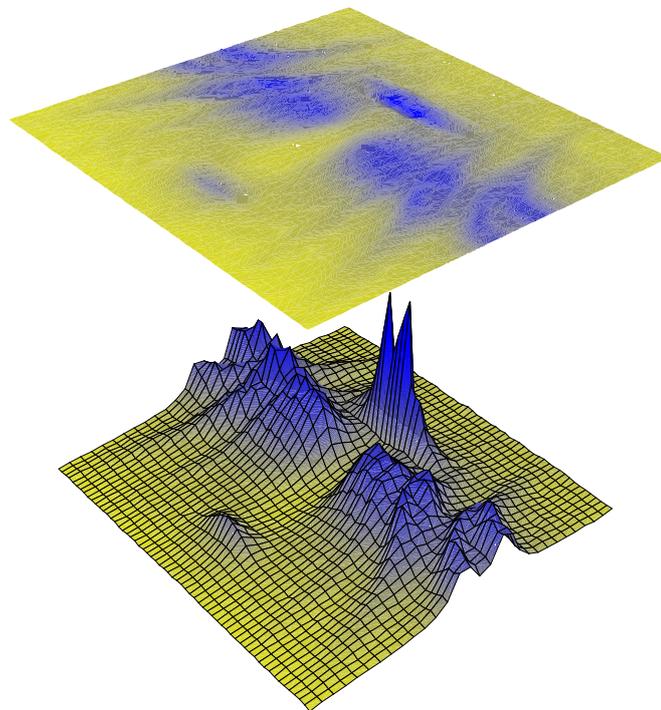


Elektronische Quantenpunktzustände induziert durch Photonemission

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München



vorgelegt von
Christian Schulhauser
aus München

München, den 06.02.2004

Tag der mündlichen Prüfung: 01.04.2004

1. Gutachter: Prof. Dr. Khaled Karrai
2. Gutachter: Prof. Dr. Jan von Delft

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden Halbleiter-Quantenpunkte untersucht, die bezüglich ihres Wachstumsprozesses, in einer dünnen Benetzungsschicht eingebettet sind. Diese Benetzungsschicht ist von zwei-dimensionalen Charakter und stellt ein Kontinuum für Quantenpunktelektronen dar. Wechselwirkungseffekte zwischen Quantenpunktelektronen und Quasi-Kontinuumselektronen sind deshalb gegenwärtig.

Die Experimente basieren auf der Messung von Photolumineszenzstrahlung, ausgehend von Exzitonen (X) in Abhängigkeit von einem äußeren elektrischen und magnetischen Feld und von der Temperatur. Zu deren Untersuchung wird ein konfokales Miniaturmikroskop verwendet, das magnetfeld- und temperaturstabil arbeitet. Der optische Zugang zur Probenstruktur wird mittels Glasfasertechnik realisiert. Sämtliche Experimente werden bei der Temperatur des flüssigen Heliums (4.2 K) durchgeführt.

Die Quantenpunkte lassen sich kontrolliert über das Anlegen einer äußeren Spannung mit Elektronen befüllen, als Folge eines in der Struktur erzeugten Feldeffektes. Damit stehen der Untersuchung ladungsabhängige, exzitonische Zustände im Magnetfeld zur Verfügung. Für die ersten drei Ladungszustände, die als das neutrale Exziton (X^0), das einfach negativ geladene Exziton (X^{1-}) und das zweifach negativ geladene Exziton (X^{2-}) bezeichnet sind, werden eine Spin-Zeeman-Aufspaltung und eine diamagnetische Verschiebung der Emissionslinie im Magnetfeld beobachtet. Das dreifach negativ geladene Exziton (X^{3-}) zeigt ein vollständig unterschiedliches Verhalten im Magnetfeld. Statt der beschriebenen magnetischen Eigenschaften der Exzitonen X^0 bis X^{2-} ist der Verlauf der Photolumineszenzstrahlung des X^{3-} -Exzitons durch dominante Niveauabstoßung charakterisiert. Die Positionen der auftretenden Niveauabstoßungen im reziproken Magnetfeld verhalten sich äquidistant, welches ein Charakteristikum für ein zwei- oder drei-dimensionales Quantensystem ist.

Die Wechselwirkung zwischen dem Quantenpunktsystem und dem zwei-dimensionalen Quantensystem (Benetzungsschicht) wird durch einen neu entdeckten Prozess vermittelt. Die Folge ist eine Hybridisierung zwischen lokalisierten Zuständen im Quantenpunkt und delokalisierten Zuständen des zwei-dimensionalen Quantensystems, die auf den beobachteten Verlauf der Photolumineszenz im Magnetfeld schließen lässt. Mittels einer Simulation nach einem theoretischen Modell lassen sich diese Effekte quantitativ bestätigen.

Die auftretende Hybridisierung kann unabhängig vom Einfluss eines Magnetfeldes gleichfalls über ein elektrisches Feld aktiviert bzw. deaktiviert werden. Der Grund für eine elektrostatische Umbesetzung von Quantenpunktzuständen ist momentan nicht bekannt und ist Bestandteil der aktuellen Forschung.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Probe und Messmethodik	5
2.1	Probenwachstum	7
2.2	Probenpräparation	7
2.2.1	Ohmsche Kontaktpräparation	7
2.2.2	Präparation der Gateelektrode	8
2.3	Charakterisierung der Probe	9
2.3.1	Kapazitätsmessung	9
2.3.2	Makro-Photolumineszenz Messung	11
3	Experiment	15
3.1	Beschreibung des Experiments	15
3.2	Aufbau des Messplatzes	17
3.2.1	Vorbereitung des Justageaufbaus	17
3.2.2	Mikroskop im Detail	19
3.2.3	Die XYZ-Positioniereinheit	21
3.2.4	Montage von Probenhaltern auf die Positioniereinheit	21
3.2.5	Einbau der XYZ-Positioniereinheit in das Mikroskop	22
3.3	Auflösungsbestimmung des Mikroskops	22
3.4	Stabilität im Magnetfeld	26
3.5	Gesamtmontage des Messinstruments	31
3.5.1	Verwendete Komponenten	31
3.5.2	Fokusposition und Kontrast	31
3.5.3	Kontrastunterschied im Bereich der Gateelektrode	39
3.5.4	Evakuierung der Mikroskopkammer	39
3.5.5	Abkühlen des Mikroskops	40
3.5.6	Detektion der Photolumineszenz	41
3.6	Beschreibung der Messvorhaben	42
3.6.1	Messaufbau für Photolumineszenz im elektrischen Feld	42
3.6.2	Messaufbau für Photolumineszenz im magnetischen Feld	42

3.6.3	Messaufbau für Photolumineszenz und Temperatur	43
4	Harmonisches Quantenpunktmodell	45
4.1	Alternative Modelle	47
4.2	Lösung der Schrödinger-Gleichung	47
4.3	Coulomb-Wechselwirkung	54
4.3.1	Störungstheorie	54
4.3.2	Analytische Berechnung von Matrixelementen	57
4.3.3	Analytische Ergebnisse	60
5	Optik an geladenen Quantenpunktexzitonen	65
5.1	Elektron-Elektron Wechselwirkung	66
5.2	Elektron-Loch Wechselwirkung	72
6	Magnetooptik an Quantenpunktexzitonen	75
6.1	Spin-Zeeman-Effekt und diamagnetische Verschiebung	75
6.2	Magnetisches Verhalten des X^{3-} -Exzitons	80
6.2.1	Analyse im Bereich schwacher Magnetfelder	83
6.2.2	Analyse im Bereich starker Magnetfelder	93
6.2.3	Übergangsverhalten im elektrischen Feld	113
6.3	Hyperfeinwechselwirkung des X^{2-} -Exzitons	115
7	Zusammenfassung und Ausblick	121
8	Anhang	123
8.1	Optische Komponenten, Geräte und Hilfsmittel	123
8.2	Mathematica Programm: Matrixelemente	127
	Persönliche Publikationen	131
	Literaturverzeichnis	133
	Danksagung	139
	Lebenslauf	141

Kapitel 1

Einleitung

Mit der Anwendung der optischen Spektroskopie als Werkzeug zur Untersuchung der emittierten Strahlung von Quantenpunkten können die Ergebnisse aus diesem Forschungsbereich mit den Resultaten aus der Atomoptik verglichen werden. Anlass dazu, gibt die grundlegende Eigenschaft eines Quantenpunktes. Dies ist die Einschränkung der Freiheitsgrade der Beweglichkeit eines Elektrons, eingeschlossen im Quantenpunktpotential, ähnlich dem Atom auf drei Dimensionen, was zu diskreten Energieniveaus führt. Diese Tatsache der drei-dimensionalen Quantisierung der Energie gibt Anlass zur Beobachtung von scharfen Emissionslinien nach einem optischen Anregungsprozess. Vergleichbar damit sind die Linienbreiten aus einem strahlenden (2p - 1s)-Übergang am Wasserstoffatom mit denen aus Übergängen, die an Quantenpunkten beobachtet werden. Ebenso zeigen diese Nanostrukturen charakteristische, atomähnliche Eigenschaften zum Beispiel beim Einwirken von elektromagnetischen Feldern. Besonders in der Untersuchung der elektrischen und magnetischen Eigenschaften von Quantenpunkten sind analoge Effekte zu beobachten. So ist zum Beispiel der Stark-Effekt und Zeeman-Effekt, der aus der Atomphysik hinreichend erforscht ist, auch an Quantenpunkten zu beobachten. Aus den damit gewonnenen Erkenntnissen der atomähnlichen Eigenschaften von Quantenpunkten werde diese als "künstliche Atome" bezeichnet [1].

Mittels dem Einfluss von Magnetfeldern wird der Schwerpunkt der Untersuchung von Quantenpunkten auf die magnetooptische Spektroskopie verlagert. Als Photonenemitter werden Quantenpunktexzitonen erzeugt, die nach der Rekombination quantenpunktspezifisches Licht emittieren. Das so auf optischem Weg untersuchte Exziton wirkt als lokale Sonde innerhalb des Quantenpunktes. Eine weitere quantenpunktspezifische Eigenschaft ist die kontrollierte, elektrostatische Besetzung des Quantenpunktes mit Elektronen. Damit können, je nach Anzahl der Elektronen im Quantenpunkt, atomähnliche Zustände realisiert werden. Mit der Eigenschaft der Ladungsselektivität ist die Untersuchung des magnetischen Verhaltens von Quantenpunkten als Funktion der Ladungszahl möglich. Für eine Reihe von unterschied-

lichen Ladungszuständen werden im Magnetfeld der Zeeman-Effekt und der Diamagnetismus beobachtet. Dieses sind atomähnliche Eigenschaften. Ein ganz anderes magnetisches Verhalten zeigt ein dreifach negativ geladenes Exziton. Die optische Spektroskopie an diesem exzitonischen Komplex, bestehend aus vier Elektronen und einem Loch, führt nicht mehr nur zu einer lokalen Untersuchung innerhalb, sondern zu einer Charakterisierung der lokalen Umgebung eines Quantenpunktes. Ein derart beobachtetes Verhalten von Quantenpunkten ist bislang aus der Atomphysik nicht bekannt.

In der vorliegenden Arbeit werden mit optischen Methoden und einem neuartigen, Tieftemperatur tauglichen, konfokalen Mikroskopkonzept die einführend skizzierten Effekte vorwiegend im Magnetfeld untersucht. Zusätzlich wird das Verhalten im elektrischen Feld untersucht, das zur Charakterisierung der unterschiedlichen Exzitonen herangezogen wird. Die theoretische Modellierung der Quantenpunkte wird über die Beschreibung durch ein zwei-dimensionales Oszillatormodell eingeführt, das im Fall der Untersuchung des dreifach negativ geladenen Exzitons zu überaus präzisen Übereinstimmungen führt. Eine aus dem Anderson-Modell zur Berechnung des Emissionsspektrums eines X^{3-} -Exzitons im Magnetfeld resultierende Simulation wird präsentiert.

Kapitel 2

Probe und Messmethodik

Das Probenmaterial, das zur experimentellen Untersuchung verwendet wird, enthält Quantenpunkte, die in ein Wirtsmaterial eingebettet sind. Wirtsmaterial und Quantenpunkte selbst bestehen aus halbleitenden Materialien. Die Quantenpunkte sind Objekte auf der Nanometerskala, welche die freie Bewegung von Ladungsträger in allen drei Raumdimensionen begrenzen. Die eingeschränkte Bewegungsfreiheit führt zu vergleichbaren Eigenschaften mit denen des Atoms, wonach Quantenpunkte als künstliche Atome bezeichnet werden. Somit ist es möglich, Experimente aus der Atomphysik analog an künstlichen Atomen durchzuführen. Im Gegensatz zum einzelnen Atom, das bei Raumtemperatur untersucht werden kann, sind Quanteneffekte bei Quantenpunkten erst bei tiefen Temperaturen (4.2 K: Temperatur des flüssigen Heliums) messbar, da die auftretenden Phononen, resultierend aus dem Wirtsmaterial, die Quanteneffekte zerstören. Demgegenüber steht allerdings eine besondere Eigenschaft der Quantenpunkte, wenn diese noch zusätzlich in eine Feldeffektstruktur eingebettet sind. Derartig präparierte Quantenstrukturen lassen sich aufgrund des Coulomb-Blockadeeffektes kontrolliert mit einzelnen Elektronen befüllen. Je nach Größe des angelegten elektrischen Feldes lassen sich damit Konfigurationen der Elek-

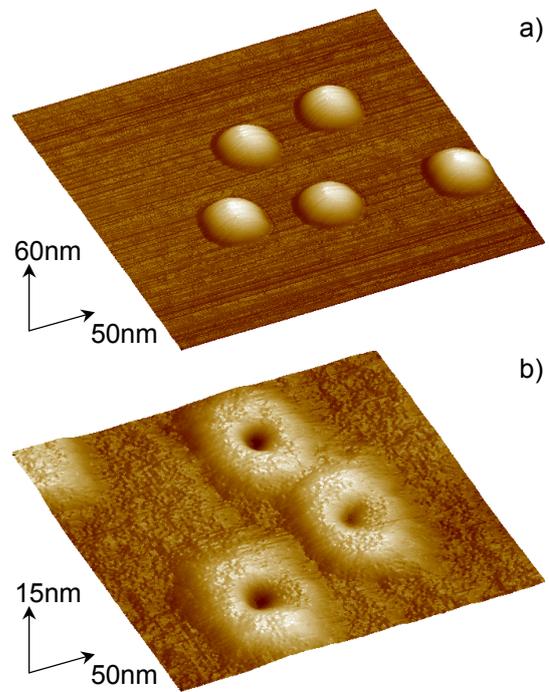


Abbildung 2.1: a) InAs Quantenpunkte auf einer GaAs Oberfläche. b) Eine Modifikation im Wachstumsverfahren führt zu ringartigen Quantenpunkten.

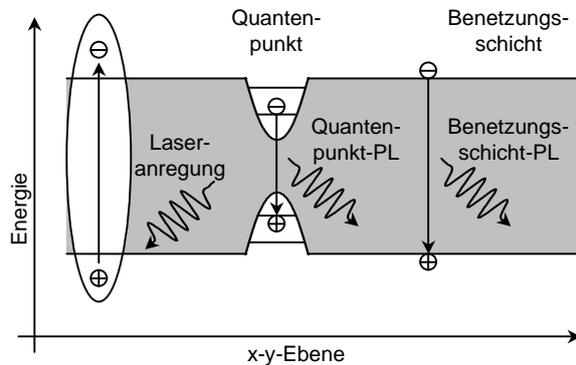


Abbildung 2.2: Anschauliche Darstellung zur Generierung von Photolumineszenzstrahlung (PL). Durch Laseranregung werden Elektron-Loch-Paare erzeugt, die als gebundener Zustand (Exziton) im Potential des Quantenpunktes oder in der Benetzungsschicht unter Aussendung eines Photons rekombinieren. Die x-y-Ebene steht senkrecht zur Wachstumsrichtung.

tronen realisieren deren Zustände vergleichbar mit denen des angeregten Wasserstoff-, Helium- oder Lithiumatoms sind. Quantenpunkte werden einerseits lithographisch [14], [15] hergestellt oder können, wie im benutzten Probenmaterial [2], [21], epitaktisch gewachsen werden. Als Beispiel einer modifizierten Quantenpunktprobe sei die in Abb. 2.1b dargestellte AFM-Aufnahme (atomic force microscopy) gezeigt. Hierbei handelt es sich um ringartige Quantenpunkte mit Abmessungen von 2 nm in der Höhe, einem Innendurchmesser von ca. 20 nm und einem Außendurchmesser von ca. 100 nm. Eine Veränderung im Wachstumsprozess, der im nächsten Abschnitt diskutiert wird, führt von der zugrunde liegenden Struktur der linsenförmigen Quantenpunkte (Abb. 2.1a) zu ringartigen Quantenpunkten. Die ursprünglichen Abmessungen sind hierbei etwa 20 nm in lateraler Richtung und ca. 6 nm in vertikaler Richtung. Im Weiteren wird auf die Unterscheidung zwischen Quantenpunkten und ringartigen Quantenpunkten verzichtet und ausschließlich von Quantenpunkten gesprochen. Dort, wo es notwendig erscheint, wird die Unterscheidung wieder aufgegriffen.

Das Prinzip der optischen Spektroskopie basiert auf der Detektion der Rekombinationsstrahlung von Exzitonen (X). In Abb. 2.2 ist das Prinzip der Strahlungserzeugung anschaulich dargestellt. Mit Hilfe eines Pumplasers werden Ladungsträgerpaare (Elektron und Loch) im Halbleitermaterial erzeugt. Diese formieren sich, nach dem sie erzeugt worden sind, zu einem gebundenen Komplex, dem Exziton. Ein anschließender Relaxationsprozess, der die Ladungsträgerpaare in das energetisch günstigere Potential der Quantenpunkte transportiert, führt zum Quantenpunktexziton. Nach einer typischen Lebensdauer von 1 ns rekombiniert das Exziton und emittiert ein Photon. Die Energie des Photons entspricht dem Energieunterschied zwischen dem Anfangszustand (neutraler oder geladener exzitonicer Komplex) und dem Endzustand (verbleibende und nicht an der Rekombination beteiligten Ladungsträger im Quantenpunkt). Diese Energie des Photons ist die gemessene Rekombinationsstrahlung, die auch als Photolumineszenzstrahlung (PL) bezeichnet wird.

2.1 Probenwachstum

Die Untersuchungen werden an epitaktisch gewachsenen InAs/GaAs Quantenpunkten durchgeführt, die in einer vertikalen Feldeffektstruktur eingebettet sind. Die selbstorganisierten InAs Quantenpunkte werden mittels Molekularstrahlepitaxie auf einem Substrat aus GaAs aufgewachsen. Eine GaAs Pufferschicht ist als Basismaterial auf das Substrat gewachsen (Abb. 2.3), gefolgt von einer 20 nm dicken n^+ -dotierten Schicht, mit Silizium als Donator in einer Konzentration von $n_d = 4 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Die n^+ -dotierte Schicht hat die Funktion des Rückkontaktes einer Feldeffektstruktur. Eine 25 nm dicke undotierte GaAs-Schicht folgt auf den Rückkontakt und stellt eine Tunnelbarriere für Elektronen vom Rückkontakt dar. Die Quantenpunkte selbst sind selbstorganisiert im Stranski-Krastanov Wachstumsverfahren hergestellt. Die entscheidende Eigenschaft dieses Verfahrens ist die Formation von InAs-Inseln ab einer Schichtdicke von etwa 1.5 Monolagen InAs auf GaAs. Dies führt zu Objekten mit Abmessungen von ~ 6 nm in der Höhe und ~ 20 nm im Durchmesser (Abb. 2.1a). Die so hergestellten Quantenpunkte emittieren im Wellenlängenbereich um 1100 nm. Dieser Bereich ist für die Detektion von Photonen für eine Reihe von Detektoren wegen der geringen Quanteneffizienz nicht geeignet. Eine Verringerung der Emissionswellenlänge auf etwa 950 nm ermöglicht die Detektierung der Emission von Quantenpunkten über einen marktüblichen, mit Stickstoff gekühlten Einzelphotonendetektor und dies wird dadurch erreicht, dass ein zusätzlicher Wachstumsschritt eingeführt wird. Diese spezielle Wachstumssequenz beinhaltet das Abscheiden einer 1 nm dicken GaAs-Schicht auf die Quantenpunktschicht und einen Temperprozess bei einer Wachstumstemperatur von 520°C über einen Zeitraum von einer Minute. Während dieses Schrittes findet eine räumliche Neukonfiguration des Halbleitermaterials statt, wodurch lateral ausgedehnte Quantenpunkte oder, bei sorgfältig gewählten Parametern, auch Quantenringe erzeugt werden [2]. Die so entstandenen Quantenpunkte werden mit einer 30 nm dicken GaAs Schutzschicht bedeckt. Ein 116 nm dickes, kurzperiodisches Übergitter aus AlAs/GaAs ist über die Schutzschicht gewachsen um ein Tunneln von Elektronen an die Oberfläche zu verhindern. Eine abschließende 4 nm dicke GaAs-Schicht vervollständigt die Heterostruktur.

2.2 Probenpräparation

2.2.1 Ohmsche Kontaktpräparation

Eine herausragende Eigenschaft dieses Probenmaterials ist die Möglichkeit der Kontrolle des Ladungszustandes von Quantenpunkten. Hierzu wird der Feldeffekt ausgenutzt, der mittels zweier metallischen Elektroden erzeugt wird, zwischen welchen die

Quantenpunkte eingebettet sind. Eine dieser Elektroden stellt die semitransparente Gateelektrode dar, deren Präparation im nächsten Abschnitt beschrieben wird. Die zweite Elektrode wird durch Kontaktieren der n^+ -dotierten GaAs Schicht erreicht. Das Wachstumsverfahren, welches für das Herstellen der Nanostruktur angewendet wurde, unterbindet die Präparation eines direkten elektrischen Kontaktes auf der Probenrückseite, da das verwendete Substrat aus intrinsischem GaAs besteht und somit keine elektrische Verbindung zum Rückkontakt ermöglicht. Eine indirekte und sehr einfache Methode zum Kontaktieren der n^+ -dotierten GaAs Schicht ist die Diffusionsmethode. Dabei wird ein Stück Metall von der Oberfläche der Probe in die n^+ -dotierte GaAs Schicht eindiffundiert. Das Metall, das zur Diffusion benutzt wird, ist hochreines Indium (B23)** , das als Drahtform im Durchmesser von 0.5 mm erhältlich ist. Von dem Draht werden würfelförmige Stücke mit einer handelsüblichen Rasierklinge geschnitten, wobei von jeder Seite des Würfels durch eine frische Schnittfläche das kontaminierte und oxidierte Indium entfernt wird. Für den Diffusionsprozess wird die Probe einschließlich der auf der Probenoberfläche positionierten Indiumstücke auf ca. 420°C erhitzt. Im Durchschnitt werden etwa 4 ohmsche Kontakte pro Probe präpariert, um die Kontakte untereinander auf Leitfähigkeit zu testen. Die Position der Kontaktanordnung ist aus Abb. 3.8a (Seite 32) zu entnehmen. Als Heizquelle dient ein konventioneller Heizofen (B24)** , der mit einer Regulierung der Strömungsgeschwindigkeit für das verwendete Argongas ausgestattet ist. Während des Diffusionsprozesses, der bei hoher Temperatur stattfindet, verhindert ein laminarer Argongasfluss eine weitere Oxidation des Indiums und der Probenoberfläche. In Schritten von 100°C wird die Probe jeweils für ca. eine Minute thermalisiert. Der Diffusionsprozess setzt bei der Schmelztemperatur des Indiums bei etwa 160°C ein. Ab einer Arbeitstemperatur von 420°C wird diese für etwa 5 Minuten konstant gehalten. Danach lässt man die Probe selbstständig auf Raumtemperatur abkühlen. Die Überprüfung der gegenseitigen Kontaktwiderstände liefert einen Wert von etwa 800 Ω bis 1200 Ω , was ein Kennzeichen für eine erfolgreich durchgeführte Kontaktierung ist.

2.2.2 Präparation der Gateelektrode

Die semitransparente Gateelektrode wird durch thermisches Verdampfen von NiCr bei einem Druck von $2 \cdot 10^{-5}$ mbar auf die Probenoberfläche aufgebracht. Bei der Abscheidung der NiCr-Elektrode wird eine Schattenmaske in Form eines Schlüsseloches verwendet. Die aufgedampfte Gatefläche entspricht etwa 1.8 mm² bei einer Gesamtprobenfläche von 4×4 mm². Die Aufdampfanlage für die NiCr-Schicht wird bei einer Aufdampftrate von ca. (0.04 – 0.06) nm/sec betrieben, bis eine Schichtdicke von 5 nm erreicht ist. Damit ist der Präparationsprozess der Gateelektrode abgeschlossen.

**Siehe Anhang Seite 123

sen. Das so präparierte Probenmaterial wird mittels eines Speziallacks (B46)** auf einen Probenhalter geklebt (Abb. 3.8a, Seite 32). Die elektrische Verbindung zur Gatestruktur wird über einen Kontaktstreifen erreicht, der ebenfalls auf den Probenhalter aufgeklebt (B45)** wird. Ein Metalldraht wird auf den Kontaktstreifen gelötet und mit einem Tropfen Flüssigleitsilber mit der Gatestruktur verklebt. In der gleichen Weise werden die Indiumkontakte über einen Metalldraht an dem Kontaktstreifen angebracht. Um die Funktionalität der Feldeffektstruktur zu testen, wird eine Kapazitätsmessung durchgeführt, deren Beschreibung im nächsten Abschnitt erfolgt.

2.3 Charakterisierung der Probe

Für eine schnelle Charakterisierung der Probe stehen zwei Techniken zur Verfügung. Zum einen die gatespannungsabhängige Messung der Probenkapazität und zum anderen die Messung der Makro-Photolumineszenz. Anhand der ersten Methode lässt sich die Präparation der Gatestruktur überprüfen, Aussagen über eine mittlere Dichte von Quantenpunkten treffen und eine Startspannung bestimmen, ab der die Quantenpunkte mit Elektronen beladen werden. Das zweite Verfahren liefert Kenntnisse über den spektralen Emissionsbereich der vorhandenen Heterostruktur. Mit beiden Verfahren wird ein Ensemble von Quantenpunkten bei einer Temperatur von 4.2 K untersucht. Für Experimente an einzelnen Quantenpunkten sind sie nicht geeignet, stellen jedoch ein sicheres und effektives Testverfahren für die Funktionsfähigkeit der Proben dar.

2.3.1 Kapazitätsmessung

Zur Ermittlung der Kapazität in Abhängigkeit von der Gatespannung wird der kapazitive Stromanteil durch die Probe gemessen, welcher in eine Kapazität konvertiert wird. Der resultierende Strom durch die Probe, der mittels einer zeitlich variierenden Spannung getrieben wird, setzt sich aus einem Realteil und einem Imaginärteil zusammen. Als äußere zeitlich variierende Spannung wird einer linear veränderlichen Gleichspannung (-1 V bis $+0.5\text{ V}$) über ein Additionselement ('Weiche' in Abb. 2.4) eine Wechselspannung geringer Amplitude ($V_0 = 10\text{ mV}_{\text{pp}}$, $f = 77.1\text{ Hz}$) aufmoduliert. Der Realteil des Stromes entspricht dem resistiven Anteil, der auch als Leckstrom bezeichnet wird, der Imaginärteil dem kapazitiven Anteil. Die Beziehung zur Umrechnung des kapazitiven Stromes $I_{\text{kapazitiv}}$ in eine Probenkapazität C ist $C = \frac{I_{\text{kapazitiv}}}{2\pi f V_0}$. Beide Anteile können gleichzeitig mit einem Lock-In Verstärker (B38)** gemessen werden. In Abb 2.5a ist der gemessenen Kurvenverlauf des kapazitiven Anteils einer Quantenpunktprobe dargestellt. Der resistive Anteil ist nicht gezeigt, verläuft aber folgendermaßen: Der Realteil des Probenstromes folgt dem

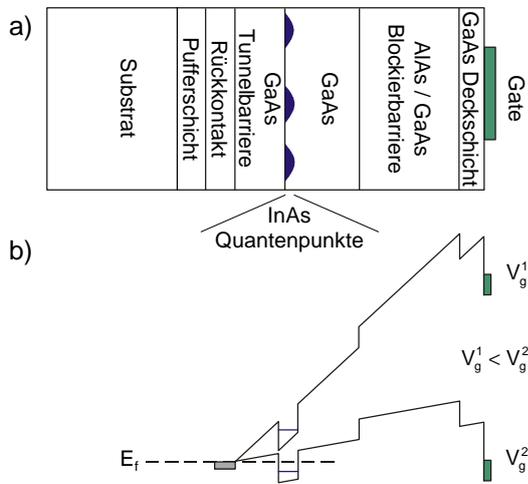


Abbildung 2.3: a) Wachstumssequenz einer Quantenpunktprobe mit integrierter Feldeffektstruktur. b) Bandstrukturverlauf und Lage des Quantenpunktentials relativ zur Fermi-Energie E_f bei verschiedenen Gatespannungen V_g^1 und V_g^2 .

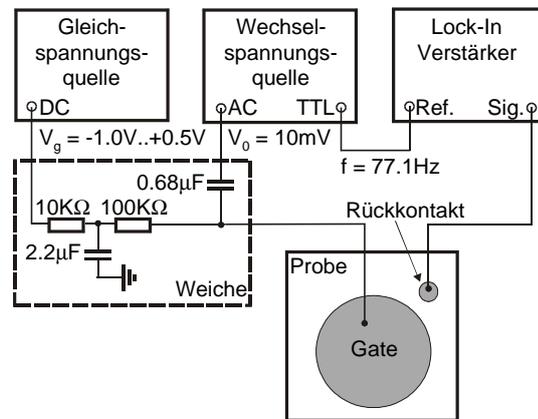


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des Aufbaus und der verwendeten Komponenten zur Messung der Probenkapazität. Aus einem modulierten Eingangssignal wird über Lock-In-Technik der kapazitive Strom durch die Probe ermittelt.

differentiellen Stromverlauf einer Halbleiterdiode und ist in diesem Experiment nur von Bedeutung, dass dieser Wert während der Variation der Gatespannung unterhalb eines kritischen Wertes gehalten wird. Damit wird die Zerstörung des Probenmaterials durch Auftreten von zu großen Stromdichten vermieden. Erfahrungsgemäß hat sich ein maximaler resistiver Strom von 10 % des maximal gemessenen kapazitiven Stromes als verträglich erwiesen. Im imaginären Anteil wird ein für Quantenpunkte (Probenbezeichnung: MC24-13) typischer Verlauf deutlich. Es sind Laderesonanzen erkennbar (Pfeile in Abb. 2.5a), die messbar werden, wenn durch die Verkipfung der Bandstruktur mittels der angelegten Gatespannung das Elektronenniveau im Quantenpunkt resonant liegt mit dem Fermienergieniveau im Rückkontakt und somit ein Tunnelstrom fließt. Schematisch ist der Bandverlauf und die Lage eines Quantenpunktniveaus relativ zur Fermi-Energie E_f für zwei verschiedene Gatespannungen in Abb. 2.3b gezeigt. Je nach Lage des Quantenpunktniveaus relativ zum Fermienergieniveau ist ein Stromfluss durch Tunneln möglich oder wird unterdrückt. Zur Übersichtlichkeit ist in der schematischen Darstellung lediglich ein einzelnes Energieniveau gezeigt. Der Kapazitätsverlauf in Abb. 2.5a beschreibt ein System, das aus verschiedenen Energieniveaus besteht. Dieser Kurvenverlauf ist das Abbild der Schalenstruktur von Quantenpunkten. Durch Erhöhung der Gatespannung können die unterschiedlichen Energieniveaus abgerastert werden. Eine Laderesonanz tritt demnach dann auf wenn die internen Quantenpunktniveaus resonant liegen mit dem

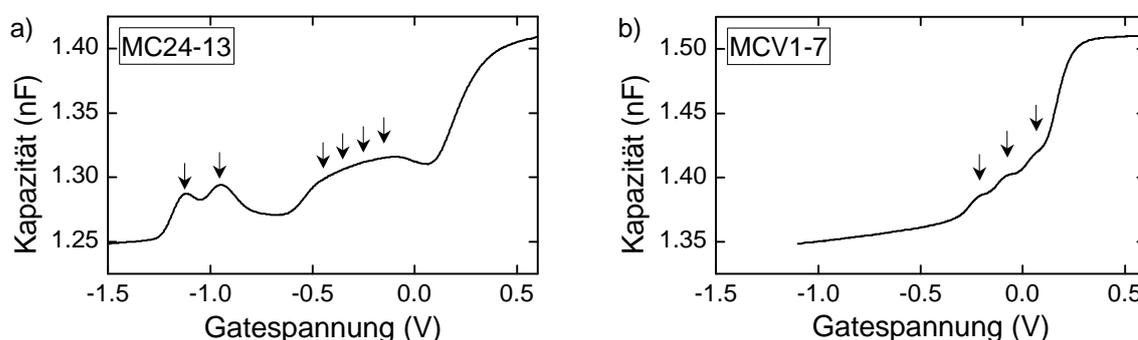


Abbildung 2.5: Kapazitätsverlauf a) einer Quantenpunktprobe und b) einer ringartigen Quantenpunktprobe als Funktion der Gatespannung. Die Pfeile markieren die Position der Ladespannung zu den entsprechenden Laderesonanzen, welche die Befüllung des Quantenniveaus mit Elektronen durch resonantes Tunneln signalisieren.

Fermienergieniveau. Im Kapazitätsspektrum repräsentieren die ersten beiden Resonanzen die Befüllung des s-Niveaus und die folgenden vier Laderesonanzen die Befüllung der p-Niveaus mit Elektronen [24], [13], welche in dieser Messung nicht aufgelöst werden konnten. Ein ganz anderes kapazitives Verhalten zeigt sich für das Probenmaterial der ringartigen Quantenpunkte (Probenbezeichnung: MCV1-7) in Abb 2.5b. In diesem Kurvenverlauf treten nur drei Laderesonanzen erst bei sehr positiven Gatespannungen auf. Anhand einer detaillierten Analyse [11] konnte gezeigt werden, dass es sich bei den auftretenden Laderesonanzen der ringartigen Quantenpunkt in Abhängigkeit der Gatespannung nicht um eine sukzessive Befüllung der Schalenstruktur mit Elektronen handelt. Hierbei wird die Befüllung des Grundzustandsniveaus der ringartigen Struktur favorisiert, welche einer Verteilung von unterschiedlich gewachsenen Quantenpunkte zugeordnet werden kann.

2.3.2 Makro-Photolumineszenz Messung

Zur Messung der Photolumineszenz an einem Ensemble von Quantenpunkten werden diese mittels eines Pumplasers angeregt und das von den Quantenpunkten emittierte Photolumineszenzlicht detektiert. Im Unterschied zur Messung der Photolumineszenz von einzelnen Quantenpunkten wird hier die Probenoberfläche großflächig beleuchtet. Dazu wird eine multimodale Glasfaser (B31)** benutzt, die ohne weitere optische Komponenten im Abstand von etwa 0.5 mm über der Probenoberfläche positioniert ist. Diese Glasfaser ist permanent mit in der Probenhalterung eingebaut und wird über ein multimodales Glasfaserverbindungskabel (B32)** mit der Pumplaserdiode (B30)** verbunden. Die Anregung des Probenmaterials geschieht bei einer Temperatur von 4.2 K mit maximaler Laserleistung von 200 mW. Das auf diese Weise erzeugte Photolumineszenzlicht wird über die gleiche optische Faser detektiert.

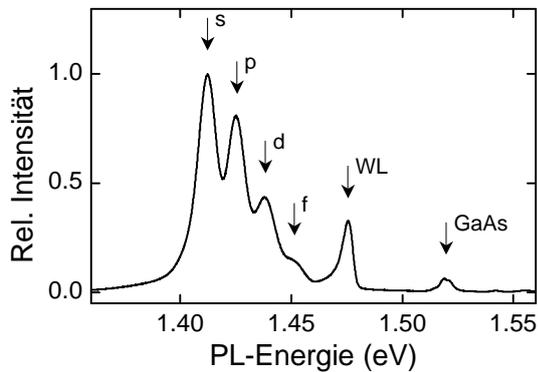


Abbildung 2.6: Emissionsspektrum einer Quantenpunktprobe (interne Bezeichnung: “Praktikumsprobe“) mit Emissionslinien von Quantenpunkten (s,p,d,f), der Emissionslinie der Benetzungsschicht (WL) und der Emissionslinie von Exzitonen des Volumenmaterials GaAs.

Ein Strahlteiler ($T = 50\%$, $R = 50\%$) übernimmt die Aufspaltung in Anregungssignal und Detektionssignal. Das Emissionslicht wird einem Spektrometer (B33)** zugeführt und mit einer CCD Kamera (B34)** gemessen. Das Ergebnis einer derartigen Messung ist in Abb. 2.6 dargestellt. Es sind verschiedene Resonanzlinien im Spektrum zu sehen. Diese werden der Reihe nach diskutiert. Das breite Spektrum im Bereich von 1.40 eV bis 1.45 eV ist Photolumineszenzlicht von Quantenpunkten. Es ist aus inhomogen verbreiterten Emissionslinien zusammengesetzt, die bei 1.412 eV, 1.425 eV, 1.439 eV, und 1.452 eV zentriert sind. Die mittlere Linienbreite beträgt 10 meV. Die Resonanz im Photolumineszenzspektrum bei 1.412 eV stammt von der Rekombination von Elektronen im s-Niveau (s) des Elektronpotentials und Löchern im s-Niveau des Lochpotentials. Eine schematische Darstellung des parabolischen Quantenpunktpotentials und dessen Energieniveaus ist in Abb. 2.7 gezeigt. Analog entsprechen den folgenden Emissionslinien der Rekombination von Ladungsträgern im p-Niveau (p), im d-Niveau (d) und die letzte Resonanz der Rekombination von Elektronen und Löchern im f-Niveau (f). Eine weitere Emissionslinie ist bei höherer Energie um 1.473 eV auszumachen und kennzeichnet die Rekombination von Ladungsträgern in der Benetzungsschicht (WL: Wetting Layer). Diese Schicht entsteht während des Wachstumsprozesses bei selbstorganisierten Quantenpunkten und stellt einen zwei-dimensionalen Quantentopf dar. Die letzte Resonanz im Spektrum bei 1.52 eV charakterisiert die Emission von Exzitonen des Volumenmaterials GaAs.

Anhand des gezeigten Spektrums der Photolumineszenz von einem Ensemble von Quantenpunkten ist zu erkennen, dass hiermit eine Auflösung von Emissionslinien resultierend von einzelnen Quantenpunkten nicht möglich ist. Bei einer Strahlprofilgröße des aus der Glasfaser austretenden und auf der Probenoberfläche auftreffenden Laserstrahls von etwa einem Millimeter Durchmesser und einer probenspezifischen Quantenpunktdichte von $(1 - 10) \cdot 10^8 \text{ cm}^{-2}$ werden im Mittel etwa $(10 - 100) \cdot 10^6$ Quantenpunkte angeregt. Wegen der inhomogenen Linienverbreiterung von $\sim 10 \text{ meV}$, bedingt durch den Wachstumsprozess, stellt das Spektrum eines Ensembles von Quantenpunkten eine Überlagerung von Emissionslinien einzelner

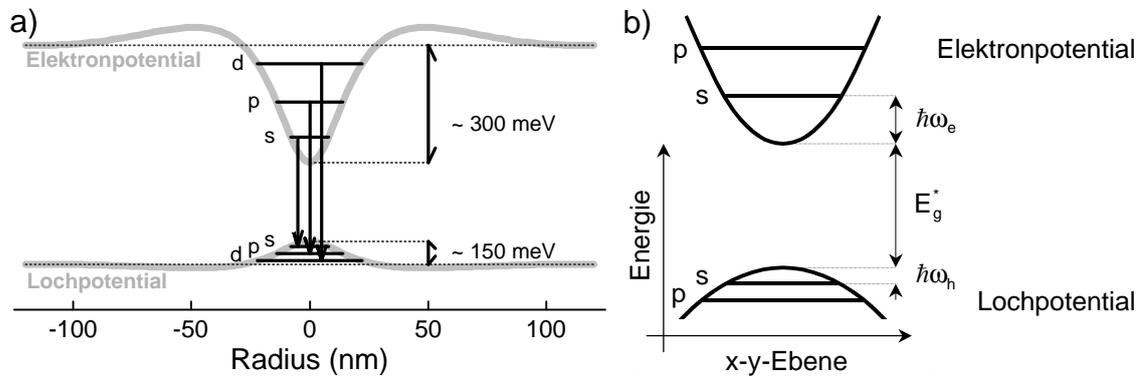


Abbildung 2.7: a) Schematische Darstellung eines Quantenpunktes. Angegeben sind die abgeschätzten Energien für die Tiefe des Elektronpotentials ($\sim 300 \text{ meV}$) und die Tiefe des Lochpotentials ($\sim 150 \text{ meV}$). b) Theoretisches Modell eines Quantenpunktes: Der zwei-dimensionale harmonische Oszillator. Anschauliche Darstellung der Energieverhältnisse eines Quantenpunktes bei Verwendung eines parabolischen Einschlusspotentials. Bezeichnungen: $\hbar\omega_e$ und $\hbar\omega_h$ sind die Quantisierungsenergien für Elektron (e) und Loch (h); E_g^* ist der Energieabstand vom Elektronpotential zum Lochpotential. Dargestellt sind die ersten beiden Energieniveaus (s, p).

Quantenpunkte dar. Die natürliche Linienbreite von Quantenpunkten des Probenmaterials in Abb. 2.1b (Seite 5) liegen im Bereich unter $10 \mu\text{eV}$ [3] und werden durch die beiden vorgestellten Techniken nicht aufgelöst. Um Spektroskopie an einzelnen Quantenpunkten betreiben zu können, kann einerseits die Quantenpunktdichte reduziert werden, was technologisch realisierbar ist, aber eine exakte Bestimmung der Wachstumsparameter erfordert oder andererseits die Strahlprofilgröße zu reduzieren. Dies wird durch den Einsatz von optischen Komponenten gelöst. Obwohl die Technik der Kapazitätsmessung und der Messung der Makro-Photolumineszenz einzig Erkenntnisse über ein Ensemble von Quantenpunkten liefert, sind sie extrem wichtig zur Charakterisierung von Proben. Zum anderen ergibt sich aus deren kurzen Messzeiten ein schneller Überblick über das vorhandene Probenmaterial. Im nächsten Abschnitt wird auf die Experimente und Spektroskopie an einzelnen Quantenpunkten eingegangen.

Kapitel 3

Experiment

3.1 Beschreibung des Experiments

Die Experimente, in denen die Photolumineszenzstrahlung in Abhängigkeit vom elektrischen und magnetischen Feld und von der Temperatur untersucht wird, werden mit einem in Eigenbauweise hergestellten konfokalen Miniaturmikroskop bei einer Temperatur von 4.2 K durchgeführt. Es ist ein gegenüber Veränderungen des Magnetfeldes oder der Temperatur mechanisch stabiles Mikroskop. Diese Eigenschaft erlaubt es, einen einzelnen Quantenpunkt über Monate zu untersuchen ohne dabei das Mikroskop neu zu justieren. Der optische Zugang zum Mikroskop wird über eine optische Faser realisiert, die sowohl das Anregungslicht als auch das Emissionslicht führt. Das Mikroskop selbst besteht aus einem Kollimator und einem Objektiv. Beides sind asphärische Miniaturlinsen (L3 und L4, Abb. 3.1). Die Probe ist auf einer Positioniereinheit montiert, die eine Verschiebung in lateraler als auch vertikaler Richtung relativ zur Position des Mikroskopfokus zulässt. Die Positioniereinheit sorgt für eine Probenpositionierung mit grober Schrittweite von einigen 10 nm auf einem Verfahrensweg der Gesamtlänge von 5 mm in lateraler und 8 mm in vertikaler Richtung. Eine stufenlose Feinpositionierung wird im Bereich von etwa $5\ \mu\text{m}$ bei Raumtemperatur und einem thermisch reduzierten Bereich von etwa $0.5\ \mu\text{m}$ bei 4.2 K in jede Raumrichtung über eine piezomechanische Auslenkung erreicht.

Als Anregungsquelle wird eine Laserdiode verwendet, die bei einer Wellenlänge von 830 nm emittiert (Abb. 3.1). Das Pumplaserlicht (breiter Pfeil) wird in eine monomodale optische Faser eingekoppelt unter Verwendung einer kollimierenden (L1) und fokussierenden (L2) Linse. Ein schmalbandiger Interferenzfilter blockiert den inkohärenten, breitbandigen Emissionsanteil des Lasers. Das Licht wird durch einen 2×2 monomodalen Faserkoppler aufgeteilt. Verfolgt man den am Faserkoppler bezeichneten optischen Weg von (O2) nach (I1), so wird 10 % des Anregungssignals in die zum Mikroskop führende Glasfaser transmittiert. Danach wird das Licht des

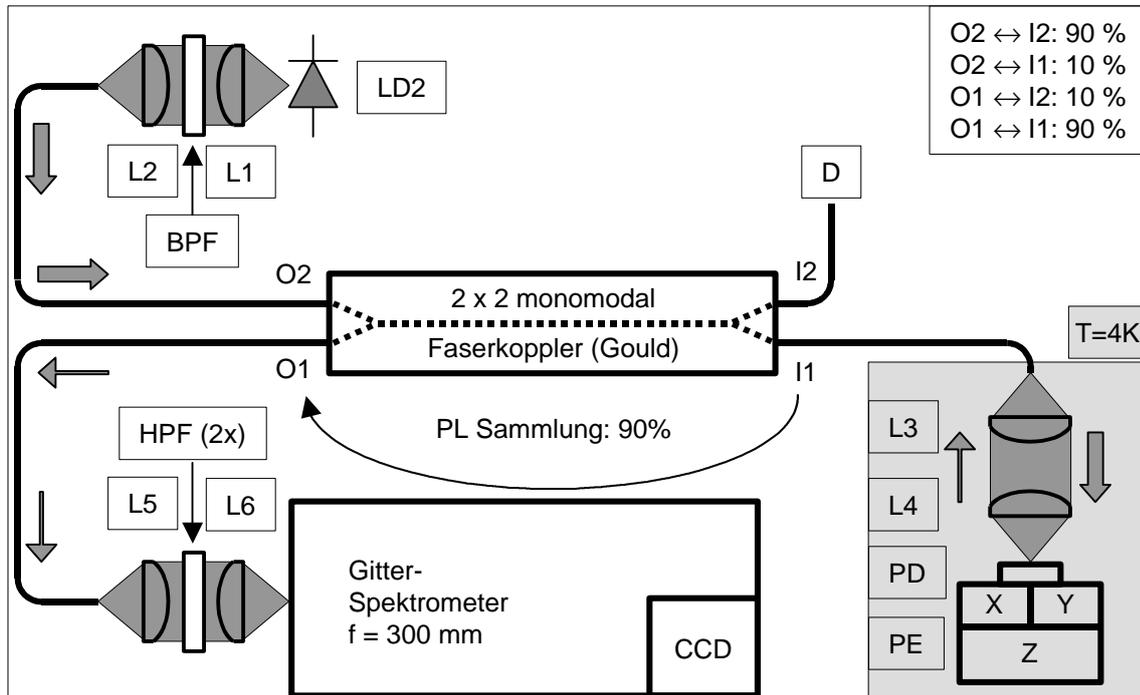


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des experimentellen Aufbaus mit Komponenten: LD2: Laserdiode ($\lambda = 830 \text{ nm}$, $P_{max} = 5 \text{ mW}$); L1: Asphärische Linse ($NA = 0.68$, $f = 3.10 \text{ mm}$, Geltech); L2: Asphärische Linse ($NA = 0.15$, $f = 18.40 \text{ mm}$, Geltech); BPF: Band-Pass-Filter ($\lambda = 830 \text{ nm}$, Bandbreite = 40 nm , Coherent); L3: Asphärische Linse ($NA = 0.15$, $f = 5.00 \text{ mm}$, Geltech); L4: Asphärische Linse ($NA = 0.55$, $f = 1.45 \text{ mm}$, Geltech); PD: Probe + Photodetektor; PE Positioniereinheit (XYZ-Positioniereinheit, At-tocube Systems); L5: Achromatische Linse ($NA = 0.25$, $f = 50 \text{ mm}$, Edmund Industrie Optik); L6: Achromatische Linse ($NA = 0.13$, $f = 100 \text{ mm}$, Edmund Industrie Optik); HPF: Hochpassfilter ($\lambda_{CutOff} < 880 \text{ nm}$, $T \sim 80 \%$ bei $\lambda > 900 \text{ nm}$, NDC Infrared Engineering), D: Photodiode (Siemens, BPW 34).

Pump lasers über die beiden asphärischen Linsen (L3 und L4) kollimiert und auf die Probenoberfläche fokussiert. Das dadurch generierte und vom Probenmaterial stammende Photolumineszenzlicht (schmäler Pfeil) wird über das gleiche Linsenpaar (L4 und L3) gesammelt und auf die Faser fokussiert. Das Objektiv ist optimiert auf die Emissionswellenlänge von $\sim 980 \text{ nm}$ der Quantenpunkte, um eine höchstmögliche räumliche Auflösung und damit die größte Sammlungseffizienz zu erreichen. Das auf die Glasfaser im Mikroskop fokussierte Photolumineszenzlicht passiert den Faserkoppler zu 90 % zum Detektionssystem, das aus einem Gitterspektrometer und einer CCD-Kamera besteht. Das Spektrometer hat eine Fokallänge von 300 mm und eine spektrale Auflösung von 0.2 nm ($\sim 250 \mu\text{eV}$ bei 980 nm). Vor dem Eingangsspalt

des Spektrometers werden zwei Hochpassfilter eingesetzt, um das Licht des Pumpasers zu unterdrücken, das an der Probenoberfläche reflektiert wird. Das über das Spektrometer spektral aufgespaltene Photolumineszenzsignal wird mit einer auf der Temperatur des flüssigen Stickstoffes betriebenen Silizium CCD-Kamera (30 % Quanteneffizienz bei 950 nm, Dunkelzählrate: $\sim 80 \text{ sec}^{-1}$, Ausleserauschen: 2 sec^{-1} rms) detektiert. Sämtliche Experimente werden bei der Temperatur des flüssigen Heliums durchgeführt, wobei das Miniaturmikroskop über ein Heliumaustauschgas gekühlt wird. Der Kryostat ist mit einem supraleitenden Magneten (Kernlochdurchmesser: 50.8 mm) ausgestattet. Der Magnet ist in der Lage, ein Magnetfeld von 9 Tesla bei 4.2 K und bis zu 11 Tesla bei 1.6 K zu erzeugen.

3.2 Aufbau des Messplatzes

3.2.1 Vorbereitung des Justageaufbaus

Zu Beginn wird die optische Detektionstechnik kurz erläutert, um danach detailliert auf die einzelnen Komponenten des Justageaufbaus einzugehen. Die Vorbereitung des Justageaufbaus gliedert sich in den Aufbau der optischen Komponenten und eine Darstellung der verwendeten Detektoren und Messinstrumenten.

Die optische Detektionstechnik setzt sich aus einer Messung der Lichtreflexion an einer Probenoberfläche und einer Transmission durch die Probe zusammen. Dabei wird das Licht einer Laserdiode über einen Strahlteiler auf eine Objektfläche mittels einer Optik fokussiert. Von dort wird es transmittiert und reflektiert. Der transmittierte Teil wird mit einem unter dem Objekt liegenden Photodetektor erfasst. Der Weg des reflektierten Lichts führt über die Optik und den Strahlteiler zurück zu einem Photodetektor. Der Photostrom beider Detektoren wird mit einem Strom-Spannungs-Wandler verstärkt und der Wert mit einem Voltmeter gemessen.

Im folgenden wird der Aufbau zur Justage des Mikroskops beschrieben (Abb. 3.2). Die Laserdiode LD1 (B1)** wird über eine Laserdiodensteuerung (B3)** betrieben. Im Justagemodus hat sich ein Arbeitsbereich der Laserdiode unterhalb der Laserschwelle im Diodenbetrieb bei 20 mA Diodenstrom bewährt und entspricht einer optischen Leistung von $550 \mu\text{W}$ ($300 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom). Die Laserschwelle der verwendeten 950 nm Laserdiode liegt bei etwa 30 mA Diodenstrom. Über eine konfokale Anordnung, bestehend aus zwei asphärischen Linsen L1a (B6)** und L2 (B7)**, wird das Laserlicht in die mit (O2) bezeichnete monomodale Glasfaser des 2×2 Glasfaserkopplers (B17)** eingekoppelt. Der Glasfaserkoppler wird als Strahlteiler betrieben und basiert auf dem Prinzip, dass zwei parallel nebeneinander liegende Glasfasern im zentralen Bereich durch einen thermischen Prozess miteinander optisch gekoppelt werden. Je nach Grad der Verschmelzung lässt sich der Reflexionskoeffizient über den Lichtweg der gekreuzt liegenden Fasern und der Transmis-

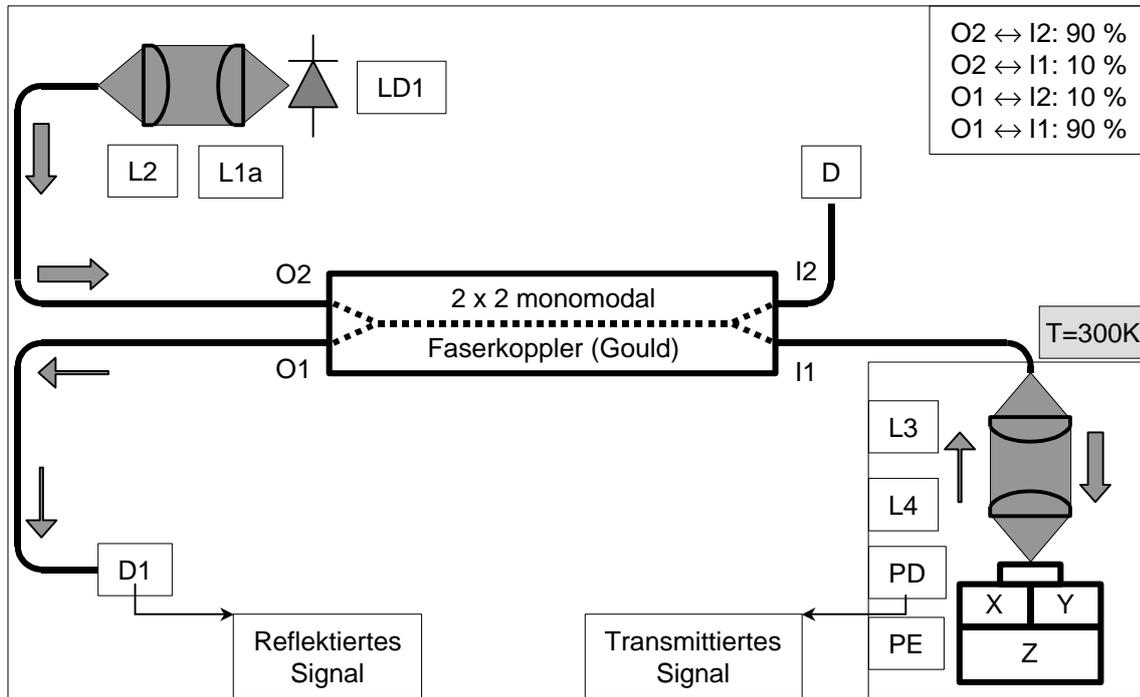


Abbildung 3.2: Schematische Darstellung des Justageaufbaus mit Komponenten: LD1: Laserdiode ($\lambda = 950 \text{ nm}$, $P_{max} = 10 \text{ mW}$); L1a: Asphärische Linse ($NA = 0.55$, $f = 4.50 \text{ mm}$, Geltech); L2: Asphärische Linse ($NA = 0.15$, $f = 18.40 \text{ mm}$, Geltech); D, D1: Photodetektor (Siemens, BWP34); L3: Asphärische Linse ($NA = 0.15$, $f = 5.00 \text{ mm}$, Geltech); L4: Asphärische Linse ($NA = 0.55$, $f = 1.45 \text{ mm}$, Geltech); PD: Probe + Photodetektor; PE Positioniereinheit (XYZ-Positioniereinheit, Attocube Systems).

sionskoeffizient über den Lichtweg der ungekreuzt liegenden Fasern einstellen. Laut Spezifikation des im Experiment verwendeten Glasfaserkopplers gibt der Hersteller einen Transmissionskoeffizienten von $T = 90 \%$ und einen Reflexionskoeffizienten von $R = 10 \%$ bei einer Arbeitswellenlänge von 850 nm an. Für eine Wellenlänge von 950 nm ergeben sich geringfügige Abweichungen von den Herstellerangaben. Das mit (I1) bezeichnete Glasfaserkabel wird mit der permanent im Mikroskop eingebauten Glasfaser (B14)** verbunden. Die Verbindung der beiden Glasfasern wird mit einer einfachen FC-zu-FC-Steckerkopplung (B18)** hergestellt, wobei die permanente Glasfaser des Mikroskops mit einem flexiblen FC-Glasfaserstecker (B19)** ausgestattet ist. Das von (O2) über den Glasfaserkoppler an (I1) ankommende Licht stellt den reflektierten Weg eines Strahlteilers dar und wird dem Mikroskop zugeführt. Ein reflektiertes Signal von der Objektoberfläche folgt dem Weg zurück durch das Mikroskop über (I1) nach (O1) des Glasfaserkopplers zu einem an diesem Ende des Glasfaserkabels angeschlossenen Photodetektor D1 (B4)**. Dieser Weg stellt die Transmission eines Strahlteiler von 90% dar. Die so gewählte Anordnung

folgt aus den Gründen der Detektierbarkeit eines intensitätsschwachen Photolumineszenzsignals. Das noch frei zur Verfügung stehende Glasfaserende (I2) führt 90 % des Lichtes, das von der Laserdiode emittiert wird. Hiermit lässt sich die Intensität des Lasers über die Photodiode D (B4)** kontinuierlich überprüfen, ohne das Experiment zu stören. Im Arbeitspunkt von 20 mA Laserdiodenstrom ergibt sich an der Position (I2) ein Signal von etwa $470 \mu\text{W}$ ($250 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom). Die Detektion des reflektierten Signals erfolgt über die Photodiode D1 (B4)**. Generell wird der Photodiodenstrom der Detektoren (B4)** mit einem Strom-Spannungswandler (B37)** im "Low-Noise-Modus" verstärkt und dessen Ausgabewert mit einem Voltmeter (B39)** gemessen. Die Umrechnung in Leistung ergibt sich aus der Abhängigkeit der Sensitivität des Silizium Photodetektors von der Wellenlänge. Diese Daten sind den Spezifikation der Photodiode (B4)** zu entnehmen. Den Abschluss dieses Abschnitts bildet die Überprüfung des Lichtweges zum Mikroskop. Dabei wird eine weitere Photodiode (B4)** in etwa der Position der Fokalebene des Mikroskops platziert. Bei unverändertem Laserdiodenstrom wird hier eine Leistung von $20.6 \mu\text{W}$ ($11.1 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom) gemessen. Dieser Wert kommt zum einen durch den optischen Weg von (O2) nach (I1) mit einer Transmission von 10 % zustande und zum anderen durch einen zusätzlichen Verlustfaktor im Mikroskop und an der Lichteinkopplung in die permanent eingebaute Glasfaser. Dieser Faktor hängt ebenfalls sehr stark davon ab, wie exakt die Lichtübertragung an der Position der FC-zu-FC-Steckerkopplung erfolgt. Eine Variation des Messwert um Faktor 3 - 5 ist durchaus realistisch. Die Verwendung dieser Art von Faserkoppler ist effizient, da keine Optik und Justage notwendig ist. Die Qualität des eingekoppelten Lichtes ist hingegen teilweise kritisch. Im Abschnitt 3.5.2 (Seite 31) bei der Bestimmung des Kontrastverhältnisses wird gezeigt, in welcher Weise diese Größe mit der Einkopplungsgüte variiert. Eine ganz entscheidende Verbesserung der Einkopplung wird durch die Verwendung eines Gels (B20)** erreicht. Dabei wird die Anpassung des Brechungsindex durch das Gel zwischen den beiden Faserenden optimiert und damit eine höhere Signaleinkopplung in die Glasfaser ermöglicht. Im Idealfall wird der oben genannte Messwert erreicht.

3.2.2 Mikroskop im Detail

Der Kernstück des Messinstruments ist das in Abb. 3.3 gezeigte Mikroskop. Ein wesentlicher Vorteil der Bauweise ist die Verwendung von Materialien, die ein nicht-magnetisches Verhalten zeigen und bezüglich der thermischen Ausdehnung gleiche Temperatur-Ausdehnungskoeffizienten aufweisen. Das verwendete Basismaterial ist Titan, aus dem sämtliche mechanischen Komponenten gefertigt sind. Zur Justage des Mikroskops werden der Reihe nach der Glasfaserhalter (B15)** mit eingeklebter Glasfaser (B14)** und die asphärischen Miniaturlinsen L3 (B8)** und L4 (B9)** in einer konfokalen Anordnung in den Mikroskophalter eingebaut. Die Glasfaser wird

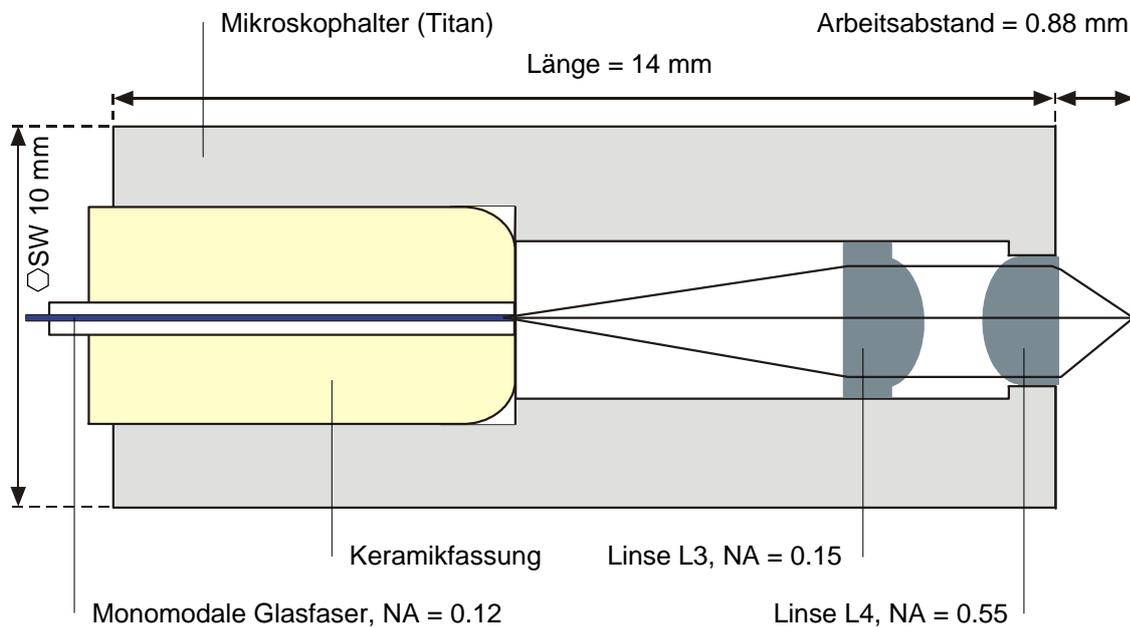


Abbildung 3.3: Miniaturmikroskop mit Objektivlinse L3 und Fokussierlinse L4 in einer magnetfeld- und temperaturstabilen Titanfassung [12].

mit einem konventionellen Epoxidklebstoff (B16)** in den Glasfaserhalter eingeklebt und anschließend poliert. Zur optimalen Fixierung des Linsensystems sind die Linsen separat in zylindrische Linsenhalterungen aus Titan eingeklebt (B45)**. Sämtliche in den Mikroskophalter eingebauten Komponenten werden bei Raumtemperatur auf eine Wellenlänge von 950 nm justiert und fixiert und mit diesen Einstellungen ebenfalls bei Tieftemperatur betrieben. Die gewählte Wellenlänge entspricht etwa der Emissionswellenlänge der Quantenpunkte, um optimale Anpassungsverhältnisse an das Photolumineszenzlicht zu gewährleisten. Zu Beginn wird die in den Linsenhalter eingeklebte Linse L3 in den Mikroskophalter eingesetzt und fixiert. Es folgt das Einfügen des Glasfaserhalters in den Mikroskophalter in der Weise, dass zunächst die Position des Glasfaserhalters relativ zur Linse L3 variiert wird, um das aus der Linse L3 austretende Licht zu kollimieren. Eine ausreichend optimale Justage wird erzielt, wenn sich auf einem im Abstand von ca. 5 m vom Mikroskop entfernt aufgestellten Leuchtschirm ein minimaler Strahlquerschnitt ausbildet. Erst jetzt wird die Position des Glasfaserhalters mit einer Stellschraube fixiert. Im letzten Schritt wird die Linse L4 eingesetzt, so dass der Linsenhalter plan mit dem Mikroskophalter abschließt. Damit ist das Mikroskop komplett montiert und justiert. Eine einfache Überprüfung der generellen Funktionsweise des Mikroskops ist eine Abstandsmessung der Fokalebene. Dabei ergibt sich eine minimale Strahlprofilgröße im Abstand von ca. 1 mm zum Mikroskophalter. Zum Vergleich entspricht der Arbeitsabstand

der fokussierenden Linse einem Abstand von 0.88 mm.

3.2.3 Die XYZ-Positioniereinheit

Das Positionieren der Probe in die Fokalebene (z-Richtung) und dem Verschieben in lateraler Richtung (x- und y-Richtung) wird über eine in Abb. 3.8e (Seite 32) dargestellte XYZ-Positioniereinheit erreicht. Diese ist eine für tiefe Temperaturen taugliche (Temperaturen bis 100 mK) und gegen Magnetfelder (Feldstärken bis 11 T) stabile Verschiebeeinheit. Innerhalb eines anderen Projektes wurde die Positioniereinheit aus einem physikalischen Konzept heraus realisiert, in einer Eigenproduktion Prototypen hergestellt und getestet. Die Einzelkomponenten einer Verschiebeeinheit sind aus dem Basismaterial Titan gefertigt, um thermische Ausdehnungseffekte zu minimieren. Das Prinzip der Bewegung beruht auf einem Rutsch-Reibe-Effekt [4], [5]. Ein auf einem Piezoelement aufgeklebter Stift ist mit einer Klemmvorrichtung an eine Verschiebeplatte befestigt. Die Bewegung der Verschiebeplatte ist von der zeitlich variierenden Auslenkung des Piezoelements abhängig. Je nach der Form des zeitlichen Anstiegs oder Abfalls eines elektrischen Impulses auf das Piezoelement wird die Verschiebeplatte über den Stift mitbewegt, oder der Stift gleitet durch die Klemmvorrichtung wegen der Trägheit der Verschiebeplatte. Beim Anlegen einer asymmetrischen, sägezahnartigen Steuerspannung mit geeigneter Frequenz und Amplitude an das Piezoelement bewegt dies die Verschiebeplatte schrittweise in eine Richtung. Zur Positionierung in allen drei Raumrichtungen werden daher drei Module (B28)** und ein kompaktes Ansteuergerät (B29)** benötigt, das neben der Regulierung der Sägezahnspannung in Frequenz und Amplitude, eine Änderung der Bewegungsrichtung ermöglicht. Zusätzlich kann die Verschiebung entweder schrittweise oder quasi-kontinuierlich stattfinden.

3.2.4 Montage von Probenhaltern auf die Positioniereinheit

Die Montage der unterschiedlichen Proben erfolgt durch Verschraubung der einzelnen Komponenten mit der Basisplatte Abb. 3.8d (Seite 32), die ihrerseits auf der XYZ-Positioniereinheit Abb. 3.8e (Seite 32) aufgeschraubt ist. Wahlweise kann die Probe selbst montiert oder zusätzliche Komponenten unterhalb der Probe platziert werden. Bei den Proben selbst handelt es sich einerseits um eine Streifenstruktur Abb. 3.4 (Seite 23) zur Bestimmung der Auflösung des Mikroskops und andererseits um ein Stück GaAs, das die Quantenpunkte enthält (Bezeichnung: MCV1–7, Abb. 3.8a, Seite 32). Bereits in der Basisplatte integriert ist ein Silizium Detektor (B4)**, der das transmittierte Licht detektiert. Optional ist die Verwendung von unterschiedlichen Typen von Photodetektoren oder eines Heizelementes (Abb. 3.8b und Abb. 3.8c, Seite 32) unterhalb der Probe vorgesehen.

3.2.5 Einbau der XYZ-Positioniereinheit in das Mikroskop

Sind sämtliche für die Messung erforderlichen Komponenten auf der XYZ-Positioniereinheit montiert, so erfolgt der Einbau in das Titan-Gehäuse Abb. 3.9 (Seite 33). Ist diese im Gehäuse platziert, wird die Positioniereinheit an der Unterseite des Gehäuses mit Befestigungsschrauben fixiert. Beim Einbau der Positioniereinheit in das Titan-Gehäuse ist darauf zu achten, dass die Verschiebung der einzelnen Positionierelemente in jede Richtung ungestört ausgeführt werden kann und dass die Positioniereinheit zur Gehäuseinnenwand kontaktfrei platziert ist. Zum Abschluss wird ein Test der einzelnen Positionierelemente bei Variation der Amplitude und Frequenz durchgeführt.

3.3 Auflösungsbestimmung des Mikroskops

Zur Bestimmung der Auflösung wird Licht aus der Laserdiode LD1 (B1)** in das Mikroskop eingekoppelt und die laterale Ausdehnung des Strahlprofils in der Fokalebene gemessen. Die Methode der Vermessung beruht auf dem Prinzip, dass das Strahlprofil eine Streifenstruktur abgerastert. Die Streifenstruktur ist durch einen rechteckförmig modulierten Transmissionskoeffizienten und bekannter Periodizität der Streifen charakterisiert (Abb. 3.4a). Die Streifen sind aus aufgedampftem Aluminium hergestellt mit einem Streifenabstand von $5\ \mu\text{m}$ und einer Streifenbreite von ebenfalls $5\ \mu\text{m}$. Je nach Strahlprofilgröße weicht das Transmissionsprofil mehr oder weniger vom Rechteckprofil ab. Quantitativ kann der Transmissionsverlauf in Abhängigkeit der lateralen Fokusposition aus der zwei-dimensionalen Integration eines Gaußförmigen Laserintensitätsprofils in der Fokalebene simuliert werden. Die einfließenden Parameter sind Wellenlänge, Halbwertsbreite und Streifenbreite. Aus der Anpassung der Simulation an die Messdaten folgt die Halbwertsbreite und somit die Auflösung des Mikroskops.

Als Detektor der transmittierten Intensität wird eine unter der Streifenstrukturprobe befindliche, in die Basisplatte integrierte Photodiode (B4)** verwendet. Zusammen mit der Streifenstruktur werden diese durch Verfahren in der vertikalen Richtung bewegt und die Oberfläche der Streifenstruktur in der Fokalebene platziert.

Zum Auffinden der Fokusposition wird die Probenoberfläche bis etwa 0.1 mm Abstand zum Mikroskopobjektiv heranbewegt um danach in entgegengesetzter Bewegungsrichtung die Fokalebene zu durchfahren. Bei einem Arbeitsabstand von 0.88 mm erwartet man während der Abwärtsbewegung beim Durchfahren der Fokalebene eine Resonanzlinie in der Intensität des reflektierten und transmittierten Signals. Der beschriebene Signalverlauf in Abhängigkeit von der Position der Probe in z-Richtung verhält sich Gaußförmig. In Abschnitt 3.5.2 (Seite 31) wird auf das Intensitätsprofil noch genauer eingegangen. Das Maximum des Resonanzlinie ent-

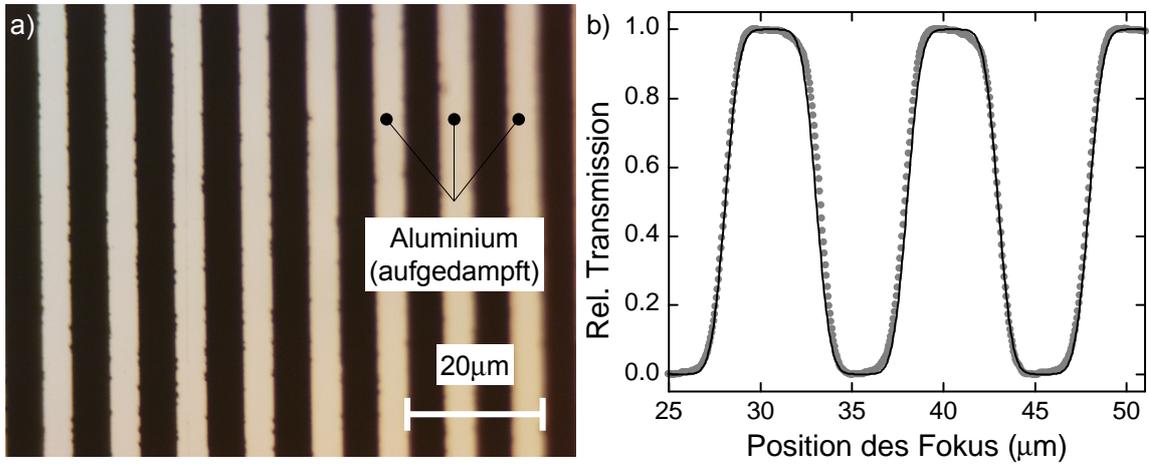


Abbildung 3.4: a) Optische Mikrographie der Aluminium-Streifenstruktur mit einer Periode von $10\ \mu\text{m}$. b) Detektierter (\bullet) und angepasster (durchgezogene Linie) Transmissionsverlauf in Abhängigkeit von der Position des Fokus. Rasterrichtung senkrecht zur Streifenstruktur.

spricht demnach der Position der Fokalebene. Dies ist in etwa bei einem Abstand von $1\ \text{mm}$ zum Mikroskopobjektiv der Fall.

Das Abrastern der Probe wird, je nach Orientierung der Streifenstruktur, entweder über das x- oder y- Positionierelement im quasi-kontinuierlichen Verfahrenmodus durchgeführt. Nach dem Abrastern von einigen Perioden der Streifenstruktur ist ein ausgeschmirtes Rechtecksignal in der Intensität des transmittierten Signals zu beobachten (Abb. 3.4b). Die Halbwertsbreite ($FWHM$) des Gaußschen Strahlprofils kann direkt aus dem Diagramm abgeschätzt werden. Der Bereich des Intensitätsverlaufes, bei dem das Signal von etwa 15% bis auf 85% ansteigt, ist die Halbwertsbreite eines Gaußschen Strahlprofils. Eine genauere Methode der Auflösungsbestimmung ist das Anpassen eines Gaußschen Fehlerintegrals an die gemessenen Daten. Die Gaußsche Intensitätsverteilung in der xy-Ebene ist definiert durch $I(x, y) = I(x)I(y)$ mit

$$I(x) = I_{0x} \frac{2}{FWHM} \sqrt{\frac{\ln 2}{\pi}} \exp\left(-4\ln 2 \frac{x^2}{FWHM^2}\right)$$

und einem analogen Ausdruck für $I(y)$. Die Integration der Intensitätsverteilung in y-Richtung (parallel zur Streifenstruktur) liefert den Wert I_{0y} und die Integration in x-Richtung führt zum Gaußschen Fehlerintegral definiert durch

$$f(x) = \int_0^x I(\hat{x}) d\hat{x} = \frac{1}{2} I_{0x} \operatorname{erf}\left(\frac{2\sqrt{\ln 2}}{FWHM} x\right).$$

Die Auswertung des Integrals $\int_0^x \int_{-\infty}^{\infty} I(\hat{x}, y) dy d\hat{x}$ mit der Normierung $\frac{1}{I_{0x}I_{0y}}$ ist als Anpassungsfunktion in Abb. 3.4b (durchgezogene Linie) dargestellt. Diese enthält die Halbwertsbreite (*FWHM*) als Anpassungsparameter. Der hierbei ermittelte Parameter ergibt sich zu $FWHM = 1412.53$ nm. Im zentralen Bereich des Intensitätsverlaufes zwischen $30 \mu\text{m}$ und $40 \mu\text{m}$ ist eine Abweichung der gemessenen Daten von der der eingezeichneten Anpassungsfunktion festzustellen. Ein möglicher Grund für diese Abweichung ist die Präsenz einer lateralen Asymmetrie im Strahlprofil oder ein inhomogener Herstellungsprozess der Streifenstruktur.

Zum Vergleich der experimentell gefundenen Halbwertsbreite wird die theoretische Breite des Strahlprofils nach der Gaußschen Strahlenoptik hergeleitet. Es wird hier nur kurz auf die relevanten Beziehungen eingegangen. Details sind den Referenzen [6] und [7] zu entnehmen. In der Gaußschen Strahlenoptik ist das elektrische Feld E beschreiben durch

$$E(x, y, z) = E_0 \frac{b_0}{b(z)} \exp\left(-i \frac{kr^2}{2q(z)} - ip(z)\right),$$

wobei $q(z)$ ein komplexer, propagationsabhängiger Parameter ist und später für die Berechnung der Strahlprofilbreite wichtig sein wird. Die Bezeichnungen b_0 und $b(z)$ sind die Abstände von der optische Achse bei der die Intensitätsverteilung auf $1/e$ abgefallen ist und werden in der Referenz [7] als Radien des Strahlprofils oder als Strahlprofilgröße bezeichnet. Zusätzlich ist ein komplexer Phasenfaktor $p(z)$ im obigen Ausdruck enthalten, der auf die Berechnung des Strahlprofils keine Auswirkungen hat und $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ist der radiale Abstand zur optischen Achse. Der Parameter $q(z)$ ist definiert durch:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi n b^2(z)}.$$

Die relevanten Parameter in diesem Ausdruck sind der Krümmungsradius der Wellenfront $R(z)$ und die Strahlprofilgröße $b(z)$. Beide Parameter sind festgelegt durch:

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi n b_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right],$$

$$b^2(z) = b_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi n b_0^2} \right)^2 \right]$$

mit λ der Wellenlänge und n des Brechungsindex des Mediums.

Die Eigenschaft des Parameters $q(z)$ zeigt sich darin, dass dieser an jeder Position z eines optischen Systems berechnet werden kann, und nach dem Ausdruck für $q(z)$ sich daraus der Krümmungsradius und die Strahlprofilgröße ergeben. Die

Berechnung des Parameters $q(z)$ für ein optisches System wird mit der Methode der ABCD-Matrizen durchgeführt, wobei jeder optischen Komponente j eine Transmissionsmatrix $M_T(j)$ zugeordnet wird. Die Transmissionsmatrix M_T des Gesamtsystems ergibt sich als Matrixprodukt der einzelnen Matrizen $M_T(j)$. Bezeichnen q_{in} und q_{out} die q -Parameter für den Eintrittsstrahl und den Austrittsstrahl des optischen Systems, dann ergibt sich q_{out} durch

$$q_{out} = \frac{A_T q_{in} + B_T}{C_T q_{in} + D_T}$$

wobei der Parameter q_{in} und die Element der Transmissionsmatrix $M_T(j)$ gegeben sind durch

$$\frac{1}{q_{in}} = \frac{1}{R_{in}} - i \frac{\lambda}{\pi n b_{in}^2},$$

$$M_T = \begin{pmatrix} A_T & B_T \\ C_T & D_T \end{pmatrix}.$$

Wird der zuvor berechnete Parameter q_{out} in der Form

$$\frac{1}{q_{out}} = \frac{1}{R_{out}} - i \frac{\lambda}{\pi n b_{out}^2}$$

dargestellt, so folgen daraus der Krümmungsradius der Wellenfront R_{out} und die Strahlprofilgröße b_{out} des Austrittsstrahls.

Die Berechnung des Austrittsstrahlradius in der Fokalebene erfolgt mit Mathematica, angewendet auf die im Miniaturmikroskop enthaltenen optischen Komponenten (Abb. 3.3, Seite 20). Als Randbedingung für den Krümmungsradius R_{in} wird angenommen, dass dieser beim Verlassen der Glasfaser unendlich ist. Der Eintrittsstrahlradius am Ende der Glasfaser entspricht dem Durchmesser des Modenfeldes von $5.0 \mu\text{m}$. Als weitere Annahme werden in erster Näherung für die asphärischen Linsen L3 und L4 die Krümmungsradien verwendet, da das Modell der ABCD-Matrizen lediglich sphärische Linsen berücksichtigt. In der Tabelle 3.1 sind sämtliche für die Berechnung notwendigen Parameter zusammengetragen. Die Angaben in der Spalte für die Linsen L3 und L4 charakterisieren die Krümmungsradien der Linse, die Brechungsindizes für Luft und für das verwendete Glas sowie die Dicke der Linsen. Die Spalten 'Glasfaser' und 'Abstand' enthalten die Werte zur Berechnung von q_{in} und Werte der relativen Abstände zwischen Glasfaser und Linse und zwischen den Linsen selbst. Das Ergebnis der Berechnung ist in der letzten Spalte angegeben.

Nach der Berechnung von b_{out} ergibt sich ein Radius des Strahlprofils in der Fokalebene zu 740 nm . Der so berechnete Strahlprofilradius ist über $FWHM = 2\sqrt{\ln 2} b_{out}$ mit der Halbwertsbreite $FWHM$ verknüpft. Die theoretische Halbwertsbreite ist demnach $FWHM = 1232 \text{ nm}$ und es ergibt sich hier eine Abweichung des experimentell ermittelten Wertes vom theoretisch gefundenen von

Glasfaser	Linse L3	Abstand	Linse L4	Fokalebene
$b_{in} =$ $2.5 \mu\text{m}$	$r_a = \infty$ $z_{L3} = 1010 \mu\text{m}$	$z_{L3-L4} =$ $2982.1 \mu\text{m}$	$r_c = 950 \mu\text{m}$ $z_{L4} = 1007.9 \mu\text{m}$	$b_{out} = 0.7397 \mu\text{m}$ $\Rightarrow FWHM =$
$z_{Gl-L3} =$ $4216.07 \mu\text{m}$	$n_1 = 1$ $n_2 = 1.605$		$n_1 = 1$ $n_2 = 1.605$	1232 nm
$\lambda = 950 \text{ nm}$	$r_b = 2928.62 \mu\text{m}$		$r_d = 5961.57 \mu\text{m}$	$z_{Fokus} =$ $859.61 \mu\text{m}$

Tabelle 3.1: Linsenspezifische Parameter von Linse L3 (Geltech, C350430-B) und Linse L4 (Geltech, C350140-B)

rund 15%. Als mögliche Gründe für diese Abweichung sind die Präsenz einer lateralen Asymmetrie im Strahlprofil oder ein inhomogener Herstellungsprozess der Streifenstruktur anzugeben. Zur Überprüfung einer vorhandenen Asymmetrie im Strahlprofil lässt sich in analoger Weise das Experiment der Auflösungsbestimmung mit einer um 90 Grad lateral rotierten Position der Streifenstruktur durchführen. Zusammenfassend bedeutet dieser abweichende Wert von der optimalen Auflösung für das Experiment das Folgende:

1. Die Auflösung ist nicht optimal: Dies wirkt sich lediglich in der Weise negativ auf das Experiment aus, als dass die effektive Detektionsfläche auf der Probe eine größere Fläche einnimmt als erwartet und sich damit die Anzahl der darin befindlichen Quantenpunkte erhöht. Im Experiment erfolgt die Separation zwischen den einzelnen Quantenpunkten spektral. Um eine nicht zu große Anzahl von Emissionslinien im Spektrum zu bekommen, kann eine Vergrößerung der Detektionsfläche durch Verwendung einer Probe mit geringerer Quantenpunktdichte kompensiert werden.

2. Die Einkoppelung des Photolumineszenzlichtes in die Glasfaser am Mikroskop ist nicht optimal: Dies führt zu einer reduzierten Intensität in der Photolumineszenz und erhöht damit die Integrationszeit. Insbesondere ist es ein Nachteil bei Experimenten zur Detektion von Einzelphotonen. Proportional zur Pump Laserleistung kann die Intensität der Photolumineszenz erhöht werden. Dies ist nur bis zu einem gewissen Grad möglich, da ab einer bestimmten Laserleistung zusätzliche Effekte wie zum Beispiel die Erzeugung von Biexzitonen (Kapitel 5.2, Seite 72) oder ein durch die Ansammlung von erzeugten Ladungsträger zusätzliches elektrisches Feld [53] entsteht.

3.4 Stabilität im Magnetfeld

Die Problematik der optischen Detektion von Quantenpunkten mit einem Mikroskop in einer optischen Freistrahlausführung (Abb. 3.5) ist, dass die Position des Anregungsfokus relativ zur Probenposition variiert, abhängig von Temperatur oder Magnetfeld. Die Folge dieser Positionsveränderung ist eine kontinuierliche Reduzie-

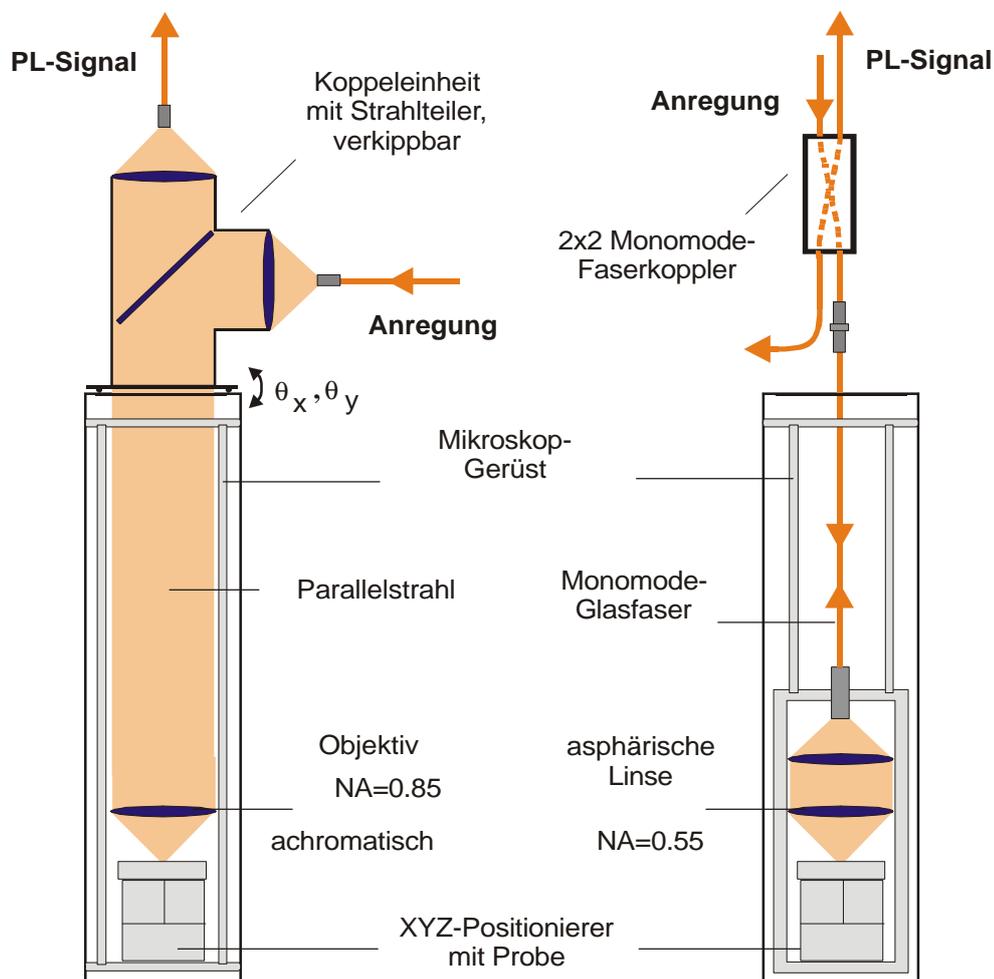


Abbildung 3.5: Schematische Darstellung zweier Tieftemperaturmikroskope zur Detektion von Photolumineszenzstrahlung. Links ist ein früheres Mikroskop in einer optischen Freistrahlausführung und rechts das momentan verwendete Mikroskop gezeigt, welches mit einer auf glasfaserbasierten Optik aufgebaut ist.

rung der detektierten Photolumineszenzstrahlung und kann bis zum vollständigen Verlust des untersuchten Quantenpunktes führen. Mit einem derartigen System ist nur ein eingeschränktes Arbeiten bei unterschiedlichen Temperaturen oder im Magnetfeld möglich. Erste Ergebnisse im Magnetfeld [11], [A6] waren dennoch mit einer Freistrahloptik möglich unter Verwendung eines Probenmaterials, dessen Oberfläche mit Aperturen im Durchmesser von 300 nm bedeckt ist. Hierbei konnten die unter der Apertur liegenden Quantenpunkte im Magnetfeld untersucht und die magnetfeldbedingte Veränderung der Position des Anregungsfokus mittels der XYZ-

Positioniereinheit manuell korrigiert werden. Mit dieser Methode ist die Magnetfeldauflösung auf 0.5 Tesla begrenzt. Als Beispiel der Photolumineszenz-Spektroskopie eines einzelnen Quantenpunktes im Magnetfeld, erzielt mit der beschriebenen Korrektur der Probenposition, sei hier die Emissionslinie eines dreifach negativ geladenen Exzitons in Abb. 3.6a gezeigt. Zu erkennen sind zwei energetisch separierte Emissionslinien, die ab einem bestimmten Magnetfeld verschwinden. Im Bereich von ca. 3 Tesla bis 6 Tesla ist keine eindeutige Charakteristik der Photolumineszenz erkennbar. Ab etwa 7 Tesla ist die Spin-Zeeman-Aufspaltung einer einzelnen Emissionslinie wieder zu erkennen. Abb. 3.6 soll die prinzipielle Datendarstellung demonstrieren. Eine detaillierte Beschreibung der beobachteten Effekte erfolgt im Abschnitt 6.2 (Seite 80). Die Lösung des Problems ist das Konzept eines temperatur- und magnetfeldstabilisierten, konfokalen Tieftemperaturmikroskops. Hierbei wird die verwendete glasfaserbasierte Optik in eine kompakte Titan-Fassung eingebaut und zusammen mit der Probe und Positioniereinheit in einem massiven Titan-Gehäuse (Abb. 3.9, Seite 33) untergebracht. Vorteil dieser Anordnung ist eine thermische, magnetische und mechanische Stabilität, so dass ein einzelner Quantenpunkt über mehrere Monate hinweg der Untersuchung zur Verfügung steht. Einige Eigenschaften der derzeitigen Version des Messinstruments sind nachfolgend zusammengestellt:

1. Die Position des Anregungsfokus variiert um wenige 100 nm im Magnetfeld von 0 bis 9 Tesla. Im Vergleich dazu liegt die laterale Variation des Anregungsfokus bei der älteren Mikroskopversion im Bereich von einigen Mikrometern (Abb. 3.7).
2. Die Stabilität der Position im Magnetfeld erlaubt eine automatische Magnetfeldansteuerung, wodurch die maximale Auflösung des Magnetfeldes durch das Ansteuergerät begrenzt ist.
3. Die Position des Anregungsfokus, an der ein einzelner Quantenpunkt untersucht wird, ist über Monate stabil. Hingegen sind die Experimente an einem einzelnen Quantenpunkt, die mit einem Mikroskop in optischen Freistrahlausführung durchgeführt werden, zeitlich auf etwa 1.5 Tage begrenzt. Nach dieser Zeit ist die Befüllung des Kryostaten mit Helium erforderlich und die Position des Anregungsfokus wird durch die mechanische Störung des Heliumtransfervorgangs instabil. Folglich geht der untersuchte Quantenpunkt aus dem Fokus verloren.

Diese mechanische Stabilität des Systems führt zu neuen Resultaten in der Untersuchung an einzelnen Quantenpunkten. Eine Demonstration der erhöhten Magnetfeldauflösung bedingt durch die verbesserte mechanische Stabilität zeigt Abb. 3.6b. Hierbei handelt es sich ebenfalls um ein Photolumineszenzspektrum eines einzelnen Quantenpunktes im Magnetfeld. Ohne Magnetfeld sind die beiden energetisch aufgespaltenen Emissionslinien eines dreifach negativ geladenen Exzitons zu sehen. Diese

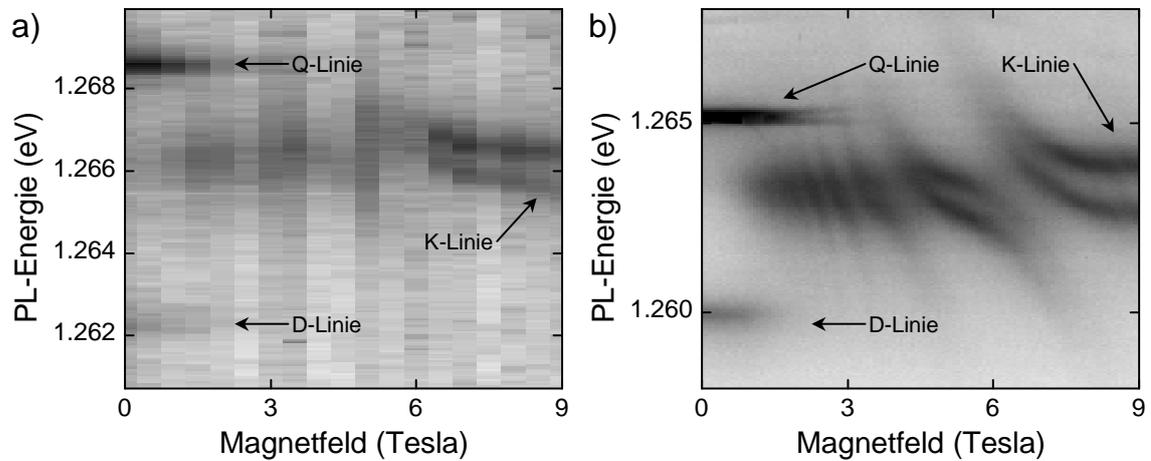


Abbildung 3.6: Magnetfelddispersion eines X^{3-} -Exzitons detektiert a) mit einem Messinstrument der vorangegangenen Version und b) mit der Version eines magnetfeldstabilisierten Messinstruments. Die Bezeichnungen Q-Linie, D-Linie und K-Linie symbolisieren die typische Linienaufspaltung eines X^{3-} -Exzitons. Detaillierte Informationen über die Linienaufspaltung sind in Abschnitt 5 (Seite 65) und 6.2 (Seite 80) enthalten.

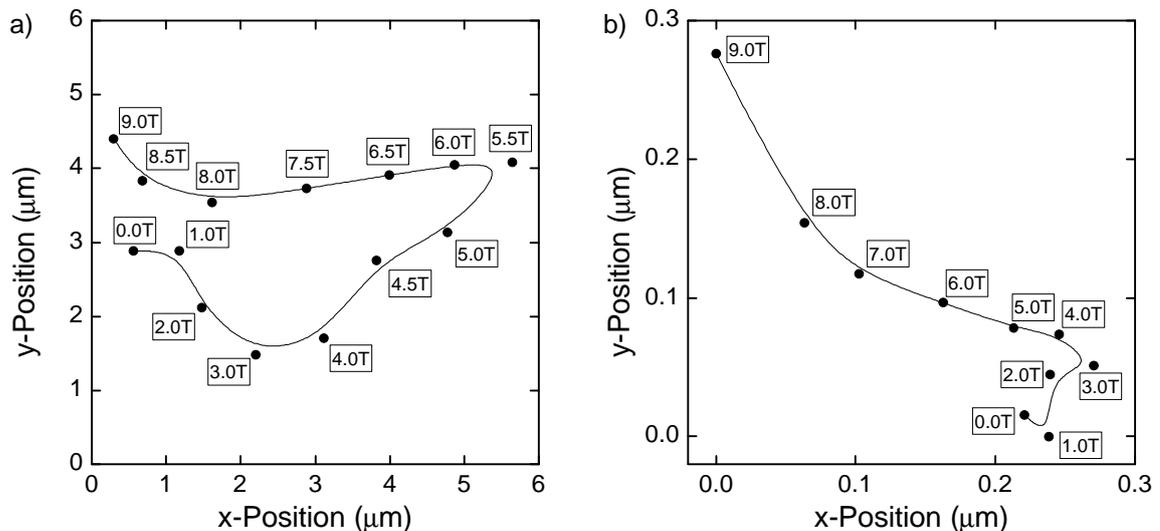


Abbildung 3.7: Trajektorien der Probenposition relativ zur optischen Achse des Mikroskops (optische Achse am Punkt "0.0 T"). Maximaler lateraler Versatz der Probe im Magnetfeld um a) $\sim 6 \mu\text{m}$ mit dem Freistrahlmikroskop und b) weniger als $0.3 \mu\text{m}$ im Falle des auf Glasfaser basierenden Miniaturmikroskops.

Linien verschwinden bei etwa 2 Tesla. Ab einem Magnetfeld von 2 Tesla ist nun wegen der höheren Magnetfeldauflösung eindeutig eine Serie von Niveauabstoßungen

der Emissionslinie zu erkennen. Im Hochmagnetfeld zeigt sich eine Spin-Zeeman-Aufspaltung der Einzelemissionslinie, die schon in Abb. 3.6a beobachtet wird. Eine ausführliche Analyse dieses Effektes wird in Abschnitt 6.2 (Seite 80) gegeben. Mittels einer Neukonstruktion des Messinstruments werden detaillierte Strukturen in der Magnetfelddispersion sichtbar, die mit dem Freistrahlmikroskop nur beschränkt analysierbar sind. Eine quantitative Charakterisierung für die Erhöhung der Stabilität wird in Abb. 3.7 gegeben. Es sind die Positionen der Probe relative zur optischen Achse des Mikroskops für das über eine Freistrahloptik betriebene (Abb. 3.7a) und auf Glasfaserbasis realisierte (Abb. 3.7b) Messinstrument als Funktion von verschiedenen Magnetfeldern gezeigt. Aus Abb. 3.7a wird ersichtlich, dass mit einer Strahlprofilgröße von etwa $1\ \mu\text{m}$ Durchmesser in der Fokalebene schon ab einem Magnetfeld von 1 Tesla sich die Probe um mehr als einen halben Mikrometer aus dem Anregungszentrum deponiert. Der Verlust des Photolumineszenzsignals ist damit offensichtlich und kann nur durch Korrektur der Probenposition eliminiert werden. Bemerkenswert an der Trajektorie des Freistrahlmikroskops ist, dass nach einer maximalen lateralen Verschiebung der Probe von etwa $5\ \mu\text{m}$ bei 5.5 Tesla ein Zurückkehren in etwa der Ausgangsposition zu beobachten ist. Trotz dieses "Rückkehr-effektes", welches im Idealfall eine Untersuchung der Quantenpunkte entweder bei 0 Tesla oder an der Stelle der geringsten Positionsveränderung bei etwa 8.3 Tesla ermöglicht, liegt das Interesse des magnetischen Verhaltens von Quantenpunkten an einer dynamischen Magnetfelduntersuchung. Aus dieser Zielsetzung heraus war das Konzept eines magnetfeldstabilen Messinstruments notwendig. Das quantitative Stabilitätsverhalten im Magnetfeld des auf Glasfaser basierten Mikroskops ist zum Vergleich in Abb. 3.7b gezeigt. Damit wird eine Verbesserung in der Positionsempfindlichkeit auf Magnetfelder um mehr als eine Größenordnung erreicht. Dies bedeutet eine maximale Translation von weniger als $0.3\ \mu\text{m}$ im Magnetfeldbereich von 0 bis 9 Tesla und führt zu einer für die Detektion des Photolumineszenzsignals stabilen Position.

3.5 Gesamtmontage des Messinstruments

3.5.1 Verwendete Komponenten

Die Vorgehensweise bei der Montage der Probe, Heiz- und Temperaturmesseinheit in das Mikroskop bis hin zu einem experimentierfertigen Messinstrument ist analog zu dem im Kapitel 3.3 beschriebenen Vorgang. Anstatt der Streifenstrukturprobe wird die Quantenpunktprobe MCV1–7 (Abb. 3.8a) und ein darunter befindliches Heizelement (Abb. 3.8b und c) inklusive dem in die Basisplatte integrierten Photodetektor (Abb. 3.8d) eingebaut. In Abb. 3.8f ist die Abfolge der einzelnen Komponenten in vertikaler Richtung dargestellt.

Das Heizelement besteht aus vier in Serie geschalteten Heizwiderständen. Jeder dieser Heizwiderstände weist einen Widerstand von $120\ \Omega$ auf. Diese sind für die notwendige Flachbauweise (B25)** als ebene Widerstandsstreifen erhältlich. Dabei ist der verwendete Widerstandsmäander in eine Kaptonfolie eingebettet. Diese etwa $3 \times 3\ \text{mm}^2$ dimensionierten Widerstandsstreifen sind in einer symmetrischen Anordnung auf der Oberseite (Abb. 3.8b) eines separaten Probenhalters aufgeklebt (B45)**. Um eine optimale Heizwirkung auf die Probe zu gewährleisten und eine Erwärmung der darunter befindlichen XYZ-Positioniereinheit zu verhindern, ist ein thermischer Isolator zwischen Heizelement und der XYZ-Positioniereinheit eingefügt. Dieser ist auf die Unterseite (Abb. 3.8c) des Probenhalters geklebt (B45)**. Als Isolator werden vier symmetrisch angeordnete Plättchen aus BK7-Glas (B26)** verwendet. Um ebenfalls eine thermische Leitfähigkeit zur XYZ-Positioniereinheit zu unterdrücken, werden die metallischen Befestigungsschrauben durch Kunststoffschrauben (B27)** ersetzt. Als Photodetektor wird wiederum die in die Basisplatte integrierte Photodiode (B4)** benutzt. Ein sehr einfacher aber effizienter Temperaturfühler wird durch einen Allen-Bradley-Widerstand ($R = 1000\ \Omega$) realisiert. Mittels bekannter Temperaturwerte und den dazugehörigen Widerstandswerten wird der Temperaturfühler kalibriert (Abschnitt 3.6.3, Seite 43). Dieser wird nahe dem Probenmaterial (Abb. 3.8a) auf den Probenhalter aufgeklebt (B46)**. Als fertig montiertes und zur Messung bereitstehendes Messinstrument ist in Abb. 3.9 das komplett bestückte Titan-Gehäuse und die Anordnung der einzelnen Komponenten gezeigt.

3.5.2 Fokusposition und Kontrast

Das Auffinden der Fokusposition geschieht mit dem in Kapitel 3.3 beschriebenen Verfahren. Während der Abwärtsbewegung erwartet man beim Durchfahren der Probenoberfläche durch die Fokalebene eine Intensitätslinie im reflektierten und transmittierten Signal. Bei einem Abstand von etwa $0.3\ \text{mm}$ der Probenoberfläche vom Mikroskopobjektiv wird zuerst eine schwache Intensitätslinie Abb. 3.10 (Sei-

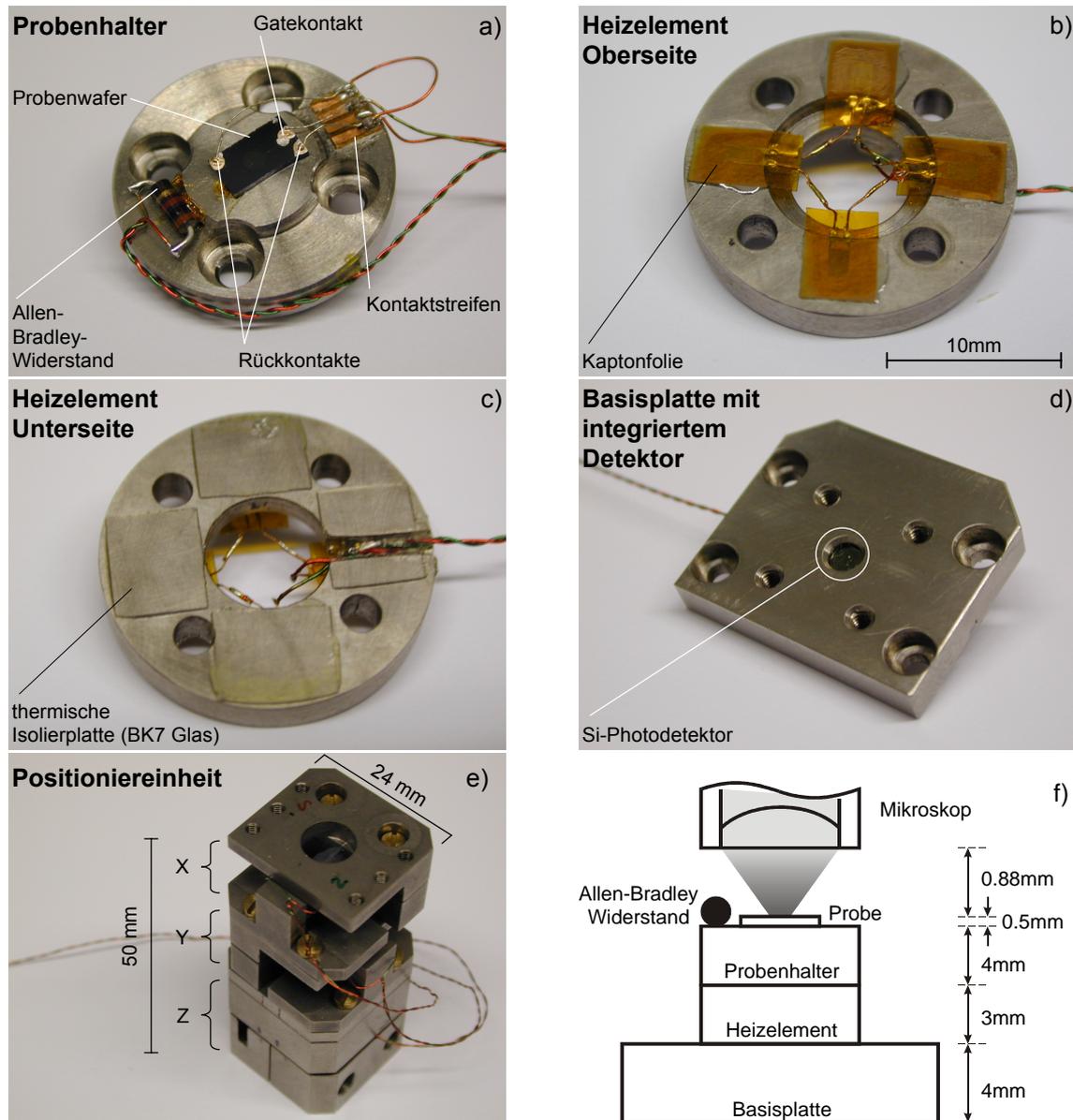


Abbildung 3.8: a) - e) Verwendete Komponenten. f) Schematischer Aufbau der Komponenten in vertikaler Richtung.

te 34) beobachtet. Dies ist die Reflexion des Lichtes an der Probenrückseite. Die daran anschließende starke Intensitätslinie kennzeichnet die Reflexion von der Probenvorderseite und deren Maximum in der Intensität markiert zugleich die Arbeitsposition in der Fokalebene. Der Justagelaser mit Wellenlänge 950 nm wird vorerst unterhalb der Laserschwelle bei etwa 20 mA betrieben. Die gemessene Laserleistung

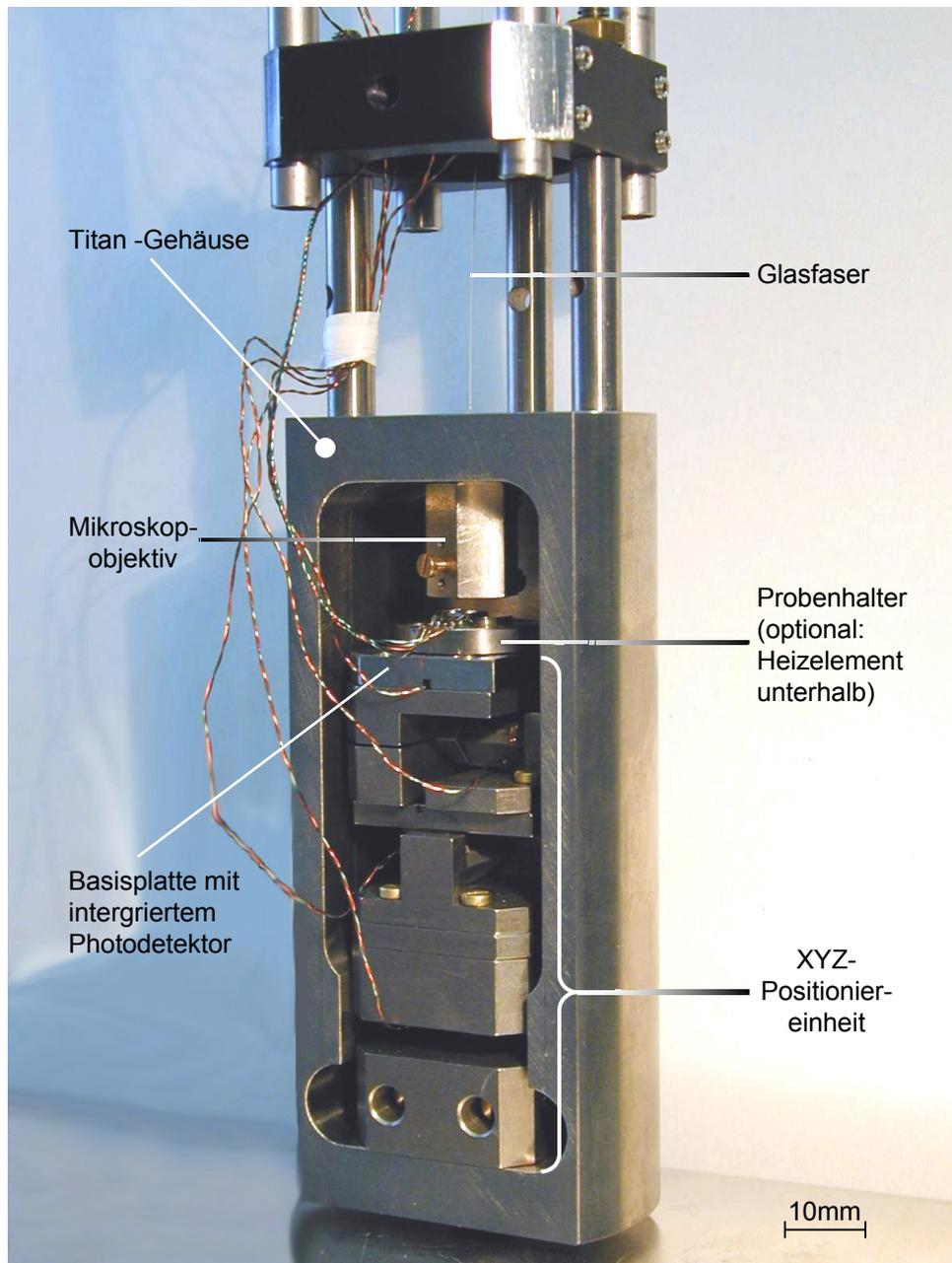


Abbildung 3.9: Temperatur- und magnetfeldstabiles konfokales Tieftemperaturmikroskop zur Detektion der Photolumineszenzstrahlung im Temperaturbereich von 1.6 K bis 300 K und im Magnetfeldbereich von -9 Tesla bis $+9$ Tesla.

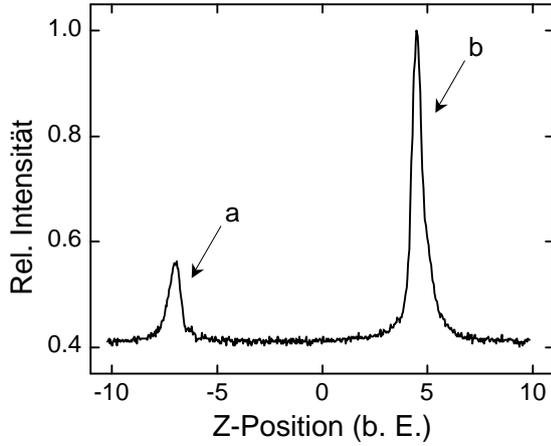


Abbildung 3.10: Spektrum des reflektierten Laserlichts bei Variation der Probenposition in vertikaler Richtung. Die abgebildeten Linien treten dann auf, wenn sich während der Abwärtsbewegung der Probe die Probenrückseite a) und danach Probenvorderseite b) in der Fokalebene befinden.

im Bereich außerhalb der Fokalebene ist für das reflektierte Signal am Detektor D1 (B4)** $P_{out} = 2.75 \mu\text{W}$ ($1.50 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom) und bei der Position der Probenoberfläche in der Fokalebene ist dieser Wert $P_{in} = 4.58 \mu\text{W}$ ($2.50 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom). Es ergibt sich daraus ein Kontrastverhältnis $K = \frac{P_{in}}{P_{out}}$ von 1.7. Diese Werte verändern sich zu $P_{out} = 1.37 \mu\text{W}$ ($0.75 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom) und $P_{in} = 7.90 \mu\text{W}$ ($4.31 \mu\text{A}$ Photodiodenstrom) und liefern einen verbesserten Kontrast von 5.8, falls das Gel (B20)** zur Anpassung der Brechungsindizes der Glasfasern benutzt wird. Dies sind typische Werte, die durch eine optimale Einkoppelung erzielt werden können. Der in Abhängigkeit von der Position der Probe in z-Richtung beschriebene Signalverlauf ist in Abb. 3.10 dargestellt. Die Beobachtung der zweiten, von der Probenrückseite herrührenden Reflexionslinie hängt entscheidend von der Probendicke ab. Im Fall der Quantenpunktprobe ist die Reflexion von der Probenrückseite deutlich zu beobachten, hingegen bei der Benutzung der Streifenstrukturprobe wird wegen der großen Substratdicke lediglich eine einzelne Resonanzlinie beobachtet. Mittels der in Abschnitt 3.3 (Seite 22) eingeführten Gaußschen Strahlenoptik wird eine Herleitung zur Simulation des Intensitätsprofils während des Durchgangs durch die Fokalebene gezeigt. Hierbei wird zusätzlich zur Anordnung der Linsen im Mikroskop eine reflektierende Probenoberfläche eingefügt, die verschiebbar ist in der Nähe der vertikale Position der Fokalebene. Der reflektierte Strahl führt zurück durch das gleiche Linsensystem zur Position der Glasfaser. Von dort wird das Signal in die Glasfaser eingekoppelt und einem Detektor zugeführt. Die relative Lichtleistung oder relative Intensität, die vom Detektor gemessen wird, ist durch

$$\frac{P(r)}{P_{\infty}} = 1 - \exp\left(-2\frac{r^2}{b(z)^2}\right)$$

gegeben, wobei $b(z)$ nach Definition in Abschnitt 3.3 (Seite 22) dem Radius des Strahlprofils entspricht. Der Radius r mit $2.5 \mu\text{m}$ ist der Radius des Glasfaserkerns und die Koordinate z ist die Verschiebung der Probenoberfläche gegen die Position

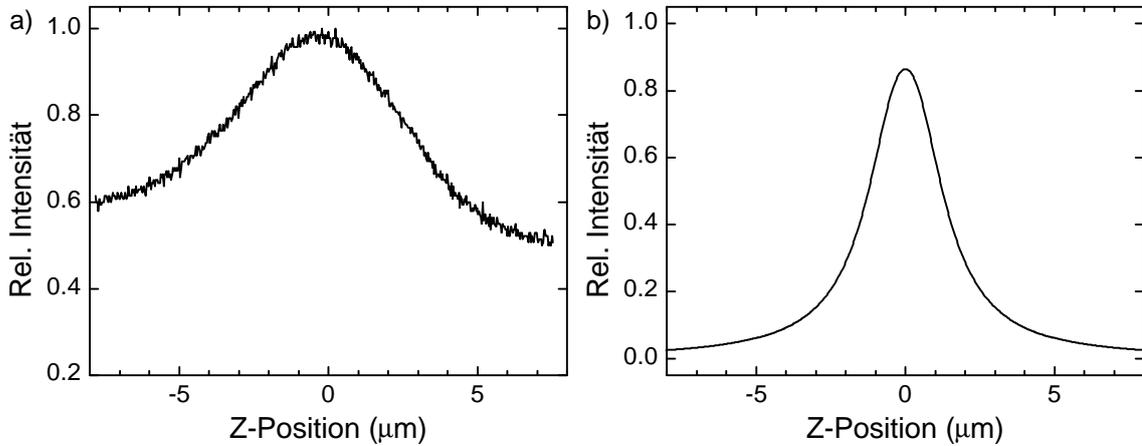


Abbildung 3.11: Reflektierte Intensität von der Probenoberflächen während deren Bewegung in vertikaler Richtung durch die Fokalebene. a) Experimentelle Daten und b) Simulation. Die Laserdiode wird unterhalb der Laserschwelle betrieben, das folglich zu Licht mit einer kurzen Kohärenzlänge führt.

der Fokalebene. Das Ergebnis dieser Simulation (Abb. 3.11b) zeigt den Verlauf der relativen Lichtleistung in Abhängigkeit von der Probenposition in vertikaler Richtung, wobei die Position bei $z = 0$ der Fokalebene zugeordnet wird. Qualitativ entspricht dies dem experimentellen Ergebnis. Abweichend davon, ist theoretisch eine höhere Schärfentiefe zu erwarten, die durch das Experiment nicht bestätigt wird. Dazu wird die Linienbreite aus der Theorie und aus dem Experiment verglichen und es stellt sich eine Abweichung von etwa Faktor 2 dar. Der Grund für die experimentell geringere Schärfentiefe ist derzeit noch nicht bekannt. Zusätzlich zeigt das Experiment eine Asymmetrie im Kurvenverlauf. Dies ist entweder ein Hinweis auf eine laterale Asymmetrie des Strahlprofils oder eine verkippte Lage der Probenoberfläche.

Ein inverser Signalverlauf während der Bewegung der Probenoberfläche durch die Fokalebene wird bei der Beobachtung des transmittierten Signals erwartet. Die Schwierigkeit der Signaldetektion in Transmission besteht darin, dass einerseits bei Betrieb der Laserdiode im Diodenmodus sehr wenig Licht durch das Probenmaterial transmittiert wird und andererseits das Transmissionssignal in dieser Betriebsart stark verrauscht ist. Dies zeigt sich in einer durch starkes Rauschen beeinträchtigten und zusätzlich sehr schwachen Änderung des Signalverlaufes während des Durchgangs durch die Fokalebene.

Ein entschieden anderes Intensitätsprofil macht sich deutlich beim Durchfahren der Fokalebene, wenn die Laserleistung erhöht und die Laserdiode im Lasermodus (45 mA) betrieben wird. Der veränderte Signalverlauf ist in Abb. 3.12a zu sehen. Während im Diodenbetrieb in Abb. 3.11a das Spektrum eine Gaußartige Resonanz-

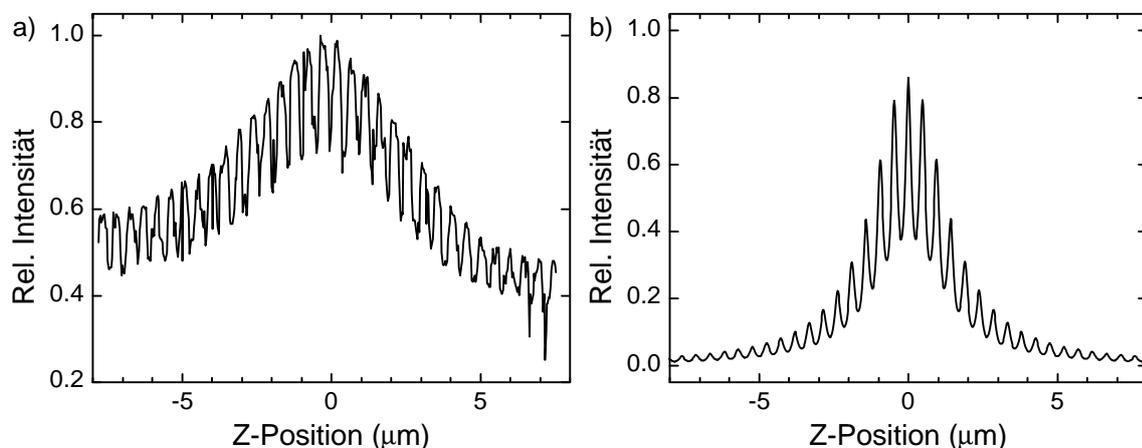


Abbildung 3.12: Reflektierte Intensität während der Bewegung in vertikaler Richtung durch die Fokalebene. Experimentelle Daten a) mit Präsenz eines Interferenzeffektes und Simulation b). Betrieb der Laserdiode im Lasermodus.

linie zeigt, ist in Abb. 3.12a bei Laserbetrieb eine überlagerte Interferenzstruktur zu erkennen. Diese Interferenzstruktur ist die Konsequenz eines vorhandenen Resonators, der sich aus der reflektierenden Probenoberfläche und dem reflektierenden Ende der Glasfaser im Mikroskop zusammensetzt. Eine Simulation dieser aufmodulierten Interferenzstruktur auf die Funktion der relativen Intensität beim Durchfahren der Fokalebene zeigt Abb. 3.12b. Als Grundlage der Simulation dient die oben eingeführte relative Lichtleistung, auf die die Interferenzfunktion des Fabry-Perot-Interferometers der Form

$$\frac{I(z)}{I_0} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1-R)^2} \left[\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \right]^2}$$

aufmoduliert ist. R und T entsprechen den Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der als Spiegel wirkenden Oberflächen unter der Annahme eines verlustfrei arbeitenden Resonators (keine Lichtabsorption $\Rightarrow T = 1 - R$) und $\lambda = 950$ nm der Wellenlänge der Laserdiode. In dieser Simulation sind der R-Koeffizient zu 0.2 und der T-Koeffizient zu 0.8 gewählt. Qualitativ wird damit der beobachtete Interferenzeffekt erklärbar. Zudem sind die Voraussetzung für das Auftreten eines Interferenzeffektes erfüllt, wenn die betreffende Resonatorlänge kleiner ist als die Kohärenzlänge des verwendeten Lasers. Im Justagemodus wird eine Halbleiterlaserdiode (B1)** benutzt, wonach für Laserdioden dieser Art eine typische Linienbreite von ~ 0.01 nm angegeben wird. Dies entspricht einer Kohärenzlänge von etwa 90 nm. Mittels der auftretenden Oszillationen im reflektierten Intensitätsprofil mit der Periode einer halben Wellenlänge des verwendeten Lasers lassen sich die experimentellen Daten (Abb. 3.11a und Abb. 3.12a) kalibrieren.

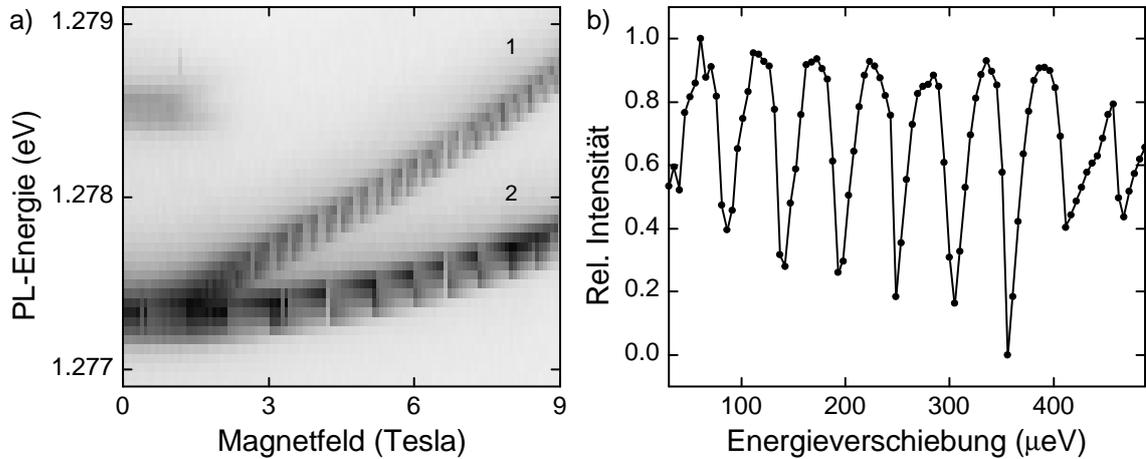


Abbildung 3.13: a) Interferometrischer Effekt auf der Intensität der Photolumineszenz eines X^{2-} -Exzitons im Magnetfeld. b) Analyse der Intensität der mit "2" gekennzeichneten Komponente. Die gemittelte Periode der Oszillationen ist $\Delta E = 53.5 \mu\text{eV}$.

Zusätzlich zur Kalibration des Positionierelementes in z-Richtung lässt sich der auftretende Interferenzeffekt über das integrierte Fabry-Perot-Interferometer dazu benutzen, um zwischen Lichtquellen mit einer hohen oder geringer Kohärenzlänge zu unterscheiden. Anders ausgedrückt, kann bei der Untersuchung von Quantenpunkten im Experiment das emittierte Photolumineszenzlicht von Quantenpunkte auf dessen Kohärenzlänge hin untersucht und daraus auf eine Linienbreite geschlossen werden. Exemplarisch soll die Untersuchung der Kohärenzeigenschaften an einem Messergebnis aus der magnetooptischen Spektroskopie von Quantenpunkten erfolgen. In Abb. 3.13a ist die Dispersion des Triplett-Zustandes eines zweifach negativ geladenen Exzitons gezeigt. Der Einfluss des Magnetfeldes bewirkt eine Aufspaltung, die Spin-Zeeman-Aufspaltung, der Emissionslinie in zwei Komponenten. Zusätzlich unterliegen beide Komponenten einer diamagnetischen Verschiebung (parabolischer Verlauf der Emissionslinien im Magnetfeld). Die Grauskalierung des Graphen repräsentiert die Intensität der Photolumineszenz (schwarz = hohe Intensität, weiß = geringe Intensität). Typischerweise wird ein kontinuierlicher Intensitätsverlauf der beiden Komponenten im Magnetfeld erwartet. In diesem Messergebnis zeigt die Intensität der beiden Komponenten ein oszillierendes Verhalten mit zunehmendem Magnetfeld. Dieses Verhalten ist für die in Abb. 3.13a mit "2" gekennzeichnete Komponente in Abb. 3.13b ausgewertet und es sind eindeutige Oszillationen zu beobachten. Zur Darstellung der Oszillationen wird die Energieverschiebung ΔE der Emissionslinie "2" mit dem Magnetfeld quantitativ durch

$$\Delta E = 5.22(\mu\text{eV}/T^2) * B^2 + 9.94(\mu\text{eV}/T) * B$$

mit Hilfe einer parabolischen Anpassungsfunktion beschrieben. Die Auftragung der

Intensität der Emissionslinie “2“ gegen das Magnetfeld und eine Umrechnung des Magnetfeldes in eine Energieverschiebung mittels der angegebenen Funktion ergibt die in Abb. 3.13b gezeigte Darstellung.

Aus dem diskutierten oszillierendem Verhalten wird mit Hilfe der Interferenzbedingung eines Fabry-Perot-Interferometers die Resonatorlänge berechnet. Bei der Intensitätsmodulation auf der Emissionslinie, als Konsequenz eines interferometrischen Effekts entspricht der Energieabstand von einem minimalen Intensitätswert zum nächsten (Abb. 3.13b) einer Phasenverschiebung von 2π . Der Phasenverschiebungswinkel Φ ist gegeben durch $\Phi = \frac{4\pi nd}{\lambda}$ mit dem Brechungsindex n des Mediums innerhalb des Resonators (hier: $n = 1$), λ der Wellenlänge und d der Resonatorlänge. Aus der Ableitung von Φ nach λ und der differentiellen Beziehung zwischen Energie E und Wellenlänge λ von $\frac{d\lambda}{\lambda^2} = -\frac{dE}{hc}$ ergibt sich eine Phasendifferenz von

$$\Delta\Phi = \frac{4\pi d}{hc} \Delta E.$$

Mit einer Phasenverschiebung $\Delta\Phi = 2\pi$ zwischen den auftretenden Extrema folgt daraus eine Resonatorlänge von

$$d = \frac{hc}{2\Delta E}$$

und h , c als Naturkonstanten. Aus der durchschnittlichen Periodizität der Oszillationen von $\Delta E = 53.5 \mu\text{eV}$ aus Abb. 3.13b folgt eine Resonatorlänge von $d = 12 \text{ mm}$. Die geometrische Gesamtlänge von 10 mm des Resonators setzt sich aus dem Abstand der Linse L3 zur Glasfaser (4.36 mm), dem Linsenabstand zwischen L3 und L4 ($\sim 5 \text{ mm}$) und dem Arbeitsabstand zwischen Linse L4 und Probenoberfläche (0.88 mm) zusammen. Die Unsicherheit in der Gesamtlänge liegt in der Bestimmung des Linsenabstands, der durchaus um einige Millimeter variieren kann. Zusätzlich wird mit diesem Ergebnis bestätigt, dass eine Kohärenzlänge von 90 mm der betreffenden Laserdiode ausreichend ist, um Interferenzeffekte zu zeigen.

Eine wichtige Aussage aus der auftretenden, durchschnittlichen Periodizität der Oszillationen von $\Delta E = 53.5 \mu\text{eV}$ lässt sich über die Linienbreite des Photolumineszenzlichtes treffen. Um einen Interferenzeffekt beobachten zu können darf das zu interferierende Licht eine obere Schranke der Linienbreite nicht überschreiten. Bei Linienbreiten oberhalb dieser Schranke verschwindet der Interferenzeffekt. Dies bedeutet, dass aus der Periodizität der Oszillationen von $\Delta E = 53.5 \mu\text{eV}$ eine Linienbreite für das Photolumineszenzlicht abgeschätzt werden kann. Folglich hat das Emissionslicht des Triplett-Zustandes, resultierend von diesem Quantenpunkt, eine Linienbreite, die schmaler ist als $53.5 \mu\text{eV}$.

3.5.3 Kontrastunterschied im Bereich der Gateelektrode

Für Photolumineszenzexperimente muss sicher gestellt werden, dass sich die Position des Anregungsfokus auf dem mit NiCr bedampften Bereich der Probe befindet und somit der Feldeffekt im Photolumineszenzsignal beobachtbar wird. Das kann manuell durch Positionierung der Probe zentriert zur optischen Achse des Mikroskopobjektivs erreicht werden. Eine genauere Methode der Positionierung ist durch Rastern in einer Richtung, der x- oder y-Richtung, und gleichzeitiger Beobachtung der transmittierten Intensität möglich. In Abb. 3.14 ist ein derartiger transmittierter Signalverlauf für den Betrieb der Laserdiode (B1)** im Lasermodus ($I_{\text{Laser}} = 45 \text{ mA}$) dargestellt. Wegen des höheren Transmissionskoeffizienten von GaAs im Vergleich zu NiCr ergibt sich der dargestellte Signalverlauf. Der Kontrastunterschied im Experiment beträgt etwa 20 %. Somit kann der Bereich des schwächeren Transmissionsignal dem Bereich des mit NiCr beschichteten Probenmaterials zugeordnet werden. Um sicher zu stellen, dass sich die Position des Anregungsfokus in jedem Fall über dem Bereich der Gateelektrode befindet, wird die Probe zentral in den Bereich der mit NiCr beschichteten Probenoberfläche gefahren.

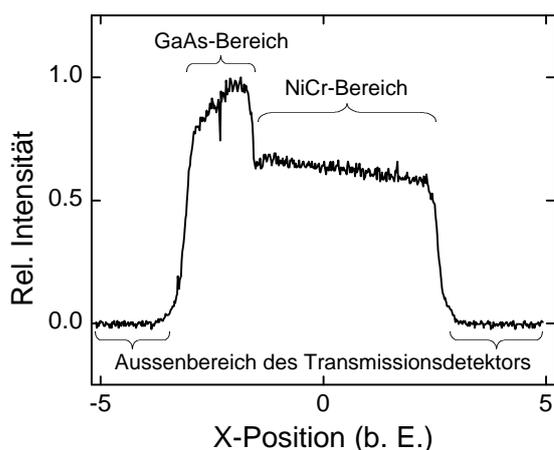


Abbildung 3.14: Transmittierte Intensität während des Rasterns über die Probenoberfläche in x-Richtung. Position der Probe in z-Richtung ist die Fokalebene. Es ergeben sich Kontrastunterschiede beim Übergang zu den verschiedenen Materialien.

3.5.4 Evakuierung der Mikroskopkammer

Nach Überprüfung auf einwandfreie Funktionsweise aller eingebauten Komponenten und des Mikroskops wird das System in einen vakuumdichten Behälter eingebaut. Der Grund für die Evakuierung des Systems liegt in der Tieftemperaturempfindlichkeit und der damit verbundenen Effekte auf die verwendeten Komponenten. Zum Beispiel wirken sich gefrierende Gase störend auf die Positioniereinheit und Probenoberfläche aus. Die Kondensation von Restgasen (O_2 , N_2 , H_2O) auf den Oberflächen bewirken die Bildung einer Eisschicht während des Abkühlens auf die Temperatur

Temperatur	Kapazität X	Kapazität Y	Kapazität Z
300K	798.5nF	800.7nF	807.5nF
77K	125.6nF	131.2nF	140.4nF
4.2K	033.3nF	034.0nF	035.2nF

Tabelle 3.2: Temperaturabhängige Kapazitätswerte für die in den unterschiedlichen Positionierelementen (X, Y, Z) enthaltenen Piezoelemente.

des flüssigen Heliums. Ein 'Einfrieren' und folglich eine nicht kontrollierte Funktionsweise der Positioniereinheit ist vorprogrammiert. Ebenso führen eisbeschichtete Probenoberflächen oder Objektivoberflächen zu Verlusten im Photolumineszenzsignal. Als geeignetes Pumpensystem haben sich eine Drehschieberpumpe (B43)** als Vorpumpe und eine Turbomolekularpumpe (B44)** bewährt. Erfahrungsgemäß ist ein Druck von ca. $8 \cdot 10^{-5}$ mbar nach einer Pumpzeit von zwei Stunden akzeptabel und ein Druck im mittleren 10^{-4} mbar Bereich nach 30 min zeigt an, dass das System ausreichend isoliert ist. Nach abgeschlossener Pumpprozedur wird ein Austauschgas aus Helium in den evakuierten Behälter eingeleitet, um den Wärmeausgleich zwischen dem flüssigen Heliumbad und dem Mikroskop zu gewährleisten. Auch hier hat sich erfahrungsgemäß das Einleiten von Helium bis zu einem Druck von etwa 30 mbar bewährt.

3.5.5 Abkühlen des Mikroskops

Die Photolumineszenzexperimente werden bei einer Temperatur von 4.2 K im flüssigen Helium betrieben. Somit muss gewährleistet sein, dass zum einen die Positioniereinheit bei dieser Temperatur einwandfrei funktioniert und zum anderen die Position der Probe in der Fokalebene auch bei Tieftemperatur beibehalten wird. Das Verfahren das man benutzt, ist ein stetiges Durchfahren der Probenoberfläche durch die Fokalebene und gleichzeitiger Beobachtung der auftretenden Resonanzlinie in Reflexion. Während des Abkühlvorgangs wirkt die Temperaturveränderung auf die thermische Ausdehnung der verwendeten Materialien und mit diesem Verfahren wird gewährleistet, dass die Fokusposition nicht verloren geht. Der Abkühlvorgang selbst gliedert sich in zwei Arbeitsschritte, dem Vorkühlen des Mikroskops auf 77 K mit flüssigem Stickstoff und dem Abkühlen auf 4.2 K mit flüssigem Helium im Kryostat. Das Thermalisieren des Mikroskops auf die Temperatur des flüssigen Stickstoffs dauert etwa eine Stunde. Eine elegante Methode die Temperatur des Systems zu verfolgen und diese indirekt zu messen, ist die Temperaturabhängigkeit der Kapazität von den Piezoelementen, die für die Funktion der Positionierelemente notwendig und bereits in der XYZ-Positioniereinheit integriert sind. In der Tabelle 3.2 sind die Werte der Piezokapazität für die verschiedenen Positionierelemente bei unter-

schiedlichen Temperaturen angegeben. Nach dem Abkühlen des Systems auf 77 K erfolgt der Transfer des Systems in den Kryostaten. Während des Abkühlens auf 4.2 K ist ebenfalls die Fokusposition mit der oben beschriebenen Methode zu kontrollieren. Dieser Vorgang erfordert etwa eine Stunde, wobei das vorgekühlte System relativ zügig in das Heliumbad eingetaucht werden kann.

3.5.6 Detektion der Photolumineszenz

Der Übergang vom Justagemodus zur Detektion der Photolumineszenz geschieht in folgender Weise: Das Glasfaserkabel des 2×2 Glasfaserkopplers (B17)** , das mit (I1) bezeichnet ist, führt das von der Probenoberfläche reflektierte Signal. Über eine konfokale Linsenordnung aus achromatischen Linsen L5 (B10)** und L6 (B11)** vor dem Eintrittsspalt, wird dem Spektrometer das Licht der Laserdiode und anschließend das Licht der Photolumineszenz zugeführt. Zusätzlich sind im kollimierten Strahlengang (Abb. 3.1, Seite 16) zwei Hoch-Pass-Interferenzfilter (B13)** eingebaut, die später das Licht des Anregungslasers blockieren und emittiertes Licht von den Quantenpunkten in das Spektrometer passieren lassen. In diesem Zustand wird die Einkopplung des Lichts der 950 nm Laserdiode in das Spektrometersystem überprüft und gegebenenfalls auf diese Wellenlänge optimiert. Der letzte Schritt zur Detektion des Photolumineszenzsignals ist der Austausch des Justagelasers gegen den Anregungslaser mit einer Laserdiode LD2 (B2)** . Diese emittiert bei einer Wellenlänge von 830 nm und hat eine Laserschwelle bei einem Diodenstrom von etwa 20 mA. Der Laserdiodenstrom wird über eine Laserdiodensteuerung (B3)** kontrolliert. Die Einkoppelung des Laserlichts geschieht wie im Fall des Justagelaser über eine konfokale Anordnung zweier asphärischen Linsen L1 (B5)** und L2 (B7)** . Im Allgemeinen emittieren Halbleiterlaserdioden zusätzlich zur konfektionierten, schmalbandigen Emissionslinie der angegebenen Wellenlänge in einen breitbandig inkohärenten Hintergrund. Das heißt, die Laserdioden erzeugen Licht in einigen 10 nm um die zentrale Wellenlänge verteilt. Die Folge dieser breitbandigen Emission ist ein zusätzlicher Hintergrundanteil. Durch die Verwendung eines Band-Pass-Interferenzfilters (B12)** , der in den kollimierten Strahlengang der beiden Linsen L1 und L2 eingebaut ist, wird die breitbandige Emission unterdrückt. Als Beispiel eines typischen Emissionsspektrum von Quantenpunkten ist der in Abb. 3.15 gezeigte Graph. Für Untersuchungen an einzelnen Quantenpunkten ist bei dem vorliegenden Probenmaterial der Energiebereich unter 1.27 eV relevant. Oberhalb dieser Energie sind die Emissionslinien einzelner Quantenpunkte überlagert. Eine Einzeluntersuchung in diesem Bereich ist nicht möglich.

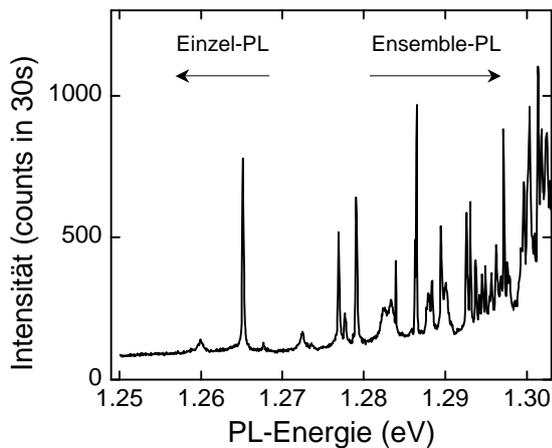


Abbildung 3.15: Typisches Emissionsspektrum der Quantenpunktprobe MCV1–7. In einem Emissionsbereich von unter 1.27 eV sind die Emissionslinien von einzelnen Quantenpunkten zu beobachten. Der Emissionsbereich oberhalb 1.27 eV ist nur bedingt analysierbar wegen der Überlagerung von Emissionslinien unterschiedlicher Quantenpunkte. Die Integrationszeit ist 30 Sekunden bei einer Beleuchtungsleistung von ca. 100 nW.

3.6 Beschreibung der Messvorhaben

Im Folgenden werden die unterschiedlichen Anordnungen für die Photolumineszenz-Spektroskopie in Abhängigkeit von der Gatespannung, des Magnetfeldes und der Temperatur beschrieben. Generell wird der Anregungslaser ($\lambda = 830 \text{ nm}$) oberhalb der Laserschwelle im Lasermodus bei etwa 30 mA betrieben. Dies entspricht in etwa einer Leistung von $P = 80 \text{ nW}$ (50 nA Photodiodenstrom) am Transmissionsdetektor. Bei langen Messzeiten über mehrere Stunden ist darauf zu achten, dass die Laserleistung konstant gehalten wird.

3.6.1 Messaufbau für Photolumineszenz im elektrischen Feld

Die Regelung der Gatespannung wird von einer programmgesteuerten Gleichspannungsquelle (B41)** übernommen. Dabei wird der Rückkontakt der Probe mit dem positiven und die NiCr-Gateelektrode der Probe mit dem negative Ausgang der Spannungsquelle verbunden. Bewährt haben sich bei dieser Messmethode eine Integrationszeit von 10 sec, ein Gatespannungsbereich von -1 V bis $+0.5 \text{ V}$ für die Quantenpunktprobe MCV1–7, einer Schrittweite in der Gatespannung von 10 mV pro Spektrum und einer Spektrenanzahl von 151. Der Gatespannungsbereich kann bei unterschiedlichen Proben variieren.

3.6.2 Messaufbau für Photolumineszenz im magnetischen Feld

Die Ansteuerung des Magnetfeldes wird von einem manuell programmierbaren Steuergerät (B35)** übernommen. Dieses steuert den supraleitenden Magneten (B36)** im Inneren des Kryostaten im Bereich von 0 bis 9 Tesla (Heliumtemperatur = 4.2 K) oder bis maximal 11 Tesla (Heliumtemperatur = 1.6 K). Bewährt haben sich bei

dieser Messmethode eine Integrationszeit von 30 s, ein Magnetfeldbereich von 0 bis 9 Tesla, eine Spektrenanzahl von 116 bei einer Rate des Magnetfeldes von 2.5 mT/s. Bei sonst gleichen Parametern ist bei einer Messbereichsausdehnung auf -9 Tesla bis $+9$ Tesla eine Spektrenanzahl von 233 zu wählen.

3.6.3 Messaufbau für Photolumineszenz und Temperatur

Bei der Ansteuerung des Heizelementes wird der Stromfluss von einem Präzisionsstromgeber (B42)** reguliert. Laut Herstellerangaben kann das Heizelement mit einem Heizstrom von maximal 20 mA bei Raumtemperatur betrieben werden. Im Tieftemperaturexperiment kann dieses mit maximal 70 mA Heizstrom gespeist werden ohne das Heizelement zu beschädigen, was einer Temperatur von etwa 70 K entspricht. Die Temperaturmessung geschieht über eine Widerstandsmessung eines auf den Probenhalter aufgeklebten Allen-Bradley-Widerstandes ($R = 1000 \Omega$). Als Widerstandsmessgerät wird ein Multimeter (B40)** benutzt. Die Temperaturkalibration erfolgt über das Anpassen einer Anpassungsfunktion [8] an die Widerstandswerte des Allen-Bradley-Widerstandes bei bekannten Temperaturen. Die Anpassungsfunktion genügt in erster Näherung der Form

$$T = (A + B \ln(R - R_0))^2$$

mit A , B und R_0 als Anpassungsparameter. Die Widerstandswerte bei Raumtemperatur, der Temperatur des flüssigen Stickstoffs und der Temperatur des flüssigen Heliums sind in der nachfolgenden Tabelle 3.3 zusammengefasst. Bei der temperaturabhängigen Messung der Photolumineszenz hat sich eine Integrationszeit von 60 sec bewährt.

Temperatur	Widerstandswerte Allen-Bradley-Widerstand	Widerstandswerte Heizelement
300 K	1047 Ω	481 Ω
77 K	1389 Ω	465 Ω
4.2 K	30440 Ω	428 Ω

Tabelle 3.3: Temperaturabhängige Widerstandswerte für einen Allen-Bradley-Widerstand ($R = 1000 \Omega$) und für das Heizelement.

Kapitel 4

Harmonisches Quantenpunktmodell

Die Untersuchung von Halbleiter-Quantenpunkten wird durch das Interesse an der Coulomb-Wechselwirkung zwischen Ladungsträgern motiviert, deren Beweglichkeit räumlich auf einer Längenskala von etwa 10 nm begrenzt ist. Mit Quantenpunkten, die mittels lithographischer Techniken hergestellt sind mit zum Beispiel einer nach dem Wachstumsprozess durchgeführten Prozessierung zur Einschnürung eines zwei-dimensionalen Elektronensystems in GaAs, ist es möglich, höchst komplexe Strukturen zu entwerfen [14], [15]. Als Beispiel sei hier ein lateral gekoppeltes Doppelquantenpunktsystem oder ein lateral gekoppelter Punktkontakt an einen Quantenpunkt erwähnt [16]. Coulomb-Blockadeeffekte können in solchen Systemen durch ein Tunnelspektrum in der Weise beobachtet werden, dass das Potential des Quantenpunktes bezüglich der Kontaktregion verändert wird. Wegen der typischen lateralen Ausdehnung derartiger Quantenpunkte auf einer Längenskala von einigen 100 nm, sind die Beiträge der Quantisierungsenergie zur Coulomb-Energie vernachlässigbar gering. Obwohl quantenmechanische Effekte sichtbar sind, kann der größte Teil der darin enthaltenen Physik durch ein klassisches Modell der Elektrostatik beschrieben werden [14], [15].

Ein Ansatz zur Kontaktierung einer vertikalen Tunnelstruktur, bestehend aus einem schichtweisen Auftragen von Halbleitermaterial in Form einer vertikalen zylindrischen Geometrie, (Durchmesser = 500 nm, Einschlusslänge < 100 nm) wurde in Referenz [18] realisiert. In diesem Fall stehen die Quantisierungsenergien und Coulomb-Energien in einer vergleichbaren Größenordnung zueinander und zeigen starke Quanteneffekte [17]. Bemerkenswert ist, dass starke, nicht äquidistante Laderezonanzen zu beobachten sind. Diese Phänomene können durch eine Niveaustuktur innerhalb des Quantenpunktes und durch die Effekte der direkten Coulomb- und Austauschwechselwirkung erklärt werden [19].

Ein großes Interesse besteht darin, in welcher Weise sich das optische Verhalten

eines Quantenpunktsystems mit der Besetzung der Niveaus mit Elektronen variiert, sowohl für Interband- als auch für Intrabandanregungen. Schwierigkeiten bestehen darin, die Antwort eines einzelnen Quantenpunktes zu messen, da in der Regel ein Ensemble an Quantenpunkten zur Verfügung steht. Hierbei liegen die Bestrebungen in der Herstellung von genügend homogenen Strukturen, so dass sämtliche Quantenpunkte die gleiche Besetzung mit Elektronen besitzen. Mit lithographischen Methoden konnten bisher nur Quantenpunkte mit einem Durchmesser von einigen 100 nm Durchmesser hergestellt und eine Besetzung mit bis zu 3 Elektronen pro Quantenpunkt erreicht werden [20].

Selbstorganisierte Quantenpunkte decken ein weitaus breiteres Spektrum an Möglichkeiten ab. Diese besitzen eine laterale Ausdehnung von etwa 20 nm [21], was bisher noch nicht durch Lithographie hergestellt werden konnte. Diese geringen lateralen Ausdehnungen führen zu großen Quantisierungsenergien, typischerweise im Energiebereich von einigen 10 meV. Die Coulomb-Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen, die im Quantenpunktpotential lokalisiert sind, kann dadurch geringer werden als die Quantisierungsenergie, was bedeutet, dass eine quantenmechanische Beschreibung der Coulomb-Effekte notwendig ist. Der hohe Grad an Homogenität der Quantenpunkte führt zu der Eigenschaft, dass eine Befüllung von 10^6 Quantenpunkte mit Elektronen simultan erreicht werden kann [22], [23]. Dies ist eine ideale Voraussetzung für optische Experimente.

Die Bedeutung der Untersuchung von Coulomb-Wechselwirkungen in selbstorganisierten Quantenpunkten liegt in der Anwendung der Störungstheorie. Die Berechnungen geben quantitativ eine Beschreibung der experimentell gefundenen Effekte. Einige Resultate dieser Berechnungen sind am Ende dieses Kapitels in Tabellen aufgelistet und können auf andere Quantenpunktsysteme angewendet werden.

Der n -dimensionale harmonische Oszillator ist eines der wenigen Probleme der Quantenmechanik, das exakt gelöst werden kann. Im speziellen wird hier ein zwei-dimensionaler harmonischer Oszillator mit Vielelektroneneffekten im Magnetfeld untersucht, welcher gleichfalls exakt gelöst werden kann. Bei der Auswertung der experimentellen Daten von Quantenpunkten wird sich zeigen, dass der zwei-dimensionale harmonische Oszillator ein geeignetes Modell zur Beschreibung der Effekte sowohl ohne als auch mit Magnetfeld darstellt [28], [30], [29]. In einem separaten Abschnitt wird die Herleitung der Energieniveaus und Wellenfunktionen eines zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators im Magnetfeld [32], [33] durchgeführt. Mittels Störungstheorie wird eine Methode zur analytischen Berechnung von Coulomb-Matrixelementen gegeben, deren Ergebnisse am Ende dieses Abschnitts gesammelt dargestellt sind.

4.1 Alternative Modelle

Eine anschauliche Darstellung von Quantenpunkten liefert die in Abb. 2.1a (Seite 5) gezeigte AFM-Aufnahme. Um eine quantitative Aussage zwischen Theorie und Experiment zu treffen, zeigt sich die Beschreibung der Quantenpunkte über ein harmonisches Potential in zwei Dimensionen als sehr nützlich und aussagekräftig. Es gibt eine Reihe von anderen Methoden, z.B. der Modellierung der Quantenpunkte mittels der Theorie der Bandstrukturberechnung [34], [35]. Eine sehr exakte Modellierung ist die der Pseudo-Potential-Berechnung [36], [37], welche die tatsächliche Komposition und räumliche Position von Atomen des verwendeten Halbleitermaterials berücksichtigt aus dem die Quantenpunkte aufgebaut sind. Durch Einsatz massiver Rechnerleistung liefert dieses Modell Ergebnisse, die um Größenordnungen unter der derzeit mit dem verwendeten Aufbau in Abb. 3.1 (Seite 16) möglichen Messgenauigkeit liegen. Trotz aller Exaktheit, stellt das Modell des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators eine elegante Methode dar, die sowohl qualitativ als auch quantitativ die experimentell ermittelten Ergebnisse bestätigt. Hierbei werden die quantisierten Energien und Wellenfunktionen des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators im Magnetfeld hergeleitet. Es wird sich zeigen, dass in den Ergebnissen sowohl die Lösung des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators ohne Magnetfeld enthalten sind, als auch die Lösung der Landau-Niveaus eines zwei-dimensionalen Elektronensystems, die später zur Analyse der experimentellen Ergebnisse im Magnetfeld notwendig sind. Ein Abschnitt in diesem Kapitel zeigt die explizite Berechnung von Matrixelementen, die die Coulomb-Energie und Austauschenergie von Ladungsträgern im Quantenpunkt beschreiben.

4.2 Lösung der Schrödinger-Gleichung

Ausgangspunkt der Beschreibung ist die Darstellung des Einschlusspotentials für Ladungsträger im Quantenpunkt. Resultierend aus dem Wachstumsprozess ist die Bewegung in der x-y-Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung durch das Einschlusspotential der Quantenpunkte quantisiert. Eine Quantisierung in z-Richtung, also in Wachstumsrichtung, findet aufgrund der in z-Richtung gewachsenen Höhe der Quantenpunkte und des Bandkantenversatzes im Verlauf der Valenz- und Leitungsbandstruktur von GaAs zu InAs statt. Wegen der geringen Ausdehnung in z-Richtung befindet sich bei dieser Art der verwendeten Halbleitermaterialien genau ein gebundener Zustand im Quantenpunkt. Eine zusätzliche Aufspaltung der Energie des gebundenen Zustands findet wegen der Quantisierung in der x-y-Ebene statt. Die nachfolgende Herleitung beschreibt allein die Quantisierung in der x-y-Ebene.

In Polarkoordinaten ist das Einschlusspotential eines Quantenpunktes gegeben durch $V(\vec{r}) = \frac{1}{2}m\omega_0^2r^2$ mit der effektiven Masse m und dem Energieabstand $\hbar\omega_0$ zwi-

schen den einzelnen Energie-Niveaus. Im Weiteren wird mit m entweder die effektive Masse des Elektrons oder des Loches bezeichnet. Eine Unterscheidung zwischen den beiden Massen wird explizit an den relevanten Stellen angegeben. Die Ortskoordinate r beschreibt die Bewegung innerhalb der Ebene senkrecht zur Wachstumsrichtung der Quantenpunkte. Das Magnetfeld wird in Faraday-Konfiguration beschrieben, das heißt der Feldvektor \vec{B} ist parallel zur Wachstumsrichtung und senkrecht zur Ebene der Quantenpunkte orientiert. Die Darstellung des Magnetfeldes wird durch die Einführung des Vektorpotentials \vec{A} mit $\vec{A}(\vec{r}) = -\frac{1}{2}(\vec{r} \times \vec{B})$ und $\vec{B} = (0, 0, B)$ erreicht. Damit kann der Hamilton-Operator für den zwei-dimensionalen harmonischen Oszillator im Magnetfeld geschrieben werden als

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \left(\hat{p} + e\vec{A}(\vec{r}) \right)^2 + V(\vec{r})$$

und die Ersetzung des Vektorpotentials und des Einschlusspotentials durch die oben eingeführten Ausdrücke führen zum Hamilton-Operator

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \hat{p}^2 + \frac{eB}{2m} \hat{p}_\phi + \frac{e^2 B^2}{8m} r^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2$$

in Polarkoordinaten mit $\hat{p} = -i\hbar \hat{\nabla}_{r,\phi}$ und $\hat{p}_\phi = -i\hbar \hat{\nabla}_\phi$ als Impulsoperatoren. Das Einsetzen der Impulsoperatoren in die Gleichung für den Hamilton-Operator und das Aufstellen der stationären Schrödinger-Gleichung $(\hat{H} - E)\Psi(r, \phi) = 0$ führt zur folgenden Form:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right\} - i \frac{\hbar e B}{2m} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{e^2 B^2}{8m} r^2 + \frac{1}{2} m \omega_0^2 r^2 - E \right] \Psi(r, \phi) = 0$$

Ein Zusammenfassen der in r quadratischen Terme und die von r unabhängigen Terme bewirkt eine übersichtlichere Darstellung der Form

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left\{ i \frac{\hbar e B}{2m} \frac{\partial}{\partial \phi} + E \right\} - \frac{m^2}{\hbar^2} \left\{ \omega_0^2 + \frac{e^2 B^2}{4m^2} \right\} r^2 \right] \Psi(r, \phi) = 0.$$

Diese Differentialgleichung zweiter Ordnung in r und ϕ lässt sich durch einen Separationsansatz von $\Psi(r, \phi) = \Phi(\phi)R(r)$ in einen azimuthalen und radialen Anteil aufspalten. Die Lösung des azimuthalen Teils wird durch $\Phi(\phi) = \exp(il\phi)$ mit $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ erreicht. Ein Lösungsweg für den radialen Anteil wird im Folgenden diskutiert. Ersetzen von $\alpha = \frac{m}{\hbar^2} (E - \frac{1}{2} \hbar \omega_c l)$ und $\gamma = \frac{m}{\hbar} \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}$ mit $\omega_c = \frac{eB}{m}$ der Zyklotronfrequenz führt zu einer vereinfachten Form

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \left(2\alpha - \frac{l^2}{r^2} - \gamma^2 r^2 \right) \right] R(r) = 0$$

des ursprünglichen Ausdrucks. Es folgt nun eine Reihe von Koordinatentransformationen und Funktionsdefinitionen, um den oben stehenden Ausdruck in eine Laguerresche Differentialgleichung zu überführen. Die Einführung von $x = r^2$ transformiert die oben angegebene Gleichung in den Ausdruck

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{4} \left(\frac{2\alpha}{x} - \frac{l^2}{x^2} - \gamma^2 \right) \right] R(x) = 0.$$

Eine weitere Transformation $R(x) = x^{-\frac{1}{2}} S(x)$ reduziert die Differentialgleichung zu einer Differentialgleichung genau zweiter Ordnung in der Darstellung

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{2\alpha}{x} - \frac{l^2 - 1}{x^2} - \gamma^2 \right) \right] S(x) = 0,$$

wobei die noch vorhandenen Terme und Potenzen in $1/x$ durch eine erneute Koordinatentransformation von $y = \gamma x$ auf eine dimensionslose Differentialform der Gestalt

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{4} \left(\frac{2\alpha}{\gamma y} - \frac{l^2 - 1}{y^2} - 1 \right) \right] S(y) = 0$$

umgeformt wird. Dies ist lediglich ein Zwischenschritt, bis letztendlich eine Funktionstransformation von $S(y) = y^{\frac{1}{2}(|l|+1)} \exp[-\frac{1}{2}y] L(y)$ auf die Form der Laguerreschen Differentialgleichung

$$\left[y \frac{\partial^2}{\partial y^2} + (|l| + 1 - y) \frac{\partial}{\partial y} + n \right] L(y) = 0$$

führt, mit der Definition von $n = -\frac{1}{2}(|l| + 1) + \frac{\alpha}{2\gamma}$ als natürliche Zahl. Das Einsetzen von α und γ in den Ausdruck für n und das Umformen nach E liefert die Energieeigenwerte der Schrödinger-Gleichung in der Form

$$E(n, l) = \hbar \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}} (2n + |l| + 1) + \frac{1}{2} \hbar \omega_c l$$

mit $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ und $n = 0, 1, 2, \dots$ als Quantenzahlen. $E(n, l)$ sind die Energien des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators im Magnetfeld. Die möglichen Energiewerte für die ersten fünf Energieniveaus in Abhängigkeit von den Quantenzahlen n und l sind in Tabelle 4.1 (Seite 52) zusammengefasst. Die Lösung beinhaltet noch zusätzliche Informationen, die durch Fallunterscheidungen zwischen ω_0 und ω_c deutlich werden.

1. Allgemeine Eigenenergien:

$\omega_0 \neq 0$ und $\omega_c \neq 0$: Lösung des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators mit Magnetfeld [32]. Die Energie ist gegeben durch

$$E = \hbar \sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}} (2n + |l| + 1) + \frac{1}{2} \hbar \omega_c l$$

und den entsprechenden Wellenfunktionen (Tabelle 4.2, Seite 53).

2. Energie des harmonischen Oszillators:

$\omega_0 \neq 0$ und $\omega_c = 0$: Lösung des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators ohne Magnetfeld. Die Energie ist gegeben durch

$$E = \hbar \omega_0 (2n + |l| + 1)$$

und den entsprechenden Wellenfunktionen [31].

3. Energie der Landau-Niveaus:

$\omega_0 = 0$ und $\omega_c \neq 0$: Lösung des zwei-dimensionalen Elektronensystems im Magnetfeld. Die Energie [33] ist gegeben durch

$$E = \frac{1}{2} \hbar \omega_c (2n + |l| + l + 1)$$

und den entsprechenden Wellenfunktionen (Tabelle 4.3, Seite 54).

In Abb. 4.1 sind zur Veranschaulichung der allgemeinen Eigenenergien die ersten drei elektronischen Energieniveaus im Quantenpunkt unter unterschiedlichen Bedingungen dargestellt. Ohne eines äußeren Magnetfeldes (Abb. 4.1a) und unter Vernachlässigung des Elektronenspins sind die angeregten Energieniveaus eines zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators entartet, die im Magnetfeld (Abb. 4.1c) eine Aufhebung der Entartung zeigen. Der Übergangsbereich im Magnetfeld von 0 bis 20 T ist in Abb. 4.1b gezeigt. Bei noch höheren Magnetfeldern konvergieren die Energieniveaus des Quantenpunktes gegen die Energieniveaus des zwei-dimensionalen Elektronensystems. In Tabelle 4.1 sind die Energiewerte der ersten 5 Energieniveaus für die unterschiedlichen Quantensysteme zusammengefasst. Es werden zunächst die ersten 5 Zustände des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators betrachtet. Die

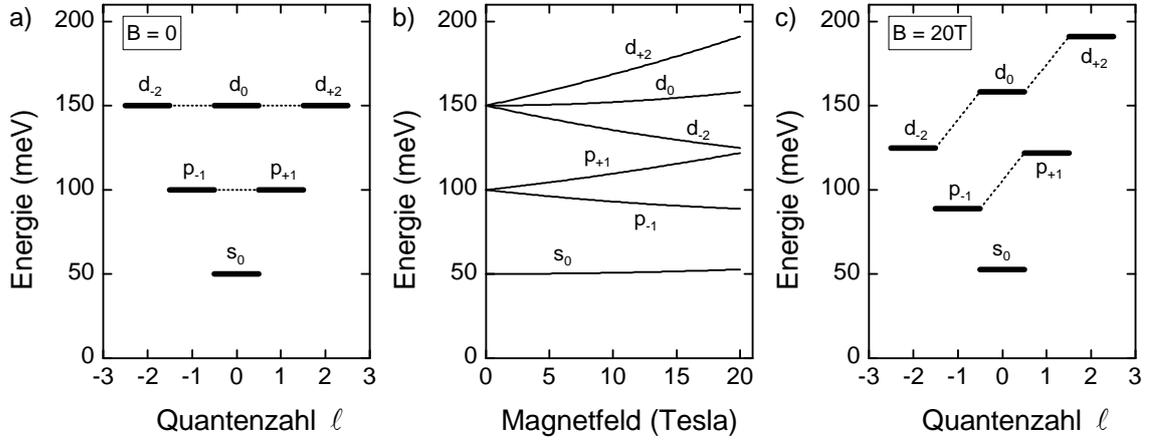


Abbildung 4.1: Graphische Darstellung der elektronischen Energieniveaus der ersten drei Quantenzustände a) ohne Magnetfeld, c) mit Magnetfeld bei $B = 20$ T und b) der Dispersionsverlauf im Bereich von 0 bis 20 T. Die Beziehung für die Energieniveaus in einem zwei-dimensionalen harmonischen Oszillatorpotential ist durch $E = \hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}(2n + |l| + 1) + \frac{1}{2}\hbar\omega_c l$ gegeben. Die verwendeten Parameter sind die effektive elektronische Masse $m_e^* = 0.07 m_e$ und die Quantisierungsenergie $\hbar\omega_e = 50$ meV.

Nomenklatur der unterschiedlichen Energieniveaus erfolgt analog der in der Atomphysik verwendeten, beginnend mit dem s-Niveau, p, d, f, und g. Ohne Magnetfeld und unter Berücksichtigung des Elektronenspins ist das s-Niveau zweifach entartet, das p-Niveau vierfach, das d-Niveau sechsfach und analog für höhere Zustände $2N$ -fach entartet mit N als Hauptquantenzahl. Zusätzlich sind die Symbole der Energieniveaus mit einer Quantenzahl l versehen, die korrespondierend zum Wert der z-Komponente des Drehimpulseigenwertes steht. Für den Zustand s und $l = 0$ wird dieser mit s_0 bezeichnet, p und $l = \mp 1$ mit p_{-1} , p_{+1} und die Zustände d und $l = 0, \mp 2$ sind mit d_0 , d_{-2} und d_{+2} . Im Magnetfeld wird die Quantisierungsenergie $\hbar\omega_0$ durch eine feldabhängige Quantisierungsenergie

$$\hbar\omega'_0 = \hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}$$

ersetzt mit $\omega_c = eB/m_e^*$ der Zyklotronfrequenz. Die sich mit Magnetfeld ergebenden Energieeigenwerte sind in Tabelle 4.1 (Spalte: Mitte) angegeben. Zu erkennen ist eine Aufhebung der Energieentartung bezüglich der Drehimpulsquantenzahl l bei $B = 0$. An diesem Punkt ist zu bemerken, dass sogar bis zu einem Magnetfeld von 20 Tesla die Zyklotronenergie noch beträchtlich gering ist im Vergleich zur Einteilchenenergie. Die Konsequenz ist, dass das Magnetfeld eine moderate Störung der Quantenpunktstruktur darstellt.

Für den zwei-dimensionalen harmonischen Oszillator sind die Energiewerte ohne

Quantenzahlen		Energie des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators			Energie des zwei-dimensionalen Elektronensystems	
n	l	$B = 0$	$B \neq 0$	Symbol	$B \neq 0$	Symbol
0	0	$1 \hbar \omega_0$	$1 \hbar \omega'_0$	s_0	$\frac{1}{2} \hbar \omega_c$	$LL1_0$
0	-1	$2 \hbar \omega_0$	$2 \hbar \omega'_0 - \frac{1}{2} \hbar \omega_c$	p_{-1}	$\frac{1}{2} \hbar \omega_c$	$LL1_{-1}$
0	+1	$2 \hbar \omega_0$	$2 \hbar \omega'_0 + \frac{1}{2} \hbar \omega_c$	p_{+1}	$\frac{3}{2} \hbar \omega_c$	$LL2_{+1}$
0	-2	$3 \hbar \omega_0$	$3 \hbar \omega'_0 - \hbar \omega_c$	d_{-2}	$\frac{1}{2} \hbar \omega_c$	$LL1_{-2}$
1	0	$3 \hbar \omega_0$	$3 \hbar \omega'_0$	d_0	$\frac{3}{2} \hbar \omega_c$	$LL2_0$
0	+2	$3 \hbar \omega_0$	$3 \hbar \omega'_0 + \hbar \omega_c$	d_{+2}	$\frac{5}{2} \hbar \omega_c$	$LL3_{+2}$
0	-3	$4 \hbar \omega_0$	$4 \hbar \omega'_0 - \frac{3}{2} \hbar \omega_c$	f_{-3}	$\frac{1}{2} \hbar \omega_c$	$LL1_{-3}$
1	-1	$4 \hbar \omega_0$	$4 \hbar \omega'_0 - \frac{1}{2} \hbar \omega_c$	f_{-1}	$\frac{3}{2} \hbar \omega_c$	$LL2_{-1}$
1	+1	$4 \hbar \omega_0$	$4 \hbar \omega'_0 + \frac{1}{2} \hbar \omega_c$	f_{+1}	$\frac{5}{2} \hbar \omega_c$	$LL3_{+1}$
0	+3	$4 \hbar \omega_0$	$4 \hbar \omega'_0 + \frac{3}{2} \hbar \omega_c$	f_{+3}	$\frac{7}{2} \hbar \omega_c$	$LL4_{+3}$
0	-4	$5 \hbar \omega_0$	$5 \hbar \omega'_0 - 2 \hbar \omega_c$	g_{-4}	$\frac{1}{2} \hbar \omega_c$	$LL1_{-4}$
1	-2	$5 \hbar \omega_0$	$5 \hbar \omega'_0 - \hbar \omega_c$	g_{-2}	$\frac{3}{2} \hbar \omega_c$	$LL2_{-2}$
2	0	$5 \hbar \omega_0$	$5 \hbar \omega'_0$	g_0	$\frac{5}{2} \hbar \omega_c$	$LL3_0$
1	+2	$5 \hbar \omega_0$	$5 \hbar \omega'_0 + \hbar \omega_c$	g_{+2}	$\frac{7}{2} \hbar \omega_c$	$LL4_{+2}$
0	+4	$5 \hbar \omega_0$	$5 \hbar \omega'_0 + 2 \hbar \omega_c$	g_{+4}	$\frac{9}{2} \hbar \omega_c$	$LL5_{+4}$

Tabelle 4.1: Energiewerte der Quantensysteme des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators ohne und mit Magnetfeld und des zwei-dimensionalen Elektronensystems in Abhängigkeit von den Quantenzahlen n und l . Die Energieniveaus des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators sind entsprechend der Atomphysik mit s , d , p , usw. symbolisiert und der Drehimpulsquantenzahl l als tiefgestellte Zahl. Unterschiede in der Nomenklatur ergeben sich für das zwei-dimensionale Elektronensystem. Hierbei entsprechen den Symbolen $LL1$, $LL2$, $LL3$, $LL4$ und $LL5$ den Energien der Niveaus $\frac{1}{2} \hbar \omega_c$, $\frac{3}{2} \hbar \omega_c$, $\frac{5}{2} \hbar \omega_c$, $\frac{7}{2} \hbar \omega_c$ und $\frac{9}{2} \hbar \omega_c$.

und mit Magnetfeld strukturgemäß analog einem Schalenmodell aus der Atomphysik. Hingegen ist besonders auffallend, dass für die Energie des Grundzustandes

n	l	Wellenfunktion	Symbol
0	0	$\Psi_{0,0}(r, \phi) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right)$	s_0
0	-1	$\Psi_{0,-1}(r, \phi) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \beta r \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right) \exp(-i\phi)$	p_{-1}
0	+1	$\Psi_{0,+1}(r, \phi) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} \beta r \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right) \exp(+i\phi)$	p_{+1}
0	-2	$\Psi_{0,-2}(r, \phi) = \frac{\beta}{\sqrt{2\pi}} \beta^2 r^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right) \exp(-2i\phi)$	d_{-2}
1	0	$\Psi_{1,0}(r, \phi) = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} (1 - \beta^2 r^2) \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right)$	d_0
0	+2	$\Psi_{0,+2}(r, \phi) = \frac{\beta}{\sqrt{2\pi}} \beta^2 r^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right) \exp(+2i\phi)$	d_{+2}

Tabelle 4.2: Berechnete Wellenfunktionen des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators. Der Parameter β ist definiert als $\beta = \left(\frac{m^2}{\hbar^2} \omega_0^2 + \frac{m^2}{\hbar^2} \frac{1}{4} \omega_c^2\right)^{1/4}$ und führt, je nach Wahl von ω_c , auf den zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators mit oder ohne Magnetfeld.

$\frac{1}{2}\hbar\omega_c$ der Landau-Niveaus s-artige ($n = 0, l = 0$), p-artige ($n = 0, l = -1$), d-artige ($n = 0, l = -2$), ... Wellenfunktionen existieren. Diese Tatsache wird später im Abschnitt 6.2 (Seite 80) eine wichtige Konsequenz bei der Analyse der experimentellen Daten haben. Die Lösung der Laguerreschen Differentialgleichung sind die Laguerre-Polynome, die allgemein in einem geschlossenen Ausdruck der Form

$$L_{n,|l|}(y) = \sum_{m=0}^n (-1)^m \frac{(n+|l|)!}{(n-m)! (|l|+m)! m!} y^m$$

angegeben werden. Diese Polynome sind nicht normiert, somit entsprechen die Wellenfunktionen ebenfalls nicht der Normierung auf 1. Das Einsetzen der bei der Herleitung eingeführten Funktionsdefinitionen und Koordinatentransformationen liefert einen Ausdruck für die Wellenfunktion:

$$\Psi_{n,l}(r, \phi) = \gamma^{\frac{1}{2}(|l|+1)} r^{|l|} \exp\left(-\frac{1}{2}\gamma r^2\right) \exp(il\phi) L_{n,|l|}(\gamma r^2).$$

Aus der Normierungsbedingungen $\int \Psi^* \Psi dV = 1$ und unter Berücksichtigung der Orthogonalitätsrelation

$$\int_0^\infty \exp(-y) y^{|l|} L_{n,|l|}(y) L_{m,|l|}(y) dy = \frac{(n+|l|)!}{n!} \delta_{m,n}$$

n	l	Wellenfunktion	Symbol
0	0	$\Psi_{0,0}(r, \phi) = \frac{\beta_c}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_c^2 r^2\right)$	$LL1_0$
0	-1	$\Psi_{0,-1}(r, \phi) = \frac{\beta_c}{\sqrt{\pi}} \beta_c r \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_c^2 r^2\right) \exp(-i\phi)$	$LL1_{-1}$
0	+1	$\Psi_{0,+1}(r, \phi) = \frac{\beta_c}{\sqrt{\pi}} \beta_c r \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_c^2 r^2\right) \exp(+i\phi)$	$LL2_{+1}$
0	-2	$\Psi_{0,-2}(r, \phi) = \frac{\beta_c}{\sqrt{2\pi}} \beta_c^2 r^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_c^2 r^2\right) \exp(-2i\phi)$	$LL1_{-2}$
1	0	$\Psi_{1,0}(r, \phi) = \frac{\beta_c}{\sqrt{\pi}} (1 - \beta_c^2 r^2) \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_c^2 r^2\right)$	$LL2_0$
0	+2	$\Psi_{0,+2}(r, \phi) = \frac{\beta_c}{\sqrt{2\pi}} \beta_c^2 r^2 \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_c^2 r^2\right) \exp(+2i\phi)$	$LL3_{+2}$

Tabelle 4.3: Berechnete Wellenfunktionen des zwei-dimensionalen Elektronensystems. Der Parameter β_c ist definiert als $\beta_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{m_e^* \omega_c}{\hbar}} = 1/(\sqrt{2}l_c)$.

liefert die Ausführung des Integrals den Normierungsfaktor für die Wellenfunktionen. Mit der Einführung eines Parameters β mit $\gamma = \beta^2$ lassen sich die normierten Wellenfunktionen

$$\Psi_{n,l}(r, \phi) = \beta \sqrt{\frac{n!}{\pi(n+|l|)!}} (\beta r)^{|l|} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 r^2\right) \exp(il\phi) L_{n,|l|}(\beta^2 r^2)$$

in einer eleganten Form darstellen. Für die ersten drei Energieniveaus des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillator und des zwei-dimensionalen Elektronensystems sind die entsprechenden Wellenfunktionen in der Tabelle 4.2 und 4.3 zusammengefasst.

4.3 Coulomb-Wechselwirkung

4.3.1 Störungstheorie

Die Anwendbarkeit der Störungstheorie und der daraus folgenden Berechnung der Coulomb-Matrixelemente ist an vier Voraussetzungen an das Quantenpunktsystem geknüpft:

Erstens, die Quantisierungsenergien für Elektronen ($\hbar\omega_e$) und für Löcher ($\hbar\omega_h$) überwiegen die Coulomb-Energien. Mit Coulomb-Energien sind die aus den Wech-

selwirkungseffekten zwischen zwei Elektronen oder zwischen zwei Löchern oder zwischen einem Elektron und einem Loch resultierenden Energien zu verstehen. Die dabei auftretenden Wechselwirkungen sind die direkte Coulomb-Wechselwirkung und die Austauschwechselwirkung. Experimentell wird die Quantisierungsenergie der Elektronen im Quantenpunktpotential an einer ähnlichen Quantenpunktstruktur mittels Interbandspektroskopie zu 49 meV gemessen [25] und die direkte Coulomb-Energie von zwei s-Elektronen aus einer Kapazitätsspektroskopie zu 20 meV abgeschätzt [24]. Dies impliziert, dass die Coulomb-Effekte als Störungen der Einzelteilchen-Struktur behandelt werden kann.

Zweitens, die laterale Quantisierungsenergie ist wesentlich kleiner als die vertikale Quantisierungsenergie. Ein Unterschied in der lateralen zur vertikalen Ausdehnung der Quantenpunkte bewirkt eine um fast eine Größenordnung höhere vertikale Quantisierungsenergie im Vergleich zur lateralen. Aus dieser Argumentation kann die Beschreibung der Quantenpunkte in zwei Dimensionen erfolgen.

Drittens, die Einschlusspotentiale für Elektronen und Löcher sind parabolisch. Dies wird durch eine Messung der Energien aus einer Ferninfrarotabsorption an Quantenpunkten gerechtfertigt [25], wobei die Energien eine schwache Abhängigkeit von der Elektronenbesetzung zeigen. Für ein rein parabolisches Potential gibt es keine Abhängigkeit der Resonanzenergie von der Besetzung der Quantenpunkte mit Elektronen [26].

Schließlich wird die Wechselwirkung zwischen unterschiedlichen Quantenpunkten vernachlässigt. Dies ist eine gute Näherung für die Modellierung der Interbandeigenschaften, da in diesem Fall die erzeugten Elektron-Loch-Paare effektiv keine Ladung besitzen und eine schwache Wechselwirkung zwischen den Ladungsträgerpaaren, die in unterschiedlichen Quantenpunkten lokalisiert sind, anzunehmen ist. Wechselwirkungen zwischen Quantenpunkten haben einen geringen Einfluss auf den Coulomb-Blockadeeffekt [23], [27] in der Weise, dass die Linienbreite der Resonanzen einer geringen Verbreiterung unterliegen und der Abstand zwischen den Resonanzen geringfügig zunimmt. Ebenso kann eine Wechselwirkung zwischen den Quantenpunkten und dem Rückkontakt vernachlässigt werden. Im Gegenteil scheint es so zu sein, dass der hoch leitfähige Rückkontakt, wegen der größeren Abstände zwischen den Quantenpunkten als im Vergleich zum Abstand Rückkontakt-Quantenpunkt, einen Abschirmungseffekt unter den Quantenpunkten bewirkt.

Im Allgemeinen beinhaltet ein typischer Quantenpunktzustand N Elektronen. Aus einer speziellen Konfiguration der Einteilchenzustände ist eine antisymmetrische Gesamtwellenfunktion für die Elektronen zu konstruieren, um dann die Coulomb-Wechselwirkung mit Störungstheorie erster Ordnung einzubeziehen. Falls der Quantenpunkt zusätzlich mit einem Elektron-Loch-Paar und den schon vorhandenen N Elektronen besetzt ist, ist das Ziel, eine antisymmetrische Wellenfunktion Ψ_e für

$(N + 1)$ -Elektronen zu bilden. Die Gesamtwellenfunktion ist gegeben durch

$$\Psi = \Psi^e(r_1, \dots, r_{N+1})\Psi^h(r_h)$$

mit $\Psi^h(r_h)$ der Einteilchenwellenfunktion des Loches. Dieser Ansatz bedeutet, dass jegliche Austauschwechselwirkung zwischen Elektronen und Löchern vernachlässigt wird. Mit der Einführung der Wellenfunktionen des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators können die Integrale aus der Störungstheorie analytisch gelöst werden. In der Tabelle 4.2 sind die Einteilchenwellenfunktionen des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators angegeben, die durch β parametrisiert sind, und sowohl für Elektronen ($\beta = \beta_e$) als auch für Löcher ($\beta = \beta_h$) angewendet werden können. Als Beispiel sei hier die Elektronwellenfunktion des Grundzustandes im s-Niveau gezeigt mit

$$\Psi_s^e(\vec{r}) = \frac{\beta_e}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_e^2 r^2\right).$$

Der Parameter β_e ist ohne das extern angelegte Magnetfeld mit der effektiven Einschusslänge über $\beta_e = 1/l_e$ verknüpft und setzt sich selbst aus der effektiven Masse m_e^* und der Frequenz ω_e zusammen. Eine ähnliche Beziehung gilt für das Loch und beide Gleichungen für die Einschusslängen werden wie folgt dargestellt:

$$l_e = \sqrt{\frac{\hbar}{m_e^* \omega_e}} \quad \text{und} \quad l_h = \sqrt{\frac{\hbar}{m_h^* \omega_h}}.$$

Damit ist das laterale Potential des Quantenpunktes durch die vier Parameter m_e^* , m_h^* , ω_e und ω_h spezifiziert. Das Matrixelement der Coulomb-Wechselwirkung für einen speziellen Zustand Ψ reduziert sich auf eine Summe von Integralen, welche die Basiszustände beinhalten. Für eine Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen in den Basiszuständen $\Psi_i^e(\vec{r})$ und $\Psi_j^e(\vec{r})$ berechnet sich die direkte Coulomb-Energie nach

$$E_{ij}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \frac{|\Psi_i^e(\vec{r}_1)|^2 |\Psi_j^e(\vec{r}_2)|^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

und die Energie der Austauschwechselwirkung nach

$$X_{ij}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \frac{\Psi_i^e(\vec{r}_1)^* \Psi_j^e(\vec{r}_2)^* \Psi_i^e(\vec{r}_2) \Psi_j^e(\vec{r}_1)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2.$$

Analoge Ausdrücke ergeben sich für die direkte Coulomb-Energie E_{ij}^{eh} von einem Elektron und einem Loch, die als eine exzitonische Bindungsenergie interpretiert werden kann und der Energie der Austauschwechselwirkung X_{ij}^{eh} . Diese Integrale können analytisch gelöst werden und als Beispiel sei die direkte Coulomb-Energie von zwei Elektronen im s-Niveau gezeigt:

$$E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \beta_e.$$

Die Methode, mit welcher das zu der Energie E_{ss}^{ee} gehörende Integral gelöst wird, wird im folgenden Abschnitt beschrieben. Diese Technik wird durch einen allgemeinen Ansatz auf die Berechnung der direkten Coulomb-Energie und der Energie der Austauschwechselwirkung von einem Elektron und einem Loch erweitert.

4.3.2 Analytische Berechnung von Matrixelementen

In diesem Abschnitt wird die Berechnung der direkten Coulomb-Energie von zwei Elektronen im s-Niveau explizit durchgeführt. Wie oben beschrieben, kann das Integral im Ausdruck der Energie

$$E_{ij}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \frac{|\Psi_i^e(\vec{r}_1)|^2 |\Psi_i^e(\vec{r}_2)|^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$$

bei Verwendung der Wellenfunktionen des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators analytisch gelöst werden. Im Fall der Berechnung von E_{ss}^{ee} wird die s-Wellenfunktion

$$\Psi_s^e(\vec{r}) = \frac{\beta_e}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta_e^2 r^2\right)$$

in der (r, ϕ) -Basisdarstellung des Grundzustandes in das Integral eingesetzt und der Ausdruck E_{ss}^{ee} lässt sich darstellen als

$$E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\beta_e^4}{\pi^2} \iint \frac{\exp(-\beta_e [\vec{r}_1^2 + \vec{r}_2^2])}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2.$$

Es folgt nun eine Umschreibung der Wellenfunktionen in (r, ϕ) -Basisdarstellung auf kartesische Koordinaten, bei welcher der (r, ϕ) -Basischarakter explizit erhalten bleibt. Der Ausdruck der Energie E_{ss}^{ee} formuliert sich zu

$$E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\beta_e^4}{\pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-\beta_e [x_1^2 + y_1^2 + x_2^2 + y_2^2])}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2.$$

Die Einführung von Relativkoordinaten (u_x, u_y) und Schwerpunktskoordinaten (v_x, v_y) führt zu einer Entkopplung der ursprünglichen Koordinaten (x_1, y_1, x_2, y_2) im Nenner des Integranden. Die Relativ- und Schwerpunktskoordinaten sind gegeben durch:

$$\begin{pmatrix} u_x = x_1 - x_2 \\ u_y = y_1 - y_2 \\ v_x = x_1 + x_2 \\ v_y = y_1 + y_2 \end{pmatrix} \iff \begin{pmatrix} x_1 = \frac{1}{2}(u_x + v_x) \\ y_1 = \frac{1}{2}(u_y + v_y) \\ x_2 = \frac{1}{2}(-u_x + v_x) \\ y_2 = \frac{1}{2}(-u_y + v_y) \end{pmatrix}.$$

Aus der Koordinatentransformation resultiert ein zusätzlicher Faktor, der durch die Determinantenberechnung der Jacobi-Matrix entstanden ist. Dieser Faktor beträgt

$\frac{1}{4}$ und wird dem Integral aufmultipliziert, welches unter Einbeziehung der neuen Koordinaten den folgenden Energieausdruck

$$E_{ss}^{ee} = \frac{1}{4} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\beta_e^4}{\pi^2} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp\left(-\frac{\beta_e}{2} [u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2]\right)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} du_x du_y dv_x dv_y$$

liefert. Eine abschließende Koordinatentransformation auf Polarkoordinaten (r, φ, R, Φ) , die definiert ist durch

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\varphi) \\ r \sin(\varphi) \\ R \cos(\Phi) \\ R \sin(\Phi) \end{pmatrix}$$

und die sich daraus ergebende Jacobi-Determinante von rR führt auf die Form der Energie

$$E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \beta_e^4 \iint_{-\infty}^{+\infty} \iint_0^{2\pi} R \exp\left(-\frac{\beta_e}{2} [r^2 + R^2]\right) d\varphi d\Phi dr dR.$$

Das Verschwinden des Nenners im Integranden wird unter Berücksichtigung der Bedingung $r > 0$ erreicht. Wegen des strukturellen Aufbaus der Wellenfunktion des Grundzustandes aus einem reinen radialen Anteil, führen die Integrationen über φ und Φ zu insgesamt $4\pi^2$. Die noch auszuführenden Integrationen über r und R können in Integraltafeln nachgeschlagen werden. Als Resultat für die Energie E_{ss}^{ee} ergibt sich

$$E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \beta_e.$$

Um beispielsweise die direkte Coulomb-Energie von einem Elektron und einem Loch zu berechnen, bedarf es einer etwas anderen Vorgehensweise. Die Simplizität der zuvor berechneten Coulomb-Energie von zwei Elektronen hat sich dadurch ausgezeichnet, dass die auftretenden Wellenfunktionen rein elektronischer Art sind. Im Folgenden wird nun gezeigt, mit welcher Methode eine analytische Berechnung der Integrale möglich ist, die gemischte Wellenfunktionen, also Wellenfunktionen für Elektron und Loch enthalten.

Zur allgemeinen Berechnung von Coulomb-Matrixelementen, welche eine beliebige Wahl von Wellenfunktionen des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators beinhalten können, hat es sich als günstig erwiesen, die durch Polarkoordinaten beschriebene Wellenfunktion $\Psi_{n,l}(r, \phi)$ durch kartesische Koordinaten zu ersetzen, wobei der (r, ϕ) -Basis-Charakter der Wellenfunktion explizit erhalten bleibt. Die

Substitution ist gegeben durch $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\cos \phi = x/r$ und $\sin \phi = y/r$, das eine neue Darstellung der Wellenfunktion

$$\Psi_{n,l}(x, y) = \beta \sqrt{\frac{n!}{\pi(n+|l|)!}} \{\beta(x \pm iy)\}^{|l|} \exp\left(-\frac{1}{2}\beta^2 [x^2 + y^2]\right) L_{n,|l|}(\beta^2 [x^2 + y^2])$$

in kartesischen Koordinaten bewirkt. Das Vorzeichen der Drehimpulsquantenzahl l wird durch \pm im Term $x \pm iy$ berücksichtigt. Einsetzen der entsprechenden Wellenfunktionen in die Integralform, für die das zugehörige Matrixelement berechnet werden soll, führt zu einem von den Wellenfunktionen zwar abhängigen, aber der Struktur nach analogen Ausdruck der Form

$$\int \frac{\exp(-[ax_1^2 + by_1^2 + cx_2^2 + dy_2^2])}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} P(x_1, y_1, x_2, y_2) dV,$$

der die Koordinaten (x_1, y_1, x_2, y_2) für das jeweilige Teilchen und ein von den Ortskoordinaten abhängiges Polynom $P(x_1, y_1, x_2, y_2)$ enthält. Das Argument der Exponentialfunktion stellt eine Summe aus den quadratischen Ortskoordinaten dar, mit den Koeffizienten (a, b, c, d) , die je nach Wahl der verwendeten Wellenfunktionen (reine Elektronwellenfunktionen, Lochwellenfunktionen, oder Wellenfunktionen der Landau-Niveaus) unterschiedliche Werte annehmen. Der Ausdruck im Nenner des Integranden ist der koordinatenabhängige Anteil des Coulomb-Potentials. Der Ansatz zur Lösbarkeit des Integrals ist eine Entkopplung der Koordinaten im Nenner des Integranden. Dies wird mittels einer Einführung von Schwerpunktskoordinaten garantiert, die im Gegensatz zur oben durchgeführten Koordinatentransformation zusätzlich Lochwellenfunktionen oder Wellenfunktionen der Landau-Energieniveaus berücksichtigt. Dazu sind zusätzliche Parameter erforderlich, um die Eindeutigkeit der Transformation auf Relativ- und Schwerpunktskoordinaten sicherzustellen. Die Koordinatentransformation von (x_1, y_1, x_2, y_2) nach (u_x, u_y, v_x, v_y) ist gegeben durch

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ \alpha_1 & 0 & \beta_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & \beta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

mit $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ als Parameter der Transformation. Die so neu definierten Koordinaten u_x und u_y garantieren eine Entkopplung der Ortskoordinaten im Nenner des Integranden. Eine Invertierung dieser Matrix führt auf die ursprünglichen Koordinaten

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\beta_1}{\alpha_1 + \beta_1} & 0 & \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1} & 0 \\ 0 & \frac{\beta_2}{\alpha_2 + \beta_2} & 0 & \frac{1}{\alpha_2 + \beta_2} \\ \frac{-\alpha_1}{\alpha_1 + \beta_1} & 0 & \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1} & 0 \\ 0 & \frac{-\alpha_2}{\alpha_2 + \beta_2} & 0 & \frac{1}{\alpha_2 + \beta_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

und lässt damit eine Berechnung des Quadrates jeder einzelnen Ortskoordinate (x_1, y_1, x_2, y_2) zu. Nach dem Einsetzen von $(x_1^2, y_1^2, x_2^2, y_2^2)$ durch die neuen Koordinaten in das Argument der Exponentialfunktion ergibt sich daraus ein von den Koeffizienten (a, b, c, d) , den Parametern $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ und den neuen Koordinaten (u_x, u_y, v_x, v_y) abhängiger Ausdruck des Argumentes der Exponentialfunktion

$$a x_1^2 + b x_2^2 + c y_1^2 + d y_2^2 = \frac{a \beta_1^2 + c \alpha_1^2}{(\alpha_1 + \beta_1)^2} u_x^2 + \frac{b \beta_2^2 + d \alpha_2^2}{(\alpha_2 + \beta_2)^2} u_y^2 +$$

$$\underbrace{\frac{2a \beta_1 - 2c \alpha_1}{(\alpha_1 + \beta_1)^2}}_{\stackrel{!}{=} 0} u_x v_x + \underbrace{\frac{2b \beta_2 - 2d \alpha_2}{(\alpha_2 + \beta_2)^2}}_{\stackrel{!}{=} 0} u_y v_x + \underbrace{\frac{a + c}{(\alpha_1 + \beta_1)^2}}_{\stackrel{!}{=} 1} v_x^2 + \underbrace{\frac{b + d}{(\alpha_2 + \beta_2)^2}}_{\stackrel{!}{=} 1} v_y^2.$$

Unter Berücksichtigung der Nebenbedingung, dass die gemischten Terme der Form $(u_x u_y, v_x v_y)$ verschwinden und Terme der Form (v_x^2, v_y^2) parameterfrei werden, lassen sich damit die Parameter $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ berechnen. Die daraus ermittelten Gleichungen für $(\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2)$ lauten:

$$\alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a+c}} \quad \beta_1 = \frac{c}{\sqrt{a+c}} \quad \alpha_2 = \frac{b}{\sqrt{b+d}} \quad \beta_2 = \frac{d}{\sqrt{b+d}}.$$

Die Determinante der Jacobi-Matrix, die sich durch die Koordinatentransformation ergibt, wird dem Integrand aufmultipliziert. Der Wert der Determinante ist $(\alpha_1 + \beta_1)^{-1}(\alpha_2 + \beta_2)^{-1}$. Nach dem Einsetzen der neuen Koordinaten und der berechneten Koeffizienten wird das Integral analytisch lösbar, wenn eine abschließende Koordinatentransformation auf Polarkoordinaten der Form

$$\begin{pmatrix} u_x \\ u_y \\ v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cos(\varphi) \\ r \sin(\varphi) \\ R \cos(\Phi) \\ R \sin(\Phi) \end{pmatrix}$$

durchgeführt wird. Der Wert der Jacobi-Determinante ist in diesem Fall $r R$. Die Berechnung des Integrals wird nun zunächst für φ und Φ von jeweils 0 bis 2π durchgeführt und danach die Integration über r und R von jeweils 0 bis ∞ ausgeführt. Der Grund für die Einhaltung der Reihenfolge der φ, Φ – und r, R – Integrationen liegt in dem zeitlichen Aufwand, der bei einer rechnerunterstützten Auswertung des Integrals benötigt wird.

4.3.3 Analytische Ergebnisse

Die analytische Berechnung der Matrixelemente wird mit Mathematica (Version 4.2, Programm im Anhang 8.2, Seite 127) durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Kalkulation sind in den folgenden Tabellen zusammengefasst. In der ersten Tabelle (Tabelle

4.4) sind die direkte Coulomb-Energien und die Austauschenergien von zwei Elektronen im Potential eines Quantenpunktes berechnet. Zwei weitere Tabellen (Tabelle 4.5 und 4.6) zeigen die Ergebnisse der Berechnung von den direkten Coulomb- und Austauschenergien eines Elektrons und eines Loches im Quantenpunktpotential. Insgesamt bestätigen diese Ergebnisse die in der Referenz [38] publizierten Berechnungen und es sind Ergänzungen zu den Ergebnissen aus dieser Referenz [38]. Insbesondere ist die Tabelle 4.6 über Ergebnisse der Elektron-Loch-Austauschenergie eine aktuelle Ergänzung.

Ψ_i^e	Ψ_j^e	E_{ij}^{ee}	Ψ_i^e	Ψ_j^e	E_{ij}^{ee}	Ψ_i^e	Ψ_j^e	X_{ij}^{ee}	Ψ_i^e	Ψ_j^e	X_{ij}^{ee}
s_0	s_0	1	p_{+1}	d_{-2}	$\frac{77}{128}$	s_0	p_{-1}	$\frac{1}{4}$	p_{-1}	d_{+2}	$\frac{15}{128}$
s_0	p_{-1}	$\frac{3}{4}$	p_{+1}	d_{+2}	$\frac{77}{128}$	s_0	p_{+1}	$\frac{1}{4}$	p_{+1}	d_{-2}	$\frac{15}{128}$
s_0	p_{+1}	$\frac{3}{4}$	p_{-1}	d_0	$\frac{37}{64}$	s_0	d_{-2}	$\frac{3}{32}$	p_{-1}	d_0	$\frac{37}{64}$
s_0	d_{-2}	$\frac{19}{32}$	p_{+1}	d_0	$\frac{37}{64}$	s_0	d_{+2}	$\frac{3}{32}$	p_{+1}	d_0	$\frac{37}{64}$
s_0	d_{+2}	$\frac{19}{32}$	d_0	d_0	$\frac{153}{256}$	s_0	d_0	$\frac{3}{16}$	d_0	d_0	$\frac{153}{256}$
s_0	d_0	$\frac{11}{16}$	d_0	d_{-2}	$\frac{273}{512}$	p_{-1}	p_{+1}	$\frac{3}{16}$	d_0	d_{-2}	$\frac{57}{512}$
p_{-1}	p_{+1}	$\frac{11}{16}$	d_0	d_{+2}	$\frac{273}{512}$	p_{-1}	p_{-1}	$\frac{11}{16}$	d_0	d_{+2}	$\frac{57}{512}$
p_{-1}	p_{-1}	$\frac{11}{16}$	d_{-2}	d_{-2}	$\frac{585}{1024}$	p_{+1}	p_{+1}	$\frac{11}{16}$	d_{-2}	d_{-2}	$\frac{585}{1024}$
p_{+1}	p_{+1}	$\frac{11}{16}$	d_{-2}	d_{+2}	$\frac{585}{1024}$	p_{-1}	d_{-2}	$\frac{31}{128}$	d_{-2}	d_{+2}	$\frac{105}{1024}$
p_{-1}	d_{-2}	$\frac{77}{128}$	d_{+2}	d_{+2}	$\frac{585}{1024}$	p_{+1}	d_{+2}	$\frac{31}{128}$	d_{+2}	d_{+2}	$\frac{585}{1024}$
p_{-1}	d_{+2}	$\frac{77}{128}$									

Tabelle 4.4:

Direkte Coulomb-Energie $E_{ij}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint |\Psi_i^e(\vec{r}_1)|^2 |\Psi_j^e(\vec{r}_2)|^2 / |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$ und Austauschenergie $X_{ij}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \Psi_i^e(\vec{r}_1)^* \Psi_j^e(\vec{r}_2)^* \Psi_i^e(\vec{r}_2) \Psi_j^e(\vec{r}_1) / |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$ von zwei Elektronen 'e' im harmonischen Quantenpunktpotential. Die Energien sind normiert auf die Coulomb-Energie $E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{l_e}$ von zwei Elektronen im s-Niveau mit $l_e = \frac{1}{\beta_e(B=0)} = \sqrt{\frac{\hbar}{m_e^* \omega_e}}$.

Ψ_i^e	Ψ_j^h	$-E_{ij}^{eh}$
s_0	s_0	$\frac{\sqrt{2}}{(1+\delta)^{1/2}}$
s_0	p_{-1}	$\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{2+\delta}{(1+\delta)^{3/2}}$
s_0	p_{+1}	
s_0	d_{-2}	$\frac{\sqrt{2}}{8} \frac{8+8\delta+3\delta^2}{(1+\delta)^{5/2}}$
s_0	d_{+2}	
s_0	d_0	$\frac{\sqrt{2}}{4} \frac{4+4\delta+3\delta^2}{(1+\delta)^{5/2}}$
p_{-1}	p_{-1}	$\frac{\sqrt{2}}{4} \frac{2+7\delta+2\delta^2}{(1+\delta)^{5/2}}$
p_{+1}	p_{-1}	
p_{+1}	p_{+1}	
p_{-1}	d_{-2}	$\frac{\sqrt{2}}{16} \frac{8+40\delta+23\delta^2+6\delta^3}{(1+\delta)^{7/2}}$
p_{-1}	d_{+2}	
p_{+1}	d_{-2}	
p_{+1}	d_{+2}	
p_{-1}	d_0	$\frac{\sqrt{2}}{8} \frac{4+20\delta+7\delta^2+6\delta^3}{(1+\delta)^{7/2}}$
p_{+1}	d_0	
d_0	d_0	$\frac{3\sqrt{2}}{16} \frac{4+4\delta+35\delta^2+4\delta^3+4\delta^4}{(1+\delta)^{9/2}}$
d_0	d_{-2}	$\frac{3\sqrt{2}}{32} \frac{8+8\delta+51\delta^2+20\delta^3+4\delta^4}{(1+\delta)^{9/2}}$
d_0	d_{+2}	
d_{-2}	d_{-2}	$\frac{3\sqrt{2}}{64} \frac{8+40\delta+99\delta^2+40\delta^3+8\delta^4}{(1+\delta)^{9/2}}$
d_{+2}	d_{-2}	
d_{+2}	d_{+2}	

Tabelle 4.5:

Direkte Coulomb-Energie $E_{ij}^{eh} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint |\Psi_i^e(\vec{r}_1)|^2 |\Psi_j^h(\vec{r}_2)|^2 / |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$ von einem Elektron und einem Loch im harmonischen Quantenpunktpotential normiert auf $E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{l_e}$. Der Parameter δ ist definiert als $\delta = (l_h/l_e)^2$; l_e und l_h sind die Einschlusslängen von Elektron 'e' und Loch 'h'.

Ψ_i^e	Ψ_j^h	$-X_{ij}^{eh}$
s_0	s_0	$\frac{2\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{3/2}}$
s_0	p_{-1}	$\frac{\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{5/2}}$
s_0	p_{+1}	$\frac{\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{5/2}}$
s_0	d_{-2}	$\frac{3}{4} \frac{\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{7/2}}$
s_0	d_{+2}	$\frac{3}{4} \frac{\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{7/2}}$
s_0	d_0	$\frac{\sqrt{2\delta}}{2} \frac{3 - 4\delta + 4\delta^2}{(1+\delta)^{7/2}}$
p_{+1}	p_{-1}	$\frac{3}{2} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{7/2}}$
p_{-1}	p_{-1}	$\frac{11}{2} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{7/2}}$
p_{+1}	p_{+1}	$\frac{11}{2} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{7/2}}$
p_{-1}	d_{+2}	$\frac{15}{8} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{9/2}}$
p_{+1}	d_{-2}	$\frac{15}{8} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{9/2}}$
p_{-1}	d_{-2}	$\frac{31}{8} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{9/2}}$
p_{+1}	d_{+2}	$\frac{31}{8} \frac{\delta\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{9/2}}$
p_{-1}	d_0	$\frac{\delta^2\sqrt{2\delta}}{4} \frac{15 - 12\delta + 4\delta^2}{(1+\delta)^{9/2}}$
p_{+1}	d_0	$\frac{\delta^2\sqrt{2\delta}}{4} \frac{15 - 12\delta + 4\delta^2}{(1+\delta)^{9/2}}$
d_0	d_0	$\frac{3\sqrt{2\delta}}{8} \frac{4 - 36\delta + 115\delta^2 - 36\delta^3 + 4\delta^4}{(1+\delta)^{11/2}}$
d_0	d_{-2}	$\frac{3\sqrt{2\delta}}{16} \frac{4 - 20\delta + 35\delta^2}{(1+\delta)^{11/2}}$
d_0	d_{+2}	$\frac{3\sqrt{2\delta}}{16} \frac{4 - 20\delta + 35\delta^2}{(1+\delta)^{11/2}}$
d_{-2}	d_{-2}	$\frac{585}{32} \frac{\delta^2\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{11/2}}$
d_{+2}	d_{+2}	$\frac{585}{32} \frac{\delta^2\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{11/2}}$
d_{+2}	d_{-2}	$\frac{105}{32} \frac{\delta^2\sqrt{2\delta}}{(1+\delta)^{11/2}}$

Tabelle 4.6:

Austauschenergie $X_{ij}^{eh} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \Psi_i^e(\vec{r}_1)^* \Psi_j^h(\vec{r}_2)^* \Psi_i^e(\vec{r}_2) \Psi_j^h(\vec{r}_1) / |\vec{r}_1 - \vec{r}_2| d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$ von einem Elektron und einem Loch im harmonischen Quantenpunktpotential normiert auf $E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{l_e}$. Der Parameter δ ist definiert als $\delta = (l_h/l_e)^2$; l_e und l_h sind die Einschlusslängen von Elektron 'e' und Loch 'h'.

Kapitel 5

Optik an geladenen Quantenpunktexzitonen

Unter Optik an geladenen Quantenpunktexzitonen ist die Spektroskopie von Quantenpunktstrukturen unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes zu verstehen. Das elektrische Feld wird durch eine Feldeffektstruktur erzeugt, bei der das Probenmaterial in eine Struktur eingebettet ist, ähnlich der eines Plattenkondensators (Kapitel 2.2.2, Seite 8). In Kapitel 2.3.1 (Seite 9) wurde der Feldeffekt dazu ausgenutzt, um durch Veränderung der Gatespannung eine Verkippung der Bandstruktur und einer damit verbundenen sukzessiven Befüllung der Quantenpunkte mit Elektronen zu erreichen. Die Folge dieses Ladeeffektes in der Kapazitätsspektroskopie ist eine Zunahme der Kapazität genau dann, wenn das Tunneln von einzelnen Elektronen in den Quantenpunkt möglich wird. Diese Art des Ladeeffektes ist auch aus Transportuntersuchungen von Quantenpunkten bekannt, bei denen eine ausgeprägte Resonanzlinie im Tunnelstrom auftritt, wenn die Resonanzbedingung erfüllt ist. Die Bedingung für das Auftreten von Resonanzlinien ist einerseits an Quantisierungseffekte, resultierend aus der Quantenpunktgeometrie, und andererseits an Coulomb-Blockadeeffekte geknüpft. Je nach Stärke des Einschlusspotentials werden diese Effekte verschieden stark auftreten. Bei den verwendeten Quantenpunktstrukturen handelt es sich um ein vergleichsmäßig starkes Einschlusspotential, wodurch zusätzlich zu den Quantisierungseffekten noch Coulomb-Blockadeeffekte sichtbar werden (Abb. 2.5, Seite 11). In Anlehnung an die Experimente aus der Transportuntersuchung und der Kapazitätsspektroskopie von Quantenpunkten liegt das Interesse der optischen Spektroskopie in der Untersuchung von einzelnen Quantenpunkten. Obgleich Transportexperimente an einzelnen, lithographisch definierten Quantenstrukturen [14] durchgeführt werden können, werden Quanteneffekte bei derartigen Strukturen erst im Bereich von unter einem Kelvin sichtbar, da in diesem Temperaturbereich die thermische Energie wesentlich kleiner ist als die Ladeenergie. Experimente der Kapazitätsspektroskopie sind Untersuchungen an einem Ensemble

von Quantenpunkten und ungeeignet zur Beobachtung von Wechselwirkungseffekten wegen der auftretenden Inhomogenität der Quantenpunkte aufgrund des Wachstumsprozesses. Die optische Spektroskopie im Bereich der Mikro-Photolumineszenz liefert hier die Möglichkeit, wechselwirkende Elektronen oder Wechselwirkungen zwischen Löchern und Elektronen in einzelnen Quantenpunkten zu untersuchen. Im Weiteren werden diese beiden Wechselwirkungseffekte genauer betrachtet.

5.1 Elektron-Elektron Wechselwirkung

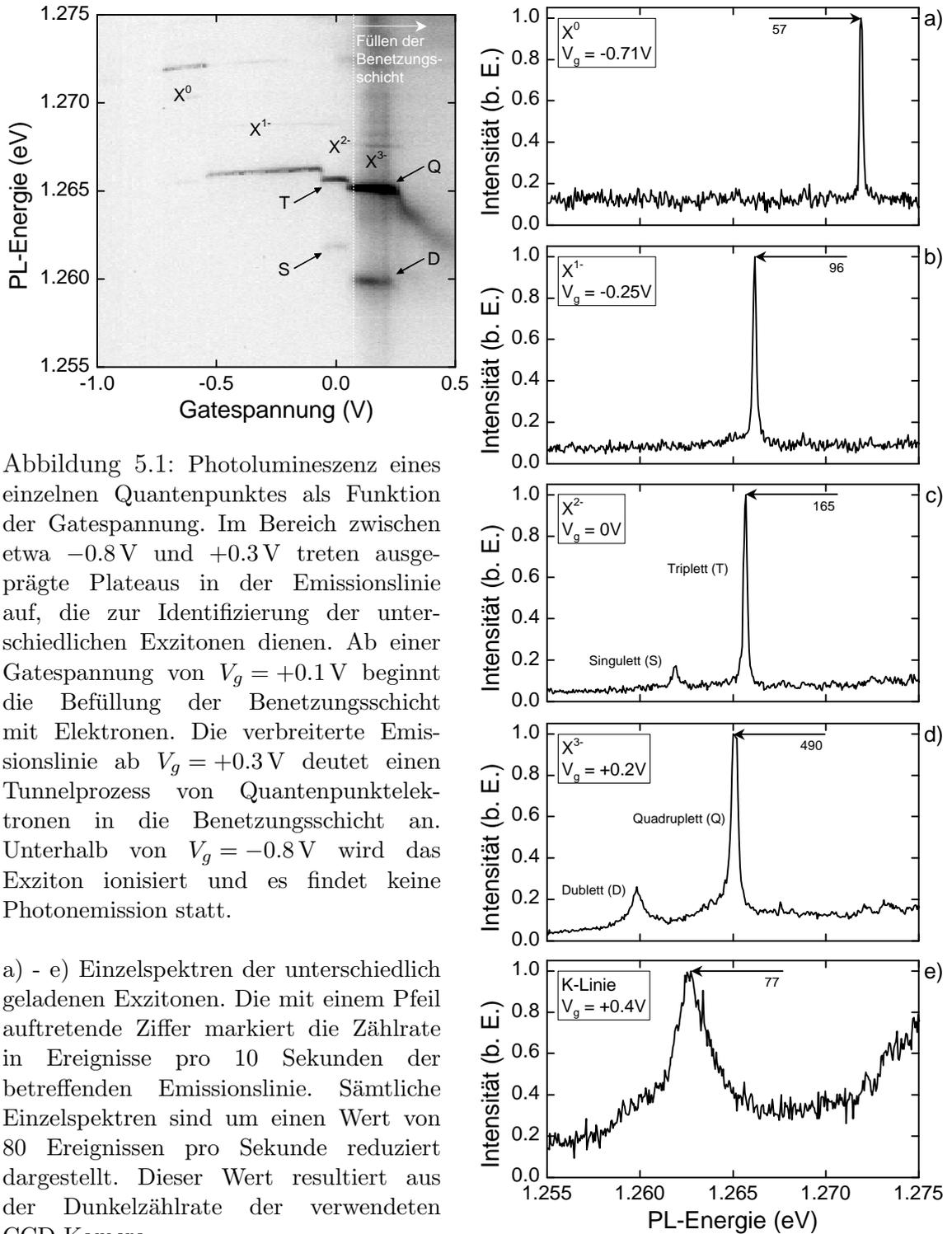
Die Untersuchung von Wechselwirkungseffekten zwischen Ladungsträgern wird an einem einzelnen Quantenpunkt vorgenommen. Repräsentativ für diese Art der Messtechnik ist in Abb. 5.1 die Emissionslinie eines einzelnen Quantenpunktes als Funktion der Gatespannung dargestellt. In dieser Grafik ist eine Aneinanderreihung von Einzelspektren gezeigt, wobei der Intensität der Photolumineszenz eine Graustufenkodierung zugeordnet ist. Helle Bereiche repräsentieren geringe Intensität (Zählrate: 85 Ereignisse pro 10 Sekunden) und dunkle Bereiche hohe Intensität (Zählrate: 600 Ereignisse pro 10 Sekunden). Die Emissionslinie zeigt zwei charakteristische Effekte:

1. Die Emissionslinie verläuft nicht kontinuierlich mit der Gatespannung, sondern es treten Stufen auf, genau dann, wenn ein zusätzliches Elektron in den Quantenpunkt gelangt.

2. Die Bereiche, in denen die Emissionslinie kontinuierlich verläuft, sogenannte Plateaus der Emissionslinie sind zu niedrigeren Energien hin verschoben (Rotverschiebung). Diese Verschiebung ist die Folge eines Emissionsprozesses von einem Anfangszustand in einen Endzustand, bei dem die Rekombination überwiegend von einem s-Elektron mit einem s-Loch stattfindet. Bei hoher Pumpleistung können zusätzlich zur Rekombination von Ladungsträgern im Grundzustand noch Rekombinationen aus angeregten Zuständen stattfinden (Abb. 2.6, Seite 12).

Es hat sich gezeigt, dass sich diese beiden Effekte zur Identifikation für die unterschiedlich geladenen Exzitonen eignen. Demnach werden die auftretenden Plateaus der Reihe nach mit X^0 , X^{1-} , X^{2-} , und X^{3-} entsprechend der Emissionslinie eines neutralen, einfach negativ geladenen, zweifach negativ geladenen und dreifach negativ geladenen Exzitons (X) bezeichnet.

Vom physikalischen Standpunkt aus gesehen, wird der charakteristische Verlauf der Emissionslinie wie folgt beschrieben: Die experimentelle Grundidee ist die Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren mittels eines Lasers. Das damit erzeugte Exziton relaxiert in das Quantenpunktpotential und emittiert ein Photon. Befindet sich der Quantenpunkt im Einfluss des elektrischen Feldes bei einer Gatespannung V_g unterhalb von etwa -0.8 V , dann ionisiert das starke elektrische Feld von bis zu 80 kV/cm das Exziton. Anders ausgedrückt und unter Verwendung von Abb. 2.3 (Seite 10), verursacht das hohe elektrische Feld eine stark verkippte Bandstruktur,



so dass sich zwischen der Schicht der Quantenpunkte und dem Rückkontakt eine Dreieckspotentialbarriere ausbildet. Ist die Tunnelzeit durch die Barriere geringer als die Rekombinationszeit, dann tritt eine Ionisation des Exzitons auf, und es wird keine Photolumineszenz beobachtet. Befinden sich die Tunnelzeit und die Rekombinationszeit im Gleichgewicht, was durch Erhöhung der Gatespannung bei einem bestimmten Wert erreicht wird, wird die Beobachtung von Photolumineszenzstrahlung erstmals ermöglicht. Dies tritt in Abb. 5.1 bei etwa -0.8 V auf. Bei weiterer Erhöhung der Gatespannung wird die Tunnelwahrscheinlichkeit stetig geringer, und es stellt sich eine konstante Intensität der Emissionslinie ein. Eine Veränderung im Emissionsspektrum ergibt sich ab einer Gatespannung von etwa -0.6 V , bei der sich die Emissionslinie um etwa 7 meV zu geringeren Energien hin verschiebt. Diese Energieverschiebung entspricht der Bindungsenergie eines einfach negativ geladenen Exzitons (X^{1-}) [9]. Während des Existenzbereiches (-0.8 V bis -0.6 V) des neutralen Exzitons (X^0) verläuft die Emissionslinie kontinuierlich und die Anzahl der im Quantenpunkt befindlichen Ladungen bleibt konstant. Der dafür verantwortliche Effekt wird als Coulomb-Blockadeeffekt bezeichnet und tritt bei jedem einzelnen Plateau der Emissionslinie auf. Die Coulomb-Blockade verhindert ein kontinuierliches Tunneln von Elektronen aus dem Rückkontakt in den Quantenpunkt bis die Coulomb-Energie E_{ss}^{ee} zwischen zwei Elektronen im s-Niveau überwunden wird. Die Veränderung ΔV_g der Gatespannung ist proportional zu einer elektrostatischen Energie $E(\Delta V_g)$ mit einem Proportionalitätsfaktor von $\frac{1}{5}$ [9], [38]. Die exakten Energie- und Gatespannungswerte sind der Tabelle 5.1 zu entnehmen. Demnach entspricht der Existenzbereich des X^0 -Exzitons in etwa der Coulomb-Energie E_{ss}^{ee} zwischen zwei Elektronen im s-Niveau. Der exakte Ausdruck für diesen Energieunterschied ergibt sich aus einer Energiebilanzberechnung im Ein-Teilchenbild und lautet: $E(\Delta V_g, X^0) = E_{ss}^{ee} - E_{ss}^{eh} + X_{ss}^{eh}$. $E(\Delta V_g, X^0)$ ist der in Energie berechnete Gatespannungsunterschied für den Existenzbereich des auftretenden X^0 -Exzitons, E_{ss}^{ee} ist die elektronische Coulomb-Energie und E_{ss}^{eh} , X_{ss}^{eh} sind die Coulomb- und Austauschenergie zwischen Elektron und Loch. Da die letzten beiden Terme im Vergleich zum ersten Term sich um etwa eine Größenordnung [52] unterscheiden, entspricht die Energie $E(\Delta V_g, X^0)$ in etwa der Energie E_{ss}^{ee} von 35 meV .

Der Existenzbereich des X^{1-} -Exzitons ist verglichen mit dem des neutralen Exzitons verhältnismäßig groß. Diese Tatsache lässt sich durch das Ein-Teilchenbild erklären. Das X^{1-} -Exziton besteht aus einem Elektron, einem Loch und einem zusätzlichen Elektron aus dem Rückkontakt, resultierend von einem Tunnelprozess. Damit ist das s-Elektronenniveau vollständig besetzt. Ein weiteres Elektron muss nun zusätzlich zur Coulomb-Energie die Quantisierungsenergie $\hbar\omega_e$ aufbringen, um das p-Orbital zu besetzen. Schon aus dieser qualitativen Argumentation wird ersichtlich, dass aus dem Vergleich der Plateaulängen des X^0 - und X^{1-} -Exzitons, in Einheiten von Energie, die Besetzung des p-Orbitals eine wesentlich höhere Energie erfordert als im Vergleich zu den auftretenden Wechselwirkungsenergien. Die

Exziton	E_{PL}^a	V_g^a	E_{PL}^b	V_g^b
X^0	1.27192 eV	-0.72617 V	1.27216 eV	-0.55061 V
X^{1-}	1.26592 eV	-0.55061 V	1.26631 eV	-0.06036 V
X_T^{2-}	1.26567 eV	-0.06036 V	1.26572 eV	+0.04564 V
X_S^{2-}	1.26183 eV	-0.06036 V	1.26198 eV	+0.04564 V
X_Q^{3-}	1.26523 eV	+0.04564 V	1.26513 eV	+0.25709 V
X_D^{3-}	1.26001 eV	+0.04564 V	1.25986 eV	+0.23942 V

Exziton	$\Delta E_{PL} = E_{PL}^b - E_{PL}^a$	$\Delta V_g = V_g^b - V_g^a$	$\Delta E_{PL} / \Delta V_g$	$\frac{1}{5}e\Delta V_g$
X^0	+0.24 meV	175.56 mV	+1.367 meV/V	35.11 meV
X^{1-}	+0.39 meV	490.25 mV	+0.796 meV/V	98.06 meV
X_T^{2-}	+0.05 meV	106.00 mV	+0.472 meV/V	21.20 meV
X_S^{2-}	+0.15 meV	106.00 mV	+1.415 meV/V	21.20 meV
X_Q^{3-}	-0.10 meV	211.45 mV	-0.473 meV/V	42.29 meV
X_D^{3-}	-0.15 meV	193.78 mV	-0.774 meV/V	38.75 meV

Tabelle 5.1: Energiewerte der Photolumineszenz und Gatespannungswerte, an denen ein Energiesprung in der Emissionslinie auftritt. Die Wertepaare (E_{PL}^a, V_g^a) und (E_{PL}^b, V_g^b) stellen die Position für das Auftreten und Verschwinden der Photolumineszenz an unterschiedlichen exzitonischen Zustände dar. Aus den Differenzen der Energie (ΔE_{PL}) und der Gatespannung (ΔV_g) lässt sich eine mittlere Energieverschiebung wegen des auftretenden Stark-Effektes für jedes Plateau ermitteln. Die Umrechnung der Gatespannungsdifferenz in eine Energiedifferenz kann über das Prinzip des geometrischen Hebelarmes erfolgen, bei dem die Schicht der Quantenpunkte 25 nm und die Gateelektrode 175 nm vom Rückkontakt entfernt liegen. Das geometrische Verhältnis ($\frac{1}{7}$) ist geringfügig kleiner als das experimentell gemessene ($\frac{1}{5}$, [11]).

zusätzlich aufzubringende Energie ist die Quantisierungsenergie $\hbar\omega_e$ und dies zeigt, dass sich die Quantenpunkte des untersuchten Probenmaterials im Bereich des starken Einschlusspotentials befinden.

In der Diskussion des X^0 -Exzitons und X^{1-} -Exzitons wurde demonstriert, dass sich die beiden Emissionslinien, abgesehen von den Ladungseffekten, nicht wesent-

lich voneinander unterscheiden. Anders verhält es sich mit dem X^{2-} -Exziton. Es ist eine Aufspaltung der Emissionslinie in zwei Linien als Folge des Auftretens von zwei unterschiedlichen Endzuständen nach Photonemission zu beobachten. Nach der Emission des Photons bleiben im Quantenpunkt ein Elektron im s-Niveau und ein Elektron im p-Niveau zurück. Nach der Quantenmechanik lassen sich die mit einer Spinquantenzahl $= \frac{1}{2}$ beschriebenen Teilchen zu insgesamt 4 unterschiedlichen Zuständen mit Gesamtspin $S = 1$ und $S = 0$ kombinieren. In der Tabelle 5.2 sind die vier möglichen Spinwellenfunktionen gezeigt, wobei die Spinwellenfunktionen für den Gesamtspin $S = 1$ symmetrische unter Vertauschung der Elektronen sind, und die Spinwellenfunktion für den Gesamtspin $S = 0$ antisymmetrisch ist. Die in den Wellenfunktionen verwendeten Symbole repräsentieren die z-Komponente des Elektronenspins für $S_z = \frac{1}{2}$ (\uparrow) und $S_z = -\frac{1}{2}$ (\downarrow).

Analog zum angeregten Heliumatom [40] zeigt sich eine energetische Aufspaltung zwischen den beiden Endzuständen des X^{2-} -Exzitons aus Gründen der Symmetrie. Für den ($S = 0$)-Endzustand, auch Singulett-Zustand (S) genannt, ist die Ortswellenfunktion symmetrisch unter Vertauschung der Elektronen, und es besteht daher eine nicht verschwindende Wahrscheinlichkeit, dass der Relativabstand der beiden Elektronen sehr klein werden darf, was zu einer hohen Coulomb-Energie führt. Im Gegensatz dazu ist die Ortswellenfunktion für den ($S = 1$)-Endzustand, auch Triplett-Zustand (T) genannt, antisymmetrisch unter Vertauschung der Elektronen und dies führt zu einem großen Relativabstand und damit zu einer geringeren Coulomb-Energie. Aus Gründen des Photonemissionsmechanismus, bei dem die Energie des Photons als die Differenzenergie des Anfangszustandes und Endzustandes gegeben ist, liegt der Singulett-Zustand energetisch niedriger. Die Energiedifferenz zwischen dem Triplett-Zustand und Singulett-Zustand entspricht der zweifachen Austauschenergie X_{sp}^{ee} und ist definiert als die Energie einer Austauschwechselwirkung zwischen einem s-Elektron und einem p-Elektron [9]. Aus dem Energieunterschied von 3.84 meV (Tabelle 5.4) ergibt sich eine Austauschenergie von $X_{sp}^{ee} = 1.92$ meV.

Das dreifach negativ geladene Exziton (X^{3-}), das im Gatespannungsbereich zwischen etwa +0.05 V und +0.25 V auftritt, zeigt gleichfalls eine in zwei Anteile aufgespaltene Linie, die Quadruplett(Q)- und die Duplett(D)-Linie. Aus einer analogen Argumentation, wie im Fall des X^{2-} -Exzitons, ergeben sich im Endzustand des X^{3-} -Exzitons zwei unterschiedliche Gesamtspinkonfigurationen aus der Kombination des Spins der drei, nach Photonemission, im Quantenpunkt verbleibenden Elektronen. Der Endzustand mit dem Gesamtspin $S = \frac{3}{2}$ entspricht der Quadruplett-Linie und der Gesamtspin $S = \frac{1}{2}$ der Duplett-Linie. Der Energieunterschied zwischen den beiden Linien resultiert, wie im Fall des X^{2-} -Exzitons, aus dem Auftreten einer Austauschwechselwirkung. Es ergibt sich ein Energieunterschied von 5.22 meV der in diesem Fall der dreifachen Austauschenergie X_{sp}^{ee} entspricht. Die sich ergebende Austauschenergie beträgt 1.74 meV.

Gesamtspinwellenfunktion (2 Elektronen)	$(\sum_{i=1}^2 s_i)^2$	$\sum_{i=1}^2 s_{iz}$	$ S, S_z\rangle$
$\Psi_1^T = \uparrow\uparrow\rangle$	$2\hbar^2$	$+\hbar$	$ 1, 1\rangle$
$\Psi_2^T = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow\rangle + \downarrow\uparrow\rangle)$	$2\hbar^2$	0	$ 1, 0\rangle$
$\Psi_3^T = \downarrow\downarrow\rangle$	$2\hbar^2$	$-\hbar$	$ 1, -1\rangle$
$\Psi_1^S = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\downarrow\rangle - \downarrow\uparrow\rangle)$	0	0	$ 0, 0\rangle$

Tabelle 5.2: Darstellung der Gesamtspinwellenfunktion für 2 Elektronen aus der Spinwellenfunktion im Ein-Teilchenbild. Symbol “ \uparrow “ repräsentiert die z-Komponente des Elektronenspins $s_z = +\frac{1}{2}\hbar$ und Symbol “ \downarrow “ die z-Komponente des Elektronenspins $s_z = -\frac{1}{2}\hbar$. Es sind der Triplett-Zustand mit Gesamtspin $S_z = 1$ (dreifach entartet) und der Singulett-Zustand mit Gesamtspin $S_z = 0$ gezeigt.

Gesamtspinwellenfunktion (3 Elektronen)	$(\sum_{i=1}^3 s_i)^2$	$\sum_{i=1}^3 s_{iz}$	$ S, S_z\rangle$
$\Psi_1^Q = \uparrow\uparrow\uparrow\rangle$	$\frac{15}{4}\hbar^2$	$+\frac{3}{2}\hbar$	$ \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$
$\Psi_2^Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + \uparrow\downarrow\uparrow\rangle + \downarrow\uparrow\uparrow\rangle)$	$\frac{15}{4}\hbar^2$	$+\frac{1}{2}\hbar$	$ \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
$\Psi_3^Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + \downarrow\uparrow\downarrow\rangle + \uparrow\downarrow\downarrow\rangle)$	$\frac{15}{4}\hbar^2$	$-\frac{1}{2}\hbar$	$ \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$
$\Psi_4^Q = \downarrow\downarrow\downarrow\rangle$	$\frac{15}{4}\hbar^2$	$-\frac{3}{2}\hbar$	$ \frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\rangle$
$\Psi_1^D = \frac{1}{\sqrt{6}} (\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + \uparrow\downarrow\uparrow\rangle - 2 \downarrow\uparrow\uparrow\rangle)$	$\frac{3}{4}\hbar^2$	$+\frac{1}{2}\hbar$	$ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
$\Psi_2^D = \frac{1}{\sqrt{6}} (\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + \downarrow\uparrow\downarrow\rangle - 2 \uparrow\downarrow\downarrow\rangle)$	$\frac{3}{4}\hbar^2$	$-\frac{1}{2}\hbar$	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$
$\Psi_3^D = \frac{1}{\sqrt{2}} (\uparrow\uparrow\downarrow\rangle - \uparrow\downarrow\uparrow\rangle)$	$\frac{3}{4}\hbar^2$	$+\frac{1}{2}\hbar$	$ \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle$
$\Psi_4^D = \frac{1}{\sqrt{2}} (\downarrow\downarrow\uparrow\rangle - \downarrow\uparrow\downarrow\rangle)$	$\frac{3}{4}\hbar^2$	$-\frac{1}{2}\hbar$	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$

Tabelle 5.3: Darstellung der Gesamtspinwellenfunktion für 3 Elektronen aus der Spinwellenfunktion im Ein-Teilchenbild. Symbol “ \uparrow “ repräsentiert die z-Komponente des Elektronenspins $s_z = +\frac{1}{2}\hbar$ und Symbol “ \downarrow “ die z-Komponente des Elektronenspins $s_z = -\frac{1}{2}\hbar$. Es sind der Quadruplett-Zustand mit Gesamtspin $S_z = \frac{3}{2}$ (vierfach entartet bezüglich Gesamtspin) und der Duplett-Zustand mit Gesamtspin $S_z = \frac{1}{2}$ (zweifach entartet bezüglich der z-Komponente des Gesamtspins) gezeigt.

Energiedifferenz der Emissionslinie
$E(X^0) - E(X^{1-}) = 6.24 \text{ meV}$
$E(X^{1-}) - E(X_T^{2-}) = 0.64 \text{ meV}$
$E(X_T^{2-}) - E(X_S^{2-}) = 3.84 \text{ meV}$
$E(X_T^{2-}) - E(X_Q^{3-}) = 0.49 \text{ meV}$
$E(X_Q^{3-}) - E(X_D^{3-}) = 5.22 \text{ meV}$

Tabelle 5.4: Werte der Energiedifferenzen in der Photolumineszenz zum nächsten, höher geladenen Exziton.

Nach der Quantentheorie kombinieren die Spinwellenfunktionen der drei Elektronen zu acht verschiedenen Gesamtspinwellenfunktionen, die sich in eine Gruppe von vier, dem Quadruplett, und zwei Gruppen von je zwei Gesamtspinwellenfunktionen, dem Duplett, einteilen lassen. Die ersten vier sind symmetrisch unter Vertauschung von zwei Elektronen und die letzten vier sind antisymmetrisch [45]. In der Tabelle 5.3 sind zusätzlich zu den acht möglichen Gesamtspinwellenfunktionen der Wert des dazugehörigen Gesamtspins und die z-Komponente des Gesamtspins angegeben.

Der in Abb. 5.1 (Seite 67) gezeigte Verlauf der Emissionslinie ist durch den auftretenden Ladeffekt unstetig. Wird eine Darstellung generiert, die den Ladeffekt eliminiert, so ist eine parabolische Energieverschiebung der Emissionslinie zu beobachten, die auf einen auftretenden Stark-Effekt zurückschließen lässt. Eine ausführliche Analyse kann der Referenz [A3] und [11] entnommen werden.

5.2 Elektron-Loch Wechselwirkung

Bei der Erzeugung von Photolumineszenzstrahlung ist während des Rekombinationsprozesses ein s-Elektron und ein s-Loch beteiligt. Grundsätzlich sind damit Wechselwirkungseffekte zwischen den Elektronen und dem Loch im Quantenpunktpotential zu beobachten und zu berücksichtigen. Jedoch sind die Wechselwirkungsenergien im Vergleich zur Quantisierungsenergie gering [52]. Wesentlich stärker tritt dieser Effekt der Elektron-Loch Wechselwirkung bei der Erzeugung von zwei Löchern mittels Erhöhung der Pumplaserleistung auf. Es bilden sich Komplexe mit einem Elektron gebunden an zwei Löchern, dem X^{1+} -Exziton oder zwei Elektronen gebunden an zwei Löchern, dem Biexziton ($2X^0$) oder höher geladene Biexzitonen. In Abb. 5.2 wird demonstriert, wie sich die erhöhte Laserleistung auf das Photolumineszenzspektrum auswirkt. Zu den bekannten Emissionslinien die in Abschnitt 5.1 an Abb. 5.1 diskutiert wurden, treten noch weitere Linien im Spektrum auf. Es sind Emissionslinien von unterschiedlich geladenen Biexzitonen ($2X^0$, $2X^{1-}$, $2X^{2-}$), deren Linien teilweise mehrfach aufgespalten sind.

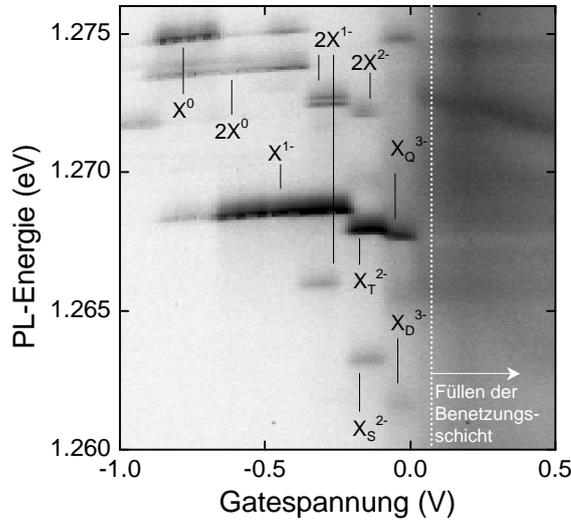


Abbildung 5.2: Emissionslinie eines einzelnen Quantenpunktes als Funktion der Gatespannung. Die Erzeugung von Biexzitonen ($2X^0$, $2X^{1-}$, $2X^{2-}$, ...) das aus zwei einfachen Exzitonen (X^0 , X^{1-} , X^{2-} , ...) besteht, führt zu zusätzlichen Emissionslinien im Spektrum [52].

Für einen anisotropen Quantenpunkt ist die Entartung des exzitonen Grundzustandes durch die Austauschwechselwirkung zwischen Elektron und Loch aufgehoben, was in zwei energetisch unterscheidbaren Emissionslinien resultiert. Im Fall des X^0 -Exzitons besitzt dieses einen "Hell"-Zustand ($l = \pm 1$) und einen "Dunkel"-Zustand ($l = \pm 2$). Wegen der Auswahlregeln für die Photonemission ist nur der "Hell"-Zustand optisch aktiv. Die Beobachtung der Photolumineszenz des "Dunkel"-Zustand kann dadurch erreicht werden, dass ein Symmetriebruch eingeführt wird, entweder durch ein starkes Magnetfeld oder durch ein mechanisches Spannungsfeld, das zu einem anisotropen Quantenpunktpotential führt. Eine weitere Möglichkeit, die Austauschwechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Loch, zu messen ist die Untersuchung von Biexzitonen. Nach Akimov et al. [51] zeigt die Emission des geladenen Biexzitons eine Aufspaltung in der Emissionslinie, die aus der Austauschwechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Loch im Endzustand resultiert. Analog zur Ermittlung der Austauschwechselwirkung zwischen zwei Elektronen, die wie im vorherigen Abschnitt besprochen, kann die Austauschwechselwirkung zwischen einem Elektron und einem Loch direkt aus dem Energieunterschied der Linienaufspaltung berechnet werden [52]. Diese alternative Messmethode erweist sich als sehr günstig, da weder ein Magnetfeld noch ein Spannungsfeld notwendig sind, um den Effekt zu beobachten.

Kapitel 6

Magnetooptik an Quantenpunktexzitonen

6.1 Spin-Zeeman-Effekt und diamagnetische Verschiebung

Im vorangegangenen Kapitel wurde gezeigt, in welcher Weise eine Unterscheidung zwischen den unterschiedlich geladenen Exzitonen erreicht wird. Mit dieser einfachen Methode des kontrollierten Definierens von exzitonen Zuständen mittels einer Gatespannung lassen sich die unterschiedlichen Ladungszustände von Exzitonen im Magnetfeld untersuchen. Als Beispiel soll das neutrale Exziton im Magnetfeld diskutiert werden. Um die, durch das Magnetfeld bedingte, Energieverschiebung zu berechnen, wird die Energie im Anfangszustand und im Endzustand anhand von Abb. 6.1 ermittelt. Hierin entsprechen $\hbar\omega_e$ und $\hbar\omega_h$ den Quantisierungsenergien für das Elektron und Loch, und E_g^* entspricht dem Energieabstand vom Elektronpotential zum Lochpotential. Das X^0 -Exziton im Quantenpunktpotential bindet ein Elektron an ein Loch. Nach der Photonemission ist der Quantenpunkt unbesetzt, und es ergibt sich der Vakuumzustand, dessen Energie mit $E = 0$ definiert wird. Für die

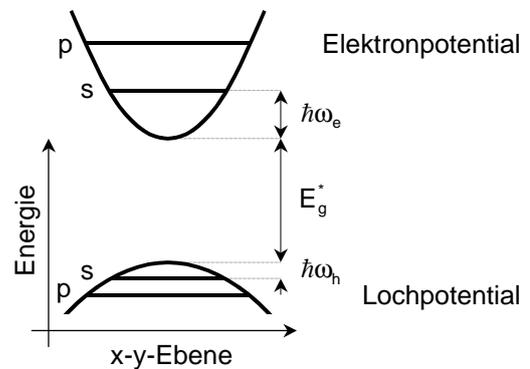


Abbildung 6.1: Schematische Darstellung der Energieverhältnisse eines Quantenpunktes bei Verwendung eines parabolischen Einschlusspotentials. Bezeichnungen: $\hbar\omega_e$ und $\hbar\omega_h$ sind die Quantisierungsenergien für Elektron (e) und Loch (h); E_g^* ist der Energieabstand vom Elektronpotential zum Lochpotential.

Quantisierungsenergie im Magnetfeld werden die Ergebnisse aus Kapitel 4.2 (Seite 47) verwendet mit der Energie

$$E_s^e(B) = \hbar\omega_e \sqrt{1 + \frac{\omega_c^2}{4\omega_e^2}} \pm s_z^e g_e \mu_B B$$

für das Elektron im s-Niveau des Elektronpotentials und der Energie

$$E_s^h(B) = \hbar\omega_h \sqrt{1 + \frac{\omega_c^2}{4\omega_h^2}} \pm s_z^h g_h \mu_B B$$

für das Loch im s-Niveau des Lochpotentials. Zusätzlich tritt ein Spin-Zeeman-Term $s_z^{e/h} g_{e/h} \mu_B B$ auf, mit $s_z^e = \pm \frac{1}{2}$ und $s_z^h = \pm \frac{3}{2}$ der z-Komponente des Elektron- bzw. Lochspins.

Ganz allgemein ergibt sich nun die Photolumineszenzenergie aus der Differenzbildung zwischen der Energie eines Anfangszustandes und der Energie eines Endzustandes. Im Fall des X^0 -Exzitons ist der Anfangszustand durch ein s-Elektron und ein s-Loch definiert und der Endzustand entspricht dem Vakuumzustand eines unbesetzten Quantenpunktes mit Energie gleich Null. Wegen der unterschiedlichen Kombinationsmöglichkeiten aus dem Elektronenspin und dem Lochspin im Anfangszustand, ergeben sich daraus für das X^0 -Exziton vier energetisch unterschiedliche Anfangszustände. Aufgrund der Auswahlregeln für optische Übergänge sind nur zwei der vier möglichen Übergänge erlaubt. Eine anschauliche Darstellung der optischen Übergänge wird in Abb. 6.3 auf Seite 79 gegeben. Unter Vernachlässigung der Bindungsenergie E_{ss}^{eh} des Exzitons ergibt demnach für die Photolumineszenzenergie der Ausdruck $E_{PL}(B) = E_g^* + E_s^e(B) + E_s^h(B)$. Die Quantenpunkte des verwendeten Probenmaterials zeigen ein starkes Einschlusspotential, das zu der gerechtfertigten Annahme von $\omega_e, \omega_h \gg \omega_c$ führt. Unter Berücksichtigung dieser Annahme, womit die Beziehung für die Energie entwickelt werden kann, und der Einführung eines Pseudospins $g_h^* = 3g_h$ ergibt sich ein Ausdruck für die Emissionsenergie zu

$$E_{PL}(B) = E_0 + \frac{e^2}{8} \left(\frac{l_e^2}{m_e} + \frac{l_h^2}{m_h} \right) B^2 \pm \frac{1}{2} (g_e + g_h^*) \mu_B B$$

mit $E_0 = E_g^* + \hbar\omega_e + \hbar\omega_h$, $l_e = \sqrt{\frac{\hbar}{m_e \omega_e}}$ und $l_h = \sqrt{\frac{\hbar}{m_h \omega_h}}$ den Einschlusslängen für das Elektron und für das Loch. In der Referenz [38] sind experimentelle Werte für $l_e = 7.6$ nm, $l_h = 3.5$ nm, $m_e = 0.07 m_0$ und $m_h = 0.25 m_0$ angegeben. Eine Umformung des Ausdrucks $\left(\frac{l_e^2}{m_e} + \frac{l_h^2}{m_h} \right)$ nach $\frac{l_e^2}{m_e} \left(1 + \frac{l_h^2 m_e}{l_e^2 m_h} \right)$ lässt dies eine Abschätzung von $\frac{l_h^2 m_e}{l_e^2 m_h} \simeq \frac{1}{16} \ll 1$ zu. Damit reduziert sich die Formel für die Photolumineszenzenergie auf die Form

$$E_{PL}(B) = E_0 + \alpha B^2 \pm \gamma B,$$

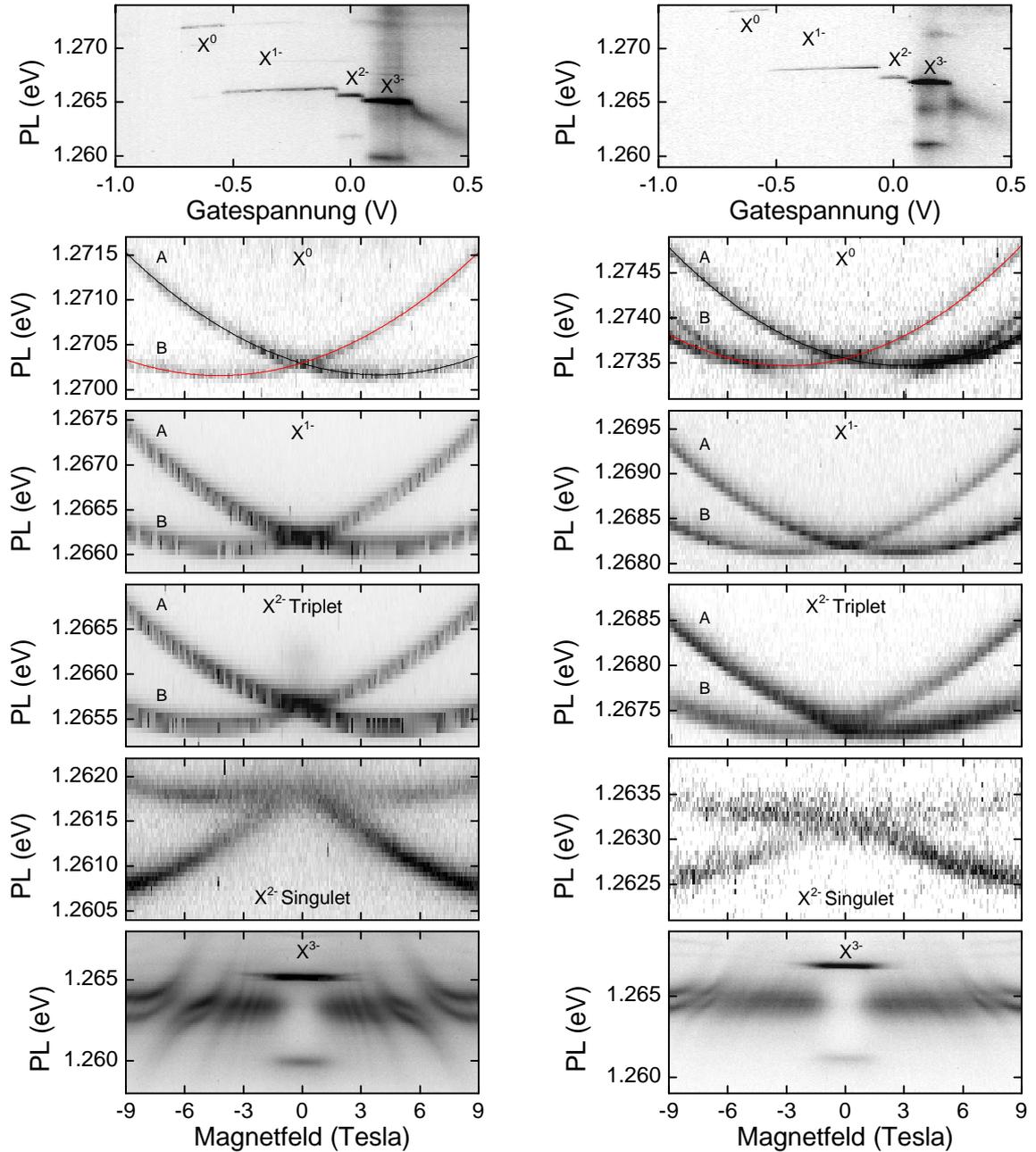


Abbildung 6.2: Emissionslinien von Magneto-Exzitonen aus der Untersuchung von zwei einzelnen, unterschiedlichen Quantenpunkten. Aus der Abhängigkeit der Emissionslinien von der Gatespannung (jeweils erste Bild in der linken und rechten Spalte) sind die unterschiedlichen Quantenpunkte an den ungleichen Emissionsenergien unterscheidbar. Linke Serie, Quantenpunkt QD_N : X^0 bei $V_g = -0.650$ V, X^{1-} bei $V_g = -0.200$ V, X^{2-} bei $V_g = -0.048$ V und X^{3-} bei $V_g = +0.090$ V. Rechte Serie, Quantenpunkt QD_M : X^0 bei $V_g = -0.625$ V, X^{1-} bei $V_g = -0.200$ V, X^{2-} bei $V_g = -0.025$ V und X^{3-} bei $V_g = +0.090$ V.

X	Z	E_0/eV	$\gamma/\frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$\alpha/\frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	X	Z	E_0/eV	$\gamma/\frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$\alpha/\frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$
X^0	A	1.27029	-63.84	8.12	X^0	A	1.27355	-53.73	9.26
X^0	B	1.27030	+66.44	7.81	X^0	B	1.27355	+55.05	9.40
X^{1-}	A	1.26622	-63.12	7.96	X^{1-}	A	1.26821	-49.70	8.59
X^{1-}	B	1.26621	+63.12	8.16	X^{1-}	B	1.26821	+49.72	8.68
X_T^{2-}	A	1.26561	-65.43	6.84	X_T^{2-}	A	1.26737	-50.83	8.82
X_T^{2-}	B	1.26561	+65.23	6.85	X_T^{2-}	B	1.26737	+52.14	8.83

Tabelle 6.1: Liste der Anpassungsparameter für die unterschiedlich geladenen Exzitonen im Magnetfeld. In der linken Tabelle sind die Werte für Abb. 6.2 (linke Spalte) und in der rechten Tabelle entsprechend die Werte für Abb. 6.2 (rechte Spalte) eingetragen. Bezeichnungen: X: Exziton; Z: Zeeman-Komponente für spin-up (A) und spin-down (B); E_0 , γ , α : Parameter zur Anpassung der parabolischen Funktion.

welche zugleich als Funktion zur Anpassung an die experimentellen Daten verwendet wird, mit den Anpassungsparametern E_0 , $\alpha = \frac{e^2 l_e^2}{8 m_e}$ und $\gamma = \frac{1}{2} (g_e + g_h^*) \mu_B$. Es kann gezeigt werden, dass der Ausdruck $E_{PL}(B)$ für die Photolumineszenzenergie des X^0 -Exzitons gleichfalls auch für höher geladene Exzitonen gültig ist (Abb. 6.3, Seite 79).

Der Term αB^2 entspricht der diamagnetischen Verschiebung und γB der Spin-Zeeman-Aufspaltung. Der in γB enthaltene Ausdruck $\frac{1}{2} (g_e + g_h^*)$ entspricht einem effektiven exzitonischen g-Faktor g_{ex} und μ_B ist das Bohrsche Magneton. Die Auswertung der experimentellen Daten für unterschiedlich geladene Exzitonen wird exemplarisch an dem in Abb. 6.2 (linke Spalte) dargestellt X^0 -Exziton durchgeführt. Die Parameter für die ersten drei Ladungszustände sind in Tabelle 6.1 aufgelistet. Daraus ergeben sich die gemittelten Werte für das X^0 -Exziton zu $\alpha = 7.97 \mu\text{eV}/\text{T}^2$ und $\gamma = 65.14 \mu\text{eV}/\text{T}^{-1}$. Aus der oben hergeleiteten Beziehung zwischen den Parametern aus der Anpassungsfunktion und den charakteristischen Größen der untersuchten Quantenpunkte, berechnet sich die elektronische Einschlusslänge zu $l_e = 5.0 \text{ nm}$ [A4] und der exzitonische g-Faktor zu $g_{ex} = 2.25$. Die Werte für die effektive elektronische Masse ist $m_e = 0.07 m_0$ und für das Bohrsche Magneton $\mu_B = 57.88 \mu\text{eV}/\text{T}^{-1}$. Die gefundene Einschlusslänge ist deutlich unter dem Wert aus der Referenz [38] ($l_e = 7.6 \text{ nm}$). Der Grund für diese Diskrepanz liegt in der Verwendung von unterschiedlichem Probenmaterial. Hierbei wurden in der Referenz [38] InAs/GaAs-Quantenpunkte untersucht, die mit unterschiedlichen Parameter gewachsen sind.

Die in den Abbildungen 6.2 (linke und rechte Spalte) und 6.14 (Seite 94) gezeigten Daten stellen jeweils eine vollständige Serie von unterschiedlich geladenen Exzitonen an verschiedenen Quantenpunkten im Magnetfeld dar. Damit wird demonstriert, dass das Verhalten im Magnetfeld für unterschiedlich geladene Exzitonen resultie-

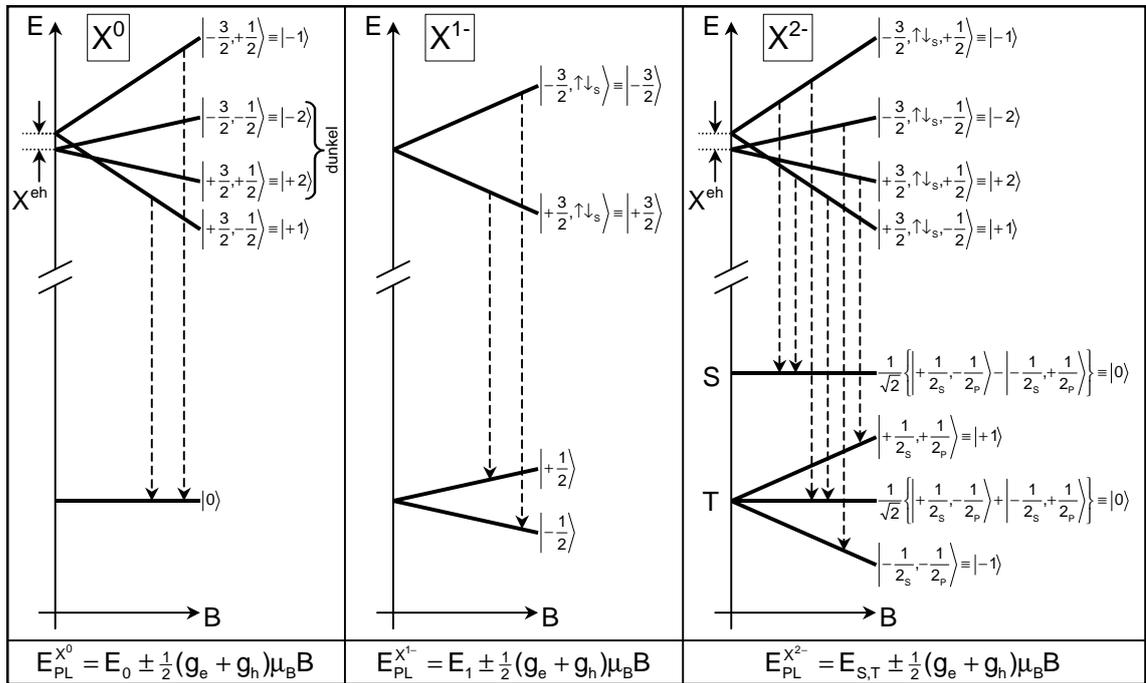


Abbildung 6.3: Erlaubte optische Übergänge von unterschiedlich geladenen Quantenpunktexzitonen im Magnetfeld. Gezeigt sind die Anfangszustände (Kombination aus dem Spin des Elektrons und des Loches, $|s_z^h, S_z^e\rangle$) und Endzustände (ausschließlich elektronische Zustände) nach Photonemission der unterschiedlichen Exzitonen. Einzig das neutrale Exziton zeigt "dunkle" Zustände, die nicht optisch aktiv sind. Anhand der angegebenen Photolumineszenzenergie (E_{PL}) für die Exzitonen X^0 , X^{1-} und X^{2-} ist ersichtlich, dass deren Dispersionen analog verlaufen. E_0 , E_1 , $E_{S,T}$ sind die jeweiligen Emissionsenergien des Zustandes ohne Magnetfeld, mit "S" und "T" sind der Singulett- und Triplett-Endzustand bezeichnet und X^{eh} symbolisiert die Energieaufspaltung der Elektron-Loch-Austauschwechselwirkung.

rend von verschiedenen Quantenpunkten qualitativ konsistent ist. In Abb. 6.3 sind die erlaubten optischen Übergänge dargestellt, aus deren Analyse die Dispersionen für die exzitonenischen Zustände X^0 , X^{1-} und X^{2-} gleiches Verhalten zeigen. Speziell für das X^{3-} -Exziton, das im folgenden Abschnitt ausführlich diskutiert wird, trifft gerade hier das konsistente Verhalten am deutlichsten zu. Die in den Abschnitten 6.2 (Seite 80) und 6.3 (Seite 115) durchgeführten Diskussionen des X^{3-} -Exzitons und X^{2-} -Exzitons beziehen sich auf den in Abb. 6.2 (linke Spalte) dargestellten Datensatz.

Abschließend werden noch einige Anmerkungen zu den in der Abbildung 6.2 (linke und rechte Spalte) dargestellten Daten gegeben: An der Darstellung des X^0 -Exzitons aus Abb. 6.2 (rechte Spalte) ist das Auftreten einer zusätzlichen Zeeman-

Komponente ab einem Magnetfeld von 7 Tesla zu beobachten. Momentan ist die Ursache der Beobachtung einer dritten Emissionslinie noch nicht vollständig verstanden. Spekulativ könnte auf eine Beobachtung einer überlagerten Emissionslinie von einem anderen Quantenpunkt geschlossen werden. In den Emissionslinien des X^{1-} - und X_7^{2-} -Exzitons aus Abb. 6.2 (linke Spalte) sind Intensitätsschwankungen in der Photolumineszenz im Magnetfeld zu erkennen. Diese periodische Oszillationen resultieren aus einem Interferenzeffekt, der in Kapitel 3.5.2 (Seite 31) bereits beschrieben wurde. Auffallend ist, dass diese periodische Oszillation in der Intensität bei der Emissionslinie des Singulett-Exzitons verschwindet. Eine Erklärung liegt in dem Mechanismus, der bei der Erzeugung der Emissionslinie des Singulett-Exzitons abläuft. Hierbei tritt im ($S = 0$)-Endzustand des X^{2-} -Exzitons ein Relaxationsprozess des p-Elektrons in das besetzbare s-Niveau auf, was zu einer Verkürzung der Lebensdauer des Exzitons und somit zur Linienverbreiterung führt. Die Folge ist eine Zerstörung der Interferenzbedingung, da der auftretende Relaxationsprozess einen inkohärenten Photonemissionsprozess bewirkt. In Abb. 6.2 (rechte Spalte) sind die Interferenzeffekte vollständig verschwunden. Hier wird die Kohärenz der Photolumineszenz durch einen anderen Mechanismus zerstört. Eine mögliche Erklärung für das Ausbleiben des Interferenzeffektes ist das Ausbilden einer dünnen Eisschicht auf der Probenoberfläche während des Abkühlprozesses, welches zusätzlich eine beträchtliche Reduzierung des Photolumineszenzsignals zur Folge hätte, oder es könnte ein noch unbekannter Effekt die Interferenzbedingung zerstören.

6.2 Magnetisches Verhalten des X^{3-} -Exzitons

Aus der Diskussion des magnetischen Verhaltens des neutralen und einfach negativ geladenen Exzitons aus dem vorangegangenen Abschnitt hat sich gezeigt, dass diese einen Spin-Zeeman-Effekt und eine diamagnetische Verschiebung aufweisen. Abgesehen vom X^{2-} -Exziton, dessen Verhalten im Kapitel 6.3 (Seite 115) diskutiert wird, zeigt das X^{3-} -Exziton eine deutliche unterschiedliche Verhaltensweise. Als erstes Anzeichen dieses anormalen Verhaltens ist in Abb. 6.4 jeweils ein Graph dargestellt, bei dem die Photolumineszenzenergie gegen die Gatespannung ohne Magnetfeld (a) und mit Magnetfeld (b) bei 9 Tesla aufgetragen ist. Die Variation der Gatespannung bewirkt eine sukzessive Einstellung der unterschiedlichen Ladungszustände von Exzitonen. Ein markantes Anzeichen eines angelegten Magnetfeldes ist die Aufspaltung jeder einzelnen Linie in zwei Anteile, abhängig von der jeweiligen Spinorientierung während des Rekombinationsprozesses. Beginnend mit dem neutralen Exziton zeigen alle höher geladenen Exzitonen einschließlich dem X^{2-} -Exziton tendenziell gleiches Verhalten im Magnetfeld. Zusätzlich spaltet das X^{2-} -Exziton ohne Magnetfeld in zwei Linien auf, die Triplet- und Singulett-Linie, wegen des unterschiedlichen Gesamtspins der Quantenpunktelektronen im Endzustand (Kapitel 5.1, Seite 66). Das

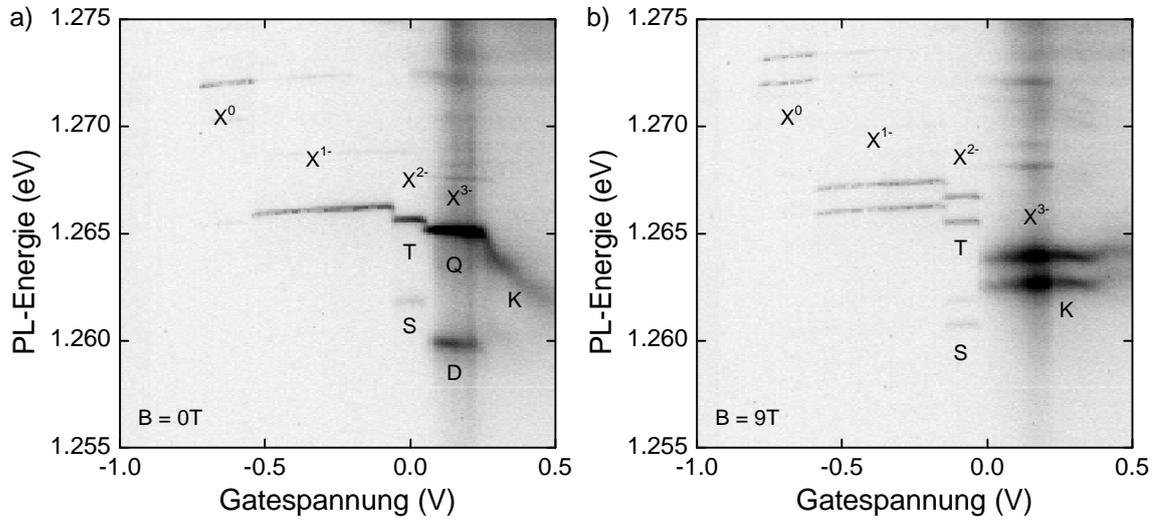


Abbildung 6.4: Emissionslinie eines einzelnen Quantenpunktes in Abhängigkeit von der Gatespannung a) ohne und b) mit angelegtem Magnetfeld bei 9 Tesla. Deutlich zu erkennen ist das abweichende Verhalten des X^{3-} -Exzitons. Ohne Magnetfeld sind zwei Emissionslinien des X^{3-} -Exzitons (Quadruplett (Q) und Duplett (D)) zu beobachten, die erwartungsgemäß im Magnetfeld in vier Linien, wie im Fall des X^{2-} -Exzitons (Triplet (T) und Singulett (S)), aufspalten. Beobachtet werden lediglich zwei Emissionslinien, die mit (K) markiert sind.

X^{3-} -Exziton spaltet ebenfalls ohne Magnetfeld in zwei Linien auf, aus analogem Grund, wie das X^{2-} -Exziton. Mit angelegtem Magnetfeld zeigt hingegen das X^{3-} -Exziton ausschließlich zwei Linien, entgegen der erwarteten vier Linien, die sich aus der Spin-Zeeman-Aufspaltung der Quadruplett- und Duplett-Linie ergeben sollten. Das entscheidende Indiz für eine Abweichung von einem normalen diamagnetischen Verhalten ist in Abb. 6.5a und Abb. 6.5b dargestellt. Die Abbildung zeigt die Dispersion eines X^{3-} -Exzitons im Magnetfeldbereich von -9 Tesla bis $+9$ Tesla. Dabei ist die Dispersion durch zwei unterschiedliche Bereiche charakterisiert. Zum einen der Bereich von 0 bis etwa 2 Tesla, bei dem die Quadruplett- und Duplett-Linie während des ansteigenden Magnetfeldes verschwinden und eine neue Linie (K-Linie) sich entwickelt. Die K-Linie liegt energetisch zwischen der Quadruplett- und Duplett-Linie. Zum anderen demonstrieren die experimentellen Daten im Bereich über 2 Tesla markante Bereiche, bei denen die Emissionslinie nicht kontinuierlich mit dem Magnetfeld verläuft, sondern sich gegenseitig abstoßende Emissionslinien auftretend (Abb. 6.5b). Dieses Verhalten wird allgemein als Niveauabstoßung bezeichnet. Das Zentrum eines so bezeichneten Verhaltens ist in Abb. 6.5b vergrößert dargestellt. Die Resonanzlinien im Bereich der Niveauabstoßung sind asymptotisch zu geringeren und höheren Energien hin. Im Bereich über 2 Tesla zeigt die Photolumineszenz eine Serie von Be-

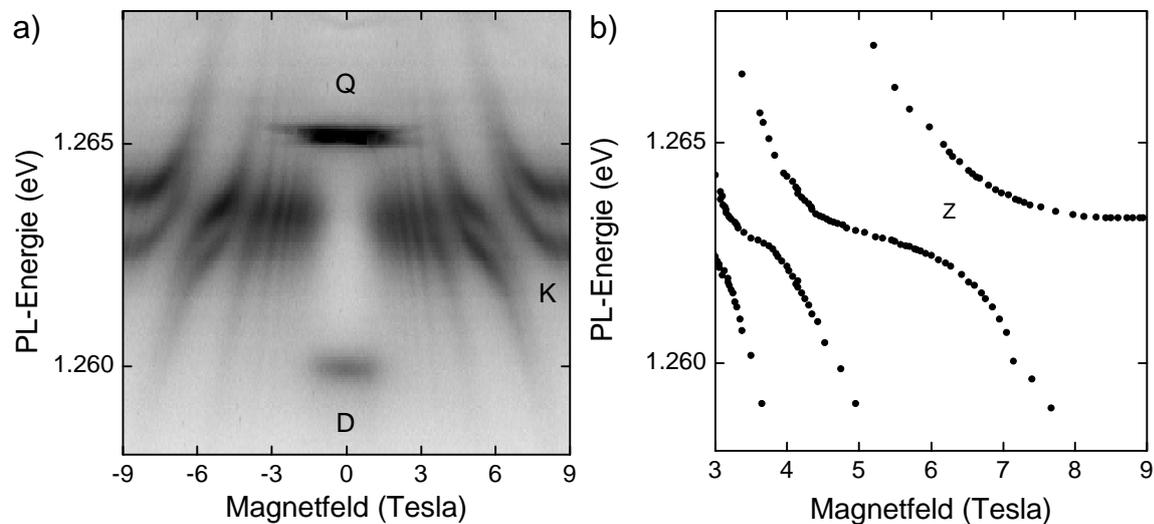


Abbildung 6.5: a) Dispersion eines X^{3-} -Exzitons im Magnetfeld ($V_g = +90$ mV). Die Beobachtung der Quadruplett(Q)- und der Duplett(D)-Linie erfolgt bei schwachem Magnetfeld. Im starken Magnetfeld verschwinden beide Linien, und eine neue Linie (K) wird beobachtet. b) Ein Ausschnitt im Bereich hoher Magnetfelder zeigt ein Zentrum (Z) der auftretenden Niveauabstoßung. Die Datenpunkte repräsentieren die Intensitätsmaxima in der Photolumineszenz, wobei in dieser Darstellung die energetisch höher liegende Spin-Zeeman-Komponente gezeigt ist.

reiche mit abstoßenden Emissionslinien. Ab etwa 5 Tesla wird die Aufspaltung der K-Linie in zwei Zeeman-Komponenten sichtbar. Die nachfolgenden Analysen und theoretischen Modelle werden zeigen, in welcher Weise das magnetische Verhalten des X^{3-} -Exzitons zustande kommt.

Ein möglicher Ursprung für das Auftreten von Niveauabstoßungen sei hier im folgenden dargestellt, welcher sich jedoch aus einer umfangreichen Analyse in Abschnitt 6.2.2 auf Seite 93 nicht bestätigt. Dazu ist in Abb. 6.6a ein Schnitt durch die Graustufendarstellung aus Abb. 6.5a bei der Energie 1.2646 eV gezeigt. Erkennbar sind abwechselnde Maxima und Minima in der Intensität der Photolumineszenz, die symmetrisch zu $B = 0$ angeordnet sind. Eine Umrechnung des Magnetfeldes in ein inverses Magnetfeld führt zur Darstellung in Abb. 6.6b. Die nun auftretenden Maxima (Minima) zeigen ein periodisches Verhalten mit dem inversen Magnetfeld. Ein ähnliches periodisches Verhalten ist aus den Shubnikov - de Haas Oszillation in der Leitfähigkeit eines zwei- oder drei-dimensionalen Elektronensystems und dem de Haas - van Alphen Effekt in der Magnetisierung bekannt. In Abschnitt 6.2.2 wird versucht eine Korrelation zwischen diesen beiden Effekten und dem in Abb. 6.5 beobachteten Effekt zu finden. Dies scheitert an den unterschiedlichen Voraussetzungen für die Beobachtung der Effekte und wird dort (Abschnitt 6.2.2) detailliert erläutert.

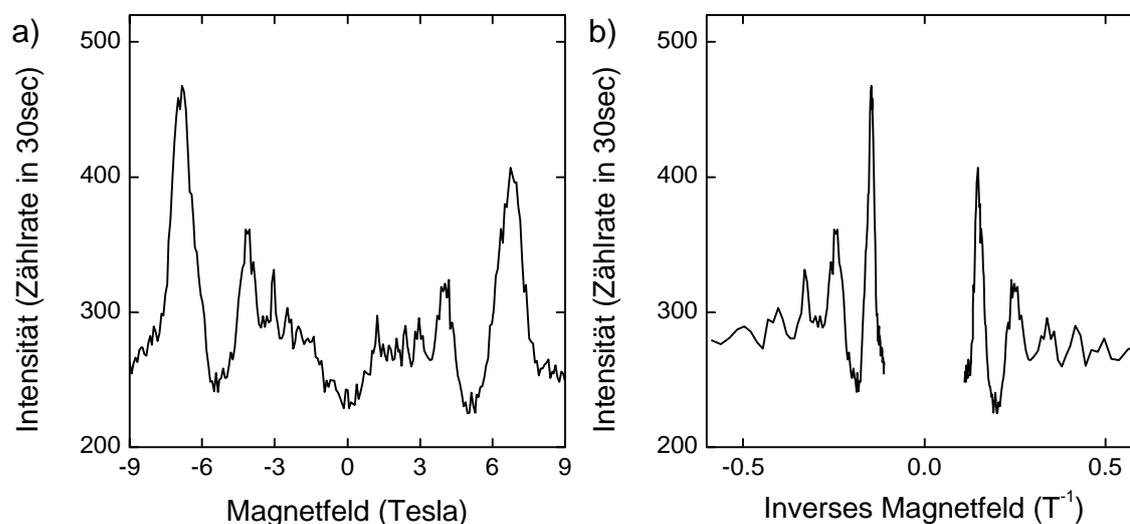


Abbildung 6.6: a) Ein Schnitt durch die Grafik aus Abb. 6.5a bei der Energie 1.2646 eV gibt den Intensitätsverlauf in Abhängigkeit vom Magnetfeld wieder. b) Eine erste Analyse des Intensitätsverhaltens im inversen Magnetfeld zeigt periodische Oszillationen in der Intensität. Die Vermutung, ein Shubnikov - de Haas ähnliches Verhalten im Magnetfeld zu beobachten, wird in Abschnitt 6.2.2 widerlegt.

6.2.1 Analyse im Bereich schwacher Magnetfelder

Qualitative Beschreibung Das Verhalten der Photolumineszenz im Bereich von 0 bis 2 Tesla ist dadurch charakterisiert, dass unter dem Einfluss des Magnetfeldes ein Übergang von der Quadruplett- und Duplett-Emissionslinie zur K-Linie stattfindet. Zur qualitativen Beschreibung dieses Effekts wird das Konzept des isotropen harmonischen zwei-dimensionalen Oszillators benutzt. Der Übergangseffekt der Emissionslinien des X^{3-} -Exzitons bei etwa 1.5 Tesla kann sehr genau mit diesem Modell erläutert werden. Eine detaillierte Untersuchung des Intensitätsverhaltens im Übergang führt zu einem statistischen Modell. Mit Hilfe dieses Modells lassen sich Vorhersagen über die Geometrie eines Quantenpunktes treffen, die experimentell bestätigt werden.

Als Ausgangssituation wird das X^{3-} -Exziton im Anfangszustand ohne Magnetfeld betrachtet. Dabei ist das s-Elektronenniveau mit 2 Elektronen und die beiden p-Elektronenniveaus sind mit jeweils einem Elektron nach den Hund'schen Regeln besetzt (Abb. 6.7, links). Wird ausschließlich der Spin des Elektrons betrachtet, so ergibt sich für die Anordnung der Elektronen im Anfangszustand des X^{3-} -Exzitons ein Gesamtelektronenspin von $S = 1$. Ohne Magnetfeld sind die beiden p-Niveaus im isotropen Fall des Quantenpunktes entartet und spalten erst bei anliegendem Magnetfeld auf, gemäß dem Energieverhalten des zwei-dimensionalen harmonischen

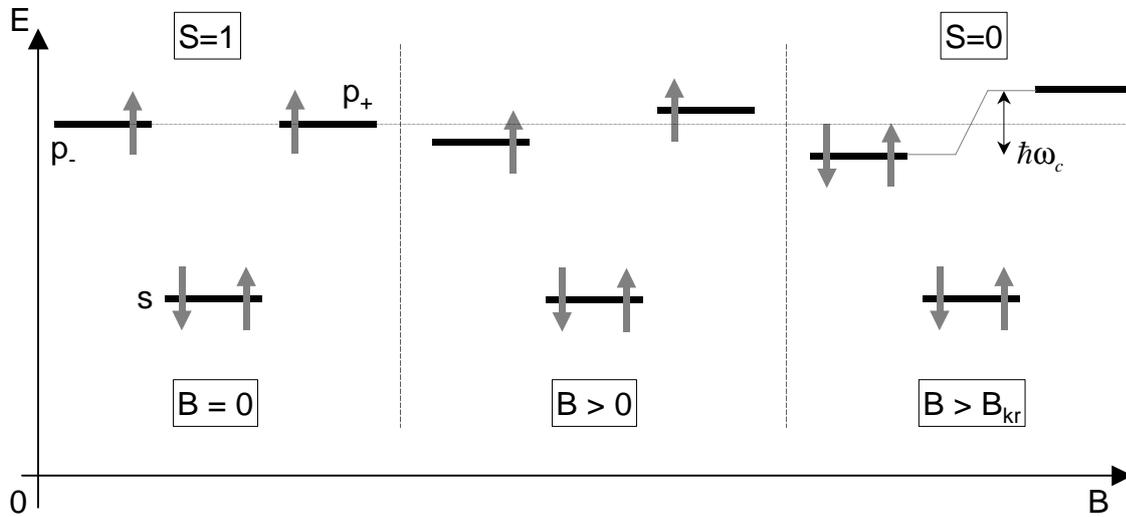


Abbildung 6.7: Schematische Darstellung des Übergangsverhaltens eines X^{3-} -Exzitons im schwachen Magnetfeld. Bei Erreichen eines kritischen Feldes B_{kr} stellt sich ein Übergang vom ($S = 1$)- zum ($S = 0$)-Anfangszustand ein, das zu einer Aufhebung der Hund'schen Regeln führt. Das s-Niveau des Lochpotentials ist im Anfangszustand mit einem Loch besetzt (hier nicht gezeigt).

Oszillators. Die Energie des p_{-1} -Niveaus und p_{+1} -Niveaus ist gegeben aus Abschnitt 4.2 (Seite 47) durch $E = \hbar\sqrt{\omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}}(2n + |l| + 1) + \frac{1}{2}\hbar\omega_c l$ mit $n = 0$ und $l = \mp 1$. Der dabei auftretende Bahn-Zeeman-Effekt separiert die p-Niveaus in ein p_{-1} -Niveau und ein p_{+1} -Niveau linear mit dem Magnetfeld, der Energieunterschied zwischen den beiden p-Niveaus entspricht der Zyklotronenergie $\hbar\omega_c = \hbar\frac{eB}{m_e^*}$. Mit zunehmenden Magnetfeld erhöht sich der Energieabstand der beiden Orbitale. In Konkurrenz zu dieser Energie steht die Austauschenergie, resultierend aus der parallelen Spinstellung der beiden p-Elektronen. Damit wird zunächst die vollständige Besetzung des nun energetisch tiefer liegenden p_{-1} -Niveaus mit dem zweiten Elektron aus dem energetisch höher liegenden p_{+1} -Niveaus unterdrückt (Abb. 6.7, Mitte). Ab einem kritischen Magnetfeld B_{kr} kompensiert die Zyklotronenergie genau die Austauschenergie und eine Relaxation in einen komplett besetzten p_{-1} -Zustand kann erfolgen. Diese magnetfeld-induzierte Veränderung der Elektronenkonfiguration führt zu einer Aufhebung der Hund'schen Regeln für die Verteilung der Elektronen in den p-Niveaus. In der nun vorliegenden Anordnung der Elektronen ergibt sich ein Gesamtelektronenspin von $S = 0$ (Abb. 6.7 rechts). Aus dem Übergang des Gesamtelektronenspins von $S = 1$ nach $S = 0$ im Magnetfeld ergeben sich Konsequenzen für das Verhalten der Photolumineszenz. Nach Photonemission ergeben sich für den ($S = 1$)-Anfangszustand, wegen des zur Rekombination notwendigen s-Elektrons,

zwei Endzustände mit Gesamtelektronenspin von $S = \frac{3}{2}$ und $S = \frac{1}{2}$. Dies bedeutet, dass nach der Theorie aus Kapitel 5.1 (Seite 66), die Endzustände in zwei energetisch voneinander getrennte Linien aufspalten, der Quadruplett- und Duplett-Linie. Die Aufspaltungsenergie von $\Delta E_{Q-D} = 5.3 \text{ meV}$ zwischen der Quadruplett- und der Duplett-Linie, ersichtlich aus dem Graphen der Photolumineszenz in Abb. 6.5a, entspricht der dreifachen Austauschenergie X_{sp}^{ee} zwischen einem s-Elektron und p-Elektron und ist in diesem Fall etwa 1.77 meV . Die nun gewonnene Kenntnis über die Austauschenergie X_{sp}^{ee} zwischen s- und p-Elektronen lässt nach Tabelle 4.4 (Seite 61) eine Berechnung der Austauschenergie X_{pp}^{ee} zwischen p_{-1} - und p_{+1} -Elektronen über die Beziehung $X_{pp}^{ee} = \frac{3}{4} X_{sp}^{ee} = \frac{1}{4} \Delta E_{Q-D} = 1.32 \text{ meV}$ und somit eine Ermittlung des kritischen Magnetfeldes B_{kr} zu. Es ergibt sich im Fall der Kompensation der Austauschenergie X_{pp}^{ee} und unter Ausnutzung von $\hbar\omega_c = X_{pp}^{ee} = \frac{1}{4} \Delta E_{Q-D}$ ein kritisches Magnetfeld von $B_{kr} = \frac{1}{4} \frac{m_e^*}{e\hbar} \Delta E_{Q-D}$. Mit einer effektiven Elektronenmasse von $m_e^* = 0.07 m_e$ ergibt sich das kritische Feld zu $B_{kr} = 0.8 \text{ Tesla}$. In erster Näherung findet sich aus der Graustufendarstellung in Abb. 6.5a ein übereinstimmender Wert des kritischen Feldes aus dem Übergangsbereich bei etwa 1.2 Tesla .

Anders als beim ($S = 1$)-Anfangszustand ergibt sich nach der Photonemission des ($S = 0$)-Anfangszustandes ein ($S = \frac{1}{2}$)-Endzustand. Dieser Zustand spaltet nicht weiter auf und repräsentiert folglich eine einzelne Resonanz im Photolumineszenzspektrum. Er ist als Übergangszustand definiert und entspricht noch nicht dem einzig möglichen Endzustand, welches weitreichende Konsequenzen bei hohen Magnetfeldern haben wird. Dies wird im Abschnitt 6.2.2 (Seite 93) ausführlich behandelt.

Quantitative Beschreibung Für die quantitative Beschreibung des Übergangseffektes von Gesamtelektronenspin $S = 1$ nach $S = 0$ ist es notwendig, die Intensität der Photolumineszenz für die Quadruplett-, Duplett-, und K-Linie im Magnetfeldbereich von 0 bis etwa 2 Tesla auszuwerten, um danach eine Statistik anzufertigen. Hierbei hat es sich gezeigt, dass die Theorie des zwei-dimensional harmonischen Oszillators zur vollständigen Beschreibung nicht mehr ausreichend ist. Die Theorie wird daher auf das anisotrope zwei-dimensionale Oszillatormodell erweitert. Aus dieser Theorie, die ausführlich von Q. P. Li et al. [28] bei zusätzlichem externen Magnetfeld in Faraday-Konfiguration und später von O. Dippel et al. [61] behandelt wurde, ergibt sich die Energie des anisotropen zwei-dimensionalen Oszillators zu $E_{n_+, n_-} = (n_+ + \frac{1}{2})\omega_+ + (n_- + \frac{1}{2})\omega_-$. Dabei entsprechen n_+ und n_- den Quantenzahlen des anisotropen zwei-dimensionalen Oszillators im kartesischen Koordinatensystem und $\hbar\omega_+$ und $\hbar\omega_-$ den Quantisierungsenergien, die sich aus

$$\omega_{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2 \pm [\omega_x^2 - \omega_y^2] \sqrt{(\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_c^2)^2 - 4\omega_x^2 \omega_y^2}}$$

ergeben. Mit ω_x und ω_y werden hierbei die anisotropen Oszillatorfrequenzen in x- und y-Richtung und mit ω_c die Zyklotronfrequenz bezeichnet.

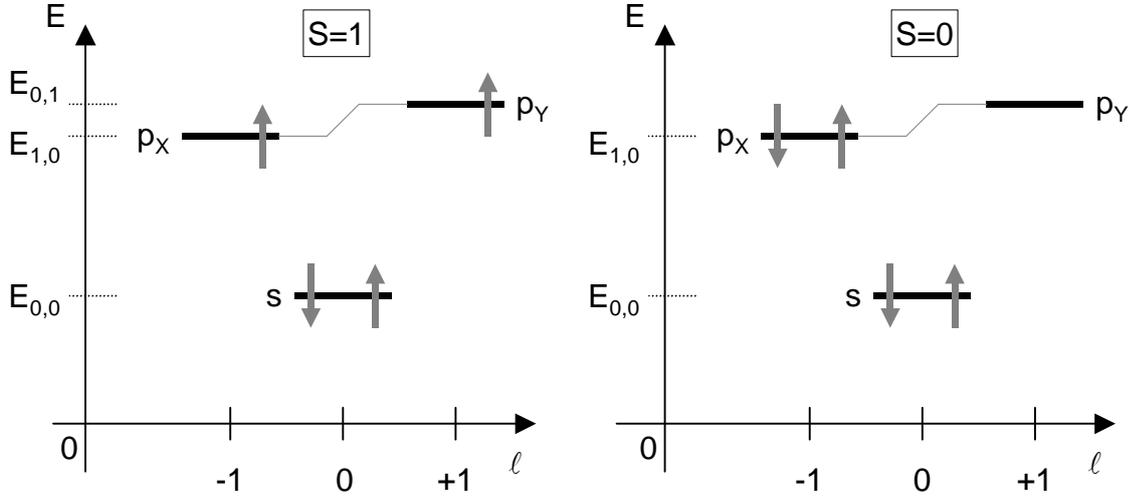


Abbildung 6.8: Schematische Darstellung der Energieverhältnisse des anisotropen zweidimensionalen harmonischen Oszillators mit unterschiedlichen Oszillatorenergien in x- ($E_{1,0}$) und y-Richtung ($E_{0,1}$). Damit ergeben sich unterschiedliche Gesamtenergien für den ($S = 1$)- und ($S = 0$)-Anfangszustand eines X^{3-} -Exzitons. Mit l ist die z-Komponente des Drehimpulses bezeichnet.

Die Auswertung des Verhalten der Intensität im Magnetfeld aus der Photolumineszenz der drei auftretenden Emissionslinien erfordert die Berechnung der Zustandssumme des zu betrachtenden Systems, um danach eine Wahrscheinlichkeitsverteilung zu ermitteln. Die Gesamtenergie für das Elektronensystems des X^{3-} -Exzitons mit den beiden Anfangszuständen $S = 1$ und $S = 0$ wird durch die Betrachtung einer Energiebilanz beschrieben bezüglich der Referenzenergie $E_{0,0}$ (Abb. 6.8). Es ergibt sich für den ($S = 1$)-Anfangszustand die Energie

$$E_{S=1} = \hbar\omega_+ + \hbar\omega_- - X_{pp}^{ee} + E_{pp}^{ee}.$$

Mit X_{pp}^{ee} und E_{pp}^{ee} ist die Austauschenergie und die Coulomb-Energie der beiden p-Elektronen bezeichnet. Die Energien und Wechselwirkung, die von beiden Elektronen aus dem s-Niveau herrühren, sind in den zu betrachtenden Systemen ($S = 1$) und ($S = 0$) identisch und können daher vernachlässigt werden. Analog lässt sich die Gesamtenergie für den ($S = 0$)-Anfangszustand mit

$$E_{S=0} = 2\hbar\omega_+ + E_{pp}^{ee}$$

angeben. In erster Ordnung Störungstheorie wird die Coulomb-Energie zwischen den p_{+1} - und p_{-1} -Elektronen und die Coulomb-Energie zwischen den beiden p_{-1} -Elektronen als identisch angesetzt. Zusätzlich spaltet der ($S = 1$)-Anfangszustand

im Magnetfeld in drei Spin-Zeeman-Terme auf. Als Energien für die Zustandssumme sind demnach

$$\begin{aligned} E_{S=1, S_z=+1} &= E_{S=1} - g_e \mu_B B \\ E_{S=1, S_z=-1} &= E_{S=1} + g_e \mu_B B \\ E_{S=1, S_z=0} &= E_{S=1} \end{aligned}$$

die Energien für den ($S = 1$)-Anfangszustand, und

$$E_{S=0, S_z=0} = E_{S=0}$$

die Energie für den ($S = 0$)-Anfangszustand. Aus der Betrachtung der Energieverhältnisse liegt der ($S = 0$)-Zustand bei verschwindendem Magnetfeld energetisch höher als der ($S = 1$)-Zustand. Plausibel wird diese Situation durch eine Betrachtung der Differenzbildung der beiden Zustandsenergien. Die Differenz ist dann gegeben durch $E_{S=0} - E_{S=1} = E_{n_+=1, n_-=0} - E_{n_+=0, n_-=1} + X_{pp}^{ee}$. Mit der Definition von $\Delta E = E_{n_+=1, n_-=0} - E_{n_+=0, n_-=1} + X_{pp}^{ee}$, einer betragsmäßig positiven Austauschwechselwirkung X_{pp}^{ee} und einem nahezu isotropen Quantenpunkt ist die Energiedifferenz ΔE positiv. Dieser Ausdruck vereinfacht sich zu

$$\Delta E = \sqrt{(\hbar\omega_x - \hbar\omega_y)^2 + (\hbar\omega_c)^2} + X_{pp}^{ee}$$

durch Einsetzen der Oszillatorenergien $E_{n_+=1, n_-=0}$ und $E_{n_+=0, n_-=1}$. Die Zustandssumme ist definiert durch $\sum_{i=1}^n \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right)$. Daraus ergeben sich die statistischen Wahrscheinlichkeiten $P_{S=0}$ für die Besetzung des ($S = 0$)-Zustandes zu

$$P_{S=0} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\Delta E + g_e \mu_B B}{k_B T}\right) + \exp\left(\frac{\Delta E - g_e \mu_B B}{k_B T}\right) + \exp\left(\frac{\Delta E}{k_B T}\right)}$$

und $P_{S=1}$ für die Besetzung des ($S = 1$)-Zustandes zu

$$P_{S=1} = 1 - P_{S=0}.$$

In der Auswertung der experimentellen Daten entspricht der Wahrscheinlichkeit des ($S = 0$)-Zustandes die Intensität der K-Linie normiert auf die Gesamtintensität. Die Gesamtintensität setzt sich aus der Summe der Intensität der Q-, D-, und K-Linie zusammen. Entsprechendes gilt für die Wahrscheinlichkeit des ($S = 1$)-Zustandes, wobei hier die Summe aus den Intensitäten für die Q- und D-Linie auf die Gesamtintensität normiert ist. Das Ergebnis dieser Auswertung zeigt Abb. 6.9. Aufgetragen sind die Summe der normierten Intensitäten von Q- und D-Linie ($S = 1$) und die normierte Intensität der K-Linie ($S = 0$) gegen das Magnetfeld. Es ist ein Übergangsbereich bei einem kritischen Magnetfeld von etwa 1.2 Tesla erkennbar. Zu

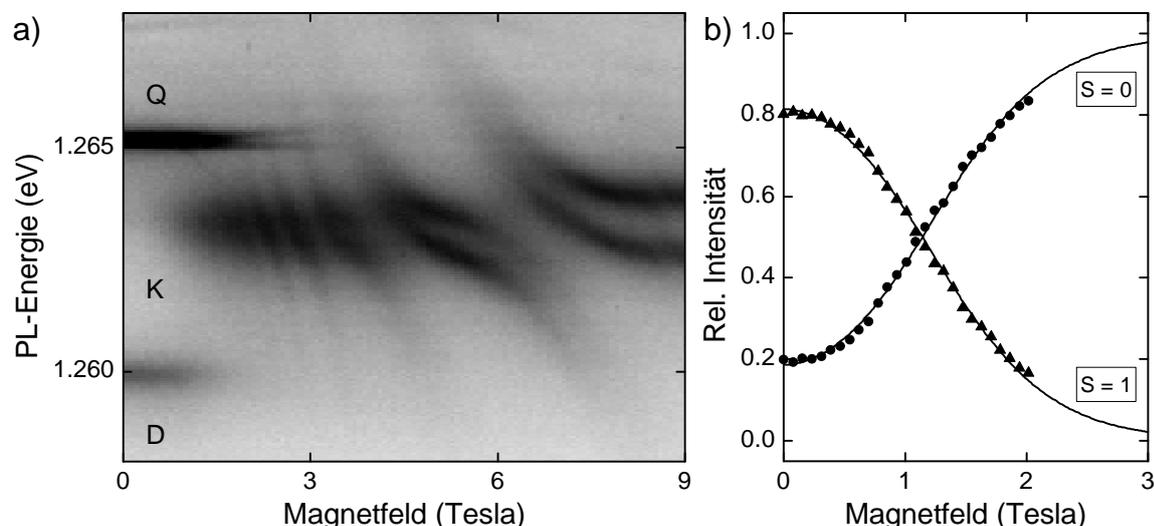


Abbildung 6.9: Intensitätsverhalten eines X^{3-} -Exzitons a) in der Graustufendarstellung (Anregungsleistung $P = 2 \mu\text{W}$) und b) der Graph der normierten Intensitätsamplituden. Anpassungsparameter: $T = 8.8 \text{ K}$ und $\hbar\Delta\omega = 1.0 \text{ meV}$.

beachten ist, dass bereits bei $B = 0$ die Emission der K-Linie vorhanden ist. Dieses Resultat wird im nächsten Paragraph diskutiert.

Als Parameter zum Anpassen der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen $P_{S=1}$ und $P_{S=0}$ an die experimentellen Daten gehen lediglich die Temperatur T und der Unterschied der Oszillatorenergien $\hbar\Delta\omega = |\hbar\omega_x - \hbar\omega_y|$ ein. Die verwendeten freien Parameter sind die effektive Masse mit $m_e^* = 0.07 m_e$ und der elektronische g-Faktor mit $g_e = -0.81$ [63]. Als weiterer Parameter ist die Austauschenergie für das in Abb. 6.9a dargestellte X^{3-} -Exziton mit $X_{pp}^{ee} = 1.32 \text{ meV}$ gegeben. Diese wird für den dargestellten Fall aus dem Energieunterschied zwischen den Emissionen der Q- und D-Linie bei $B = 0$ ermittelt. Mit dem oben beschriebenen Modell lässt sich eine Temperatur von $T = 8.8 \text{ K}$ und eine Anisotropie von $\hbar\Delta\omega = 1.0 \text{ meV}$ aus den Anpassungsparametern extrahieren. Dieser gefundene Wert der Anisotropie ist vergleichsweise gering zu einer isotropen Quantisierungsenergie von etwa 50 meV [38]. Abweichend von der Temperatur des flüssigen Heliums ist diese Temperaturverschiebung nur durch eine lokale Erwärmung mittels der eingestrahlt Laserleistung zu erklären. Für die in Abb. 6.9 dargestellten Ergebnisse ist die Pumpleistung so eingestellt, dass der Transmissionsdetektor unterhalb der Probe eine Leistung von etwa $P = 2 \mu\text{W}$ detektiert.

Diskussion der Ergebnisse aus der Analyse der Intensitäten Im vorherigen Paragraph wurde gezeigt, dass sich das Verhalten in der Intensität der Photolumineszenz im Magnetfeld eines X^{3-} -Exzitons quantitativ durch ein statistisches

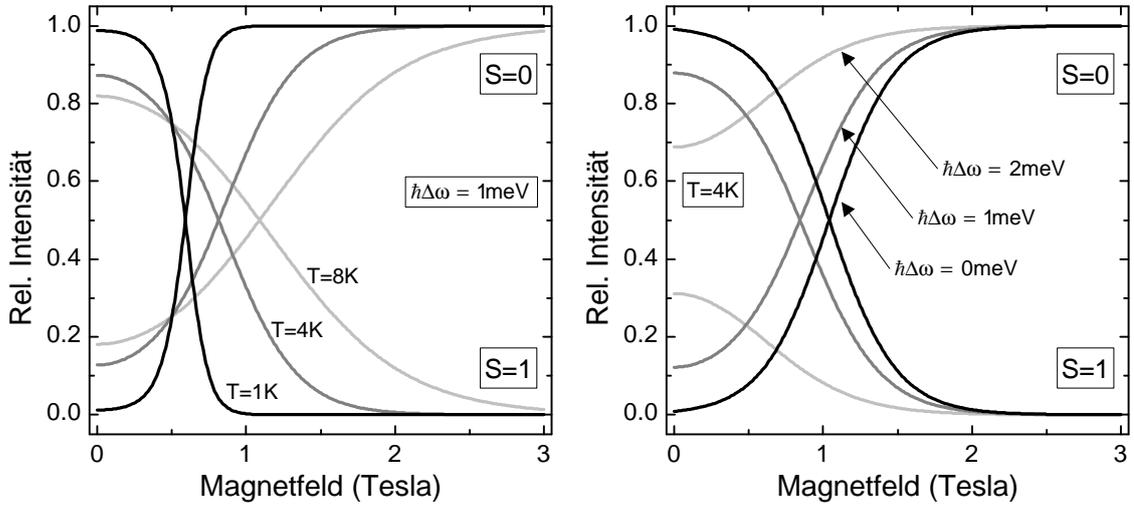


Abbildung 6.10: Berechnete Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen $P_{S=1}$ und $P_{S=0}$ in Abhängigkeit von a) der Temperatur und b) dem Unterschied $\hbar\Delta\omega$ in den Oszillatorenergien des anisotropen zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators. Die Parameter Austauschenergie $X_{pp}^{ee} = 1.316 \text{ meV}$, elektronischer g-Faktor $g_e = -0.81$ sind der Anpassungsfunktion aus der Auswertung von Abb. 6.9 b) entnommen. a) $\hbar\Delta\omega = 1.0 \text{ meV}$ und T variiert, b) $T = 4.2 \text{ K}$ und $\hbar\Delta\omega$ variiert.

Modell beschreiben lässt. Mittels dem Modell lassen sich experimentelle Vorhersagen für das Intensitätsverhalten treffen. Zum Beispiel lassen sich durch Variation der Temperatur und der Anisotropie verschiedene experimentelle Situationen simulieren. In Abb. 6.10 sind zwei Graphen dargestellt, die das theoretische Verhalten bei Variation von verschiedenen Parameter zeigen. Die relativen Intensitäten sind bei Temperaturen von $T = 1 \text{ K}$, 4 K und 8 K (Abb. 6.10a) und bei einer Anisotropie von $\hbar\Delta\omega = 0 \text{ meV}$, 1 meV und 2 meV (Abb. 6.10b) nach dem in diesem Abschnitt vorgestellten Modell berechnet. Zur Berechnung der Kurven werden die Anpassungsparameter aus dem in Abb. 6.9 analysierten Verhalten des X^{3-} -Exzitons verwendet. Aus der Simulation ist für den Fall der Variation der Temperatur (Abb. 6.10a) eine Verschiebung des kritischen Magnetfeldes bei einer relativen Intensität von 0.5 zu höheren Magnetfeldern und eine Ausschmierung des Übergangsbereiches mit Erhöhung der Temperatur zu beobachten. Beide Effekte, die Verschiebung des kritischen Feldes und die Ausschmierung des Übergangsbereiches, kann im Experiment bestätigt werden. Dazu wird das in Abb. 6.9 gezeigte X^{3-} -Exziton bei einer reduzierten Laserleistung von $P = 0.5 \mu\text{W}$ untersucht. Das Ergebnis aus der Auswertung der Intensitätsamplituden (Abb. 6.11b) und der Vergleich mit der Simulation aus Abb. 6.10a führt zu dem Schluss, dass eine erhöhte Pumplaserleistung zu einer messbaren lokalen Erwärmung führt. Eine analoge Schlussfolgerung liefert ein wei-

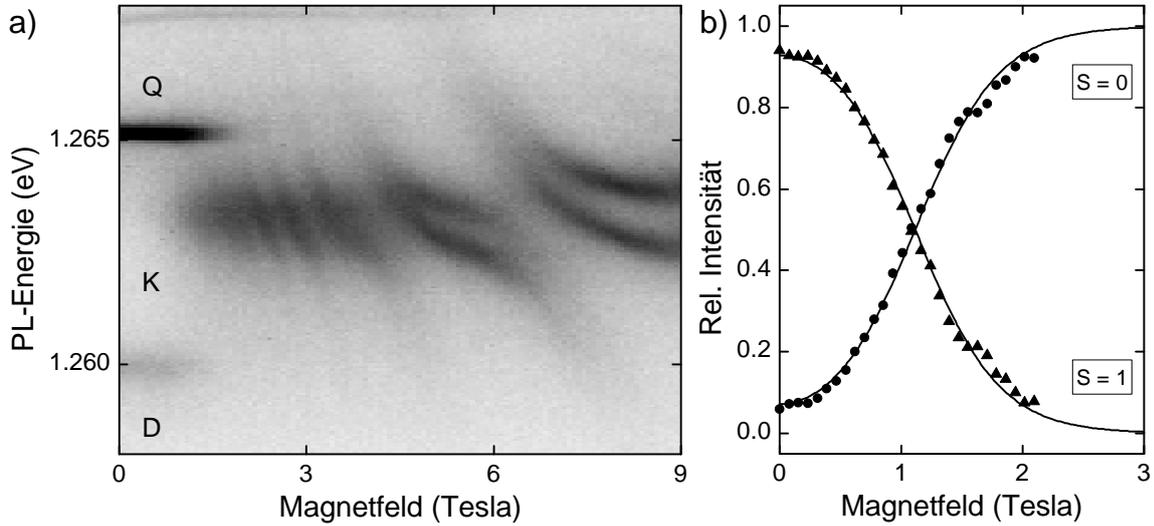


Abbildung 6.11: a) Dispersion des in Abb. 6.9 dargestellten X^{3-} -Exzitons bei einer reduzierten Anregungsleistung $P = 0.5 \mu\text{W}$ und einer Systemtemperatur von $T = 4.2 \text{ K}$. b) Analyse des Intensitätsverhaltens. Anpassungsparameter: $T = 6.4 \text{ K}$ und $\hbar\Delta\omega = 0.50 \text{ meV}$.

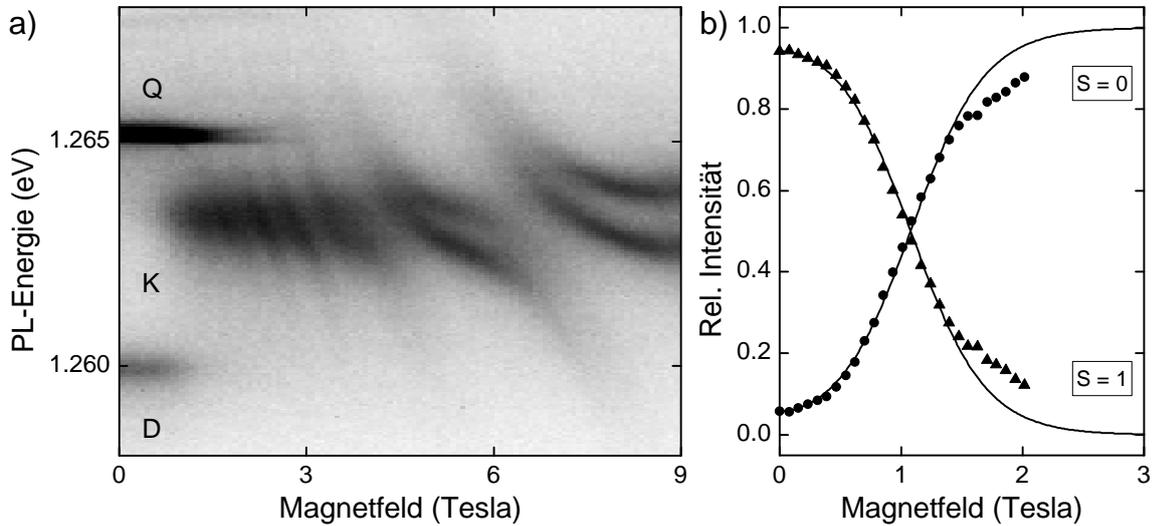


Abbildung 6.12: a) Dispersion des in Abb. 6.9 dargestellten X^{3-} -Exzitons bei einer reduzierten Anregungsleistung $P = 0.5 \mu\text{W}$ und einer Systemtemperatur von $T = 1.6 \text{ K}$. b) Analyse des Intensitätsverhaltens. Anpassungsparameter: $T = 5.7 \text{ K}$ und $\hbar\Delta\omega = 0.48 \text{ meV}$. Das Abweichen der Messdaten von der Anpassungsfunktion in b) ab etwa 1.5 Tesla signalisiert das einsetzende Auftreten der Feinstruktur.

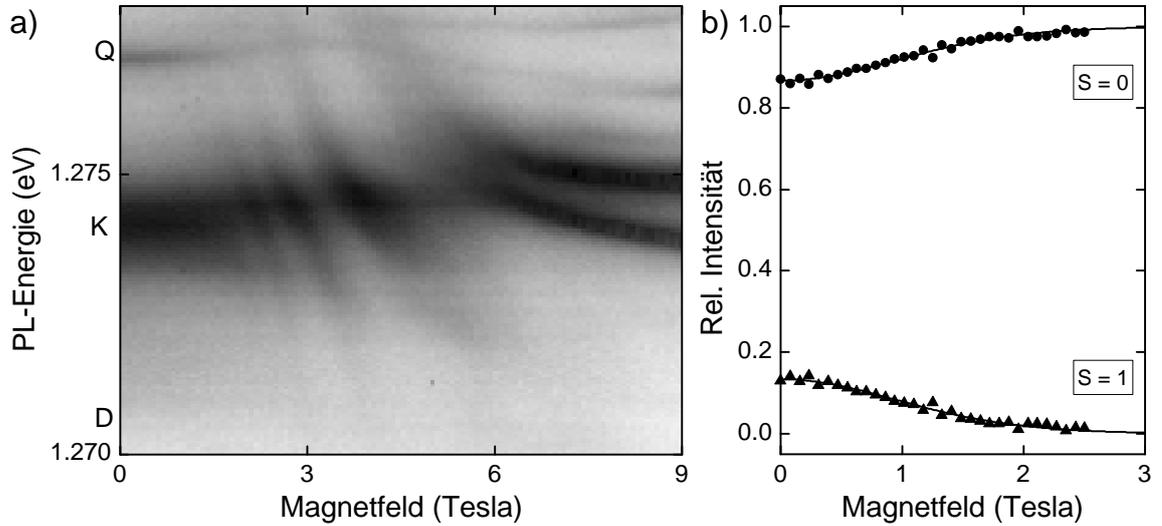


Abbildung 6.13: a) Quantenpunkt mit hoher Anisotropie in der Quantenpunktgeometrie. Anzeichen dafür sind die in der Intensität stark reduzierten Emissionen der Quadruplett(Q)- und Duplett(D)-Linie und einer stark ausgeprägten Emission der K-Linie bei $B = 0$. Die Analyse der normierten Intensitäten b) bestätigt dieses Verhalten quantitativ. Anpassungsparameter: $T = 7.7$ K und $\hbar\Delta\omega = 3.3$ meV.

teres Messergebnis der Untersuchung des Quantenpunktes aus Abb. 6.9 bei einer Temperatur von 1.6 K (Abb. 6.12) mit identischer Laserleistung ($P = 0.5 \mu\text{W}$). Aus den Messdaten bei 1.6 K ist lediglich eine geringe Abweichung des kritischen Feldes im Vergleich zur Messung bei 4.2 K abzulesen. Man erwartet bei Verringerung der Temperatur eine deutliche Verschiebung des Übergangspunktes und einen schärferen Kurvenverlauf. Eine Erklärung für die geringe Verschiebung ist die Stärke der eingestrahlten Pumplaserleistung. Obwohl sich das gesamte System auf einer Temperatur von 1.6 K befindet, zeigen die Messdaten und die daraus gewonnenen Anpassungsparametern eine Temperatur von $T = 5.7$ K. Wegen der eingestrahlten Leistung führt dies zu einer lokal messbaren Erwärmung des Probenmaterials.

Ein ganz anderes Verhalten ergibt sich aus der Simulation bei Variation der Anisotropie. Hierzu sind in Abb. 6.10b drei Graphen für Anisotropieenergien von $\hbar\Delta\omega = 0$ meV, 1 meV und 2 meV dargestellt. Im Fall von $\hbar\Delta\omega = 0$ meV und $\hbar\Delta\omega = 1$ meV zeigt sich das normale Verhalten mit kritischem Magnetfeld und Übergangsbereich. Bei einer Anisotropie von $\hbar\Delta\omega = 2$ meV geht das Verhalten mit Übergangsbereich in ein Verhalten ohne Übergangsbereich über. Eine experimentelle Bestätigung liefern die in Abb. 6.13 dargestellten Messdaten. Hier sind in Abb. 6.13a die Emissionslinien des X^{3-} -Exzitons eines weiteren Quantenpunktes im Magnetfeld dargestellt. Zu sehen ist die stark ausgeprägte Emission der K-Linie bei 1.274 eV, die sehr schwache Emission der Q-Linie bei 1.277 eV und die in dieser Art der Dar-

Experimentelle Parameter						Anpassungsparameter	
Analyse	$\frac{T}{\text{K}}$	$\frac{\text{Anregung}}{\mu\text{W}}$	$\frac{E_Q - E_D}{\text{meV}}$	$\frac{X_{pp}^{ee}}{\text{meV}}$	g_e	$\frac{\hbar\Delta\omega}{\text{meV}}$	$\frac{T}{\text{K}}$
Abb. 6.9a	4.2	2.0	5.263	1.316	-0.81	1.033	8.774
Abb. 6.11a	4.2	0.5	5.207	1.302	-0.81	0.501	6.349
Abb. 6.12a	1.6	0.5	5.214	1.304	-0.81	0.483	5.652
Abb. 6.13a	4.2	0.5	5.415	1.354	-0.81	3.311	7.652

Tabelle 6.2: Zusammenstellung der verwendeten experimentellen Parameter und der ermittelten Anpassungsparameter.

stellung nicht mehr unterscheidbaren Emission der D-Linie bei etwa 1.271 eV. Im Unterschied zur vorangegangenen Diskussion ist hier bereits bei $B = 0$ Tesla eine relevante Emission der K-Linie vorhanden. Aus den Parametern von der Analyse der Intensitäten (Abb. 6.13b) ist eine Anisotropie zu entnehmen, die um einen Faktor 3 bzw. 6 höheren Wert annimmt, als in den zuvor gezeigten Daten. Diese starke Anisotropie ist der Grund für das unterschiedlich auftretende Verhalten der Intensität der Photolumineszenz im Magnetfeld. In diesem Fall ist die Energie der Anisotropie von $\hbar\Delta\omega = 3.3$ meV wesentlich größer als die Austauschwechselwirkung von $X_{pp}^{ee} = 1.4$ meV, was dazu führt, dass schon ohne Magnetfeld der ($S = 0$)-Anfangszustand favorisiert und nur ein Bruchteil der Besetzungswahrscheinlichkeit auf den ($S = 1$)-Anfangszustand verteilt wird. Das bedeutet, dass schon ohne angelegtem Magnetfeld und das Auftreten einer starken Resonanz im Energiebereich zwischen der Emission der Q- und D-Linie eine Abschätzung über die permanente Verspannung des Quantenpunktes getroffen werden kann.

Zusammenfassend konnte in diesem Abschnitt gezeigt werden, dass sich die relativen Intensitäten für den ($S = 0$)- und ($S = 1$)-Anfangszustand quantitativ durch ein statistisches Modell interpretieren lassen. Dabei kommen die Anpassungsparameter Temperatur und Anisotropie des Quantenpunktes zum Tragen. Sämtliche in diesem Abschnitt dargestellten Anpassungsparameter und Werte aus den experimentellen Daten sind in der Tabelle 6.2 zusammengefasst.

6.2.2 Analyse im Bereich starker Magnetfelder

Im zweiten Abschnitt dieses Kapitels über die Analyse des X^{3-} -Exzitons konzentriert sich die Beschreibung der beobachteten Effekte auf den Magnetfeldbereich über 2 Tesla. Wie schon im vorherigen Abschnitt skizziert, treten in diesem Bereich markante Serien von Niveauabstoßungen in der Photolumineszenz auf. Zu Beginn der Beschreibung werden die Grundlagen des Effektes analysiert. Im Weiteren wird sich zeigen, dass die auftretende Abstoßung der Emissionslinie nicht aus einem reinen internen Übergang im Quantenpunkt, sondern als Folge einer Wechselwirkung der Quantenpunktelektronen mit einem Kontinuum an Zuständen, den Landau-Niveaus resultiert. Dies wird durch eine photon-induzierte Hybridisierung innerhalb eines Quantenpunktes generiert. Abschließend wird in eine umfassende, den Effekt beschreibende Theorie eingeführt und die experimentellen Daten werden mit einer aus der Theorie entwickelten Simulation verglichen.

(1/B)-periodische Oszillationen in der PL-Intensität In diesem Abschnitt soll gezeigt werden, dass eine anfängliche Interpretation (Abb. 6.6, Seite 83) des gefundenen Effektes mittels einer Beziehung zu Shubnikov - de Haas Oszillationen scheitert. Repräsentativ für das magnetische Verhalten von unterschiedlich geladenen Exzitonen ist in einer Graustufendarstellung die Abhängigkeit der Photolumineszenzenergie bei Variation der Gatespannung (Abb. 6.14a) und die Dispersion im Magnetfeld (Abb. 6.14b) an definierten Ladungszuständen gezeigt. In üblicher Weise führt der Feldeffekt zu einer kontrollierten Befüllung der Quantenpunkten mit Elektronen, wobei die Emissionslinie an den Stellen der Gatespannung ein sprunghaftes Verhalten zeigt, wenn ein zusätzliches Elektron in den Quantenpunkt gelangt [9] (Abb. 6.14a, Seite 94 und Kapitel 5.1, Seite 66). Das detaillierte magnetische Verhalten der unterschiedlichen Ladungszustände X^0 , X^{1-} und X^{2-} wurde bereits in Abschnitt 6.1 (Seite 75) diskutiert und zeigt zusammenfassend eine Spin-Zeeman-Aufspaltung und eine diamagnetische Energieverschiebung. Im Fall des X^{3-} -Exzitons tritt sowohl das in Abschnitt 6.2.1 diskutierte Übergangsverhalten der Emissionslinie mit dem Magnetfeld, als auch der charakteristische Verlauf im hohen Magnetfeldbereich auf. Die Struktur der Niveauabstoßungen im asymptotischen Bereich deuten auf ein vergleichbares Verhalten mit Landau-Energieniveaus im Magnetfeld hin. Ein Unterschied zu den Landau-Energieniveaus liegt darin, dass die Asymptoten ein negatives Steigungsverhältnis zeigen.

Ab einem Magnetfeld von etwa 2 Tesla treten die Niveauabstoßungen mit einer Periodizität proportional zum inversen Magnetfeld auf, welches eine Verbindung zu dem Verhalten von Shubnikov - de Haas Oszillation in der Leitfähigkeit eines zwei- oder drei-dimensionalen Elektronensystems und zum de Haas - van Alphen Effekt in der Magnetisierung vermuten lässt. Diese Analogie führt zur Aufstellung einer Hypothese, dass aus der Periode des inversen Magnetfeldes die Ladungsträgerdichte ermit-

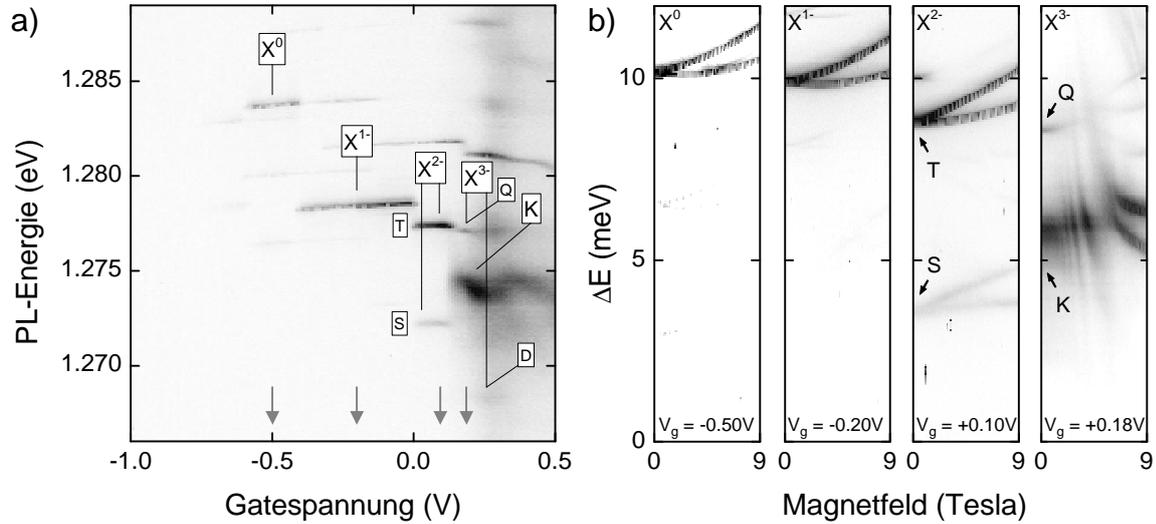


Abbildung 6.14: a) Photolumineszenz von einem einzelnen Quantenpunkt als Funktion der Gatespannung. Die unterschiedlichen Plateaus repräsentieren die Emission von unterschiedlich geladenen Exzitonen (X^0 , X^{1-} , X^{2-} und X^{3-}). Es sind die Positionen der Gatespannung mit Pfeilen markiert, an denen magnetooptische Spektroskopie durchgeführt wurde. b) Magnetische Dispersionen von X^0 , X^{1-} , X^{2-} und X^{3-} -Exzitonen. Die Linien T und S des X^{2-} -Exzitons sind die Emissionen in den Triplett- und Singulett-Endzustand. Analog ist die Bezeichnung Q und D für die Emissionen in den Quadruplett- und Duplett-Endzustand. Mit K wird die K-Linie bezeichnet.

telt werden kann. Es wird sich zeigen, dass sich diese Hypothese nicht bestätigt, da keine Besetzung des Kontinuum mit Elektronen stattfindet oder nur mit einer sehr geringen Dichte ($n_s < 10^{10} \text{ cm}^{-2}$) befüllt ist. Mit n_s wird die Ladungsträgerdichte des zwei-dimensionalen Elektronensystems bezeichnet. Dazu ist in Abb. 6.15a ein X^{3-} -Exziton (identisch mit 6.5a) gezeigt. Bei konstanter Energie (gestrichelte Linie) treten abwechselnd Maxima und Minima in der Intensität auf (Abb. 6.15b). Zur Analyse werden die Positionen der Intensitätsmaxima in der Photolumineszenz im Magnetfeld einer Position im inversen Magnetfeld zugeordnet. Diese Vorgehensweise ist analog zur Analyse von Shubnikov - de Haas Oszillationen. Das Ergebnis dieser Analyse zeigt Abb. 6.15c. Hierbei wird der geradzahlige Index κ gegen die Positionen im inversen Magnetfeld aufgetragen. Eine Extrapolation zum Indexwert $\kappa = 0$ bei einem inversen Magnetfeld von $1/B = 0$ liefert eine absolute Zuordnung. Der Index κ ist definiert durch $\kappa = \frac{\hbar n_s}{e B}$ und gibt die Anzahl der vollständig mit Elektronen besetzten Landau-Energieniveaus an. Aus der linearen Regression der Datenpunkte ergibt sich eine gemittelte Steigung von 23.18 Tesla, das einer hypothetischen Dichte von $n_s = 5.60 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ entspricht [A4]. Dieser Wert ist nun Grundlage für den Vergleich mit der Ladungsträgerdichte, die aus einer Magneto-Kapazitätsmessung

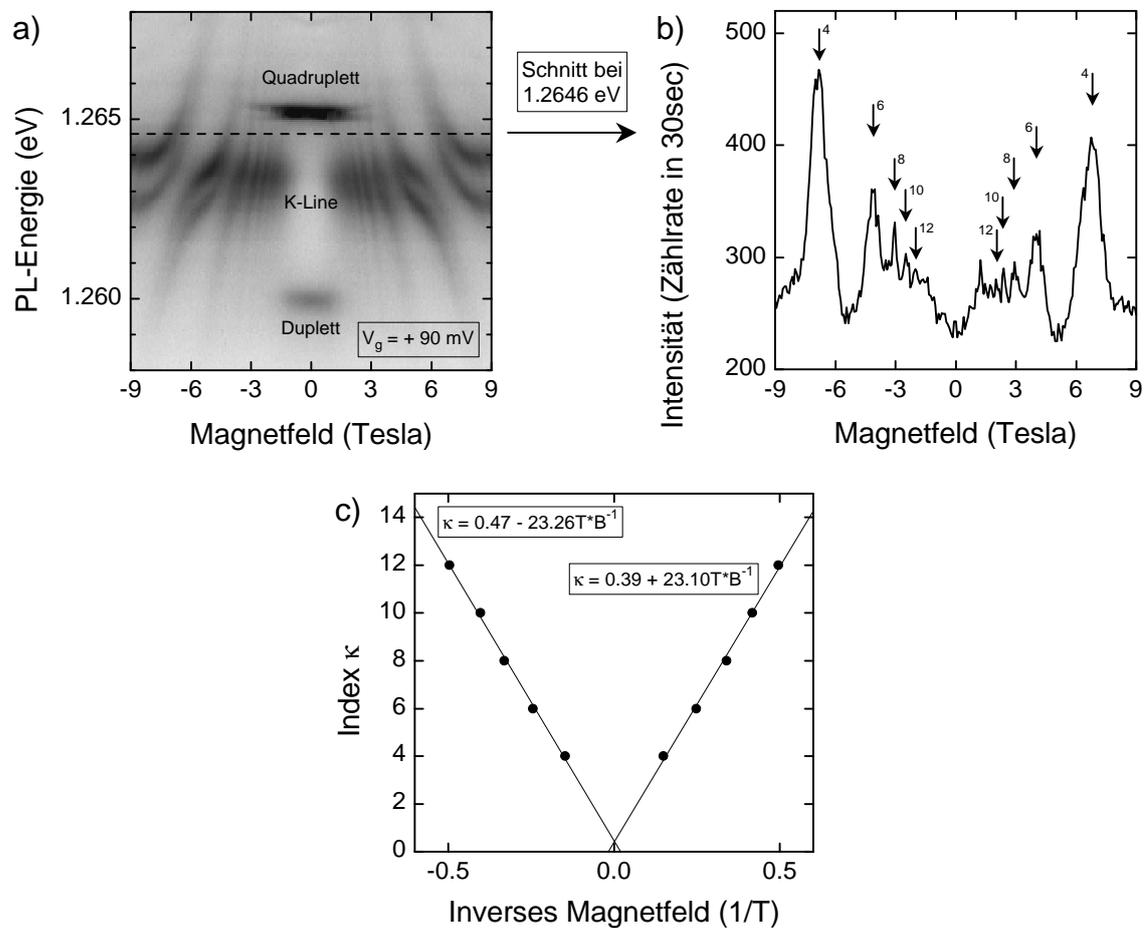


Abbildung 6.15: a) Photolumineszenz eines X^{3-} -Exzitons aufgetragen gegen das Magnetfeld. Die gestrichelte Linie markiert die Photolumineszenzenergie, bei der die Periodizität in der Intensität der Emission untersucht wird. b) Die auftretenden Maxima in der Photolumineszenz sind mit einem Index κ markiert und repräsentieren die Position der Asymptoten bei einer Energie von 1.2646 eV. c) Die Indizes, an denen die Resonanzen in der Intensität der Photolumineszenz auftreten, sind gegen die Positionen im inversen Magnetfeld aufgetragen. Der Index variiert um $\Delta\kappa = 2$ von einem Maximum zum nächsten. Eine durchgeführte Anpassung zeigt ein lineares Verhalten.

am gleichen Probenmaterial berechnet wird. Die Messung der Kapazität (Kapitel 2.3.1, Seite 9) im Magnetfeld ist eine Ensemble-Messung von Quantenpunkten und gibt daher eine durchschnittliche Elektronenkonzentration an. Bei hoher positiver Gatespannung sind ausgeprägte Shubnikov - de Haas Oszillationen in der Magneto-Kapazität zu beobachten (Abb. 6.16a), wobei jedes auftretende Minimum mit dem korrespondierenden Füllfaktor markiert ist. Der Füllfaktor wird gegen das inverse

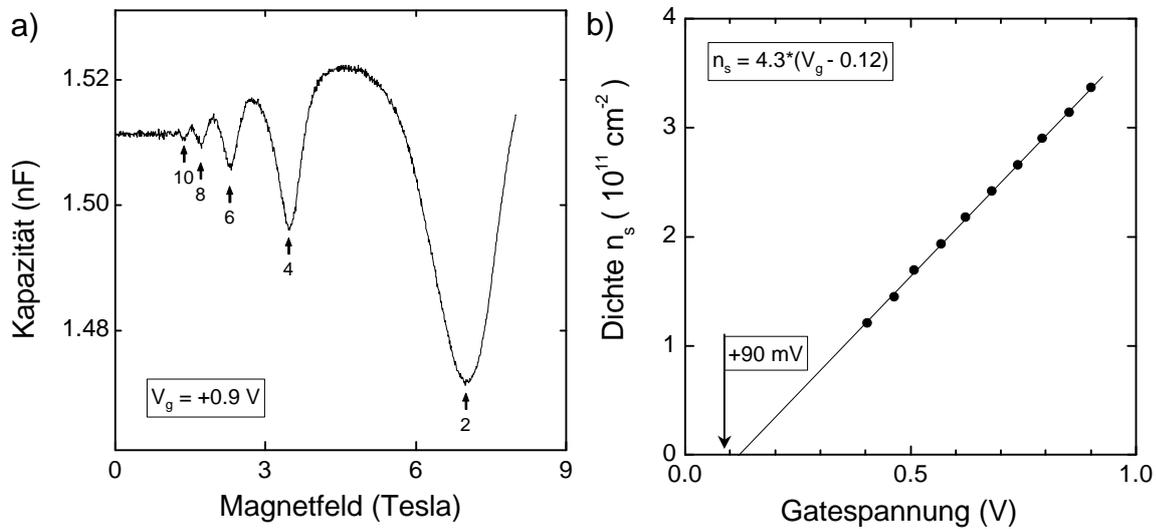


Abbildung 6.16: a) Magneto-Kapazitätsmessung an einem Ensemble von Quantenpunkten. Die Pfeile markieren die Magnetfelder, an denen ein Landau-Energieniveau vollständig gefüllt ist, korrespondierend zu einem mit in der Markierung angegebenen Füllfaktor. b) Dichte des zwei-dimensionalen Elektronensystems aufgetragen gegen die Gatespannung. Die Ladungsträgerdichte im zwei-dimensionalen Elektronensystem geht gegen Null bei einer Gatespannung unterhalb von $+0.12$ V. Der Pfeil markiert die Position der Gatespannung, bei der das Verhalten des X^{3-} -Exzitons in Abb. 6.5 beobachtet wurde.

Magnetfeld aufgetragen und aus der Steigung die Ladungsträgerdichte berechnet. Die Berechnung der Elektronenkonzentration liefert bei einer Gatespannung von $V_g = +0.9$ V einen Wert von $n_s = 3.4 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ [A4]. Eine gatespannungsabhängige Magneto-Kapazitätsmessung führt zu einer Ladungsträgerdichte, die linear von der Gatespannung abhängt (Abb. 6.16b). Bei stark positiver Spannung verursacht dies eine Besetzung der Benetzungsschicht mit Elektronen, wobei die Elektronen in der Benetzungsschicht ein zwei-dimensionales Verhalten zeigen. Insbesondere ergibt sich aus der Analyse in Abb. 6.16b, dass unterhalb eines Grenzwertes von $V_g = +0.12$ V die Benetzungsschicht nicht besetzt ist. Daraus ergeben sich zwei Argumente gegen die Hypothese, dass eine direkte Wechselwirkung zwischen dem Quantenpunkt und dem zwei-dimensionalen Elektronensystem stattfindet. Diese scheitern an der vollständigen Erklärung der beobachteten Niveauabstoßung eines X^{3-} -Exziton.

Erstens, die Berechnung der Elektronenkonzentration aus den Oszillationen der Photolumineszenzintensität führt zu einer Dichte, die höher ist, als maximal in der Benetzungsschicht erreicht werden kann, auch bei noch so hohen positiven Gatespannungen.

Zweitens, und das ist der entscheidende Punkt, die Niveauabstoßung in der Photolumineszenz ist auch dann zu beobachten, wenn die Benetzungsschicht nicht mit

Elektronen befüllt ist (Abb. 6.15a, $V_g = +0.090$ V) oder eine geringe Konzentration an Elektronen im zwei-dimensionalen Elektronensystem (Abb. 6.14b rechts, $V_g = +0.18$ V) aufweist.

Anstatt der vorgeschlagenen Hypothese muss ein anderer Mechanismus das beobachtete Verhalten in der Photolumineszenz induzieren. Auffallend ist, dass die auftretende Niveauabstoßung bei verschiedenen untersuchten Quantenpunkten analog auftritt, der Effekt aber im Magnetfeld bislang ausschließlich für ein X^{3-} -Exziton charakteristisch ist. In Abb. 6.15a ist zu beobachten, dass die Emissionslinie des Quadruplett- und Duplett-Zustandes von den Oszillationen in der Photolumineszenzintensität vollständig unberührt bleiben. Einzig die K-Linie demonstriert das diskutierte Verhalten. Aus Abschnitt 5.1 (Seite 66) hat sich gezeigt, dass dem Anfangszustand des Quadruplett- und Duplett-Zustandes ein Gesamtelektronenspin von $S = 1$ und dem Anfangszustand der K-Linie ein Gesamtelektronenspin von $S = 0$ zugeordnet werden kann. Folglich ist die Elektronenkonfiguration mit Gesamtspin $S = 0$ eine notwendige Voraussetzung für das X^{3-} -Exziton, um den Effekt der Niveauabstoßung zu beobachten. Dies bedeutet, dass das beobachtete magnetische Verhalten des ($S = 0$)-Anfangszustandes eines X^{3-} -Exzitons nur dann auftaucht, wenn sich im Anfangszustand mindestens vier Elektronen im Quantenpunktpotential befinden, die sich dann nach dem Photonemissionsprozess auf drei Elektronen reduzieren, und zugleich die zwei p-Elektronen auf einem gemeinsamen p_{-1} -Niveau befinden. Aus theoretischen Überlegungen sollte dieser Effekt auch bei höher geladenen Exzitonen zu beobachten sein, da dann die Doppelbesetzung eines p_{-1} -Niveaus ab dem X^{4-} -Exzitons automatisch gewährleistet ist. Wegen der Eigenschaft des verwendeten Probenmaterials, an dem die Untersuchungen durchgeführt werden, lässt sich ein maximaler Ladungszustand des X^{3-} -Exzitons einstellen und begrenzt damit den Nachweis von Niveauabstoßungen auf das dreifach negativ geladene Exziton. Abschließend werden die grundlegenden Eigenschaften und Voraussetzungen zur Beobachtung des am X^{3-} -Exziton auftretenden Verhalten im Magnetfeld zusammengefasst.

1. Der Effekt tritt, Probenmaterial bedingt, momentan nur am Ladungszustand des X^{3-} -Exzitons auf.
2. Der Gesamtelektronenspin des Anfangszustand eines X^{3-} -Exzitons ist notwendigerweise gleich null.
3. Dieser Effekt tritt unabhängig von einem mit Elektronen befüllten zwei- oder drei-dimensionalen Elektronensystems auf. Ein in nächster Nähe wechselwirkendes zwei- oder drei-dimensionales Quantensystem muss vorhanden sein.
4. Die Serie der Niveauabstoßung zeigen ein periodisches Verhalten im inversen Magnetfeld. Dies ist eine Charakteristik für die Wechselwirkung

des Quantenpunktes mit einem zwei- oder drei-dimensionalen Quantensystem.

5. Die Linienbreite der K-Linie ($\sim 400 \mu\text{eV}$) ist wesentlich größer als die Linienbreite der Quadruplett-Linie ($< 10 \mu\text{eV}$). Das ist ein Hinweis auf einen Relaxationsprozess, der die Lebensdauer reduziert und damit eine Linienverbreiterung induziert.

Neuartiger, photon-induzierter kohärenter Zustand im Quantenpunkt Der Mechanismus, der die Wechselwirkung zwischen gebundenen Quantenpunktzuständen und Zuständen außerhalb des Quantenpunktes beschreibt, ist gekoppelt an eine Fehlstelle im s-Elektronenniveau nach der Photonemission. Generell geschieht die Erzeugung der Photolumineszenzstrahlung ausschließlich über die Rekombination eines Elektrons im energetisch am tiefsten liegenden Niveau des Leitungsbandes und eines Loches im energetisch am höchsten liegenden Niveau des Valenzbandes. Dies entspricht im Quantenpunktpotential dem Elektron und Loch im jeweiligen s-Niveau. Damit entsteht nach Photonemission eine besetzbare Fehlstelle im s-Elektronenniveau und dies ist zugleich eine weitere Voraussetzung für das X^{3-} -Exziton, einen definierten Relaxationsprozess zu induzieren. Damit sind die grundlegenden Anforderungen für einen photon-induziert ablaufenden Relaxationsprozess erfüllt.

Im allgemeinen ist eine Bedingung an diesen neuartigen, durch Photonemission induzierten Effekt dadurch gegeben, dass sich zwei Elektronen in einem angeregten Zustand befinden, der Grundzustand besetzbar und die Energie- und Impulserhaltung gewährleistet ist. In Abb. 6.17a und 6.17b ist das Prinzip eines derartigen Effektes an Zuständen innerhalb des Quantenpunktes skizziert. Der ($S = 0$)-Endzustand eines X^{3-} -Exzitons nach Photonemission ist in Abb. 6.17a gezeigt, wobei zwei Elektronen das p_{-1} -Niveau und ein Elektron das s-Niveau besetzen. Ein photon-induzierter Relaxationsprozess ist möglich, wenn ein Energieübertrag während der Relaxation eines Elektrons aus dem p_{-1} -Niveau in das s-Niveau auf das zweite Elektron im p_{-1} -Niveau stattfinden kann. Im Quantenpunktmodell des zwei-dimensionalen harmonischen Oszillators ohne Magnetfeld ist der Energieunterschied zwischen aufeinander folgende Energieniveaus konstant gleich $\hbar\omega_e$. Folglich ist die Energieerhaltung automatisch während des Prozesses erfüllt und das zweite Elektron aus dem p_{-1} -Niveau besetzt ein d-Niveau, das dreifach entartet ist. Aus der Drehimpulserhaltung muss der Gesamtdrehimpuls vor und nach dem Prozess erhalten sein. Dies führt zur Besetzung des d_{-2} -Niveaus ($l = -2$) mit einem Elektron, welches dem Gesamtdrehimpuls der beiden Elektronen im p_{-1} -Niveau entspricht. Dieser Sachverhalt wird durch Abb. 6.17b verdeutlicht. Der so neu entstandene Zustand wird durch eine photon-induzierte Hybridisierung von Quantenpunktzuständen beschrieben. Zusätzlich ist der skizzierte Effekt analog mit Magnetfeld erfüllt. Aus Abb. 6.17a und Abb. 6.17b wird ersichtlich, dass der ($S = 0$)-Endzustand eines

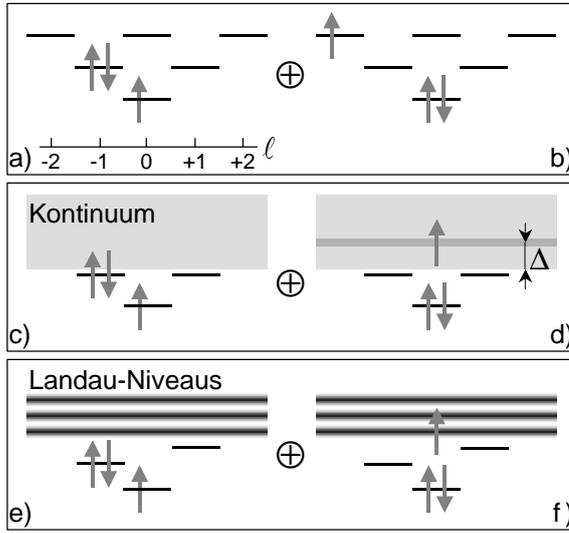


Abbildung 6.17: Schematische Darstellung der Energieniveaus im Quantenpunkt. a) Der elektronische Besetzungszustand entspricht dem des ($S = 0$)-Endzustand eines X^{3-} -Exzitons. b) Ein weiterer ($S = 0$)-Endzustand des X^{3-} -Exzitons unter Berücksichtigung der Energie- und Drehimpulserhaltung. c) Ein Quantenpunkt in der Nähe eines Kontinuums bei $B = 0$ und d) bei $B_{kr} < B < B_1 \sim 1 - 2$ Tesla, wobei der zweite ($S = 0$)-Endzustand unter Berücksichtigung der Energie- und Drehimpulserhaltung gebildet wird und jetzt mit dem Kontinuum wechselwirkt. e) und f) $B > B_1$: Das Kontinuum spaltet in

Landau-Niveaus auf und eine Wechselwirkung mit diskreten Energieniveaus findet statt. Bezeichnungen: l , Drehimpulsquantenzahl; Δ : Kinetische Überschussenergie.

X^{3-} -Exzitons nach Photonemission aus einer Linearkombination von zwei Zuständen identischer Energie aber unterschiedlicher Symmetrie besteht. Zur Bestätigung dieses Sachverhaltes wird im anschließenden Abschnitt dieser Effekt unter theoretischen Gesichtspunkten untersucht.

Die so beschriebene photon-induzierte Hybridisierung innerhalb des Quantenpunktes kann noch nicht das Auftreten einer Niveauabstoßung erklären. Zumal die, in dieser Arbeit untersuchten, Quantenpunkte einen maximalen Ladungszustand des X^{3-} -Exzitons zulassen, bedingt durch den für dieses Probenmaterial spezifischen Wachstumsprozess. Das bedeutet, es existieren keine gebundenen d-Energieniveaus bei dieser Art von Quantenpunkten, die eine photon-induzierte Hybridisierung innerhalb des Quantenpunktes zulassen würden. Demgegenüber existiert parallel ein Quantensystem mit einem Kontinuum an Zuständen. Ein zwei-dimensionaler InAs-Quantentopf, die sogenannte Benetzungsschicht, der unumgänglich mit dem Wachstumsprozess der Quantenpunkte entsteht, repräsentiert ein Kontinuum an Zuständen und ist schematisch in Abb. 6.17c und Abb. 6.17d dargestellt. Der Abstand Δ ist als kinetische Überschussenergie definiert und ist der Energieunterschied zwischen dem fiktiven d_{-2} -Quantenpunktniveau und dem Beginn des zwei-dimensionalen Kontinuums bei $B = 0$. Dieser Energieunterschied Δ wird im übernächsten Abschnitt ausführlich beschrieben. Im Magnetfeld spaltet dieses Kontinuum in Landau-Niveaus (Abb. 6.17e und f) auf. Die Wechselwirkung zwischen den lokalisierten Zuständen des Quantenpunktes und den delokalisierten Zuständen der Landau-Niveaus wird nun über den photon-induzierten Relaxationsprozess vermittelt. Die Energiebedingung für diesen Prozess wird genau erfüllt, wenn eines der Landau-Niveaus resonant zu

dem fiktiven lokalisierten d_{-2} -Niveau liegt. Damit die Drehimpulsbedingung gleichzeitig für jedes Landau-Niveau erfüllt ist, ist es notwendig, dass die Wellenfunktion für jedes Landau-Niveau einen d_{-2} -artigen Charakter trägt. Aus der Tabelle 4.1 von Seite 52 ist zu entnehmen, dass die Wellenfunktionen für die ersten Landau-Energieniveaus durch ein d_{-2} -artiges Verhalten charakterisiert sind und dies auch für das n -te Landau-Niveau zutrifft. Bei Erfüllung der Resonanzbedingung tritt eine Hybridisierung zwischen den lokalisierten Quantenpunktzuständen und den delokalisierten Landau-Niveaus auf, die sich in der Beobachtung von einer Serien von abstoßenden Emissionslinien und deren Periodizität mit $1/B$ widerspiegelt. Das Verhalten der Asymptoten einer jeden Niveauabstoßung zeigt ein negatives Steigungsverhalten, entgegen des erwarteten positiven Verlaufs, das charakteristisch für Landau-Energieniveaus ist. Diese Tatsache wird sich in den folgenden Analysen bestätigen, dass der Mechanismus des photon-induzierten Relaxationsprozess im ($S = 0$)-Endzustand stattfindet.

Konformität von Experiment und Theorie Im vorherigen Abschnitt wurde eine reine phänomenologische Beschreibung zur Beobachtung der auftretenden Niveauabstoßung gegeben. Dies wird in diesem Abschnitt von der theoretischen Seite genauer untersucht. Zur ersten Analyse werden Matrixelemente einer Coulomb-Kopplung von verschiedenen Quantenpunktzuständen des X^{3-} -Exzitons nach Photonemission berechnet. Der errechnete Wert des Matrixelementes ist proportional zu einer auftretenden Wahrscheinlichkeit der betrachteten Kopplung. Das Ergebnis dieser Analyse führt zunächst zu einem Widerspruch zwischen Theorie und Experiment. In dem nun folgenden Abschnitt wird diese Inkonsistenz zwischen Theorie und Experiment geklärt.

Insgesamt verbleiben nach Photonemission drei Elektronen im Quantenpunkt. Der Quantenpunkt befindet sich danach noch in einem angeregten Zustand und wird nach einem Relaxationsprozess in einen Grundzustand übergehen. Eine Auswahl von möglichen Hybridisierung sind in Tabelle 6.3 dargestellt. Die Berechnung der Matrixelemente wird nach der Methode in Kapitel 4.3.2 durchgeführt. Unter Verwendung einer Symbolik für die Energieniveaus im Quantenpunkt soll diese die Art der Hybridisierung demonstrieren. In den ersten drei Zeilen dieser Tabelle wird das X^{3-} -Exziton nach Photonemission im Magnetfeld untersucht, bei dem der Anfangszustand eine einzelne Emissionslinie (K-Linie) repräsentiert. Demnach ist eine Coulomb-Kopplung zu einem d_{-2} -Niveau (erste Zeile in Tabelle 6.3) und somit eine Kopplung zu Zuständen möglich, die außerhalb des Quantenpunktes liegen. Damit bestätigt die Rechnung das im Experiment beobachtete Verhalten. Die letzten drei Ergebnisse aus Tabelle 6.3 symbolisieren das Verhalten des X^{3-} -

Exziton ohne Magnetfeld. Der Zustand $\left| - \uparrow \overline{\uparrow} \downarrow - \right\rangle$ bezeichnet eine Komponente des Quadruplett- und Duplett-Zustandes. Gemäß den Überlegungen im vorherigen

Coulomb-Kopplung zwischen		Wellenfunktionen des				E_{ijmn}
Bra-Zustand	Ket-Zustand	Bra-Zustandes		Ket-Zustandes		
		$\Psi_i^e(\vec{r}_1)$	$\Psi_j^e(\vec{r}_2)$	$\Psi_m^e(\vec{r}_1)$	$\Psi_n^e(\vec{r}_2)$	
$\langle -\uparrow\downarrow\uparrow-- $	$ \uparrow--\downarrow-- \rangle$	p_{-1}	p_{-1}	s_0	d_{-2}	$\sqrt{2}\frac{5}{32}$
$\langle -\uparrow\downarrow\uparrow-- $	$ --\uparrow\downarrow-- \rangle$	p_{-1}	p_{-1}	s_0	d_0	0
$\langle -\uparrow\downarrow\uparrow-- $	$ --\downarrow--\uparrow \rangle$	p_{-1}	p_{-1}	s_0	d_{+2}	0
$\langle -\uparrow\uparrow\downarrow- $	$ \uparrow--\downarrow-- \rangle$	p_{+1}	p_{-1}	s_0	d_{-2}	0
$\langle -\uparrow\uparrow\downarrow- $	$ --\uparrow\downarrow-- \rangle$	p_{+1}	p_{-1}	s_0	d_0	$-\frac{1}{16}$
$\langle -\uparrow\uparrow\downarrow- $	$ --\downarrow--\uparrow \rangle$	p_{+1}	p_{-1}	s_0	d_{+2}	0

Tabelle 6.3: Matricelemente einer Coulomb-Kopplung im Quantenpunkt. Das erste Paar an Wellenfunktionen ($\Psi_i^e\Psi_j^e$) repräsentiert den Bra-Zustand und das zweite Paar ($\Psi_m^e\Psi_n^e$) den Ket-Zustand von zwei Elektronen im Quantenpunktpotential. Die Energie E_{ijmn} ist gegeben durch $E_{ijmn} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \frac{\Psi_i^e(\vec{r}_1)^* \Psi_j^e(\vec{r}_2)^* \Psi_m^e(\vec{r}_1) \Psi_n^e(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$ und repräsentiert einen zur Übergangswahrscheinlichkeit proportionalen Wert. E_{ijmn} ist normiert auf die Coulomb-Energie $E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{l_e}$ von zwei Elektronen im s-Niveau mit $l_e = \frac{1}{\beta_e(B=0)} = \sqrt{\frac{\hbar}{m_e^*\omega_e}}$. Das im Bra-Zustand wie im Ket-Zustand vorhandene s-Elektron hat keine Auswirkung auf das Ergebnis der Energieberechnung. Die in den ersten beiden Spalten verwendete Terminologie ist analog zu der Beschreibung der Quantenpunktelektronen in Abb. 6.17 von Seite 99.

Abschnitt sollte keine Kopplung zwischen diesem Zustand und einem Grundzustand stattfinden, welcher ein d_0 -Niveau beinhaltet. Laut Rechnung findet eine Kopplung mit einem d_0 -Niveau statt. Dieses Ergebnis bedeutet, dass ohne äußerem Magnetfeld ein Übergang vom Elektron im p_{-1} -Niveau zum s-Niveau und gleichzeitig ein Übergang vom Elektron im p_{+1} -Niveaus zum d_0 -Niveau mit nichtverschwindender Wahrscheinlichkeit auftritt. Die experimentelle Konsequenz ist ein Verschwinden der Austauschwechselwirkung zwischen einem p-Elektron und einem s-Elektron und die damit bedingte Energie der Austauschwechselwirkung von $X_{sp}^{ee} = 0$. Demnach sollte die Aufspaltung zwischen der Quadruplett- und Duplett-Linie verschwinden und eine einzige Linie auftreten. Dies scheint zunächst ein Widerspruch zwischen Theorie und Experiment zu sein, da die dargestellte Prognose im Experiment nicht

beobachtet wird. In Wirklichkeit liegt die Unstimmigkeit darin, dass nicht nur einzelne Kopplungsmatrixelemente zu vergleichen sind, sondern die komplette Kopplungsmatrix aufgestellt werden muss und gegebenenfalls eine Diagonalisierung der Matrix durchzuführen ist. Aus der Diagonalisierung können dann die Eigenwerte und zugehörigen Eigenzustände ermittelt werden. Ziel ist es nun, diese Matrix aufzustellen und nach der Diagonalisierung zu zeigen, dass ein Eigenzustand für den Quadruplett- und Duplett-Zustand existiert, der nicht gleichzeitig die Komponente

$\left| - \uparrow \downarrow \uparrow - \right\rangle$ und $\left| - - \uparrow - \right\rangle$ enthält. Damit ist gewährleistet, dass trotz des nichtverschwindenden Matrixelementes keine Kopplung zwischen den Quadruplett- und Duplett-Zustand und dem Zustand der K-Linie stattfinden kann.

Um die Methode der Berechnung der Kopplungsmatrix für das behandelte Drei-Elektronen-Systems des X^3- -Exzitons nach Photonemission zu verdeutlichen, wird zunächst exemplarisch eine Berechnung der Matrix für zwei Elektronen durchgeführt. In diesem Fall soll das s -Niveau und p_{-1} -Niveau mit je einem Elektron besetzt sein. Demnach gibt es zur Gesamtenergie von $E_{ges} = \hbar\omega_e^s + \hbar\omega_e^p = 3\hbar\omega_e$ unter Berücksichtigung des Elektronenspins vier Möglichkeiten der Kombinationen von Elektronen mit deren Basiszuständen von

$$\begin{aligned} |\Psi_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle &= \left| - \uparrow \uparrow - - \right\rangle \\ |\Psi_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle &= \left| - \uparrow \downarrow - - \right\rangle \\ |\Psi_3(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle &= \left| - \downarrow \uparrow - - \right\rangle \\ |\Psi_4(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle &= \left| - \downarrow \downarrow - - \right\rangle. \end{aligned}$$

Die Wellenfunktionen für die verschiedenen Kombinationen werden nach dem Prinzip der Slater-Determinante konstruiert, in welcher die Ein-Teilchen-Wellenfunktion

zum Tragen kommt. Für den Basiszustand $|\Psi_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle = \left| - \uparrow \uparrow - - \right\rangle$ ergibt sich nach der Slater-Determinante

$$\frac{1}{2} \begin{vmatrix} |\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_1)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p_{-1}}^e(\vec{r}_1)\rangle \\ |\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_2)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p_{-1}}^e(\vec{r}_2)\rangle \end{vmatrix}$$

die Wellenfunktion zu

$$|\Psi_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle = \frac{1}{2} \left(|\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_2)\rangle |\uparrow\rangle |\Psi_{p_{-1}}^e(\vec{r}_1)\rangle - |\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_1)\rangle |\uparrow\rangle |\Psi_{p_{-1}}^e(\vec{r}_2)\rangle \right)$$

bei der $|\uparrow\rangle$ oder $|\downarrow\rangle$ die Spinstellung des Elektrons zur jeweiligen Ortswellenfunktion angibt. In analoger Weise können die Wellenfunktionen $|\Psi_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle$, $|\Psi_3(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle$ und $|\Psi_4(\vec{r}_1, \vec{r}_2)\rangle$ konstruiert werden. Die Berechnung der Kopplungsmatrix geschieht nun in der Weise, dass die Matrixelemente $M_{kl} = \langle \Psi_k(\vec{r}_1, \vec{r}_2) | V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2) | \Psi_l(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \rangle$ mit dem Coulomb-Potential $V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|}$ und k, l jeweils von 1 bis 4 berechnet werden. Das Ergebnis dieser Berechnung ist eine Kopplungsmatrix der Gestalt

$$\begin{pmatrix} E_{sp}^{ee} - X_{sp}^{ee} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{sp}^{ee} & -X_{sp}^{ee} & 0 \\ 0 & -X_{sp}^{ee} & E_{sp}^{ee} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{sp}^{ee} - X_{sp}^{ee} \end{pmatrix}.$$

Mit E_{sp}^{ee} und X_{sp}^{ee} sind die Energien der direkten Coulomb- und Austauschwechselwirkung zwischen einem s-Elektron und einem p-Elektron bezeichnet. Aus der Diagonalisierung der Matrix ergibt sich die diagonalisierte Form von

$$\begin{pmatrix} E_{sp}^{ee} - X_{sp}^{ee} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{sp}^{ee} - X_{sp}^{ee} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & E_{sp}^{ee} - X_{sp}^{ee} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & E_{sp}^{ee} + X_{sp}^{ee} \end{pmatrix}.$$

Aus dieser Form lassen sich die zugehörigen Eigenvektoren zu

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}}_{\text{Triplet}} \text{ und } \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{Singulett}}$$

berechnen. Diese Eigenvektoren entsprechen genau den Eigenvektoren eines Triplet- und Singulett-Zustandes (vgl. Tabelle 5.2, Seite 71) mit den Eigenwerten $E_{sp}^{ee} - X_{sp}^{ee}$ und $E_{sp}^{ee} + X_{sp}^{ee}$.

Für drei Elektronen wird nun analog verfahren, wobei die Wellenfunktionen gleichfalls über eine (3×3) -Slater-Determinante gebildet werden. Die Zustände, die untersucht werden, setzen sich aus einem s-Elektron, einem p_{-1} - und einem p_{+1} -Elektron zusammen mit einer Gesamtenergie von $E_{ges} = 5\hbar\omega_e$. Mit drei verschiedenen Elektronen lassen sich diese zu 8 unterschiedlichen Zuständen kombinieren.

Als Beispiel sei der Zustand $|\Psi_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle = \left| \begin{array}{ccc} - & \uparrow & - \\ \uparrow & & \uparrow & - \end{array} \right\rangle$ gezeigt, der über die

Slater-Determinante

$$\frac{1}{6} \begin{vmatrix} |\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_1)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p-1}^e(\vec{r}_1)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p+1}^e(\vec{r}_1)\rangle \\ |\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_2)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p-1}^e(\vec{r}_2)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p+1}^e(\vec{r}_2)\rangle \\ |\uparrow\rangle |\Psi_s^e(\vec{r}_3)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p-1}^e(\vec{r}_3)\rangle & |\uparrow\rangle |\Psi_{p+1}^e(\vec{r}_3)\rangle \end{vmatrix}$$

definiert ist. Die übrigen Wellenfunktionen $|\Psi_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle \dots |\Psi_8(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle$ werden nach dem analogen Prinzip konstruiert. Entsprechend der Vorgehensweise bei zwei Elektronen verläuft die Berechnung der Kopplungsmatrix mit den Matrixelementen $M_{kl} = \langle \Psi_k(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) | V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) | \Psi_l(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \rangle$, dem Coulomb-Potential $V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + V_c(\vec{r}_2, \vec{r}_3) + V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_3)$ als Summe der Coulomb-Potentiale für zwei Teilchen und k, l jeweils von 1 bis 8. Aus der Diagonalisierung und Darstellung der Eigenvektoren mittels der berechneten (8×8) -Matrix ergeben sich die Eigenzustände, wie sie in Tabelle 5.3 auf Seite 71 zu finden sind. Die entsprechenden Eigenwerte sind $E_{pp}^{ee} + 2E_{sp}^{ee} - X_{pp}^{ee} - 2X_{sp}^{ee}$ für die Quadruplett-Zustände und $E_{pp}^{ee} + 2E_{sp}^{ee} - X_{pp}^{ee} + X_{sp}^{ee}$ für die Duplett-Zustände.

Bei einem zwei-dimensionalen harmonischen Oszillatorpotential sind zusätzlich zu den im voran gegangenen Absatz gezeigten Wellenfunktionen zur Gesamtenergie $E_{ges} = 5\hbar\omega_e$ noch weitere Wellenfunktion mit der gleichen Energie bei Besetzung der d-Niveaus enthalten. So sind die Zustände $|\uparrow - \downarrow - \downarrow\rangle$, $|\downarrow - \uparrow - \downarrow\rangle$ und $|\downarrow - \downarrow - \uparrow\rangle$ existent zur gleicher Gesamtenergie. Von Interesse ist der Zustand $|\downarrow - \uparrow - \downarrow\rangle$, da dieser mit einem d_0 -Niveau koppelt und wird im folgenden als $|\Psi_9(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle$ bezeichnet. Um eine neue Kopplungsmatrix zu berechnen, müsste dieser Zustand in die vorherigen Betrachtungen hinzugenommen und die analogen Berechnungen an einer (9×9) -Matrix durchgeführt werden. Diese kann aus Symmetriegründen auf eine (4×4) -Matrix reduziert werden, das im folgenden erläutert wird.

Aus den oben durchgeführten Betrachtungen mit drei Teilchen ergeben sich 8 Kombinationsmöglichkeiten der Elektronen, wobei zwei Kombinationen mit Gesamtspin $S = \frac{3}{2}$ und $S_z = \pm\frac{3}{2}$ auftreten. Diese können für die nachfolgende Analyse vernachlässigt werden, da der Zustand $|\Psi_9(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle$ mit $S_z = \pm\frac{1}{2}$ auftritt. Zusätzlich werden aus den verbleibenden 6 Kombinationen und dem Zustand $|\Psi_9(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle$ nur diejenigen mit $S_z = +\frac{1}{2}$ in der Analyse verwendet. Damit sind die relevanten Basiszustände zur Berechnung der Kopplungsmatrix wie folgt festgelegt:

$$|\Psi_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle = |\downarrow - \uparrow - \downarrow\rangle$$

$$\begin{aligned}
|\Psi_3(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle &= \left| \begin{array}{cccc} - & \downarrow & \bar{-} & \uparrow \\ & \uparrow & \bar{-} & - \end{array} \right\rangle \\
|\Psi_4(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle &= \left| \begin{array}{cccc} - & \uparrow & \bar{-} & - \\ & \uparrow & \bar{-} & \downarrow \end{array} \right\rangle \\
|\Psi_9(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3)\rangle &= \left| \begin{array}{cccc} - & - & \uparrow & - \\ & - & \uparrow & - \end{array} \right\rangle
\end{aligned}$$

Die Wellenfunktionen für die einzelnen Zustände ergeben sich nach dem analogen Prinzip aus der Berechnung der Slater-Determinante und die Matrixelemente

$$M_{ij} = \langle \Psi_i(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) | V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) | \Psi_j(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) \rangle$$

mit $V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3) = V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_2) + V_c(\vec{r}_2, \vec{r}_3) + V_c(\vec{r}_1, \vec{r}_3)$ und (i,j) mit jeweils (2,3,4,9) werden nach dem gleichen Verfahren wie oben berechnet. Als Ergebnis dieser Berechnung ergibt sich eine Kopplungsmatrix von

$$\begin{pmatrix}
2E_{sp}^{ee} + E_{pp}^{ee} - X_{pp}^{ee} & -X_{sp}^{ee} & -X_{sp}^{ee} & 0 \\
-X_{sp}^{ee} & 2E_{sp}^{ee} + E_{pp}^{ee} - X_{sp}^{ee} & -X_{pp}^{ee} & E_{p-1p+1s_0d_0} \\
-X_{sp}^{ee} & -X_{pp}^{ee} & 2E_{sp}^{ee} + E_{pp}^{ee} - X_{sp}^{ee} & -E_{p-1p+1s_0d_0} \\
0 & E_{p-1p+1s_0d_0} & -E_{p-1p+1s_0d_0} & 2E_{sd}^{ee} + E_{ss}^{ee} - X_{sd}^{ee}
\end{pmatrix}.$$

Die auftretenden Energien E_{ij}^{ee} und X_{ij}^{ee} sind die Energien aus der direkten Coulomb- und Austauschwechselwirkung zwischen einem i-Elektron und einem j-Elektron. Mit dem neuen Zustand $|\Psi_4\rangle$ treten zusätzliche Matrixelemente vom Wert $E_{p-1p+1s_0d_0} = -\frac{1}{16}E_{ss}^{ee}$ auf. Entscheidend für die Argumentation ist die Untersuchung der Eigenvektoren der neuen Kopplungsmatrix die sich aus der Diagonalisierung der Matrix zu

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ A+B \\ A-B \\ 1 \end{pmatrix} \text{ und } \begin{pmatrix} 0 \\ C+D \\ C-D \\ 1 \end{pmatrix}$$

ergeben. Die Komponenten A , B , C und D setzen sich aus den unterschiedlichen Matrixelementen der Kopplungsmatrix zusammen und sind von Null verschieden. Die ersten beiden Eigenvektoren repräsentieren den Quadruplett- und Duplett-Zustand mit der z-Komponente des Gesamtspins vom Wert $S_z = +\frac{1}{2}$. Diese Eigenzustände koppeln nicht an den Zustand $|\Psi_9\rangle$ wegen der fehlenden letzten Komponente im Eigenvektor. Zudem zeigen zwar die letzten beiden Eigenvektoren eine Mischung von den Zuständen $|\Psi_3\rangle$, $|\Psi_4\rangle$ und $|\Psi_9\rangle$, aber einer fehlenden ersten

Komponente. Die Konsequenz ist eine Nicht-Besetzung dieser Zustände über einen Photonemissionsprozess und sind somit dunkle Zustände unter der Voraussetzung, dass es sich um einen absolut symmetrischen Quantenpunkt handelt. Bei Einführung einer starken Asymmetrie sollten diese dunklen Zuständen über Photonemission beobachtbar sein.

Modell der Asymptoten im Fall von Niveauabstoßung Die Herleitung der Asymptotengleichung geschieht in Anlehnung an Abb. 6.18, in welcher der ($S = 0$)-Anfangszustand und die Linearkombination der beiden möglichen Endzustände eines X^{3-} -Exzitons gezeigt sind. In Bezug auf eine Referenzenergie E_{Ref} werden die Gesamtenergien eines jeden Zustandes berechnet. Die Energie des s-Elektronenniveaus entspricht der hier definierten Referenzenergie. Es werden in dieser Betrachtung die Coulomb-Wechselwirkung und das diamagnetische Verhalten vernachlässigt. Für den Anfangszustand ergibt sich eine Energie $E_A = 2 \left(-\frac{1}{2}\hbar\omega_c\right) + 2\hbar\omega_e$. Dementsprechend berechnet sich die Energie des ersten Endzustandes zu $E_{E1} = 2 \left(-\frac{1}{2}\hbar\omega_c\right) + 2\hbar\omega_e$. Zur Energieermittlung des zweiten Endzustand werden die Landau-Energieniveaus in die Berechnung mit einbezogen. Das eingezeichnete Energieniveau im Kontinuum (Abb. 6.18, rechts) repräsentiert eine Energie der Landau-Niveaus. Als Energie des zweiten Endzustandes ergibt sich daraus $E_{E2} = \hbar\omega_e + \delta + \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c$. Aus der Energiebilanz zwischen Anfangszustand und Endzustand berechnen sich folgende Beziehungen:

$$E_A - E_{E1} = 0$$

$$\text{und} \quad E_A - E_{E2} = \Delta - \left(n + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega_c \quad \text{mit} \quad \Delta = \hbar\omega_e - \delta.$$

Daraus ergeben sich die Energien der Photolumineszenz für die unterschiedlichen Endzustände

$$E_{PL1} = E_0$$

$$\text{und} \quad E_{PL2} = E_0 + \Delta - \left(n + \frac{3}{2}\right)\hbar\omega_c.$$

Das Verhalten der Asymptoten ist in Abb. 6.19 für zwei unterschiedliche kinetische Überschussenergien von $\Delta_a = 20 \text{ meV}$ und $\Delta_b = 15 \text{ meV}$ und einem effektiven Massenfaktor von $m_e^* = 0.07$ berechnet. Die Stellen, an denen die Asymptoten die $E_{PL1} = 0$ Emissionslinie schneiden, repräsentieren diese die Position des Zentrums der Niveauabstoßung. Diese unterscheiden sich in Abhängigkeit von der kinetischen Überschussenergie. Bemerkenswert für die Analyse der experimentellen Daten ist die Extrapolation der Asymptoten zur Energieachse bei $B = 0$ Tesla. Hier entspricht der Energieunterschied zwischen dem Ursprung der Asymptoten

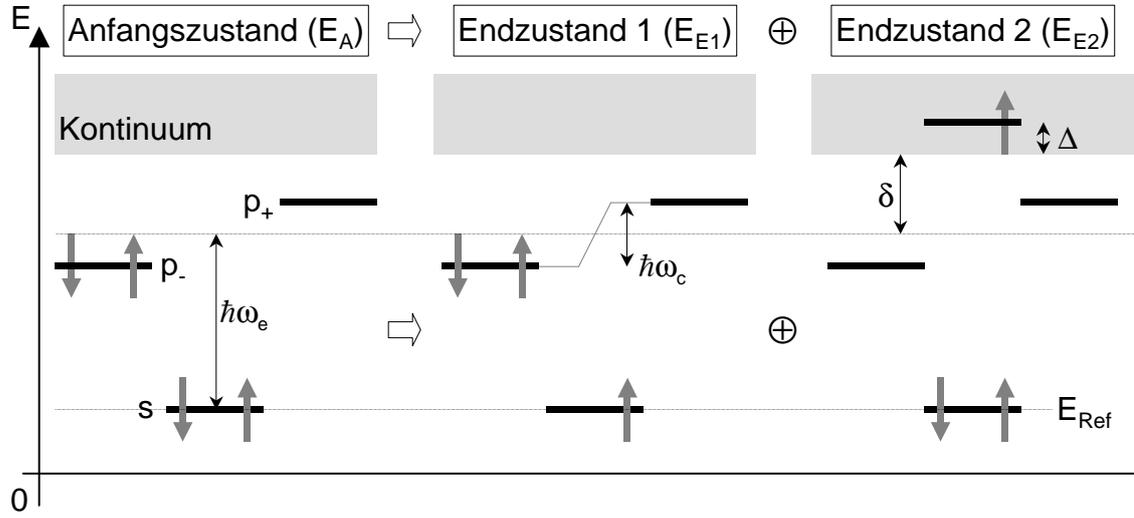


Abbildung 6.18: Schematische Darstellung der Energieverhältnisse eines X^{3-} -Exzitons im Anfangszustand und im Endzustand. Der Gesamtendzustand (Summe aus Endzustand 1 und Endzustand 2) resultiert aus einer photon-induzierten Hybridisierung, wobei der Endzustand 2 eine Wechselwirkung zu einem Kontinuum darstellt. Die weiteren Bezeichnungen sind: Quantisierungsenergie $\hbar\omega_e$, Zyklotronenergie $\hbar\omega_c$, kinetische Überschussenergie Δ und Energieabstand δ zum Kontinuum.

und der Energie der Emissionslinie $E_{PL1} = 0$ im Graphen der Photolumineszenz in etwa der kinetischen Überschussenergie. Eine exakte Ermittlung der kinetischen Überschussenergie wird durch die folgende Analyse der experimentellen Daten erreicht. Es werden zunächst die Positionen des Zentrums der sich abstoßenden Emissionslinien im Magnetfeld (Tabelle 6.4) bei konstanter Energie der Photolumineszenz aus einem Schnitt durch das Magnetfeldspektrum erfasst. Die gewonnenen Werte der Magnetfelder $B(n)$ sind eine Funktion des Landau-Indexes mit $\Delta n = 1$ ohne Kenntnis des absoluten Wertes. Dementsprechend ergeben sich über die Beziehung der kinetischen Überschussenergie $\Delta(n) = (n + \frac{3}{2}) \frac{\hbar e B(n)}{m_e m^*}$ eine vom Landau-Index abhängige Überschussenergie. Eine derartige Auswertung ist in Abb. 6.20 gezeigt, wobei ΔN die Variation des Landau-Indexes angibt. Zusätzlich ist der effektive Massenfaktor m^* durch einen feldabhängigen Massenfaktor von $m^* = 0.07 - 0.0018 |B| + 0.00005 B^2$ ersetzt. Diese geringe Korrektur der effektiven Masse ist dadurch gerechtfertigt, dass der Landau-Radius L , der die Ausdehnung der Elektronwellenfunktion beschreibt, eine Funktion vom Landau-Index und dem Magnetfeld ist. Der Landau-Radius ist gegeben durch $L^2 = L_0^2(2n + 1)$ mit $L_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} = 25.6 \text{ nm} \sqrt{1/B}$. Das bedeutet für eine Wellenfunktion mit quantentopfartiger Ausdehnung und einer damit verbundenen effektiven Masse von $0.07 m_e$, der GaAs-

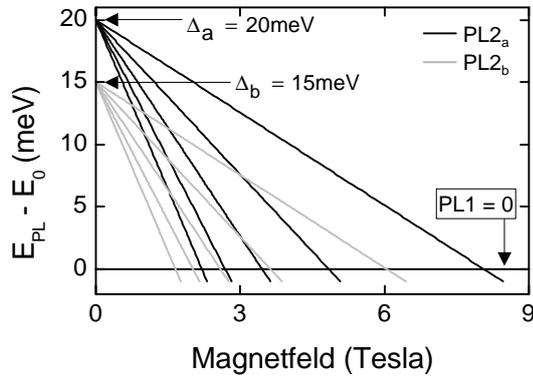


Abbildung 6.19: Berechnung der Asymptoten der Niveauabstoßung für zwei verschiedene kinetische Überschussenergien von $\Delta_a = 20 \text{ meV}$ und $\Delta_b = 15 \text{ meV}$. Der Schnittpunkt der Asymptoten $PL2_a$ und $PL2_b$ mit der Emissionslinie $PL1 = 0$ des ($S = 0$)-Endzustandes repräsentiert die Position des Zentrums der sich abstoßenden Emissionslinien. Parameter zur Berechnung: $m_e^* = 0.07$.

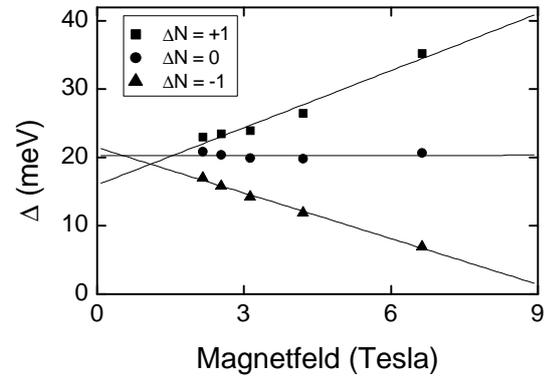


Abbildung 6.20: Experimentelles Verfahren zur Ermittlung der kinetischen Überschussenergie. Variation des absoluten Landau-Indexes um $\Delta N = 0$ führt zu einer Überschussenergie $\Delta = 20.26 \text{ meV}$, der unabhängig vom Landau-Index ist. In der Berechnung geht die feldabhängige effektive Massenfaktor mit $m^* = 0.07 - 0.0018 |B| + 0.00005B^2$ ein.

Elektronenmasse, ein entsprechend schwaches Magnetfeld und hoher Landau Index. Demgegenüber ist die Wellenfunktion quantenpunktartig ausgedehnt, was einer Masse kleiner als $0.07 m_e$ entspricht, wenn ein starkes Magnetfeld anliegt, und der Landau-Index gering ist. Mit dieser Korrektur lassen sich die Daten in Abb. 6.20 darstellen. Das Wesentliche an dieser Darstellung ist, dass es eine Reihenfolge eines absoluten Landau-Indexes gibt, bei der die kinetische Überschussenergie unabhängig vom Index auftritt. Die Extrapolation dieser Datenreihe zu $B = 0$ ergibt eine kinetische Überschussenergie von 20.26 meV .

Mit der nun gewonnenen Kenntnis über die Asymptoten lassen sich diese für das Experiment simulieren und mit den experimentellen Daten vergleichen. In Abb. 6.21 sind die experimentellen Daten und die berechneten Asymptoten im Bereich von 0 Tesla bis +9 Tesla dargestellt. Die Übereinstimmung der Graphen mit dem experimentellen Ergebnis wird noch deutlicher in der Darstellung von -9 Tesla bis 0 Tesla. Hier deuten die Punkte die Intensitätsmaxima der Photolumineszenz für die energetisch höherliegende Zeeman-Komponente an. Für die Darstellung der Asymptoten werden die hergeleiteten Beziehungen

$$E_{PL} = E_0 + \Delta - \left(n + \frac{3}{2} \right) \frac{\hbar e B}{m_e m^*}$$

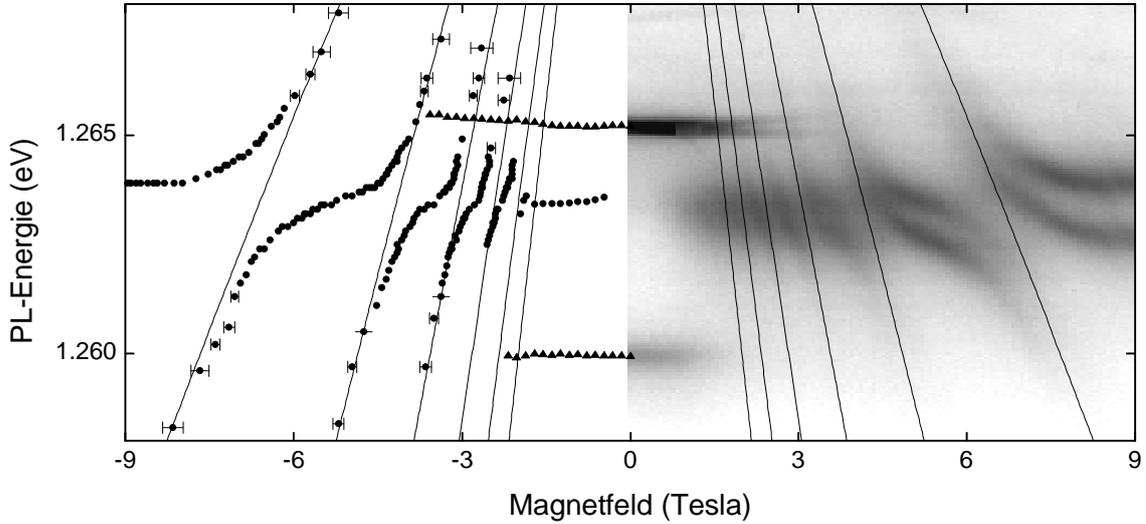


Abbildung 6.21: Emissionsspektrum eines X^{3-} -Exzitons im Magnetfeld. Bereich -9 Tesla bis 0 Tesla: Darstellung der Intensitätsmaxima in der Emissionslinie für eine Zeeman-Komponente (Spin-up) als Funktion des Magnetfeldes. Bereich 0 Tesla bis $+9$ Tesla: Graustufendarstellung der Messdaten. Durchgezogene Linien sind berechnete Asymptoten der Niveaubstöße.

Landau-Index	Position des Zentrums der Niveaubstöße
0	6.63 T
1	4.20 T
2	3.13 T
3	2.54 T
4	2.15 T

Tabelle 6.4: Landau-Indizes und zugehörige, experimentell aus Abb. 6.21 ermittelte Positionen im Magnetfeld des Zentrums der Niveaubstöße.

und

$$m^* = 0.07 - 0.0018 |B| + 0.00005B^2$$

verwendet, mit den Parametern $E_0 = 1.2635$ eV der Energie des ($S = 0$)-Endzustandes bei $B = 0$, $\Delta = 19$ meV der kinetischen Überschussenergie und $n = 0 \dots 5$ dem Landau-Index.

Theorie zur Berechnung eines optischen Emissionsspektrums Basierend auf einem Anderson-Modell für Exzitonen [55], [57] kann eine Theorie zur Berechnung eines optischen Emissionsspektrums aufgestellt werden. Diese wurde von A. O. Govorov (Ohio University, Athens, Ohio) entwickelt in Zusammenarbeit mit R. Warburton und der Universität München [A1]. Nach Anderson beinhaltet der Hamilton-Operator die Anfangs- und Endzustände eines exzitonen Übergangs und koppelt

diese über eine Coulomb-Wechselwirkung. Die optischen Übergänge werden mittels optischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren beschrieben. Der Ansatz einer Greenschen-Funktion [58], [56] führt auf das optische Emissionsspektrum $I(E)$, das gegeben ist durch

$$I(E) \propto \operatorname{Re} \left(\frac{-i}{E - \Sigma(E) - i\gamma_{ph}} \right)$$

mit E als Energie, γ_{ph} einer Linienverbreiterung induziert durch Phononen und $\Sigma(E)$ ist definiert als

$$\Sigma(E) = \int_{E'_1=0}^{E'_2=\infty} \frac{|M(E')|^2 \rho(E')}{E - \Delta + E' - i\gamma_{ph}} dE'.$$

Das Matrixelement $M(E)$ liefert die Information über den betreffenden Übergang. Mit $\rho(E)$ ist die Zustandsdichte der Landau-Energieniveaus und mit Δ ist die im vorherigen Paragraphen diskutierte kinetische Überschussenergie bezeichnet. Die Zustandsdichte [54], [58], die sich aus Gaußverbreiterten Landau-Energieniveaus zusammensetzt, ist gegeben durch

$$\rho(E) = \frac{\rho_0 \hbar \omega_c}{\sqrt{\pi} \gamma_{LL}} \sum_{n=0}^{n1=\infty} \exp \left[-\frac{(E - E_n)^2}{\gamma_{LL}^2} \right],$$

wobei ρ_0 die Dichte des zwei-dimensionalen Elektronensystems bei $B = 0$ und γ_{LL} die Linienverbreiterung der Landau-Niveaus ist. Die Landau-Energie E_n fließt mit $E_n = (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c$ in den obigen Ausdruck mit ein. Um die Integration in $\Sigma(E)$ zu vereinfachen, wird eine Approximation eingeführt mit $M(E) = M = \textit{konstant}$ im Energieintervall $0 \leq E \leq \frac{\hbar^2}{m_e m^* L_e^2}$ und $M(E) = 0$ sonst. Die Approximation begründet sich aus der Tatsache, dass $M(E)$ sich invers mit der Energie verhält. Bei Erhöhung der Energie ist gleichzeitig eine Verringerung von $M(E)$ zu beobachten und lässt damit den Integrand konvergieren. Das Matrixelement M ist verknüpft mit der Linienbreite der K-Linie über $\Gamma = \pi M^2 \rho_0$ [57], [A1] und führt auf eine Vereinfachung der Dichte:

$$|M|^2 \rho(E) = \frac{\Gamma}{\gamma_{LL}} \frac{\hbar \omega_c}{\pi \sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{n1=\infty} \exp \left[-\frac{(E - E_n)^2}{\gamma_{LL}^2} \right].$$

Zur numerischen Berechnung des Emissionsspektrum sind zusätzlich noch einige Einschränkungen notwendig, um die Rechenzeit zu reduzieren. Mit der oben eingeführten Approximation des konstanten Matrixelementes M innerhalb gegebener Energieschranken, wird die Berechnung des Integrals von 0 bis zur oberen Energieschranke ausgeführt. Gleichfalls wird die Summation der Landau-Niveaus in dem

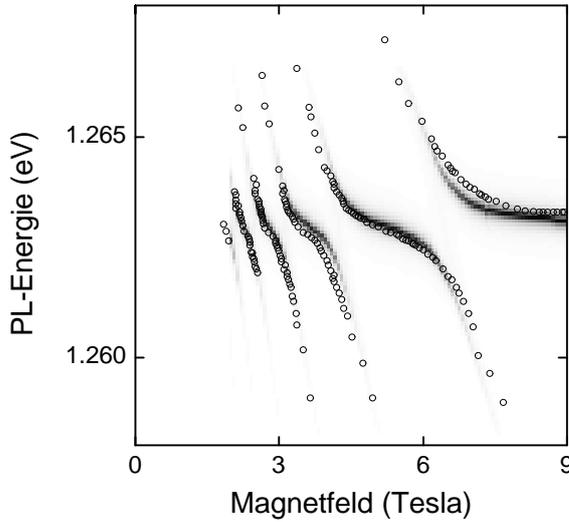


Abbildung 6.22: Simulation des magnetischen Verhaltens eines X^{3-} -Exzitons. Die Graustufendarstellung repräsentiert den berechneten Verlauf der Emissionslinie. Zum Vergleich sind die experimentell gefundenen Intensitätsmaxima (\circ) der Photolumineszenz dargestellt.

Ausdruck für die Dichte auf 6 Landau-Niveaus beschränkt. Das Ergebnis einer numerischen Berechnung des Emissionsspektrums ist in Abb. 6.22 dargestellt. Die zur Berechnung verwendeten Parameter sind: $\Delta = 19$ meV als kinetische Überschussenergie, $\gamma_{LL} = 0.4$ meV als Linienverbreiterung der Landau-Niveaus, $\Gamma = 0.4$ meV als Linienverbreiterung bedingt durch den photon-induzierten Relaxationsprozess, $\gamma_{ph} = 0.1$ meV als Linienverbreiterung durch Phononen, eine Integrationsobergrenze bis zur Energie $E'_2 = 60$ meV, $n_1 = 5$ einer Summationsobergrenze, 200 Datenpunkte jeweils für in Energie- und Magnetfeldrichtung im Energiebereich von -4 meV bis $+3$ meV zentriert um $E_0 = 1.2635$ eV und im Magnetfeldbereich von 2 Tesla bis 9 Tesla und einer Rechenzeit von etwa 17 Stunden (Pentium, 1GHz, Mathematica Version 4.2). Zusätzlich sind zum direkten Vergleich die experimentell ermittelten Intensitätsmaxima der Photolumineszenz als Datenpunkte eingetragen. Das simulierte Spektrum ist nahezu identisch mit dem experimentellen Ergebnis und bestätigt die Korrektheit des Emissionsprozesses.

Mit wesentlich weniger Rechenaufwand als der von A. O. Govorov vorgestellten Theorie lässt sich eine vorerst letzte physikalische Beobachtung mit den Ergebnissen aus der theoretischen Betrachtung des Quantenpunktmodells verifizieren. Man betrachte zunächst ein Zwei-Energieniveau System mit dem Hamilton-Operator H_0 . Die Energien E_1 und E_2 seien die Eigenwerte des Hamilton-Operators zu den entsprechenden Wellenfunktionen ϕ_1 und ϕ_2 . Das ungestörte System wird nun durch Einschalten eines Störterms H_1 gestört, wonach die Energien E_1 und E_2 nicht länger Eigenwerte des neuen Systems sind, und sich neue Energien \tilde{E}_1 und \tilde{E}_2 ergeben. Analog verhält es sich mit den Wellenfunktionen ϕ_1 und ϕ_2 , die nicht länger Eigenfunktionen des gestörten Systems sind. Sind die Energien E_1 und E_2 identisch dann führt diese aktivierte Störung dazu, dass das System Schwingungen der Frequenz mit dem Wert $f = \frac{2}{h} |W_{12}|$ ausführt, mit der es zwischen den

$\Psi_i^e(\vec{r}_1)$	$\Psi_j^e(\vec{r}_2)$	$\Psi_m^e(\vec{r}_1)$	$\Psi_{LL}^e(\vec{r}_2)$	E_{ijmLL}
p_{-1}	p_{-1}	s_0	$LL1_{-2}$	$\frac{16\sigma\sqrt{2\sigma}(3\sigma+1)}{(1+2\sigma)^{3/2}(1+6\sigma)^{5/2}}$
p_{-1}	p_{-1}	s_0	$LL2_{-2}$	$\frac{16\sigma\sqrt{6\sigma}(36\sigma^3+16\sigma^2-\sigma-1)}{(1+2\sigma)^{5/2}(1+6\sigma)^{7/2}}$
p_{-1}	p_{-1}	s_0	$LL3_{-2}$	$\frac{16\sigma\sqrt{12\sigma}(432\sigma^5+240\sigma^4-4\sigma^3-24\sigma^2-\sigma+1)}{(1+2\sigma)^{7/2}(1+6\sigma)^{9/2}}$
p_{+1}	p_{-1}	s_0	$LL1_{-2}$	0

Tabelle 6.5: Matrixelemente zwischen den gebunden Zuständen $\Psi_i^e\Psi_j^e$ eines Quantenpunkt und einer Hybridisierung $\Psi_m^e\Psi_{LL}^e$ zwischen einem gebunden Quantenpunktzustand und einem Landau-Energieniveau. Das Energiematrixelement E_{ijmLL} ist gegeben durch $E_{ijmLL} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \iint \frac{\Psi_i^e(\vec{r}_1)^* \Psi_j^e(\vec{r}_2)^* \Psi_m^e(\vec{r}_1) \Psi_{LL}^e(\vec{r}_2)}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2$ und gibt einen zur Übergangswahrscheinlichkeit proportionalen Wert an. Dieser Wert ist normiert auf die Coulomb-Energie $E_{ss}^{ee} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{l_e}$ von zwei Elektronen im s-Niveau. Die verwendeten Parameter sind wie folgt definiert: $\sigma = \frac{l_c^2}{l_e^2}$, $l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$, und $l_e = \sqrt{\frac{\hbar}{m_e^*\omega_e}}$.

neuen Energien \tilde{E}_1 und \tilde{E}_2 oszilliert. Der Ausdruck $|W_{12}|$ entspricht dabei einem nichtdiagonalen Matrixelement einer 2×2 -Kopplungsmatrix. Zusätzlich ist der minimale Energieabstand zwischen \tilde{E}_1 und \tilde{E}_2 genau $2|W_{12}|$. Die Struktur, die sich im Fall eines gestörten Zwei-Energieniveau Systems ergibt, ist eine Niveaubstößung. Übertragen auf das Photolumineszenzexperiment bedeutet dies, dass sich ein gestörtes Zwei-Energieniveau-System, in diesem Fall der Quantenpunkt, in der Beobachtung von abstoßenden Emissionslinien widerspiegelt, das im Fall der Resonanz von " $E_1 = E_2$ " zwischen lokalisierten Quantenpunktzuständen und delokalisierten Landau-Energiezuständen oszilliert. Der Energieabstand zwischen den sich abstoßenden Emissionslinien entspricht dem Wert $2|W_{12}|$. Aus der analytischen Berechnung von Matrixelement nach der Methode in Kapitel 4.3.2 (Seite 57) lassen sich die Matrixelemente zwischen lokalisierten Quantenpunktzuständen und delokalisierten Landau-Niveauständen berechnen und mit dem Experiment vergleichen. In der Tabelle 6.5 sind die analytischen Ergebnisse für Übergänge zwischen dem Quantenpunktzustand $\left| -\frac{1}{2} \frac{1}{2} - \right\rangle$ und den ersten drei Landau-Energieniveaus

Experiment		Theorie			
B	ΔE	l_c	n	l	$2E_{ijmLL}$
6.63 T	2.4 meV	9.96 nm	0	-2	1.88 meV
4.20 T	1.9 meV	12.52 nm	1	-2	1.62 meV
3.10 T	1.4 meV	14.57 nm	2	-2	1.42 meV

Tabelle 6.6: Vergleich des experimentell gefundenen Energieunterschieds ΔE im Zentrum der Niveauabstoßung (Kapitel 6.2, Seite 80) mit den für E_{ijmLL} theoretisch berechneten. ΔE ist dabei der minimale Energieabstand zwischen den beiden sich abstoßenden Emissionslinien (Abb. 6.21, Seite 109) an der Position des Magnetfeldes B . Die berechneten Energiewerte $2E_{ijmLL}$ ergeben sich aus der in Tabelle 6.5 angegebenen Beziehung für die ersten drei Landau-Energieniveaus, den Werten für die relative Dielektrizitätszahl von Galliumarsenid $\epsilon_r(GaAs) = 12.9$, der elektronischen Einschusslänge $l_e = 5.6$ nm und der magnetischen Länge $l_c = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}}$.

zusammengestellt. Zusätzlich liefert die Untersuchung der Kopplung zwischen dem Zustand $\left| \begin{smallmatrix} - & \uparrow & - \\ \uparrow & & \downarrow \\ - & & - \end{smallmatrix} \right\rangle$ zu einem d_{-2} -artigem Zustand des Landau-Niveaus ein verschwindendes Matrixelement, analog zum Ergebnis bei gebundenen Quantenpunktzuständen (Tabelle 6.3, Seite 101). Eine numerische Auswertung der Ergebnisse aus Tabelle 6.5 ist in der Tabelle 6.6 gleichfalls für die ersten drei Landau-Energieniveaus dargestellt. Die experimentellen Werte für den Energieabstand der sich abstoßenden Emissionslinien ergeben sich aus dem minimalen Abstand der Intensitätsmaxima bei den entsprechenden Magnetfeldern (erste Spalte, Tabelle 6.6). Auch in diesem Fall können die experimentellen Daten durch die Theorie bestätigt werden.

6.2.3 Übergangsverhalten im elektrischen Feld

Im vorherigen Abschnitt wurde gezeigt, in welcher Weise eine Änderung des Gesamtspins im Anfangszustand bei Variation des Magnetfeldes stattfindet. In analoger Weise kann dies durch das elektrische Feld erreicht werden (Abb. 6.23). Das X^{3-} -Exziton ist das höchst geladene Exziton, das mit dieser Heterostruktur erzeugt werden kann. Bei weiterer Erhöhung der Gatespannung wird anstatt des Quantenpunktes die Benetzungsschicht mit Elektronen besetzt. Aus den Ergebnissen der Photolumineszenzmessung eines X^{3-} -Exzitons im elektrischen Feld wird während

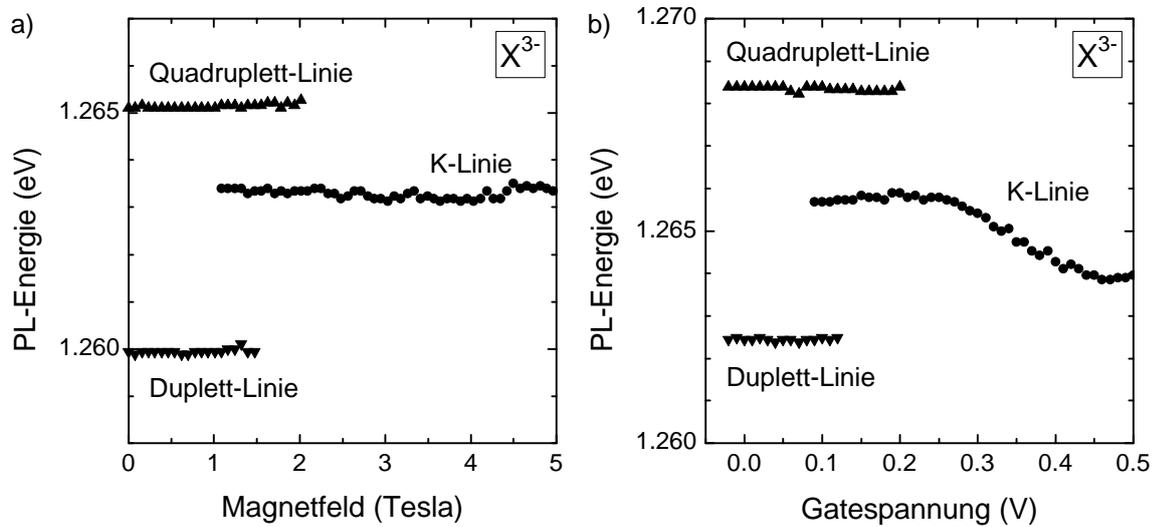


Abbildung 6.23: a) Übergangsverhalten eines X^{3-} -Exzitons im Magnetfeld. Mit zunehmenden Magnetfeld wird die Besetzung der K-Linie favorisiert bis zur permanenten Unterdrückung der Quadruplett- und Duplett-Linie. b) Äquivalent zum Magnetfeld wird ein analoges Übergangsverhalten mit dem elektrischen Feld erreicht. Ab einer Gatespannung von $V_g = 0.25$ V wird ein Abknicken der Emissionslinie beobachtet. Wegen der stetigen Befüllung der Benetzungsschicht mit Elektronen findet eine Wechselwirkung mit den Quantenpunktelektronen statt.

der Besetzung der Benetzungsschicht ein ($S = 0$)-Anfangszustand des Quantenpunktes favorisiert. Da der Grund für den bevorzugten Anfangszustand gegenwärtig nicht bekannt ist, zeigt es, dass damit die Selektivität des Spins ohne eines vorhandenen Magnetfeldes möglich ist. Es kann somit eine Äquivalenz zwischen Magnetfeld und elektrischem Feld im Einfluss auf das X^{3-} -Exziton gezeigt werden. Der Mechanismus für eine Abhängigkeit der Selektivität des Spins im elektrischen Feld ist Bestandteil der momentanen Untersuchung.

Ein weiteres überraschendes Ergebnis zeigt die Untersuchung des X^{3-} -Exzitons bei Variation der Temperatur. Entgegen der erwarteten Linienverbreiterung durch Phononen, wird ein im Magnetfeld analoger Übergang induziert. Veranschaulicht wird diese Situation durch das Spektrum bei $T = 1.5$ K in Abb. 6.24. Gezeigt ist die breite Emissionslinie eines X^{3-} -Exzitons im ($S = 0$)-Anfangszustand. Bei Erhöhung der Temperatur wird, entgegen der erwarteten Linienverbreiterung, bedingt durch die Temperaturzunahme, eine Besetzungsinvertierung des Anfangszustandes erzielt. Die Konsequenz dieser Invertierung ist eine Zunahme der Intensität des ($S = 1$)-Anfangszustandes mit einer komplementär abnehmenden Intensität der K-Linie. Physikalisch bedeutet dies, dass die Wahrscheinlichkeit der separaten Besetzung der beiden p -Niveaus durch thermische Effekte zunimmt. Auch in diesem Fall zeigt sich,

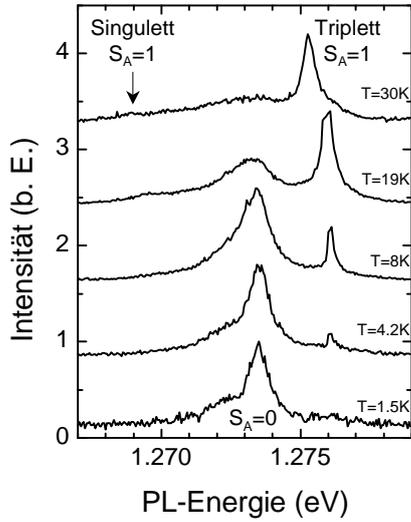


Abbildung 6.24: Darstellung der Emissionslinien eines X^{3-} -Exzitons bei unterschiedlichen Temperaturen im Fall einer besetzten Benetzungsschicht ($V_g = 0.31$ V). Im Temperaturbereich von $T = 1.5$ K ist einzig die K-Linie ($S_A = 0$ A: Anfangszustand) zu beobachten. Bei Temperaturzunahme wird die Besetzung des ($S_A = 0$)-Zustandes verhindert bis zur vollständigen Unterdrückung bei $T = 30$ K. Zugleich wird der Quadruplett-Zustand ($S_A = 1$) sichtbar und der Duplett-Zustand nur schwach messbar (Pfeil). Die auftretende Energieverschiebung zu geringeren Energien um ~ 0.5 meV des Spektrums bei $T = 30$ K ist auf die Temperaturabhängigkeit der Bandlückenenergie zurückzuführen. Zur Übersichtlichkeit sind die Spektren mit einem konstanten Wert gegeneinander vertikal verschoben. Zusätzlich sind die Spektren von einem konstanten Hintergrund subtrahiert und auf die intensivitätsreichste Emissionslinie normiert.

analog zu den Ergebnissen aus Kapitel 6.2.2, dass aus der Linienbreite der K-Linie eine Kopplung zum Kontinuum über eine Hybridisierung stattfindet und dagegen der Quadruplett-Zustand keinen Kopplungsmechanismus aufgrund einer schmalen Emissionslinie zeigt.

6.3 Hyperfeinwechselwirkung des X^{2-} -Exzitons

In den einführenden Abschnitten dieses Kapitels konnte gezeigt werden, dass das neutrale und einfach geladene Exziton ein in sich schlüssiges Verhalten im Magnetfeld zeigt. Die auftretende diamagnetische Verschiebung und der Spin-Zeeman-Effekt sind typisch für diese Art von Quantenstrukturen [47], [48], [50]. Die Untersuchung des X^{3-} -Exzitons wurde ausführlich in Abschnitt 6.2 (Seite 80) diskutiert und zeigte erstmals eine Abweichung vom bekannten magnetischen Verhalten unter dem Einfluss eines Kopplungsmechanismus von Quantenpunktzuständen zu Landau-Energiezuständen. In der Darstellung der experimentellen Daten (Abb. 6.2, Seite 77 linke und rechte Spalte und Abb. 6.14, Seite 94) ist zunächst kein wesentlicher Unterschied in den magnetischen Dispersionen des X^{2-} -Exzitons zu erkennen. Eine genauere Analyse des X^{2-} -Exzitons zeigt in der Tat ein abweichendes magnetisches Verhalten. Das magnetische Verhalten des Triplet-Zustandes eines X^{2-} -Exzitons von drei verschiedenen Quantenpunkten ist in Abb. 6.25 (oben) demonstriert. Die Dispersionen der Emissionslinien im Magnetfeld zeigen zum einen eine Abweichungen vom reinen parabolischen Verhalten in der Weise, dass eine Unstetigkeitsstelle bei $B = 0$ in der nach dem Magnetfeld differenzierten Dispersion auftritt, welches

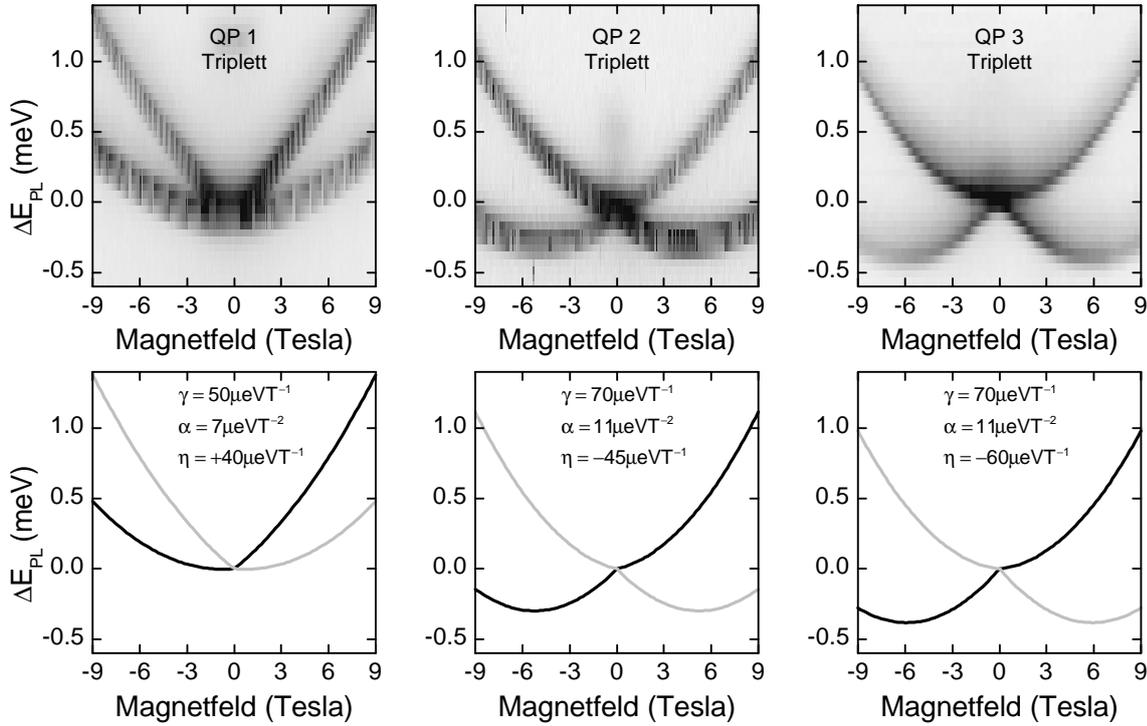


Abbildung 6.25: Darstellung der magnetischen Dispersionen des X_T^{2-} -Exzitons von drei verschiedenen Quantenpunkten (oben) mit einem ‘Knick’-ähnlichen Verlauf in der Emissionslinie. Die Daten von Quantenpunkt QP1 sind aus Abb. 6.14 (Seite 94) und von Quantenpunkt QP2 aus Abb. 6.2 (linke Spalte auf Seite 77) entnommen. Phänomenologische Quantifizierung (unten) des beobachteten Effektes durch Einführung einer zusätzlichen, linearen Magnetfeldkomponente, die nur vom Betrag des Feldes abhängt. Die dargestellten Kurven sind jeweils mit positivem und negativem Magnetfeld durch $\Delta E_{PL}(B) = E_{PL}(B) - E_{PL}(0) = \eta|B| + \gamma B + \alpha B^2$ berechnet, wobei die Parameter in der jeweiligen Grafik mit angegeben sind.

gleich bedeutend mit einem ‘Knick’ in der Dispersion bei $B = 0$ ist. Die Beschreibung des Effektes trifft, nach dem bisher diskutierten, einzig auf das X_T^{2-} -Exziton zu. Zum anderen beeinflusst dieser Effekt nur die Zeeman-Komponente, nicht aber den diamagnetischen Term. Aus den angegebenen Parametern in Abb. 6.25 (unten) ist ein Wertebereich der diamagnetischen Verschiebung α von $(7 - 11) \mu\text{eV T}^{-2}$ zu entnehmen. Nach einer phänomenologischen Betrachtung der Emissionslinien ergibt sich eine zusätzliche lineare Komponente mit dem Magnetfeld, die ausschließlich vom Absolutwert des Magnetfeldes abhängt. Weitere Informationen über diesen Effekt sind aus der Analyse des Singulett-Zustandes zu entnehmen. Dazu sind in gleicher Weise deren magnetische Dispersionen in Abb. 6.26 jeweils für Quantenpunkt QP1 und QP2 dargestellt. Der Einfluss des Effektes zeigt sich hier noch deutlicher an der

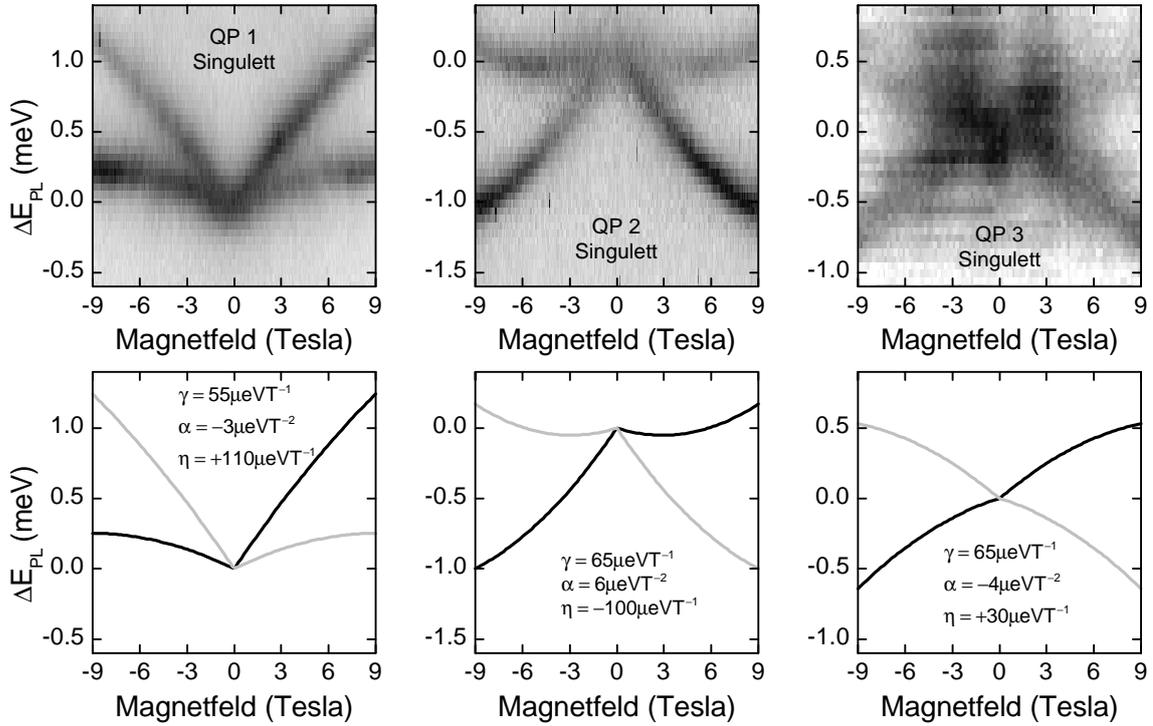


Abbildung 6.26: Darstellung der magnetischen Dispersionen des X_S^{2-} -Exzitons (oben) von den Quantenpunkten QP1 und QP2 aus Abb. 6.25. Eine analoge, phänomenologische Quantifizierung (unten) des beobachteten Effektes wird durch Einführung einer zusätzlichen, linearen abhängigen Komponente des Magnetfeldes erreicht. Die Kurven sind mit der Energiefunktion $\Delta E_{PL}(B)$ aus Abb. 6.25 und den in der jeweiligen Grafik angegebenen Parametern berechnet.

diamagnetischen Komponente α . Sind aus der Analyse des Triplett-Zustandes durchwegs positive Werte für α zu entnehmen, so treten im Fall des Singulett-Zustandes α mit unterschiedlichem Vorzeichen auf. Bei sonst annähernd gleichen Werten für die lineare Komponente γ des Triplett- und Singulett-Zustandes, zeigen die zusätzlichen linearen Komponenten η bei Quantenpunkt QP1 einen um Faktor ~ 3 , bei Quantenpunkt QP2 einen um Faktor ~ 2 und bei Quantenpunkt QP3 einen um Faktor -0.5 unterschiedlichen Wert an. In Tabelle 6.7 sind die einzelnen Parameter für die Quantenpunkte QP1, QP2 und QP3 zusammengefasst.

Die momentane Interpretation legt eine Wechselwirkung zwischen dem Spin der Quantenpunktelektronen und dem Kernspin der umgebenden Gallium-, Indium- und Arsenatome nahe. Die nachfolgende Erklärung soll dies verdeutlichen. “In einem Halbleiter führt die Absorption von zirkular polarisiertem Licht zu einer Orientierung des Spins der Elektronen. In dieser Situation werden die Kerne des Kristalls über eine Hyperfeinwechselwirkung mit dem Spin der Elektronen polarisiert. Folglich

Quantenpunkt	Triplet			Singulett		
	α	γ	η	α	γ	η
QP1	$7 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	$50 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$+40 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$-3 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	$55 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$+110 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$
QP2	$11 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	$70 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$-45 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$+6 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	$65 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$-100 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$
QP3	$11 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	$70 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$-60 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$-4 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}^2}$	$65 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$	$+30 \frac{\mu\text{eV}}{\text{T}}$

Tabelle 6.7: Zusammenstellung der Abb. 6.25 und Abb. 6.26 verwendeten Parameter zur Darstellung der berechneten Kurven.

erfahren die Elektronen ein zusätzliches Magnetfeld, resultierend aus der Hyperfeinwechselwirkung, welches durch die orientierten Kerne induziert wird und kann im Bereich von einigen Tesla liegen“ [64]. Dieses zusätzliche, durch die Kerne induziert Feld \vec{B}_n ist nach Paget et al. [64] gegeben durch

$$\vec{B}_n = fb_n \frac{\langle \vec{S} \rangle \cdot (\vec{B} + \Gamma b_e \langle \vec{S} \rangle)}{B^2 + \xi B_L^2} \vec{B}.$$

Das induzierte Feld \vec{B}_n ist demnach vom äußeren Feld \vec{B} und vom statistisch gemittelten Elektronenspin $\langle \vec{S} \rangle$ abhängig. Zusätzlich treten Materialparameter auf. Es ist Γb_e das elektronische Feld, das sich aus den polarisierten Elektronen ergibt, ξB_L^2 das lokale Feld, das durch Spin-Spin Wechselwirkung hervorgerufen wird und fb_n das experimentell ermittelte Nuklearfeld. Aus der Referenz sind die Parameter gegeben durch die Werte $fb_n \simeq 1.7 \text{ T}$, $\Gamma b_e \simeq -9 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ und $\xi B_L^2 \simeq 2 \cdot 10^{-8} \text{ T}^2$. Wegen der begrenzten Auflösbarkeit im Experiment sind die beiden letzten Parameter zu vernachlässigen. Damit reduziert sich das zusätzliche interne Feld zu

$$\vec{B}_n = fb_n \frac{\langle \vec{S} \rangle \cdot \vec{B}}{B^2} \vec{B} = fb_n \langle S_z \rangle \vec{e}_z$$

mit $\vec{B} = B \vec{e}_z$ dem äußeren Magnetfeld in z-Richtung. Anhand des Ausdrucks ist zu erkennen, dass B_n zwar von der Orientierung des äußeren Magnetfeldes abhängt, nicht aber von der absoluten Richtung. Dies ist konsistent mit dem gemessenen Effekt bis auf die Tatsache, dass das Experiment ein linear mit dem äußeren Feld auftretendes Kernmagnetfeld zeigt. Der Ausdruck für B_n ist nur dann eine Funktion des äußeren Feldes, falls der mittlere Elektronenspin $\langle \vec{S} \rangle$ selbst eine Funktion des Magnetfeldes ist. Dies ist momentan nur eine Hypothese und muss noch durch das Experiment überprüft werden.

Die Beschreibung des von Paget gefundenen Effektes legt als Voraussetzung zirkular polarisiertes Licht fest. Im Experiment wird eine Halbleiterlaserdiode benutzt, welche apriori nicht zirkular polarisiert ist. Bislang ist dieses Verhalten des X^{2-} -Exzitons mit unpolarisiertem Licht beobachten worden, wonach die Kontrollierbarkeit dieses Effektes durch Polarisation erschwert wird. Abschließend sollen noch einmal die Fakten des auftretenden Verhaltens zusammengefasst werden.

1. Der Effekt tritt im Magnetfeld ausschließlich bei X^{2-} -Exziton auf. Sämtliche anders geladenen Exzitonen verhalten sich wie in den ersten beiden Abschnitten beschrieben.
2. Das Abweichen der Emissionslinie vom parabolischen Verhalten im Magnetfeld skaliert mit einem linearen Anteil, der nur durch das absolute Feld charakterisiert ist.

Eine umfassende Erklärung für das beobachtete magnetische Verhalten kann zu diesem Zeitpunkt nicht gegeben werden. Zur Aufklärung werden folgende Experimente vorgeschlagen:

- Eine Fortsetzung der Untersuchung an weiteren X^{2-} -Exzitonen von unterschiedlichen Quantenpunkten. Damit lässt sich eine Statistik über den gefundenen Parameter η anfertigen, um eine Korrelation zwischen der Emissionsenergie des X^{2-} -Exzitons bei $B = 0$ und diesem Parameter oder den restlichen Parametern zu gewinnen.
- Eine Polarisierung des Pumplaserlichtes in einem resonanten Transmissionsexperiment [70], [3], welches nach dem Ausdruck des Kernmagnetfeldes B_n zu einer Verstärkung des Effektes im Magnetfeld führen sollte.
- Eine aus der NMR-Spektroskopie bekannte Methode, welche die Kerne durch Einstrahlung eines Radiowellenfeldes depolarisiert, um damit den Effekt des nuklearen Magnetfeldes B_n zu eliminieren. Im Idealfall ist dann im Spektrum des X_T^{2-} -Exzitons eine klare parabolische diamagnetische Verschiebung zu beobachten.

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

Mittels Methoden der optischen Spektroskopie konnten in dieser Arbeit ladungsabstimmbare, selbstorganisierte Halbleiter-Quantenpunkte im Einfluss des elektrischen und insbesondere im Einfluss des magnetischen Feldes untersucht werden. Mit der Realisierung eines neuen konfokalen Mikroskopkonzeptes, das sowohl eine Temperatur- als auch eine um Faktor 10 höhere Magnetfeldstabilität aufweist, konnten erstmals nicht nur neue Effekte mit Veränderung des Magnetfeld und der Temperatur beobachtet, sondern auch eine effizientere und teilweise automatisierte Arbeitsweise erreicht werden.

Über einen ladungsselektiven Effekt (Coulomb-Blockade) können Quantenpunkte kontrolliert, in Abhängigkeit von einer äußeren Spannung, mit Elektronen besetzt werden. In Kombination mit einem Pumpelaser werden damit Quantenpunktexzitonen mit unterschiedlicher Ladung erzeugt. Aus einem strahlenden Rekombinationsprozess des Exzitons wird Photolumineszenzlicht emittiert, das mittels optischer Spektroskopie detektiert wird. Damit ist eine Untersuchung von definierten Ladungszuständen eines Exzitons im Magnetfeld möglich.

Es wurden für unterschiedliche Exzitonen (neutrales Exziton, X^0 bis zweifach negativ geladenes Exziton, X^{2-}) im Magnetfeld probentypische Werte für die Spin-Zeeman-Aufspaltung ($\sim 60 \text{ meV/T}^{-1}$) und der diamagnetischen Verschiebung ($\sim 10 \text{ meV/T}^{-2}$) gefunden, die zur Bestimmung von materialspezifischen Parametern wertvoll sind. Aus diesen lassen sich der exzitonische g-Faktor (~ 2) und eine Einschlusslänge ($\sim 5 \text{ nm}$) des Elektrons extrahieren. Dieser Wert erscheint als realistisch, der Vergleich der Einschlusslänge mit den Abmessungen ($10 - 100 \text{ nm}$) durch eine AFM-Aufnahme gewonnenen Erkenntnis über die Geometrie von ringartigen Quantenpunkten weist aber eine deutliche Abweichung auf. Wegen der notwendigen Bedeckung der ringartigen Quantenpunkte mit einer weiteren Schichtfolge aus unterschiedlichen Halbleitermaterialien, um eine optische Aktivität zu erhalten, kann das Ringpotential deformiert werden und es können sich lokale Potentialminima ausbilden. Diese führen zu einer Quantenpunktstruktur und einer daraus resultierenden

Einschlusslänge der angegebenen Größenordnung. Folglich sind die beobachteten Effekte einem “künstlichen Atom“ zu zuschreiben.

Das Verhalten eines dreifach negativ geladenen Exzitons (X^{3-}) zeigt deutliche Unterschiede zu dem oben beschriebenen magnetischen Verhalten. Zum einen “kollabieren“, die durch Spineffekte in zwei energetisch aufgespaltene Emissionslinien, in eine einzelne Emissionslinie ab einem Magnetfeld von ~ 2 Tesla als Folge einer Aufhebung der Hund’schen Regeln. Zum anderen zeigt die einzelne Resonanzlinie dominante, sich abstoßende Emissionslinien in der Photolumineszenz ab einem Magnetfeld von 2 Tesla. Dieser neuartige Effekt ist über die Emission eines Photons induziert und führt, aus dem daraus resultierenden unbesetzten Zustand im s-Niveau, zu einer photon-induzierten Hybridisierung von Quantenpunktzuständen und zugleich zu einer Wechselwirkung mit der Benetzungsschicht. Die so beobachteten Niveauabstoßungen sind aus der Wechselwirkung mit der Benetzungsschicht zu erklären. Für Magnetfelder größer als 8 Tesla verschwindet der Effekt der abstoßenden Emissionslinien und der Quantenpunkt ist isoliert vom lokalen Kontinuum (Benetzungsschicht). Dieser Effekt ist nicht probenspezifisch und sollte generell für geladene Exzitonen (X^{N-} für $N \geq 3$) in Wechselwirkung mit einem zwei- oder drei-dimensionalen Quantensystem auftreten. Das führt zur Annahme, dass Niveauabstoßungen ebenso bei höher geladenen Exzitonen (X^{4-} , X^{5-} , ...) beobachtet werden sollten und gibt damit einen Ausblick auf Experimente mit Quantenpunkten im Magnetfeld, die ein tieferes Potential ausweisen und die Erzeugung von höher geladenen Exzitonen zulassen.

Das beschriebene magnetische Verhalten des dreifach negativ geladenen Exzitons beruht auf der Tatsache, dass eine Wechselwirkung zwischen dem Quantenpunkt und der Benetzungsschicht stattfindet, wobei die Benetzungsschicht in diesem Fall selbst nicht mit Elektronen besetzt ist. Eine Besetzung des Kontinuums mit Elektronen könnte zu neuen Effekten und zu neuer Physik führen. So ist eine Wechselwirkung von Quantenpunktelektronen mit Kontinuumselektronen denkbar, die als kollektiven Effekt einen photon-induzierten Kondo-Effekt liefert.

Das magnetische Verhalten des zweifach negativ geladenen Exzitons (X^{2-}) zeigt eine Abweichung in der Emissionslinie vom idealen parabolischen Verlauf mit dem Magnetfeld. Eine zusätzliche, lediglich von der Richtung des Magnetfeld abhängige Komponente führt zu den beobachteten Effekten. Diese rein phänomenologische Beschreibung könnte sich durch den Einfluss von Hyperfeinwechselwirkungen bestätigen. Zur Überprüfung dieser Annahmen werden die in Abschnitt 6.3 beschriebenen Experimente vorgeschlagen. Zu untersuchen ist noch, in welcher Weise einzig das X^{2-} -Exziton davon betroffen ist und tiefer geladene Exziton diesen Effekt nicht zeigen.

Kapitel 8

Anhang

8.1 Optische Komponenten, Geräte und Hilfsmittel

Nummer	Beschreibung
(B1)	Laserdiode LD1, Firma: Roithner, Bezeichnung: RLT 9510MG monomodal, Struktur: Brechungsindex geführte transversale Einzelmode, $\lambda = 950$ nm, optische Leistung $P_{max} = 10$ mW bei $I_{max} = 45$ mA
(B2)	Laserdiode LD2, Firma: Roithner, Bezeichnung: RLT 8305MG monomodal, Struktur: AlGaAs-Doppelheterostruktur, $\lambda = 830$ nm, optische Leistung $P_{max} = 5$ mW bei $I_{max} = 45$ mA
(B3)	Laserdiodensteuerung, Firma: Thorlabs, Bezeichnung: LDC500
(B4)	Photodiode, Firma: Siemens, Bezeichnung: BPW 34, Silizium p-i-n, Quanteneffizienz $\eta = 0.9$ bei 850 nm, Sensitivität $S_{max} = 0.62$ A/W bei 850 nm, $S = 0.614$ A/W bei 830 nm, $S = 0.540$ A/W bei 950 nm
(B5)	Asphärische Linse L1, Firma: Geltech, Bezeichnung: C330TM-B, $f = 3.10$ mm, $NA = 0.68$, Arbeitsabstand = 1.76 mm, Außendurchmesser = 6.33 mm, AR beschichtet
(B6)	Asphärische Linse L1a, Firma: Geltech, Bezeichnung: C230TM-B, $f = 4.50$ mm, $NA = 0.55$, Arbeitsabstand = 2.91 mm, Außendurchmesser = 6.33 mm, AR beschichtet
(B7)	Asphärische Linse L2, Firma: Geltech, Bezeichnung: C280TM-B, $f = 18.40$ mm, $NA = 0.15$, Arbeitsabstand = 17.10 mm, Außendurchmesser = 6.50 mm, AR beschichtet

(B8)	Asphärische Linse L3, Firma: Geltech, Bezeichnung: C350430-B, $f = 5.00$ mm, $NA = 0.15$, Arbeitsabstand = 4.36 mm, Außendurchmesser = 2.00 mm, AR beschichtet
(B9)	Asphärische Linse L4, Firma: Geltech, Bezeichnung: C350140-B, $f = 1.45$ mm, $NA = 0.55$, Arbeitsabstand = 0.88 mm, Außendurchmesser = 2.40 mm, AR beschichtet
(B10)	Achromatische Linse L5, Firma: Edmund Industrie Optik, Bezeichnung: M32-323, $NA = 0.25$, $f = 50$ mm
(B11)	Achromatische Linse L6, Firma: Edmund Industrie Optik, Bezeichnung: M32-327, $NA = 0.13$, $f = 100$ mm
(B12)	Band-Pass-Interferenzfilter, Firma: Ealing Electro-Optics, $\lambda = 830$ nm, Bandbreite = 40 nm, $T \sim 80\%$
(B13)	Hoch-Pass-Interferenzfilter, Firma: NDC Infrared Engineering, $\lambda_{CutOff} < 880$ nm, $T \sim 80\%$ bei $\lambda > 900$ nm
(B14)	Glasfaser, Firma: Thorlabs, Bezeichnung: FS-SN 4224, $NA = 0.12$, Kerndurchmesser = $5.5 \mu\text{m}$, monomodal, $\lambda_{CutOff} < 780$ nm, Designwellenlänge = 820 nm, Länge = 3 m
(B15)	Glasfaserhalter aus Keramik, Firma: Molex Fiber Optics, PN: 0860120500, LOT: 602172681
(B16)	Epoxidklebstoff für Glasfaser, Firma: Thorlabs, Bezeichnung: F112
(B17)	Glasfaserkoppler, Firma: Gould, Bezeichnung: 22-20685-10-23131, Serie 2, 850 nm, 5/125 μm fiber, coupling ratio 10/90, port configuration 2 \times 2, package style 31, connectors FC
(B18)	Glasfaserkoppler, Firma: Thorlabs, Bezeichnung: ADAFC2
(B19)	Bare-Fiber-Adapter, Firma: Newport, Bezeichnung: F-AS-FC
(B20)	Index Matching Gel, Firma: Thorlabs, Bezeichnung: G608N
(B21)	Gitterspektrometer, Firma: Acton Research, Typ: 300i, Fokallänge = 300 mm, Auflösung: 0.2 nm ($\sim 250 \mu\text{eV}$ bei 980 nm), Gitter: 1200 Linien/mm optimiert auf $\lambda = 1000$ nm, Effizienz bei 980 nm: $\sim 80\%$
(B22)	CCD-Kamera, Firma Princeton Instruments, Typ: LN/CCD-1100PB, Silizium, Quanteneffizienz: 25% bei 980 nm, Dunkelzählrate: $\sim 80 \text{ sec}^{-1}$, Ausleserauschen: 2 sec^{-1} , gekühlt mit flüssigem Stickstoff

(B23)	Hochreiner Indiumdraht, Hersteller: GoodFellow, Reinheitsgrad: 99.999 %, Bezeichnung: IN005120/16, Durchmesser = 0.5 mm
(B24)	Legierungsöfen, Firma: BioRad
(B25)	Dehnungsmessstreifen, Firma: Omega Strain Gages, Model-Nr. SG-1.5/120-LY11, $R = 120 \Omega$, $I_{max} = 20 \text{ mA}$ bei $T = 300 \text{ K}$
(B26)	Thermischer Isolator, Firma: Marienfeld, Glasplättchen zur Abdeckung von Objektträgern
(B27)	PVC-Schrauben, Firma: Schrauben Preisinger, München
(B28)	XYZ-Positioniereinheit, Firma: Attocube Systems AG, Bezeichnung: ANPx100, ANPy100 und ANPz100
(B29)	XYZ-Steuergerät, Firma: Attocube Systems AG, Vorgängermodell des Modells ANC150
(B30)	Praktikumslaserdiode, Hersteller: unbekannt, $P_{max} = 200 \text{ mW}$, $\lambda = 670 \text{ nm}$)
(B31)	Multimodale Glasfaser, Firma: Thorlabs, Bezeichnung: FT600-EMT, Kerndurchmesser = 0.6 mm, $NA = 0.39$)
(B32)	Glasfaserverbindungskabel (multimodal), Firma: Thorlabs, Bezeichnung: M21L02
(B33)	Praktikumsspektrometer, Firma: Jobin Yvon, Model: HR320, Fokallänge = 320 mm
(B34)	PraktikumsCCD, Firma: Princeton Instruments, Model: LN/CCD1024E/1 Silizium, gekühlt mit flüssigem Stickstoff
(B35)	Steuergerät Magnetfeld, Firma: Lake Shore Cryotronics, Bezeichnung: Superconducting Magnet Power Supply, Modell 622, $I_{max} = \pm 125 \text{ A}$ bei $U = \pm 30 \text{ V}$
(B36)	Supraleitender Magnet, Firma: Oxford Instruments, Arbeitsbereich: 4.2 K 9 Tesla 92.67 A und 2.2 K 11 Tesla 113.26 A
(B37)	Strom-Spannungs-Wandler, Firma: Stanford Research Systems, Bezeichnung: Low Noise Current Amplifier, Model SR 570
(B38)	Lock-In Verstärker, Firma EG & G Instruments, DSP - Digital Signal Processing Lock-in Amplifier, Model 7260)
(B39)	Multimeter, Firma: Fluke, Bezeichnung: 79

(B40)	Multimeter, Firma: Fluke, Bezeichnung: 45
(B41)	Gleichspannungsquelle, Firma: Knick, Bezeichnung: DC-Spannungs-Calibrator, Model S252, Bereich 5 V: Auflösung $10 \mu\text{V}$
(B42)	Präzisionsstromgeber, Firma: Digistant, Typ 6425T, Auflösung 0.001 mA
(B43)	Drehschieberpumpe, Firma: Alcatel, Typ 2012, $p < 5 \cdot 10^{-3}$ mbar
(B44)	Turbomolekularpumpe, Firma: Leybold, Bezeichnung: TurboVac 50, $p < 5 \cdot 10^{-7}$ mbar
(B45)	Zwei Komponenten Epoxidharz Klebstoff, UHU Plus endfest 300
(B46)	Klebstoff zur Probenbefestigung, Klebstoff: Insulating Varnish, Firma: Oxford Instruments

8.2 Mathematica Programm: Matrixelemente

(* $\beta = \beta_e$: is parameter $\beta = \sqrt{\frac{m_e * \omega_e}{\hbar}}$ for electrons *)

(* $\beta = \beta_h$: is parameter $\beta = \sqrt{\frac{m_h * \omega_h}{\hbar}}$ for holes *)

(* $\beta = \beta_{cy}$: is parameter $\beta = \sqrt{\frac{m_e}{\hbar} * \frac{\omega_{cy}}{2}}$ for electrons in LandauLevel *)

(* The parameter β has to be set before calculation starts *)

$\alpha_1 = .; \alpha_2 = .; \beta_1 = .; \beta_2 = .; \beta_{cy} = .; \beta_e = .; \beta_h = .; \epsilon_0 = .; \epsilon_r = .; l_{cy} = .; l_e = .;$
 $l_h = .; x_1 = .; y_1 = .; x_2 = .; y_2 = .; r = .; R = .; \varphi = .; \Phi = .; u_x = .; u_y = .; v_x = .;$
 $v_y = .;$

Clear[$a, b, c, d, e, exponent, \beta, m, n, l, r, \phi, x, y$]

(* Wave function in polar coordinates

$\Psi[n_-, l_-, \beta_-, r_-, \phi_-] = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} * (\beta * r)^{\mathbf{Abs}[l]} * \exp[I * l * \phi] * \exp[-\frac{1}{2} * \beta^2 * r^2] * L[\beta^2 * r^2];$ *)

$L[r_-] = \sqrt{\frac{n!}{(n + \mathbf{Abs}[l])!}} * \mathbf{Sum}[(-1)^m * \frac{(n + \mathbf{Abs}[l])!}{(n - m)! * (\mathbf{Abs}[l] + m)! * m!} * r^m, \{m, 0, n\}];$

$\Psi[n_-, l_-, \beta_-, x_-, y_-] = \frac{\beta}{\sqrt{\pi}} * (\beta * (x + I * \mathbf{Sign}[l] * y))^{\mathbf{Abs}[l]} * \exp[-\frac{1}{2} * \beta^2 * (x^2 + y^2)] * L[\beta^2 * (x^2 + y^2)];$

$$\beta_e = \frac{1}{l_e}$$

$$\beta_h = \frac{1}{l_h}$$

$$\beta_{cy} = \frac{1}{\sqrt{2} * l_{cy}}$$

(* Setting of the desired wave functions in the following four lines. Choose the quantum number n and l and the parameter β for the specified wave functions *)

$\Psi a1r1 = \Psi[0, 0, \beta_e, x_1, y_1]$

$\Psi b1r2 = \Psi[0, 0, \beta_e, x_2, y_2]$

$\Psi a2r1 = \Psi[0, 0, \beta_h, x_1, y_1]$

$$\Psi_{b2r2} = \Psi[0, 0, \beta_h, x_2, y_2]$$

$$\Psi_{a3r1} = \text{Simplify}[\text{ComplexExpand}[\text{Conjugate}[\Psi_{a1r1}]]]$$

$$\Psi_{b3r2} = \text{Simplify}[\text{ComplexExpand}[\text{Conjugate}[\Psi_{b1r2}]]]$$

$$\Psi_{a4r1} = \Psi_{a2r1}$$

$$\Psi_{b4r2} = \Psi_{b2r2}$$

$$V_{coulomb} = \frac{e^2}{4 * \pi * \epsilon_0 * \epsilon_r} * \frac{1}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}}$$

$$E_{ij1} = V_{coulomb} * \Psi_{a3r1} * \Psi_{b3r2} * \Psi_{a4r1} * \Psi_{b4r2}$$

$$exponent = \text{Exponent}[E_{ij1}, \text{Exp}]$$

$$a = -\text{Coefficient}[exponent, x_1^2]$$

$$b = -\text{Coefficient}[exponent, y_1^2]$$

$$c = -\text{Coefficient}[exponent, x_2^2]$$

$$d = -\text{Coefficient}[exponent, y_2^2]$$

$$jacobila =$$

$$\left\{ \left\{ \frac{\beta_1}{\alpha_1 + \beta_1}, 0, \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1}, 0 \right\}, \right. \\ \left\{ 0, \frac{\beta_2}{\alpha_2 + \beta_2}, 0, \frac{1}{\alpha_2 + \beta_2} \right\}, \\ \left\{ -\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \beta_1}, 0, \frac{1}{\alpha_1 + \beta_1}, 0 \right\}, \\ \left. \left\{ 0, -\frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \beta_2}, 0, \frac{1}{\alpha_2 + \beta_2} \right\} \right\}$$

$$\text{MatrixForm}[jacobila]$$

$$detjacobila = \text{Simplify}[\text{Det}[jacobila]]$$

$$\alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a + c}}$$

$$\beta_1 = \frac{c}{\sqrt{a+c}}$$

$$\alpha_2 = \frac{b}{\sqrt{b+d}}$$

$$\beta_2 = \frac{d}{\sqrt{b+d}}$$

$$jacobi1b = \mathbf{Simplify}[jacobi1a]$$

$$detjacobi1b = \mathbf{Simplify}[\mathbf{Det}[jacobi1b]]$$

$$\{x_1, y_1, x_2, y_2\} = jacobi1b.\{u_x, u_y, v_x, v_y\}$$

$$Eij2 = Eij1 * detjacobi1b$$

$$polarmatrix =$$

$$\{\{r * \cos[\varphi], 0, 0, 0\},$$

$$\{0, r * \sin[\varphi], 0, 0\},$$

$$\{0, 0, R * \cos[\Phi], 0\},$$

$$\{0, 0, 0, R * \sin[\Phi]\}$$

$$\mathbf{MatrixForm}[polarmatrix]$$

$$\{u_x, u_y, v_x, v_y\} = polarmatrix.\{1, 1, 1, 1\}$$

$$jacobi2 =$$

$$\{\{\partial_r(r * \cos[\varphi]), \partial_r(r * \sin[\varphi]), \partial_r(R * \cos[\Phi]), \partial_r(R * \sin[\Phi])\},$$

$$\{\partial_\varphi(r * \cos[\varphi]), \partial_\varphi(r * \sin[\varphi]), \partial_\varphi(R * \cos[\Phi]), \partial_\varphi(R * \sin[\Phi])\},$$

$$\{\partial_R(r * \cos[\varphi]), \partial_R(r * \sin[\varphi]), \partial_R(R * \cos[\Phi]), \partial_R(R * \sin[\Phi])\},$$

$$\{\partial_\Phi(r * \cos[\varphi]), \partial_\Phi(r * \sin[\varphi]), \partial_\Phi(R * \cos[\Phi]), \partial_\Phi(R * \sin[\Phi])\}$$

$$\mathbf{MatrixForm}[jacobi2]$$

$$detjacobi2 = \mathbf{Simplify}[\mathbf{Det}[jacobi2]]$$

$$Eij3 = \mathbf{Simplify}[Eij2 * detjacobi2, r > 0 \ \&\& \ R > 0]$$

$$Eij4 = \mathbf{Expand}[Eij3]$$

$$Eij5 = \mathbf{Integrate}[Eij4, \{\varphi, 0, 2 * \pi\}]$$

$$Eij6 = \mathbf{Integrate}[Eij5, \{\Phi, 0, 2 * \pi\}]$$

$$Eij7 = \mathbf{Integrate}[Eij6, \{r, 0, \infty\}]$$

$$Eij8 = \mathbf{Simplify}[Eij7, \beta_e > 0 \ \&\& \ \beta_h > 0 \ \&\& \ \beta_{cy} > 0 \ \&\& \ l_e > 0 \ \&\& \ l_h > 0 \ \&\& \ l_{cy} > 0]$$

$$Eij9 = \mathbf{Integrate}[Eij8, \{R, 0, \infty\}]$$

$$Eij10 = \mathbf{Simplify}[Eij9, \beta_e > 0 \ \&\& \ \beta_h > 0 \ \&\& \ \beta_{cy} > 0 \ \&\& \ l_e > 0 \ \&\& \ l_h > 0 \ \&\& \ l_{cy} > 0]$$

Persönliche Publikationen

- [A1] K. Karrai, R.J. Warburton, C. Schulhauser, A. Högele, B. Urbaszek, E.J. McGhee, A.O. Govorov, J.M. Garcia, B.D. Gerardot, and P.M. Petroff, *Hybridization of electronic states in quantum dots through photon emission*, Nature (London) **427**, 135 (2004).

- [A2] C. Schulhauser, D. Haft, R.J. Warburton, K. Karrai, A.O. Govorov, A.V. Kalameitsev, A. Chaplik, W. Schoenfeld, J.M. Garcia, and P.M. Petroff, *Magneto-optical properties of charged excitons in quantum dots*, Phys. Rev. B **66**, 193303 (2002).

- [A3] R.J. Warburton, C. Schulhauser, D. Haft, C. Schäfflein, K. Karrai, J.M. Garcia, W. Schoenfeld, and P.M. Petroff, *Giant permanent dipole moments of excitons in semiconductor nanostructures*, Phys. Rev. B **65**, 113303 (2002).

- [A4] C. Schulhauser, R.J. Warburton, A. Högele, A.O. Govorov, K. Karrai, J.M. Garcia, B.D. Gerardot, and P.M. Petroff, *Emission from neutral and charged excitons in a single quantum dot in a magnetic field*, Physica E, (2004) in Druck.

- [A5] C. Schulhauser, D. Haft, C. Schäfflein, K. Karrai, R.J. Warburton, J.M. Garcia, W. Schoenfeld, and P.M. Petroff, *Giant permanent dipole moments of excitons in semiconductor nanostructures*, Physica E **13**, 161 (2002).

- [A6] C. Schulhauser, A. Högele, R.J. Warburton, A.O. Govorov, W. Schoenfeld, J.M. Garcia, P.M. Petroff, and K. Karrai, *Magnetic properties of charged excitons in self-assembled quantum dots*, phys. stat. sol. (b) **238**, 293 (2003).

- [A7] D. Haft, C. Schulhauser, A.O. Govorov, R.J. Warburton, K. Karrai, J.M. Garcia, W. Schoenfeld, and P.M. Petroff, *Magneto-optical properties of ring-shaped self-assembled InGaAs quantum dots*, Physica E 13, **165** (2002).

Literaturverzeichnis

- [1] M. A. Kastner, *Physics Today* **46**, 24 (1993)
- [2] J. M. García, G. Medeiros-Ribeiro, K. Schmidt, T. Ngo, J. L. Feng, A. Lorke, J. Kotthaus, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **71**, 2014 (1997).
- [3] A. Högele, B. Alèn, F. Bickel, R.J. Warburton, P.M. Petroff, and K. Karrai, *Physica E*, (2003) in Druck.
- [4] D. W. Pohl, **58**, 54 (1987).
- [5] Ch. Renner, Ph. Niedermann, A. D. Kent, and O. Fischer, *Rev. Sci. Instrum.* **61**, 965 (1990).
- [6] M.V. Klein und T.E. Furtak, *Optik*, Berlin, Springer-Verlag (1988).
- [7] Amnon Yariv, *Quantum Electronics*, 2nd Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc. (1975).
- [8] V. De Cosmo, H. Gush, M. Halpern and A. Leung, *Rev. Sci. Instrum.* **58(3)**, 441 (1987).
- [9] R. J. Warburton, C. Schäfflein, D. Haft, F. Bickel, A. Lorke, K. Karrai, J. M. Garcia, W. Schönfeld, and P. M. Petroff, *Nature (London)* **405**, 926 (2000).
- [10] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).
- [11] C. Schulhauser, *Optische Magneto-Spektroskopie an einzelnen Halbleiter-Quantenringen*, Diplomarbeit, LMU München (2001).
- [12] A. Högele, *Magneto-optische Eigenschaften von Quanteninseln*, Diplomarbeit (2002).
- [13] B. T. Miller, *Hochauflösende Kapazitätsspektroskopie an selbstorganisierten Quantenpunkten*, Dissertation, LMU München (1998).

- [14] P. L. McEuen, E. B. Foxman, U. Meirav, M. A. Kastner, Yigal Meir, Ned S. Wingreen, and S. J. Wind, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 1926 (1991).
- [15] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 613 (1993).
- [16] F. R. Waugh, M. J. Berry, C. H. Crouch, C. Livermore, D. J. Mar, R. M. Westervelt, K. L. Campman, and A. C. Gossard, *Phys. Rev. B* **53**, 1413 (1996).
- [17] T. Schmidt, M. Tewordt, R. H. Blick, R. J. Haug, D. Pfannkuche, K. v. Klitzing, A. Förster, and H. Lüth, *Phys. Rev. B* **51**, 5570 (1995).
- [18] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage, and L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3613 (1996).
- [19] M. Eto, *Jpn. J. Appl. Phys., Part 1* **36** (1997).
- [20] B. Meurer, D. Heitmann, and K. Ploog, Single-electron charging of quantum-dot atoms, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1371 (1992).
- [21] D. Leonard, K. Pond, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. B* **50**, 11687 (1994).
- [22] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2252 (1994).
- [23] G. Medeiros-Ribeiro, F. G. Pikus, P. M. Petroff, and A. L. Efros, *Phys. Rev. B* **55**, 1568 (1997).
- [24] B. T. Miller, W. Hansen, S. Manus, R. J. Luyken, A. Lorke, J. P. Kotthaus, S. Huant, G. Medeiros-Ribeiro, and P. M. Petroff, *Phys. Rev. B* **56**, 6764 (1997).
- [25] M. Fricke, A. Lorke, J. P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro, and P. M. Petroff, *Europhys. Lett.* **36**, 197 (1996).
- [26] L. Brey, N. F. Johnson, and B. I. Halperin, *Phys. Rev. B* **40**, 10647 (1989).
- [27] O. Heller, Ph. Lelong and G. Bastard, *Physica B* **249-251**, 271 (1998).
- [28] Q. P. Li, K. Karrai, S. K. Yip, S. Das Sarma, and H. D. Drew, *Phys. Rev. B* **43**, 5151 (1991).
- [29] U. Merkt, J. Huser, and M. Wagner, *Phys. Rev. B* **43**, 7320 (1991).
- [30] D. Pfannkuche, R.R. Gerhardts, P.A. Maksym, and V. Guemundsson, *Phys. B* **198**, 6 (1993).

- [31] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, Quantum Mechanics (Wiley, New York, 1977), 727-741.
- [32] V. Fock, Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld, Z. Phys. **47**, 446-448 (1928).
- [33] R. B. Dingle, Proc. Royal Society **A211**, 500-516 (1951).
- [34] R. Heitz, O. Stier, I. Mukhametzhanov, A. Madhukar, and D. Bimberg, Phys. Rev. B **62**, 11017 (2000).
- [35] C. Pryor, Phys. Rev. B **57**, 7190 (1998).
- [36] J. Kim, L. W. Wang, and A. Zunger, Phys. Rev. B **57**, R9408 (1998).
- [37] G. Bester, S. Nair, and A. Zunger, Phys. Rev. B **67**, 161306 (2003).
- [38] R.J. Warburton, B.T. Miller, C.S. Dürr, C. Bödefeld, K. Karrai, J.P. Kotthaus, G. Medeiros-Ribeiro, P.M. Petroff, and S. Huant, Phys. Rev. B **58**, 16221 (1998).
- [39] A. Tsukernik, M. Slutzky, A. Palevski, S. Luryi, and H. Shtrikman, Appl. Phys. Lett. **73**, 6 (1998).
- [40] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, Quantum Mechanics (Wiley, New York, 1977), 1418-1429.
- [41] S. A. Mikhailov, Physica E **12**, 884 (2002).
- [42] S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **65**, 115312 (2002).
- [43] S. A. Mikhailov, N. A. Savostianova, Phys. Rev. B **66**, 033307 (2002).
- [44] S. A. Mikhailov, Phys. Rev. B **66**, 153313 (2002).
- [45] L. I. Schiff, Quantum Mechanics, McGraw-Hill (1955), 229-236.
- [46] Y. Toda, S. Shinomori, K. Suzuki, and Y. Arakawa, Appl. Phys. Lett. **73**, 517 (1998).
- [47] W. Heller and U. Bockelmann, Phys. Rev. B **55**, R4871 (1997).
- [48] Y. Toda, S. Shinomori, K. Suzuki, and Y. Arakawa, Phys. Rev. B **58**, R10147 (1998).
- [49] N. H. Quang, S. Ohnuma, and A. Natori, Phys. Rev. B **62**, 12955 (2000).

- [50] M. Bayer, A. Kuther, A. Forchel, A. Gorbunov, V. B. Timofeev, F. Schäfer, J. P. Reithmaier, T. L. Reinecke, and S. N. Walck, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1748 (1999).
- [51] I. A. Akimov, A. Hundt, T. Flissikowski, and F. Henneberger, *Appl. Phys. Lett.* **81**, 4730 (2002).
- [52] B. Urbaszek, R. J. Warburton, K. Karrai, B. D. Gerardot, P. M. Petroff, and J. M. Garcia, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 247403 (2003).
- [53] J. M. Smith, P. A. Dalgarno, B. Urbaszek, E. J. McGhee, G. S. Buller, G. J. Nott, and R. J. Warburton, J. M. Garcia, W. Schoenfeld, and P. M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **82**, 3761 (2003).
- [54] S. Glutsch, F. Bechstedt, and D. N. Quang, *J. Phys.: Condens. Matter* **15**, 1305 (2003).
- [55] P. Durand, I. Páidaróv, and F. X. Gadóa, *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **34**, 1953 (2001).
- [56] A. O. Govorov, K. Karrai, and R. J. Warburton, *Phys. Rev. B* **67**, 241307(R) (2003); cond-mat/0211155.
- [57] A. O. Govorov, K. Karrai, R. J. Warburton, and A.V. Kalameitsev, in Druck.
- [58] A. O. Govorov et al., *Phys. Rev. B RC*, in Druck; Proceedings of MRS Fall Meeting-2002, Vol. **737**, E12.5.1; cond-mat/0302317.
- [59] A. Wojs and P. Hawrylak, *Phys. Rev. B* **53**, 10841 (1996).
- [60] L. Jacaka, J. Krasnyjb, and A. Wójsa, *Physica B* **229**, 279 (1997).
- [61] O. Dippel, P. Schmelcher, and L. S. Cederbaum, *Phys. Rev. A* **49**, 4415 (1994).
- [62] L. Brey, N. Johnson, and B.I. Halperin, *Phys. Rev. B* **40**, 10647 (1989).
- [63] M. Bayer, A. Kuther, A. Forchel, A. Gorbunov, V. B. Timofeev, F. Schafer, J. P. Reithmaier, T. L. Reinecke, and S. N. Walck, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 1748 (1999).
- [64] D. Paget, G. Lampel, B. Sapoval, and V. I. Safarov, *Phys. Rev B* **15**, 5780 (1977).
- [65] S. W. Brown, T. A. Kennedy, D. Gammon, and E. S. Snow, *Phys. Rev B* **54**, R17339 (1996).

- [66] S. I. Erlingsson, Y. V. Nazarov, and V. I. Fal'ko, *Phys. Rev. B* **64**, 195306 (2001).
- [67] Claude Weisbuch and Claudine Hermann, *Phys. Rev. B* **15**, 816 (1977).
- [68] D. Gammon, Al. L. Efros, T. A. Kennedy, M. Rosen, D. S. Katzer, D. Park, S. W. Brown, V. L. Korenev, and I. A. Merkulov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5176 (2001).
- [69] D. Gammon, S. W. Brown, E. S. Snow, T. A. Kennedy, D. S. Katzer, and D. Park, *Science* **277**, 85 (1997).
- [70] Benito Alén, Florian Bickel, Khaled Karrai, Richard J. Warburton, and Pierre M. Petroff, *Appl. Phys. Lett.* **83**, 2235 (2003).

Danksagung

Obligatorisch und um zu würdigen, folgt am Ende nach langer und intensiver Arbeit ein “Dankeschön“ an die Personen, die zur Entstehung, Durchführung und Vervollendung dieser Dissertation beigetragen haben:

Prof. Dr. Khaled Karrai und Prof. Dr. Jörg P. Kotthaus für die Durchführung der Doktorarbeit in dieser Arbeitsgruppe bzw. an diesem Lehrstuhl.

Spezieller Dank geht an Khaled, der mit Ideenreichtum und engagierter und inständiger Betreuung maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen hat. Für seine aufopferungsvolle Unterstützung auch während den Zeiten, zu denen er mit organisatorischen und lehrbeauftragten Aufgaben gesättigt war, möchte ich ihm ganz herzlich Danken.

Prof. Dr. Richard J. Warburton von der Heriot-Watt University (Edinburgh, Schottland) für eine intensive Zusammenarbeit besonders während seiner regelmäßig wiederkehrenden Gastaufenthalte in München, die stets mit neuen Erkenntnissen und Ideen verbunden waren.

Prof. Dr. Alexander O. Govorov von der University of Ohio (Athens, USA) für die geleisteten Beiträge zur theoretischen Beschreibung der experimentellen Ergebnisse und den numerischen Simulationen.

Prof. Dr. Pierre M. Petroff von der University of California (Santa Barbara, USA) für das ausgezeichnete Probenmaterial.

An Alexander Högele, von dem ich in zahlreichen Diskussionen viel gelernt habe und nicht zuletzt dafür, dass er in einem Marathonlauf zwei Doktorarbeiten und eine Diplomarbeit fasst parallel Korrekturlesen durfte, möchte ich meine Anerkennung aussprechen. Vielen Dank, Alex. Ich hoffe, ich kann mich irgendwann revanchieren.

An die Kollegen der Arbeitsgruppe Karrai: Dirk Haft (Ex-Kollege und zukünftiger

Chef), Florian Bickel, Markus Vogel, Alexander Högele, Christine Mayer, Constanze Höhberger, Stefan Seidl, Ulrike Holz, Martin Kroner und einschließlich unserem Chef Khaled für eine super Arbeitsatmosphäre, wo an so manchen Kuchenessen-Seminare schon fast eine großfamiliäre Stimmung aufkam.

Besonderer Dank geht an Stefan Seidl für zahlreiche, nicht nur fachliche Diskussionen, sondern auch Gespräche persönlicher Art, die zu manchen Motivationsschüben im Abfassen seiner Diplomarbeit und meiner Dissertation führten.

An allen Assistenten, Doktoranden und Diplomanden des Lehrstuhl für eine ausgesprochen freundschaftliche Zusammenarbeit.

Dr. Heribert Lorenz für seine Leistungen und Mitwirken am reibungslosen Abläufen des Lehrstuhlbetriebes und nicht zuletzt für das Aushelfen bei Engpässen in Sachen Förderungsmitteln.

Den technischen und verwaltungstechnischen Angestellten des Lehrstuhls: Pit Kiermaier (Stickstoff- und Heliumlieferant), Wolfgang Kurpas (bei technischen Fragen), Stephan Manus (bei elektronischen Fragen), Stefan Schöffberger und Alexander Paul (Reinraum), Frau Martina Jüttner und Frau Lana Polero (Sekretariat).

Meinen Eltern, meiner Schwester und deren Familie, von denen ich schon während meiner Diplomarbeitszeit, abermals viel familiären Rückhalt und Kraft erhalten habe.

Und nicht zuletzt all meinen Freunden, Verwandten und Bekannten, die in den letzten Wochen und Monaten während der Vollendung meiner Dissertation um mich besorgt waren, dass ich für immer in die unendlichen Höhen und Tiefen der Physik absteigen würde. Vielen Dank für diese persönliche Besorgnis und auch für das Verständnis einer Phase von langzeitiger Funkstille.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Christian Schulhauser
Geburtsdatum	28.08.1970
Geburtsort	München
Wohnort	Burgkmairstr. 20, 80686 München
Nationalität	deutsch

Schulbildung

09/1977 - 07/1983	Hauptschule Planegg
09/1983 - 07/1987	Staatliche Realschule Gauting
09/1991 - 07/1993	Städtische Berufoberschule für Technik, München Abschluss: Fachgebundene Hochschulreife

Berufsausbildung

09/1987 - 07/1990	Ausbildung zum Kommunikationselektroniker bei der Firma Siemens, München.
-------------------	---

Berufstätigkeit

08/1990 - 08/1991	Beschäftigt als Facharbeiter bei der Firma Siemens, München.
-------------------	--

Wehrdienstzeit

07/1993 - 07/1994	Grundwehrdienst in Murnau.
-------------------	----------------------------

Hochschulausbildung

11/1994 - 07/2001	Studium der Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München.
11/1997 - 11/1998	Auslandsstudium an der University of Nottingham, UK.
08/2000 - 07/2001	Diplomarbeit angefertigt an der Ludwig-Maximilians-Universität München am Lehrstuhl für experimentelle Halbleiterphysik, Betreuer: Prof. Dr. K. Karrai, Titel: Optische Magneto-Spektroskopie an einzelnen Halbleiter-Quantenringen.
10/2001 - dato	Promotion für Physik an der Ludwig-Maximilians-Universität München am Lehrstuhl für experimentelle Halbleiterphysik, Betreuer: Prof. Dr. K. Karrai.

Konferenzen und Präsentationen

07.02.2001 - 10.02.2001	Workshop am Schloss Ringberg, Deutschland; Growth, electronic and optical properties of low-dimensional semiconductor quantum structures.
18.02.2001 - 23.02.2001	CeNS Winterschule Mauterndorf, Österreich; Sensing and Manipulation in the Nanoworld.
23.07.2001 - 27.07.2001	MSS10 Linz, Österreich; 10 th International Conference on Modulated Semiconductor Structures.
24.09.2001 - 28.09.2001	CeNS Workshop Venedig, Italien; Nanoscience: Tools and Devices.
30.09.2002 - 03.10.2002	QD2002 Tokyo, Japan; 2nd International Conference on Semiconductor Quantum Dots. Vortrag: Magnetic properties of charged excitons in self-assembled quantum dots.
24.02.2003 - 28.02.2003	CeNS Winterschule Mauterndorf, Österreich; Current Issues of Nano-Bio-Science. Poster: Optical properties of charged excitons in quantum dots.
19.05.2003	Seminar über spezielle Fragen der Halbleiterphysik, Lehrstuhl Kottaus, München. Vortrag: Magneto-optische Experimente an einzelnen selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten.
14.07.2003 - 18.07.2003	MSS11 Nara, Japan; The 11 th International Conference on Modulated Semiconductor Structures. Vortrag: A Coherent interaction of quantum dot electrons with continuum-like states.