\ \xi_n(\rho) &= \rho h_n^{(1)}(\rho) \\ x &= 2\pi Na/\lambda, & m &= N_p/N \end{aligned}$$

Bricht man die Entwicklungsreihen der Streufelder (A.67 und A.68) nach  $n_c$  Summanden ab, läßt sich unter der Annahme, daß sie gleichmäßig konvergieren, eine beliebige Ergebnisgenauigkeit erzielen, wenn man  $n_c$  entsprechend groß wählt. Betrachtet man das Streufeld in großen Abständen ( $kr \gg n_c^2$ ) vom Streuzentrum, lassen sich die Hankel-Funktionen in den Summanden nähern

$$\begin{aligned} h_n^{(1)}(kr) &\approx \frac{(-i)^n e^{ikr}}{ikr} \\ \frac{d}{d(kr)} h_n^{(1)}(kr) &\approx \frac{(-i)^n e^{ikr}}{kr}. \end{aligned} \quad (\text{A.72})$$

Trennt man das elektrische Feld in die zwei Polarisationsrichtungen parallel ( $E_{\parallel}$ ) und senkrecht ( $E_{\perp}$ ) zur Streuebene, so ergibt sich im Fernfeld mit den Näherungen (A.72) der Zusammenhang zwischen einfallendem ( $E_{\parallel i}, E_{\perp i}$ ) und Streufeld ( $E_{\parallel s}, E_{\perp s}$ ) zu

$$\begin{pmatrix} E_{\parallel s} \\ E_{\perp s} \end{pmatrix} = \frac{e^{ik(r-z)}}{-ikr} \begin{pmatrix} S_2 & 0 \\ 0 & S_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{\parallel i} \\ E_{\perp i} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.73})$$

Die Elemente der Amplituden-Streumatrix sind

$$S_1 = \sum_n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \pi_n + b_n \tau_n) \quad (\text{A.74})$$

$$S_2 = \sum_n \frac{2n+1}{n(n+1)} (a_n \tau_n + b_n \pi_n) \quad (\text{A.75})$$

$$\text{mit } \pi_n = P_n^l / \sin \theta, \quad \tau_n = \frac{d}{d\theta} P_n^l.$$

Ist das Beleuchtungsfeld senkrecht zur Streuebene polarisiert, so ist auch das gestreute Licht senkrecht polarisiert. Die auf die Beleuchtung normierte Streuintensität ist dann (Vorfaktor  $1/k^2 r^2$  wird vernachlässigt):

$$i_{\perp} = |S_1|^2. \quad (\text{A.76})$$

Ist das Beleuchtungsfeld komplett parallel zur Streuebene polarisiert (wie es in dem hier beschriebenen 3D-Instrument eingestellt ist), so ist auch das gestreute Feld parallel polarisiert und hat die normierte Streuintensität

$$i_{\parallel} = |S_2|^2. \quad (\text{A.77})$$

Bei willkürlicher Polarisierung spaltet man die Beleuchtung in den parallelen und senkrechten Anteil auf und bestimmt für beide Richtungen getrennt die Streuamplituden. Die Polarisationsrichtung des gestreuten Lichts ist dann:

$$P = \frac{i_{\perp} - i_{\parallel}}{i_{\perp} + i_{\parallel}} \quad (\text{A.78})$$

Der verwendete Computer-Algorithmus ist aus [7] entnommen. Die normierten Streulichtintensitäten werden numerisch für unterschiedliche Winkel  $\theta$  berechnet.

Anhang B

# Fotografien des optischen Instruments

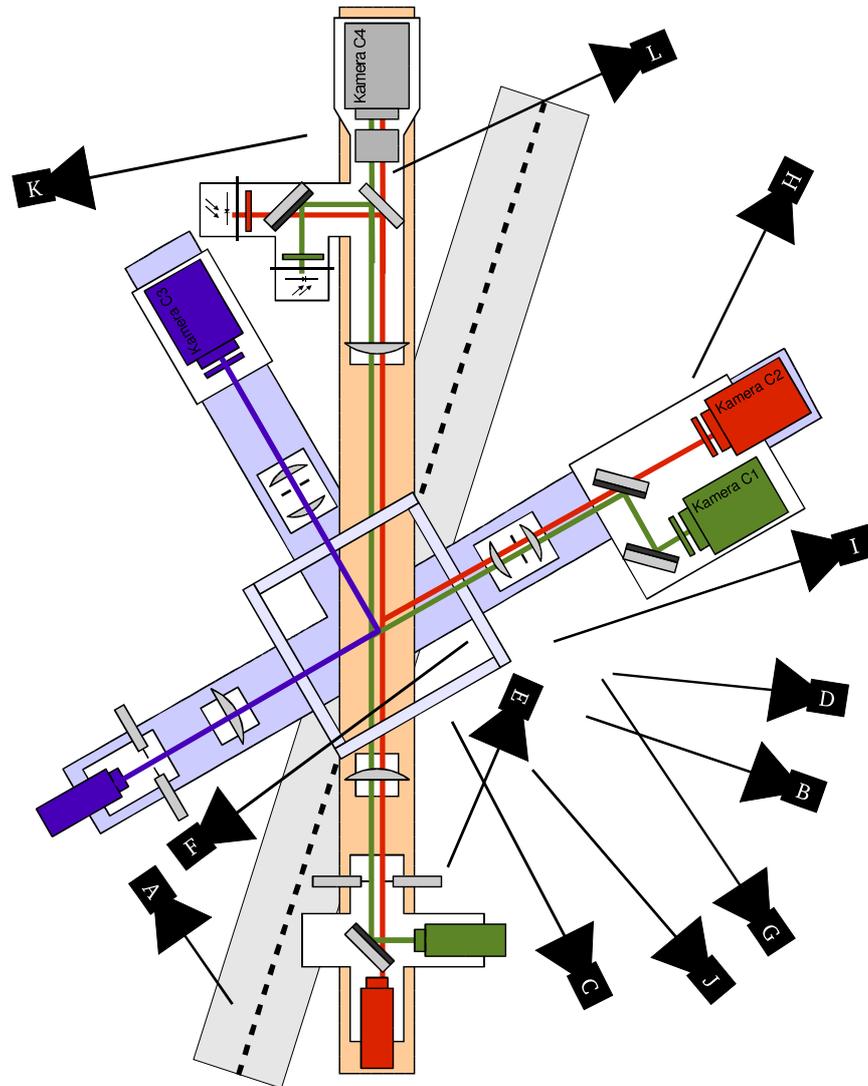


Abbildung B.1: Übersicht über Instrument-Fotografien. Einzelne Elemente der Optik wurden mit einer Fotokamera aufgenommen. Die schwarzen Kamerasymbole geben die Position und Richtung der Kamera an, die Buchstaben innerhalb der Symbole entsprechen den Bildunterschriften auf den folgenden Seiten.

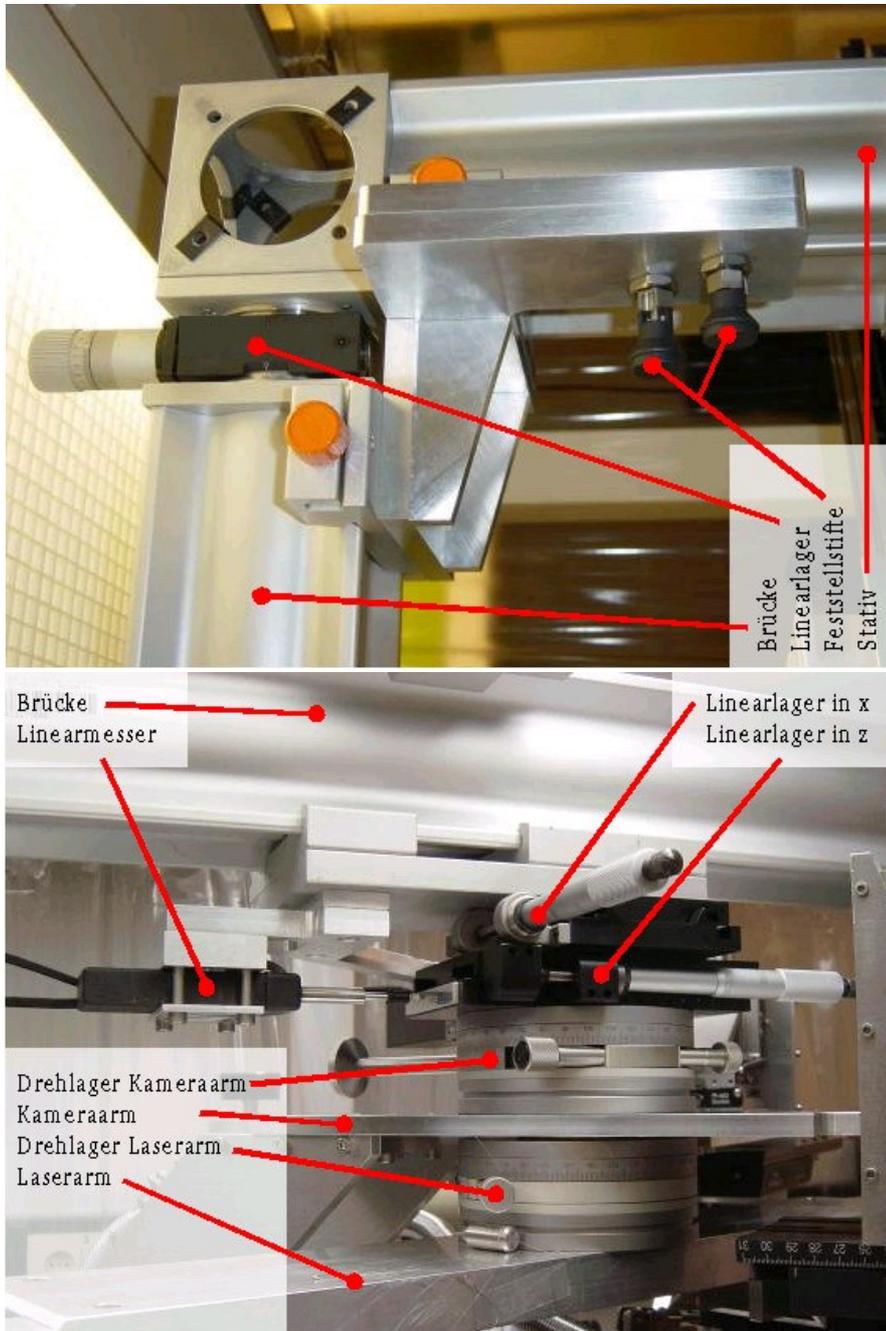


Abbildung B.2: (A) Brückenaufbau, (B) Linear- und Drehlager des Laser- und des Kameraarms.

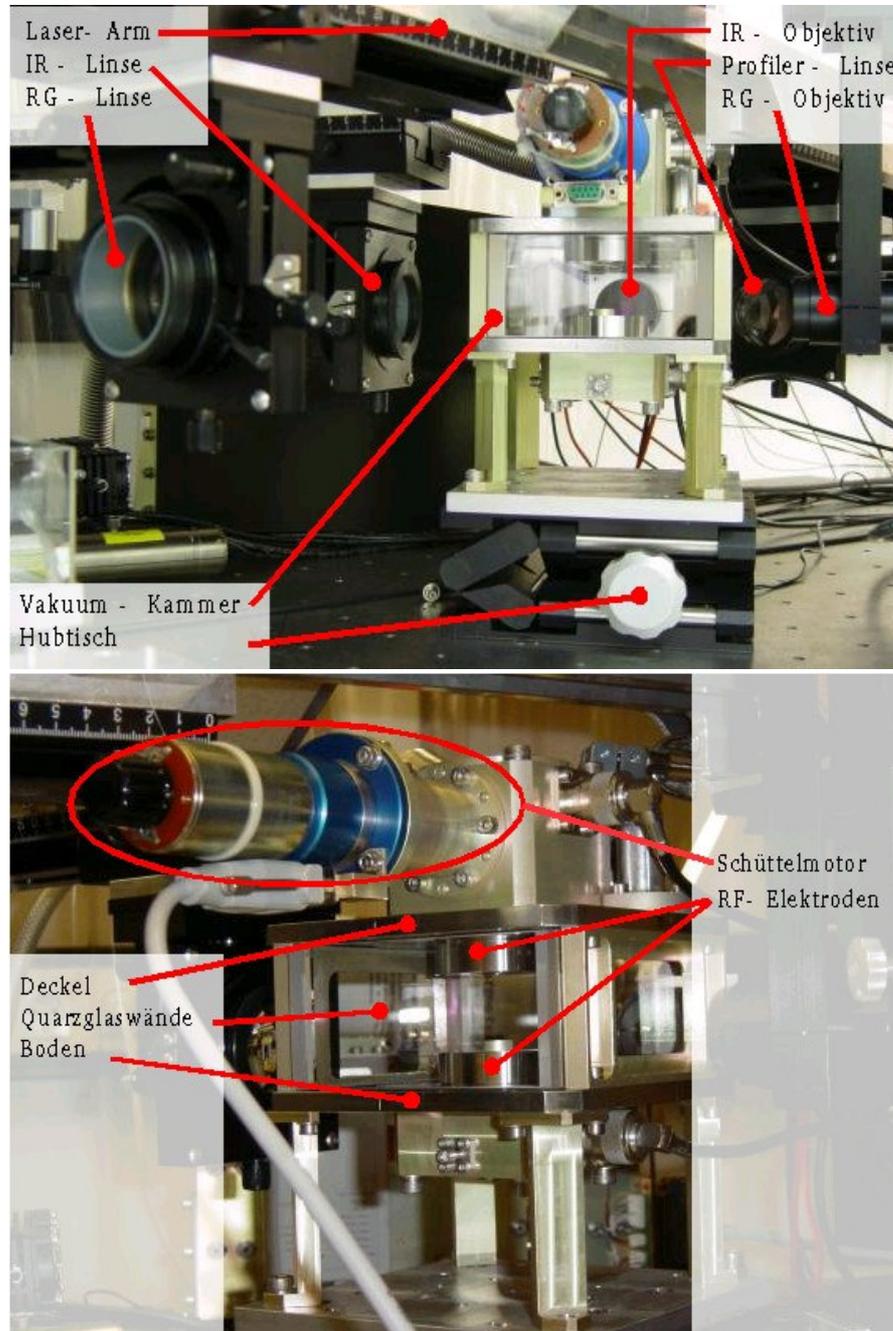


Abbildung B.3: (C) Höhenverstellbare Vakuumkammer mit allen sie umgebenden Linsen bzw. Objektiven. (D) Vakuumkammer.

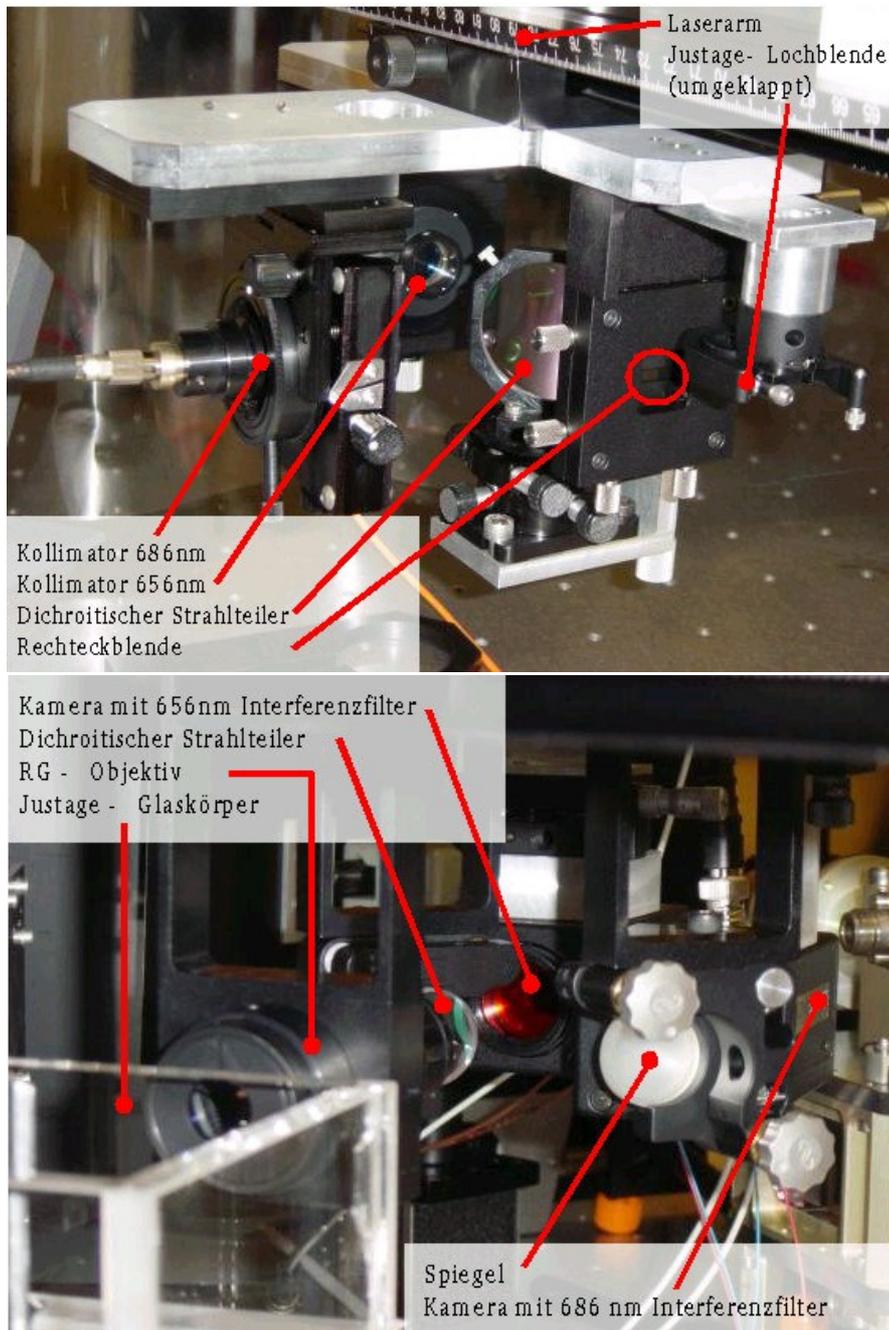


Abbildung B.4: (E) Laseroptik für den Farbgradienten (Tiefenkodierung), (F) Kameraoptik zur Aufnahme der Partikelbilder mit Farbgradienten (Tiefeninformation).

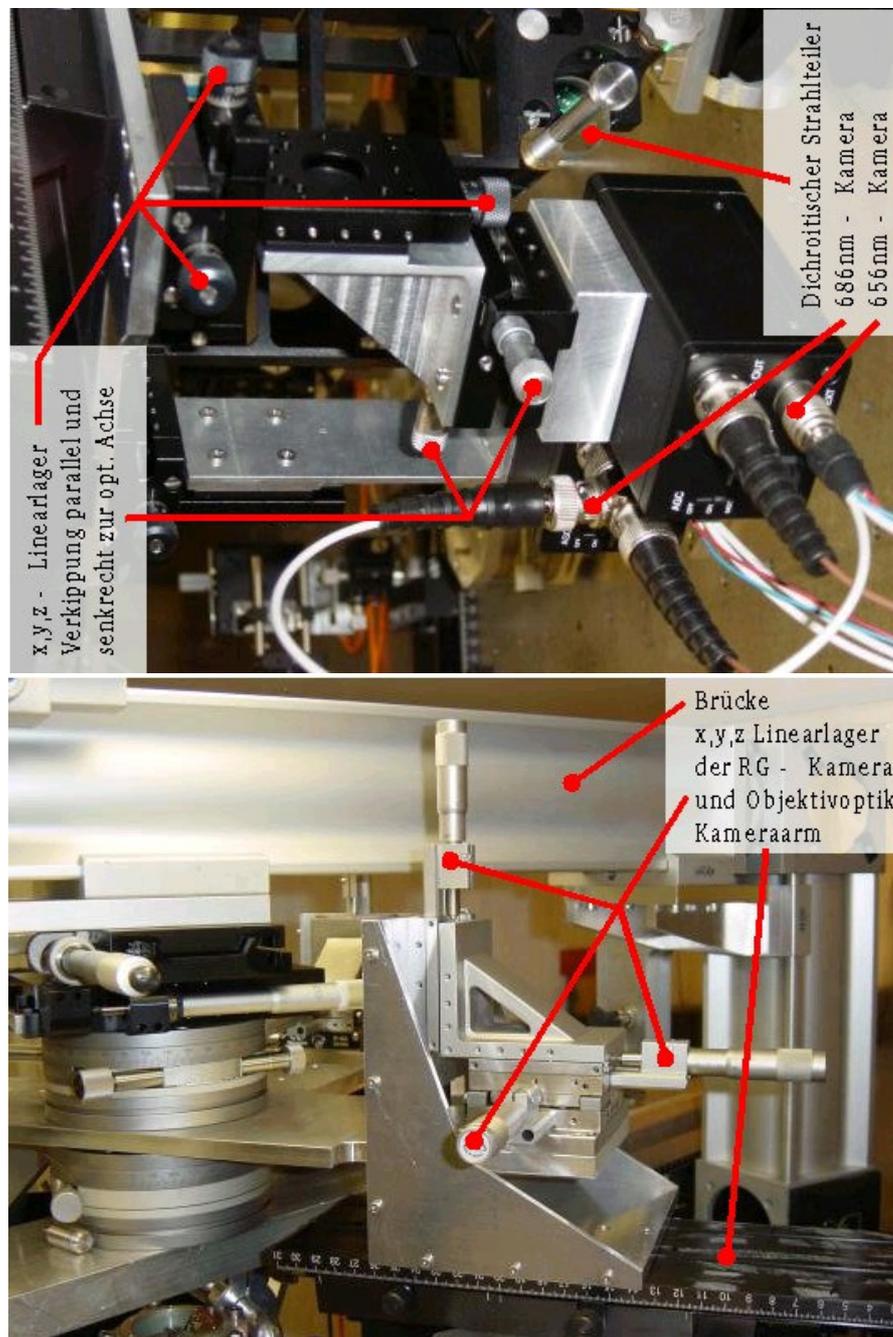


Abbildung B.5: (G) Mechanik zur Justage von Winkel und Position der Kameras relativ zueinander und relativ zum Objektiv, (H) Mechanik zur Justage der kompletten Kameraoptik (Objektiv, Strahlteileroptik und Kameras).

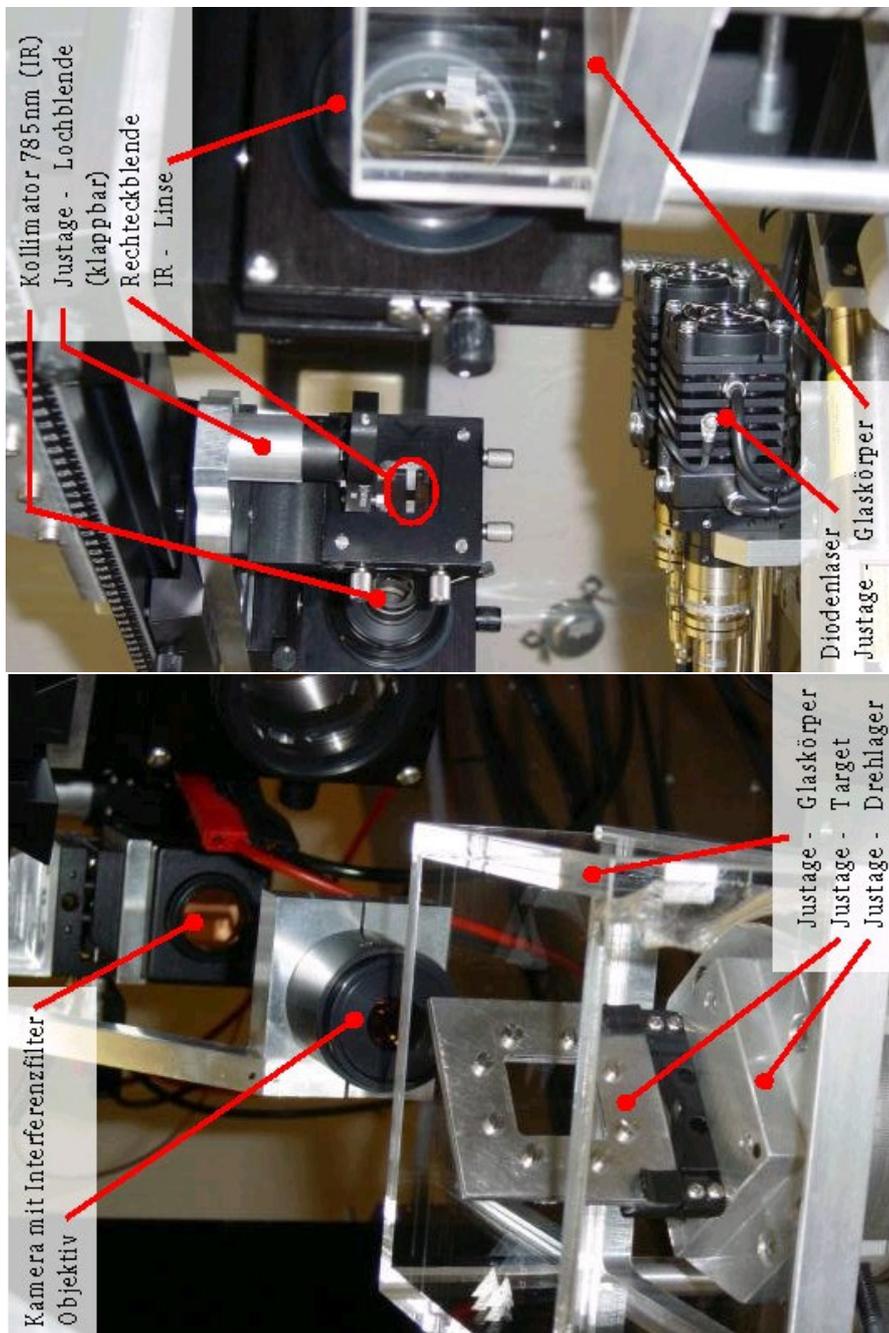


Abbildung B.6: (I) Optik der dritten (stereoskopischen) Beleuchtung und (J) der dritten Kamera (im rechten Winkel zur Farbgradientenkamera ausgerichtet).

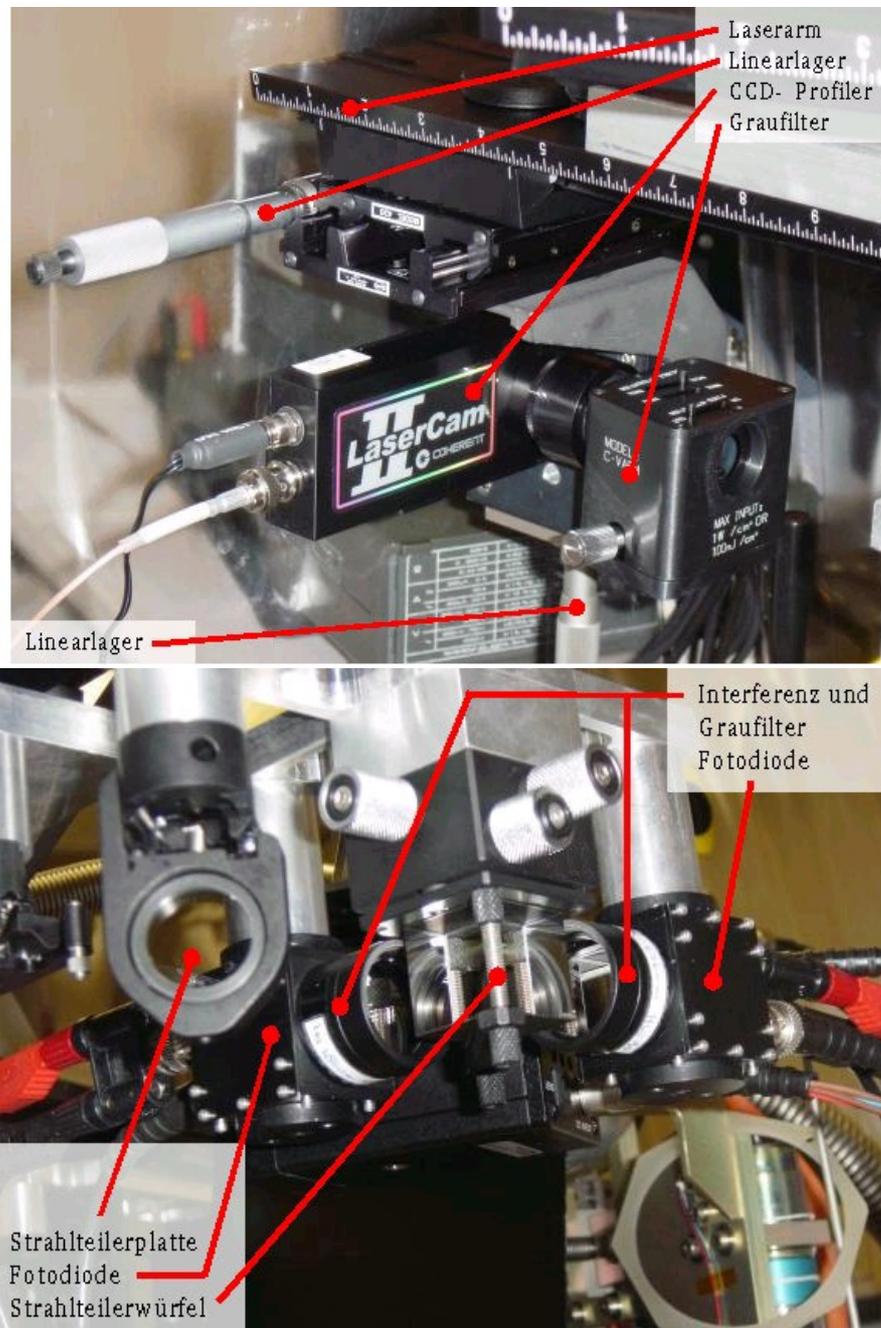


Abbildung B.7: (K) Strahlprofilmeßgerät zur Überprüfung der Beleuchtungsqualität, (L) Intensitätsmesser für beide Lichtquellen des Farbgradienten.

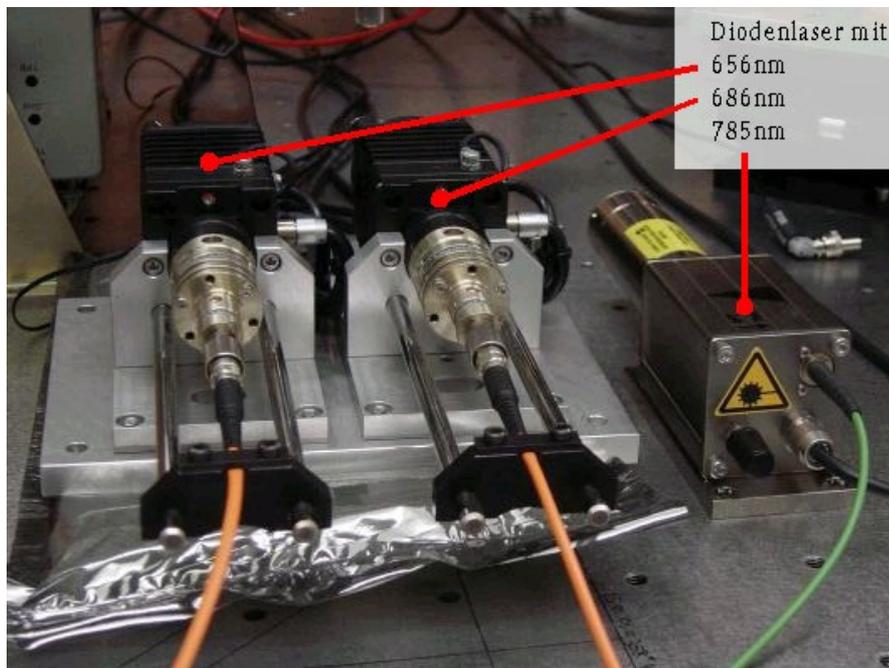


Abbildung B.8: Die eingesetzten Diodenlaser mit 656nm, 686nm und 785nm.

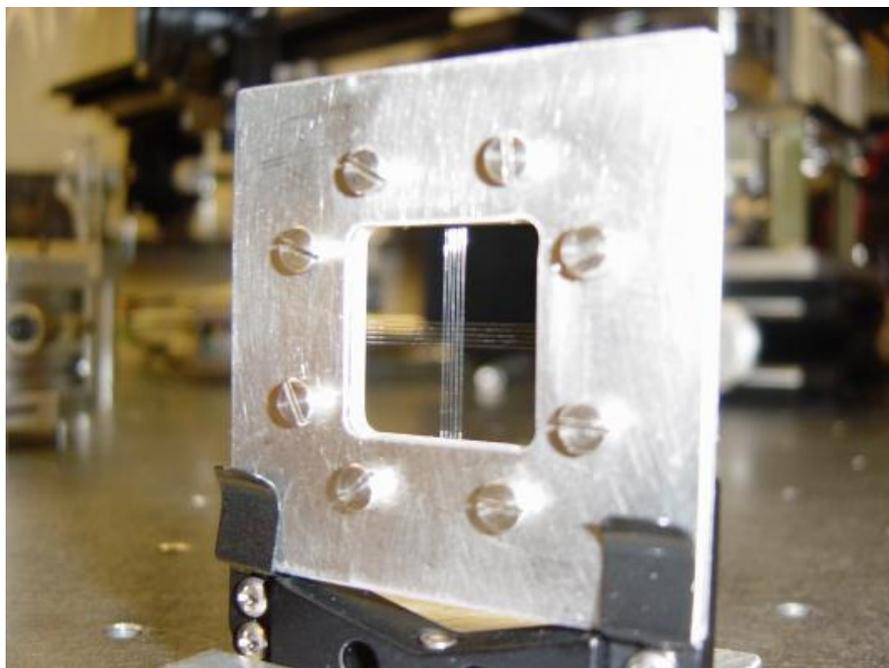


Abbildung B.9: Freischwebendes Drahtgitter als Justagetarget für das Beleuchtungs- und Kamera-System.

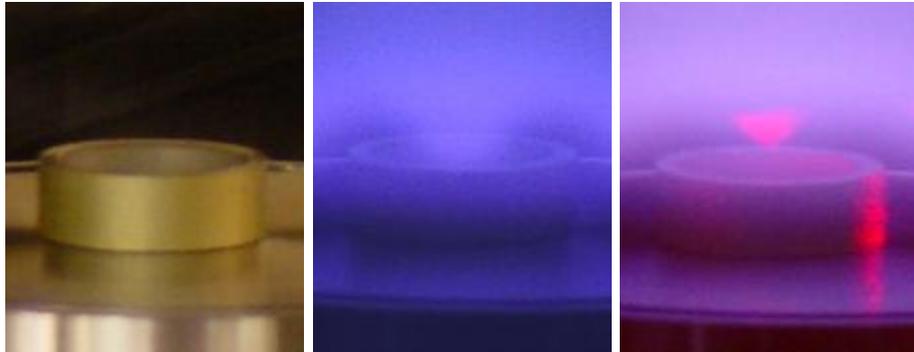


Abbildung B.10: Aufnahme der unteren Elektrode. Ein kleiner Ring reduziert den Durchmesser des Potentialfeldes, in dem die Mikropartikel seitlich gehalten werden. Links: Elektrode mit Ring, Mitte: mit gezündetem Plasma, rechts: mit beleuchteter Mikropartikelwolke oberhalb des Rings.

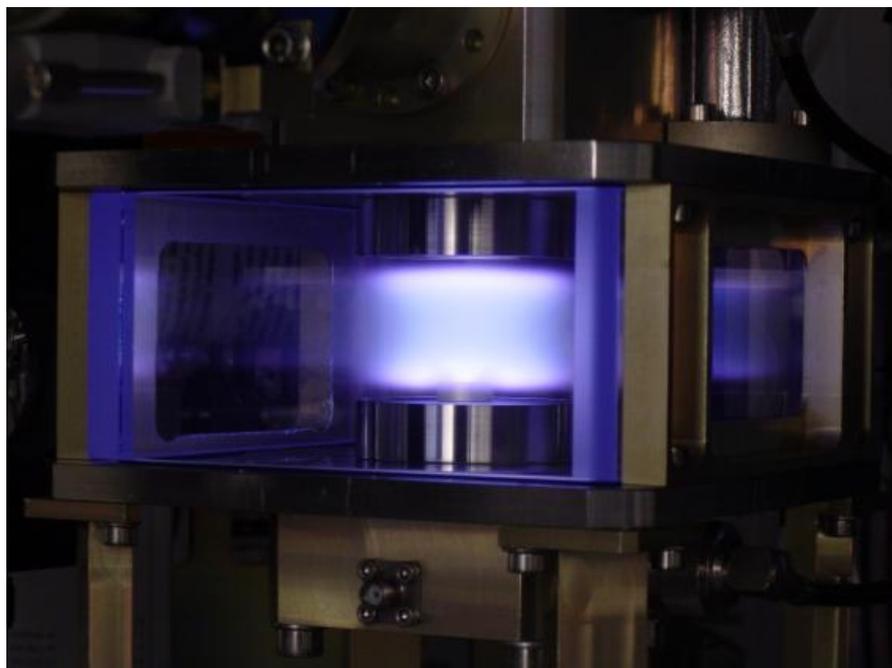


Abbildung B.11: Kammer mit gezündetem Plasma. Sie wurde vom MPE für Flugexperimente unter Schwerelosigkeit entwickelt und gebaut.

# Anhang C

## Inhalt der CD

Die CD enthält unterschiedliche Bildsequenzen, die im Experiment-Abschnitt (Kap. 3, Seite 17) oder bei den Ausblicken (Kap. 3.4, Seite 35) beschrieben sind. Alle Sequenzen sind in MPEG-Filme konvertiert und erheblich komprimiert (nicht verlustfrei!). Sie können mit Standard-Programmen unter Linux, Mac und Windows angesehen werden. Die Filmenamen setzen sich aus dem Aufnahme-Datum (yyymmdd) und der Sequenznummer (-xxx) zusammen. Der Zusatz 'rg' bzw. 'b' weist darauf hin, daß der Film vom RG- bzw. B-System aufgenommen wurde. Ist an den Namen ein 'v' angehängt, ist die laterale Auflösung des Films  $768 \times 576$  Pixel, ansonsten  $384 \times 288$  Pixel. Alle Filme sind Projektionen eines 2,1 mm breiten 1,7 mm hohen und 2,1 mm tiefen Volumens über einen Zeitraum von 8 Sekunden in 200 Voll- bzw. 400 Halbbildern (siehe hierzu Kapitel 4.1.7, Seite 49 und Kapitel 4.2.7, Seite 70).

Die Filme mit '**\_slc**' oder '**\_ang**' im Namen sind rechnerisch erzeugt und zeigen Partikel-Trajektorien. Die Farben der Trajektorien richten sich nach ihrer Position entlang der Blickrichtung. Rot bedeutet vom Betrachter entfernt und grün nahe zum Betrachter.

- **010128-007, 010128-008**: Partikelwirbel (Kap. 3.4.3, Seite 36). Die aufgenommenen Volumen grenzen direkt aneinander. Die Sequenz 008 zeigt die Partikeldynamik direkt am Rand der Elektrode und 007 den Übergang des Wirbels zum kristallinen System (Kap. 3.4.4, Seite 36). Es liegen sowohl RG-, als auch B-Sequenzen vor (**\_rg, \_b**).
- **020102-000\_rg**: Strömung kleinerer Partikel durch eine Verteilung größerer Partikel (Kap. 3.4.6, Seite 37)
- **020120-009\_rg**: Partikelwirbel (Kap. 3.3.1, Seite 27).
- **020120-010**: Phasenübergang zwischen zwei Kristallstrukturen durch Verringerung der RF-Amplitude von 43,9 auf 37,0 V in 4 Stufen (Kap. 3.4.1, Seite 35).

- **020120-011:** Phasenübergang zwischen zwei Kristallstrukturen durch Verringerung der RF-Amplitude von 40,9 auf 37,0 V in 2 Stufen (Kap. 3.4.1, Seite 35). Der Film mit '**rg**' im Namen enthält die eigentlichen Meßdaten (Blickrichtung parallel zur Elektrodenoberfläche).

Die Filme mit '**slc**' zeigen die ermittelten Trajektorien über die Bilder 0 bis 39 (**slc000-039**), 170 bis 199 (**slc170-199**) und 370 bis 399 (**slc370-399**). Die Blickrichtung verläuft senkrecht zur Elektrodenoberfläche (rechnerisch gedreht). Die Filme zeigen die Trajektorien innerhalb einer 450  $\mu\text{m}$  dicken Ebene, die von unten nach oben durch die Staubwolke gefahren wird (rechnerisch). Das erste Bild enthält also die Trajektorien des Meßvolumens zwischen 0 und 450  $\mu\text{m}$  und das letzte Bild zwischen 1250 und 1700  $\mu\text{m}$  entlang der  $y$ -Achse. Liegt eine Trajektorie in der hintersten Fläche der Ebene ist sie rot, in der vordersten grün. Wird eine Trajektorie von der Ebene durchfahren erscheint sie daher zunächst grün, verändert ihre Farbe kontinuierlich nach rot und verschwindet schließlich wieder.

- **020120-012:** Phasenübergang zwischen zwei Kristallstrukturen durch Verringerung der RF-Amplitude von 43,9 auf 40,9 V in 2 Stufen (Kap. 3.4.1, Seite 35).
- **020624-000:** Komplexes Plasma am Rande des Phasenüberganges von fest nach flüssig (Kap. 3.1, Seite 17). Die Filme '**rg**' und '**b**' enthalten die RG-, bzw. B-Sequenz.

'**ang1000**' enthält die ermittelten Trajektorien der ersten halben Sekunde. Das gesamte System wird rechnerisch um eine Achse durch das Zentrum des Meßvolumens gedreht. In den Filmen '**ang300**, '**ang150**, '**ang100**, '**ang075**' werden nur diejenigen Trajektorien dargestellt, die in einer 300, 150, 100, 75 Pixel breiten Ebene um die Drehachse liegen (ein Pixel entspricht etwa 3  $\mu\text{m}$ ).

Der Film '**slc**' zeigt analog zu **020120-011\_slc** die Trajektorien innerhalb einer 450  $\mu\text{m}$  dicken Schicht parallel zur Elektrodenoberfläche (rechnerisch gedreht), die durch die Partikel-Wolke gefahren wird (Blickrichtung senkrecht zur Elektrodenoberfläche).

- **020624-004:** Nervöses Partikel. Am unteren Rand der Partikelwolke fällt ein Partikel auf, welches eine deutlich höhere kinetische Energie als die meisten anderen Partikel hat (Kap. 3.4.7, Seite 37). Es sind die RG- in einfacher und doppelter Auflösung und die B-Sequenz enthalten (**rg**, **rgv**, **b**).

Anhang D

Patentschrift



19 BUNDESREPUBLIK  
DEUTSCHLAND



DEUTSCHES  
PATENT- UND  
MARKENAMT

12 Patentschrift  
10 DE 199 26 494 C 2

6 Int. Cl.<sup>7</sup>  
G 01 N 15/00  
G 01 N 21/84

21 Aktenzeichen: 199 26 494.5-52  
22 Anmeldetag: 10. 6. 1999  
41 Offenlegungstag: 21. 12. 2000  
45 Veröffentlichungstag  
der Patenterteilung: 26. 7. 2001

DE 199 26 494 C 2

Innerhalb von 3 Monaten nach Veröffentlichung der Erteilung kann Einspruch erhoben werden

13 Patentinhaber:

Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der  
Wissenschaften e.V., 80539 München, DE

14 Vertreter:

v. Bezold & Sozien, 80799 München

27 Erfinder:

Goldbeck, Dirk David, 81927 München, DE

66 Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht  
gezogene Druckschriften:

DE 197 13 637 A1  
DE 42 00 309 A1  
EP 05 49 905 A1

TANNENBAUM, D.M., LARACUENTE, A.L.  
GALLAGHER, A.:

"Nanoparticle deposition in hydrogenated  
amorphous silicon films during rf plasma  
deposition", In: Appl. Phys. Lett. Vol. 68 (1996)  
S. 1705-1707;

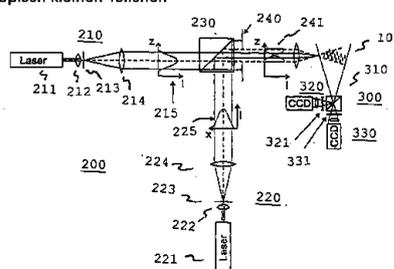
PIEPER, J.B., GOREE, J., QUINN, R.A.: "Three-  
dimensional structure in a crystallized dusty  
plasma" In: Phys Rev. E. Vol. 54 (1996),  
S. 5636-5640;

DICKEY, F.M., HOLSWADES, S.C.: "Gaussian laser  
beam profile shaping", In: Opt. Eng. Vol. 35  
(1996), S. 3285-3295;

54 Verfahren und Vorrichtung zur Abbildung von mikroskopisch kleinen Teilchen

57 Verfahren zur Abbildung einer Teilchenanordnung  
(100), mit den Schritten:

- Beleuchtung eines dreidimensionalen Raumbereiches, in dem sich mindestens ein mikroskopisch kleines Teilchen der Teilchenanordnung (100) befindet, mit einem Beleuchtungs-Strahlungsfeld, das mindestens zwei spektral verschiedene Teilstrahlen umfasst, die in einer Bezugsfläche senkrecht zu ihrer Ausbreitungsrichtung vorbestimmte Intensitätsverläufe aufweisen, wobei das mindestens eine Teilchen mit mindestens zwei verschiedenen Wellenlängen bestrahlt wird,
- gleichzeitige Erfassung von Streulichtbildern des Raumbereiches, die verschiedenen Wellenlängen des Beleuchtungs-Strahlungsfeldes entsprechen, und
- Ermittlung einer Raumkoordinate des Teilchens aus den spektralen Intensitätsverläufen des Beleuchtungs-Strahlungsfeldes und den Streulichtintensitäten des jeweiligen Teilchens in den Streulichtbildern.



DE 199 26 494 C 2

Abbildung D.1: Patenterteilung des Deutschen Patentamtes.

# Anhang E

## Verwendete Konstanten

### Naturkonstanten

- $k_B = 1,3806503 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$  Boltzmannkonstante
- $e = 1,602176462 \cdot 10^{-19} C$  Elementarladung
- $g = 9,80665 \frac{m}{s^2}$  Erdbeschleunigung
- $m_u = 1,66053873 \cdot 10^{-27} kg$  Atommassenkonstante
- $\epsilon_0 = 8,854187817 \cdot 10^{-12} \frac{F}{m}$  Dielektrizitätskonstante

### Materialeigenschaften von Argon und Argon-Ionen

- $m_{Ar} = 39,948 m_u = 6,6335 \cdot 10^{-26} kg$  Masse eines Argonatoms
- $r_{Ar} = 7,1 \cdot 10^{-11}$  empirisch ermittelter Atomradius [70]
- $v_{Ti} = \sqrt{T_r/m_{Ar}} = 249,9 \frac{m}{s}$  thermische Geschwindigkeit des Argons bei  $T_r$ ,
- $N = 1$  Optischer Brechungsindex des Plasmas

### Materialeigenschaften der Mikro-Partikel

- $d_s = 3,42 \mu m$  Durchmesser der verwendeten Latex-Partikel
- $N_p = 1,645 \pm 0,007$  Brechungsindex [60]
- $\rho = 1,5 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$  Partikeldichte
- $m_s = 3,0869 \cdot 10^{-14} kg$  Partikelmasse
- $v_s = \sqrt{T_r/m_s} = 3,663 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s}$  thermische Staubgeschwindigkeit bei Zimmertemperatur

**Umrechnungsgrößen**

- $T_z = 300K \cdot k_B = 4,142 \cdot 10^{-21} J$  Zimmertemperatur
- $1\text{torr} = 133,3Pa = 133,3 \frac{N}{m^2} = 1,333\text{mbar}$
- $1Pa = 10^{-5}\text{bar} = 7,5\text{mtorr}$
- $1J = 6,242 \cdot 10^{18}eV$

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Vom MPE entwickelte Plasmakammer für Flugexperimente in Schwerelosigkeit . . . . .	4
1.2	Mobilität von Argon-Ionen in Argongas . . . . .	11
3.1	Vertikaler Schnitt durch das Partikelsystem . . . . .	18
3.2	Horizontale Schnitte durch das Partikelsystem . . . . .	20
3.3	Paarkorrelationsfunktion eines kristallinen Systems . . . . .	21
3.4	Phononenspektren für die Ausbreitungsrichtung $z$ und Polarisation in $x$ , $y$ und $z$ . . . . .	22
3.5	Spektrum für longitudinale Phononen mit Ausbreitungsrichtung parallel zur $y$ -Achse . . . . .	22
3.6	Dispersionsrelation eines simulierten 3D-Yukawa Systems in flüssiger Phase nahe am Übergang flüssig-fest . . . . .	23
3.7	'Hot Spots' der longitudinalen $y$ -Phonen . . . . .	24
3.8	Frequenz, Wellenzahl und Energie des 'Hot Spots' . . . . .	25
3.9	Dämpfung $\omega_i$ des Systems . . . . .	26
3.10	Projektion der gemessenen Partikelgeschwindigkeiten auf $xy$ -Ebenen an verschiedenen $y$ -Koordinaten. . . . .	28
3.11	Projektion der Partikelgeschwindigkeiten auf $xz$ -Ebenen an verschiedenen $y$ -Koordinaten. . . . .	28
3.12	Projektion der Partikelgeschwindigkeiten auf $zy$ -Ebenen an verschiedenen $x$ -Koordinaten. . . . .	29
3.13	Projektion der Partikelgeschwindigkeiten auf $xy$ -Ebenen an verschiedenen $z$ -Koordinaten. . . . .	30
3.14	Über 8 Sekunden zeitlich gemittelte Partikelgeschwindigkeiten und Partikelfluß . . . . .	30
3.15	Über 8 Sekunden gemittelte Verteilung der Partikeldichte . . . . .	31
3.16	Phasendiagramme . . . . .	32
3.17	Über 8 Sekunden gemittelte Paarkorrelationsfunktion . . . . .	33
3.18	Systemattraktoren im Geschwindigkeitsfeld . . . . .	34
3.19	Partikel Winkelgeschwindigkeiten und absolute Geschwindigkeiten entlang der Attraktoren . . . . .	34
3.20	Bestimmung eines Kristallsystems . . . . .	36

4.1	Vergleich zwischen herkömmlicher (2D) und neuer (3D) Partikeldetektion . . . . .	40
4.2	Grundprinzip des Meßinstruments . . . . .	41
4.3	Der Experimentaufbau mit den wesentlichen optischen und mechanischen Elementen . . . . .	42
4.4	Einfluß der Mie-Streuung auf die Intensitäten der Partikelbilder . . . . .	46
4.5	Geometrie des Meßvolumens . . . . .	47
4.6	Justagetarget . . . . .	48
4.7	Intensitätsverlauf beider Laser im Zentrum der Kammer . . . . .	48
4.8	Empfindlichkeitsfunktion des ausgewählten CCD-Chips (Sony icx249al) [64]. . . . .	50
4.9	Gemessene Transmissionen der Interferenzfilter der beiden Kameras mit den Wellenlängen $\lambda_1 = 686$ nm und $\lambda_2 = 656$ nm. . . . .	50
4.10	Theoretische Intensitätsverteilung direkt hinter der Blende . . . . .	52
4.11	Geometrie der Beleuchtung . . . . .	52
4.12	Die Abweichung der Gegenstandsweite $dg$ in Abhängigkeit der Abweichung der Bildweite $db$ ist nahezu linear. . . . .	53
4.13	Berechnete Amplituden der Fresnel-Beugung . . . . .	54
4.14	Normierte Intensitätsverteilungen entlang eines x-Schnittes durch das Beleuchtungsfeld. . . . .	54
4.15	Berechneter Fehler durch Fresnel-Beugung . . . . .	55
4.16	Elektronische Ansteuerung des Instruments . . . . .	57
4.17	Schematische Darstellung der Auswertalgorithmen . . . . .	58
4.18	Algorithmus zur Überlagerung der RG-Kamerabilder . . . . .	59
4.19	Gewichtsfunktionen für Farbdifferenz und Pixel-Intensität . . . . .	62
4.20	Rezeptive Felder . . . . .	64
4.21	Überlappung von Partikelbildern . . . . .	65
4.22	Rekonstruktionen von Partikelbildern durch einen Gaußfit . . . . .	68
4.23	Rekonstruktion eines anspruchsvollen Partikelbildes . . . . .	68
4.24	Rekonstruktion eines kompletten Kamerabildes durch die ermittelten Gaußparameter aller Partikel . . . . .	69
4.25	Zusammenhang zwischen dem Intensitätsverhältnis und der Partikel $z$ -Position . . . . .	70
4.26	Vergleich der Meßgenauigkeit der $z$ -Position eines Partikels . . . . .	71
4.27	Schematische Darstellung des Trajektorienalgorithmus . . . . .	72
4.28	Schematische Darstellung des Korrelationsalgorithmus . . . . .	76
4.29	Offset der $z$ -Koordinaten in Abhängigkeit der $y$ -Positionen . . . . .	79
A.1	Geometrie der Fresnel-Beugung an der Rechteckblende . . . . .	92
B.1	Übersicht über Instrument-Fotografien . . . . .	100
B.2	(A) Brückenaufbau, (B) Linear- und Drehlager des Laser- und des Kameraarms. . . . .	101

B.3 (C) Höhenverstellbare Vakuumkammer mit allen sie umgebenden Linsen bzw. Objektiven. (D) Vakuumkammer. . . . . 102

B.4 (E) Laseroptik für den Farbgradienten (Tiefenkodierung), (F) Kameraoptik zur Aufnahme der Partikelbilder mit Farbgradienten (Tiefeninformation). . . . . 103

B.5 (G) Mechanik zur Justage von Winkel und Position der Kameras relativ zueinander und relativ zum Objektiv, (H) Mechanik zur Justage der kompletten Kameraoptik (Objektiv, Strahlteileroptik und Kameras). . . . . 104

B.6 (I) Optik der dritten (stereoskopischen) Beleuchtung und (J) der dritten Kamera (im rechten Winkel zur Farbgradientenkamera ausgerichtet). . . . . 105

B.7 (K) Strahlprofilmeßgerät zur Überprüfung der Beleuchtungsqualität, (L) Intensitätsmesser für beide Lichtquellen des Farbgradienten. . . . . 106

B.8 Die eingesetzten Diodenlaser mit 656nm, 686nm und 785nm. 107

B.9 Freischwebendes Drahtgitter als Justagetarget für das Beleuchtungs- und Kamera-System. . . . . 107

B.10 Aufnahme der unteren Elektrode. Ein kleiner Ring reduziert den Durchmesser des Potentialfeldes, in dem die Mikropartikel seitlich gehalten werden . . . . . 108

B.11 Kammer mit gezündetem Plasma . . . . . 108

D.1 Patenterteilung des Deutschen Patentamtes. . . . . 112



# Tabellenverzeichnis

1.1	Übersicht der verwendeten Experiment-Parameter . . . . .	12
4.1	Durchmesser der rezeptiven Felder . . . . .	62
4.2	Übersicht der Fitkombinationen mit Freiheitsgraden . . . . .	67
4.3	Spezifikationen des aufgebauten Meßinstruments . . . . .	80
4.4	Vergleich der verwendeten Meßverfahren für Partikelkoordinaten in komplexen Plasmen. . . . .	83



# Literaturverzeichnis

- [1] N. D'Angelo: *Ion-acoustic waves in dusty plasmas*, Planet. Space Sci **42**/6, 507-511 (1994)
- [2] N. D'Angelo, R. L. Merlino: *Current-driven dust-acoustic instability in a collisional plasma*, Planet. Space Sci. **44**/12, 1593-1598 (1996)
- [3] Georg B. Arfken, Hans J. Weber: *Mathematical Methods for Physicists*, Academic Press (1995) ISBN 0-12-059816-7
- [4] A. Barkan, R. L. Merlino, N. D'Angelo: *Laboratory observation of the dust-acoustic wave mode*, Phys. Plasmas **2**/10, 3563-3565 (1995)
- [5] M.A. Biondi, L.M. Chanin: *Mobilities of atomic and molecular ions in the noble gases*, Phys. Rev. **94**/4, 910-916, (1954)
- [6] A.F. Alexandrov, L.S. Bogdankevich, A.A. Rukhadze: *Principles of Plasma Electrodynamics*, Springer-Verlag (1984), ISBN 3-540-12613-9
- [7] C. F. Bohren, D. R. Huffman: *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, John Wiley & Sons (1983), ISBN 0-471-05772-X
- [8] T. Bonhoeffer, A. Grindwald: *Iso-orientation domains in cat visual cortex are arranged in pinwheel-like patterns*, Nature **353**, 429-431 (1991)
- [9] R. Brause: *Neuronale Netze*, B. G. Teubner Stuttgart (1995), ISBN 3-519-12247-2
- [10] M. McCaughey, M. Kushner: *A model for particulate contaminated glow discharges*, J. Appl. Phys. **69**, 6952-6961 (1990)
- [11] J. Chu, Lin I: *Direct observation of coulomb crystals and liquids in rf dusty plasmas*, Phys. Rev. Lett. **72**, 4009-4012, (1994)
- [12] P. S. Epstein: *On the resistance experienced by spheres in their motion through gases*, Phys. Rev. **23**, 710, (1924)

- [13] V.E. Fortov, A.G. Khrapak, S.A. Khrapak, V.I. Molotkov, A.P. Nefedov, O.F. Petrov, V.M. Torchinsky: *Mechanism of dust–acoustic instability in a direct current glow discharge plasma*, Phys. of Pl. **7/5**, 1374-1380, (2000)
- [14] C. K. Goertz: *Dusty plasmas in the solar system*, Rev. of Geophys. **27**, 271-292 (1989)
- [15] K. Golden, G. Kalman: *Quasilocalized charge approximation in strongly coupled plasma physics*, Phys. Plasmas **7/1**, 14-32 (2000)
- [16] E. B. Goldstein: *Wahrnehmungspsychologie* Spektrum Akademischer Verlag (1997), ISBN 3-8274-0189-5
- [17] J. Goree: *Ion trapping by a charged dust grain in a plasma*, Phys. Rev. Lett. **69**, 277-280 (1992)
- [18] O. Havnes, T. Aslaksen, F. Melandsø, T. Nitter: *Collisionless braking of dust particles in the electrostatic field of planetary dust rings*, Icarus **98**, 141-150 (1992)
- [19] Y. Hayashi, K. Tachibana: *Observation of coulomb–crystal formation from carbon particles grown in a methane plasma*, Jpn. J. Appl. Phys. **33**, 804-806, (1994)
- [20] S. Hamaguchi, R. T. Farouki, D. H. E. Dubin: *Triple point of Yukawa systems*, Phys. Rev. E **56**, 4671-4682 (1997)
- [21] A. Homann, A. Melzer, S. Peters, R. Mandani, A. Piel: *Laser–excited dust lattice waves in plasma crystals*, Phys. Lett. A **173**, 1-7 (1998)
- [22] M. Horanyi, C. K. Goertz: *Coagulation of dust particles in a plasma*, Astrophys. J. **361**, 155-161 (1990)
- [23] K. Iizuka: *Engineering Optics*, Springer Verlag, Sec. Ed. (1986), ISBN 3-540-17131-2
- [24] H. Ikezi: *Coulomb solid of small particles in plasmas*, Phys. Fluids **29/6**, 1764-1766 (1986)
- [25] persönliche Diskussion mit Alexei Ivlev, Svetlana Ratynskaia und Rick Quinn
- [26] A. V. Ivlev, G. Morfill, V. E. Fortov: *Potential of a dielectric particle in a flow of a collisionless plasma*, Phys. Plasmas **6/5**, 1415-1420 (1999)
- [27] A. V. Ivlev, G. Morfill, V. E. Fortov: *Acoustic modes in a collisional dusty plasma: Effect of the charge variation*, Phys. Plasmas **7/4**, 1094-1102 (2000)

- [28] A. V. Ivlev, U. Konopka, G. Morfill: *Influence of charge variation on particle oscillations in the plasma sheath*, Phys. Rev. E **62**/2, 2739-2744 (2000)
- [29] A. V. Ivlev, G. E. Morfill: *Anisotropic dust lattice modes*, Phys. Rev. E **63**, 016409 (2001)
- [30] G. Joyce, M. Lampe, G. Ganguli: *Instability-triggered phase transition to a dusty-plasma condensate*, Phys. Rev. Lett. **88**/9, 95006-1 – 95006-4 (2002)
- [31] G. Kalman, M. Rosenberg, H. E. DeWitt: *Collective modes in strongly correlated Yukawa liquids: waves in dusty plasmas*, Phys. Rev. Lett. **84**, 6030-6033 (2000)
- [32] P. K. Kaw, A. Sec: *Low frequency modes in strongly coupled dusty plasmas*, Phys. Plasmas **5**/10, 3552-3559 (1998)
- [33] U. Konopka: *Wechselwirkungen geladener Staubteilchen in Hochfrequenzplasmen*, Fakultät für Physik und Astronomie der Ruhr-Universität-Bochum (2000)
- [34] U. Konopka, G. E. Morfill, L. Radtke: *Measurement of the interaction potential of microspheres in the sheath of a rf-discharge*, Phys. Rev. Lett. **84**, 891 (2000)
- [35] L.D. Landau, E.M. Lifschitz: *Lehrbuch der theoretischen Physik, Physikalische Kinetik*, Akademie-Verlag Berlin (1983), Bestellnummer: 7630624 (5436/X)
- [36] M. A. Lieberman, A. J. Lichtenberg: *Principles of Plasma Discharges and Materials Processing*, John Wiley & Sons (1994), ISBN 0-471-00577-0
- [37] F. Melandsø, T. Aslaksen, O. Havnes: *A new damping effect for the dust-acoustic wave*, Planet. Space Sci. **41**/4, 321-325 (1993).
- [38] F. Melandsø, J. Goree: *Polarized supersonic plasma flow simulation for charged bodies such as dust particles and spacecraft*, Phys. Rev. E **52**, 5312 (1995)
- [39] F. Melandsø: *Lattice waves in dust plasma crystals*, Phys. Plasmas **3**/11, 3890-3901 (1996)
- [40] A. Melzer, T. Trottenberg, A. Piel: *Experimental determination of the charge on dust particles forming coulomb lattices*, Phys. Lett. A **191** 301 (1994)

- [41] R. L. Merlino, A. Barkan, C. Thompson, N. D'Angelo: *Laboratory studies of waves and instabilities in dusty plasmas*, Phys. Plasmas **5**, 1590-1606 (1998)
- [42] V. I. Molotkov, A. P. Nefedov, V. M. Torchinskii: *Dust acoustic waves in a dc glow-discharge plasma*, J. Exp. and Theor. Phys. **89**/3, 477 (1999)
- [43] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka, M. Zuzic: *The plasma condensation: Liquid and crystalline plasmas*, Phys. Plasmas **6**, 1769-1780 (1999)
- [44] G. E. Morfill, A. V. Ivlev, J. R. Jokipii: *Charge fluctuation instability of the dust lattice wave*, Phys. Rev. Lett. **83**/5, 971-974 (1999)
- [45] G. E. Morfill, H. M. Thomas, U. Konopka, H. Rothermel, M. Zuzic, A. Ivlev, J. Goree: *Condensed plasmas under microgravity*, Phys. Rev. Lett. **83**, 1598-1601 (1999)
- [46] T. Nitter, O. Havnes: *Dynamics of dust in a plasma sheath and injection of dust into the plasma sheath above the moon and asteroidal surfaces*, Earth, Moon and Planets, **56**, 7-34 (1991)
- [47] S. Nunomura: *Dispersion relations of longitudinal and transverse waves in two-dimensional screened Coulomb crystals*, Phys. Rev. E **65**, 066402-1 – 066402-11 (2002)
- [48] S. Nunomura, J. Goree, S. Hu, X. Wang, A. Bhattacharjee, K. Avinash: *Phonon spectrum in a plasma crystal*, Phys. Rev. Lett. **89**/3, 035001-1 – 035001-4, (2002)
- [49] S. Nunomura, D. Samsonov, J. Goree: *Transverse waves in a two-dimensional screened-coulomb crystal (dusty plasma)*, Phys. Rev. Lett. **84**/22, 5141-5144 (2000).
- [50] H. Ohta, S. Hamaguchi: *Wave dispersion relations in Yukawa fluids*, Phys. Rev. Lett. **84**/26, 6026-6029, (2000)
- [51] J. B. Pieper, J. Goree: *Dispersion of plasma dust acoustic waves in the strong-coupling regime*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3137 (1996)
- [52] N. N. Rao, P. K. Shukla, M. Y. Yu: *Dust-acoustic waves in dusty plasmas*, Planet Space Sci. **38**, 543-546, (1990)
- [53] H. Ritter, T. Martinetz, K. Schulten: *Neuronale Netze, eine Einführung in die Neuroinformatik selbstorganisierender Netzwerke*, Addison-Wesley (1994), ISBN 3-89319-131-3
- [54] M. Rosenberg: *Ion- and dust-acoustic instabilities in dusty plasmas*, Planet. Space Sci. **41**/3, 229-233 (1993)

- [55] M. Rosenberg: *Ion-dust streaming instability in processing plasmas*, J. Vac. Sci. Technol. A **14**/2, 631-633, (1995)
- [56] M. Rosenberg: *Ion-dust streaming instability in processing plasmas*, J. Vac. Sci. Technol. A **14**/2, 631-633 (1996)
- [57] M. Rosenberg, G. Kalman: *Dust acoustic waves in strongly coupled dusty plasmas*, Phys. Rev. E **56**, 7166 (1997)
- [58] M. Rosenberg: *A note on ion-dust streaming instability in a collisionless dusty plasma*, J. Plasma Phys. **67**, 235-242 (2002)
- [59] R. F. Schmidt: *Neuro- und Sinnesphysiologie*, Springer Verlag (1995), ISBN 3-540-59292-X
- [60] H. Schnablegger, O. Glatter: *Simultaneous determination of size distribution and refractive index of colloidal particles from static light-scattering experiments*, J. Colloid and Interface Sc. **158** 228-242 (1993)
- [61] I. V. Schweigert, V. A. Schweigert, V. M. Bedanov, A. Melzer, A. Homann, A. Piel: *Instability and melting of a crystal of microscopic particles in a radio-frequency discharge plasma*, J. Exp. Theor. Phys. **87**, 905 (1998)
- [62] G. Selwyn, J. McKillop, K. Haller, J. Wu: *In situ plasma contamination measurements by HeNe laser light scattering: A case study*, J. Vac. Sci. Technol. A, **8**, 1726-1730 (1990)
- [63] P. K. Shukla: *Instability of a dusty plasma in the presence of a dc electric field and an equilibrium dust charge gradient*, Phys. Lett. A **268**, 100 (2000)
- [64] Sony-Datenblatt: *ICX249AL: Diagonal 8mm (type 1/2) CCD image sensor for CCIR black-and-white video cameras*
- [65] H. Thomas, G. E. Morfill, V. Demmel, J. Goree, B. Feuerbacher, D. Möhlmann: *Plasma crystal: coulomb crystallization in a dusty plasma*, Phys. Rev. Lett. **73**, 652-655, (1994)
- [66] H. Thomas, G. E. Morfill: *Melting dynamics of a plasma crystal*, Nature **379**, 806 (1996)
- [67] H. Thomas, G. E. Morfill: *The solid, liquid, gaseous phase transitions in plasma crystals*, J. Vac. Sci. Technol., A **14**/2, 490-495 (1996)
- [68] C. Thompson, A. Barkan, N. D'Angelo, R. L. Merlino: *Dust acoustic waves in a direct current glow discharge*, Phys. Plasmas **4**/7, 2331-2335 (1997)

- [69] O. S. Vaulina, A. P. Nefedov, O. F. Petrov, V. E. Fortov: *Instability of plasma–dust systems with a macroparticle charge gradient*, J. Exp. and Theor. Phys. **91**, 1147-1154, (2000)
- [70] Mark Winter: *WebElements* 1993-2002, <http://www.webelements.com>, The University of Sheffield and WebElements Ltd., UK
- [71] X. Wang, A. Bhattacharjee, S. Hu: *Longitudinal and transverse waves in Yukawa crystals*, Phys. Rev. Lett. **86**, 2569-2572, (2001)
- [72] J. Wu, R. Miller: *Measurements of charge on submicron particles generated in a sputtering process*, J. Appl. Phys. **67**, 1051-1054 (1990)
- [73] M. Zuzic, H. M. Thomas, G. E. Morfill: *Wave propagation and damping in plasma crystals*, J. Vac. Sci. Technol. A **14/2**, (1996)
- [74] M. Zuzic, A. V. Ivlev, J. Goree, G. E. Morfill, H. M. Thomas, H. Rothermel, U. Konopka, R. Sütterlin, D. D. Goldbeck: *Three–dimensional strongly coupled plasma crystal under gravity conditions*, Phys. Rev. Lett. **85/19**, 4064-4067 (2000)

## Danksagung

Die vorliegende Arbeit wurde am Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik (MPE) erstellt. Herrn Prof. Dr. Dr. h.c. Gregor Morfill und Herrn Prof. Dr. Siegfried Boseck (Universität Bremen) danke ich für die intensive wissenschaftliche und persönliche Unterstützung.

Die Realisierung des Meßinstruments war nur durch die Hilfe vieler Kollegen möglich. Insbesondere möchte ich mich bei den Studenten Florian Aurbauer, Niklas Wolff von der Sahl, Katharina Predehl und Benjamin Danzer für die pragmatische und lange Mitarbeit beim Aufbau des Experiments und der Optik bedanken, bei Norbert Willnhammer (MPE) für die Konstruktion der Mechanik und bei den Mitarbeitern der Werkstätten für die schnelle und unkomplizierte Umsetzung.

Als sehr angenehm und kooperativ empfand ich die zahlreichen Diskussionen mit den Kollegen aus dem CIPS (Centre for Interdisciplinary Plasma Science). Einen besonderen Dank möchte ich an Dr. Alexei Ivlev für die intensive und geduldige Hilfe bei der Ausarbeitung der Theorie, an Dr. Shota Nunomura für die Berechnungen der Phononenspektren, an Margit Voges für die Hilfe bei der Software-Entwicklung zur Partikelerkennung und an Dr. Richard Quinn für die vielen sehr hilfreichen fachlichen Diskussionen und die moralische Unterstützung richten.

Schließlich möchte ich mich bei Dr. Michael Kretschmer, Robert Sütterlin, Eckart Janknecht, Ulrike Boseck, Dr. Hubertus Thomas und Dr. Uwe Konopka für das intensive Durchlesen der Arbeit und die vielen Anregungen bedanken.