

Höchstauffösende Laserspektroskopie an atomarem Wasserstoff

Dissertation
der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Marc Christian Fischer
aus Tübingen

München, den 3. Mai 2004

1. Gutachter: Prof. Dr. Theodor W. Hänsch
2. Gutachter: Prof. Dr. Dietrich Habs

Tag der mündlichen Prüfung: 06.07.2004

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit werden die Weiterentwicklung des experimentellen Aufbaus zur $1S$ - $2S$ -Zweiphotonen-Spektroskopie an atomarem Wasserstoff sowie die damit durchgeführten Messungen beschrieben.

Die natürliche Linienbreite des dipolverbotenen $1S$ - $2S$ -Übergangs ist mit 1,3 Hz sehr gering. Dieser Übergang kann durch Absorption zweier gegenläufiger Photonen bei einer Wellenlänge von 243 nm Doppler-frei angeregt werden. Für eine möglichst hohe Auflösung der Resonanz muß die den Übergang treibende Strahlung eines frequenzverdoppelten Farbstofflasers, dessen Fundamentale nahe 486 nm liegt, spektral schmal und stabil sein. Daher wird der Farbstofflaser auf einen Referenzresonator hoher Finesse stabilisiert.

Der im Rahmen dieser Arbeit neu aufgebaute Referenzresonator wurde weitestgehend von Umwelteinflüssen entkoppelt, so daß die Drift des auf ihn stabilisierten Lasers nun weniger als 1 Hz/s und seine Linienbreite in 2 Sekunden weniger als 100 Hz bei 486 nm beträgt. Eine modifizierte Atomstrahlapparatur mit differentiell gepumptem Wechselwirkungsbereich und effizienterer Detektion der $2S$ -Atome erlaubt nun die Spektroskopie bei niedrigerer Lichtleistung und damit geringerer Verbreiterung des Übergangs durch Ionisation metastabiler Atome. Desweiteren können kältere Atome untersucht werden, deren Spektren kleinere geschwindigkeitsabhängige systematische Effekte aufweisen. Mit diesem Aufbau wurden Spektren einer Breite von nur 500 Hz bei 243 nm aufgenommen, was einer relativen Auflösung von 4×10^{-13} entspricht.

Nach Einführung einer differentiellen Meßmethode konnte die Hyperfeinaufspaltung des $2S$ -Niveaus in atomarem Wasserstoff erstmals mit optischen Methoden bestimmt werden, wobei das Ergebnis von 177 556 860(16) Hz den bisher genauesten Wert für diese Größe darstellt. Ein daraus abgeleiteter Test der QED gebundener Systeme bestätigt die Theorie auf einem Niveau von $1,2 \times 10^{-7}$.

In Zusammenarbeit mit dem Frequenzkamm-Labor wurde die Frequenz des $1S$ - $2S$ -Übergangs erneut gegen die transportable FOM-Cs-Fontäne des BNM-SYRTE, Paris, absolut gemessen und zu 2 466 061 413 187 087(34) Hz bestimmt. Dies entspricht einer verbesserten relativen Auflösung von $1,4 \times 10^{-14}$. Im Vergleich mit dem Ergebnis der vorigen Messung aus dem Jahre 1999 und unter Berücksichtigung der Drift eines Uhrenübergangs in $^{199}\text{Hg}^+$ kann daraus erstmals eine obere Grenze für die relative Drift der Feinstrukturkonstanten von $(-0,9 \pm 2,9) \times 10^{-15}$ pro Jahr abgeleitet werden, ohne daß zusätzliche Annahmen über die Stabilität der anderen Kopplungskonstanten getroffen werden müssen. Diese Drift ist im Rahmen des Fehlers mit Null verträglich.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	i
1 Einleitung	1
2 Theorie des Wasserstoffatoms	5
2.1 Dirac-Coulomb-Energien	5
2.2 Lamb-Verschiebung, QED-Terme	7
2.3 Theorie der Hyperfeinstruktur des Wasserstoffatoms	8
2.3.1 Berechnung der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes	9
2.3.2 $2S$ -Hyperfeinaufspaltung	10
2.3.3 Test der QED gebundener Systeme	10
2.3.4 Berechnung von D_{21} auf Grundlage der QED	11
2.3.5 Korrekturen zu D_{21} aufgrund von Kernstruktur-Effekten	12
2.3.6 Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes in Mu und Ps	13
2.3.7 nS -Hyperfeinstruktur in Magnetfeldern	14
3 Überlegungen zur Drift von Naturkonstanten	17
3.1 Vergleich unterschiedlicher Übergangsfrequenzen	18
3.2 Untersuchung von Quasarspektren	20
3.3 Drift von Konstanten im Rahmen einer GUT	21
4 Experimenteller Aufbau	25

4.1	Gesamtübersicht	25
4.2	Lasersystem	26
4.2.1	Farbstofflaser	27
4.2.2	Sättigungsspektroskopie am Tellurmolekül	28
4.2.3	Frequenzverdopplung	28
4.2.4	Überhöhungsresonator	29
4.3	Referenzresonator	29
4.3.1	Charakterisierung der Frequenzstabilität von Resonatoren	30
4.3.2	Meßverfahren	31
4.3.3	Anforderungen in der Wasserstoff-Spektroskopie	33
4.3.4	Aufbau der Referenzresonatoren	34
4.3.5	Drift des neuen Resonators	40
4.3.6	Finesse des neuen Resonators	43
4.3.7	Linienbreite des neuen Resonators	43
4.4	Vakuumapparatur	46
4.4.1	Präparation und Anregung des kalten Atomstrahls	46
4.4.2	Neuer Aufbau mit differentieller Pumpstufe	48
4.4.3	Abschirmung äußerer Magnetfelder	50
4.5	Frequenzmessungen mit einem Frequenzkamm	50
4.5.1	Frequenzkamm-Generator	50
4.5.2	Aufbau zur Messung der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz	53
4.5.3	Kontrolle der Frequenzmessung	54
4.5.4	Frequenzkamm-Gleichung	54
4.5.5	Cäsium-Atomuhr	55
4.5.6	Transfer des blauen Lichtes zum Frequenzkamm	56

5.1	Auswahlregeln und Matrix-Elemente	59
5.2	Systematische Effekte	60
5.2.1	Relativistische Doppler-Verschiebung und Durchflugsverbreiterung	60
5.2.2	Verschiebung durch statische elektrische Felder	64
5.2.3	Verschiebung durch das Feld des anregenden Lichtes	64
5.2.4	Verbreiterung durch Ionisation	65
5.2.5	Druckverschiebung aufgrund des Hintergrundgasdrucks	66
5.2.6	Druckverschiebung aufgrund einer Wechselwirkung im Atomstrahl	67
5.2.7	Verschiebung aufgrund gekrümmter Wellenfronten	67
5.2.8	Verschiebung aufgrund der Schwarzkörperstrahlung	67
5.2.9	Verschiebung aufgrund des Magnetfeldes	68
5.2.10	Verbreiterung durch Magnetfelder	68
5.3	Schmale Wasserstoff-Spektren	68
6	Messung der 2S-Hyperfeinaufspaltung	71
6.1	Bisherige Messungen	72
6.2	Optische Messung in kleinen Magnetfeldern	73
6.2.1	Idee und Ablauf der Messung	74
6.2.2	Magnetfeldkompensation	76
6.2.3	Datenanalyse und Fitprozedur	77
6.2.4	Fehlerabschätzung	78
6.2.5	Ergebnis	84
6.2.6	Vergleich von Theorie und Experiment	85
7	Messung der 1S-2S-Absolutfrequenz	89
7.1	Ablauf der Messung	90
7.2	Aufbereitung der Meßdaten	91

7.2.1	Absolute Frequenzachse	91
7.2.2	Analyse mit dem Linienform-Modell	91
7.3	Extrapolation der dynamischen Starkverschiebung	93
7.3.1	Fehlerabschätzung und Ergebnis	94
7.4	Zentroidfrequenz	96
7.5	Lamb-Shift, Rydbergkonstante	96
7.6	Auswirkung des verbesserten Vakuums in der Anregungsregion	96
7.7	Alternatives Modell der Geschwindigkeitsverteilung	97
7.8	Mögliche Ursachen für die Streuung der Tageswerte	99
8	Bestimmung der Konstantendrift	103
8.1	Bestimmung der Drift von α und μ_{Cs}/μ_B	103
8.2	Bestimmung der Drift von μ_{Rb}	107
8.3	Diskussion der Ergebnisse	107
9	Ausblick	109
A	Berechnung von statistischen Fehlern	111
	Literaturverzeichnis	113

Kapitel 1

Einleitung

Die vollständige Beschreibung aller Wechselwirkungen, aller Elementarteilchen sowie der Phänomene von Raum und Zeit in einem umfassenden theoretischen Modell ist seit jeher ein Traum vieler Naturforscher. Ein solches Modell hätte keine freien dimensionslosen Parameter mehr, deren Werte nicht aus der Theorie folgen, sondern experimentell bestimmt werden müssen. Und auch wenn sich die Natur in allen ihren Ausprägungen und ihrer Komplexität wohl niemals vollständig berechnen lassen wird, so sollte doch alles den grundlegenden Gesetzen des noch zu formulierenden umfassenden Modells gehorchen.

Nach unserer jetzigen Kenntnis gibt es im Universum vier grundlegende Wechselwirkungen. Die Quantenelektrodynamik beschreibt die elektromagnetische Wechselwirkung bis heute widerspruchsfrei. In der Theorie der elektroschwachen Vereinheitlichung werden die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung als zwei Aspekte einer einheitlichen Wechselwirkung aufgefaßt. Die Theorie der starken Wechselwirkung ist die Quantenchromodynamik. Zusammen mit der elektroschwachen Vereinheitlichung stellt sie die Grundlage des Standardmodells der Elementarteilchenphysik dar, welches die Konstituenten der uns bekannten Natur und ihre elektromagnetische, starke und schwache Wechselwirkung zutreffend beschreibt, wenn je nach Zählweise mindestens 18 freie Parameter, darunter die Massen von Fermionen und Bosonen und die dimensionslosen Kopplungskonstanten der genannten Wechselwirkungen, eingesetzt werden. Diese Parameter ergeben sich nicht aus der Theorie, sondern müssen experimentell bestimmt werden. Das Standardmodell ist also keine vollständige Beschreibung der Natur, und die noch verbleibende gravitative Wechselwirkung ist im Modell überhaupt nicht enthalten.

Tatsächlich geben die kürzlich nachgewiesenen Neutrino-Oszillationen erste Hinweise auf eine Physik jenseits dieses Modells [Pae02], widerlegen es jedoch nicht. Desweiteren wurde unlängst am Brookhaven National Laboratory das anomale magnetische Moment des Myons gemessen, welches sich im Standardmodell berechnen läßt. Abhängig von der Abschätzung des hadronischen Beitrags ergibt diese Rechnung unterschiedliche Werte für das anomale magnetische Moment, welche zwischen 1,6 und 3,3 Stan-

Abweichungen unter dem gemessenen Wert liegen [Ben02]. Ob diese Diskrepanz vollständig durch eine fehlerhafte Abschätzung des hadronischen Beitrags erklärt werden kann, oder ob das Standardmodell hier tatsächlich erstmals versagt, müssen weitere Untersuchungen zeigen.

Die gravitative Wechselwirkung wird in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) behandelt. Ein freier Parameter ist hier die Kopplungskonstante der Gravitation. Nach vielen erfolgreichen Prüfungen der ART an astrophysikalischen Phänomenen, welche jedoch keinen sehr genauen Test erlaubten, konnte sie über die Untersuchung des Shapiro-Effektes auf einem Niveau von 10^{-3} bestätigt werden. Bisher ist es jedoch nicht gelungen, diese Theorie in unserem vierdimensionalen Raum zu quantisieren und mit dem Standardmodell der Teilchenphysik zu einer Theorie der Quantengravitation zu vereinigen, welche alle vier Wechselwirkungen beschreiben kann.

Theorien hingegen, welche den uns vertrauten Raum als Teil einer höherdimensionalen Wirklichkeit beschreiben, sind zumindest prinzipiell in der Lage, die Gravitation und die Quantentheorie zu vereinigen und damit einen Schritt hin zu einer alles umfassenden Theorie zu machen. Zu nennen sind hier Kaluza-Klein-Theorien im mindestens fünfdimensionalen und String- beziehungsweise Superstring-Theorien im elfdimensionalen Raum. Es wird angenommen, daß die zusätzlichen Dimensionen um viele Größenordnungen kleiner als experimentell direkt zugängliche Skalen sind: sie sind kompaktifiziert. Als typische Skala wird die Planck-Länge $L_{Pl} = \sqrt{G\hbar/c^3} = 1,5 \times 10^{-35}$ m diskutiert. Auch diese Theorien weisen freie Parameter auf.

Freie Parameter physikalischer Theorien werden auch als fundamentale Konstanten bezeichnet. Ihre Anzahl variiert je nach betrachtetem physikalischem Modell. In der Atomphysik reichen die fundamentalen Konstanten $e, m_e, m_p, \hbar, \varepsilon_0, \mu_0$ und c aus. Das Standardmodell der Teilchenphysik wurde schon erwähnt, in Quantenfeldtheorien sind nur \hbar und c freie Parameter. G ist mit der Gravitation verknüpft. Die minimale Anzahl der dimensionsbehafteten Konstanten einer alles umfassenden Theorie wird kontrovers diskutiert (siehe [Uza02] und die dortigen Referenzen).

Heute sind die Mechanismen, die den Konstanten ihre Werte verleihen, theoretisch noch nicht verstanden. Offensichtlich ist damit auch ihre zeitliche und räumliche Stabilität fraglich. Denkt man beispielsweise an die Expansion des Universums, so kann man fragen, ob dies nicht einen Einfluß auf fundamentale Konstanten haben könnte.

Bisher können die Werte der Konstanten nur über eine Messung bestimmt werden, das heißt durch einen Vergleich mit dem entsprechenden Standard, welcher die Maßeinheit definiert. Der Standard selbst ist nicht meßbar. Damit hängen die Werte dimensionsbehafteter Konstanten vom gewählten Einheitensystem ab: die Ruhemasse m_e des Elektrons ist im SI-System $9,109 \dots \times 10^{-31}$ mal die Masse des Urkilogramms. Ein anderer Wert würde sich ergeben, wenn man m_e mit der atomaren Masseneinheit von $1/12$ der Masse eines ^{12}C -Atoms vergleichen würde. Man beschränkt Untersuchungen der Stabilität daher zumeist auf dimensionslose fundamentale Konstanten, deren Wert unabhängig vom Einheitensystem ist. Prominentes Beispiel hierfür ist die Fein-

strukturkonstante $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c \approx 1/137$, welche auch die Kopplungskonstante der elektromagnetischen Wechselwirkung ist.

In den String- beziehungsweise Superstring-Theorien sind die uns bekannten Konstanten nur eine Projektion der tatsächlich in allen Dimensionen definierten Konstanten auf unsere vierdimensionale Raum-Zeit. Wenn sich im höherdimensionalen Raum irgendwelche Skalen zum Beispiel durch die Expansion des Universums oder aufgrund sonstiger Effekte änderten, dann würde sich das in unserem Raum als Drift der im höherdimensionalen Raum stabilen Konstanten auswirken. Untersuchungen der Stabilität „unserer“ fundamentalen Konstanten könnten damit einen experimentellen Zugang zu diesen — noch hypothetischen — anderen, möglicherweise vollständigeren Modellen der Welt bieten und sind daher von allergrößtem Interesse.

Die Spektroskopie an atomarem Wasserstoff liefert dazu einen Beitrag: aus der 1999 und in dieser Arbeit mit kleinerem Fehler erneut bestimmten absoluten $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz kann unter Berücksichtigung der Stabilität eines Uhrenübergangs in Quecksilber erstmals eine obere Grenze für die mögliche Drift der Feinstrukturkonstante während der letzten drei Jahre abgeleitet werden, ohne daß Annahmen über die Stabilität anderer Wechselwirkungen erforderlich sind.

Wasserstoff ist das leichteste aller Atome. Er besteht aus einem Proton und einem Elektron. Etwa 75 % aller Atome im Universum sind Wasserstoffatome, und das charakteristische rote Licht der Balmer- α -Linie, welche das sichtbare Spektrum des Wasserstoffs dominiert, ist in den meisten Echtfarbenfotografien astronomischer Nebel zu sehen. Die Anregung findet dort durch die Strahlung benachbarter Sterne oder durch Stoßwellen statt.

Seit der Entdeckung dieser Linie im Emissionsspektrum des atomaren Wasserstoffs durch Anders Jonas Ångström im Jahre 1853 liefern immer genauere Untersuchungen des Wasserstoff-Spektrums fundamentale Beiträge zum Verständnis des Aufbaus der Materie. Meilensteine dieses Erkenntnisprozesses sind das Bohrsche Atommodell und die Entwicklung der Quantenmechanik und der Quantenelektrodynamik (QED). Letztere kann unter anderem über die Bestimmung der Lamb-Verschiebung des Grundzustandes in atomarem Wasserstoff sehr genau geprüft und auf einem Niveau von einigen 10^{-6} bestätigt werden. Limitierend ist hier momentan die Kenntnis des Ladungsradius des Protons, welcher als Parameter in die Theorie eingeht. Untersuchungen der Hyperfeinaufspaltungen in Wasserstoff und einfach aufgebauten Atomen und Ionen erlauben hingegen einen Test der QED gebundener Systeme. Neuartige Methoden zur Messung optischer Frequenzen, welche im Zusammenhang mit der immer weiter verbesserten Auflösung der $1S$ - $2S$ -Resonanz in atomarem Wasserstoff entwickelt wurden, erlauben heute Präzisionsexperimente mit einer Genauigkeit von 10^{-14} und darunter. Die in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse zur Stabilität fundamentaler Konstanten und zur $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff lassen erwarten, daß solche extrem genauen Experimente an diesem einfachsten aller stabilen Atome auch in Zukunft zu einem besseren Verständnis der Natur beitragen werden.

Kapitel 2

Theorie des Wasserstoffatoms

2.1 Dirac-Coulomb-Energien

Von Balmer wurde 1885 die empirische Formel

$$\frac{1}{\lambda} = R_{\infty} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (2.1)$$

gefunden, welche die Wellenlänge von Übergängen zwischen Niveaus mit unterschiedlichen Hauptquantenzahlen n und n' in atomarem Wasserstoff beschreibt. Die wichtige Rydbergkonstante R_{∞} konnte am Anfang des 20. Jahrhunderts im Rahmen des Bohrschen Atommodells als

$$R_{\infty} = \frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c} \quad (2.2)$$

angegeben werden, wobei m_e die Masse des Elektrons, e die Elementarladung, c die Lichtgeschwindigkeit, h das Plancksche Wirkungsquantum und ε_0 die Dielektrizitätskonstante sind.

Planck, Heisenberg und Schrödinger begründeten in der Folge die heutige Quantenmechanik. Eine quantenmechanische Berechnung der Energien des Elektrons im Coulomb-Potential des Atomkerns liefert diskrete Energieniveaus, welche den aus den Bohrschen Postulaten abgeleiteten Niveaus entsprechen. Diracs relativistische Erweiterung der Schrödinger-Gleichung konnte dann die schon länger bekannte Feinstruktur der Spektren erklären. Im Rahmen dieser Theorie, welche für Elektronen einen Spin \vec{s} fordert, sind Niveaus mit gleichem Gesamtdrehimpuls \vec{j} als Summe aus Bahndrehimpuls \vec{l} und Spin \vec{s} entartet. Die spätere Beobachtung einer kleinen Aufspaltung der $2S_{1/2}$ - und $2P_{1/2}$ -Niveaus durch Lamb und Retherford [Lam47] führte dann zur Entwicklung der Quantenelektrodynamik (QED). In dieser Theorie werden auch elektromagnetische Felder quantisiert. Die Korrekturen, welche sich aus der QED ergeben, werden als Lamb-Verschiebung bezeichnet.

Die sich aus den genannten Theorien ergebenden Energieniveaus im Wasserstoffatom sind in Abbildung 2.1 schematisch dargestellt.

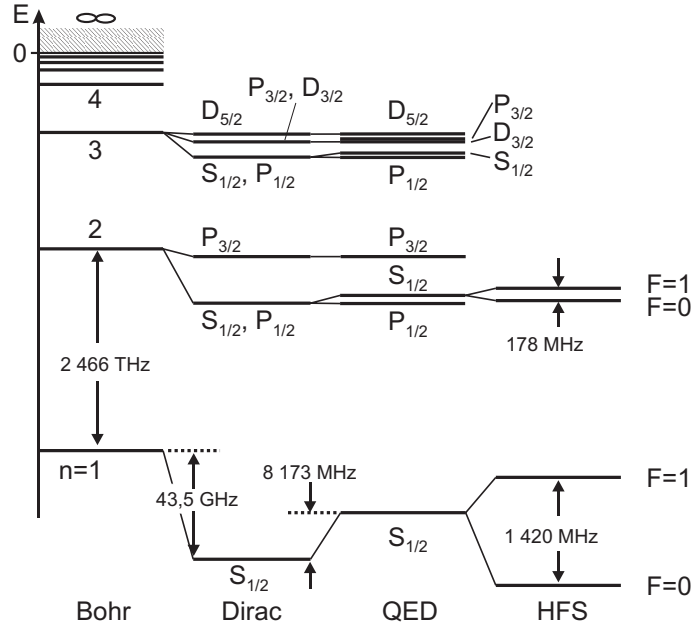


Abbildung 2.1: Schema der Energieniveaus im Wasserstoffatom nach Bohr, Dirac, und unter Berücksichtigung der QED und der Hyperfeinstruktur HFS (nicht maßstäblich). Einige wichtige Energieunterschiede sind zur Veranschaulichung in Frequenzeinheiten angegeben.

Die Lösungen der Dirac-Gleichung sind die Energieniveaus eines Elektrons im Coulomb-Potential eines unendlich schweren Kerns. Bei Berücksichtigung der endlichen Kernmasse M läßt sich keine geschlossene Lösung mehr angeben. Man kann jedoch nach Ordnungen von $(Z\alpha) \ll 1$ entwickeln, wobei Z die Kernladungszahl und α die Feinstrukturkonstante sind. Setzt man $c = \hbar = 1$, $m = m_e$, als reduzierte Masse $m_R = mM/(m + M)$ und

$$f(n, j) = \left(1 + \frac{(Z\alpha)^2}{\left[n - j - \frac{1}{2} + \sqrt{(j + \frac{1}{2})^2 - (Z\alpha)^2} \right]^2} \right)^{-1/2}, \quad (2.3)$$

so gilt für die Energieniveaus unter Vernachlässigung der Ruhmassen von Elektron und Kern bis zur Ordnung $(Z\alpha^4)$ [Sap90]

$$E = m_R[f(n, j) - 1] - \frac{m_R^2}{2(M + m)}[f(n, j) - 1]^2 + \frac{(Z\alpha)^4 m_R^3}{2n^3 M^2} \left[\frac{1}{j + \frac{1}{2}} - \frac{1}{l + \frac{1}{2}} \right] (1 - \delta_{l0}). \quad (2.4)$$

Der letzte Term in (2.4) wird bereits zu den Rückstoßkorrekturen der Lamb-Verschiebung gezählt (δ_{l0} ist ein Kroneckersymbol).

2.2 Lamb-Verschiebung, QED-Terme

Die sogenannte Lamb-Verschiebung in leichten wasserstoffartigen Systemen umfaßt alle QED-Korrekturen höherer Ordnung ab einschließlich $(Z\alpha)^4$. Üblicherweise wird unterschieden zwischen Beiträgen ΔE_S , welche sich aus der Quantisierung des Strahlungsfeldes ergeben und auch für $M \rightarrow \infty$ nicht verschwinden, sogenannten Rückstoßkorrekturen ΔE_R aufgrund der endlichen Kernmasse sowie Korrekturen aufgrund der Proton-Struktur ΔE_P . Hadronen und Myonen liefern darüberhinaus einen kleinen Beitrag ΔE_{VP} zur Vakuumpolarisation.

QED-Korrekturen können in Feynman-Diagrammen visualisiert werden. Schleifen in diesen Diagrammen bezeichnen die Selbstenergie des Elektrons beziehungsweise die Vakuumpolarisation. Einschleifenkorrekturen entsprechen Diagrammen mit nur einer Schleife. In den zugehörigen Koeffizienten A_{xy} gibt x die Ordnung der Entwicklung, das heißt die Potenz von $(Z\alpha)$ an, y ist die Ordnung in $L = \ln[m/m_R(Z\alpha)^2]$. Zweischleifenkorrekturen entsprechen Koeffizienten B_{xy} , Dreischleifenkorrekturen C_{xy} und so fort.

Die bisher bekannten Beiträge zu ΔE_S sind [Pac01]

$$\begin{aligned} \Delta E_S = & m \frac{\alpha(Z\alpha)^4}{\pi n^3} \left(\frac{m_R}{m}\right)^3 \left\{ A_{40} + A_{41}L + (Z\alpha)A_{50} + \right. \\ & + (Z\alpha)^2[A_{62}L^2 + A_{61}L + A_{60}(Z\alpha)] + \\ & + \frac{\alpha}{\pi}[B_{40} + (Z\alpha)B_{50} + \\ & \left. + (Z\alpha)^2\{B_{63}L^3 + B_{62}L^2 + B_{61}L + B_{60}(Z\alpha)\}] + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 C_{40} \right\}. \quad (2.5) \end{aligned}$$

Werte für die Koeffizienten $A_{40}, A_{41}, A_{50}, A_{62}, A_{61}, A_{60}$ und C_{40} findet man in [Mel00], für $B_{40}, B_{50}, B_{63}, B_{62}$ und B_{61} in [Pac01]. B_{60} ist noch nicht vollständig bekannt. Insgesamt wird ΔE_S des $1S$ -Grundzustandes in atomarem Wasserstoff von der Selbstenergie des Elektrons mit knapp 8 400 MHz dominiert. Die Vakuumpolarisation trägt ungefähr -215 MHz bei.

Die Rückstoßkorrektur der Ordnung $(Z\alpha)^4$ ist bereits in (2.4) enthalten. Höhere Ordnungen ergeben sich zu [Sal52, Pac01]

$$\begin{aligned} \Delta E_R = & \frac{m_R^3}{mM} \frac{(Z\alpha)^5}{\pi n^3} \left\{ \frac{1}{3}\delta_{l0} \ln(Z\alpha)^{-2} - \frac{8}{3} \ln k_0(n, l) - \frac{1}{9}\delta_{l0} - \frac{7}{3}a_n - \right. \\ & \left. - \frac{2}{M^2 - m^2} \delta_{l0} \left[M^2 \ln\left(\frac{m}{m_R}\right) - m^2 \ln\left(\frac{M}{m_R}\right) \right] \right\} - \\ & - \alpha \frac{(Z\alpha)^5}{n^3} \frac{m^2}{M} \delta_{l0} [1, 364\,49(2)] + \frac{(Z\alpha)^6}{n^3} \frac{m^2}{M} \left(4 \ln 2 - \frac{7}{2} \right), \quad (2.6) \end{aligned}$$

wobei

$$a_n = -2 \left(\ln\left(\frac{2}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) + 1 - \frac{1}{2n} \right) \delta_{l0} + \frac{1 - \delta_{l0}}{l(l+1)(2l+1)} \quad (2.7)$$

und $\ln k_0(n, l)$ der Bethe-Logarithmus [Bet77, Sap90] ist. Zusammen betragen die Rückstoßkorrekturen bei Wasserstoff etwa -10 MHz.

Da der Kern tatsächlich nicht punktförmig ist, müssen noch Kerngrößeneffekte durch ΔE_P berücksichtigt werden. In [Pac96] wird die entsprechende Korrektur zu

$$\Delta E_P = \frac{2(Z\alpha)^4}{3n^3} m_R^3 \langle r^2 \rangle + \frac{4m_R^3}{3\pi n^3 M^2} (Z^2\alpha)(Z\alpha)^4 \left\{ \ln \left[\frac{M}{m_R(Z\alpha)^2} \right] - \ln k_0(n) \right\} \quad (2.8)$$

angegeben, was bei Wasserstoff einem Beitrag von etwa 1 MHz entspricht. In die Korrektur geht der mittlere quadratische Radius der Ladungsverteilung $\langle r^2 \rangle$ im Proton ein. Dieser Parameter ist nicht genau bekannt, und es existieren mehrere Werte in der Literatur. In [Kar98] wird die Problematik diskutiert.

Am Paul-Scherrer-Institut in Villigen werden Experimente zur Bestimmung der Lamb-Verschiebung in myonischem Wasserstoff durchgeführt. Aus den Resultaten sollte sich der Proton-Ladungsradius mit einer etwa eine Größenordnung höheren Genauigkeit ableiten lassen [Poh01]. Momentan werden die Daten noch ausgewertet. Zur Angabe der Lamb-Verschiebung in der vorliegenden Arbeit wurde daher der Ladungsradius $r = 0,862(12)$ fm aus [Sim80] herangezogen.

Die Vakuumpolarisation aufgrund von Myonen und Hadronen trägt $\Delta E_{VP} = -8,5$ kHz zur $1S$ -Lamb-Verschiebung bei [Mel00].

Setzt man für den noch nicht bekannten Koeffizienten $B_{60} = 0 \pm 100$, so findet man als Lamb-Verschiebung des Grundzustandes in atomarem Wasserstoff (in [Pac01] wurde ΔE_{VP} nicht berücksichtigt)

$$E_L(1S) = 8\,172\,807(10)(32) \text{ kHz}. \quad (2.9)$$

Der erste angegebene Fehler resultiert aus dem Fehler von B_{60} , der zweite aus der Unsicherheit im Ladungsradius.

2.3 Theorie der Hyperfeinstruktur des Wasserstoffatoms

Die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands in Wasserstoff, seinen Isotopen sowie im Helium-3-Ion ist experimentell mit hoher Genauigkeit bekannt (siehe [Kar02] und die dort angegebenen Referenzen). Für den ersten angeregten Zustand liegen genaue Messungen der Hyperfeinaufspaltung für Deuterium und das Helium-3-Ion (vergleiche ebenfalls [Kar02] und dortige Referenzen) sowie für Wasserstoff [Heb56, Rot00] vor. Sie werden in dieser Arbeit um einen unabhängig bestimmten, bisher genauesten Wert für die $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff ergänzt.

Theoretisch können die Hyperfeinaufspaltungen im Rahmen der Quantenelektrodynamik gebundener Systeme beschrieben werden. Zusätzlich sind Korrekturen aufgrund

der Kernstruktur zu berücksichtigen. Die folgende Darstellung orientiert sich an der Arbeit von Karshenboim und Ivanov [Kar02]. Die Ableitung der im Folgenden nur angegebenen theoretischen Beiträge wird dort detailliert ausgeführt.

2.3.1 Berechnung der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes in H, D, T, und in $^3\text{He}^+$

Für leichte wasserstoffähnliche Atome oder Ionen ist die Hyperfeinaufspaltung von nS -Zuständen in nichtrelativistischer Näherung

$$E_{\text{HFS}}(nS) = \frac{E_F}{n^3}. \quad (2.10)$$

E_F ist die sogenannte Fermi-Energie, für die

$$E_F = \frac{8}{3} Z^3 \alpha^2 c R_\infty h \frac{\mu}{\mu_B} \frac{2I+1}{2I} \left(\frac{M}{m_e + M} \right)^3 \quad (2.11)$$

gilt. Hier sind $\alpha = e^2/4\pi\epsilon_0\hbar c$ die Feinstrukturkonstante, $R_\infty = \alpha^2 m_e c/2h$ die Rydberg-Konstante, n die Hauptquantenzahl, c die Lichtgeschwindigkeit, h das Plancksche Wirkungsquantum, μ das magnetische Moment des Kerns, μ_B das Bohrsche Magneton, m_e die Elektronenmasse, M die Kernmasse, Z die Kernladung und I der Kernspin.

Unter Berücksichtigung von QED-Effekten gilt für die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes

$$E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}(1S) = E_F(1 + Q_{\text{QED}}(1S)), \quad (2.12)$$

wobei $Q_{\text{QED}}(1S)$ hier nicht explizit angegeben werden soll.

Tabelle 2.1: Grundzustands-Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff, Deuterium, Tritium und im Helium-3-Ion, wobei $E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}}$ das experimentelle Resultat und $E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}} = E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}} - E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}$ ist. Die Fermi-Energie E_F beträgt für Wasserstoff 1 418 840 kHz, für Deuterium 326 968 kHz und für $^3\text{He}^+$ – 8 656 598 kHz. Die Werte wurden [Kar02] entnommen.

Atom bzw. Ion	$E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}}$ [kHz]	$E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}$ [kHz]	$E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}$ [kHz]	$E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}/E_F$ [10^{-6}]
H, 1S	1 420 405, 751 768(1) [Kar00]	1 420 452	–46	–33
D, 1S	327 384, 352 522(2) [Win72]	327 339	45	138
$^3\text{He}^+$, 1S	–8 665 649, 867(10) [Sch69]	–8 667 569	1919	221

Der Beitrag von Kernstruktur-Effekten zur Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes kann unter der Annahme, daß die QED-Beiträge vollständig sind, über die Beziehung

$$E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}(1S) = E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}}(1S) - E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}(1S) \quad (2.13)$$

Tabelle 2.2: $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff, Deuterium, und im Helium-3-Ion, wobei $E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}} = E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}} - E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}$ ist. Mit Ausnahme der dritten Zeile wurden die Werte [Kar02] entnommen.

Atom bzw. Ion	$E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}}$ [kHz]	$E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}$ [kHz]	$E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}$ [kHz]	$8E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}/E_F$ [10^{-6}]
H, $2S$	177 556, 785(29) [Rot00]	177 562, 7	-5, 9	-33
H, $2S$	177 556, 860(50) [Heb56]	177 562, 7	-5, 8	-32
H, $2S$	177 556, 860(16) [diese Arbeit]	177 562, 7	-5, 84	-32
D, $2S$	40 924, 439(20) [Rei56]	40 918, 81	5, 6	137
$^3\text{He}^+$, $2S$	-1 083 354, 981(9) [Pri77]	-1 083 594, 7	239, 8	221
$^3\text{He}^+$, $2S$	-1 083 354, 99(20) [Nov58]	-1 083 594, 7	239, 8	221

bestimmt werden. In Tabelle 2.1 sind sowohl experimentelle als auch theoretisch berechnete Werte für $E_{\text{HFS}}(1S)$ sowie für $E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}(1S)$ aufgeführt. Man findet für $E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}(1S)$ Beiträge in der Größenordnung einiger 10 kHz für H und D und von knapp 2 MHz für $^3\text{He}^+$, die also im Vergleich mit der experimentell erreichbaren Genauigkeit nicht vernachlässigbar sind.

2.3.2 $2S$ -Hyperfeinaufspaltung

Für die Hyperfeinaufspaltung des ersten angeregten Niveaus $2S$ gilt analog (2.12)

$$E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}(2S) = \frac{E_F}{8} (1 + Q_{\text{QED}}(2S)) \quad (2.14)$$

mit einem anderen Beitrag $Q_{\text{QED}}(2S)$. In Tabelle 2.2 finden sich die entsprechenden Werte für die $2S$ -Hyperfeinaufspaltung, unter anderem auch der im Rahmen dieser Arbeit gefundene neue Wert von $E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}}(2S) = 177\,556\,860(16)$ Hz, dessen Bestimmung Thema des sechsten Kapitels ist.

2.3.3 Test der QED gebundener Systeme

Die Abschätzungen gemäß Gleichung (2.13) zeigen bereits, daß die mittels der QED gebundener Systeme berechneten Hyperfeinstruktur-niveaus aufgrund von Kernstruktur-Effekten korrigiert werden müssen. Diese Effekte sind proportional zum Quadrat der Wellenfunktion $|\Psi_{nl}(\mathbf{r} = 0)|^2$ des Elektrons im Ursprung des Atoms:

$$E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}} = A(\text{Kern}) \cdot |\Psi_{nl}(\mathbf{r} = 0)|^2, \text{ wobei}$$

$$|\Psi_{nl}(\mathbf{r} = 0)|^2 = \frac{(Z\alpha)^3 m_R^3 c^3}{\pi n^3 \hbar^3} \delta_{0l}. \quad (2.15)$$

m_R ist wieder die reduzierte Masse des Elektrons. $A(\text{Kern})$ ist ein Kern-Parameter, der unabhängig von der elektronischen Konfiguration des Atoms beziehungsweise Ions ist. Ψ_{nl} ist die Schrödinger-Coulomb-Wellenfunktion des Elektrons.

Die Genauigkeit der Berechnungen ist durch die nicht gut verstandene Kernstruktur über $A(\text{Kern})$ abhängig vom betrachteten System auf einem Niveau von 10^{-7} bis 10^{-4} limitiert. Für einen präzisen Test der QED gebundener Systeme müssen die Kernstruktur-Effekte also entweder besser verstanden werden, oder man muß eine Kombination von Größen betrachten, in der sich diese Effekte weitestgehend kompensieren. Gemäß den Gleichungen (2.15) und (2.10) stellt eine geeignete Differenz der Hyperfeinaufspaltungen unterschiedlicher elektronischer Niveaus eine solche Kombination dar. Da nicht nur für den Grundzustand, sondern auch für das erste angeregte Niveau der oben angeführten leichten Zwei-Teilchensysteme sehr genaue Messungen existieren, betrachtet man die Differenz

$$D_{21} = 8E_{\text{HFS}}(2S) - E_{\text{HFS}}(1S). \quad (2.16)$$

In dieser Differenz kompensieren sich die Kernstruktur-Effekte in führender Ordnung (proportional zum Quadrat der Wellenfunktion am Kernort). Dies erlaubt einen Vergleich experimenteller und theoretischer Ergebnisse als Test der QED gebundener Systeme. Aufgrund der heutigen Präzision der Experimente müssen dabei auch QED-Effekte höherer Ordnung berücksichtigt werden. Einige Beiträge der Kernstruktur höherer Ordnung liefern einen weiteren kleinen Beitrag zu D_{21} , so daß sich als theoretischer Wert

$$D_{21}(\text{theo}) = D_{21}(\text{QED}) + D_{21}(\text{Kern}) \quad (2.17)$$

ergibt, wobei $|D_{21}(\text{QED})| \gg |D_{21}(\text{Kern})|$ (siehe Tabelle 2.3 weiter unten).

2.3.4 Berechnung von D_{21} auf Grundlage der QED

Erste Beiträge zu $D_{21}(\text{QED})$ wurden bereits von 1930 von Breit und in den siebziger Jahren von Zwanziger und Sternheim publiziert (vergleiche [Kar02] für die Referenzen). Die QED-Beiträge in vierter Ordnung wurden dagegen erst kürzlich berechnet [Kar02]. Damit ergibt sich nun der reine QED-Beitrag zu D_{21} bis einschließlich der Korrekturen vierter Ordnung zu

$$\begin{aligned} D_{21}(\text{QED}) &= (Z\alpha)^2 E_F \times \left\{ \frac{5}{8} + \frac{\alpha}{\pi} \left[\frac{8}{15} \ln 2 - \frac{7}{10} \right] \right. \\ &+ \frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\frac{16}{3} \ln 2 - 7 \right) \ln(Z\alpha) - 5,221\,23\dots \right] \\ &+ \left. \frac{m_e}{M} \left[-\frac{9}{8} + \left(\frac{\ln 2}{2} - \frac{7}{32} \right) \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) - \left(\frac{145}{128} - \frac{7}{8} \ln 2 \right) \eta \right] \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha^2}{2\pi^2} \left(\frac{16}{3} \ln 2 - 7 \right) \ln(Z\alpha) \\
& - \frac{\alpha}{\pi} \frac{2m_e}{M} \left(\frac{16}{3} \ln 2 - 7 \right) \ln(Z\alpha) \\
& + \frac{Z\alpha}{\pi} \frac{m_e}{M} \left(\frac{4}{3} \ln 2 - 2 \right) \ln(Z\alpha) \\
& + \alpha(Z\alpha) \left(C_{\text{SE}} + C_{\text{VP}} \right) + \frac{177}{128} (Z\alpha)^2 \Big\}, \tag{2.18}
\end{aligned}$$

wobei

$$\eta = \frac{\mu_{\text{Kern}}}{\mu_B} \frac{M}{m_e} \frac{1}{Z I} \tag{2.19}$$

und E_F die bereits angegebene Fermi-Energie ist.

Der Beitrag der Selbstenergie C_{SE} und der Vakuum-Polarisation C_{VP} werden zu

$$\begin{aligned}
C_{\text{SE}}(Z = 1) &= 2,07(25), \\
C_{\text{SE}}(Z = 2) &= 2,01(19) \text{ und} \\
C_{\text{VP}} &\approx 0,74 \tag{2.20}
\end{aligned}$$

berechnet [Yer01, Kar02]. In Tabelle 2.3 sind die theoretischen Werte von $D_{21}(\text{QED})$ für Wasserstoff, Deuterium und das Helium-3-Ion angegeben.

Tabelle 2.3: Beiträge zum theoretischen Wert von $D_{21}(\text{theo})$ in Wasserstoff, Deuterium und im Helium-3-Ion [Kar02]. ζ wird in (2.22) definiert.

Beitrag	H [kHz]	D [kHz]	${}^3\text{He}^+$ [kHz]
$D_{21}(\text{QED})$	48,955(3)	11,3099(5)	-1 190,400(53)
$D_{21}(\text{Kern})$	-0,002	0,002 6(2)	0,332(36)
	$-1 \times 10^{-4}\zeta$	$-1 \times 10^{-4}\zeta$	$+9 \times 10^{-3}\zeta$
$D_{21}(\text{theo})$	48,953(3)	11,312 5(5)	-1 190,067(64)

2.3.5 Korrekturen zu D_{21} aufgrund von Kernstruktur-Effekten

Während sich die Kernstruktur-Effekte in erster Ordnung kompensieren, tragen einige Terme höherer Ordnung zu $D_{21}(\text{theo})$ bei. In [Kar97, Kar01] werden sie zu

$$D_{21}(\text{Kern}) = \left(\ln 2 + \frac{3}{16} \right) (Z\alpha)^2 E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}(1S)$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{7}{4} - \frac{4}{3} \ln 2 \right) (Z\alpha)^2 (m_e R_E)^2 E_F \\
& - \frac{\zeta}{4} (Z\alpha)^2 (m_e R_E)^2 E_F
\end{aligned} \tag{2.21}$$

berechnet, wobei

$$\zeta = \left(\frac{R_M}{R_E} \right)^2 - 1 \tag{2.22}$$

ist und R_M beziehungsweise R_E magnetische und elektrische Ladungsradien sind.

Der erste Term im Ausdruck für $D_{21}(\text{Kern})$ kann aufgrund des Faktors $E_{\text{HFS}}^{\text{Kern}}(1S)$ aus der Beziehung (2.13) nur mit einer Genauigkeit von 10 % abgeschätzt werden und limitiert dadurch die Genauigkeit der Kernstruktur-Korrektur. Die beiden anderen Terme sind kleiner und besser bekannt. Tabelle 2.3 gibt neben den kleinen Beiträgen der Kernstruktur sowie den viel größeren QED-Beiträgen auch die daraus berechneten theoretischen Ergebnisse für $D_{21}(\text{theo})$. Untersuchungen zeigen, daß $\zeta \ll 1$. Für die Tabelle wurde $\zeta = 0$ angenommen.

In Kapitel 6 wird der neue experimentelle Wert für D_{21} in Wasserstoff diskutiert. Die Theorie kann damit auf einem Niveau von $1,2 \times 10^{-7}$ bestätigt werden. Aus dem theoretischen Wert $D_{21}(\text{theo})$ läßt sich durch Einsetzen der experimentell sehr genau bekannten Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes auf einen quasi theoretischen Wert für die $2S$ -Hyperfeinaufspaltung schließen, dessen Genauigkeit durch den Fehler von $D_{21}(\text{theo})$ gegeben ist. Man findet $E_{\text{HFS}}^{\text{theo}}(2S) = 177\,556\,738,1(4)$ Hz.

2.3.6 Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes im Myoniumatom und im Positroniumatom

Der Vollständigkeit halber soll hier noch kurz die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes in Myonium (Mu) und Positronium (Ps) erwähnt werden. Das Myoniumatom ist ein gebundener Zustand eines positiven Myons (μ^+) und eines Elektrons, das Positroniumatom besteht aus einem Positron (e^+) und einem Elektron. Beide Systeme sind also aus Leptonen zusammengesetzt, deren punkttartiger strukturloser Aufbau bis hinab zu Skalen von 10^{-18} m in Streuexperimenten mit hochenergetischen Positronen und Elektronen gezeigt werden konnte [Kin90, Mar90]. Ihrer fehlenden Kernstruktur wegen können die Energieniveaus dieser Atome basierend auf der QED gebundener Systeme sehr genau berechnet werden. In Positronium sind die Massen des Kerns und des Elektrons gleich, daher sind die Rückstoßeffekte groß. Untersuchungen an diesem Atom geben Hinweise auf die Gültigkeit des theoretischen Ansatzes, der gleich ist wie für die Berechnung der Niveaus im Myoniumatom und der Differenz D_{21} .

Die präzisen experimentellen Untersuchungen der Hyperfeinaufspaltung im Grundzustand von Myonium und Positronium erlauben damit einen weiteren Test der Quantenelektrodynamik gebundener Systeme. In Tabelle 2.4 sind theoretische und experimentelle Ergebnisse zusammengefaßt.

Tabelle 2.4: Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes in Myonium (Mu) und Positronium (Ps), wobei $\Delta E_{\text{HFS}} = E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}} - E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}$ und σ der kombinierte Fehler ist. Die Werte wurden [Kar02] entnommen.

Atom	$E_{\text{HFS}}^{\text{Exp}}$ [MHz]	$E_{\text{HFS}}^{\text{QED}}$ [MHz]	ΔE_{HFS} [MHz]	$\Delta E_{\text{HFS}}/\sigma$
Mu, 1S	4 463, 302 78(5) [Liu99]	4 463, 302 91(56)	$-1, 3(56) \times 10^{-4}$	-0, 23
Ps, 1S	203 389, 1(7) [Rit84]	203 391, 9(5)	-2, 8(9)	-3, 3
Ps, 1S	203 387, 5(16) [Mil83]	203 391, 9(5)	-4, 4(17)	-2, 6

Der theoretische und der experimentelle Wert für die 1S-Hyperfeinaufspaltung stimmen im Myonium im Rahmen des relativen Fehlers von $1, 3 \times 10^{-7}$ überein. Für Positronium besteht zwischen zwei experimentellen Resultaten [Mil83, Rit84] und der Theorie eine Diskrepanz von 2,6 beziehungsweise 3,3 kombinierten Standardabweichungen. Weitere Untersuchungen sind hier erforderlich, um diese Diskrepanzen, welche größer als die Fehler sind, zu erklären. Sie entsprechen relativen Abweichungen von $2, 2 \times 10^{-5}$ und $1, 4 \times 10^{-5}$. Auf diesem Niveau kann die QED gebundener Systeme im Positronium bestätigt werden.

2.3.7 Hyperfeinstruktur von nS -Energieniveaus in äußeren Magnetfeldern

Der Zeeman-Effekt der Hyperfeinstruktur in kleinen äußeren Magnetfeldern geht für starke Felder in den Paschen-Back-Effekt der Hyperfeinstruktur über. Im Allgemeinen lassen sich Energieniveaus im Übergang zwischen beiden Magnetfeldbereichen nicht in geschlossener Form berechnen. Nur für nS -Niveaus existiert mit der Breit-Rabi-Formel eine geschlossene Lösung für alle Magnetfeldstärken, welche die Energieverschiebung relativ zur Energie des jeweiligen Niveaus bei Feld Null angibt [Bet77]:

$$\begin{aligned}
 E(I \pm 1/2, m_F) &= -\mu_{\text{Kern}} \cdot B \pm \frac{\Delta E}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1}x + x^2}, \text{ wobei} \\
 x &= x(B) = \frac{(\mu_e - \mu_{\text{Kern}} \cdot B)}{\Delta E}, \tag{2.23}
 \end{aligned}$$

und ΔE die Hyperfeinaufspaltung des nS -Niveaus ohne äußeres Magnetfeld, μ_e das magnetische Moment des Elektrons, μ_{Kern} das magnetische Moment des Kerns, I den Kernspin und B das Magnetfeld bezeichnen. In Abbildung 2.2 sind die Energieniveaus des Grund- und des ersten angeregten Zustandes in atomarem Wasserstoff abhängig vom Magnetfeld schematisch dargestellt.

Aus der Breit-Rabi-Formel folgt, daß die Steigungen der $m_F = \pm 1$ -Komponenten im

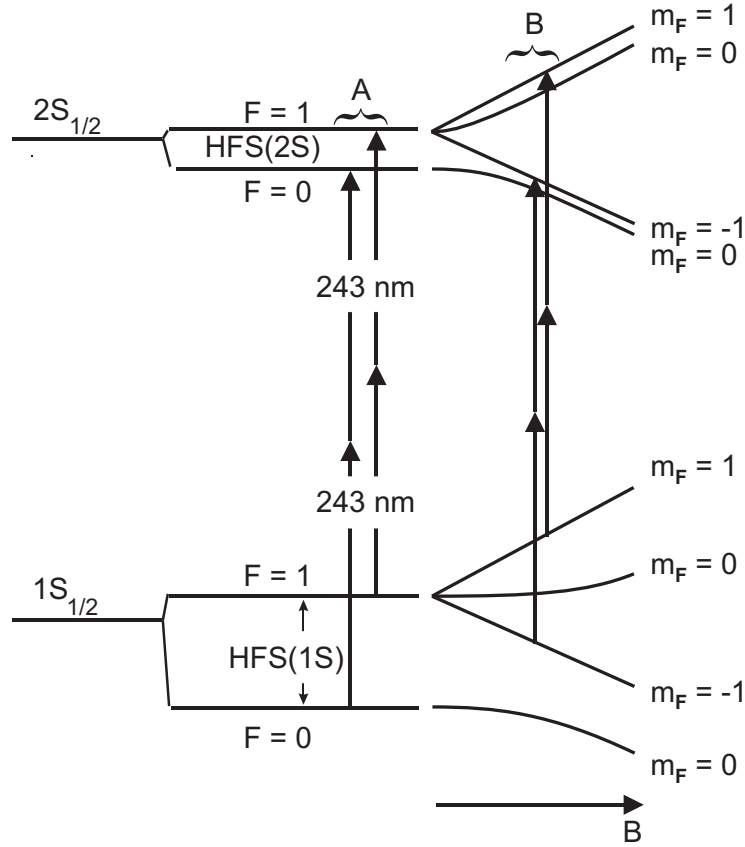


Abbildung 2.2: Energieniveaus im Wasserstoffatom in Abhängigkeit vom Magnetfeld B . $HFS(1S)$ und $HFS(2S)$ bezeichnen die jeweiligen Hyperfeinaufspaltungen. Zur Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung werden die mit 'A' bezeichneten Übergänge bei einem Magnetfeld nahe Null angeregt. Für Absolutfrequenzmessungen werden dagegen die Übergänge 'B' in einem Magnetfeld nahe 5 G spektroskopiert.

Wasserstoff praktisch unabhängig von ΔE und damit unabhängig von der Hauptquantenzahl n sind, während sich die Steigungen der $m_F = 0$ -Komponenten abhängig von ΔE ändern. Dies bedeutet, daß die Frequenzen der Übergänge $(nS, F, m_F = \pm 1) \rightarrow (n'S, F' = F, m'_F = m_F)$ unabhängig vom Magnetfeld sind, während die Frequenzen der Übergänge $(nS, F, m_F = 0) \rightarrow (n'S, F' = F, m'_F = m_F)$ magnetfeldabhängig sind.

Das magnetische Moment des Elektrons ist über $\mu_e = g_J \mu_B J$ mit dem Bohrschen Magneton und dem von n abhängigen g -Faktors des Elektrons, welcher für S -Zustände $g_J \approx 2(1 - \alpha^2/3n^2)$ beträgt [Bet77], verknüpft. Daraus folgt eine geringe lineare Magnetfeldabhängigkeit der Übergangsfrequenz auch für die $(m_F = \pm 1) \rightarrow (m_F = \pm 1)$ -Übergänge. Im Wasserstoff spaltet das entsprechende Linienpaar des $1S$ - $2S$ -Übergangs symmetrisch um 37 Hz pro Gauß bei 121 nm auf, während der Schwerpunkt konstant bleibt.

In den Experimenten zur absoluten Messung der Frequenz der $1S$ - $2S$ -Resonanz in ato-

maßem Wasserstoff wird in Garching der Übergang $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = F, m'_F = m_F)$ angeregt. Die Übergangsfrequenz zwischen den Schwerpunkten der $1S$ - und $2S$ -Hyperfeinniveaus wird als Zentroidfrequenz f_{1S-2S} des $1S$ - $2S$ -Übergangs bezeichnet. Sie ergibt sich aus der gemessenen Übergangsfrequenz gemäß der Landéschen Intervallregel [Sob92] durch Addition der Korrektur Δf_{Zent} . Es gilt

$$\Delta f_{\text{Zent}} = \frac{1}{4} f_{\text{HFS}}(1S) - \frac{1}{4} f_{\text{HFS}}(2S), \quad (2.24)$$

wobei $f_{\text{HFS}}(nS)$ die Hyperfeinaufspaltung des jeweiligen Niveaus bezeichnet.

Kapitel 3

Überlegungen zur Drift von Naturkonstanten

1937 veröffentlichte P.A.M. Dirac seine „Large Number Hypothesis“ [Dir37], in der er vermutete, daß nur numerisch kleine Konstanten eine fundamentale physikalische Bedeutung haben sollten. Solche Konstanten sollten sich in einer vollständigen Theorie berechnen und damit in Form einer mathematischen Reihe angeben lassen. Reihen konvergieren aber typischerweise zu numerisch kleinen Zahlen. Sehr große dimensionslose Konstanten könnten sich hingegen durch Multiplikation mit dem Alter des Universums als einer großen Zahl ergeben. Sie würden damit in Zusammenhang mit der Entwicklung des Universums stehen, und ihr Wert wäre nicht konstant. Dirac berechnete das Alter des Universums in Einheiten der Zeit, die Licht für eine Strecke des klassischen Elektronenradius ($R_e = e^2/4\pi\epsilon_0 m_e c^2 = 2,8 \times 10^{-15}$ m) benötigt und stellte fest, daß diese Zahl die gleiche Größenordnung hat wie das Verhältnis der elektrostatischen und gravitativen Kraft zwischen einem Elektron und einem Proton (welches ungefähr 2×10^{39} ist). Daraus folgerte er, daß $e^2/Gm_e m_p$ proportional zum Alter des Universums ist und damit driftet.

Diese und viele weitere, später aufgestellte Hypothesen zur Variation fundamentaler Konstanten (für eine Zusammenfassung siehe [Uza02]) verlangen nach einer experimentellen Überprüfung, zu der drei Teildisziplinen der Experimentalphysik beitragen:

- Atomphysik: Frequenzmessungen, Experimente mit optischen Uhren, Untersuchungen von Quasarspektren und der kosmischen Hintergrundstrahlung
- Kernphysik: Analyse des natürlichen Reaktors in Oklo, Untersuchungen von Isotopenverteilungen, Nukleosynthese, α - und β -Zerfall, Lebensdauern und Wirkungsquerschnitten
- Gravitationsphysik: Entstehung von Sternen, Untersuchungen des freien Falls unterschiedlicher Körper

Die Stabilität fundamentaler Konstanten in ganz unterschiedlichen Epochen des Universums wird also auf vielfältige Weise getestet. Experimente, welche einen Blick zurück in die Frühzeit des Universums erlauben, haben zwar eine nicht so große Genauigkeit, profitieren aber von dem riesigen Zeitraum. In Laborexperimenten hingegen können Variationen nur während einiger Jahre beobachtet werden, dafür aber meist viel genauer. Vergleiche zwischen den Resultaten verschiedener Epochen erfordern dann ein Modell zur Zeitentwicklung der betreffenden Konstante.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Drift der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz in atomarem Wasserstoff untersucht. Daher sollen nun einige allgemeine Grundlagen zu Übergangsfrequenzen und deren Vergleich dargestellt werden. Im Anschluß daran werden kurz die unlängst publizierten Ergebnisse von Untersuchungen an Quasarspektren diskutiert, welche auf einen geringfügig kleineren Wert der Feinstrukturkonstante in der Frühzeit des Universums hinweisen. Desweiteren wird ein bestimmtes Szenario innerhalb eines Ansatzes einer Großen Vereinheitlichten Theorie angesprochen, aus dem eine Korrelation zwischen den Variationen der Feinstrukturkonstante und der Hadronenmasse folgt. Die Auswertung der experimentellen Daten ist Thema des Kapitels 8. Dort wird die Drift der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz mit der Drift einer Übergangsfrequenz in Quecksilber kombiniert, um ohne weitere Voraussetzungen bezüglich der Stabilität anderer Wechselwirkungen eine obere Grenze für die Drift der Feinstrukturkonstanten angeben zu können.

Für eine Diskussion weiterer Aspekte der Drift fundamentaler Konstanten sei auf die Literatur, insbesondere auf den Übersichtsartikel von J-P. Uzan [Uza02] und die dortigen Referenzen verwiesen.

3.1 Vergleich unterschiedlicher Übergangsfrequenzen

Elektronische, Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturübergänge hängen in unterschiedlicher Weise von mehreren fundamentalen Konstanten, darunter der dimensionslosen Feinstrukturkonstante α , ab. Zur Untersuchung der Stabilität von α alleine können daher geeignete Verhältnisse von Übergangsfrequenzen betrachtet werden: skalieren die Frequenzen unterschiedlich in α , aber gleich in den anderen Konstanten, so kürzen sich im Frequenzverhältnis bis auf α alle Konstanten heraus.

Übergänge zwischen Energieniveaus mit unterschiedlicher Hauptquantenzahl n skalieren mit der Rydberg-Konstante $R_\infty = \alpha^2 m_e c / 2h$. Bei zwei oder mehr Elektronen muß die Hauptquantenzahl n ersetzt werden durch eine effektive Hauptquantenzahl $n^*(l)$, welche von der Drehimpulsquantenzahl l abhängt. Auch Übergänge zwischen Niveaus mit unterschiedlichem l skalieren in nicht wasserstoffartigen Systemen also mit der Rydberg-Konstante. Desweiteren sind relativistische Korrekturen und Vielteilcheneffekte zu berücksichtigen, die durch eine dimensionslose, von $Z\alpha$ abhängige Funktion

$F_{rel}(Z\alpha)$ beschrieben werden, welche die gesamte weitere Abhängigkeit von α enthält. Für elektronische Übergangsfrequenzen gilt damit

$$f_{\text{HAUPT}} = A \cdot R_{\infty} c F_{rel}(Z\alpha) \quad (3.1)$$

Der Parameter A enthält keine fundamentalen Konstanten¹. In der Rydberg-Konstanten R_{∞} sind solche zwar enthalten, da sie jedoch als Faktor in jede Übergangsfrequenz eingeht, kompensiert sich der Einfluß im Vergleich zweier Frequenzen und damit auch bei einer Frequenzmessung, die ja ein Vergleich mit der Frequenz eines Hyperfeinübergangs in Cäsium ist.

Die Feinstruktur hingegen skaliert mit $\alpha^2 R_{\infty} c F_{rel,FS}(Z\alpha)$ und bezeichnet die Aufspaltung zwischen Niveaus mit gleichem $n^*(l)$, aber unterschiedlicher Spin-Bahn-Kopplung, das heißt unterschiedlichem $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$.

Hyperfeinübergänge schließlich skalieren mit $\alpha^2 R_{\infty} c F_{rel,HFS}(Z\alpha) \mu / \mu_B$, wobei μ das magnetische Moment des jeweiligen Kerns und μ_B das Bohrsche Magneton sind. Allgemein läßt sich also mit den Massen von Elektron und Proton m_e und m_p und dem Kern-g-Faktor $g_I = \mu m_p / \mu_B m_e$

$$f_{\text{HFS}} = A' \times R_{\infty} c \alpha^2 \frac{\mu}{\mu_B} F_{rel,HFS}(Z\alpha) \quad (3.2)$$

$$= A' \times R_{\infty} c \alpha^2 g_I \frac{m_e}{m_p} F_{rel,HFS}(Z\alpha) \quad (3.3)$$

schreiben. Die Proportionalitätskonstante und auch die relativistische Korrektur $F_{rel}(Z\alpha)$ hängen vom jeweils betrachteten System ab.

In [Dzu99] wird die Berechnung der Korrekturen diskutiert, und es werden Zahlenwerte für ausgewählte Systeme gegeben.

Eine wiederholte Betrachtung des Verhältnisses verschiedener Übergangsfrequenzen kann Aufschluß über die zeitliche Stabilität unterschiedlicher Kombinationen fundamentaler Konstanten geben:

- Verhältnis der Frequenzen von Hyperfeinübergängen in verschiedenen Atomen: Da die Hyperfeinstruktur über das magnetische Moment des Kerns von Kerneffekten abhängt, können in das Resultat sowohl eine Drift der Feinstrukturkonstanten als auch der Kopplungskonstanten der starken und schwachen Wechselwirkung eingehen. Eine getrennte Analyse dieser Wechselwirkungen ist problematisch, da sie ohne weitere, unabhängige Informationen zur Drift einzelner Konstanten nur im Rahmen von Modellannahmen zur wechselseitigen Abhängigkeit der Konstantendrift möglich ist.
- Verhältnis der Frequenzen von Feinstruktur- und Hyperfeinstrukturübergängen: Hier gilt ebenfalls das oben Gesagte.

¹In Wasserstoff gilt in der Bohrschen Näherung $a = n^{-2}$ und $F_{rel}(Z\alpha) = 1$

- Verhältnis der Frequenzen von Feinstrukturübergängen oder von Übergängen zwischen Niveaus mit unterschiedlicher Hauptquantenzahl beziehungsweise unterschiedlicher effektiver Quantenzahl n^* :

Da hierbei nur die elektromagnetische Wechselwirkung involviert ist, kann aus einem zeitlich variierenden Wert des betrachteten Frequenzverhältnisses auf eine Drift der Feinstrukturkonstanten geschlossen werden.

Geeignete Systeme für eine Analyse können dabei sowohl in Absorptionsspektren weit entfernter Gaswolken im Licht von Quasaren gefunden, als auch in Laborexperimenten untersucht werden. Letztere beruhen zumeist auf einer präzisen Absolutfrequenzmessung, das heißt dem Vergleich einer Frequenz mit der Hyperfeinaufspaltung zwischen den Komponenten mit $(F = 3, m_F = 0)$ und $(F = 4, m_F = 0)$ des Grundzustandes in Cäsium-133. Über diese Aufspaltung ist die SI-Sekunde definiert. Betrachtet man die Stabilität zweier im gleichen Zeitraum absolut gemessener optischer Übergangsfrequenzen, so kann, falls die beiden Übergänge eine unterschiedliche funktionale Abhängigkeit von der Feinstrukturkonstanten aufweisen, getrennt sowohl eine obere Grenze für die Stabilität der Feinstrukturkonstanten als auch für die des Verhältnisses von μ_{Cs}/μ_B angegeben werden. Letztere kann von der starken und schwachen Wechselwirkung abhängen. Dabei gehen keine modellabhängigen Annahmen über etwaige Korrelationen zwischen den Änderungen der einzelnen Wechselwirkungen ein. Vorausgesetzt wird dabei allerdings, daß die Konstanten sich auf der räumlichen Skala der Positionsänderung der beteiligten Laboratorien während der Messung (relativ zu einem Fixpunkt im Universum) nicht ändern. Desweiteren können schnelle Variationen aufgrund der typischerweise mehrjährigen Dauer eines solchen Vergleichs nicht detektiert werden.

In Kapitel 8 wird ein solcher Vergleich demonstriert, und es wird eine obere Grenze sowohl für die Drift der Feinstrukturkonstante als auch für die Drift der magnetischen Momente von ^{133}Cs und ^{87}Rb angegeben.

3.2 Untersuchung von Quasarspektren

Quasare (quasistellare Radioquellen) sind extrem lichtstarke Objekte am Rande des beobachtbaren Universums. Ihre ungeheure Abstrahlung ist nach heutiger Ansicht nur durch ein supermassives schwarzes Loch in ihrem Zentrum zu erklären, dem sich die umgebende Materie auf Spiralbahnen nähert und schließlich hineinstürzt. Aufgrund von extremer Beschleunigung, Reibung und Schockwellen wird dabei Strahlung freigesetzt. Gaswolken auf der Sichtlinie zwischen einem Quasar und einem irdischen Beobachter absorbieren einen Teil des Quasarspektrums vergleichbar den FraunhoferLinien im Sonnenspektrum. Die Rotverschiebung dieser Absorptionslinien aufgrund der Expansion des Universums wird durch den Parameter $z = \lambda/\lambda_0 - 1$ beschrieben, wobei λ die beobachtete Wellenlänge einer Resonanz und λ_0 die entsprechende Wellenlänge im Labor angibt. z stellt somit ein Maß für die Geschwindigkeit des Emitters beziehungsweise des

Absorbers relativ zum Beobachter dar. Über die Hubble-Konstante läßt sich dann auf die Entfernung und damit auch auf das Alter des Emitters oder Absorbers schließen. Je größer die Rotverschiebung ist, desto weiter blickt man zurück in die Frühzeit des Universums.

Eine Untersuchung der Feinstrukturaufspaltung in alkali-artigen Dubletts (die sogenannte „Alkali doublet, AD-Methode“) gibt aufgrund der oben angegebenen α^2 -Abhängigkeit der Aufspaltung direkt Aufschluß über den Wert von α bei der zugehörigen Rotverschiebung. Beide Übergänge des Dubletts weisen einen gemeinsamen S -Grundzustand auf. Im Gegensatz dazu werden bei der sogenannten „Many-Multiplet, MM-Methode“ Übergänge verschiedener Multipletts und teilweise auch unterschiedlicher Atome in einer Gaswolke betrachtet. Das Vorzeichen und der Betrag der relativistischen Korrektur hängt vom betrachteten Multiplett ab. Eine Abschätzung ergibt eine Abhängigkeit $\propto (Z\alpha^2)(1/(j+0,5) - 0,6)$, genauere Berechnungen werden auf Basis der Dirac-Hartree-Fock-Näherung und der Vielteilchen-Störungstheorie durchgeführt [Dzu99]. Die simultane Analyse diverser unterschiedlicher Multipletts gleicher Rotverschiebung mit unterschiedlicher relativistischer Abhängigkeit erhöht die Empfindlichkeit auf Variationen der Feinstrukturkonstante. Außerdem können systematische Fehler genauer charakterisiert werden.

Mit dieser MM-Methode wurden insgesamt 128 mit dem HIRES-Spektrographen am Keck-Teleskop auf Hawaii vermessene Multipletts analysiert und eine relative Änderung von $\Delta\alpha/\alpha = (-0,54 \pm 0,12) \times 10^{-5}$ für eine Rotverschiebung im Bereich $(0,2 < z < 3,7)$ gefunden [Mur03]. In [Mur03] wird ausgeschlossen, daß systematische Effekte für dieses Resultat verantwortlich sein können. Andere Gruppen haben mit anderen Spektrographen hingegen keine signifikante Drift der Feinstrukturkonstanten an Quasarspektren gemessen [Iva99, Qua04], wobei das Signifikanz-Niveau der Null-Hypothese $< \Delta\alpha/\alpha > = 0$ in der Arbeit von Quast und Kollegen mit 91 % sehr hoch ist.

3.3 Drift von Konstanten im Rahmen einer Großen Vereinheitlichten Theorie

X. Calmet und H. Fritzsch (Sektion Physik, LMU München und Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University) haben die Drift der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz in atomarem Wasserstoff relativ zur Frequenz der Grundzustandshyperfeinaufspaltung in ^{133}Cs im Rahmen einer Großen Vereinheitlichten Theorie („GUT“) analysiert [Cal02, Cal02a]. Ihre Überlegungen basieren auf der Eichgruppe $SU(5)$ als sogenannter Minimaler Erweiterung der Supersymmetrischen Version des Standardmodells der Teilchenphysik (MSSM). Dies bedeutet, daß die Eichgruppe $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ der Quantenchromodynamik, schwachen und elektromagnetischen Wechselwirkung eine Untergruppe der Eichgruppe $SU(5)$ der GUT darstellen. Die Feinstrukturkonstante ist wiederum mit den zu $SU(3)$, $SU(2)$ und $U(1)$ gehörenden Kopplungskonstanten g_1 , g_2 und g_3 verknüpft.

Im Rahmen dieser auf der MSSM basierenden Theorie konvergieren die g_i mit zunehmender Energie und vereinigen sich bei einer Energie $\Lambda_G \approx 10^{16}$ GeV in der vereinheitlichten Kopplungskonstanten α_{GUT} . Weitere relevante Massen- bzw. Energieskalen sind die der Brechung der elektroschwachen Symmetrie Λ_W und die des Einsetzens der Supersymmetrie Λ_S . Sollte mindestens eine niederenergetische Konstante, beispielsweise die Feinstrukturkonstante α , räumlich oder zeitlich driften, so sollten (da die Kopplungskonstanten g_i dem Wert der vereinheitlichten Kopplungskonstante α_{GUT} bei Λ_G entsprechen) auch α_{GUT} oder die Skala der Vereinheitlichung Λ_G oder beide driften. Damit müssen aber auch die anderen Konstanten driften, weil sonst die Vereinheitlichung aller Wechselwirkungen nur in einem Punkt der Raum-Zeit möglich wäre.

Ein Parameter der Kopplungskonstante g_3 ist der sogenannte Skalenparameter der Quantenchromodynamik Λ_{QCD} . Er entspricht ungefähr der Energie 213 MeV, bei welcher die Kopplungskonstante g_3 formal divergiert. Bei einer Drift von α müsste dieser Parameter auch driften. Die Massen von up-, down- und strange-Quark m_u , m_d und m_s sind viel kleiner als Λ_{QCD} . Protonen und Neutronen sind aus up- und down-Quarks aufgebaut. Ihre Massen sind daher näherungsweise (im sogenannten chiralen Limit) proportional zu Λ_{QCD} und würden somit ebenfalls driften. Insbesondere wären die massenabhängigen magnetischen Momente dann nicht mehr konstant. Dies bedeutete letztlich eine driftende SI-Sekunde in dem Sinne, daß sich die Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes von ^{133}Cs mit der Zeit oder dem Raum ändert.

Berechnungen zum Zusammenhang einer zeitlichen Drift der Feinstrukturkonstanten α und des QCD-Skalenparameters Λ_{QCD} sind abhängig davon, welche der Skalen beziehungsweise Parameter als konstant, und welche als zeitlich driftend angenommen werden. Ist α_{GUT} konstant und die Skala der Vereinheitlichung Λ_G variabel, so finden Calmet und Fritzsche

$$\frac{1}{\Lambda_{\text{QCD}}} \frac{\partial}{\partial t} \Lambda_{\text{QCD}} \equiv \frac{\partial}{\partial t} \ln \Lambda_{\text{QCD}} \approx -31 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha, \quad (3.4)$$

bei konstantem Λ_G und zeitlich variierendem α_{GUT}

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \Lambda_{\text{QCD}} \approx +38 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha, \quad (3.5)$$

und bei einer möglichen Drift beider Größen

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \Lambda_{\text{QCD}} \approx +38 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + \frac{\partial}{\partial t} \ln \Lambda_G. \quad (3.6)$$

Übereinstimmend ist unter den oben ausgeführten Voraussetzungen des MSSM der Betrag der relativen Drift des QCD-Skalenparameters etwa 30 mal so groß wie die relative Drift der Feinstrukturkonstante. Eine Vereinheitlichung der elektromagnetischen und der starken Wechselwirkung basierend auf den Gruppen $SU(5)$ oder $SO(10)$ ohne Supersymmetrie ergibt einen fast acht Mal größeren Faktor von etwa -230 [Cal02a].

Ein ähnlicher Faktor nahe 30 zwischen einer Variation der Feinstrukturkonstanten und der Variation der Hadronenmasse wurde auch in anderen Arbeiten aus dem Bereich der GUT gefunden (siehe [Uza02] und die dortigen Referenzen).

Aufgrund der Expansion des Universums nehmen Calmet und Fritzsche an, daß die Skala der Vereinheitlichung variabel ist bei konstantem α_{GUT} . Wenn also Gleichung (3.4) gilt, dann würde sich im chiralen Limit die Masse des Protons wegen $m_p \propto \Lambda_{\text{QCD}}$ gemäß

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln m_p \approx -31 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \quad (3.7)$$

ändern, so daß schließlich wegen $f_{\text{HFS}} \propto \alpha^2 F_{\text{rel}}(Z\alpha) m_e/m_p$ unter der Annahme einer konstanten Elektronenmasse m_e

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln f_{\text{HFS}} = 2 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha - \frac{\partial}{\partial t} \ln m_p + \frac{\partial}{\partial t} \ln F_{\text{rel}}(Z\alpha) \quad (3.8)$$

$$\approx 33 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + \frac{\partial}{\partial t} \ln F_{\text{rel}}(Z\alpha) \quad (3.9)$$

gilt.

Für ^{133}Cs ist $F_{\text{rel}}(Z\alpha) \propto \alpha^{0,8}$ [Fla03, Dzu99] und daher

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln f_{\text{HFS}}(\text{Cs}) \approx 34 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \quad (3.10)$$

Bei einer absoluten Frequenzmessung eines Übergangs wird seine Frequenz mit der Frequenz des $(F = 3) \leftrightarrow (F = 4)$ -Hyperfeinübergangs in ^{133}Cs verglichen, welcher im Gegensatz zu elektronischen Übergängen die zusätzliche Abhängigkeit von der Protonenmasse aufweist. Aufgrund der obigen Überlegungen würde der Frequenzstandard bei einer eventuellen Variation der Feinstrukturkonstante viel stärker als die Konstante selbst variieren. In einer Absolutfrequenzmessung würde sich das in einer entsprechenden starken Variation der zu messenden Frequenz äußern, selbst wenn sie, wie die Frequenz des $1S$ - $2S$ -Übergangs in atomarem Wasserstoff, praktisch keine Abhängigkeit von α aufweist (siehe die Fußnote zu Gleichung (3.1)).

Kapitel 4

Experimenteller Aufbau

Die Spektroskopie von atomarem Wasserstoff ist durch eine ständige Weiterentwicklung der Methoden und Techniken gekennzeichnet. Nach der erstmaligen Anregung des $1S$ - $2S$ -Übergangs mit gepulstem Laserlicht im Jahre 1975 [Hae75, Lee75] konnte im Zuge der Entwicklung leistungsfähiger kontinuierlich emittierender Farbstofflaser dieser Übergang im Jahre 1985 in einer Gaszelle mit kontinuierlichem Laserlicht angeregt werden [Foo85]. Die spektrale Auflösung der Linie betrug 5×10^{-9} . Der nächste Schritt, die Spektroskopie am Atomstrahl, markiert auch den Beginn der Wasserstoffspektroskopie am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching Ende der achtziger Jahre. Erste Messungen erfolgten an einem warmen Atomstrahl mit einer Auflösung von 5×10^{-11} [Zim90, Kal90, Zim90a]. Eine Bestimmung der Absolutfrequenz war limitiert durch die Eichung der Referenzlinien im Tellurspektrum. Im Laufe der Jahre wurden dann Meßmethoden entwickelt und verfeinert, welche sowohl seitens des Spektrometers [Sch95, Hub97, Hub99] als auch seitens des Vergleichs mit einem primären Frequenzstandard [Ude97, Ude97a, Rei00a, Nie00a] eine immer präzisere Messung der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz ermöglichten. Heute sind aufgrund des nunmehr sehr stabilen Lasersystems mittels einer differentiellen Methode, die in Kapitel 6 erläutert wird, auch überaus genaue Messungen in atomarem Wasserstoff nur gegen eine Mode des Referenzresonators möglich.

4.1 Gesamtübersicht

Das Wasserstoff-Experiment am MPQ in Garching läßt sich in drei Teile gliedern: ein Lasersystem zur Erzeugung des hochstabilen UV-Laserlichtes bei der halben Energie des $1S$ - $2S$ -Übergangs, eine Vakuumapparatur, in welcher der atomare Wasserstoff durch Wechselwirkung mit dem Laserlicht angeregt wird, und ein Aufbau zur Absolutfrequenzmessung des anregenden Laserlichtes. Letzterer befindet sich in einem benachbarten Labor und ist durch eine Glasfaser mit dem Wasserstoff-Labor verbunden. In Abbildung 4.1 ist das gesamte Experiment skizziert. Es soll im Folgenden nun näher

beschrieben werden.

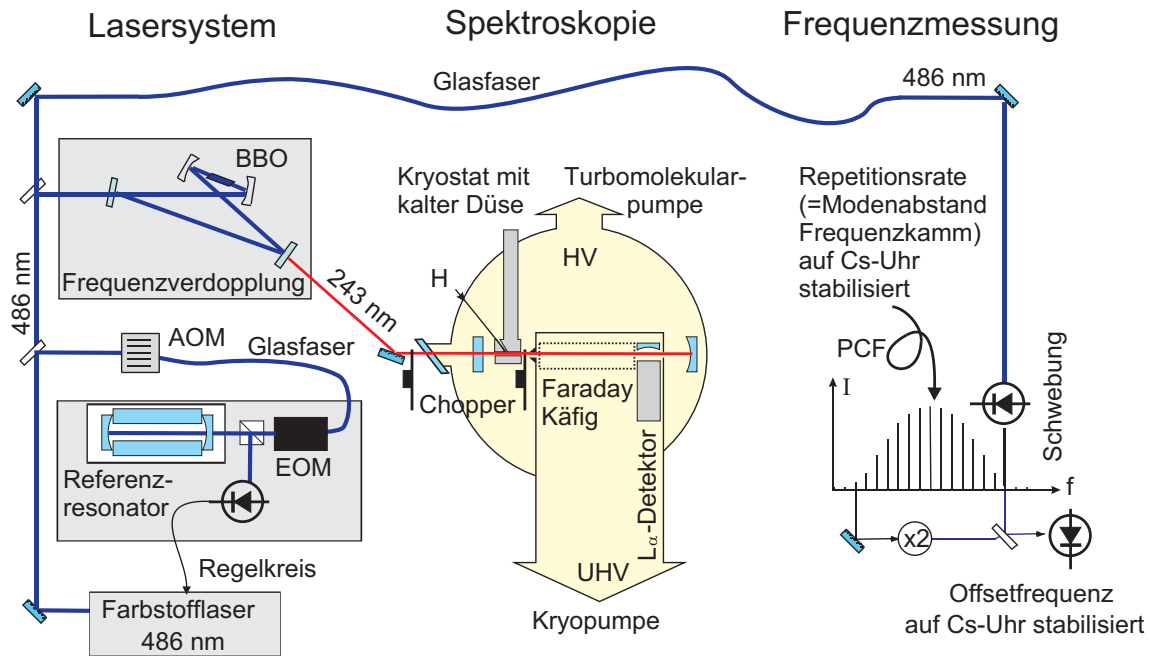


Abbildung 4.1: Schema des experimentellen Aufbaus zur Zweiphotonen-Spektroskopie von atomarem Wasserstoff. Links ist das Lasersystem skizziert (AOM: akusto-optischer Modulator, EOM: elektro-optischer Modulator, BBO: β -Barium-Borat-Kristall). In der Mitte ist die differentiell gepumpte Vakuumapparatur dargestellt, in welcher der atomare Wasserstoff angeregt wird (HV: Hochvakuum, UHV: Ultrahochvakuum). Im rechten Teil der Abbildung ist die absolute Frequenzmessung relativ zu einem primären Frequenzstandard angedeutet (PCF: Photonische Kristall-Faser).

4.2 Lasersystem

Die natürliche Linienbreite des $1S$ - $2S$ -Übergangs in atomarem Wasserstoff ist mit 1,3 Hz extrem klein. Ihre Auflösung ist bisher unter anderem durch die spektrale Breite des anregenden Lasers begrenzt. Für genaue Messungen sollte eine Drift der Laserfrequenz darüberhinaus während der Aufnahme eines Wasserstoffspektrums, die typischerweise eine Minute dauert, nur wenige Hertz betragen.

Zur Anregung des $1S$ - $2S$ -Zweiphotonen-Übergangs ist UV-Strahlung einer Wellenlänge nahe 243 nm erforderlich, die im Experiment durch Frequenzverdopplung eines Farb-

stofflasers, der nahe 486 nm emittiert, erzeugt wird. Kommerziell erhältliche Farbstofflaser haben typische spektrale Breiten von einigen Megahertz bei einer thermischen Drift im Bereich von 100 kHz pro Sekunde.

Durch Stabilisierung auf einen hochstabilen Referenzresonator kann die Breite von Farbstofflasern um sechs Größenordnungen reduziert werden [You99]. Die erreichbare Frequenzdrift liegt im Bereich von einem Hertz pro Sekunde.

Ein so stabilisierter Laser kann mit einem akusto-optischen Modulator (AOM) durchgestimmt werden. Im Wasserstoff-Experiment wird die optische Frequenz des Farbstofflasers ν_{Laser} dazu im doppelten Durchgang (zur Verringerung geometrischer Effekte) durch einen akusto-optischen Modulator um das Zweifache der Radiofrequenz ν_{AOM} am AOM zu höheren Frequenzen geschoben. Diese geschobene Frequenz wird auf eine Mode des Resonators mit Frequenz ν_{Referenz} stabilisiert, das heißt die Laserfrequenz wird so geregelt, daß die Gleichung $\nu_{\text{Laser}} + 2\nu_{\text{AOM}} = \nu_{\text{Referenz}}$ erfüllt ist. Das dazu erforderliche Fehlersignal wird mit Hilfe eines elektro-optischen Modulators nach der Methode von Pound, Drever und Hall generiert [Pou46, Dre83].

Neben anderen Effekten haben bisher auch die spektrale Breite und die Drift der Moden des vorhandenen Referenzresonators (im Folgenden als „alter Referenzresonator“ bezeichnet) die Linienbreite der experimentell gemessenen Spektren auf 900 Hz bei 243 nm limitiert. Bei Absolutfrequenzmessungen gegen einen primären Frequenzstandard dient der Resonator als Schwungrad. Während der Zeiten, über die die Messungen am Frequenzkamm gemittelt werden, bestimmt er die Stabilität des Lasers. Seine Drift wird nachträglich korrigiert und kann die erreichbare Genauigkeit begrenzen [Nie00]. Daher wurden im Rahmen dieser Arbeit neue, stabilere Referenzresonatoren entworfen und aufgebaut. Ein aufwendig isolierter und nicht transportabler Referenzresonator (im Folgenden „neuer Referenzresonator“ genannt) wurde während der Absolutfrequenzmessung und der Messung der 2S-Hyperfeinaufspaltung verwendet. Von Claudia Nießl wurde im Rahmen ihrer Diplomarbeit ein transportabler, leichter Referenzresonator aufgebaut (im Folgenden als „transportabler Referenzresonator“ bezeichnet). Details dazu finden sich in ihrer Diplomarbeit [Nie01]. In Abschnitt 4.3 werden diese Resonatoren und die zugehörige Optik beschrieben.

Das übrige Lasersystem, bestehend aus dem Farbstofflaser, der Sättigungsspektroskopie an Tellur, der Frequenzverdopplung und dem longitudinalen Überhöhungsresonator in der Spektroskopiekammer, wurde weitgehend unverändert übernommen. Im Anschluß wird daher nur eine Übersicht dieser Teile des Aufbaus gegeben. Detailliertere Beschreibungen finden sich in [Lei95, Nie00].

4.2.1 Farbstofflaser

Von einem Krypton-Ionen-Laser (Innova-100 K3, Coherent) mit typisch 5 bis 6 Watt im UV gepumpt, liefert der Farbstofflaser (modifizierter CR 699-21, Coherent) mit Coumarin 102 als Farbstoff und einem Druck des Farbstoffstrahls von 11 bar eine

Ausgangsleistung zwischen 500 und 600 mW bei einer abstimmbaren Wellenlänge nahe 486 nm. Die spektrale Breite liegt bei Stabilisierung des Lasers auf den zugehörigen Coherent-Referenzresonator im Bereich einiger Megahertz in einer Sekunde.

Die Ursache für die spektrale Breite des emittierten Lichtes liegt in Schwankungen der Resonatorlänge des Farbstofflasers aufgrund von äußeren Störungen und Instabilitäten im Farbstoffstrahl. Zur Kompensation dieser Effekte stehen unterschiedlich schnelle Frequenzstellelemente im Ringresonator zur Verfügung, die durch geeignete Regelkreise kontrolliert werden: Sehr langsame Störungen mit Frequenzen bis wenigen Hertz werden von einem Galvanometerplättchen kompensiert. Im Frequenzbereich bis 1 kHz wird ein auf einen Piezoaktuator geklebter Spiegel angesteuert, während die hochfrequenten Störungen durch einen sich im Ringresonator befindlichen elektro-optischen Modulator mit einer Regelbandbreite bis 2 MHz ausgeregelt werden.

4.2.2 Sättigungsspektroskopie am Tellurmolekül

Zur Bestimmung der Wellenlänge des blauen Lichtes bei 486 nm steht neben einem kommerziellen Wellenlängenmeßgerät (Burleigh Wavemeter, Auflösung 1 GHz) eine Sättigungsspektroskopie am Tellurmolekül zur Verfügung. Das Spektrum von $^{130}\text{Te}_2$ weist bei 486 nm einige charakteristische Linien auf und wurde von D.H. McIntyre bezüglich des $1S$ - $2S$ -Übergangs in atomarem Wasserstoff kalibriert [McI90], so daß der Farbstofflaser mit einer Unsicherheit von rund 1 MHz auf die Frequenz der Wasserstofflinie justiert werden kann. Eine Skizze der Tellur-Spektroskopie findet man beispielsweise in der Arbeit von M. Niering in Abbildung 3.1 [Nie00].

4.2.3 Frequenzverdopplung

Zur effizienten Erzeugung von Licht einer Wellenlänge nahe 243 nm wird das Licht des Farbstofflasers in einen z-förmig gefalteten Ringresonator mit einer Finesse von etwa 200 eingekoppelt. Im kurzen Arm des Resonators ist ein im Brewster-Winkel geschnittener β -Barium-Borat-Kristall zur Erzeugung der zweiten Harmonischen des blauen Lichtes eingebaut. Die Phasenanpassung zwischen Fundamentaler und Harmonischer erfolgt durch Winkel-Anpassung. Der Resonator wird mit dem Hänsch-Couillaud-Verfahren [Hae80] resonant für die Fundamentale gehalten. Bei umlaufenden Leistungen von typisch 20 W blauem Licht werden im Kristall bis zu 20 mW UV-Licht nahe 243 nm erzeugt und aus dem Resonator über einen bei dieser Wellenlänge hochtransmittierenden Spiegel ausgekoppelt. Da die Mode dieses UV-Lichtes bei Winkel-Phasenanpassung stark astigmatisch ist, wird das Licht nach dem Resonator unter einem entsprechenden Winkel an einem gekrümmten Spiegel reflektiert. Zwischen 60 und 70 % der UV-Leistung können so in eine gaußförmige Mode transformiert werden, die in den Überhöhungsresonator in der Vakuumapparatur eingekoppelt wird. Für eine ausführliche Diskussion der Frequenzverdopplung wird auf [Lei95] verwiesen.

4.2.4 Überhöhungsresonator

Um eine hinreichende Anregung des schwachen $1S$ - $2S$ -Zweiphotonen-Übergangs zu erreichen, wird das UV-Licht in der Spektroskopiekammer in einem linearen Resonator um einen Faktor 40 überhört. Die Resonatorlänge wird dabei über den auf eine Piezokeramik geklebten planen Einkoppelspiegel resonant für das UV-Licht gehalten. Das dazu erforderliche Fehlersignal wird mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren [Pou46, Dre83] erzeugt. Da die Justage des linearen Resonators beim Evakuieren der Kammer leidet, ist der Hochreflektor mittels Piezomotoren verkipptbar, so daß bei evakuierter Kammer nachjustiert werden kann. Es wurde mit Krümmungsradien zwischen 2 und 21 m experimentiert. Für die Absolutfrequenzmessung wurde eine Resonatorlänge von 289 mm und ein Krümmungsradius des Hochreflektors von 4 m gewählt. Die halbe Strahltaile ω_0 beträgt dann $274 \mu\text{m}$ (eine Formelsammlung zur ihrer Berechnung findet sich beispielsweise in [Hub97]). Im Gegensatz zur früher verwendeten Geometrie (230 mm Länge, 2 m Krümmungsradius, halbe Strahltaile $230 \mu\text{m}$) sind die Wellenfronten flacher, und die dynamische Stark-Verschiebung (siehe Abschnitt 5.2.3) ist aufgrund der geringeren Intensität niedriger. Bei noch größeren Krümmungsradien des Hochreflektors wird der Abstand höherer transversaler Moden immer kleiner, was die Justage des Resonators auf die TEM_{00} -Mode erschwert. In Abschnitt 5.2.7 wird dargelegt, daß schon bei einem Radius von 2 m die erreichbare Genauigkeit nicht durch den von der Wellenfront-Krümmung abhängigen systematischen Effekt limitiert ist.

4.3 Referenzresonator

Es wurde bereits angedeutet, daß die Stabilität freilaufender Laser für Hochpräzisionsexperimente im Allgemeinen nicht ausreichend ist. Man verwendet daher elektronische Regelkreise, welche den Laser mittels geeigneter Frequenzstellelemente auf eine Referenz stabilisieren. Übergangslinien in Atom- oder Molekülspektren als Referenzen sind zwar relativ breit, weisen aber eine hervorragende Langzeitstabilität auf. Sie dienen beispielsweise als Referenz zur Stabilisierung von Diodenlasern für magnetooptische Fallen. In Experimenten, in denen spektral sehr schmale Laser von Bedeutung sind, kommen dagegen Referenzresonatoren zur Anwendung. Dabei handelt es sich um zwei oder mehr Spiegel, die an einem Festkörper als Abstandshalter befestigt sind. Man stabilisiert die Wellenlänge des Lasers auf den Spiegelabstand. Linienbreiten sichtbarer Laser auf Hertz-Niveau entsprechen dabei Änderungen des Spiegelabstands in der Größenordnung von Femtometern und sind nur durch geeignete Abschirmungen der Referenzresonatoren gegen äußere Störungen zu erreichen.

Im Folgenden werden Meßgrößen und Methoden zur Charakterisierung der Stabilität von Resonatoren vorgestellt. Anschließend werden die Anforderungen an einen Referenzresonator in der Wasserstoff-Spektroskopie beschrieben (zur Charakterisierung des transportablen Resonators siehe [Nie01]). Nach einer Beschreibung seines Aufbaus wird dann die Leistungsfähigkeit des neuen Referenzresonators diskutiert.

4.3.1 Charakterisierung der Frequenzstabilität von Resonatoren

Die Frequenzdifferenz aufeinanderfolgender longitudinaler Moden gleicher transversaler Ordnung wird als freier Spektralbereich (FSR) bezeichnet. Er ergibt sich bei einem Spiegelabstand l zu

$$\text{FSR} = c/2l, \quad (4.1)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit ist. Mit einer Finesse von \mathcal{F} folgt für die Breite der Mode eines idealen, ungestörten Resonators

$$\Delta\nu = \text{FSR}/\mathcal{F}. \quad (4.2)$$

Ein geeigneter Regelkreis kann den Laser auf einen Bruchteil dieser Breite stabilisieren. Die Linienbreite des Lasers ist damit abhängig von der Modenbreite, der Charakteristik des Regelkreises und der auf den Resonator einwirkenden Störungen, welche den Spiegelabstand ändern.

Die experimentell gemessene Breite eines Übergangs stellt eine obere Grenze der Linienbreite des anregenden Lasers dar, wobei Zweiphotonen-Übergänge und Frequenzverdopplungen zu berücksichtigen sind. Im Wasserstoff-Experiment läßt sich aus der gemessenen minimalen Breite des $1S$ - $2S$ -Übergangs von 500 Hz bei 243 nm eine maximale Breite des Farbstofflasers von 250 Hz bei 486 nm und Mittelungszeiten von 60 s ableiten. Hierbei wurde lediglich die langsame thermische Drift des Resonators korrigiert. Tatsächlich ist die Breite des Lasers viel kleiner, weil weitere Effekte, beispielsweise die Ionisation von Wasserstoffatomen vom Grundzustand ins Kontinuum, den Übergang ebenfalls verbreitern.

Direktere Meßgrößen für die Stabilität eines Lasers beziehungsweise allgemein eines Oszillators sind in der Frequenzdomäne die spektrale Leistungsdichte der Frequenzfluktuationen und die Linienbreite, in der Zeitdomäne die Allan-Varianz. In [NPL99] findet sich eine übersichtliche Darstellung dieser Meßgrößen und der zugehörigen Meßverfahren.

Spektrale Leistungsdichte der Frequenzfluktuationen

Sie beschreibt, wie stark die Schwankungen der momentanen Laserfrequenz $\nu(t)$ bei den verschiedenen Fourierfrequenzen f sind. Man definiert die spektrale Leistungsdichte der Frequenzfluktuationen $S_\nu(f)$ über die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion $\mathcal{R}_\nu(\tau)$ der Frequenzschwankungen gemäß

$$\mathcal{R}_\nu(\tau) = \langle \nu(t)\nu(t-\tau) \rangle, \quad (4.3)$$

$$S_\nu(f) = \begin{cases} 2 \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{R}_\nu(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau & \text{falls } 0 \leq f < \infty \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (4.4)$$

Die Einheit von $S_\nu(f)$ ist Hz^2/Hz .

Allan-Varianz

Sie beschreibt die Stabilität eines Oszillators in einem Zeitintervall τ und wurde eingeführt, um die Divergenz der klassischen Varianz, die bei einigen der üblicherweise beobachteten Rauschquellen auftritt, zu umgehen. Man definiert eine dimensionslose Frequenzschwankung $y(t)$ über $y(t) = (\nu(t) - \nu_0)/\nu_0$, wobei $\nu(t)$ die momentane und $\nu_0(t)$ die mittlere Laserfrequenz bezeichnen. Mittelt man die Messung von $y(t)$ über ein Zeitintervall τ , so erhält man $\bar{y}(t)$. Für die Allan-Varianz einer Serie von m Messungen von $\bar{y}_i(t)$ gilt dann

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{(2m-1)} \sum_{i=1}^{m-1} (\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i)^2 \quad (4.5)$$

In graphischer Darstellung wird die Allan-Varianz im Allgemeinen doppelt-logarithmisch gegen die Mittelungszeit τ aufgetragen.

Linienbreite

Sehr anschaulich ist die bereits weiter oben erwähnte Linienbreite, welche die volle Halbwertsbreite des vom Oszillator emittierten Frequenzspektrums während einer Mittelungszeit τ angibt.

4.3.2 Meßverfahren

Die angeführten Meßgrößen können mit zwei prinzipiell unterschiedlichen Meßverfahren bestimmt werden: einerseits können Fehlersignale, andererseits Schwebungssignale analysiert werden.

Fehlersignalanalyse mit einer Referenz

Jeder Aufbau zur Stabilisierung eines Lasers auf eine Referenz beinhaltet einen Regelkreis mit einem Fehlersignal, das von der Verstimmung des Lasers relativ zur Referenz abhängt. Im Rahmen seiner Bandbreite regelt der geschlossene Regelkreis die Frequenz des Lasers so, daß das Fehlersignal auf einen festen Wert, im Allgemeinen Null, zurückgeht. Bei einem idealisierten Regelkreis und unendlich großer Bandbreite der Regelelemente wird die Abweichung der Laserfrequenz von der durch die Referenz gegebenen Frequenz also immer Null sein und der Laser damit allen Schwankungen der Referenz folgen. Aus der Analyse des Fehlersignals mit nur einer Referenz lassen sich also keine Aussagen über die Breite oder Drift des Lasers machen. Charakteristika des Regelkreises (Verstärkung, Bandbreite, Stabilität) können jedoch bestimmt werden.

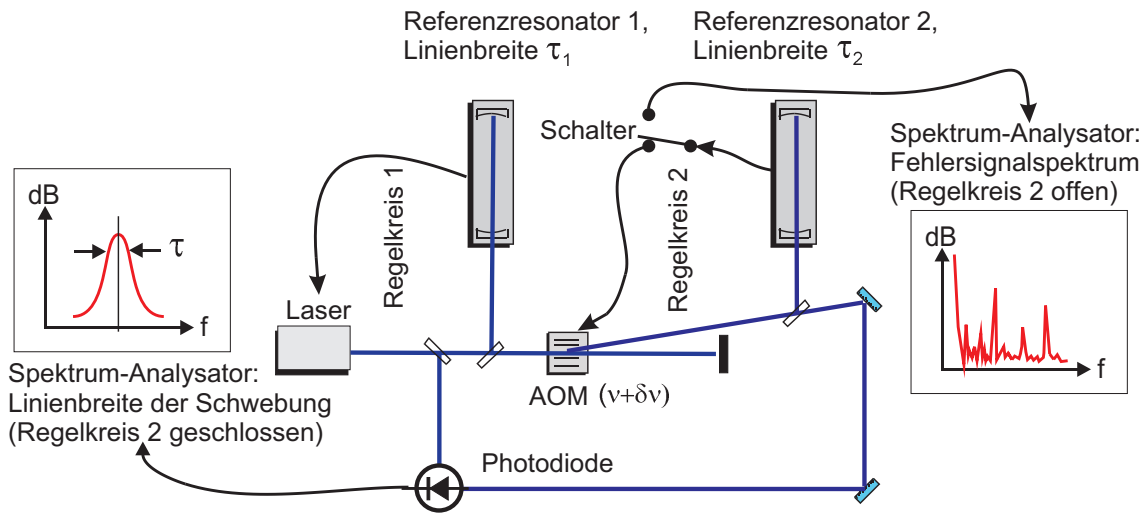


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung der Meßmethoden Fehlersignalanalyse und Schwebungsmessung mit zwei Resonatoren und nur einem Laser. AOM: akustooptischer Modulator.

Fehlersignalanalyse mit zwei Referenzen

Während der Laser auf eine Referenz stabilisiert ist, wird seine Frequenz auf die Mode einer zweiten, unabhängigen Referenz zum Beispiel mit Hilfe eines AOMs gestellt (siehe Abbildung 4.2, Regelkreis 1 geschlossen, Regelkreis 2 offen). Die zweite Referenz dient als optischer Spektrum-Analysator. Mit dieser Konfiguration kann die spektrale Leistungsdichte der Frequenzmodulationen bestimmt werden. Daraus lassen sich dann unter gewissen Annahmen alle Charakteristika des Resonators berechnen.

Schwebungssignale mit einer Referenz

In dieser Konfiguration werden zwei Laser nahezu gleicher Frequenz unabhängig auf verschiedene Moden eines Resonators stabilisiert. Die Überlagerung der beiden so stabilisierten Laser auf einer Photodiode ergibt ein Schwebungssignal bei der Differenzfrequenz der beiden Laserfrequenzen, die idealerweise im leicht meßbaren Radiofrequenzbereich liegt. Aus der Breite des Schwebungssignals läßt sich die Qualität der beiden Regelkreise ableiten, welche umso schlechter ist, je breiter das Schwebungssignal ausfällt.

Schwebungssignale mit zwei Referenzen

Diese experimentell aufwendigste Variante erfordert zwei unabhängige Referenzresonatoren, zwei unabhängige Regelkreise und zwei unabhängige Laser. Jeder Laser wird auf

eine Referenz stabilisiert. Aus der Breite ihres Schwebungssignals τ_{12} läßt sich auf ihre spektrale Breite schließen. Unter der Annahme, daß beide Resonatoren ungefähr gleich stabil sind, kann man die Linienbreiten τ_1 und τ_2 der stabilisierten Laser zu

$$\tau_1 \approx \tau_2 \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \tau_{12} \quad (4.6)$$

abschätzen. Das sogenannte „three-cornered hat“-Verfahren ermöglicht darüberhinaus bei drei unabhängig stabilisierten Oszillatoren von vergleichbarer Linienbreite aus der Messung aller drei Schwebungen zwischen den Oszillatoren (beziehungsweise Resonatoren) die Bestimmung jeder einzelnen Linienbreite. Das Verfahren wird in [Nie01] näher diskutiert.

Anstatt mehrere Laser zu verwenden, kann ein Teil des Lichtes des ersten Lasers abgezweigt werden. Die Frequenz dieses Lichtes muß dann durch getrennte Regelkreise und AOMs auf die Moden der anderen Resonatoren stabilisiert werden (siehe Bild 4.2 für die Untersuchung zweier Resonatoren, beide Regelkreise geschlossen). Im Rahmen der Regelbandbreite können die Lichtsignale dann als unabhängig angesehen werden. In dieser Konfiguration wurden die weiter unten diskutierten Schwebungssignale gemessen.

4.3.3 Anforderungen in der Wasserstoff-Spektroskopie

Der in der Gruppe von Jim Bergquist am NIST (Boulder, USA) im Rahmen der Spektroskopie am $^{199}\text{Hg}^+$ -Ion demonstrierte Stand der Technik in der Stabilisierung von Farbstofflasern ist auf sehr hohem Niveau: für einen Farbstofflaser bei 563 nm wurde die Linienbreite zu 0,6 Hz bei Mittelungszeiten bis 32 s gemessen [You99]. Diese geringe Linienbreite wird durch eine zweistufige Stabilisierung erreicht: die Vorstabilisierung auf einen Resonator niedriger Finesse unter Verwendung des Pound-Drever-Hall-Verfahrens ergibt eine Laserlinienbreite von rund einem Kilohertz. Dieses Licht wird durch einen akusto-optischen Modulator in einen Hochfinesse-Resonator mit einer Finesse von 150 000 eingekoppelt. Ein zweiter auf dem Pound-Drever-Hall-Verfahren basierender Regelkreis am Hochfinesse-Resonator kontrolliert die Frequenz des AOMs, so daß die Linienbreite des Lichtes nach dem Modulator im Sub-Hertz-Bereich liegt. Bei diesem Verfahren steht also nur der im AOM in eine höhere Ordnung gebeugte Anteil der Ausgangsleistung des Lasers als stabiles Licht zur Verfügung. Im Experiment am $^{199}\text{Hg}^+$ -Ion wird eine langsame Drift der Frequenz des Lasers aufgrund von Temperaturänderungen und Alterungseffekten des Referenzresonators regelmäßig kalibriert und durch einen Synthesizer mit gegenläufiger Frequenzdrift kompensiert.

Im Wasserstoff-Experiment wird die Übergangslinie durch systematische Effekte (siehe Kapitel 5), insbesondere durch die Durchflugsverbreiterung, die Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung, die Ionisationsverbreiterung sowie die Laserlinienbreite auf eine Größenordnung von 250 Hz bei 486 nm für die schmalsten Linien verbreitert. Zur Extrapolation der dynamischen Stark-Verschiebung ist ein möglichst großer dynamischer Bereich der Intensität des anregenden Lichtes erforderlich, so daß bisher von

einer mehrstufigen Stabilisierung unter Verwendung eines dem Laser nachgeschalteten AOMs abgesehen wurde.

In früheren Arbeiten wurde abgeschätzt, daß der Laser mit dem vorhandenen Regelkreis dem Resonator auf etwa $1/500$ seiner Modenbreite folgt [Sch92]. Der alte Referenzresonator hat eine Modenbreite von knapp 6 kHz. Damit sollte die Linienbreite des Lasers ohne äußere Störungen auf den Resonator im Bereich von 12 Hz bei 486 nm liegen. Weiter unten werden die entsprechenden Messungen diskutiert, welche eine durch Störungen verursachte tatsächliche Breite von über 100 Hz ergeben. Die thermische Drift der Modenfrequenzen liegt bei über 10 Hz/s [Nie00]. Bei der Planung des neu aufgebauten Referenzresonators wurde daher eine deutlich bessere Isolierung von der Umgebung angestrebt, um eine Drift im Bereich von 1 Hz/s und eine Linienbreite deutlich unter 100 Hz zu erreichen. Hierbei ist zu beachten, daß die Breite der Mode sinkt, je länger der Resonator bei gegebener Spiegelreflektivität ist. Das thermisch stabile ULE (Ultra Low Expansion Glass, Corning) ist jedoch zu vertretbaren Preisen nur in Längen bis ungefähr 15 cm verfügbar, was einem Drittel der Länge des alten Resonators aus Zerodur (Schott) entspricht.

4.3.4 Aufbau der Referenzresonatoren

Referenzresonatoren müssen möglichst perfekt von der Außenwelt entkoppelt werden. Dazu sind umfangreiche Maßnahmen erforderlich. Der alte Referenzresonator wurde von Ferdinand Schmidt-Kaler im Rahmen seiner Doktorarbeit aufgebaut, in [Sch92] ausführlich beschrieben und ist in Abbildung 4.3 links dargestellt. Die Entkopplung erfolgt hier durch Lagerung des Resonators mittels Federn in einer mit Heizfolie umwickelten Vakuumkammer, deren Temperatur mit einer einstufigen Regelung stabilisiert wird. Während die Spiegelsubstrate aus normalem Quarzglas bestehen, welches

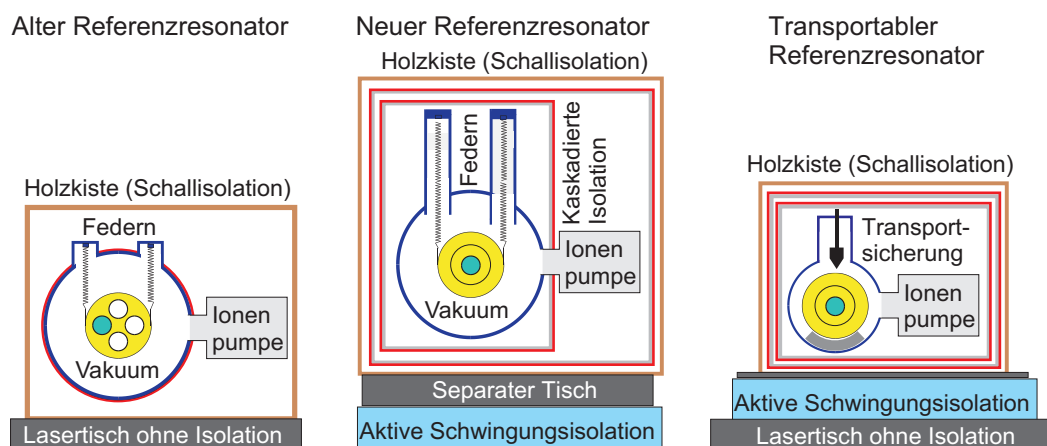


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der drei Referenzresonatoren des Wasserstoff-Experiments (Ansicht auf eine Endfläche der Resonatoren)

eine relativ große Temperatúrausdehnung zeigt, ist der Abstandhalter aus Zerodur gefertigt. Bei einer Länge von 45 cm und einer Finesse von 57 000 ergibt sich ein freier Spektralbereich von 333 MHz und eine Modenbreite von knapp 6 kHz. Der Resonator befindet sich auf dem gleichen optischen Tisch wie der Pumplaser, welcher aufgrund des Kühlwassers leicht vibriert.

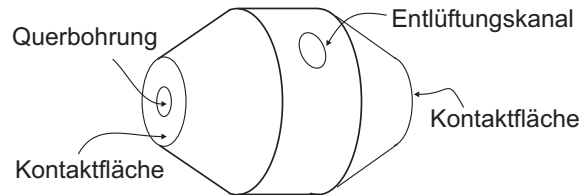


Abbildung 4.4: *Football-förmiger ULE-Abstandhalter des neuen Referenzresonators. Durch den Entlüftungskanal kann die in der Querbohrung zwischen den aufkontaktierten Spiegeln eingeschlossene Luft beim Evakuieren entweichen.*

Der neue Referenzresonator hat einen Football-förmigen Abstandhalter aus ULE (siehe Bild 4.4), welches wie Zerodur einen verschwindenden Temperaturkoeffizienten bei Zimmertemperatur aufweist. Im Gegensatz zu Zerodur treten jedoch bei der Alterung keine Umkristallisationsprozesse auf, so daß die Langzeitdrift gleichförmiger verläuft. Die Länge des Abstandhalters beträgt 15 cm, was einem freien Spektralbereich von 1 GHz entspricht. Auf die polierten Endflächen wurden in Eigenarbeit im Reinraum die Hoch-Finesse-Spiegel optisch aufkontaktiert („angesprengt“, Details zur Technik des Ansprengens finden sich in [Nie01]). Die Spiegel (Finesse spezifiziert $70\,000 \pm 15\%$, Substratmaterial ULE, Durchmesser 1 Zoll, Krümmungsradius 1 m, 1° Keil, antireflexbeschichtete Rückseite) wurden von Research Electro Optics (Boulder, USA) hergestellt.

Der Resonator hängt in Drahtschlaufen in einer Aluminiumwiege, welche an 40 cm langen Federn in der Vakuumkammer hängt (Bild 4.3 Mitte). Die Federn dämpfen Frequenzen $f > 0,9$ Hz mit $1/(f - 0,9)^2$. Die erste Saitenresonanz einer solchen Feder liegt bei 33 Hz. Gewendelte Indium-Drähte, welche an der Wiege und am Boden der Vakuumkammer befestigt sind, dämpfen die Schwingungen der Wiege. Das System Tisch/Vakuumkammer-Federn-Wiege-Schlaufen-Resonator stellt ein Mehrfachpendel dar, welches einerseits eine gute Entkopplung gewährleistet, andererseits aufgrund seiner geringen Stabilität beim Aufbau problematisch ist. Der optische Zugang zum Resonator erfolgt durch entspiegelte Fenster in CF-40-Flanschen. Eine Ionengetterpumpe (PID 50, 50 l/s Saugleistung, Meca2000), welche über ein Keramikzwischenstück zur Temperaturisolierung angeflanscht ist, evakuiert die Vakuumkammer auf einen Druck unter 10^{-9} mbar. Eine Kiste aus 1 cm starken Aluminiumplatten, welche außen mit Heizfolie und innen mit isolierendem Schaumstoff beklebt ist, umgibt die Vakuumkammer ohne die Getterpumpe. Eine zweite, größere Kiste gleicher Art umschließt sowohl die Getterpumpe als auch die innere Kiste. Diese kaskadierte Temperaturstabilisierung wird von einer Holzkiste (Sandwichbauweise, Fa. Ilsetec, ebenfalls mit Schaumstoff isoliert) zur Schallisolierung umgeben. Über entspiegelte Glasfenster kann der Laser in die

HolzKiste eingestrahlt werden. Öffnungen in der Schallisolierung, welche ihre Effizienz drastisch reduzieren würden, werden so vermieden.

Dieser Aufbau samt der Optik zur Generierung des Pound-Drever-Hall-Fehlersignals und zur Stabilisierung der Lichtintensität und -frequenz (Details dazu siehe weiter unten) steht auf einem separaten optischen Tisch, welcher auf einer aktiven Schwingungsisolierung (MOD-2 XL, Halcyonics) gelagert ist. Das Licht nahe 486 nm wird über eine polarisationserhaltende Single-Mode-Faser (CS-96-1006, Länge 11 m, Thorlabs) vom Haupttisch auf den Resonatortisch geleitet.

Temperaturregelung

Trotz des kleinen Temperaturkoeffizienten von ULE bei Raumtemperatur müssen die Labortemperaturschwankungen durch eine aktive Temperaturstabilisierung möglichst gut ausgegelt werden, um die thermische Drift der Resonatorlänge zu minimieren. Ohne Klimaanlage betragen die Labortemperaturschwankungen pro Tag rund 4 K. Nach Einbau einer Klimaanlage schwankt die Raumtemperatur nun noch um knapp 1 K.

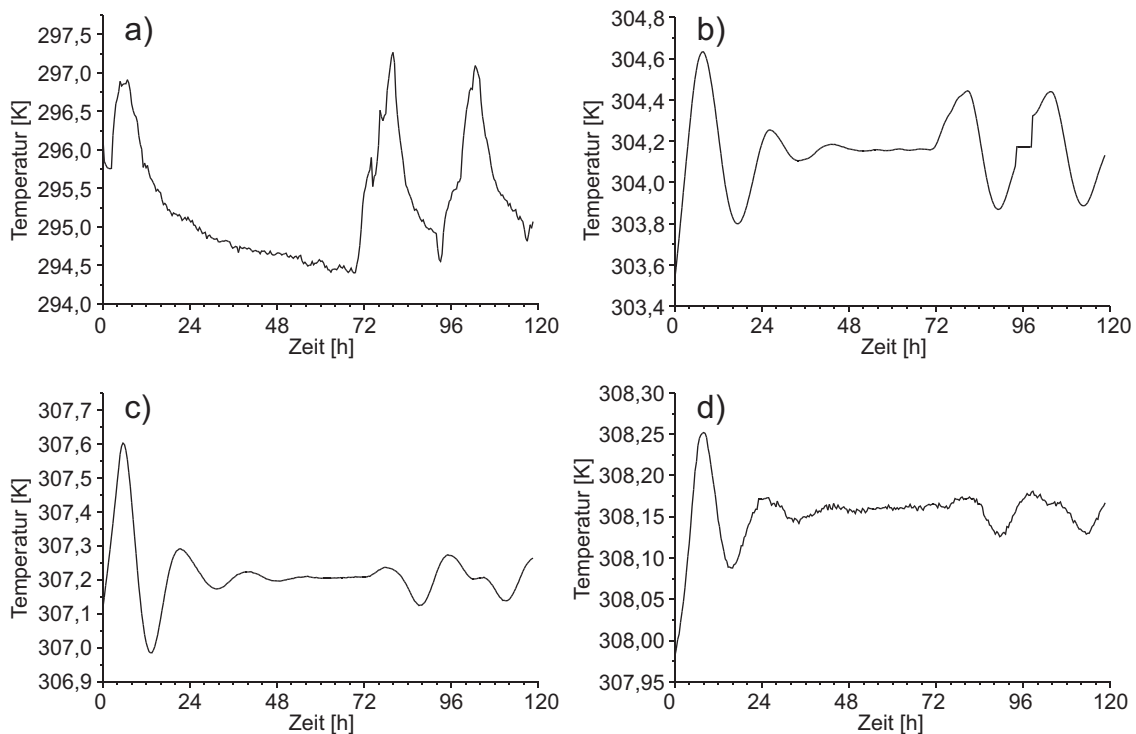


Abbildung 4.5: *Temperaturmessung am neuen Resonator bei Regelung mit zwei PID-Reglern. a) Raumtemperatur ohne Klimaanlage, b) Temperatur an einer Platte der äußeren Aluminiumkiste, c) Temperatur an einer Platte der inneren Aluminiumkiste, d) Temperatur an der Vakuumkammer.*

Eine getrennte Stabilisierung aller zwölf Platten der beiden Aluminium-Kisten um die Vakuumkammer des Resonators mit zwölf PID-Reglern ist nicht möglich, weil die Regelkreise nicht unabhängig wären und das Regelverhalten daher im Allgemeinen chaotisch würde. Die ursprüngliche Regelung beider Kisten durch je einen Temperatursensor und zugehörigen PID-Regler ergab aufgrund der großen Labortemperaturschwankungen und dem langsamen Einschwingen des thermisch trägen Systems der schweren Aluminiumkisten Resttemperaturschwankungen an der Vakuumkammer von typisch 50 mK. Dies wird in Abbildung 4.5 deutlich, in der das Einschwingen der Regelung nach einer stabilen Phase über das Wochenende (Zeitraum von 24 – 72 Stunden nach Beginn der Messung) ohne angeschaltete Geräte zu sehen ist. Während der Arbeitstage ändert sich die Umgebungstemperatur dagegen so stark, daß die Regelung quasi dauerhaft einschwingt und sich nicht stabilisiert.

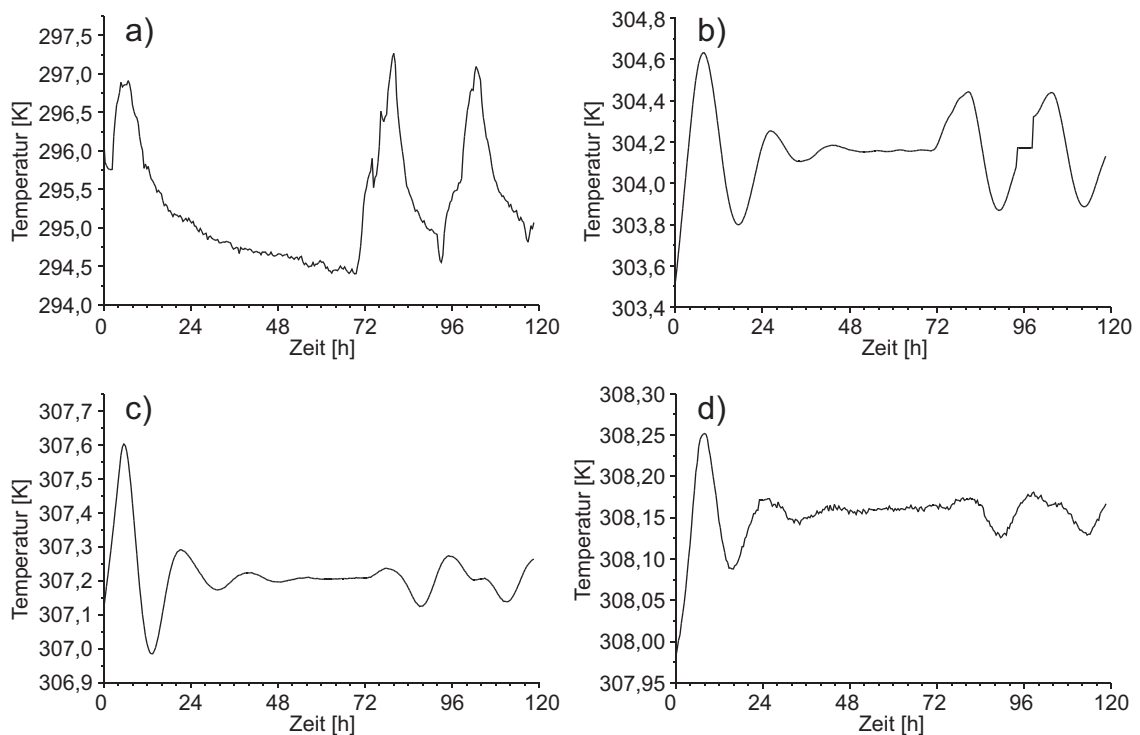


Abbildung 4.6: Temperaturen am neuen Referenzresonator bei Regelung mit 6-Kanal-Schaltregler und PID-Regler. a) Raumtemperatur mit Klimaanlage, b) Temperatur an einer Platte der äußeren Aluminiumkiste, c) Temperatur an einer Platte der inneren Aluminiumkiste.

Aufgrund dieser Beobachtung wurde die Temperaturstabilisierung der äußeren Kiste umgestellt auf einen 6-Kanal-Schaltregler, welcher ohne Einschwingvorgänge die Temperatur jeder Platte am Meßpunkt auf $\pm 0,005$ K relativ zu einer wählbaren Solltemperatur konstant hält. Insbesondere an den Kanten der Platten koppelt jedoch noch ein Teil der regelmäßigen Schwankungen der Labortemperatur in die innere Kiste ein, so daß die Temperaturschwankungen an der Kammer ohne Klimaanlage typisch 15 mK

betragen. Bei einem durch mehrere Messungen bei verschiedenen Temperaturen der inneren Kiste bestimmten optimalen Sollwert von 302 K, bei dem die Längenänderung des ULE-Körpers minimal ist, war die Drift des Resonators beziehungsweise des stabilisierten Farbstofflasers zwischen 1,5 und 2 Hz pro Sekunde bei 486 nm. Nach Einbau der Klimaanlage ergaben sich dann Temperaturschwankungen an der Vakuumkammer von ungefähr 7 mK (siehe Bild 4.6) und eine typische Drift der Laserfrequenz von 0,5 Hz/s bei 486 nm. Dies entspricht 2 Hz/s bei 121 nm, was eine Verbesserung um rund einen Faktor 50 im Vergleich zum alten Referenzresonator darstellt. Während eines Meßtages ändert sich die Drift nur langsam. Im Wasserstoff-Experiment wird sie nachträglich korrigiert (Abschnitt 7.2). Das Lasersystem mit der bisher kleinsten Linienbreite aus der Gruppe um Jim Bergquist zeigt eine etwas größere Drift von 2 Hz/s bei 563 nm [You99], die kontinuierlich durch Mischen mit einer variablen Radiofrequenzquelle korrigiert wird.

Transfer des Lichtes auf den Resonatortisch durch eine Glaserfaser

Der aktiv isolierte separate Tisch für den neuen Referenzresonator löst das Problem des Kühlwasserrauschens auf dem Lasertisch. Eine direkte Übertragung des Laserlichts zum neuen Resonator ist jedoch nicht möglich, da unvermeidliche Relativbewegungen der Tische gegeneinander eine Dopplerverschiebung des Lichtes am Resonator und damit bei geschlossenem Regelkreis eine Frequenzverschiebung des Farbstofflasers bewirken würden. Desweiteren ist die Justage eines Lichtstrahls zwischen zwei separaten Tische nicht stabil.

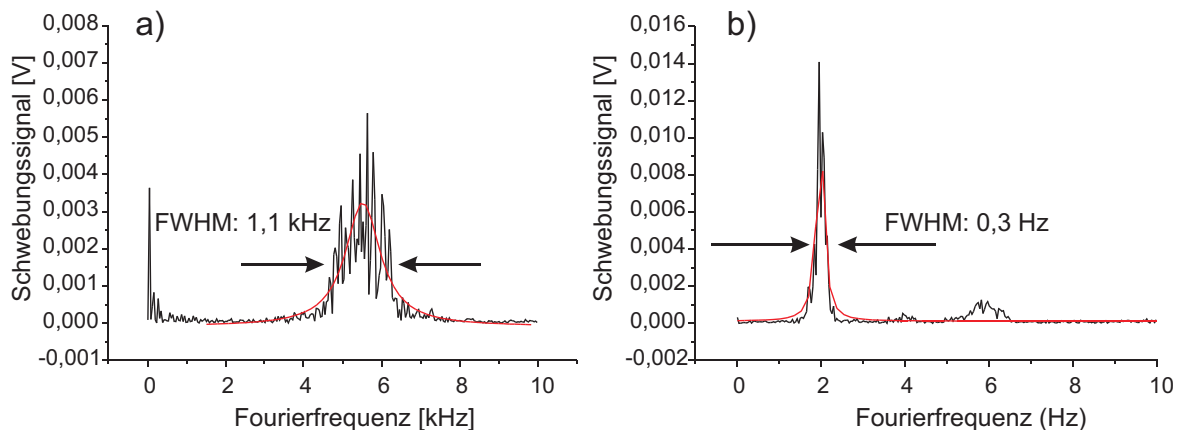


Abbildung 4.7: a) Verbreiterung des Laserlichts bei zweimaligem Durchgang durch die Glasfaser zum neuen Referenzresonator. Die Meßzeit war 80 ms. b) Bei aktiver Stabilisierung der Glasfaser ist die Verbreiterung des Laserlichtes nahezu gleich Null (Meßzeit 80 s).

Zuverlässiger gelingt der Transfer des Laserlichtes in einer Glasfaser. Hierbei ist jedoch zu beachten, daß die Glasfaser quasi als Mikrofon wirkt. Durch Schall und sonstige

Störungen ändert sie ihre optische Länge, was Phasenfluktuationen und damit Frequenzänderungen hervorruft: die spektrale Reinheit des Lichtes degradiert. Das Schwebungssignal zwischen dem Laserlicht vor der Faser und nach zweimaligem Durchgang durch die Faser hat eine Breite von typisch 1 kHz bei einer Mittelungszeit von 80 ms. Ein solches Schwebungssignal ist in Abbildung 4.7 a) dargestellt. Spaltet man das blaue Laserlicht auf, leitet es lediglich mittels Spiegeln über den optischen Tisch und mißt dann die Breite des Schwebungssignales zwischen den beiden Strahlen, so ergibt sich dagegen eine Breite von nur 2 Hz bei 486 nm und einer Mittelungszeit von 100 s [Nie01].

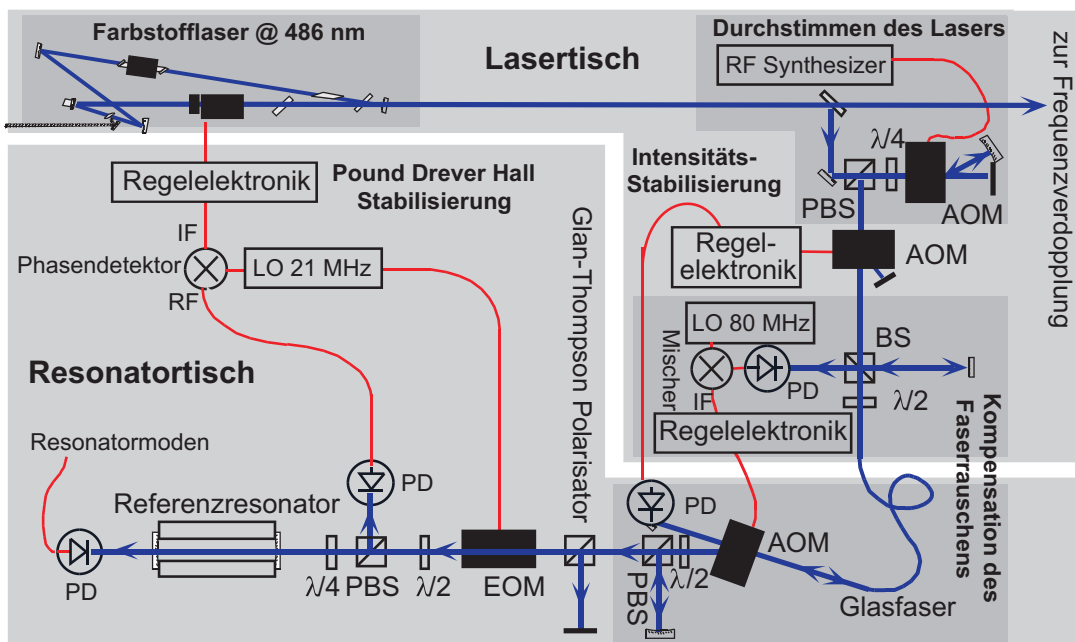


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung des gesamten Aufbaus zur Stabilisierung des Farbstofflasers auf den neuen Referenzresonator. Die beiden separaten optischen Tische sind durch hellgraue Flächen symbolisiert (PD: Photodiode, PBS: polarisierender Strahlteilerwürfel, BS: Strahlteilerwürfel, IF: gemischte Frequenz, RF: Radiofrequenz, LO: Lokaloszillator, EOM: elektro-optischer Modulator, AOM: akusto-optischer Modulator).

Damit ist eine aktive Kompensation des Faserrauschens unumgänglich. Im Wasserstoff-Experiment wurde dazu nach der Faser ein akusto-optischer Modulator eingebaut, dessen Nennfrequenz über einen Regelkreis variiert wird. Ein Teil des im AOM gebeugten Lichtes wird an einem Spiegel durch den AOM zurück in die Glasfaser reflektiert und auf dem Lasertisch mit dem „ursprünglichen“ Licht zur Schwebung gebracht. Aufgrund des doppelten Durchgangs durch den AOM liegt das Schwebungssignal bei der doppelten Frequenz des AOMs. Durch Mischen mit der doppelten Nennfrequenz erhält man den Gleichspannungsanteil des Schwebungssignals, welcher über den AOM-Regelkreis auf Null stabilisiert wird. In Abbildung 4.8 ist dieser Regelkreis und die erforderliche Optik dargestellt („Kompensation des Faserrauschens“). Bei aktiver Regelung ist

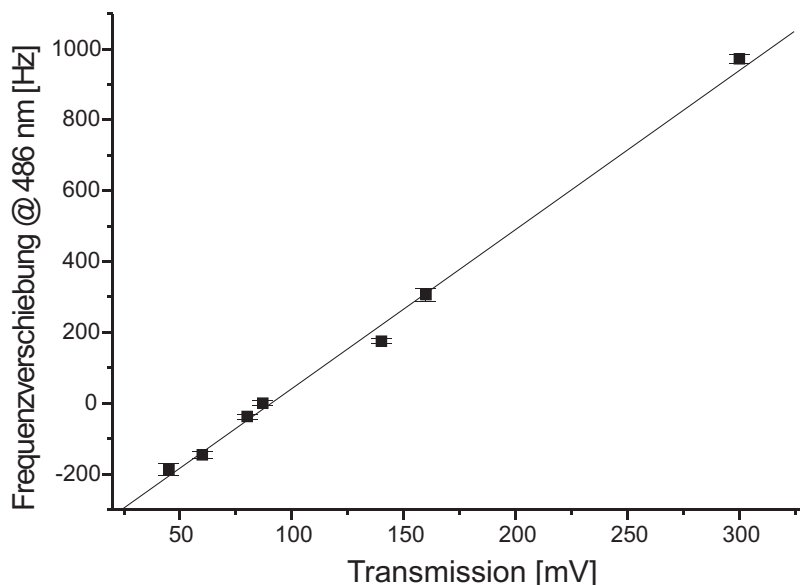


Abbildung 4.9: *Frequenzverschiebung des auf den Resonator stabilisierten Farbstofflasers bei 486 nm in Abhängigkeit von der Lichtleistung im Referenzresonator. 100 mV entsprechen $3,8 \mu\text{W}$ transmittierter Leistung.*

das Schwebungssignal nur noch 0,3 Hz breit (siehe den Graphen b) in Bild 4.7). Das Rauschen der Faser ist nahezu vollständig unterdrückt.

Nach der Glasfaser variiert auch die Intensität des Lichtes deutlich stärker. Eine Untersuchung des Zusammenhangs zwischen der in den Resonator eingekoppelten Lichtintensität und der Frequenz der Resonatormoden zeigt eine lineare Abhängigkeit aufgrund von Heizeffekten im Resonator, welche in Bild 4.9 dargestellt ist. Die gemessene Transmission des Resonators beträgt 8,3 %. Daher wurde ein weiterer AOM eingebaut, der über einen Regelkreis die Lichtintensität vor dem Referenzresonator stabilisiert. Von einer Stabilisierung der transmittierten Intensität wurde abgesehen, weil dabei die Frequenz- und Intensitätsregelkreise nicht mehr unabhängig und deshalb insgesamt instabiler sind.

4.3.5 Drift des neuen Resonators

Alterungseffekte bewirken eine gleichmäßige Längenänderung des ULE-Abstandhalters: aus der wiederholten Messung der Wasserstoff-Frequenz gegen die Resonatormode über einen Zeitraum von über 400 Tagen ergibt sich eine praktisch lineare Resonator drift von 0,06 Hz/s bei 486 nm. Wie oben bereits ausgeführt, bewirken Schwankungen der Labortemperatur eine thermische Drift in der Größenordnung von 0,5 Hz/s bei 486 nm. In Abbildung 4.10 ist diese Drift des neuen Resonators während eines Meßtages der Absolutfrequenzmessung 2004 dargestellt. Sie wurde gegen die

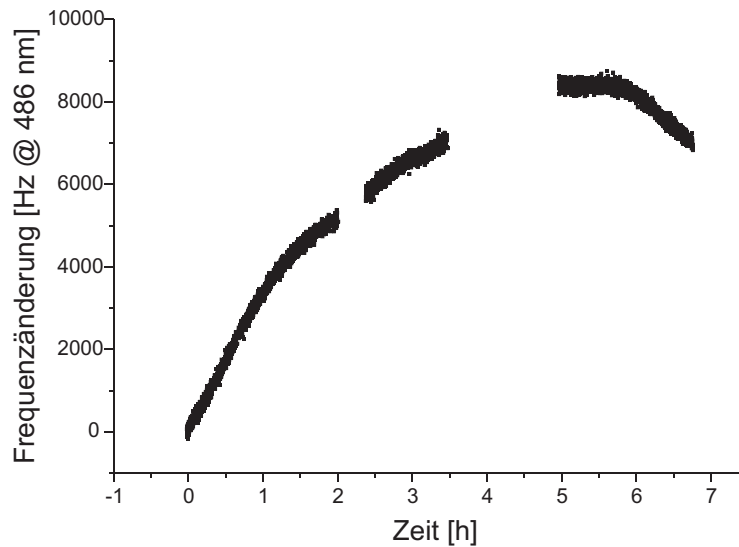


Abbildung 4.10: *Drift der Laserfrequenz während eines Meßtages (24.2.03), gemessen gegen die FOM-Cs-Fontäne. Die Streuung ist vollständig auf das Rauschen der Cs-Fontäne zurückzuführen.*

FOM-Cs-Fontäne der Gruppen um A. Clairon und C. Salomon (BNM-SYRTE und Laboratoire Kastler Brossel, Paris) als primärem Frequenzstandard gemessen, ist glatt und weist keine starken Oszillationen oder Sprünge auf. Die beiden Lücken sind auf Meßpausen zurückzuführen.

In Abbildung 4.11 sind links ein ohne größere Meßpausen aufgenommener Datensatz vom 20. Februar 2003, und rechts daraus berechnete Allan-Varianzen dargestellt. Sie wurden für Torzeiten τ größer 1 s aus entsprechend zusammengefügt Daten berechnet, wobei Totzeiten vernachlässigt wurden. Ein solches Vorgehen kann im Allgemeinen die funktionale Abhängigkeit der Allan-Varianz von der Torzeit ändern [Les83]. Aufgrund des von der Cs-Fontäne erzeugten weißen Rauschens ist hier betrachtete Allan-Varianz davon jedoch nicht betroffen¹. Ohne lineare Driftkorrektur (volle Punkte) begrenzt der Referenzresonator bereits nach 20 s die erreichbare Genauigkeit. Werden die Daten um die lineare Drift des Resonators bereinigt, so folgt die Allan-Varianz bis zu Torzeiten τ von 100 Sekunden der theoretischen $1/\sqrt{\tau}$ -Abhängigkeit. Damit ist der linear driftkorrigierte Referenzresonator für Mittelungszeiten bis zu 100 Sekunden stabiler als die FOM-Cs-Fontäne. Er stellt ein extrem stabiles Schwungrad zur Kurzzeitstabilisierung des Farbstofflasers dar. Zur Auswertung der Absolutfrequenzmessung 2003 wurde die Drift des Resonators mit einem Polynom zweiter Ordnung sogar noch besser korrigiert.

Restamplitudenmodulationen aufgrund des elektro-optischen Modulators und nachfolgender polarisierender Elemente können den Arbeitspunkt des Frequenzregelkreises

¹die Allan-Varianzen wurden von Marcus Zimmermann berechnet. Details finden sich in [Zim04]

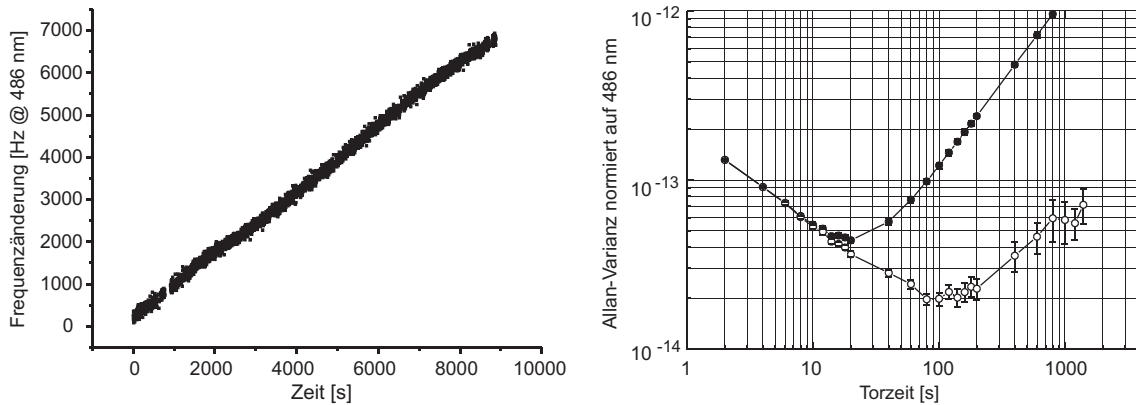


Abbildung 4.11: *Drift der Laserfrequenz und daraus berechnete Allan-Varianz, gemessen gegen die FOM-Cs-Fontäne. Im rechten Graphen stellen die vollen Punkte die Allan-Varianz ohne, und die Kreise die Allan-Varianz mit einer linearen Korrektur der Resonatordrift dar.*

verschoben, was schließlich zu einer meist langsamen Variation oder Drift der Laserfrequenz führt [NPL99]. Temperaturänderungen am EOM selbst, beispielsweise durch die eingekoppelte Radiofrequenzleistung im Watt-Bereich, verstärken diesen Effekt. Dies konnte durch zusätzliches Heizen des EOMs experimentell bestätigt werden. Im Rahmen der Optimierung des neuen Resonataraufbaus konnten die bereits beim alten Resonator beobachteten Verschiebungen des Arbeitspunktes teilweise auf die unzureichende Polarisierung des Lasers vor dem EOM zurückgeführt werden. Übliche Polarisatoren weisen Lösungsverhältnisse von nur 1:1000 auf. Der Einbau eines Glan-Thompson-Polarisators mit einem etwa zwei Größenordnungen besseren Lösungsverhältnis vor dem EOM garantiert jetzt eine sehr reine Polarisation und damit eine kleinere Restamplitudenmodulation im EOM. Eine zusätzliche aktive Temperaturstabilisierung des EOMs reduziert die Drift des Arbeitspunktes des Frequenzregelkreises so weit, daß während eines Meßtages keine manuellen Korrekturen mehr nötig sind. Zu beachten ist, daß für Absolutfrequenzmessungen gegen einen primären Frequenzstandard eine langsame Drift keine Rolle spielt, da sie im Rahmen der Driftkorrektur berücksichtigt wird.

Die Auswertung von Wasserstoff-Messungen mit dem alten Referenzresonator, der eine viel größere Drift aufweist, war durch Schwankungen der Laserfrequenz aufgrund der nicht ausreichenden Temperaturstabilisierung trotz der durchgeführten Driftkorrektur [Hub97] problematisch. Die geringe Drift des neuen Referenzresonators erlaubt nun erstmals auch ohne eine aufwendige Absolutfrequenzmessung präzise Untersuchungen von Effekten, welche die $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz verschieben: aus in regelmäßigen Abständen weniger Minuten wiederholten Messungen bei einer Konfiguration läßt sich die Drift des Resonators bestimmen. Zwischen diesen Messungen zur Driftkalibrierung kann dann bei anderen Parametern gemessen werden. Aus dem Unterschied dieser beiden Meßreihen kann die Verschiebung der Frequenz aufgrund der Änderung der

experimentellen Parameter bestimmt werden. Diese differentielle Methode wurde unter anderem erfolgreich zur Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung angewendet, welche in Kapitel 6 ausführlich beschrieben wird.

4.3.6 Finesse des neuen Resonators

Die Finesse des neuen Resonators wurde über eine Messung der Zerfallszeit des im Resonator umlaufenden Lichtes bestimmt. Mit einer schnellen Photodiode wird dazu die Intensität des aus dem Resonator ausgekoppelten Lichtes gemessen. Der auf den Resonator stabilisierte Laser wird mit Hilfe eines AOMs und eines schnellen RF-Schalters abgeschaltet. Aufgrund der hohen Finesse der Resonatorspiegel dauert es einige Zeit, bis die im Resonator umlaufende Intensität auf Null zurückgegangen ist. Zur Berechnung der Finesse wird die Zerfallszeit bestimmt, zu der nur noch $1/e$ der ursprünglichen Intensität umläuft. Es ergibt sich eine Zerfallszeit von $14,58(0,37) \mu\text{s}$. Zur Kontrolle wurde die Abklingzeit der Photodiode bei direkter Beleuchtung mit dem Laser und anschließendem Abschalten mit demselben AOM und RF-Schalter zu $0,31 \mu\text{s}$ bestimmt. Dieser Wert ist viel kleiner und beeinflusst damit nicht die Charakterisierung der Resonatorfinesse.

Aus der in $14,58 \mu\text{s}$ zurückgelegten Strecke von $4,37 \text{ km}$ und der Länge des Resonators von $0,15 \text{ m}$ läßt sich dann die Anzahl der Reflexionen an den Resonatorspiegeln zu etwa $29\,100(700)$ bestimmen. Daraus folgt für die Finesse des neuen Resonators

$$\mathcal{F}_{\text{neu}} = 29\,100(700) \times \pi \approx 91\,000(2\,000). \quad (4.7)$$

Der alte Resonator hat eine Finesse von etwa $57\,000$, während der transportable Resonator eine Finesse von $69\,000(3\,000)$ aufweist.

4.3.7 Linienbreite des neuen Resonators

Da die Linienbreite des Farbstofflasers beziehungsweise des den Übergang anregenden UV-Laserlichtes direkt in die gemessene Breite des $1S$ - $2S$ -Übergangs eingeht, ist sie ein zentraler Parameter für die Beurteilung der Qualität des Lasersystems. Wie weiter oben diskutiert, läßt sich aus der Messung des Schwebungssignals zweier unabhängig auf unabhängige Referenzresonatoren stabilisierter Laser auf ihre gemeinsame Linienbreite τ_{12} schließen.

Zur Charakterisierung der Referenzresonatoren wurde jeweils vor den Resonatoren ein Teil des stabilisierten Lichtes abgezweigt und auf einer Photodiode überlagert. So konnten drei Schwebungssignale gemessen werden, die eine Beurteilung der Stabilität aller drei Resonatoren erlauben. In Abbildung 4.12 ist der experimentelle Aufbau skizziert. Die Auswertung erster Schwebungssignale ergab für die Resonatoren Linienbreiten von $200 \pm 100 \text{ Hz}$ für den alten und neuen Referenzresonator, und $600 \pm 100 \text{ Hz}$ für den

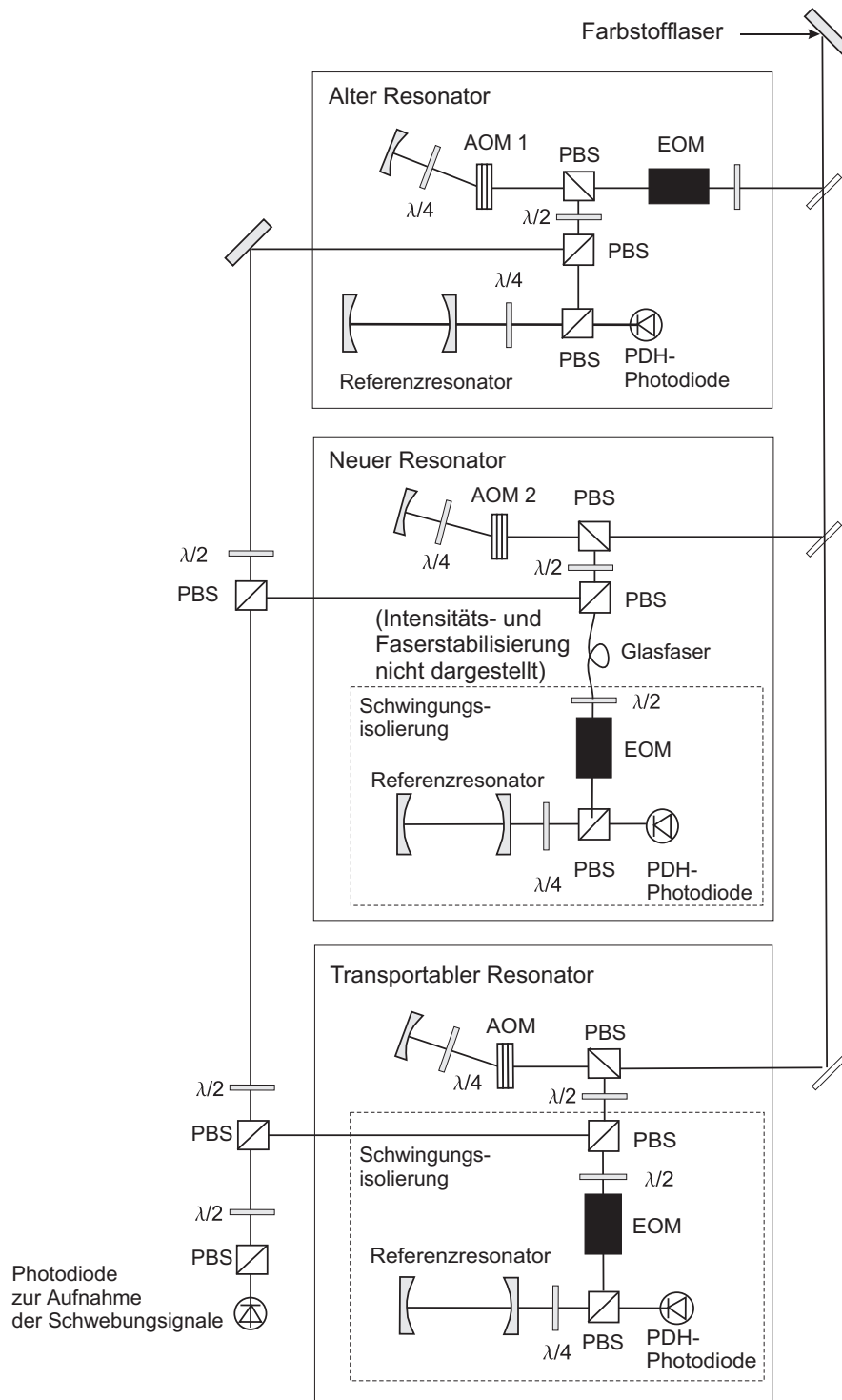


Abbildung 4.12: Experimenteller Aufbau zur Messung der Schwebungssignale zwischen Lasern, welche auf unabhängige Referenzresonatoren stabilisiert sind. Zur Erklärung der Abkürzungen siehe Abbildung 4.8.

transportablen Resonator. Im Laufe der weiteren Untersuchungen wurden dann Fehlersignalspektren aufgenommen, welche näheren Aufschluß über die Ursache der beobachteten Linienbreite geben und in Abbildung 4.13 dargestellt sind.

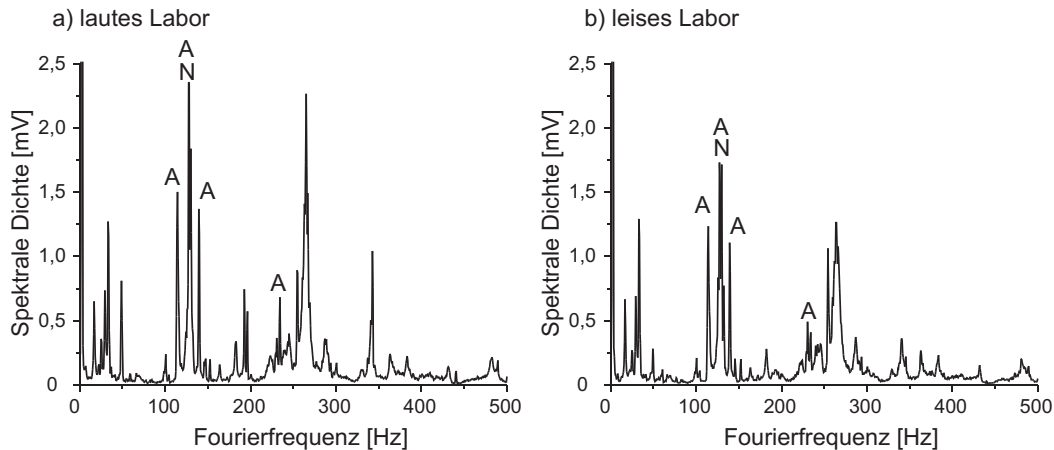


Abbildung 4.13: (a) Spektrum des Pound-Drever-Hall Fehlersignals mit Identifizierung der Beiträge vom alten (A) und neuen Resonator (N) für eine laute und b) eine leise Laborumgebung.

Durch lokale Anregung mit einem Lautsprecher lassen sich einige starke Resonanzen im Fehlersignalspektrum eindeutig einem Resonator zuordnen. Insgesamt erweist sich der alte Resonator als sehr geräuschempfindlich. Desweiteren regen Bodenvibrationen, ausgelöst beispielsweise durch normales Gehen im Labor, eine starke Resonanz der Feder-aufhängung bei 1,5 Hz derart an, daß die Einkopplung in den Resonator in den Minima fast bis auf Null zurückgeht und das Schwebungssignal im kHz-Bereich schwankt. Der neue Resonator weist im wesentlichen nur bei etwa 130 Hz eine dafür breite Resonanz auf. Andere Resonanzen sind schwach, und einige lassen sich akustisch nicht anregen.

Die Schallschutzkiste des transportablen Resonators ist im Bereich der Zuleitungen zu den Heizfolien noch nicht vollständig geschlossen. Der Resonator läßt sich daher leicht akustisch anregen und weist einige mechanische Resonanzen mit Frequenzen unter 100 Hz auf.

Aufgrund dieser Messungen wurden alle Lärmquellen im Labor soweit als möglich beseitigt. Die Transistorbox des Pumplasers sowie der Farbstoffkühler wurden in die benachbarte Werkstatt, die Vorpumpen des Vakuumsystems der Spektroskopiekammer wurden in den Nebenraum verlagert. Eine Schallschutzkiste um die Farbstoffpumpe reduziert den verbleibenden Lärmpegel erheblich. Nach diesen Maßnahmen konnte ein Schwebungssignal zwischen dem alten und neuen Resonator gemessen werden, welches konservativ gefittet eine Breite von 123 Hz bei 486 nm und einer Mittelungszeit von zwei Sekunden hat und in Abbildung 4.14 dargestellt ist. Dies entspricht gemäß Gleichung (4.6) einer Linienbreite des Lasers von 90 Hz. Die scharfe Nadel über einem breiten Untergrund läßt vermuten, daß ein auf den wesentlich besser gedämmten neuen

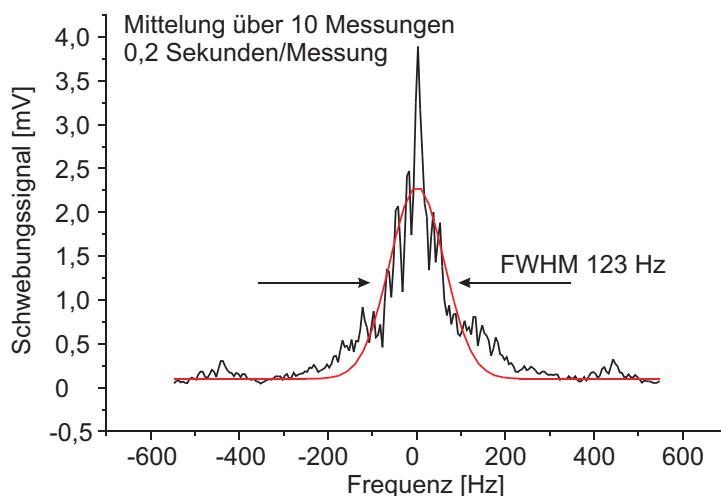


Abbildung 4.14: Schwebungssignal zwischen dem alten und dem neuen Referenzresonator. Es wurde über zehn driftkorrigierte Messungen von je 0,2 s gemittelt. Die Halbwertsbreite des gefitteten Gauß-Profiles beträgt 123 Hz bei 486 nm.

Resonator stabilisierte Laser noch schmäler ist.

Bisher war also nicht das Signal-zu Rausch-Verhältnis des Fehlersignals limitierend für die Linienbreite des Spektroskopielasers, sondern Störungen der Referenzresonatoren aufgrund von Vibrationen und Lärm. Für Linienbreiten im Hertz-Bereich muß jedoch beachtet werden, daß bei verrauschtem Fehlersignal die Frequenzstellelemente bei entsprechendem Hub den Laser verbreitern werden. Dann wird eine zweistufige Stabilisierung des Lasers erforderlich werden, deren Frequenzstellelement der zweiten Stufe durch einen geringeren Hub pro Fehlersignaleinheit diesen Effekt verringert.

4.4 Vakuumapparatur

4.4.1 Präparation und Anregung des kalten Atomstrahls

Molekularer Wasserstoff aus einer Gasflasche wird in einem geheizten Palladium-Filter gereinigt und anschließend in einer Mikrowellen-Gasentladung mit einer mittels eines Massenspektrometers gemessenen Effizienz von maximal 80 % dissoziiert. An Teflonoberflächen rekombiniert atomarer Wasserstoff nur schwach. Daher ist die Gasentladungsröhre durch Teflonschläuche mit der von einem Helium-Durchflußkryostat gekühlten Kupferdüse verbunden (siehe Abbildung 4.15). Typische Durchmesser der Düse sind 1 bis 1,5 mm bei einer effektiven Düsenlänge von 4 mm. Die Düsentemperatur läßt sich bis hinab zu 5 Kelvin reduzieren, sie wird mit Hilfe eines Temperatursensors gemessen. Die wenigen Stöße der Atome mit den kalten Kupferwänden vor Austritt aus der Düse

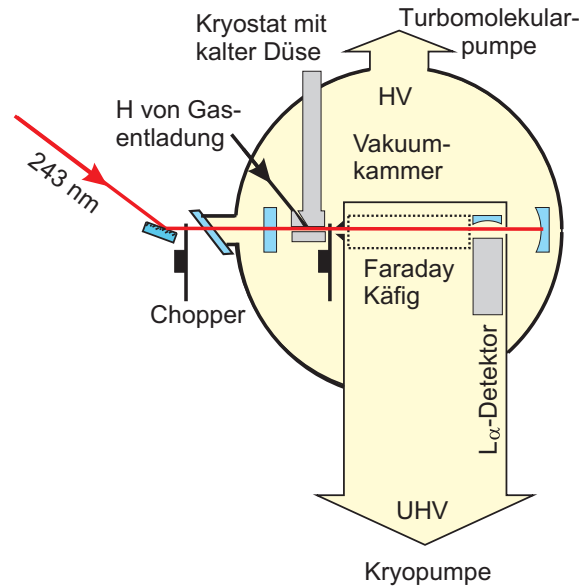


Abbildung 4.15: Skizze der Vakuumapparatur zur Anregung des $1S$ - $2S$ -Übergangs in atomarem Wasserstoff (HV: Hochvakuum, UHV: Ultrahochvakuum)

sind ausreichend für eine Thermalisation. An den Oberflächen tritt trotzdem erhebliche Rekombination auf, so daß der Anteil an atomarem Wasserstoff im Strahl nach der Düse nur noch weniger als 20 % beträgt. Aus einer zeitaufgelösten Messung der Druckänderung in einem Probevolumen nach dem Palladiumfilter ergibt sich bei den üblichen experimentellen Parametern ein aus der Düse austretender Teilchenfluß von etwa 5×10^{17} Teilchen pro Sekunde [Kol03].

Im Bereich zwischen Düse und Detektor können die Atome dann mit dem Stehwellenfeld des anregenden Lichts im longitudinalen Überhöhungsresonator wechselwirken. Dieser Bereich ist von einem Faraday-Käfig zur Abschirmung elektrischer Felder umgeben. Anschließend treten die Atome durch eine Apertur mit 1,5 mm Durchmesser in die Detektionszone ein. In einem kleinen elektrischen Feld mischt das $2S$ - mit dem $2P$ -Niveau, so daß die angeregten Atome unter Aussendung eines L_α -Photons zerfallen (das Feld wird daher als Quenchfeld bezeichnet), welches mit einem Photomultiplier detektiert wird. Zur Reduzierung der Untergrundzählrate aufgrund des anregenden Lichtes wird es mit einem Chopper periodisch blockiert, und der Photomultiplier wird nur bei blockiertem Licht ausgelesen. Je höher die Verzögerung zwischen Blockierung des Lichtes und Beginn der Messung am Photomultiplier ist, desto später am Detektor ankommende, das heißt langsamere Atome tragen zum Signal bei. Das Verfahren wird weiter unten in Abschnitt 5.2.1 detailliert erläutert.

In Abschnitt 2.3.7 wurde begründet, daß der Schwerpunkt der Frequenz der Übergänge $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = 1, m'_F = \pm 1)$ magnetfeldunabhängig ist. Um diese vom magnetfeldabhängigen Übergang $(1S, F = 0, 1, m_F = 0) \rightarrow (2S, F' = F, m'_F = 0)$

zu trennen, wird bei Absolutfrequenzmessungen in der Wechselwirkungszone ein kleines Magnetfeld von etwa 5 G parallel zur Polarisation des anregenden Lichtes angelegt, und es werden nur die magnetfeldunabhängigen Übergänge vermessen (siehe Abbildung 2.2). Zur Bestimmung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung wird das Magnetfeld in der Wechselwirkungszone dagegen möglichst gut abgeschirmt. Aus den Übergangsfrequenzen aller vier Übergänge läßt sich die gesuchte Größe unter Berücksichtigung der bekannten Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes berechnen.

Im Experiment friert molekularer Wasserstoff bei unter 10 K an den kalten Wänden der Düse an. Diese Schicht reduziert die Rekombination an den Kupferwänden, so daß die Zählrate direkt nach Abkühlen der Düse auf fünf bis sieben Kelvin am geringsten ist und dann zunimmt, um schließlich beim Doppelten bis Dreifachen der anfänglichen Zählrate zu sättigen. Schließlich friert die Düse irgendwann soweit zu, daß die Mode des anregenden Lichtes abgeschnitten wird. Dann muß die Düse für wenige Sekunden auf über 10 K erwärmt werden, und ein neuer Meßzyklus kann beginnen.

Zur Analyse der im Wasserstoff-Experiment aufgenommenen Spektren, welche eine Anzahl systematischer Effekte aufweisen, wurde von Wolfgang Andreas Huber im Rahmen seiner Dissertation ein detailliertes Linienform-Modell entwickelt, welches die Zählrate angeregter Atome in Abhängigkeit von der Verstimmung des Lasers, der Anregungsgeometrie und der gewählten Geschwindigkeitsklasse der Atome beschreibt [Hub97, Hub99]. Es zeigt sich, daß die experimentellen Spektren aus einer Geschwindigkeitsverteilung der Wasserstoffatome folgen, in der langsame Atome unterdrückt sind. Im Linienform-Modell wird dies durch eine typische Geschwindigkeit, ab der der funktionale Zusammenhang der Geschwindigkeitsverteilung von einer modifizierten Maxwell-Verteilung abweicht, berücksichtigt (siehe dazu auch Abschnitt 7.2.2). In Kapitel 7.6 wird die Vermutung, daß für diesen Effekt warme Teilchen aus dem Hintergrundgas verantwortlich sind, welche bevorzugt langsame Atome — die lange für die Strecke von der Düse zum Detektor benötigen — durch Stöße aus dem Strahl entfernen, durch experimentellen Daten untermauert.

Die langsamsten Atome unterliegen jedoch auch den geringsten systematischen Effekten und sind daher von großer Bedeutung für präzise Messungen. Aus diesem Grunde wurde die Vakuumkammer im Rahmen dieser Arbeit so modifiziert, daß der Wechselwirkungsbereich differentiell auf einen geringeren Druck abgepumpt werden kann.

4.4.2 Neuer Aufbau mit differentieller Pumpstufe

Bisher wurde die Spektroskopiekammer durch eine leistungsfähige Kryopumpe (nominelles Saugvermögen 10 000 l/s, Leybold) evakuiert. Im Meßbetrieb, das heißt mit Atomstrahl und kalter Düse, welche als zusätzliche Kryopumpe insbesondere molekularen Wasserstoff durch Anfrieren bindet, wurden Drücke um 10^{-6} mbar erreicht. Dies ist auf die Gaslast durch die Elastomerdichtungen sowie auf Oberflächen- und Volumenentgasung der Kammerwände und der Einbauten, beispielsweise der Kabel, zurück-

zuführen, welche sich aus dem erreichbaren minimalen Druck zu etwa 3×10^{-3} mbar·l/s abschätzen lassen. Der Wasserstoff-Strahl trägt weitere 3×10^{-3} mbar·l/s bei.

Zur Verringerung der Stöße zwischen langsamen Atomen und Teilchen aus dem Restgas ist ein möglichst geringer Druck im Bereich der Wechselwirkungs- und Detektionszone notwendig, während der Druck im restlichen Volumen unbedeutend ist. Daher wurde eine Metallkonstruktion entworfen, welche an einem zusätzlichen Zwischenflansch zwischen Kryopumpe und Spektroskopieapparatur befestigt ist und nur die Wechselwirkungszone umschließt. Durch einen Skimmer (Durchmesser 2 mm) treten das Laserlicht und etwa 10 % der Atome im Strahl in diesen Bereich ein und durch eine kleine Apertur (Durchmesser 1,5 mm) nach dem Detektor wieder aus. Die restlichen 90 % der Atome werden aufgrund der geringen Richtwirkung der Düse am Skimmer reflektiert. Die Leitwerte beider Öffnungen sind klein und liegen in der Größenordnung von 1 l/s, was eine Voraussetzung für ein effektives differentielles Vakuumsystem darstellt.

Im Meßbetrieb stellt sich im inneren Bereich, der nun ausschließlich von der Kryopumpe evakuiert wird, ein Druck von etwa 2 bis 3×10^{-8} mbar (gemessen über der Kryopumpe, das heißt nicht direkt im Bereich des Strahls) ein. Das restliche Kammer Volumen wird hingegen durch eine Turbomolekularpumpe (Saugvermögen 360 l/s), welche schwingungsgedämpft angeflanscht wurde, auf 10^{-5} mbar evakuiert.

Im Rahmen der Entwicklung des neuen Vakuumsystems durchgeführte Experimente haben gezeigt, daß die Zählrate eines außerhalb der differentiell gepumpten Zone angebrachten Detektors gering ist. Ein Großteil der $2S$ -Atome wird auch ohne elektrisches Quenfeld durch Stöße mit dem Hintergrundgas beim Eintritt in den Detektor gequencht. Deshalb wurde der Detektionsbereich als Teil des differentiell gepumpten Volumens konzipiert und dazu ein spezieller gedichteter Halter für den Photomultiplier entworfen, welcher außerdem durch einen zusätzlichen L_{α} -Spiegel gegenüber der Kathode des Photomultipliers den effektiven Raumwinkel des Detektors erhöht und so das Signal-zu Rausch-Verhältnis weiter verbessert. Der Anteil von $2S$ -Atomen, welcher durch Stöße im Übergangsbereich zum Detektor verloren geht, ist nun viel kleiner. Mit dieser Konfiguration konnten erstmals Spektren mit gutem Signal-zu Rausch-Verhältnis bei 2,2 ms Verzögerungszeit aufgenommen werden, was bei der Wechselwirkungslänge von 112 mm einer maximalen Geschwindigkeit von nur 51 m/s entspricht. Dabei ist zu beachten, daß im Vergleich zu früheren Experimenten die Länge der Wechselwirkungszone kleiner ist, so daß gleiche Verzögerungszeiten kleineren Geschwindigkeiten entsprechen. Im Abschnitt 7.6 wird näher auf die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl bei differentiell gepumptem Aufbau eingegangen. Es zeigt sich, daß nur noch der Anteil an extrem langsamen Atomen mit Geschwindigkeiten unter 40 m/s kleiner als erwartet ist.

Der Signalnachweis bei blockiertem Anregungslicht gewährleistete schon beim ursprünglichen Aufbau ein nahezu untergrundfreies Signal. Stets wurde jedoch auch bei den höchsten Verzögerten ein Untergrund von fünf bis zehn Photonen pro Sekunde beobachtet, dessen Ursache nicht abschließend geklärt ist. Er trat nur bei laufendem Atomstrahl auf und kann somit nicht auf einen phosphoreszenzartigen Prozeß durch

gestreutes Anregungslicht zurückgeführt werden. Im neuen differentiell gepumpten Aufbau ist der Detektor praktisch vollständig gegen die Umgebung abgeschirmt. Der Untergrund variiert nun für höhere Verzögerte zwischen Null und Eins, was einer Reduktion um mindestens einen Faktor fünf entspricht.

In Abschnitt 5.3 sind schmale Spektren mit nahezu verschwindendem Untergrund abgebildet.

4.4.3 Abschirmung äußerer Magnetfelder

Maßnahmen, welche zur Abschirmung gegen Magnetfelder für Messungen der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff ergriffen wurden, werden in Kapitel 6 diskutiert.

4.5 Frequenzmessungen mit einem Frequenzkamm

Seit einigen Jahren können optische Frequenzen phasenkohärent mit der Übergangsfrequenz der Grundzustandshyperfeinaufspaltung in Cäsium-133 verglichen und damit absolut gemessen werden. Anfänglich waren für einen solchen Vergleich komplexe harmonische Frequenzketten zur Überbrückung der rund sechs Größenordnungen zwischen Radio- und optischen Frequenzen erforderlich, welche viele nichtlineare Prozesse umfassten und jeweils nur eine optische Frequenz vermessen konnten. Die Einführung von Frequenzintervall-Teilern war ein erster großer Fortschritt hin zu einem kompakten, vereinfachten und universellen Aufbau. Basierend auf dem von einem Femtosekundenlaser (fs-Laser) emittierten Frequenzkamm konnte der Vergleich dann zwar weiter drastisch vereinfacht werden, erforderte aber für die Absolutfrequenzmessung des $1S$ - $2S$ -Übergangs in atomarem Wasserstoff 1999 trotzdem noch einige Kunstgriffe und einen Frequenzintervall-Teiler [Nie00, Rei00, Hol01]. Der seitdem in Garching und Boulder fortentwickelte, auf einem oktavenbreiten Frequenzkamm beruhende Frequenzkamm-Generator verbindet Radio- und optische Frequenzen nun in nur einem Schritt. Der gesamte Aufbau findet auf einer Fläche von $0,5 \text{ m}^2$ Platz, erfordert lediglich einen fs-Laser samt Pumplaser und ist inzwischen auch kommerziell verfügbar. Eine vertiefte Diskussion der Messung optischer Frequenzen mit Frequenzkamm-Generatoren findet sich in [Rei00, Hol01].

4.5.1 Frequenzkamm-Generator

Ein modengelockter fs-Laser emittiert periodisch kurze Pulse bei einer Repetitionsrate f_{rep} , welche sich aus der Länge des Laserresonators ergibt und gerade die Inverse der Zeit zwischen aufeinanderfolgenden Pulsen ist. Die Pulse stehen dabei in einer festen Phasenbeziehung zueinander. Praktikable Repetitionsraten für Frequenzkamm-Generatoren in der Metrologie liegen im Bereich von einigen 10 bis 1000 MHz. Aufgrund

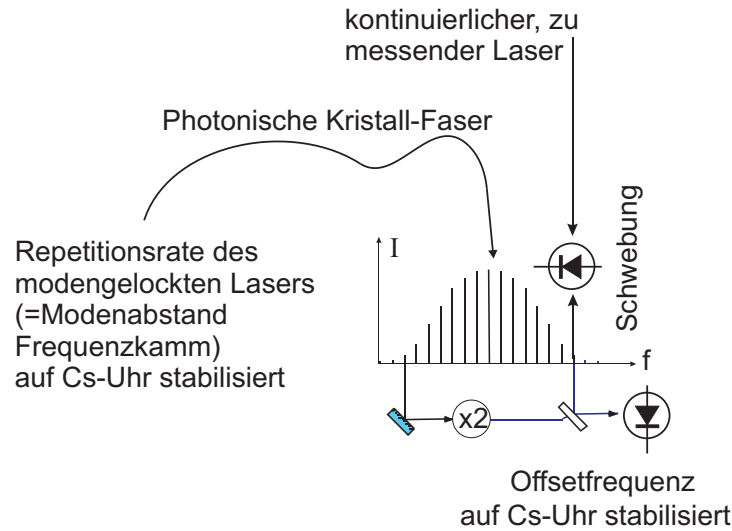


Abbildung 4.16: Schema der Stabilisierung eines optischen Frequenzkamm-Generators.

seiner Periodizität läßt sich der Pulszug im Frequenzraum durch einen Kamm von Dauerstrich-Laser-Moden (cw-Laser-Moden) beschreiben. Je kürzer die Pulse im Zeitraum sind, desto breiter ist der Kamm im Frequenzraum. Aus weiter unten diskutierten Gründen strebt man breite Spektren an und verwendet deshalb Femtosekundenlaser.

Es kann gezeigt werden, daß die Frequenz f_n einer Mode n der Beziehung

$$f_n = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} \quad (4.8)$$

gehört, wobei n eine große ganze Zahl und $f_{\text{ceo}} < f_{\text{rep}}$ die sogenannte Träger-Einhüllenden-Offsetfrequenz (engl. carrier-envelope offset frequency) ist [Rei99]. Im Folgenden wird für f_{ceo} abkürzend die Bezeichnung Offsetfrequenz verwendet. Sie hängt vom Unterschied zwischen der Phasengeschwindigkeit (Geschwindigkeit des elektrischen Feldes des Pulses) und der Gruppengeschwindigkeit (Geschwindigkeit der Puls-Einhüllenden) im Laserresonator ab, welche im Allgemeinen nicht gleich sind. Dann ist f_{ceo} ungleich Null und verschiebt die Moden des Frequenzkammes als Ganzes.

Die Repetitionsfrequenz f_{rep} kann einfach mit einer schnellen Photodiode gemessen werden. Ist der Frequenzkamm mindestens eine Oktave breit, so kann die Offsetfrequenz durch eine Schwebungsmessung bestimmt werden [Hol00, Did00]. Zur Veranschaulichung soll dies an der Schwebung nur zweier Moden in Bild 4.16 gezeigt werden: in einem nichtlinearen Kristall wird die Frequenz einer Mode $f_n = n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}$ aus dem niederfrequenten Ende des Kamms verdoppelt. Es resultiert $2f_n = 2(n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}})$. Bei einem okavenbreiten Kamm existiert eine Mode in seinem hochfrequenten Teil mit $f_{2n} = 2n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}$. In einer Schwebungsmessung dieser beiden Frequenzen ergibt sich die gesuchte Offsetfrequenz gemäß

$$2f_n - f_{2n} = 2(n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) - (2n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}}) = f_{\text{ceo}} \quad (4.9)$$

Dies gilt für alle Moden des niederfrequenten Kammteiles, welche im Kristall der Frequenzverdopplung hinreichend effizient verdoppelt werden und einen entsprechenden Gegenpart im hochfrequenten Teil des Kammes haben, so daß sich experimentell ein ausreichendes Signal-zu Rausch-Verhältnis realisieren läßt. Alle anderen möglichen Schwebungsfrequenzen sind mindestens eine Repetitionsrate höher und können somit leicht von f_{ceo} unterschieden werden.

Für dieses Meßprinzip muß der Frequenzkamm mindestens eine Oktave umfassen. Das ursprünglich nur einige 10 nm breite Licht des fs-Lasers wird zur spektralen Verbreiterung in eine photonische Faser eingekoppelt, welche im Bereich der zentralen Wellenlänge des Lasers eine verschwindende Gruppengeschwindigkeitsdispersion aufweist. Dies wird erreicht durch eine spezielle Strukturierung der Glasfaser mit Luftkanälen um den Kern, welcher einen winzigen Durchmesser von nur etwa 2 Mikrometern hat. Die eingekoppelten Pulse zerfließen aufgrund der kleinen Gruppengeschwindigkeitsdispersion nur langsam, so daß die Lichtintensität im Kern entlang der Faser hoch bleibt. Durch nichtlineare Effekte wie Selbstphasenmodulation und Vier-Wellen-Mischung wird der Puls aufgrund der hohen Intensität effizient spektral verbreitert.

Bei hinreichend kurzen Pulsen ist der vom fs-Laser emittierte Kamm ohne weitere Maßnahmen bereits breiter als eine Oktave. Bisher ist es jedoch erst einer Gruppe gelungen, die Offsetfrequenz eines solchen Frequenzkammes zu stabilisieren [For03].

Wie erwähnt hängt die Repetitionsrate von der Länge des Laserresonators ab, welche über eine Piezokeramik, auf der ein Resonatorspiegel befestigt ist, geändert werden kann. Die Offsetfrequenz hingegen kann durch Veränderung dispersiver Elemente im Resonator beeinflusst werden, namentlich durch Variation der Pumpleistung [Hau01, Hol00], welche die dispersiven Eigenschaften des aktiven Mediums beeinflusst, und durch Verschieben eines Glaskeils zur Änderung der Dicke des dispersiven Glases im Strahlengang.

Die beiden für eine Frequenzmessung relevanten Freiheitsgrade des Kammes f_{rep} und f_{ceo} sind also meßbar und kontrollierbar. Sie können auf einen primären Frequenzstandard phasengelockt werden. Damit sind die Frequenzen aller Moden des Kammes mit der Genauigkeit des Frequenzstandards bekannt und können zur Bestimmung der Frequenz f_{cw} eines kontinuierlichen Lasers über die Messung der Schwebungsfrequenz f_{beat} gemäß

$$f_{cw} = n f_{rep} \pm f_{ceo} \pm f_{beat} \quad (4.10)$$

genutzt werden. Lediglich die Zahl n der Kamm-Mode, welche der Frequenz des zu messenden Lasers benachbart ist, muß beispielsweise mit Hilfe eines Wavemeters bestimmt werden. Außerdem sind die Vorzeichen durch geringe Variation von f_{rep} beziehungsweise f_{ceo} und Beobachtung der Veränderung von f_{beat} zu bestimmen.

Die Genauigkeit dieser Methode zur Messung optischer Frequenzen konnte durch einen Vergleich unabhängiger Systeme auf einem Niveau kleiner als 10^{-16} bestätigt werden [Hol00, Did02].

4.5.2 Aufbau zur Messung der 1S-2S-Übergangsfrequenz

Der Aufbau zur Messung der beiden den Kamm charakterisierenden Frequenzen f_{rep} und f_{ceo} sowie der Schwebungsfrequenz f_{beat} einer Kamm-Mode mit dem blauen Licht des cw-Farbstofflasers der 1S-2S-Spektroskopie ist in Abbildung 4.17 skizziert.

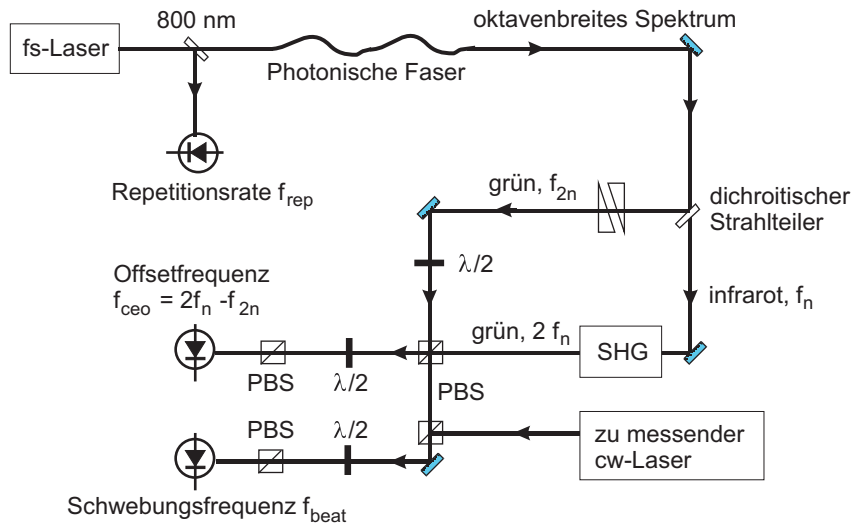


Abbildung 4.17: Aufbau zur Messung einer optischen Frequenz mit einem Frequenzkamm-Generator. Die beiden Prismen im grünen Arm des Interferometers dienen zur Anpassung der optischen Weglänge (PBS: polarisierender Strahlteiler, SHG: Frequenzverdoppelung).

Alle Radiofrequenz-Zähler zur Messung der Frequenzen und alle Synthesizer wurden auf den hauseigenen primären Frequenzstandard (5071A, Hewlett-Packard) referenziert. Die spezifizierte Genauigkeit dieses Standards beträgt 2×10^{-12} . Die im Millihertz-Bereich liegenden Fehler der so referenzierten Zähler und Synthesizer sind im Vergleich zu den systematischen Fehlern der Wasserstoff-Spektroskopie im Bereich von 10 Hz vollständig vernachlässigbar. Daher wurde auch die Offsetfrequenz auf 40 MHz aus einem referenzierten Synthesizer phasenstabilisiert.

Im Gegensatz dazu wird ein Fehler der Repetitionsrate in der Messung mit dem Frequenzkamm mit einem Faktor von rund 10^6 multipliziert. Die in Abschnitt 4.5.5 näher beschriebene Cäsium-Fontäne FOM stellt deshalb als Ausgangssignal eine Radiofrequenz von 800 MHz mit einer Allan-Varianz von $1,8 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$ und einer Genauigkeit von mindestens 10^{-15} bereit. Die Repetitionsrate des Ti:Saphir fs-Lasers (Gigajet, Fa. Gigaoptics) wurde direkt auf diese Radiofrequenz phasenstabilisiert.

Damit war der Frequenzkamm im Frequenzraum wohldefiniert. Das blaue Licht des Farbstofflasers wurde nun mit dem blauen Anteil des Kamms auf einer Photodiode überlagert und das niederfrequente Schwebungssignal f_{beat} aus Redundanzgründen mit

zwei Radiofrequenz-Zählern bei einer Mittelungszeit von einer Sekunde gezählt.

4.5.3 Kontrolle der Frequenzmessung

Zur Kontrolle der Phasenregelkreise wurden auch die Repetitionsrate und die Offsetfrequenz sowie die Frequenz der die AOMs im Wasserstoff-Experiment treibenden Synthesizer durch Zähler mitgeschrieben.

Abkürzend sollen die Radiofrequenz-Zähler für die Repetitionsrate und die Offsetfrequenz im Folgenden als Kamm-Zähler und die zwei Zähler für die Schwebungsfrequenz f_{beat} des Farbstofflasers mit dem Kamm als Wasserstoff-Zähler bezeichnet werden.

Störsignale und Rauschen im Bereich der Bandbreite der Regelkreise und Zähler können zu fehlerhaften Meßergebnissen führen. Im Interesse eines möglichst kritischen Tests der Regelkreis- und Zählerintegrität wurden vor den Regelkreisen und Zählern unterschiedlich breite Bandpaßfilter mit gleicher Mittenfrequenz verwendet. Die zwei Wasserstoff-Zähler wurden direkt nacheinander durch das Meßprogramm gestartet und nach einer Sekunde wieder gestoppt. Aufgrund der endlichen Geschwindigkeit des zur Ansteuerung der Zähler verwendeten GPIB-Protokolls gibt es trotzdem ein Synchronisationsproblem: die gezählten Frequenzen sind nicht genau gleich. Auch die Triggerpunkte für die Nulldurchgänge des angelegten Signals (welche pro Zeiteinheit ein Maß für die Frequenz darstellen) sind für die Zähler nicht exakt identisch. Daher wurde das Frequenzverhältnis zwischen den beiden Schwebungssignalen zu den Wasserstoff-Zählern mit einem weiteren Zähler gebildet und mitgeschrieben. Weicht dieses Verhältnis von eins ab, dann ist der Meßpunkt (unabhängig von der zeitlichen Synchronisierung) fragwürdig, und der Punkt wird in der späteren Auswertung verworfen.

Um eine vollständige Kontrolle der Phasenregelkreise des Frequenzkammes während der Torzeit der Wasserstoff-Zähler zu gewährleisten, wurden für jeden Meßpunkt zuerst die Kamm-Zähler und erst dann die Wasserstoff-Zähler gestartet. Nach einer Sekunde wurden die Zähler dann in umgekehrter Reihenfolge gestoppt. Die Torzeit der Kamm-Zähler überdeckt damit die Torzeit der Wasserstoff-Zähler immer vollständig.

4.5.4 Frequenzkamm-Gleichung

Ausgehend von Gleichung 4.10 ergibt sich die Frequenz $f_{\text{blau}}(t)$ des blauen Lichts des Farbstofflasers mit $n = 770\,644$, $f_{\text{rep}} = 800$ MHz und $f_{\text{ceo}} = 40$ MHz zu

$$\begin{aligned} f_{\text{blau}}(t) &= n f_{\text{rep}} + f_{\text{ceo}} + f_{\text{beat}} \\ &= 770\,644 \cdot 800 \times 10^6 \text{ MHz} + 40 \times 10^6 \text{ MHz} + f_{\text{beat}}(t). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Die Schwebung $f_{\text{beat}}(t)$ zwischen der nächstgelegenen Kamm-Mode und dem Farbstofflaser lag nahe 35,6 MHz. f_{rep} , f_{ceo} , $f_{\text{beat}}(t)$ und damit auch $f_{\text{blau}}(t)$ sind aufgrund des

Rauschens des Quarzes der Cs-Fontäne verwechselt. Die Frequenz der Referenzresonatormode ist hingegen kurzzeitig sehr stabil und nicht verwechselt, unterliegt jedoch einer langsamen Drift.

Für die gemessene Frequenz der Resonatormode $f_{\text{cavity}}(t)$, auf die der Farbstofflaser stabilisiert wurde, gilt mit der Frequenz $f_{\text{AOM}}(t)$ am AOM zwischen Laser und Resonator sowie der Frequenz f_{FaserAOM} des AOMs der Faserstabilisierung

$$f_{\text{cavity}}(t) = 2f_{\text{AOM}}(t) + f_{\text{blau}}(t) - f_{\text{FaserAOM}} \quad (4.12)$$

Fittet man das wegen f_{blau} verwechelte $f_{\text{cavity}}(t)$ während Zeitintervallen τ von einigen 100 s, in denen die Drift der Mode durch ein Polynom niedriger Ordnung approximiert werden kann, so entspricht dies einer Mittelung der verwechelten Kamm-Parameter f_{rep} , f_{ceo} und von f_{beat} . Mit dem gefitteten Polynom kann dann für jeden Zeitpunkt die absolute Frequenz der Resonatormode mit einer sich aus der Mittelungszeit τ und der Allan-Varianz der Cs-Fontäne ergebenden Genauigkeit angegeben werden. Aus dieser Frequenz ergibt sich über Gleichung (4.12) wiederum direkt die absolute Frequenz des Farbstofflasers, so daß zu jedem Meßpunkt neben der $2S$ -Zählrate auch die absolute Frequenz bekannt ist.

Der mit Hilfe des Frequenzkammes gemessene cw-Laser kann auch direkt auf eine Mode des Kamms stabilisiert werden. Dazu muß aus dem Schwebungssignal mit der Kamm-Mode ein Fehlersignal zur Ansteuerung der Frequenzstell-Elemente des Lasers generiert werden. Im Falle der Wasserstoff-Spektroskopie wird diese Methode jedoch nicht angewendet, da die Linienbreite der einzelnen Kamm-Moden aufgrund der Stabilität des fs-Laser-Resonators mindestens einige 10 kHz beträgt. Auf kurzen Zeitskalen von wenigen Sekunden rauscht der Frequenzkamm außerdem aufgrund der Stabilität des Quarzes des Frequenzstandards im Bereich einiger kHz. Der Farbstoff-Laser würde, direkt auf die passende Mode des Kamms stabilisiert, aus diesem Grunde auch eine Linienbreite aufweisen, welche im Bereich des Rauschens des Kamms läge und damit für eine genaue Auflösung der Wasserstoff-Resonanz unzureichend wäre.

Die hier beschriebene Messung optischer Frequenzen mit kurzen Pulsen wurde in Garching von Theodor W. Hänsch, Thomas Udem, Jörg Reichert und Ronald Holzwarth sowie in Boulder in den Gruppen um J.L. Hall und L. Hollberg entwickelt. Der Generator für die Absolutfrequenzmessung 2003 wurde von Marcus Zimmermann vorbereitet und betrieben.

4.5.5 Cäsium-Atomuhr

In den Gruppen um A. Clairon und C. Salomon werden am BNM-SYRTE in Paris mehrere Fontänenuhren betrieben, darunter auch eine auf Rubidium-87 basierende Fontäne sowie eine transportable Cäsium-133-Fontäne „FOM“ (**F**ontaine **M**obile) [Cla95, Lem00, Mar03]. Letztere diente bereits während der letzten $1S$ - $2S$ -Messung im

Jahre 1999 als primärer Frequenzstandard und wurde im Februar 2003 erneut nach Garching transportiert und dort während zwölf Meßtagen von Michel Abgrall und Jan Grünert betrieben.

Das Signal von der Ramsey-Spektroskopie am Cäsium-Springbrunnen wäre für eine direkte Verwendung als Referenz zu verdrahtet. Das Ausgangssignal der Fontäne liefert daher ein extrem stabiler Quarz-Oszillator, dessen Frequenz jedoch nicht sehr genau ist. Ausgehend von der Frequenz der Grundzustandshyperfeinaufspaltung in ^{133}Cs wird daher über eine Radiofrequenzkette ein Signal bei 5 MHz synthetisiert. Ein langsamer Regelkreis mit Zeitkonstanten von einigen Sekunden stabilisiert den Quarz auf diese Frequenz. In einer weiteren Frequenzkette wird sie auf 800 MHz multipliziert und als Referenzsignal zur Phasenstabilisierung der Repetitionsrate des fs-Lasers herangezogen. Die Allan-Stabilität dieser Frequenz folgt der Relation $1,8 \times 10^{-13} \tau^{-1/2}$, wobei τ die Mittelungszeit in Sekunden angibt. Damit beträgt der Frequenzfehler bereits nach $\tau = 100$ s nur noch 50 Hz bei der $1S-2S$ -Übergangsfrequenz. Im Rahmen der Doktorarbeit von Michel Abgrall wurde die erreichbare Genauigkeit der FOM zu 8×10^{-16} bestimmt [Abg03a], indem durch gezielte Variation der Betriebsparameter und Vergleich mit anderen Frequenzstandards der Einfluß systematischer Effekte genauer charakterisiert wurde. Die entsprechende Kontrolle der Parameter ermöglicht nun die höhere Genauigkeit. In einem Vergleich mit der Cäsium-Fontäne an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt in Braunschweig direkt vor den Experimenten in Garching wurde hingegen eine Abweichung im Bereich weniger 10^{-15} beobachtet, deren Erklärung noch aussteht [Abg03]. Nichtsdestotrotz ist die Genauigkeit dieses Standards höher als die der Wasserstoff-Spektroskopie aufgrund ihrer systematischen Fehler, so daß der primäre Frequenzstandard die Genauigkeit der Absolutfrequenzmessung nicht limitiert.

4.5.6 Transfer des blauen Lichtes zum Frequenzkamm

Ein kleiner Teil des blauen Lichtes des Farbstoff-Lasers wird über eine Glasfaser (Länge ungefähr 25 m) zum Frequenzkamm-Generator transferiert. Ändert sich die Umgebungstemperatur, so ändert sich auch die Länge der Glasfaser. Je schneller diese Änderung, desto größer ist die Verschiebung der transmittierten optischen Frequenz aufgrund des Doppler-Effektes.

In einer Schwebungsmessung konnte gezeigt werden, daß der von den üblichen Labortemperaturschwankungen hervorgerufene Effekt klein ist, und sich im Laufe der Messung herausmitteln sollte, da im Wasserstoff-Labor die Klimaanlage eine konstante mittlere Temperatur gewährleistet, und im Frequenzkamm-Labor aufgrund einer kleinen Wärmelast die Temperatur nur geringfügig und sehr langsam schwankt. Es ergibt sich während einer Stunde Meßzeit eine mit Null verträgliche mittlere Frequenzverschiebung von $-0,3(1,7)$ Hz, während eine Kontrollmessung im Wasserstoff-Labor ohne Glasfaser eine erwartungsgemäß ebenfalls mit Null verträgliche Verschiebung von $-0,06(0,15)$ Hz liefert. In Abbildung 4.18 ist die Frequenzverschiebung aufgrund der Temperaturänderungen an der Faser dargestellt. Die Periode von rund 500 s entspricht

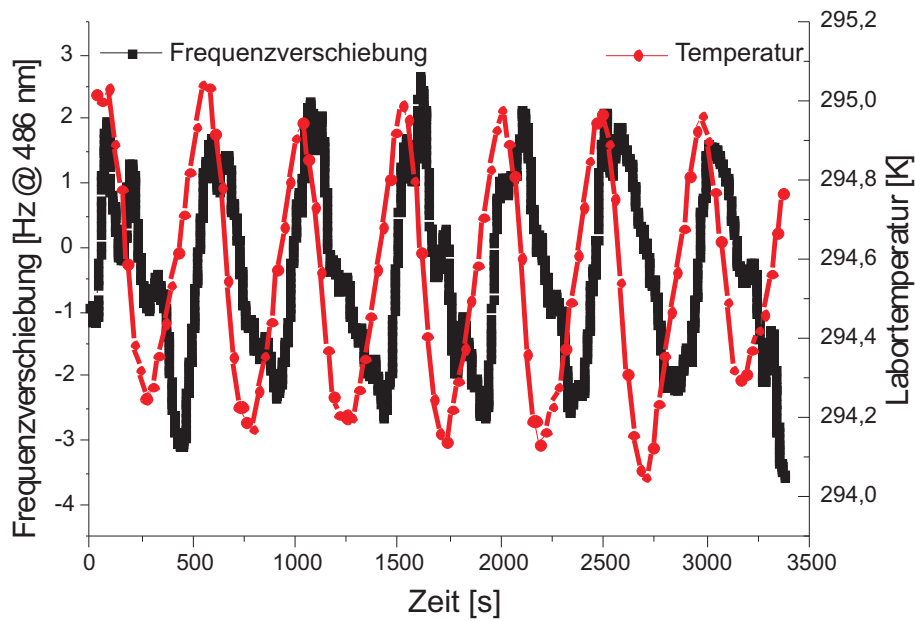


Abbildung 4.18: Variation der Frequenz des blauen Lichtes aufgrund von Temperaturänderungen nach Durchgang durch die Glasfaser vom Wasserstoff- zum Frequenzkamm-Labor.

der Periode des Regelkreises der Klimaaanlage.

Analysiert man diese Daten nach der Frequenzverschiebung Δf in Abhängigkeit von der Schnelligkeit der Temperaturänderung, so findet man für die verwendete Glasfaser die Beziehung $\Delta f = -280(30)$ Hz pro (K/s) bei 486 nm. Eine realistische Heizrate des nicht klimatisierten Frequenzkamm-Labors von weniger als vier Kelvin in zwölf Stunden bewirkt damit eine vernachlässigbare Frequenzverschiebung von unter 0,1 Hz.

Kapitel 5

Zwei-Photonen-Spektroskopie an atomarem Wasserstoff

Der $1S$ - $2S$ -Übergang in atomarem Wasserstoff ist theoretisch gut verstanden. Seine natürliche Linienbreite von 1,3 Hz kann experimentell jedoch bisher nicht aufgelöst werden, die schmalsten Linien haben vielmehr Breiten von etwa 1000 Hz. Im Folgenden sollen zuerst einige Aspekte der Theorie des Übergangs diskutiert werden. Danach wird auf die experimentellen Spektren eingegangen, welche einer Vielzahl verbreiternder und verschiebender Effekte unterliegen. Für die Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung, die im sich anschließenden Kapitel 6 beschrieben wird, ist der Einfluß der verschiebenden Effekte aufgrund der differentiellen Meßmethode minimal. Zur Auswertung der Absolutfrequenzmessung des Übergangs muß hingegen ein Linienform-Modell herangezogen werden, welches die wichtigsten systematischen Effekte korrigiert.

5.1 Auswahlregeln und Matrix-Elemente

Die Energiedifferenz zwischen dem $1S$ - und $2S$ -Niveau in atomarem Wasserstoff entspricht einer Übergangsfrequenz von rund 2466 THz. Der Übergang ist dipolverboten, kann jedoch durch Absorption zweier Photonen der halben Frequenz, entsprechend einer Wellenlänge nahe 243 nm, angeregt werden. Die Auswahlregeln sind $\Delta L = 0$ oder $\Delta L = 2$, wobei für $\Delta L = 0$ zusätzlich $\Delta F = 0$ und $\Delta m_F = 0$ erfüllt sein müssen. Bei einer geeigneten experimentellen Anordnung mit einem schmalbandigen Laser erfolgt die Anregung des Übergangs im Atomstrahl bevorzugt durch zwei Photonen aus entgegengesetzten Richtungen und damit in erster Ordnung Doppler-frei [Vas70, Cag73]. Absorption zweier Photonen aus derselben Richtung hingegen trägt zum mehrere GHz breiten Untergrund bei, welcher bei den experimentell realisierten Zählraten – einige 100 000 bei weniger als 2 kHz dopplerfreier Linienbreite – einem Untergrund zwischen null und eins entspricht.

Die Anregungsrate R_{if} eines Doppler-freien Zweiphotonen-Prozesses vom Grundzustand $|i\rangle$ in einen angeregten Zustand gleicher Parität $|f\rangle$ läßt sich in zweiter Ordnung Störungstheorie schreiben als [Bas77, Gar90]

$$R_{if} \sim |IM_{if}|^2 \cdot \frac{\Gamma}{(2\omega - \omega_{if})^2 + (\Gamma/2)^2} \quad (5.1)$$

mit dem Matrixelement

$$M_{if} = \sum_n \frac{\langle f | e\vec{r} \cdot \vec{p} | n \rangle \langle n | e\vec{r} \cdot \vec{p} | i \rangle}{\omega - \omega_{in}}. \quad (5.2)$$

Dabei bezeichnet Γ die natürliche Linienbreite des Übergangs, $\omega_{if} = (E_f - E_i)/\hbar$ seine Übergangsfrequenz und I die Intensität des anregenden Lichtfeldes der Frequenz ω und der Polarisation \vec{p} . $e\vec{r}$ ist das Dipolmoment der Atome, e ist die Elementarladung, a_0 der Bohrsche Radius, α die Feinstrukturkonstante, m_e die Elektronenmasse, und c ist die Lichtgeschwindigkeit. Summiert wird dabei über alle Zwischenzustände $|n\rangle$. Bei parallel zur z-Achse linear polarisiertem Licht ist $e\vec{r} \cdot \vec{p}$ gleich ez .

Für den 1S-2S-Übergang gilt $M_{1S2S} = 7,85 e^3 a_0^2 \hbar / \alpha^2 m_e c^2$ [Bas77].

Die Zählrate geht gemäß (5.1) quadratisch mit der Intensität des anregenden Lichtes. Da der Übergang schwach ist, sind hohe Lichtleistungen erforderlich, welche die Übergangsfrequenz verschieben. Dieser als dynamischer oder AC-Stark-Effekt bekannte Mechanismus wird weiter unten diskutiert.

5.2 Systematische Effekte

Nun sollen Effekte beschrieben werden, welche die Übergangsfrequenz systematisch verschieben beziehungsweise den Übergang verbreitern. Da die relativistische Dopplerverschiebung und die Durchflugsverbreiterung beide von der Geschwindigkeit der Wasserstoffatome abhängen, werden sie gemeinsam im folgenden Abschnitt diskutiert.

5.2.1 Relativistische Doppler-Verschiebung und Durchflugsverbreiterung

Die Geschwindigkeitsverteilung der im Experiment aus der Düse austretenden Atome ergibt sich näherungsweise aus einer Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung, wobei aufgrund der Blenden im Atomstrahl die Geschwindigkeit entlang der Resonatorachse $v_z \geq 75 v_{x,y}$ und deshalb $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \approx v_z$ ist. Um den Fluß $f(v)$ am Ort des Detektors zu erhalten, muß diese Verteilung mit v multipliziert werden. Es ergibt sich [Sco88, Hub99]

$$f(v) = \frac{1}{N} v^3 e^{-(v/v_0)^2} \quad (5.3)$$

mit einem Normierungsfaktor N und der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{2k_B T/M}$, wobei k_B die Boltzmann-Konstante und M die Masse des Atoms sind. Eine hilfreiche Abschätzung ist $v_0 \approx 128,5\sqrt{T}$ m/s $\sqrt{\text{K}}$.

Wasserstoff als sehr leichtes Atom ist auch bei tiefen Temperaturen noch ziemlich schnell — für 5 K ergibt sich $v_0 \approx 290$ m/s. Daher kann der Doppler-Effekt nicht vernachlässigt werden: ein Laser mit einer Frequenz von f_L im Laborsystem erscheint im sich gegen das Laborsystem mit der Geschwindigkeit v bewegten System eines Atoms bei einer verschobenen Frequenz f_R . Man findet bei Bewegung des Atoms entlang der Richtung des Lasers

$$f_R = f_L \left(1 \pm \frac{v}{c} + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right) + O\left(\frac{v^4}{c^4}\right), \quad (5.4)$$

wobei das Vorzeichen von der Relativbewegung zwischen Photonen und Atomen abhängt. Die erste Korrektur entspricht dem Doppler-Effekt erster Ordnung, ist proportional zur Geschwindigkeit der Atome und entfällt bei Absorption von zwei Photonen aus entgegengesetzten Richtungen vollständig. Der zweite Korrekturterm ist die relativistische Doppler-Verschiebung (Doppler-Effekt zweiter Ordnung) und läßt sich durch Absorption zweier gegenläufiger Photonen nicht kompensieren. Die beobachtete Zweiphotonen-Resonanz der Wasserstoffatome ist also geschwindigkeitsabhängig. Doppler-Verschiebungen noch höherer Ordnung liefern Beiträge auf Sub-Hertz-Niveau und sind daher vernachlässigbar.

Der atomare Wasserstoff thermalisiert durch Stöße mit der Wand der kalten Kupferdüse, deren Temperatur im Experiment typischerweise etwa fünf Kelvin beträgt. Im aus der Düse austretenden Atomstrahl sind die meisten Atome also knapp 300 m/s schnell und werden bei einer Frequenz des Laserlichtes angeregt, welche um $1/2(v_0/c)^2 f_0 \approx 1,2$ kHz niedriger liegt als die Übergangsfrequenz f_0 von ruhenden Atomen.

Es gibt im Strahl jedoch auch langsamere und schnellere Atome, die aufgrund ihrer anderen Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung bei anderen Frequenzen des Anregungslichts ins metastabile $2S$ -Niveau angeregt werden können. Insgesamt manifestiert sich die Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung so in asymmetrisch verbreiterten und verschobenen Spektren. In Abbildung 5.1 sind Spektren bei verschiedenen Düsentemperaturen dargestellt. Die extrem asymmetrische und breite Linienform bei hohen Temperaturen, entsprechend einer großen relativistischen Doppler-Verschiebung, sowie die viel symmetrischere Linienform bei sieben Kelvin sind deutlich erkennbar.

Eine genauere Analyse der Linienform zeigt, daß die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung im Bereich sehr niedriger Geschwindigkeiten modifiziert werden muß (vergleiche Abschnitt 7.2).

Ein weiterer, die Spektren verbreiternder Effekt ist die Durchflugsverbreiterung. Durch die Bewegung der Atome von der Düse zum Detektor und aufgrund des das Anregungslicht schaltenden Choppers können die Atome nur begrenzte Zeit mit dem Licht wechselwirken. Im Frequenzraum entspricht dies einer spektralen Verbreiterung des

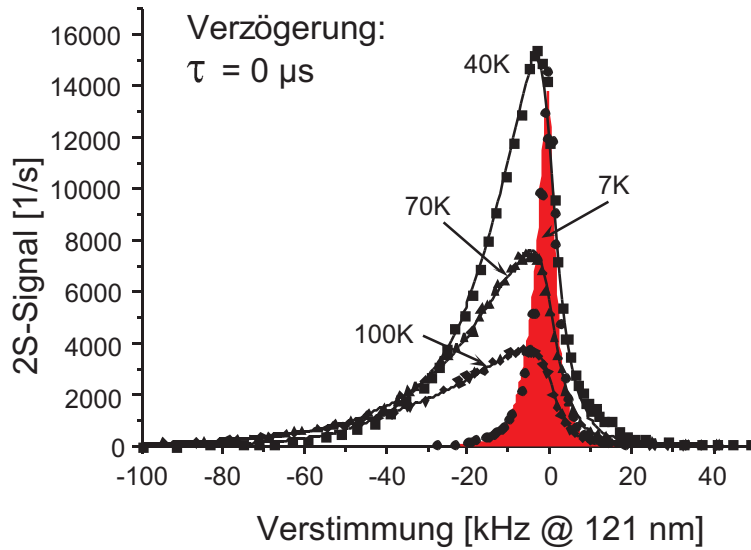


Abbildung 5.1: *Linienformen bei verschiedenen Düsentemperaturen.*

anregenden Lichtes. Unter Berücksichtigung der Geschwindigkeit v der Atome, ihrem Winkel θ zur Strahlachse und der Strahltaile ω der Lasermode läßt sich die Breite des Laserspektrums zu

$$\Delta_f = \frac{v \sin \theta}{\pi \omega} \quad (5.5)$$

abschätzen [Lei95]. Kleine Blenden, welche nur geringfügig größer sind als der Durchmesser des Laserstrahls sowie die Spektroskopie von möglichst langsamen, das heißt kalten Atomen verringern diese Durchflugsverbreiterung.

Man erhält so bei einer Düsentemperatur von fünf Kelvin Spektren mit typischen Halbwertsbreiten von 4 kHz bei 121 nm.

Die metastabilen $2S$ -Atome erlauben eine zeitliche Trennung von Anregung und Detektion. Es kann ein Chopper eingesetzt werden, welcher den anregenden Laser während der Detektionsphase blockiert, und so eine Untergrundzählrate im $2S$ -Signal aufgrund von Photonen des Lasers ausschließt. Darüberhinaus können bei Verwendung eines Vielkanalzählers die detektierten metastabilen Atome mit ihrer Ankunftszeit im Detektor aufgezeichnet werden. Der Chopper wird bei einer Frequenz von 160 Hz betrieben, so daß die Anregungsphase und Detektionsphase jeweils 3,125 ms dauern. Der Vielkanalzähler hat eine interne Uhr und teilt die Detektionsphase in zwölf Zeitfenster auf. Mit dem Abschalten des Lichtes startet die Uhr im Vielkanalzähler. Registriert der Detektor dann nach einer Zeit $t < 3,125$ ms ein Photon aus dem Zerfall eines $2S$ -Atoms, so wird der Wert des Kanals, in dessen Zeitfenster t fällt, um eins erhöht.

Bei einer Entfernung d zwischen Düse und Detektor können zum Spektrum einer Verzögerung $\geq \tau$ nur die Atome mit einer Geschwindigkeit $v_{max} \leq \tau/d$ beitragen. Für die Geschwindigkeit der Atome kann also bei gegebenem τ nur eine obere Gren-

ze angegeben werden. Die Zählrate bei einer höheren Verzögerungszeit τ ist daher in jener bei niedrigerem τ enthalten: das Signal zu $\tau = 1410 \mu\text{s}$ enthält beispielsweise alle detektierten $2S$ -Zerfälle ab der Verzögerungszeit $1410 \mu\text{s}$, und damit insbesondere auch die Zerfälle ab $\tau = 1610 \mu\text{s}$, $1810 \mu\text{s}$ und so weiter. Dies wird im Meßprogramm berücksichtigt. Man erhält zu jeder Verstimmung des Lasers insgesamt zwölf den unterschiedlichen Geschwindigkeitsklassen der Atome korrespondierende Zählraten. Die höchsten Verzögerungen bei 2010 und $2210 \mu\text{s}$ entsprechen den langsamsten Atomen, welche damit die geringste Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung und auch die geringste Durchflugsverbreiterung aufweisen.

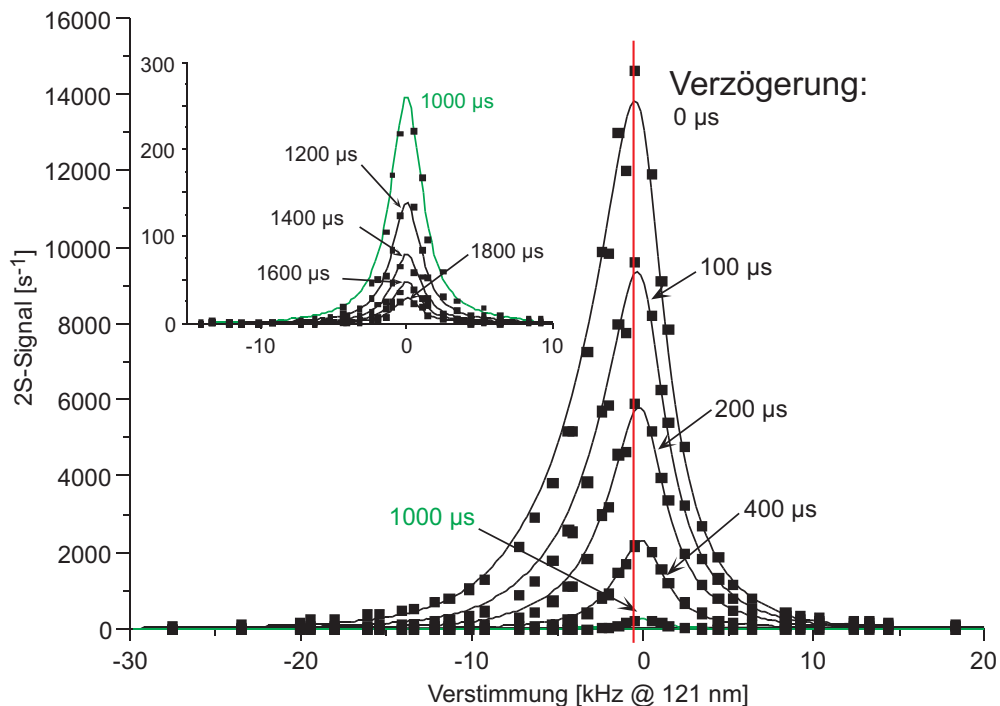


Abbildung 5.2: Spektren bei verschiedenen Verzögerungen, welche unterschiedlichen maximalen Geschwindigkeiten der zum jeweiligen Spektrum beitragenden Atome entsprechen. Die Spektren mit $\tau \geq 1000 \mu\text{s}$ sind links oben mit einer anderen Skala der Zählrate dargestellt.

In Abbildung 5.2 sind Spektren bei unterschiedlichen Verzögerungen dargestellt. Für das Spektrum mit einer Verzögerung von $0 \mu\text{s}$ ist die Linienmitte durch die senkrechte Linie markiert. Die mit der Geschwindigkeit abnehmende Rotverschiebung des Übergangs aufgrund des relativistischen Doppler-Effektes ist deutlich zu erkennen. Für größere Verzögerungszeiten sinkt die Zählrate entsprechend der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung drastisch. Da der Untergrund praktisch Null ist, kann das Signal- zu Rausch-Verhältnis abhängig von der Intensität des Anregungslichts trotzdem auch bei hohen Verzögerungen groß sein. Die in Abschnitt 4.4 beschriebenen Verbesserungen des experimentellen Aufbaus erlauben nun die Aufnahme von Spektren

bei Verzögerungen bis 2,2 ms, was maximalen Geschwindigkeiten kleiner als 52 m/s und einer mittleren Geschwindigkeit (welche etwa die Hälfte der maximalen Geschwindigkeit beträgt [Nie01]) von nur 26 m/s entspricht. Der relativistische Doppler-Effekt verschiebt die $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz solch langamer Atomen nur noch um 10 Hz.

5.2.2 Verschiebung durch statische elektrische Felder

Für die Verschiebung der $1S$ - $2S$ -Resonanz in statischen elektrischen Feldern wird in der Literatur eine Abhängigkeit gemäß [Bet77]

$$\Delta f_{DC} = 3600 E^2 \text{ Hz (cm/V)}^2 \quad (5.6)$$

angegeben. Wie bereits ausgeführt, ist die Wechselwirkungszone im Experiment von einem Faraday-Käfig umgeben, der elektrische Felder abschirmt. Er ist ebenso wie die übrigen den Atomstrahl umgebenden Flächen dünn mit leitfähigem Graphit beschichtet. Dies verhindert den Aufbau statischer Ladungen. Die Apparatur wird durch eine Kryopumpe und eine fettgeschmierte Turbomolekularpumpe evakuiert. In Paris wurden in der Gruppe um F. Biraben an einer ähnlichen Apparatur bei Verwendung einer Kryopumpe Streufelder kleiner als 2 V/cm, und bei Evakuierung mittels einer Öl-Diffusionspumpe Streufelder kleiner als 30 mV/cm gemessen [Gar90]. Der höhere Wert kann also als konservative Abschätzung gelten, er entspricht einer Frequenzverschiebung von unter 4 Hertz.

In Abschnitt 6.2.4 wird der Effekt statischer elektrischer Felder auf Energieniveaus in Wasserstoff unter dem Gesichtspunkt der Auswirkung auf die Hyperfeinaufspaltung des $2S$ -Niveaus diskutiert.

5.2.3 Verschiebung durch das elektromagnetische Feld des anregenden Lichtes

Das elektromagnetische Feld, welches den $1S$ - $2S$ -Übergang treibt, bewirkt auch eine Blauverschiebung der Übergangsfrequenz. Dieser Effekt ist als dynamischer oder auch AC-Stark-Effekt bekannt. Klassisch findet eine Wechselwirkung des Lichtfeldes mit dem im Atom induzierten Dipol statt.

Für einen Zweiphotonen-Prozeß ist die dynamische Stark-Verschiebung Δf_{AC} der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz gegeben durch [Bea86]

$$\Delta f_{AC} \sim M_{AC} \times I, \quad (5.7)$$

wobei $M_{AC} = 2(M_{aa} - M_{bb})$ mit $a = 2S, b = 1S$ und I die Intensität des anregenden Laserlichts sind. Für das Matrixelement M_{aa} gilt bei linear polarisiertem Licht

$$M_{aa} \sim \sum_n \left(\frac{\langle a|z|n \rangle^2}{\omega_{an} - \omega} + \frac{\langle a|z|n \rangle^2}{\omega_{an} + \omega} \right) \quad (5.8)$$

mit der Lichtfrequenz ω und der Frequenz ω_{an} des Übergangs. Summiert wird über alle virtuellen Niveaus n . Analoges gilt für M_{bb} .

Gleichung (5.7) läßt sich mit I als Intensität pro Richtung im Überhöhungsresonator und einem Koeffizienten β_{AC} , welcher sich durch Störungsrechnung zweiter Ordnung zu $\beta_{AC}^{theo} = 1,667 \times 10^{-4} \text{ Hz}(\text{W}/\text{m}^2)^{-1}$ ergibt [Gar90, Bea86], als

$$\Delta f_{AC} = 2 I \beta_{AC} \quad (5.9)$$

ausdrücken. Der $1S$ - $2S$ -Übergang wird durch den dynamischen Stark-Effekt blauverschoben.

Die maximale Intensität I_0 auf der Strahlachse im Resonator ist $I_0 = 2P/(\pi\omega_0^2)$, wobei P die Leistung des Lichtes pro Richtung im Überhöhungsresonator und ω_0 die halbe Strahltaille ist. Damit läßt sich die maximale AC-Stark-Verschiebung für die im Rahmen der Absolutfrequenzmessung verwendete Resonatorgeometrie mit einer halben Strahltaille ω_0 von $274 \mu\text{m}$ zu kleiner als $2,8 \text{ Hz}/\text{mW}$ abschätzen. Die tatsächliche AC-Stark-Verschiebung ergibt sich aus der Auswertung aller zwölf Meßtage der Absolutfrequenzmessung 2003 zu $1,49(7) \text{ Hz}/\text{mW}$. Während der Absolutfrequenzmessung 1999 wurde mit einer anderen Geometrie gearbeitet, welche höhere Intensitäten auf der Strahlachse liefert. Damals ergaben sich die maximale AC-Stark-Verschiebung zu $4 \text{ Hz}/\text{mW}$, während die experimentelle zu $2,64(45) \text{ Hz}/\text{mW}$ bestimmt wurde [Nie00].

5.2.4 Verbreiterung durch Ionisation

Durch Absorption eines weiteren Photons des anregenden Lichtfeldes wird das metastabile $2S$ -Atom ionisiert. Dieser Prozeß stellt einen Zerfallskanal des metastabilen Niveaus dar, der dessen Lebensdauer reduziert und die natürliche Linienbreite erhöht. Dieser Effekt kann im Linienform-Modell berücksichtigt werden [Hub97]. Dazu müsste jedoch für alle im Experiment auftretenden Intensitäten des UV-Lichtes je ein theoretischer Datensatz berechnet und zur Auswertung herangezogen werden. Dies wäre äußerst aufwendig. Da der Effekt lediglich verbreiternd wirkt, wurde er — wie in allen bisherigen Auswertungen — nicht explizit berücksichtigt. Die Verbreiterung geht jedoch in das angepaßte Lorentzprofil ein.

In Abbildung 5.3 sind die Breiten gemessener Spektren in Abhängigkeit von der Intensität des anregenden Lichtes und von der gewählten Verzögerung dargestellt. Hohe Verzögerungen entsprechen langsamen Atomen. Die ebenfalls dargestellte Ebene wurde unter der Annahme einer linearen Abhängigkeit von der Intensität und einer Abhängigkeit gemäß einem Polynom vierter Ordnung von der Verzögerung an die Daten angefitet.

Das im Rahmen dieser Arbeit erheblich verbesserte Signal-zu-Rausch-Verhältnis der Spektren erlaubt nun erstmals, bei sehr niedrigen Lichtleistungen nur geringfügig leistungsverbreiterte Linien zu messen. Die höheren Verzögerungen entsprechen dabei

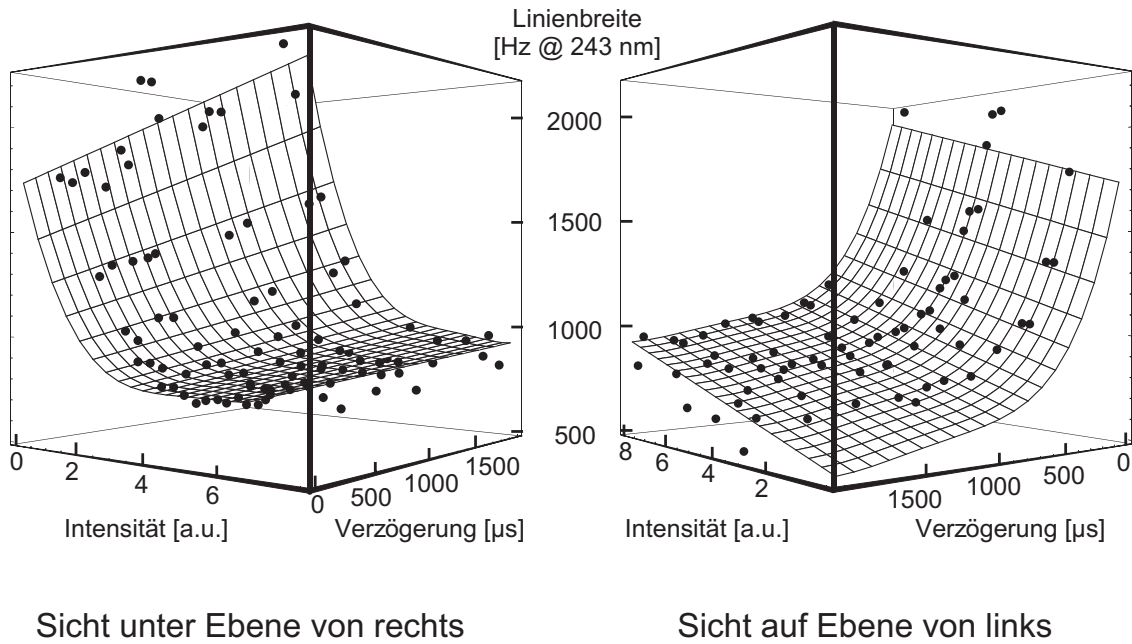


Abbildung 5.3: Darstellung der Abhängigkeit der Linienbreite von der Verzögerung und der Lichtintensität. Links: Blick unter die Fitebene von rechts her. Rechts: Blick auf die Fitebene von links her. Die mit der Intensität lineare Verbreiterung ist gut am Rand der Fitebene zu erkennen, ebenso die Zunahme der Linienbreite mit abnehmender Verzögerung.

den schmalsten Spektren. Für allzu hohe Verzögerte variiert die Linienbreite aufgrund des dann zu geringen Signal-zu-Rausch-Verhältnisses stärker, so daß die gemittelten Spektren wieder breiter werden.

5.2.5 Druckverschiebung aufgrund des Hintergrundgasdrucks

Die Verschiebung Δf_P der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz aufgrund einer Wechselwirkung mit den Teilchen des Hintergrundgases wird über die in einer früheren Arbeit [McI89] bestimmte Beziehung

$$\Delta f_P = -8(2) \text{ MHz/mbar} \quad (5.10)$$

abgeschätzt. Dies ist konsistent mit der an einem Bose-Einstein-Kondensat aus Wasserstoffatomen bestimmten Druckverschiebung von $-3,8(8) \times 10^{-10} n \text{ Hz cm}^3$ [Kil98], wobei n die Teilchendichte angibt und für das Garching Experiment über die Gasgleichung $p = nkT$ bestimmt werden muß. Für eine Temperatur von 273 K ergibt sich daraus bei einem Druck von 10^{-6} mbar eine Teilchendichte von rund $2,7 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ und eine Druckverschiebung von $10(2) \text{ MHz/mbar}$.

Die neue Absolutfrequenzmessung wurde bei zwei unterschiedlichen mittleren Hintergrundgasdrücken von $3(1) \times 10^{-8}$ mbar und $2,2(5) \times 10^{-7}$ mbar durchgeführt. Im Rahmen der Meßgenauigkeit konnte keine Druckverschiebung beobachtet werden, was mit obiger Abschätzung konsistent ist.

5.2.6 Druckverschiebung aufgrund einer Wechselwirkung im Atomstrahl

Im Atomstrahl selbst kann es aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten der Atome und aufgrund der höheren Dichte ebenfalls zu Druckverschiebungen kommen. Dies läßt sich experimentell leider nur schwer bestimmen. 1999 wurde mit zwei unterschiedlichen Durchmessern der Wasserstoff-Düse gemessen. Dies sollte bei gleichem Druck vor der Gasentladung einen unterschiedlichen Wasserstofffluß, und damit auch eine unterschiedliche Wechselwirkung im Strahl bewirken. Es wurde keinerlei Effekt beobachtet [Nie00]. Im Rahmen der Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung konnte eine Druckverschiebung im Strahl über die Evaluation der Hyperfeinintervalle unterschiedlicher Geschwindigkeitsklassen zu kleiner 10 Hz abgeschätzt werden.

5.2.7 Verschiebung aufgrund gekrümmter Wellenfronten

Für die während der Messung im Jahre 1999 verwendete Resonatorgeometrie hat C. Bordé eine mögliche Frequenzverschiebung aufgrund von Rückstoßeffekten in der kollimierten Resonatormode zu kleiner 10 Hz abgeschätzt [Bor97]. Für die neue Messung wurde eine veränderte Resonatorgeometrie mit flacheren Wellenfronten verwendet, welche einer ebenen Welle näherkommen und eine kleinere Frequenzverschiebung bewirken sollten. Die Abschätzung des Effekts für diese Geometrie ist noch nicht vollständig durchgeführt, läßt jedoch laut C. Bordé einen Effekt maximal im Hertz-Bereich erwarten.

5.2.8 Verschiebung aufgrund der Schwarzkörperstrahlung

Die von der Vakuumapparatur und den darin befindlichen Einbauten abgegebene Schwarzkörperstrahlung bewirkt über den dynamischen Stark-Effekt eine Verschiebung der $1S$ - $2S$ -Resonanz. In [Far81] wird eine explizite Formel angegeben. Für 300 K wird die Verschiebung zu etwa einem Hertz abgeschätzt, was aufgrund der niedrigeren Temperatur der die Wechselwirkungszone umgebenden Flächen eine obere Grenze für diesen systematischen Effekt darstellt.

5.2.9 Verschiebung aufgrund des Magnetfeldes

Bei einer Bewegung relativ zum einem Magnetfeld entsteht ein elektrisches Feld gemäß der Beziehung

$$\vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}, \quad (5.11)$$

welche einen sogenannten Motional Stark-Effekt bewirkt. Im Wasserstoff-Experiment können die Magnetfelder zu unter 10 G, und die Geschwindigkeit der Atome zu unter 1000 m/s konservativ abgeschätzt werden: für die höchsten Verzögerten sind die Geschwindigkeiten sogar kleiner als 100 m/s. Somit sind in diesem Fall die resultierenden elektrischen Felder kleiner als 10 mV/cm, und die damit verbundene Verschiebung der Übergangsfrequenz ist vernachlässigbar.

5.2.10 Verbreiterung durch Magnetfelder

In Abschnitt 2.3.7 wurde das Verhalten der Energieniveaus des atomarem Wasserstoffs in Magnetfeldern bereits diskutiert. Für die Messung des $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = F, m'_F = m_F)$ -Übergangs ergibt sich lediglich eine kleine Verbreiterung von 37 Hz/Gauß, aber keine Verschiebung der Übergangsfrequenz.

5.3 Schmale Wasserstoff-Spektren

Anfang 2000 betrug die Breite der schmalsten gemessenen Linie noch 900 Hz bei der Anregungswellenlänge von 243 nm. Ende 2003 beträgt die bisher geringste Linienbreite nur noch 484 Hz bei 243 nm. Dieser Fortschritt basiert auf den im Rahmen dieser Arbeit eingeführten Verbesserungen der Stabilität des Lasersystems, des Vakuums in der Spektroskopieapparatur und des Signal-zu Rausch-Verhältnisses in der Detektion des $2S$ -Signals. Letzteres erlaubt nun die Spektroskopie langsamer Atome bei geringer Lichtleistung und damit minimaler Ionisationsverbreiterung.

Um eine künstliche Reduzierung der Linienbreiten durch die Drift des Referenzresonators auszuschließen, werden für die Bestimmung der Linienbreite der Resonanz jeweils zwei Spektren gemittelt, bei denen der Laser einmal mit und einmal gegen die Drift des Resonators über die Linie durchgestimmt wurde. In Abbildung 5.4 weist das obere so gemittelte Spektrum eine Breite von 527 Hz, das untere eine Breite von 484 Hz auf, jeweils angegeben bezüglich der Wellenlänge des anregenden Lichtes von 243 nm. Besonders zu beachten ist hier der praktisch verschwindende Untergrund. Es konnten auch bei höchsten Verzögerungen bis 2,2 ms noch Spektren mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis aufgenommen werden.

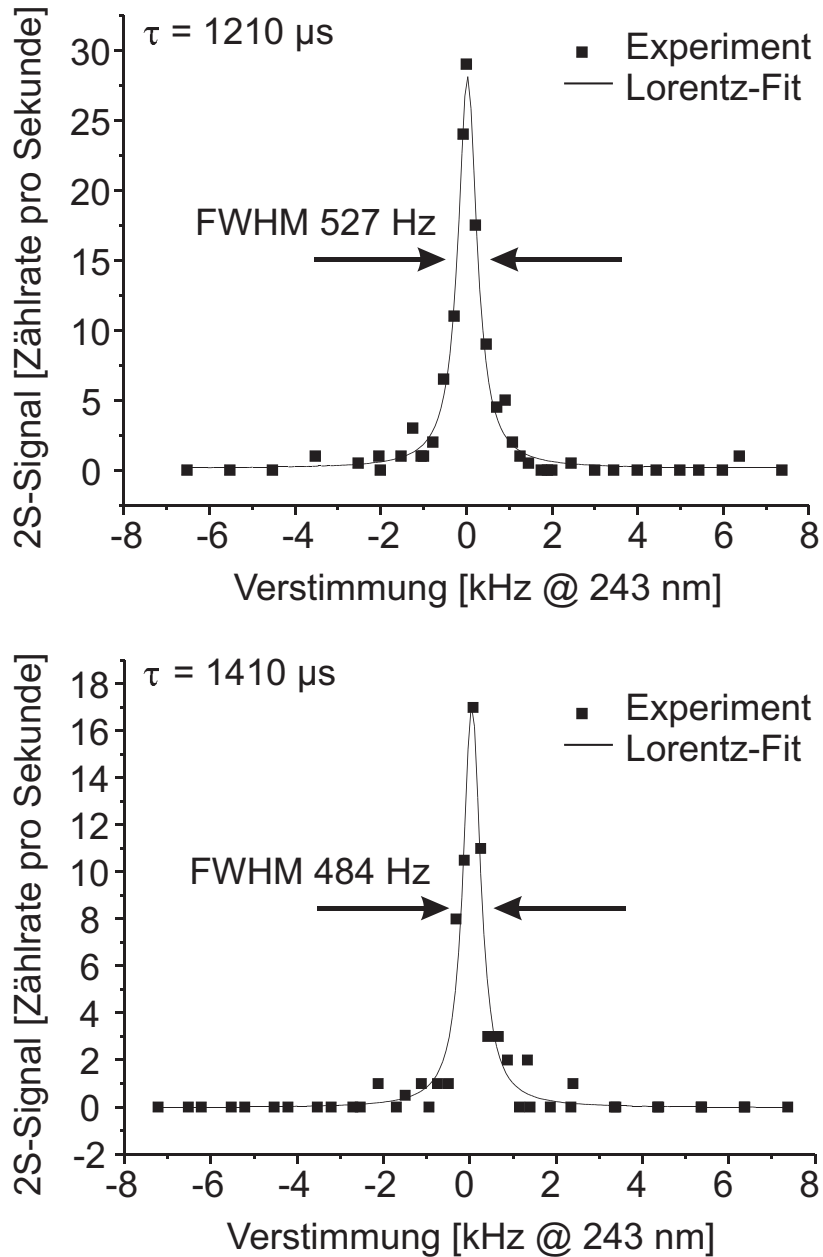


Abbildung 5.4: Spektren der $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = F, m'_F = m_F)$ -Resonanz in atomarem Wasserstoff. Oben: FWHM 527 Hz @ 243 nm, entsprechend einer relativen Auflösung von $4,3 \times 10^{-13}$, 1210 μs Verzögerung. Unten: FWHM 484 Hz @ 243 nm, relative Auflösung $3,9 \times 10^{-13}$, 1410 μs Verzögerung. Die Düsentemperatur war jeweils 5 K.

Kapitel 6

Messung der Hyperfeinaufspaltung des $2S$ -Niveaus in atomarem Wasserstoff

In Abschnitt 2.3 wurde bereits dargelegt, daß die theoretische Berechnung der Hyperfeinstruktur in wasserstoffähnlichen Systemen durch nicht genau bekannte Effekte der Kernstruktur limitiert ist. Hingegen kann die dort eingeführte Größe

$$D_{21} = 8E_{\text{hfs}}(2S) - E_{\text{hfs}}(1S)$$

sehr genau berechnet werden und als Test der QED gebundener Systeme mit den experimentell bestimmten Hyperfeinaufspaltungen des Grundzustandes und des ersten angeregten Niveaus verglichen werden.

Im Rahmen der Entwicklung von Wasserstoff-Masern wurde die Aufspaltung des Grundzustands in atomarem Wasserstoff in vielen Experimenten überaus genau gemessen. In [Kar00] werden einige Resultate diskutiert. Dort wird der auch in Übersichtsartikeln (siehe zum Beispiel [Ram90]) angegebene Wert von $E_{\text{hfs}}(1S) = 1\,420\,405\,751,766\,7(9)$ Hz als verlässlich akzeptiert. Dagegen gab es bisher nur zwei genaue Messungen der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung $E_{\text{hfs}}(2S)$, die beide direkt den magnetischen Dipolübergang zwischen den Niveaus $(2S, F = 0, m_F = 0)$ und $(2S, F = 1, m_F = 0)$ anregten. Kusch und Kollegen bestimmten die Aufspaltung im Jahre 1956 zu $177\,556\,860(50)$ Hz [Heb56]. Im Jahr 2000 wurde von Hessels und Kollegen ein neuer Wert von $177\,556\,785(29)$ Hz veröffentlicht [Rot00], der vom alten Wert um $75(58)$ Hz abweicht. Während die aus dem alten Wert berechnete Differenz D_{21} mit dem theoretischen Wert im Rahmen der Fehler übereinstimmt, liegt das aus dem neuen Wert berechnete D_{21} um 1,8 Standardabweichungen unter dem theoretischen Wert.

Wie im Folgenden gezeigt wird, erlaubt das Wasserstoff-Experiment am MPQ eine gänzlich unabhängige Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff mit optischen Methoden und höherer Genauigkeit.

6.1 Bisherige Messungen

Im Experiment von Hessels und Kollegen [Rot00] wird ein Strahl atomaren Wasserstoffs in einer Radiofrequenz-Gasentladung erzeugt und anschließend durch Beschuß mit Elektronen einer Energie von 11 eV teilweise in den metastabilen 2S-Zustand angeregt. Ein im Bereich der Wechselwirkung mit den Elektronen angelegtes Magnetfeld von 575 G mischt die $(2S, F = 0, m_F = 0)$ und $(2S, F = 1, m_F = -1)$ -Niveaus mit dem 2P-Niveau, welches sehr schnell zerfällt. Damit sind die metastabilen Atome, welche in die sich anschließende Radiofrequenz-Wechselwirkungszone eintreten, hauptsächlich im $(2S, F = 1, m_F = 0, +1)$ -Zustand. Entlang einer Strecke von 98 cm erfolgt nun die Wechselwirkung mit Radiowellen nahe 177 MHz, welche im Resonanzfall den Hyperfeinübergang vom $(2S, F = 1, m_F = 0)$ -Niveau in das vorher entleerte $(2S, F = 0, m_F = 0)$ -Niveau treiben. Aufgrund eines parallel zum magnetischen Wechselfeld der Radiofrequenz angelegten konstanten magnetischen Feldes wird praktisch nur dieser Übergang mit $\Delta m_F = 0$ getrieben, wohingegen die Frequenz des $(2S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F = 0, m_F = 0)$ -Übergangs von der zu messenden Resonanz weg geschoben wird. Nach Verlassen dieser Wechselwirkungszone wird nur das $(2S, F = 0, m_F = 0)$ -Niveau durch Einstrahlen einer weiteren Radiofrequenz bei 900 MHz ins schnell zerfallende $(2P, F = 1, m_F = 0)$ -Niveau entleert. Die verbleibenden metastabilen Atome werden schließlich in einer Detektionszone in einem kleinen elektrischen Feld gequencht und die dabei emittierten Photonen mit Hilfe eines Lyman- α -Detektors gezählt.

Ist die Radiofrequenz bei 177 MHz nicht resonant mit der Hyperfeinaufspaltung, so erreichen sowohl die Atome im $(2S, F = 1, m_F = +1)$ - und $(2S, F = 1, m_F = 0)$ -Niveau den Detektor. Im Falle der Resonanz bricht die Zählrate dagegen ein, weil nur noch die sich schon ursprünglich im $(2S, F = 1, m_F = +1)$ -Niveau befindlichen Atome den Detektor erreichen.

Unter Berücksichtigung von systematischen Effekten wird die 2S-Hyperfeinaufspaltung zu 177 556 785(29) Hz angegeben. Die daraus berechnete Differenz D_{21} beträgt 48 528(232) Hz und weicht um 1,8 Standardabweichungen vom theoretischen Wert ab [Rot00].

Im Gegensatz zu diesem Experiment trieben Kusch und Kollegen [Heb56] den 2S-Hyperfeinübergang im Wasserstoffatomstrahl in einer Ramsey-Anordnung. Die Wasserstoff-Moleküle wurden thermisch dissoziiert und durch Elektronenbeschuß angeregt. Wie oben wurden die $(2S, F = 0, m_F = 0)$ und $(2S, F = 1, m_F = -1)$ -Niveaus in einem Magnetfeld bei 575 Gauß ins 2P-Niveau entleert. In der folgenden Übergangsregion wurde der 2S-Hyperfeinübergang getrieben. Anschließend wurden die metastabilen Atome, welche bei Resonanz ins $(2S, F = 0, m_F = 0)$ -Niveau transferiert worden waren, in einem weiteren statischen Magnetfeld bei 575 G über das 2P-Niveau gequencht. Die verbleibenden 2S-Atome lösten schließlich Elektronen aus einer Metalloberfläche aus, welche mit einem Faraday-Becher detektiert wurden. Die Zählrate war damit außerhalb der Hyperfein-Resonanz größer und sank, wenn die eingestrahlte Radiofre-

quenz resonant mit der Hyperfeinaufspaltung war. Photonen aus der Elektronenkanone konnten ebenfalls Elektronen auslösen, welche am Faraday-Becher ein Untergrundsignal lieferten. Mit Hilfe eines elektrostatischen Quenchers vor der Rf-Region konnte dieser Untergrund kalibriert werden. Da in einem konstanten Magnetfeld experimentiert wurde, welches nicht parallel zum magnetischen Feld der Radiofrequenz orientiert war, mussten sowohl die Übergänge $(2S, F = 1, m_F = +1) \rightarrow (2S, F = 0, m_F = 0)$ und $(2S, F = 1, m_F = 0) \rightarrow (2S, F = 1, m_F = 0)$ gemessen werden. Aus ihren Übergangsfrequenzen wurden dann die zwei unbekanntes Größen Magnetfeld und $2S$ -Hyperfeinaufspaltung bestimmt.

Unter Berücksichtigung systematischer Effekte wurde der $2S$ -Hyperfeinübergang so zu $177\,556\,860(50)$ Hz bestimmt. Der daraus berechnete experimentelle Wert für D_{21} von $49\,129(400)$ Hz stimmt im Rahmen des Fehlers mit dem theoretischen Wert überein.

6.2 Optische Messung in kleinen Magnetfeldern

In Abschnitt 2.1 wurde bereits das Energieniveauschema des Wasserstoffatoms beschrieben. Für die Bestimmung der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz werden die Übergänge $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = 1, m'_F = \pm 1)$ durch Zwei-Photonen-Absorption von ultraviolettem Licht nahe 243 nm getrieben. Die Anregung findet dabei in einem kleinen, zum Atomstrahl senkrechten Magnetfeld von etwa zwölf Gauß statt.

Erste Überlegungen zur optischen Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff waren motiviert durch Überlegungen von S.G. Karshenboim, daß in atomarem Wasserstoff eine spezifische Kombination der vier nS -Hyperfeinniveaus in homogenen konstanten Magnetfeldern von der Größe des Magnetfeldes unabhängig ist und der Hyperfeinaufspaltung im Null-Magnetfeld entspricht. Es wurden einige Experimente mit einer Magnetfeldabschirmung um die Wechselwirkungszone und einem Solenoid auf der Strahlachse durchgeführt. Letzterer sollte das homogene Feld bereitstellen. Die unvermeidlichen Inhomogenitäten am Rande des Solenoids machen eine präzise Messung jedoch unmöglich, so daß dieser Ansatz aufgegeben wurde.

Anstatt dessen werden die Übergänge für die im Rahmen dieser Arbeit erstmals demonstrierte optische Messung in einem sehr kleinen Magnetfeld von weniger als einem Milligauß angeregt, in dem die Aufspaltung der Energieniveaus in einzelne Hyperfeinkomponenten mit unterschiedlicher Quantenzahl m_F praktisch aufgehoben ist (siehe dazu Abbildung 2.2). Es werden also die drei im Rahmen der experimentellen Auflösung entarteten sogenannten Triplet-Übergänge

$$(1S, F = 1, m_F = \pm 1 \text{ oder } 0) \rightarrow (2S, F' = 1, m'_F = \pm 1 \text{ oder } 0) \quad (6.1)$$

und der sogenannte Singulett-Übergang

$$(1S, F = 0, m_F = 0) \rightarrow (2S, F' = 0, m'_F = 0) \quad (6.2)$$

bei 243 nm angeregt, wobei jeweils $\Delta m_F = 0$ gilt.

Das Symbol $f(F, m_F)$ bezeichne die Übergangsfrequenz zwischen Unterniveaus mit Quantenzahlen $(1S, F, m_F)$ und $(2S, F' = F, m'_F = m_F)$ bei 121 nm. Damit beschreibt $f(1, \pm 1$ oder $0)$ die Frequenz des Triplet-Übergangs, $f(0, 0)$ die des Singulett-Übergangs. Unter Berücksichtigung der wohlbekanntesten Hyperfeinaufspaltung des Grundzustandes kann aus der Differenz dieser beiden optischen Frequenzen die 2S-Hyperfeinaufspaltung $f_{\text{HFS}}(2S)$ in sehr kleinen Magnetfeldern mit hoher Genauigkeit bestimmt werden: aus der Breit-Rabi-Formel (2.23) folgt bei Magnetfeld gleich Null

$$f_{\text{HFS}}(2S) = f_{\text{HFS}}(1S) + f(1, \pm 1 \text{ oder } 0) - f(0, 0). \quad (6.3)$$

6.2.1 Idee und Ablauf der Messung

Die hier vorgestellte optische Methode erlaubt die Bestimmung der 2S-Hyperfeinstruktur ohne eine absolute Frequenzmessung, das heißt ohne einen Vergleich optischer Frequenzen mit einem primären Frequenzstandard. Damit ist das Experiment erheblich einfacher und kann ohne das Frequenzkamm-Labor und insbesondere ohne die transportable Cs-Fontänenuhr aus Paris mit trotzdem unerreichter Genauigkeit durchgeführt werden. Die Meßmethode stellt darüberhinaus eine Alternative zu etablierten Radiofrequenzmethoden dar.

Der neu aufgebaute, sehr stabile Referenzresonator mit einer annähernd linearen, sehr kleinen Drift auf Zeitskalen einiger zehn Minuten dient als Frequenz-Schwungrad. Ebenso wie bei der normalen Wasserstoff-Messung wird die optische Frequenz des blauen Farbstofflasers f_{Laser} im doppelten Durchgang durch einen akusto-optischen Modulator um das Zweifache der Radiofrequenz f_{AOM} am AOM zu höheren Frequenzen geschoben.

Diese geschobene Frequenz wird auf eine Mode des Resonators, die einer Frequenz f_{Referenz} entspricht, stabilisiert. Die Laserfrequenz wird also so geregelt, daß die Gleichung $f_{\text{Laser}} + 2f_{\text{AOM}} = f_{\text{Referenz}}$ erfüllt ist.

Bei entsprechender Wahl der Frequenz am AOM läßt sich mit dem verdoppelten Licht des Farbstofflasers der Triplet-Übergang $f(1, \pm 1$ oder $0)$ anregen. Im Experiment trägt die dazu erforderliche Frequenz etwa 395 MHz. Wählt man stattdessen eine andere Frequenz nahe 240 MHz, so kann man den Singulett-Übergang $f(0, 0)$ anregen. Der Frequenzunterschied zwischen den beiden Übergängen entspricht bei Berücksichtigung eines Faktors von acht (aufgrund doppeltem Durchgang durch das AOM, Frequenzverdopplung und der Zweiphotonen-Absorption) gerade der Differenz der Hyperfeinaufspaltungen im Grund- und ersten angeregten Zustand, wobei zu beachten ist, daß aufgrund der Stabilisierung des Lasers auf den Referenzresonator eine höhere Frequenz am AOM einer niedrigeren Frequenz des Lasers entspricht. Damit kann — unter Berücksichtigung der wohlbekanntesten 1S-Hyperfeinaufspaltung — die 2S-Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff aus der Frequenzdifferenz der beiden den jeweiligen Übergang anregenden Laserfelder, das heißt aus der Differenz der AOM-Frequenzen auf der Linienmitte, bestimmt werden.

Diese differentielle Meßmethode weist einige bedeutsame Vorteile auf. Da der Singulett- und der Triplett-Übergang zwar zeitlich aufeinanderfolgend, aber am selben Atomstrahl angeregt werden, erfahren sie näherungsweise die gleichen systematischen Verschiebungen, beispielsweise aufgrund des Doppler-Effektes zweiter Ordnung. Selbstverständlich muß dabei gewährleistet werden, daß die experimentellen Parameter, zum Beispiel die Temperatur der kalten Düse, während der Messung hinreichend konstant sind. Dann fallen viele der mit dem Atomstrahl verknüpften Systematiken in der Differenzbildung einfach heraus.

In Abbildung 6.1 sind gemittelte Singulett- und Triplett-Spektren dargestellt. Um den Vergleich zu vereinfachen, wurde die Zählrate der Singulett-Spektren mit einem Faktor drei multipliziert. Es ist deutlich zu erkennen, daß beide Übergänge die gleiche asymmetrische Linienform bei kleinen Verzögerungen aufweisen. Verbleibende systematische Effekte werden in Abschnitt 6.2.4 diskutiert.

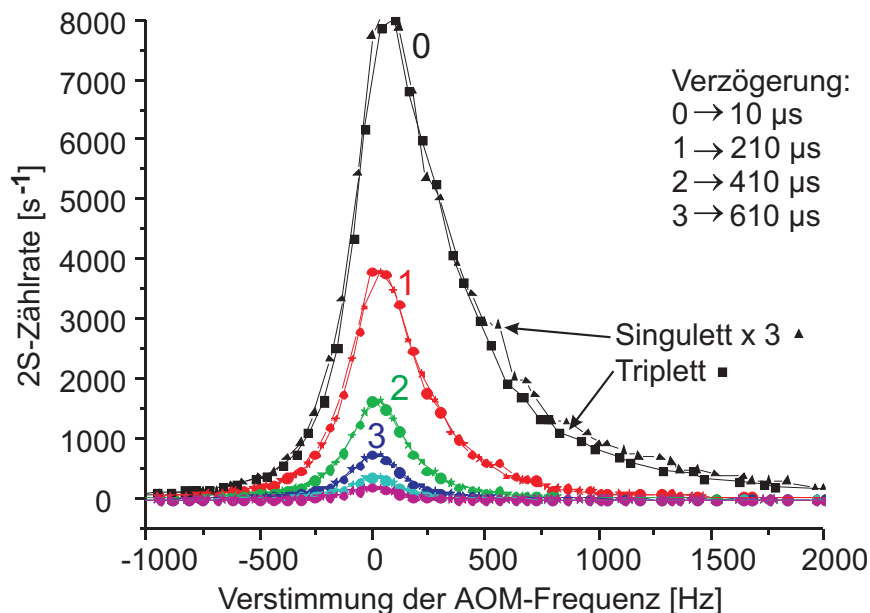


Abbildung 6.1: Vergleich gemittelter Linienformen des Triplett- und des Singulett-Übergangs. Zur Veranschaulichung wurde die Zählrate des Singulett-Übergangs verdreifacht.

Während der Messung werden typischerweise zwischen vier und sechs Spektren aufgenommen, jedes bestehend aus etwa 30 Punkten mit einer Integrationszeit von etwa einer Sekunde pro Punkt. Danach wird durch Änderung der Frequenz am AOM zum anderen Übergang umgeschaltet.

Im Vorfeld der Messung wurden Experimente mit zwei getrennten akusto-optischen Modulatoren und teilweise getrennten Stabilisierungselektroniken für die beiden Radiofrequenzen durchgeführt. Dabei ergaben sich leicht unterschiedliche Offsetspannungen an der Stabilisierungselektronik für den Farbstofflaser, welche letztlich eine Verschiebung

der Laserfrequenz relativ zur Mode des Referenzresonators bedeuten und damit zu einer systematischen Frequenzverschiebung der 2S-Hyperfeinaufspaltung führen. Daher wurde während der endgültigen Messung nur mit einem AOM und einer Stabilisierungselektronik gearbeitet.

Zur Untersuchung möglicher systematischer Effekte wurden Spektren bei unterschiedlichem Hintergrundgasdruck und unterschiedlichem Wasserstofffluß aufgenommen.

6.2.2 Magnetfeldkompensation

Im Wasserstoff-Labor dominiert im Bereich des Spektrometers das Erdmagnetfeld. Bereits vorhandene Magnetspulen in Helmholtz-Konfiguration liefern bei den Messungen der 1S-2S-Übergangsfrequenz ein der vertikalen Komponente des Erdmagnetfeldes paralleles Magnetfeld von etwa 5 G. Sie erlauben bei entgegengesetzter Polung eine näherungsweise Kompensation der vertikalen Erdfeldkomponente im Bereich der Wechselwirkungszone, in der die Wasserstoffatome angeregt werden. Zur Kompensation der horizontalen Feldkomponenten wurden weitere Spulen außerhalb des Vakuumsystems angebracht. Die erforderlichen Stromstärken zur Feldkompensation wurden mit Hilfe eines Magnetometers (Magnetoscop 1.068, Förster) bestimmt.

Im Inneren des Vakuumsystems umgibt ein vertikaler, 155 mm hoher Zylinder aus 150 Mikrometer starker μ -Metall-Folie die Wechselwirkungszone einschließlich Düse und Detektor. Bereits mit diesem Aufbau beträgt das verbleibende Restfeld auf der Strahlachse in der Wechselwirkungszone nur noch gemessene 10 bis 20 mG. Eine weitere, ein Millimeter starke Abschirmung aus μ -Metall reduziert dieses Restfeld um mindestens einen Faktor von 20. Diese Abschirmung besteht aus zwei teilweise ineinandergeschobenen coaxialen Zylindern mit Durchmessern von 50 und 27 Millimetern, welche in Richtung des Detektor mit einem Boden und in Richtung der Düse mit einem Skimmer abgeschlossen sind. Der innere Zylinder weist im Bereich des Detektors große Bohrungen auf. Durch diese Öffnungen und durch den Spalt zwischen den beiden Zylindern wird der Wechselwirkungsbereich gepumpt. In Abbildung 6.2 sind die Vorkehrungen zur Magnetfeldabschirmung skizziert.

Der gesamte kaskadierte Aufbau zur Abschirmung konnte zusammengebaut mangels Zugang für die Meßsonde nicht vermessen werden. Konservativ werden die verbleibenden Restfelder geringer als 1 mG abgeschätzt. Die μ -Metall-Flächen wurden mit Graphit beschichtet, um Oberflächenladungen zu vermeiden, welche über den statischen Stark-Effekt (siehe Abschnitt 6.2.4) die Energieniveaus verschieben könnten. Verbleibende elektrostatische Restfelder werden konservativ kleiner als 30 mV/cm abgeschätzt [Hub97].

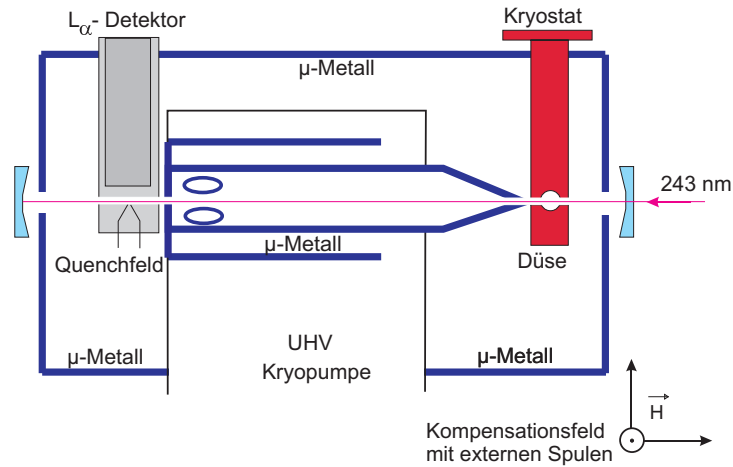


Abbildung 6.2: Skizze der kaskadierten Magnetfeldabschirmung für die Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff. Die Umrisse der Komponenten aus μ -Metall sind dicker gezeichnet. Der Bereich der Strahlachse ist Teil der Hochvakuumzone und wird durch die elliptisch skizzierten Öffnungen im inneren Zylinder und durch den Spalt zwischen den beiden Zylindern gepumpt.

6.2.3 Datenanalyse und Fitprozedur

Die aufgenommenen Spektren werden in der Frequenz- und Zeitdomäne mit einem Lorentz-Modell gefittet, um für jedes Spektrum die Frequenz der Linienmitte und den Zeitpunkt, an dem sie gemessen wurde, zu bestimmen. Aus diesen Informationen kann die Drift des Referenzresonators abgeleitet werden, wenn alle experimentellen Parameter, welche die $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz beeinflussen, während der Messung konstant waren.

In Bild 6.3 a) ist das Ergebnis eines Meßtages dargestellt. Deutlich ist eine annähernd lineare Drift des Referenzresonators erkennbar, welche sich in der Drift der AOM-Frequenzen der jeweiligen Singulett- beziehungsweise Triplet-Resonanz äußert. Zu bestimmen ist nun die Frequenzdifferenz zwischen den beiden Datensätzen. Um den störenden Einfluß einer nichtlinearen Drift des Resonators auf längeren Zeitskalen auszuschließen, werden jeweils nur zwei Singulett- und Triplet-Sätze à drei bis sechs Spektren, das heißt ein Zeitraum von etwa 1000 Sekunden, simultan mit linearer Regression gefittet. Dies ist im rechten Teil b) der Abbildung 6.3 dargestellt. Schrittweise werden so alle Datensätze analysiert. Man erhält also aus n gemessenen Triplet- und Singulett-Sätzen insgesamt $n - 3$ Frequenzdifferenzen, welche nicht vollständig unabhängig sind, da abgesehen von den ersten und letzten Spektren jedes Spektrum in insgesamt vier Frequenzdifferenzen eingeht. Dies wird in der Berechnung der Fehler gemittelter Frequenzdifferenzen berücksichtigt, indem sie mit einem Faktor $\sqrt{4} = 2$ multipliziert werden.

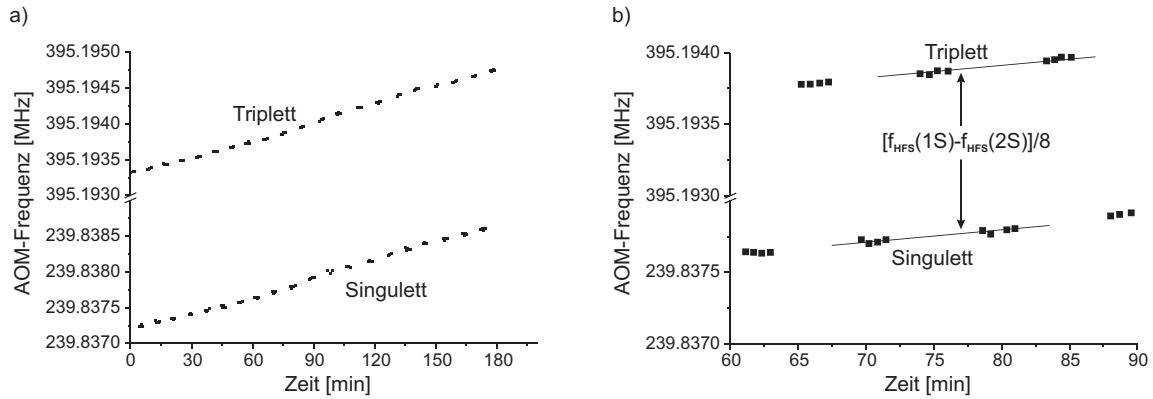


Abbildung 6.3: a) AOM-Frequenzen, bei denen der Triplet- und der Singulett-Übergang angeregt wurden. Die lineare Zeitabhängigkeit der Daten spiegelt die Drift des Referenzresonators wieder. b) Simultaner Fit zweier Singulett- und zweier Triplet-Datensätze mit Geraden gleicher Steigung.

6.2.4 Fehlerabschätzung

Drift der Laserfrequenz

Alle im Experiment verwendeten Radiofrequenz-Synthesizer waren auf eine kommerzielle Cs-Atom-Uhr (HP 5071 A) mit einer spezifizierten Genauigkeit von 5×10^{-13} referenziert. Ihr Frequenzfehler kann für Frequenzen im Megahertz-Bereich damit völlig vernachlässigt werden.

Die Intensität des Laserlichtes vor dem Resonator wurde mit einer elektronischen Regelschleife stabilisiert (siehe Bild 4.8), so daß keine kurzzeitigen Frequenzschwankungen aufgrund einer variablen Lichtintensität auftraten.

Trotz der mehrstufigen Temperaturstabilisierung auftretende Längenänderungen des Referenzresonators oder auch eine denkbare langsame Drift der Stabilisierungselektronik äußern sich in der bereits angesprochenen langsamen Drift der auf eine feste Resonatormode stabilisierten Laserfrequenz. Aufgrund der oben beschriebenen Auswertung mittels linearer Regression kann eine lineare Drift des Lasers die Frequenzdifferenz zwischen den Singulett- und Triplet-Spektren und damit die Bestimmung der Hyperfeinaufspaltung nicht beeinflussen. Denkbare nichtlineare oder auch zufällige Frequenzschwankungen auf kurzen Zeitskalen einiger Minuten werden im Laufe der 16 Meßtage gemittelt, so daß keine signifikante systematische Verschiebung der 2S-Hyperfeinaufspaltung aufgrund einer Drift der Laserfrequenz resultiert.

Magnetische Felder

Gemäß der Breit-Rabi-Formel (2.23) beträgt die Verschiebung der Singulett- und Triplett-Übergangsfrequenzen in einem Magnetfeld der Stärke B in der Näherung $\mu_{\text{Kern}} \ll \mu_e \approx 2 \mu_B$ und nach einer Entwicklung des Wurzelterms

$$\begin{aligned}
f(0,0)(B) - f(0,0)(B=0) &\approx \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)}{2h} \left(1 + \frac{2\mu_B^2 B^2}{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)^2}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)}{2h} \left(1 + \frac{2\mu_B^2 B^2}{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)^2}\right), \\
f(1,0)(B) - f(1,0)(B=0) &\approx \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)}{2h} \left(1 + \frac{2\mu_B^2 B^2}{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)^2}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)}{2h} \left(1 + \frac{2\mu_B^2 B^2}{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)^2}\right), \\
f(1,-1)(B) - f(1,-1)(B=0) &\approx \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)}{2h} \left(1 - \frac{2\mu_B B}{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)}{2h} \left(1 - \frac{2\mu_B B}{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)}\right), \\
&= \frac{1}{2h} (\Delta E_{\text{HFS}}(2S) - \Delta E_{\text{HFS}}(1S)) \\
f(1,+1)(B) - f(1,+1)(B=0) &\approx \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)}{2h} \left(1 + \frac{2\mu_B B}{\Delta E_{\text{HFS}}(2S)}\right) \\
&\quad - \frac{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)}{2h} \left(1 + \frac{2\mu_B B}{\Delta E_{\text{HFS}}(1S)}\right) \\
&= f(1,-1). \tag{6.4}
\end{aligned}$$

Damit ist die im Experiment bestimmte Differenz der Übergangsfrequenzen in dieser Näherung gegeben als

$$\begin{aligned}
&(f(0,0)(B) - f(0,0)(B=0)) - (f(1,-1)(B) - f(1,-1)(B=0)) \\
&\approx f_{\text{HFS}}(1S) - f_{\text{HFS}}(2S) + \frac{\mu_B^2 H^2}{h^2} \left(\frac{1}{f_{\text{HFS}}(1S)} - \frac{1}{f_{\text{HFS}}(2S)} \right) \\
&= f_{\text{HFS}}(1S) - f_{\text{HFS}}(2S) - \beta H^2 \tag{6.5}
\end{aligned}$$

mit $\beta = \mu_B^2 (f_{\text{HFS}}(2S)^{-1} - f_{\text{HFS}}(1S)^{-1}) / h^2 \approx 9600 \text{ Hz/G}^2$.

In der doppelt abgeschirmten Wechselwirkungszone ist das gemittelte Magnetfeld kleiner als ein Milligauß. Daraus berechnet sich ein systematischer Fehler für die 2S-Hyperfeinaufspaltung kleiner als 0,0096 Hz. Während der Bereich der Detektionszone durch eine weitere μ -Metall-Röhre magnetisch geschirmt (Schirmfaktor > 10) ist und damit ebenfalls eine Sub-Hertz-Verschiebung beiträgt, wird zwischen der Düse und der μ -Metall-Röhre das Feld zu kleiner 20 mG gemessen, was einer Frequenzverschiebung von knapp 4 Hz entspricht. Im Vergleich zur gesamten Wechselwirkungslänge von

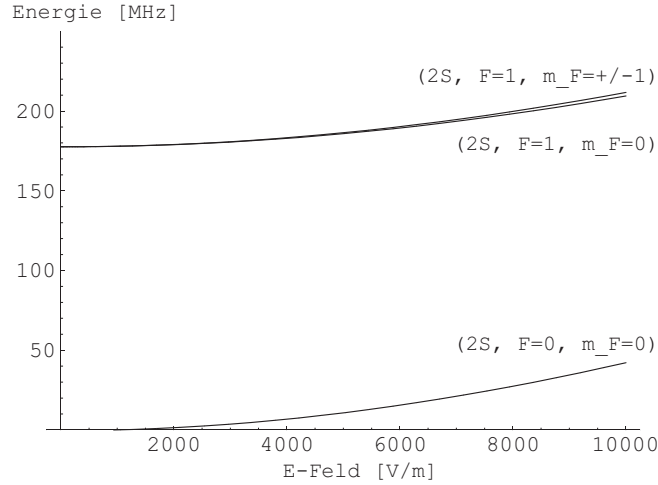


Abbildung 6.4: *Statischer Stark-Effekt der 2S-Niveaus in atomarem Wasserstoff unter Berücksichtigung der Hyperfeinaufspaltung. Die Null der Frequenzskala wurde als Frequenz der 2S-Singulett-Komponente ohne elektrisches Feld definiert.*

190 mm ist die Länge dieses Bereiches (etwa 5 mm) jedoch klein, so daß für die resultierende gesamte Frequenzverschiebung konservativ ein Wert von 0,5(0,5) Hz abgeschätzt wird. Dies wird durch Auswertung unterschiedlicher Geschwindigkeitsklassen von Atomen, welche hauptsächlich in unterschiedlichen Bereichen der Wechselwirkungszone angeregt werden, bestätigt. Es konnte keine Abhängigkeit der 2S-Hyperfeinaufspaltung von der Geschwindigkeitsklasse beobachtet werden.

Statischer Stark-Effekt

Statische elektrische Felder in der Wechselwirkungszone mischen die Energieniveaus in Wasserstoff, was zu einer Verschiebung der Niveaus führt. Dieser Effekt läßt sich mittels Störungstheorie berechnen. Das 1S-Niveau erfährt in erster Ordnung keine Verschiebung. Aufgrund ihres unterschiedlichen energetischen Abstands zu den benachbarten $2P_{1/2}$ - und $2P_{3/2}$ -Niveaus werden jedoch die Singulett- und Triplet-Unterkomponenten des 2S-Niveaus in elektrischen Feldern unterschiedlich verschoben. Damit resultiert eine Abhängigkeit der 2S-Hyperfeinaufspaltung von statischen elektrischen Feldern. Unter Berücksichtigung der Hyperfeinaufspaltung wurde dieser Stark-Effekt von Anette Pahl berechnet [Pah03]. In Abbildung 6.4 ist die berechnete Verschiebung der 2S-Hyperfeinniveaus in Abhängigkeit vom elektrischen Feld dargestellt. Unter Berücksichtigung des doppelten Gewichts der entarteten $(2S, F = 1, m_F = \pm 1)$ -Komponente ergibt die Rechnung für die Verschiebung der 2S-Hyperfeinaufspaltung aufgrund des statischen Stark-Effektes

$$\Delta f_{\text{HFS,DC}}(2S) = 1040 E^2 \text{ Hz (cm/V)}^2. \quad (6.6)$$

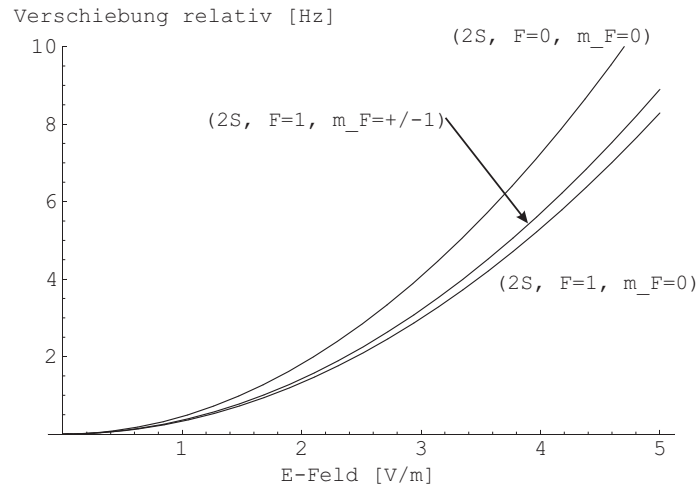


Abbildung 6.5: *Relative Frequenzverschiebungen der 2S-Niveaus aufgrund des statischen Stark-Effekts.*

In Abbildung 6.5 ist der Effekt für kleine Feldstärken dargestellt. Zur Veranschaulichung wurden die Energieniveaus für ein Null-Feld alle zu Null definiert, so daß sich die Verschiebung der 2S-Hyperfeinaufspaltung einfach aus der Differenz der verschobenen Triplett- und Singulett-Niveaus ablesen läßt.

Da die elektrischen Streufelder in der Wechselwirkungsregion zu unter 30 mV/cm abgeschätzt werden können [Hub97], resultiert eine Verschiebung der 2S-Hyperfeinaufspaltung von $-1(1)$ Hz.

Dynamischer Stark-Effekt

Gemäß Abschnitt 5.2.3 skaliert die dynamische Stark-Verschiebung invers mit der Energiedifferenz zwischen den realen ($1S$ -, $2S$ -) und virtuellen Niveaus.

Die Hyperfeinaufspaltungen des $1S$ - und $2S$ -Niveaus betragen etwa 1420 MHz und 178 MHz, während virtuelle Energieniveaus bei Zweiphotonen-Anregung mehr als 1200 THz entfernt sind vom $1S$ - beziehungsweise $2S$ -Niveau. Für den $1S$ - $2S$ -Übergang beträgt die dynamische Stark-Verschiebung bei den experimentell verwirklichten Lichtintensitäten weniger als 1 kHz. Die Differenz der Singulett- und Triplett-Frequenzen von rund 1 GHz ist etwa sechs Größenordnungen kleiner als die Lichtfrequenz. Damit ist dann auch die Differenz der dynamischen Stark-Verschiebungen bei konstanter Lichtintensität etwa sechs Größenordnungen kleiner als die dynamische Stark-Verschiebung des $1S$ - $2S$ -Übergangs, das heißt auf Sub-Hertz-Niveau und damit völlig vernachlässigbar. Lediglich aufgrund von Intensitätsschwankungen kann sich eine Verschiebung der Hyperfeinaufspaltung ergeben. Während der Messungen wurde da-

her die Intensität des anregenden Lichtes über die aus dem longitudinalen Resonator ausgekoppelte Strahlung gemessen und so konstant wie möglich gehalten. Verbleibende Schwankungen wurden gemäß der theoretischen Verschiebung von 2,6 Hz/mW [Nie00] korrigiert, was das Endergebnis um 2 Hz verschiebt. Als Fehler der Korrektur werden ebenfalls 2 Hz angenommen.

Linienform

In Abbildung 6.1 ist die asymmetrische Linienform der gemessenen Spektren dargestellt. Zur Auswertung wurden sowohl die Singulett- als auch die Triplett-Spektren einer Verzögerung von 810 μs mit einem Lorentz-Modell gefittet, welches die — bei dieser Verzögerung schon deutlich reduzierte — Asymmetrie nicht berücksichtigt. Da jedoch alle Spektren am gleichen Atomstrahl gemessen wurden, weisen sie alle dieselbe Asymmetrie auf und werden daher alle gleich „falsch“ gefittet. In der Differenzbildung fällt dieser Fehler dann wieder heraus. Zur Kontrolle wurden Spektren bei verschiedenen Verzögerungen entsprechend verschiedener Geschwindigkeitsklassen analysiert. Im Rahmen der Fehler konnte keine Abhängigkeit des 2S-Hyperfeinintervalls festgestellt werden. Desweiteren wurde eine theoretische Linienform für eine Verzögerung von 810 μs simuliert und mit dem Lorentzmodell analysiert. Der sich ergebende Fehler in der Bestimmung der Linienmitte war kleiner als 2 Hz.

Aus einer Analyse der Zählraten der Triplett- und Singulett-Spektren ergibt sich ein Verhältnis von 3,37(3), während das Verhältnis der Breiten von Triplett- zu Singulett-Spektren 0,973(6) beträgt. Theoretisch ist die Summe der Matrixelemente für Dipolübergänge zwischen Hyperfeinunterniveaus ausgehend von $(nS, F = 1)$ genau drei Mal größer als die Summe ausgehend von $(nS, F = 0)$ [Sho90]. Unter Berücksichtigung der Boltzmann-Statistik für die Population der 1S-Hyperfeinzustände bei 5 K erwartet man für das Verhältnis der Zählraten einen Faktor von 2,96. Der beobachtete Unterschied könnte zum einen an unterschiedlichen Rekombinationsraten in der Düse liegen, zum anderen ist es nicht auszuschließen, daß Triplett- und Singulett-Atome nicht völlig gleich thermalisieren. Dies würde sich über die zeitaufgelöste Messung auf die Zählrate und über den Doppler-Effekt zweiter Ordnung auf die Übergangsfrequenzen auswirken. Eine Analyse von Nikolai Kolachevsky ergibt für diesen Effekt eine mögliche Verschiebung der gemessenen 2S-Hyperfeinaufspaltung von weniger als 3 Hz.

Aufgrund der Linienform wurde das Fehlerbudget um 2 Hz Fehler ergänzt.

Druckverschiebung aufgrund des Hintergrundgasdruckes

Um einen möglichen Effekt des Hintergrundgasdruckes bei der Messung der 2S-Hyperfeinaufspaltung abschätzen zu können, wurden die Messungen bei unterschiedlichen Drücken durchgeführt. Während neun Meßtagen betrug der mittlere Druck im Vakuumsystem $3,1(2) \times 10^{-8}$ mbar und während vier Meßtagen $1,5(5) \times 10^{-7}$ mbar.

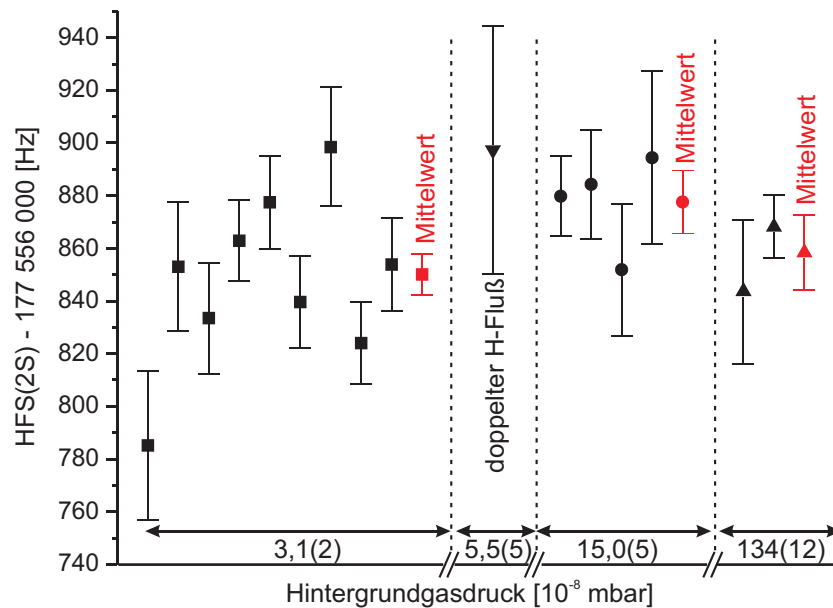


Abbildung 6.6: Tages- und Mittelwerte bei unterschiedlichem Hintergrundgasdruck. Der Tageswert bei $5,5 \times 10^{-8}$ mbar Druck wurde mit doppeltem Wasserstofffluß aufgenommen.

Um eine mögliche langsame Drift der Apparatur zu testen, wurde dreimal zwischen den beiden Konfigurationen gewechselt, wobei sonstige Parameter nicht verändert wurden. Etwa ein halbes Jahr später wurde mittels eines Fächers aus Aluminiumplatten der Leitwert des Vakuumsystems in der Verbindung zur Kryopumpe künstlich verschlechtert und zwei weitere Tage bei einem rund eine Größenordnung schlechteren Druck von $1,34(12) \times 10^{-6}$ mbar gemessen. Die Ergebnisse sind zusammen mit dem Resultat eines Meßtages bei etwa doppeltem Druck vor der Gasentladung (was einen ungefähr doppelten Fluß an Wasserstoff durch die Düse bewirkt) in der Abbildung 6.6 dargestellt.

Trotz der Variation des Hintergrundgasdrucks um fast zwei Größenordnungen ist die 2S-Hyperfeinaufspaltung im Rahmen der Streuung der Meßwerte nicht signifikant vom Hintergrundgasdruck abhängig. Es ist jedoch bekannt, daß die Frequenz des Triplett-Übergangs um $-8(2)$ MHz pro mbar Hintergrundgasdruck verschoben wird (siehe Abschnitt 5.2.5), wobei die maximale Korrektur bei $1,2 \times 10^{-6}$ mbar etwa 10 Hz beträgt. Diese Korrektur wurde in der Mittelung der Meßwerte berücksichtigt, wobei dem Fehlerbudget des Endwertes 10 Hz hinzugefügt wurden, um die Unsicherheit der Korrektur konservativ zu berücksichtigen. Bildet man den gewichteten Mittelwert der bei den drei Drücken gemessenen 2S-Hyperfeinintervalle, so beträgt der Fehler des Mittelwertes knapp 6 Hertz.

Druckverschiebung im Strahl

Im Wasserstoff-Strahl selbst kann aufgrund der Wechselwirkung zwischen den Atomen und Molekülen ebenfalls eine Druckverschiebung auftreten. Um diese abschätzen zu können, wurde während eines Meßtages bei etwa doppeltem Wasserstofffluß gemessen, welcher auch einen etwa verdoppelten Druck in der Vakuumkammer bewirkt. Bei solch hohem Fluß friert die Wasserstoff-Düse sehr schnell zu, und die Kryopumpe wird schneller warm. Die Messung gestaltet sich deswegen äußerst schwierig, so daß von weiteren Meßtagen bei diesen Bedingungen Abstand genommen wurde. Der Mittelwert dieses Tages ist im Rahmen der Fehler mit den Tageswerten bei normalem Wasserstofffluß verträglich. Aus dieser Messung läßt sich also kein signifikanter Einfluß einer Druckverschiebung im Strahl ableiten, wobei diese Bewertung aufgrund der mäßigen Statistik des einen Tages sicherlich mit einer Unsicherheit behaftet ist.

Eine weitere Möglichkeit zur Untersuchung dieses Effekts ergibt sich aus der relativ breiten Geschwindigkeitsverteilung der Wasserstoffatome im Strahl. Die langsamen Atome wechselwirken häufiger mit den schnelleren Atomen aus dem Strahl als die Atome mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit. Eine mögliche Druckverschiebung sollte von dieser Häufigkeit abhängen und deshalb für Atome verschiedener Geschwindigkeitsklassen unterschiedlich sein. Die Auswertung der bei doppeltem Wasserstofffluß beobachteten Geschwindigkeitsklassen, die maximalen Geschwindigkeiten von ≤ 900 m/s, ≤ 450 m/s, ≤ 300 m/s, ≤ 230 m/s und ≤ 190 m/s entsprechen, zeigt jedoch keine Abhängigkeit des ausgewerteten 2S-Hyperfeinintervalls von der gewählten Geschwindigkeitsklasse. Die Ergebnisse streuen auf einem Niveau von 5 Hz.

Da die Statistik des eines Meßtages mit höherem Wasserstofffluß schlecht ist, wurden im Fehlerbudget konservativ 10 Hz Fehler für eine mögliche Druckverschiebung im Strahl berücksichtigt.

6.2.5 Ergebnis

Die Verteilung der aus allen Meßdaten mit Ausnahme der bei doppeltem Wasserstofffluß aufgenommenen Daten berechneten Werte für das 2S-Hyperfeinintervall lassen sich durch eine eine gaußförmige Verteilung mit einer Breite von 140 Hertz beschreiben, welche in Abbildung 6.7 dargestellt ist.

In Tabelle 6.1 sind der zugehörige gewichtete Mittelwert und die systematischen Effekte aufgeführt. Die 2S-Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff beträgt

$$\boxed{f_{\text{HFS}}(2S) = 177\,556\,860(16) \text{ Hz}} \quad (6.7)$$

Die zum Test der QED gebundener Zustände geeignete Differenz D_{21} errechnet sich daraus zu 49 128(128) Hz.

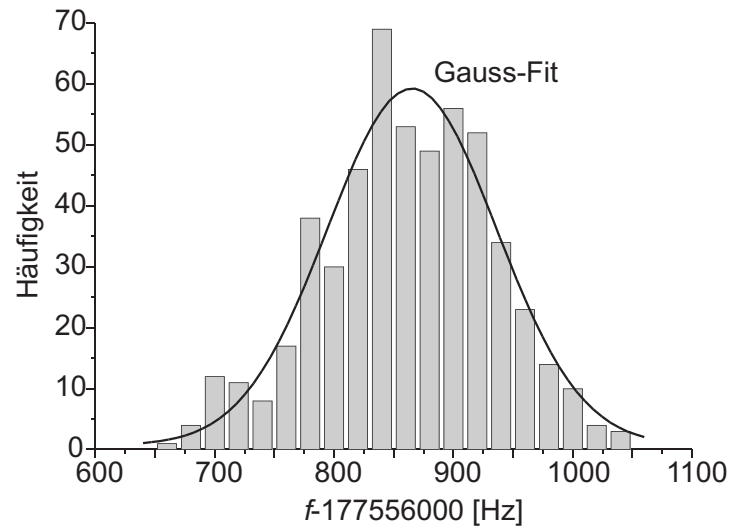


Abbildung 6.7: Verteilung der Resultate für das 2S-Hyperfeinintervall. Ausgewertet wurden die bei normalem Wasserstofffluß gemessenen Daten.

Tabelle 6.1: Systematische Fehler und Ergebnis der Messung des 2S-Hyperfeinintervalls in atomarem Wasserstoff.

	Frequenz [Hz]	Fehler [Hz]
Gemittelttes 2S-Intervall	177 556 860	6
Magnetische Restfelder	0,5	0,5
statische Stark-Verschiebung	-1	1
dynamische Stark-Verschiebung	0	2
Effekte der Linienform	0	2
Druckverschiebung aufgrund des Hintergrundgasdruck	0	10
Druckverschiebung durch Wechselwirkungen im Strahl	0	10
Ergebnis	177 556 860	16

6.2.6 Vergleich von Theorie und Experiment

In Abbildung 6.8 sind die aus den bisher publizierten Untersuchungen an atomarem Wasserstoff berechneten Werte von D_{21} zusammen mit dem neuen, in dieser Arbeit gewonnenen Wert und dem theoretischen Resultat dargestellt.

Die Resultate der beiden neueren Wasserstoff-Experimente unterscheiden sich um 2,2 kombinierte Standardabweichungen, wobei die Ursache für diese moderate Diskrepanz

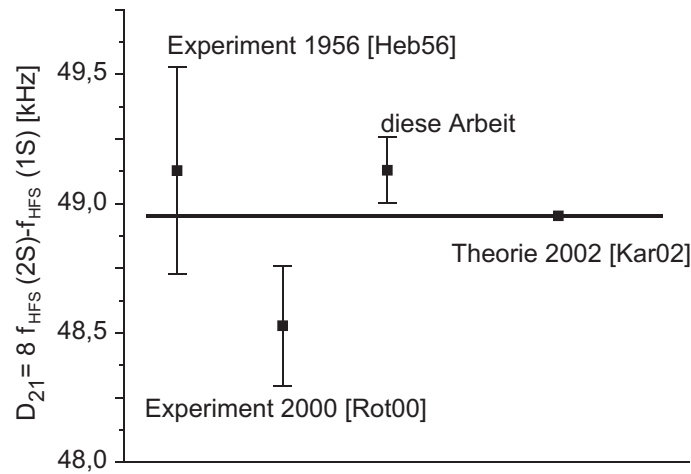


Abbildung 6.8: Werte für D_{21} , welche aus den bisher publizierten Messungen an atomarem Wasserstoff berechnet wurden. Der Fehler des theoretischen Wertes beträgt nur 3 Hz und ist durch die stärkere Linie angedeutet.

unklar bleibt. In Referenz [Rot00] wurden die Daten nicht um die sich dort andeutende Druckverschiebung aufgrund des Hintergrundgases korrigiert, was die Diskrepanz vermindern würde. Anstatt dessen wurde lediglich das Fehlerbudget erhöht. Die Diskrepanz könnte jedoch auch auf weitere, noch nicht berücksichtigte systematische Effekte hindeuten.

Das Ergebnis der optischen Messung der 2S-Hyperfeinaufspaltung bestätigt den in Abschnitt 2.3 aus $D_{21}(\text{theo}) = 48\,953(3)$ Hz berechneten Wert von $f_{\text{HFS}}^{\text{theo}} = 177\,556\,838,1(4)$ Hz auf einem Niveau von $1,2 \times 10^{-7}$, entsprechend 1,4 Standardabweichungen. Diese Messung stellt die bisher genaueste experimentelle Bestimmung der Hyperfeinaufspaltung des ersten angeregten Niveaus in atomarem Wasserstoff dar. Allfällige Verbesserungen des experimentellen Aufbaus lassen hoffen, daß die Unsicherheit der 2S-Hyperfeinaufspaltung mit optischen Methoden in Zukunft noch kleiner ausfallen wird. Die bisher realisierte Stabilität der Apparatur erlaubt für diese differentielle Messung eine auf die Übergangsfrequenz von 2466 THz bezogene relative Genauigkeit von $6,5 \times 10^{-15}$.

Tabelle 6.2 faßt die Ergebnisse für D_{21} zusammen. Alle drei experimentellen Werte für die 2S-Hyperfeinaufspaltung beziehungsweise für D_{21} streuen um die theoretischen Werte. Dies kann als weitere Bestätigung der Theorie interpretiert werden. Der gewichtete Mittelwert der drei experimentell bestimmten Hyperfeinaufspaltungen ergibt sich zu $177\,556\,844(13)$ Hz, der mit dem jeweiligen Fehler gewichtete Mittelwert von D_{21} ist $48\,997(108)$ Hz und weicht damit $44(108)$ Hz vom theoretischen Wert ab. Verglichen mit der Fermi-Energie entspricht diese Differenz einer sehr geringen relativen Abweichung von $3(8) \times 10^{-8}$. Dies stellt einen schärferen Test der QED gebundener Systeme dar,

Tabelle 6.2: D_{21} in verschiedenen Systemen. Die gegebene Unsicherheit σ beinhaltet die Fehler von Theorie und Experiment. D_{21} ist gegeben als $8f_{\text{HFS}}(2S) - f_{\text{HFS}}(1S)$. Δ bezeichnet die Differenz von Experiment und Theorie, E_F ist die Fermi-Energie und beträgt für Wasserstoff 1 418 840 kHz, für Deuterium 326 968 kHz und für das Helium-3-Ion $-8\,656\,598$ kHz (vgl. Abschnitt 2.3 und [Kar02]).

Atom	Exp. [kHz]	Theorie [kHz]	Δ [kHz]	Δ/σ	σ/E_F [10^{-6}]
H	48,53(23) [Rot00]	48,953(3)	-0,42(23)	-1,8	0,16
H	49,13(40) [Heb56]	48,953(3)	0,18(40)	0,5	0,28
H	49,13(13) [diese Arbeit]	48,953(3)	0,18(13)	1,4	0,09
D	11,16(16) [Rei56]	11,312 5(5)	-0,15(16)	-1,0	0,49
$^3\text{He}^+$	-1 189,979(71) [Pri77]	-1 190,067(64)	0,09(10)	0,9	0,01
$^3\text{He}^+$	-1 190,1(16) [Nov58]	-1 190,067(64)	0,03(160)	-0,02	0,18

als ihn die Untersuchung der Lamb-Verschiebung des Grundzustandes in atomarem Wasserstoff bis heute erlaubt. Letztere ist derzeit durch die Unsicherheit im Proton-Ladungsradius auf rund 3×10^{-6} limitiert [Bir01]. Erst die am Paul-Scherrer-Institut durchgeführten Messungen der Lamb-Verschiebung in myonischem Wasserstoff lassen für den Proton-Ladungsradius einen zehnfach genaueren Wert erwarten, welcher dann einen genaueren Test der QED gebundener Systeme über die 1S-Lamb-Verschiebung erlauben würde.

In Deuterium ist die Unsicherheit in D_{21} noch etwas größer. Das in naher Zukunft zu erwartende Ergebnis der optischen Messung der 2S-Hyperfeinaufspaltung in diesem Atom, welche momentan von Nikolai Kolachevsky und Peter Fendel durchgeführt wird, sollte hier eine Verbesserung bringen. Im Triplett-Helium kann die Theorie auf 1×10^{-8} bestätigt werden. Bereits in Abschnitt 2.3 wurden die Theorie für die leptonischen Systeme Myonium und Positronium angesprochen (siehe Tabelle 2.4); die Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen liegt hier im Bereich 2×10^{-5} bis $1,3 \times 10^{-7}$.

Die in diesem Kapitel beschriebene optische Messung der 2S-Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff ist in Physical Review Letters **92**, 033003 (2004) veröffentlicht worden.

Kapitel 7

Messung der $1S$ - $2S$ -Absolutfrequenz

Im Jahre 1999 konnte die Absolutfrequenz des $1S$ - $2S$ -Übergangs in atomarem Wasserstoff erstmals phasenkohärent mit einem primären Frequenzstandard verglichen werden [Nie00]. Zur Überbrückung der Lücke zwischen der Radiofrequenz-Domäne im Bereich bis einiger 10 GHz und dem Bereich optischer Frequenzen bei mehreren 100 THz diente ein experimenteller Aufbau, welcher auf einem etwa 45 THz breiten Frequenzkamm und einem infraroten He-Ne-Laser beruhte und insgesamt vier Phasenregelkreise benötigte.

In Kapitel 4 sind die Weiterentwicklungen der Experimente seit 1999 bereits beschrieben worden. Die Spektroskopie profitiert nun vom neu entwickelten Referenzresonator und der damit verbundenen höheren Stabilität des Lasersystems. Desweiteren ist der Hintergrundgasdruck im Wechselwirkungsbereich durch differentiell gepumpten dieses Bereichs erheblich reduziert worden. Messungen optischer Frequenzen basieren heute auf oktavenbreiten Frequenzkämmen aus den in photonischen Fasern spektral verbreiterten Pulsen von Femtosekundenlasern. Es sind nur noch zwei Regelkreise zur Kontrolle der Repetitionsrate und der Offset-Frequenz erforderlich.

In Paris wurden systematische Effekte, welche die Frequenz der Cäsium-Fontäne verschieben, im Detail charakterisiert. Eine Abschätzung der Stabilität der entsprechenden Parameter während des Betriebs der Uhr ergibt nun eine Genauigkeit der Übergangsfrequenz von besser als 10^{-15} .

Zur Untersuchung einer möglichen Drift fundamentaler Konstanten wurde die $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz in atomarem Wasserstoff im Frühjahr 2003 erneut absolut vermessen.

7.1 Ablauf der Messung

Vom 10. bis 25. Februar 2003 wurde die 1S-2S-Absolutfrequenz an zwölf Meßtagen untersucht. Insgesamt wurden 786 Spektren aufgenommen. Davon wurden 44 Spektren verworfen, weil während der Messung die Stabilisierung des Überhöhungsresonators versagte und deshalb die Lichtintensität eingebrochen war, oder weil die Fitprozedur des Linienform-Modells nicht konvergierte.

Die Methoden und Techniken zur absoluten Messung der Frequenz des blauen Farbstofflasers, welcher verdoppelt den 1S-2S-Übergang treibt, wurden bereits in Abschnitt 4.5 beschrieben.

Zur Spektroskopie der Resonanz wurde der stabilisierte Farbstofflaser durch Änderung der Frequenz am AOM zwischen Laser und Referenzresonator wiederholt über die 1S-2S-Resonanz verstimmt. Für jeden Meßpunkt wurde ein Datensatz aufgezeichnet, welcher im wesentlichen die Frequenz am AOM, die Werte der Wasserstoff-Zähler für die Frequenz der Schwebung zwischen dem Farbstofflaser und der nächsten Frequenzkamm-Mode, die Werte der Kamm-Zähler für die Repetitionsrate und die Offsetfrequenz (siehe dazu Abschnitt 4.5), die Zählrate der angeregten 2S-Atome bei den zwölf Verzögerungen, die Systemzeit sowie die Intensität des anregenden Lichtes enthält. Letztere wird hinter dem Überhöhungsresonator mit einer Photodiode gemessen und elektronisch über die Meßzeit von etwa 1 s pro Meßpunkt integriert. Um eine zuverlässige Extrapolation der dynamischen Stark-Verschiebung zu erlauben, wurde die Intensität des anregenden Lichtes von Spektrum zu Spektrum in zufälliger Art und Weise variiert, so daß einerseits eine Drift der Apparatur die Extrapolation nicht beeinflussen sollte, und andererseits am Ende eines Meßtages für alle experimentell zugänglichen Intensitäten etwa gleich viel Spektren vorlagen.

1999 wurde zur Untersuchung einer möglichen Verschiebung der Übergangsfrequenz aufgrund des höheren Drucks in der Düse mit zwei unterschiedlichen Düsendurchmessern experimentiert. Es wurde keine Abhängigkeit beobachtet. Der Hintergrundgasdruck betrug im gesamten Vakuumsystem etwa 10^{-6} mbar.

Für die neue Messung wurde zwischen Düse und Wechselwirkungszone ein sogenannter Stimmgabel-Chopper eingebaut, welcher auf den Lichtchopper phasengelockt war und bei blockiertem Anregungslicht einen Zustrom von Teilchen aus der Düse in den Wechselwirkungsbereich verhinderte. Dies sollte den Zachariaseffekt [Nie00] und den Druck im Wechselwirkungsbereich reduzieren. Während der vier Meßtage vom 18. bis 21. Februar wurde letzterer durch ein geöffnetes Bypass-Ventil an der differentiellen Pumpstrecke sowie durch eine Reduzierung der Saugleistung der Kryopumpe auf $2, 2(5) \times 10^{-7}$ mbar erhöht. Alle anderen Daten wurden bei geringstmöglichem Hintergrundgasdruck um $3(1) \times 10^{-8}$ mbar aufgenommen.

7.2 Aufbereitung der Meßdaten

7.2.1 Absolute Frequenzachse

Aus den Daten der Kamm- und Wasserstoff-Zähler und der Frequenz am AOM zwischen Farbstofflaser und Referenzresonator läßt sich die Frequenz der Referenzresonator-Mode, auf die der Laser stabilisiert war, gemäß den Gleichungen (4.11) und (4.12) bestimmen. Für jedes Wasserstoff-Spektrum wurde diese Modenfrequenz in einem Zeitraum von insgesamt 500 Sekunden um die Linienmitte herum mit einer Parabel gefittet und so das Rauschen des Frequenzkammes während dieser Zeit gemittelt. Das gefittete Polynom entspricht der absolut gemessenen Frequenz der Referenzresonator-Mode, auf die der Laser stabilisiert ist. Unter Berücksichtigung der AOM-Frequenz sowie der genau bekannten Korrekturen, um die die Frequenz der Cs-Fontäne berichtigt werden muß, läßt sich daraus die absolute Frequenz des den $1S$ - $2S$ -Übergang treibenden Lichtes berechnen. Damit ist für jeden Meßpunkt eines Spektrums neben den $2S$ -Zählraten der einzelnen Verzögerten seine absolute optische Frequenz bekannt.

7.2.2 Analyse mit dem Linienform-Modell

Zur Analyse der experimentellen Daten wurde von Wolfgang Andreas Huber ein theoretisches Linienform-Modell entwickelt, welches in [Hub97, Hub99, Nie00] ausführlich erläutert wird. Mit dem Modell kann zu einer gegebenen Geometrie des Wasserstoff-Spektrometers ein theoretischer Datensatz berechnet werden. Aus seiner Anpassung an die experimentellen Daten kann dann auf die um den Doppler-Effekt zweiter Ordnung bereinigte Übergangsfrequenz geschlossen werden. Im Rahmen der Auswertung der neuen Absolutfrequenzmessung wurde die Genauigkeit des Linienform-Modells in Zusammenarbeit mit Ulrich Jentschura und Martin Haas aus der Arbeitsgruppe von Christoph Keitel, Universität Freiburg, eingehend untersucht.

Im Linienform-Modell wird die Anregung eines Wasserstoffatoms im Stehwellenfeld des anregenden Lichtes im Dichtematrix-Formalismus berechnet. Es ergibt sich ein System gekoppelter Differentialgleichungen für die Elemente der Dichtematrix, welches numerisch gelöst wird. Um die experimentell realisierte Anregung der Atome zu berechnen, muß über alle möglichen Trajektorien der Atome zwischen Düse und Detektor, über ihre Geschwindigkeitsverteilung sowie über die Chopper-Phase integriert werden. Während die Geometrie des Experiments und damit die möglichen Trajektorien bekannt sind, ist die Geschwindigkeitsverteilung von der Temperatur der Düse und von Stoßprozessen im Atomstrahl selbst abhängig. Sie muß durch Anpassen der theoretischen Daten an die experimentellen Ergebnisse bestimmt werden. Um Zeit zu sparen, wird die rechenintensive Integration über den Raum und die Chopper-Phase nur einmal für viele verschiedene Geschwindigkeiten durchgeführt. Das Ergebnis wird dann in einem Satz von Matrizen gespeichert, auf die während des Anpassungsvorgangs schnell zugegriffen werden kann.

Für eine befriedigende Anpassung der theoretischen an die experimentellen Daten sind im Huberschen Modell sieben freie Parameter erforderlich:

- eine gemeinsame Amplitude der Linienprofile bei allen Verzögerungszeiten, welche den Wasserstofffluß berücksichtigt.
- ein Parameter, welcher die Frequenz angibt, um die die Linienmitte der experimentellen Daten zur Berücksichtigung der Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung korrigiert werden muß.
- die Breite eines Lorentzprofils, mit dem die theoretischen Daten zur besseren Übereinstimmung mit den experimentellen Daten gefaltet werden müssen. Dies modelliert Linienverbreiterungen aufgrund der Laserlinienbreite und der Ionisation ins Kontinuum, welche im Linienform-Modell nicht explizit berücksichtigt sind.
- insgesamt vier Parameter, welche die Form der Geschwindigkeitsverteilung beschreiben, darunter die Temperatur der Wasserstoffatome, die Knudsenzahl zur Beschreibung der Stoßprozesse in der Düse und zwei weitere Parameter, welche die bereits erwähnte Unterdrückung langsamer Atome beschreiben. Im Huberschen Modell waren dies eine typische Geschwindigkeit v_s , ab der die Geschwindigkeitsverteilung abweichend von der v^3 -Abhängigkeit besser mit einem Exponenten $v_{s_{exp}}$ angenähert wird. Diese beiden Parameter sind durch die angenommene Unterdrückung langsamer Atome mit einer Geschwindigkeit $v < v_s$ aufgrund von Stößen mit dem Hintergrundgas motiviert.

Alle verzögerten Linienprofile eines Spektrums mit ausreichendem Signal-zu-Rausch-Verhältnis werden mit nur einem Satz von freien Parametern beschrieben, so daß die volle gemessene Information in die Analyse eingeht.

Von Wolfgang Andreas Huber wird aufgrund der Näherungen und der numerischen Berechnung der theoretischen Daten ein Fehler des Linienform-Modells in der Bestimmung der Linienmitte eines experimentellen Spektrums von weniger als 0,1 % der Linienbreite angegeben, was einigen Hertz entspricht. Markus Niering hat diesen Fehler etwas pessimistischer zu 20 Hz abgeschätzt [Nie00a].

1999 wurden die einzelnen Datenpunkte eines Spektrums in der Auswertung nicht gemäß ihrer Zählrate gewichtet. Wie in [Hub97] erläutert, wurden für den Anpassungsprozeß alle Verzögerten eines Spektrums auf die gleiche maximale Zählrate gestreckt, so daß sie bei der Ermittlung der Fehlerquadrate während der Anpassung gleich stark gewichtet werden. Effektiv werden die höheren Verzögerten mit langsameren Atomen, niedrigerer Zählrate und damit größerem statistischem Fehler dadurch übergewichtet.

7.3 Extrapolation der dynamischen Stark-Verschiebung

Um einen Vergleich der Ergebnisse von 1999 und 2003 zu ermöglichen, wurden die Daten der aktuellen Messung in Garching erneut mit dem Huberschen Modell für die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl ausgewertet. In Abbildung 7.1 sind repräsentativ die Daten eines Meßtages samt AC-Stark-Extrapolation dargestellt.

Aus der Extrapolation der Linienmitten zur Anregungsintensität Null wurde 1999 und 2003 für jeden Meßtag ein um die AC-Stark-Verschiebung bereinigter Wert für die $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz bestimmt. Diese Tageswerte streuen mehr, als mit den statistischen Fehlern der AC-Stark-Extrapolationen verträglich ist (siehe Abbildung 7.2). Aus diesem Grunde wurde 1999 der statistische Fehler als nicht repräsentativ angenommen, und die Ergebnisse der zehn Meßtage wurden ohne Gewichtung gemittelt. Irrtümlicherweise wurde jedoch das Ergebnis von $2\,466\,061\,102\,474\,870(36)$ Hz in [Nie00a] als Resultat einer gewichteten Mittelung bezeichnet [Nie03].

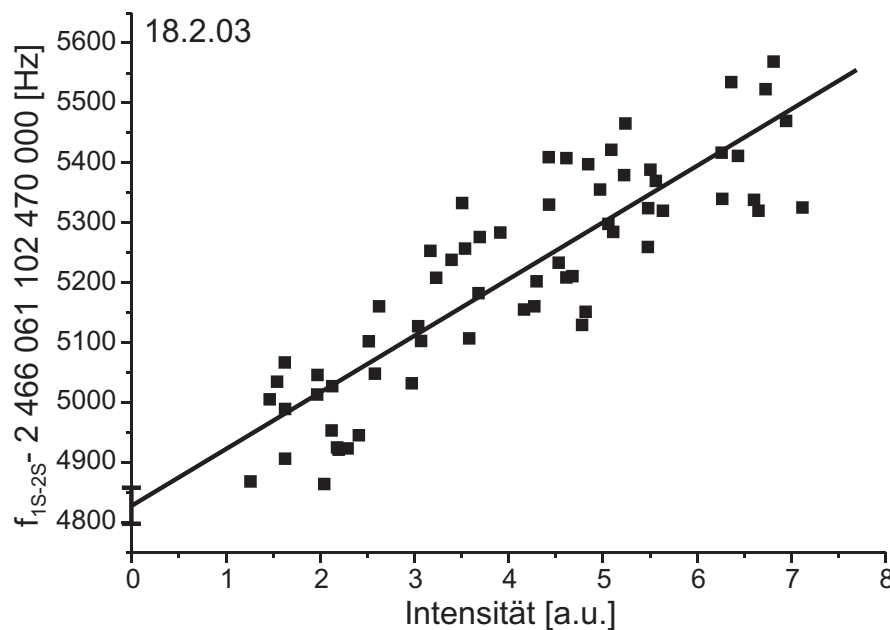


Abbildung 7.1: Am 18.2.2003 gemessene und mit dem Linienform-Modell nach A. Huber analysierte $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenzen in Abhängigkeit von der Intensität des anregenden Lichtes. Die lineare Extrapolation ergibt das um den dynamischen Stark-Effekt bereinigte Resultat dieses Meßtages für die Übergangsfrequenz.

In Bild 7.2 sind die Resultate aller Meßtage von 1999 und 2003 in der Auswertung mit dem Huberschen Linienform-Modell aufgetragen. Es gibt keine signifikante Abhängigkeit der Übergangsfrequenz vom Hintergrundgasdruck, welcher vom 18.2. bis 21.2.2003

knapp eine Größenordnung höher war als an den übrigen Tagen der neuen Messung. Am 17.2. war der Wasserstofffluß aufgrund eines Lecks in der Zuleitung zur Düse kleiner als an den anderen Meßtagen.

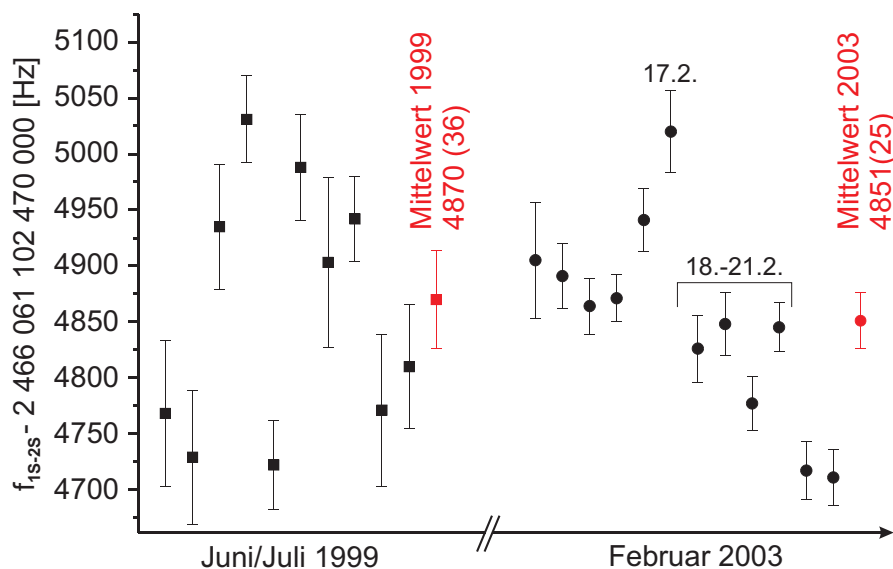


Abbildung 7.2: Absolutfrequenzen der einzelnen Meßtage der Jahre 1999 und 2003 mit ungewichtetem Mittelwert.

Der Vergleich beider Messungen zeigt, daß der Fehler der einzelnen Meßtage 2003, welcher sich aus dem Rauschband analog Abbildung 7.1 ergibt, erheblich kleiner ist als 1999. Die Streuung der Tage untereinander ist jedoch vergleichbar groß. Daraus läßt sich folgern, daß die experimentellen Verbesserungen zwar eine höhere Stabilität des laufenden Experimentes bewirken, gleichwohl von Tag zu Tag mindestens ein Parameter des Experimentes ähnlich unzureichend kontrolliert wurde wie 1999. Im übernächsten Abschnitt werden einige diesbezügliche Untersuchungen diskutiert.

Als ungewichteter Mittelwert der Messung 2003 ergibt sich für die Frequenz des $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = 1, m'_F = \pm 1)$ -Übergangs ein Wert von $f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,102\,474\,851(25)$ Hz. Der mit den in Abbildung 7.2 dargestellten Tagesfehlern gewichtete Mittelwert beträgt $2\,466\,061\,102\,474\,838(33)$ Hz. Beide Werte stimmen im Rahmen ihrer statistischen Fehler sehr gut überein.

7.3.1 Fehlerabschätzung und Ergebnis

Der Datensatz des Jahres 2003 wurde unter Berücksichtigung aller Verzögerter mit dem oben beschriebenen und mit einem in Abschnitt 7.7 diskutierten alternativen Modell (dem sogenannten Verlustmodell) nur für Verzögerte $\geq 1210\mu s$ ausgewertet,

um aus einem Vergleich der Resultate eine weitere Abschätzung der Genauigkeit der Linienform-Modelle geben zu können. Es ergibt sich ein Unterschied von +9(36) Hz, der konsistent mit der früheren Abschätzung von 20 Hz ist. Im Rahmen des statistischen Fehlers stimmen beide Ergebnisse überein.

In Abschnitt 5.2 wurden die systematischen Effekte in der Wasserstoff-Spektroskopie diskutiert. Die sich aus den experimentellen Bedingungen ergebenden Korrekturen und Fehler sind für beide Experimente von 1999 und 2003 in Tabelle 7.1 zusammengefaßt, wobei für die extrapolierte Frequenz des $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = F, m'_F = m_F)$ -Übergangs der ungewichtete Wert beider Messungen nach dem Huberschen Modell eingesetzt wurde. Dieser Wert geht in die Bestimmung der Drift fundamentaler Konstanten im nächsten Kapitel ein. 1999 wurde keine Druckverschiebung im Strahl berücksichtigt. Sie sollte vergleichbar wie die Verschiebung in den aktuellen Experimenten gewesen sein, und wird in der Tabelle mit angegeben. 2003 konnte keine signifikante Verschiebung der Übergangsfrequenz für Hintergrundgasdrücke kleiner 2×10^{-7} mbar festgestellt werden. Dies ist mit der Abschätzung (5.10) im Rahmen der experimentellen Auflösung verträglich. Die Werte in der Tabelle sind gemäß (5.10) berechnet. Desweiteren ist zusammen mit den Erkenntnissen von 1999 anzunehmen, daß der Anteil der Zählrate, welcher von in der Düse angeregten Atomen herrührt, unbedeutend ist.

Tabelle 7.1: *Beiträge zur Absolutfrequenz des $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = 1, m'_F = \pm 1)$ -Übergangs. Die Unsicherheit der extrapolierten Übergangsfrequenzen ist statistisch. Sie addiert sich quadratisch zu den Unsicherheiten der Korrekturen systematischer Fehler.*

Beitrag	$f_{1S-2S,1999}$ [Hz]	$\sigma_{1S-2S,1999}$ [Hz]	$f_{1S-2S,2003}$ [Hz]	$\sigma_{1S-2S,2003}$ [Hz]
AC-Stark Extrapolation				
–2 466 061 102 470 kHz	4 870	36	4 851	25
Hintergrundgasdruck	10	10	0	2
Linienform-Modell	0	20	0	20
statischer Stark-Effekt	0	5	0	5
Schwarzkörperstrahlung	0	1	0	1
Stehwellen-Effekte	0	10	0	1
Unsicherheit Intensität	0	1	0	0
Druckverschiebung im Strahl	10	10	10	10
insgesamt				
–2 466 061 102 470 kHz	4 890	45	4 861	34

7.4 Zentroidfrequenz

Zur Bestimmung der Zentroidfrequenz des 1S-2S-Übergangs muß zur Berücksichtigung der Hyperfeinstruktur gemäß (2.24) und den Ergebnissen aus Kapitel 6 ein Wert von 310 712 226(3) Hz zum oben angegebenen Wert addiert werden. Die absolute Zentroidfrequenz des 1S-2S-Übergangs in atomarem Wasserstoff beträgt damit

$$\boxed{f_{1S-2S} = 2\,466\,061\,413\,187\,087(34) \text{ Hz.}} \quad (7.1)$$

Dies entspricht einer relativen Genauigkeit von $1,4 \times 10^{-14}$.

Der um die Druckverschiebung im Strahl korrigierte Wert von 1999 ergibt sich mit dem neuen kleineren Fehler der Zentroidkorrektur von 3 anstatt 13 Hz zu $f_{1S-2S,1999} = 2\,466\,061\,413\,187\,116(45)$ Hz. Die Differenz zum Wert von 2003 ist 29(57) Hz, was einem relativen Unterschied von $1,2 \times 10^{-14}$ entspricht. Beide Resultate stimmen im Rahmen der Fehler sehr gut überein.

7.5 Lamb-Shift, Rydbergkonstante

Die Lamb-Verschiebung des Grundzustandes in atomarem Wasserstoff wurde 2001 unter Berücksichtigung der Übergänge 1S-2S, 2S-2P, 2S-8S/8D und 2S-12D in Wasserstoff und Deuterium sowie des $1/n^3$ -Gesetzes der Skalierung der Lambverschiebung in Abhängigkeit von der Quantenzahl n zu 8 172 840 (22) kHz berechnet [Bir01], was einer relativen Unsicherheit von $2,7 \times 10^{-6}$ entspricht. Im Rahmen des Fehlers stimmt dies mit dem in Abschnitt 2.2 angegebenen theoretischen Ergebnis von 8 172 807(10)(32) kHz überein.

Für die Rydberg-Konstante wurde unter Berücksichtigung der gleichen Daten ein Wert von $R_\infty = 109\,737,315\,685\,50(84) \text{ cm}^{-1}$ berechnet, der dem empfohlenen Wert der CODATA 1998 entspricht. Die relative Unsicherheit ist hier $7,7 \times 10^{-7}$.

Beide Größen ändern sich bei Berücksichtigung der neu bestimmten 1S-2S-Übergangsfrequenz nicht.

7.6 Auswirkung des verbesserten Vakuums in der Anregungsregion

In Abschnitt 7.2.2 wurde die nötige Modifikation der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung in Wasserstoff-Experiment aufgrund von Verlusten langsamer Atome erwähnt. Die beiden diese Modifikation charakterisierenden Parameter vs und vs_{exp} hatten sich während der Absolutfrequenzmessung 1999 ohne differentielles Pumpen

der Wechselwirkungsregion zu $vs = 130(4)$ m/s und $vs_{exp} = 4,91(4)$ ergeben [Nie00b]. Eine Auswertung dieser Fitparameter für sechs Tage der Absolutfrequenzmessung 2003 ergibt $vs = 40(4)$ m/s und $vs_{exp} = 5,4(2)$. Offenbar gibt es also auch bei besserem Vakuum in der Wechselwirkungsregion eine Unterdrückung langsamer angeregter Atome, der sich im Parameter $vs_{exp} > 3$ äußert. Der Effekt wird nun aber erst für extrem langsame Atome relevant, deren Geschwindigkeit viel kleiner als die unterdrückter Atome in der Messung des Jahres 1999 ist. Dies geht konform mit der Beobachtung, daß mit der neuen Konfiguration erstmals Spektren mit gutem Signal- zu Rausch-Verhältnis bis hinauf zu 2,2 ms Verzögerungszeit aufgenommen werden konnten. Damit kann die frühere Annahme eines Verlustes langsamer Atome durch Stöße mit dem Hintergrundgas bestätigt werden. Der Umbau der Vakuum-Apparatur einschließlich der Detektionszone erweist sich als geeignete Maßnahme zur Verringerung dieses Effektes. Darüber hinaus existiert aber offenbar noch ein weiterer Verlustmechanismus. Möglicherweise wird die Ionisation ins Kontinuum, welche für lange mit dem Anregungslicht wechselwirkende langsame Atome größer als für schnellere Atome ist, zum Teil über diesen Fitparameter in der Anpassung der experimentellen Daten an das Linienform-Modell berücksichtigt.

7.7 Alternatives Modell der Geschwindigkeitsverteilung

Von Ulrich Jentschura und Martin Haas wurde die Geschwindigkeitsverteilung im Atomstrahl alternativ zum Huberschen Modell durch eine mit der Flugzeit der Atome exponentiell zunehmende Unterdrückung modifiziert, welche analog zu den experimentellen Resultaten die Anzahl der langsamsten Atome am stärksten verringert. Die Wahrscheinlichkeit des Verlustes eines angeregten Atoms auf dem Weg von der Düse zum Detektor steigt offenbar mit der Zeit, das heißt sie geht mit dem Kehrwert der Geschwindigkeit. Anstatt einen exponentiellen Zusammenhang gemäß $\exp(-a/v)$ mit einem Proportionalitätsfaktor a anzusetzen, wurde ein weiterer Fitparameter zugelassen, so daß sich die Geschwindigkeitsverteilung in diesem „Verlustmodell“ dann als

$$f_V(v/v_0) = f(v/v_0) \exp \left[-a \left(\frac{v_0}{v} \right)^b \right] \quad (7.2)$$

schreibt, wobei $f(v/v_0)$ die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung ist, $v_0 = v_0(T)$ die wahrscheinlichste Geschwindigkeit bei einer Temperatur T angibt und a und b als Fitparameter im Anpassungsprozeß bestimmt werden. Es wird keine weitere Modifikation der Geschwindigkeitsverteilung in Abhängigkeit von der Knudsen-Zahl vorgenommen [Jen03]. Im Gegensatz zur Modifikation mit vs und v_{exp} im Huberschen Modell ist das Verlustmodell stetig differenzierbar.

Experimentell konnte gezeigt werden, daß die Streuung $\sigma(N)$ bei einer Zählrate N

angeregter Atome im Wasserstoff-Experiment der Beziehung

$$\sigma(N) \approx \sqrt{N} + 0,025N \quad (7.3)$$

gehört, was bei geringen Zählraten ungefähr der Poisson-Statistik entspricht. Die Ursache für das bei höheren Zählraten über eine Poisson-Charakteristik hinausgehende Rauschen ist bisher noch nicht bekannt. Es bewirkt eine zusätzliche Unsicherheit in der Bestimmung der Linienmitte experimenteller Spektren, aber keine systematische Verschiebung. Die experimentellen Daten wurden in der alternativen Auswertung gemäß dem obigen Rauschverhalten statistisch korrekt gewichtet. Jedem Punkt eines Spektrums wurde also für die Bestimmung der Linienmitte mit dem Linienform-Modell gemäß Gleichung (7.3) ein Gewicht zugewiesen, wobei abweichend von der Poisson-Statistik Punkten mit Zählrate Null nicht ein unendliches, sondern das gleiche Gewicht wie Punkten mit Zählrate eins zugewiesen wurde [Jen03]. Die Spektren wurden im Anpassungsvorgang nicht gestreckt, und die Extrapolation der dynamischen Stark-Verschiebung wurde mit gewichteten Linienmitten durchgeführt.

Im Gegensatz zur Auswertung mit dem Huberschen Modell wurden nur Spektren ausgewertet, für die sich die gemessene Düsentemperatur von der im Fitprozeß angepaßten Temperatur der Atome weniger als 0,7 K unterscheidet.

Bei beiden Modellen gelingt die Anpassung der theoretischen an die experimentellen Daten besser, wenn entweder nur die Linien niedrigerer oder nur die Linien höherer Verzögerung berücksichtigt werden. Gehen alle Linien ein, so werden die Linien höherer Verzögerung besser als Linien mit geringer Verzögerung gefittet. Dies bedeutet, daß beide Modelle die reale Geschwindigkeitsverteilung der angeregten Atome im Strahl nicht vollständig beschreiben. In der statistisch richtig gewichteten alternativen Auswertung kann dies über das reduzierte χ^2 , welches die Abweichung der angepassten theoretischen Kurve von den experimentellen Daten charakterisiert, quantifiziert werden. Werden nur Verzögerungen $\geq 1200 \mu\text{s}$ berücksichtigt, so ergibt sich ein χ_r^2 zwischen eins und zwei, andernfalls ist χ_r^2 größer als drei (eine gute Übereinstimmung würde bei χ_r^2 nahe eins vorliegen).

Eine Auswertung der Linien mit Verzögerung $\geq 1210 \mu\text{s}$ mit dem Verlustmodell wie beschrieben ergibt für das gewichtete Mittel der Tageswerte der $(1S, F = 1, m_F = \pm 1) \rightarrow (2S, F' = F, m'_F = m_F)$ -Übergangsfrequenz ein Resultat von 2 466 061 102 474 860(26) Hz [Jen03]. Der Unterschied zum gewichteten Mittel der Tageswerte mit dem Huberschen Modell beträgt damit 9(36) Hz. Wie in der Auswertung mit dem Huberschen Modell ist die Streuung der Tageswerte größer, als der Fehler der Tageswerte erwarten ließe.

In Freiburg wird auch an einer Auswertung der höchsten Verzögerten mit einem einfachen Lorentz-Modell gearbeitet. Die Korrektur der Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung wird anhand der mittleren Geschwindigkeit der Atome im Strahl erfolgen und sollte bei diesen langsamen Atomen selbst bei einer Unsicherheit in der Geschwindigkeit von 50 % einen Fehler von höchstens 20 Hz aufweisen.

7.8 Mögliche Ursachen für die Streuung der Tageswerte

Um die Ursache für die übermäßige Streuung der Tageswerte zu ergründen, wurden diese Werte bereits 1999 gegen die aufgezeichneten experimentellen Parameter wie beispielsweise den Hintergrundgasdruck oder die Uhrzeit aufgetragen, ohne daß ein Zusammenhang erkennbar gewesen wäre. Auch bei einer Darstellung der Tageswerte der AC-Stark-Extrapolation über der Düsentemperatur gibt es in den Daten von 1999 keinerlei Abhängigkeit. 2003 jedoch ergibt sich der in Abbildung 7.3 dargestellte Graph, welcher eine Beziehung von -850 Hz/K zwischen beiden Größen nahelegt.

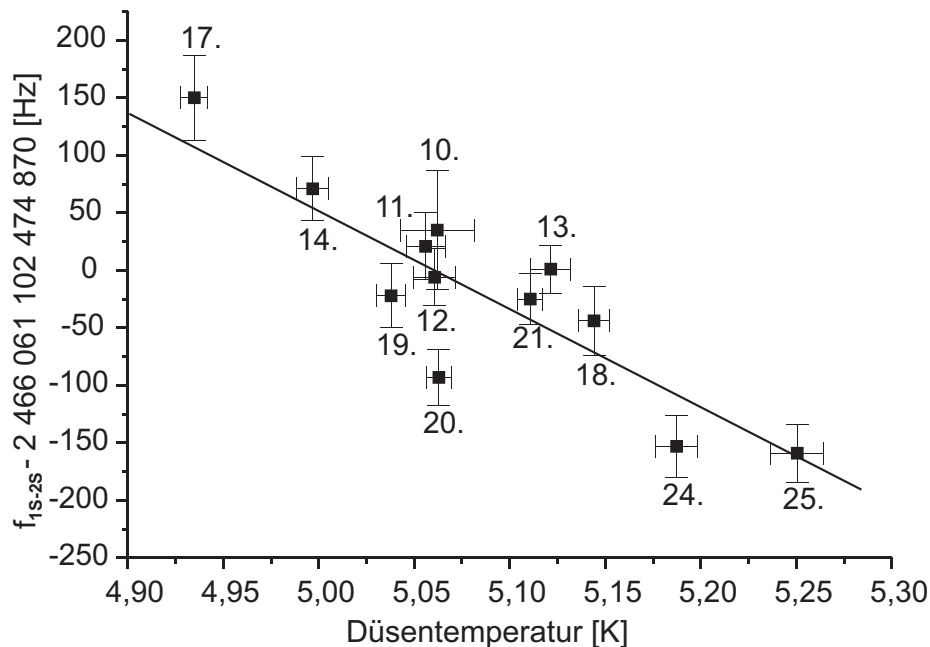


Abbildung 7.3: Tageswerte der Messung 2003 aufgetragen als Funktion der mittleren gemessenen Temperatur der Wasserstoff-Düse. Die Gerade entspricht einer linearen Frequenzverschiebung von $-850(175) \text{ Hz/K}$. Angegeben ist jeweils auch das Datum des Meßtages.

Die Temperatur der kalten Düse hängt aufgrund der Wärmelast des atomaren Wasserstoffs vom Wasserstofffluß ab. Letzterer kann über die Wechselwirkungen im Atomstrahl selbst die Übergangsfrequenz beeinflussen. Dies wäre eine mögliche Erklärung für eine Abhängigkeit der $1S-2S$ -Übergangsfrequenz von der Düsentemperatur.

Für die Absolutfrequenzmessung 2003 wurde der alte einstufige Druckminderer an der Wasserstoff-Flasche durch ein zweistufiges Modell ersetzt, welches einen stabileren Fluß gewährleisten sollte. Es wurde bei möglichst konstantem Fluß gemessen. Lediglich am 17. Februar war aufgrund eines Lecks in der Verbindung zwischen Gasentladung und

Düse der Wasserstofffluß viel geringer, und auch die Düse war deshalb kälter als üblich. Verwirft man diesen Meßtag, so ergibt ein linearer Fit an die verbleibenden Meßdaten trotzdem eine vergleichbare Frequenzverschiebung von $-780(115)$ Hz/K.

Um diese mögliche Abhängigkeit der Übergangsfrequenz vom Fluß beziehungsweise vom Druck im Strahl besser untersuchen zu können, wurde nach der Absolutfrequenzmessung ein weiteres Ventil zwischen Gasentladung und Düse eingebaut, welches eine sehr viel stärkere Variation des Flußes als zuvor (das heißt während der Absolutfrequenzmessung) erlaubt. In Kontrollmessungen der Übergangsfrequenz gegen eine Referenzresonanzmode konnte jedoch trotz drastischer Variation des Flusses keine signifikante Abhängigkeit der Übergangsfrequenz vom Wasserstofffluß beziehungsweise der Düsentemperatur nachgewiesen werden.

Desweiteren wurde der Einfluß der Mikrowellen-Gasentladung auf die 1S-2S-Resonanz untersucht. Denkbar wäre zum Beispiel eine Abhängigkeit über elektrische Streufelder. Während der Absolutfrequenzmessung ist die Leistung der Mikrowelle von rund 15 Watt und die Abstimmung des Mikrowellenresonators nicht verändert worden. In späteren Kontrollmessungen hingegen wurde die Leistung zwischen 15 und 30 Watt variiert, ohne daß sich die Übergangsfrequenz signifikant verändert hätte. Ebenso hatte eine Verstimmung des Resonators keinen Einfluß.

Schließlich wurde noch die Position der Düse relativ zum linearen Überhöhungsresonator und damit auch zum benachbarten Skimmer, welcher ungefähr Raumtemperatur hat, zwischen 4,5 und 6,5 mm Abstand variiert. Der erste Wert entspricht der Geometrie während der Absolutfrequenzmessung. Entgegen der Erwartung ergab sich bei größerem Abstand eine um $0,067(2)$ K höhere Düsentemperatur. Die Frequenzdifferenz betrug $67(17)$ Hz, so daß sich insgesamt eine Abhängigkeit von rund $-1000(300)$ Hz/K bei 121 nm ergibt. Größenordnung und Vorzeichen sind mit der bei der Absolutfrequenzmessung gefundenen möglichen Abhängigkeit verträglich.

Die Ursache für die beobachtete Streuung in der absolut gemessenen Übergangsfrequenz könnte also in einer Instabilität im Aufbau der Spektroskopie liegen. Dies geht konform mit der Beobachtung, daß trotz verbesserter Stabilisierung des Farbstofflasers seit 1999 die Streuung der Tageswerte beider Messungen vergleichbar ist. Desweiteren wurde von Nikolai Kolachevsky bei im Anschluß an die genannten Kontrollmessungen durchgeführten Experimenten zur 2S-Hyperfeinaufspaltung in Deuterium der Einfluß des Referenzresonators durch einen verbesserten Meßalgorithmus weiter minimiert: es wird nun nach jedem Punkt eines Spektrums zwischen dem Singulett- und dem Triplett-Übergang umgeschaltet, während zuvor wie in Kapitel 6 beschrieben jeweils komplette Spektren aus rund 30 Punkten aufgenommen wurden. Trotzdem wird eine Variation der gemessenen Hyperfeinaufspaltung im Bereich von etwa 100 Hz beobachtet [Kol03].

Die theoretischen Daten des Linienform-Modells wurden auch für eine um 2 mm entlang der Resonatorachse verschobene Düse berechnet. Damit wurden die experimentellen Daten in Freiburg mittels Verlustmodell erneut ausgewertet. Im Rahmen der Fehler wurde keine signifikante Auswirkung der modifizierten Geometrie beobachtet,

der Unterschied betrug nur wenige Hertz.

Möglicherweise ist eine nicht vollständige Kompensation des Doppler-Effektes erster Ordnung durch Absorption zweier Photonen aus nicht perfekt identischen gegenläufigen Wellenfronten verantwortlich für die beobachtete Streuung. Schon ein Effekt im Bereich von 10^{-7} könnte die beobachtete Streuung erklären. Solch ein Effekt könnte durch eine im longitudinalen Resonator nicht überhöhte Mode hervorgerufen werden, oder durch Lichtbeugung an den Aperturen im Resonator. Mit einem Resonator höherer Finesse sollte dieser Effekt kleiner ausfallen, da mit geringerer eingekoppelter Leistung spektroskopiert werden könnte. Letzteres ist auch im Hinblick auf ein weniger wartungsintensives, kompakteres Lasersystem auf der Basis von Festkörperlasern von Interesse, da solche Systeme noch nicht an die Lichtleistung des bisher verwendeten Farbstofflasers heranreichen.

Um die Problematik der übermäßigen Streuung zwischen den Tageswerten endgültig zu klären, wären erneute Messungen mit einem Überhöhungsresonator höherer Finesse gegen die Cs-Fontäne oder einen Wasserstoff-Maser wünschenswert.

Kapitel 8

Experimentelle Bestimmung der Drift fundamentaler Konstanten

Die Bestimmung der Drift einer fundamentalen Konstanten ist in vielerlei Hinsicht ein schwieriges Unterfangen. Allfällige systematische Fehler im Experiment und in der zur Auswertung herangezogenen Theorie müssen korrekt abgeschätzt werden. Dies kann insbesondere bei astronomischen und geophysikalischen Methoden schwierig werden, weil Kontrollen unter wohldefinierten Laborbedingungen nicht möglich sind. Da in der betrachteten Größe typischerweise mehr als eine fundamentale Konstante als Parameter eingeht, läßt sich zumeist nur die Drift dieser Kombination von Konstanten abschätzen.

In diesem Kapitel wird demonstriert, wie durch die Berücksichtigung zweier Messungen an Wasserstoff und Quecksilber modellunabhängige Grenzen für eine potentielle Drift nur einer Konstanten berechnet werden können. Im vorigen Kapitel wurden die Experimente an atomarem Wasserstoff ausführlich diskutiert. Die Drift der absolut gemessenen $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz beträgt $-29(57)$ Hz in 44 Monaten.

8.1 Bestimmung der Drift von α und μ_{Cs}/μ_B aus einem Vergleich von Übergangsfrequenzen in Quecksilber und Wasserstoff

Am National Institute of Standards and Technology (NIST) in Boulder, Colorado wurde in der Gruppe von Jim Bergquist die Frequenz des elektrischen Quadrupolübergangs $5d^{10}6s^2S_{1/2}(F=0) \leftrightarrow 5d^96s^2D_{5/2}(F=2, m_F=0)$ („Uhrenübergang“) im Quecksilberion $^{199}\text{Hg}^+$ über einen Zeitraum von zwei Jahren wiederholt mit der Frequenz des Grundzustandshyperfeinübergangs in ^{133}Cs verglichen [Biz03]. Das einzelne Quecksilberion ist in einer kryogenen Paul-Falle gespeichert und wird mit Laserkühlung auf eine Temperatur nahe dem Doppler-Limit bei 1,7 mK gekühlt. Der Uhrenüber-

gang wird mittels „Shelving“ spektroskopiert, um ein ausreichendes Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erreichen.

Das den Übergang treibende Licht bei 282 nm Wellenlänge wird erzeugt durch Frequenzverdopplung des Lichtes, welches ein hochstabiler Farbstofflaser nahe 563 nm emittiert. Die Stabilität dieser Fundamentalen ist außerordentlich und liegt für eine Mittelungszeiten von einer Sekunde bei 3×10^{-16} , was einer Linienbreite von nur 0,6 Hz bei 282 nm entspricht [You99]. Zur Erzeugung eines Fehlersignals für die Verstimmung der zweiten Harmonischen gegen den Uhrenübergang wird in einem AOM eine rechteckförmige Frequenzmodulation aufgeprägt, und damit alternierend auf beiden Seiten des Uhrenübergangs dessen Anregungswahrscheinlichkeit gemessen. Ein Regelkreis bestimmt nun aus der Differenz der Anregungsraten die Verstimmung des Lasers und minimiert diese, das heißt er stabilisiert den Laser auf den Übergang. Der Aufbau stellt also einen optischen Frequenzstandard dar.

Ein Wasserstoff-Maser, dessen Frequenz relativ zu einem primären Frequenzstandard mit einer Unsicherheit von 4×10^{-15} bekannt ist, dient als Referenz für einen Femtosekunden-Frequenzkamm. Ähnlich wie in Kapitel 7 beschrieben wird mit dem Frequenzkamm die Frequenz des Farbstofflasers gemessen, allerdings nicht wie im Wasserstoff-Experiment direkt gegen einen primären Frequenzstandard, sondern gegen den Wasserstoff-Maser als sekundären Frequenzstandard.

Der statistische Fehler der Frequenz des optischen Quecksilberstandards liegt für die vorgestellte Messung bei 1 Hz, der systematische Fehler bei 10 Hz. Zusammen mit dem systematischen Fehler des Wasserstoff-Masers von 4 Hz ergibt sich ein Gesamtfehler von 11 Hz. Die während der zwei Jahre durchgeführten Messungen sind auf einem Niveau von zehn Hertz reproduzierbar und entsprechen einer mit Null verträglichen, linearen relativen Drift des Uhrenübergangs gegen den Übergang in Cäsium von¹

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{f_{Cs}}{f_{Hg}} = (0,2 \pm 7,2) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr} \quad (8.1)$$

im Zeitraum von Juli 2000 bis Januar 2003.

Wie in Kapitel 3 ausgeführt wurde, läßt sich die Frequenz des optischen Uhrenübergangs schreiben als $f_{Hg} = A_{Hg} R_{\infty} c F_{rel,Hg}(\alpha)$. Numerische Berechnungen für die Abhängigkeit der relativistischen Korrektur $F_{rel,Hg}(\alpha)$ von der Feinstrukturkonstanten α ergeben für Quecksilber [Fla03, Dzu99]

$$\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln F_{rel,Hg}(\alpha) = -3,2. \quad (8.2)$$

Für den 1S-2S-Übergang in atomarem Wasserstoff gilt analog $f_H = A_H R_{\infty} c F_{rel,H}(\alpha)$, jedoch ist die relativistische Korrektur sehr klein:

$$\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln F_{rel,H}(\alpha) \approx 0. \quad (8.3)$$

¹Es ist $\frac{\dot{x}}{x} \equiv \frac{\partial}{\partial t} \ln x$.

Die Frequenz des Grundzustands-Hyperfeinübergangs in Cäsium ist $f_{CS,HFS} = A_{CS} R_\infty c \alpha^2 g_{CS} m_e / m_p F_{rel,CS}(\alpha)$. Die relativistische Korrektur $F_{rel,CS}$ ist gemäß [Fla03, Dzu99]

$$\alpha \frac{\partial}{\partial \alpha} \ln F_{rel,CS}(\alpha) = 0,8. \quad (8.4)$$

In der wiederholten Messung des Uhrenübergangs in Quecksilber gegen den primären Frequenzstandard wurde also die relative Drift

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{f_{CS}}{f_{Hg}} &= \frac{\partial}{\partial t} \ln \left(\frac{\alpha^2 g_{CS} \frac{m_e}{m_p} F_{rel,CS}(\alpha)}{F_{rel,Hg}(\alpha)} \right) \\ &= 2 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + \frac{\partial}{\partial t} \ln \left(g_{CS} \frac{m_e}{m_p} \right) + 0,8 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + 3,2 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \\ &= 6 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + \frac{\partial}{\partial t} \ln \left(g_{CS} \frac{m_e}{m_p} \right) \end{aligned} \quad (8.5)$$

bestimmt. Aus den absoluten Messungen der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenz kann hingegen die Drift

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{f_{CS}}{f_H} = 2 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha + \frac{\partial}{\partial t} \ln \left(g_{CS} \frac{m_e}{m_p} \right) + 0,8 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \quad (8.6)$$

bestimmt werden.

Setzt man $\frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \equiv x$ und $\frac{\partial}{\partial t} \ln g_{CS} m_e / m_p \equiv y$, dann gilt

$$\begin{aligned} y + 6x &= (0,2 \pm 7) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr (Quecksilber)}, \\ y + 2,8x &= (3,2 \pm 6,3) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr (Wasserstoff)}. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Dieses Gleichungssystem läßt sich nach x und y , das heißt nach der relativen Drift von α und der von $g_{CS} m_e / m_p$ auflösen. In Bild 8.1 ist das Gleichungssystem samt Lösung grafisch dargestellt.

Den statistischen Fehler des Mittelwertes eines Satzes von Meßwerten, welche einer Gaußverteilung folgen, bestimmt man üblicherweise über die Forderung, daß der Mittelwert mit 68 % Wahrscheinlichkeit im Fehlerbereich liegt. Im Falle der sich kreuzenden Fehlerbalken in Abbildung 8.1 ergibt sich eine Ellipse, deren Fläche gerade so groß gewählt wird, daß ihre Projektion auf die entsprechenden Achsen einen Bereich ergibt, in dem der jeweilige Mittelwert mit 68 % Wahrscheinlichkeit liegt. Zur ihrer Berechnung sei auf Anhang A verwiesen.

Man findet für die relative Drift der Feinstrukturkonstanten α im Zeitraum von 1999 bis 2003 mit Null verträgliche

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha = \dot{\alpha} / \alpha = (-0,9 \pm 2,9) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr.} \quad (8.8)$$

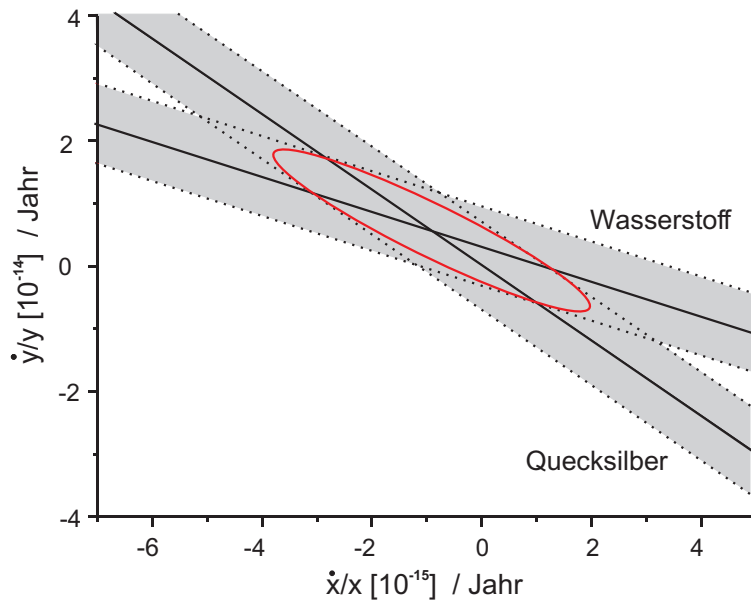


Abbildung 8.1: *Drift des Uhrenübergangs im Quecksilberion und des 1S-2S-Übergangs in atomarem Wasserstoff gegen eine Cäsiumreferenz ($x \equiv \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha$, $y \equiv \frac{\partial}{\partial t} \ln g_{Cs} m_e / m_p$). Graue Balken entsprechen einer Standardabweichung. Beide Messungen zusammen schränken die möglichen Bereiche für die Werte von x und y weiter ein: mit einer Wahrscheinlichkeit von 68 % werden sie innerhalb der Projektion der Ellipse auf die jeweilige Achse erwartet.*

In die Berechnung dieser oberen Grenze für die Drift der Feinstrukturkonstanten α gehen zum ersten Mal keinerlei Annahmen über die Drift der anderen Kopplungskonstanten beziehungsweise der starken und schwachen Wechselwirkung ein. Es wurde lediglich vorausgesetzt, daß die Konstanten auf einer Zeitskala unter vier Jahren nicht oszillieren, und daß ihre Werte nicht von der Bewegung der Erde während des betrachteten Zeitraums von 1999 bis 2003 abhängen. Darüberhinaus ist diese Grenze um mehr als eine Größenordnung schärfer als die bisher beste obere Grenze aus spektroskopischen Messungen im Labor [Pre95]. Letztere wurde unter der Annahme berechnet, daß das Verhältnis des Kern-g-Faktors von Cäsium zum g-Faktor des Protons unabhängig von α und konstant ist.

Die relative Drift der nicht von der Feinstrukturkonstanten abhängigen Größe $g_{Cs} m_e / m_p \equiv \mu_{Cs} / \mu_B$ war im gleichen Zeitraum

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \left(g_{Cs} \frac{m_e}{m_p} \right) = (0,6 \pm 1,3) \times 10^{-14} \text{ pro Jahr}, \quad (8.9)$$

was ebenfalls mit Null verträglich ist.

8.2 Bestimmung der Drift von μ_{Rb}

Von H. Marion und Kollegen (BNM-SYRTE und Laboratoire Kastler Brossel, Paris) wurde über einen Zeitraum von fünf Jahren die Drift zwischen ^{87}Rb - und ^{133}Cs -Fontänenuhren verglichen [Mar03]. Als Transferoszillator diente ein Wasserstoff-Maser, dessen Frequenzschwankungen im Vergleich der Uhren herausfallen. Die verwendeten Cäsiumfontänen „FO1“ und „FOM“ haben eine Genauigkeit von 8×10^{-16} , während die Genauigkeit der sowohl mit Cäsium als auch mit Rubidium arbeitenden Fontäne „DF“ zwischen 1998 und 2003 von $1,3 \times 10^{-14}$ auf 6×10^{-16} verbessert werden konnte. Für die relativistische Korrektur in Rubidium gilt $\alpha \partial / \partial \alpha \ln F_{rel,Rb} = 0,3$. Im Zeitraum von 1998 bis Anfang 2003 wurde die Drift des Frequenzverhältnisses der Grundzustands-Hyperfeinaufspaltungen in Rubidium und Cäsium zu

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \ln \frac{f_{Rb}}{f_{Cs}} &= \frac{\partial}{\partial t} \ln \left(\frac{\mu_{Rb}}{\mu_{Cs}} \right) - 0,5 \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \\ &= (0,2 \pm 7,0) \times 10^{-16} \text{ pro Jahr} \end{aligned} \quad (8.10)$$

bestimmt [Mar03]. Durch Einsetzen der aus den unabhängigen Experimenten mit Quecksilber und Wasserstoff bekannten Drift der Feinstrukturkonstanten (Gleichung 8.8) läßt sich die relative Drift des Verhältnisses der magnetischen Momente von Rubidium und Cäsium zu

$$\frac{\partial}{\partial t} \ln \left(\frac{\mu_{Rb}}{\mu_{Cs}} \right) = (-0,5 \pm 1,7) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr} \quad (8.11)$$

berechnen, wobei die Unsicherheit über eine analoge Überlegung zu den Variablen $x \equiv \frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha$ und $z \equiv \frac{\partial}{\partial t} \ln(\mu_{Rb}/\mu_{Cs})$ wie in Anhang A bestimmt wurde.

8.3 Diskussion der Ergebnisse

Die relativen Variationen der Feinstrukturkonstante α , des magnetischen Moments von Rubidium-87 und des Verhältnisses der magnetischen Momente von Rubidium-87 zu Cäsium-133 sind in der heutigen Zeit bei einer Genauigkeit von einigen 10^{-15} pro Jahr mit Null verträglich. Bei dieser Analyse wurde vorausgesetzt, daß alle Driften linear in der Zeit und unabhängig vom Erdborbit sind. Ansonsten könnten die getrennten Messungen an Wasserstoff, Quecksilber und Rubidium nicht einfach kombiniert werden.

Eine Untersuchung von Quasarspektren des Keck/HIRES-Spektrographen liefert einen signifikanten Unterschied zwischen dem Wert der Feinstrukturkonstante vor etwa 10 Gigajahren im Vergleich zum heutigen Wert [Web01]. Die Analyse anderer Quasarspektren, welche mit dem UVES-Spektrograph aufgenommen wurden, unterstützt hingegen die Hypothese einer nicht variierenden Feinstrukturkonstante [Qua04] mit höherer Genauigkeit. Für Zeiträume bis vor 2 Gigajahren ergeben geophysikalische Untersuchungen am Oklo-Reaktor ebenfalls eine mit Null verträgliche Drift der Feinstrukturkon-

stanten mit einer relativen Genauigkeit von 10^{-17} [Fuj00], wobei in die Analyse jedoch Modellannahmen eingehen.

Mit der aufgrund der geringen Zahl von experimentellen Untersuchungen gebotenen Zurückhaltung kann also angenommen werden, daß sich die Feinstrukturkonstante entweder um weniger als einige 10^{-15} pro Jahr ändert, oder daß ihre Drift nicht linear verläuft und sie sich momentan entweder asymptotisch einem Endwert nähert, oder sich näherungsweise in einem Extremum einer Oszillation befindet. Die Drift der starken und schwachen Wechselwirkung, getestet an der Drift der magnetischen Momente von Rubidium und Cäsium, ist mit einer Genauigkeit von einigen 10^{-15} mit Null kompatibel.

Bei der heutigen experimentellen Genauigkeit lassen sich die Überlegungen im Rahmen einer vereinheitlichten Theorie in [Cal02, Cal02a] noch nicht beurteilen.

Die hier vorgestellten Ergebnisse zur Drift fundamentaler Konstanten wurden zur Veröffentlichung in *Physical Review Letters* akzeptiert.

Kapitel 9

Ausblick

Das Wasserstoff-Experiment am Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching wird nun seit 17 Jahren betrieben. In diesem Zeitraum konnte die Frequenz der $1S$ - $2S$ -Zweiphotonen-Resonanz mit immer höherer Auflösung vermessen werden.

Im achten Kapitel der vorliegenden Arbeit wurde die Analyse der Stabilität der Feinstrukturkonstante beschrieben. Zukünftige Absolutfrequenzmessungen der $1S$ - $2S$ -Resonanz würden sogar bei gleichem Fehler bereits aufgrund des längeren Zeitraums einen noch strengeren Test der Stabilität fundamentaler Konstanten erlauben. Solche Tests stellen eine der wenigen Möglichkeiten dar, Aussagen der Stringtheorien und Großen Vereinheitlichten Theorien experimentell zu prüfen.

Im Rahmen dieser Arbeit konnte erstmals die $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in atomarem Wasserstoff mit optischen Methoden bestimmt werden. Ausgehend von diesem experimentellen Ansatz arbeitet Nikolai Kolachevsky zusammen mit Peter Fendel bereits an einer optischen Messung der $2S$ -Hyperfeinaufspaltung in Deuterium. Eine genauere Kenntnis dieser Größe ermöglicht einen weiteren scharfen Test der QED gebundener Systeme.

Im Hinblick auf eine Weiterentwicklung des Wasserstoff-Experimentes zu einer optischen Uhr im Dauerbetrieb müssen sowohl das Lasersystem zur Erzeugung des anregenden Lichtes als auch die Vakuumapparatur modifiziert werden. Der bisher genutzte Farbstofflaser liefert zwar eine hohe Leistung, erfordert jedoch eine kontinuierliche Wartung, viel Platz und eine relativ aufwendige Infrastruktur mit Kühlwasser und Hochstromversorgung des erforderlichen Pumplasers. Durch Fortschritte im Bereich von Laserdioden und -nachverstärkern sind nun sehr kompakte Systeme kommerziell erhältlich, welche bereits mehr als die Hälfte der Leistung des Farbstofflasers liefern und für Dauerbetrieb geeignet sind [Top04]. Ein Überhöhungsresonator mit einer höheren Finesse für das den $1S$ - $2S$ -Übergang treibende UV-Licht sowie eine effizientere Detektion des Signals angeregter Atome mit größerem Raumwinkel könnte die geringere Laserleistung im Blauen kompensieren und darüberhinaus die Streuung der gemessenen Übergangsfrequenzen reduzieren. Weniger Verluste von atomarem Wasserstoff in

der Düse, möglicherweise durch polierte Oberflächen aus geeignetem Material, würden die Spektroskopie der $1S$ - $2S$ -Resonanz bei geringerem Wasserstofffluß und damit eine vereinfachte und kompaktere Vakuumapparatur ermöglichen. Diese könnte auf Volumengettern beruhen, welche große Mengen an Wasserstoff reversibel absorbieren.

In einem benachbarten Labor arbeiten Birgit Schatz, Peter Fendel und Jochen Walz an einer höheren Ausgangsleistung der kohärenten L_α -Quelle [Eik99]. Mit dieser nicht transportablen Quelle könnte atomarer Wasserstoff gekühlt werden. Ein neues kompaktes Lasersystem für die $1S$ - $2S$ -Spektroskopie könnte, im Antiwasserstoff-Labor aufgebaut, die Spektroskopie der vergleichsweise wenigen kalten Wasserstoffatome ermöglichen und wertvolle Erkenntnisse für die Spektroskopie von Antiwasserstoff liefern, welcher mit Hilfe des AD-Rings am CERN inzwischen routinemäßig von der ATRAP- und der ATHENA-Kollaboration zu Hunderttausenden produziert wird [Amo02, Gab02]. Ein Vergleich der $1S$ - $2S$ -Übergangsfrequenzen in Wasserstoff und Antiwasserstoff ist von großem Interesse, weil er auch als Test der Invarianz unter einer CPT-Transformation interpretiert werden kann.

Die genannten Perspektiven für die Spektroskopie von atomarem Wasserstoff lassen erwarten, daß dieses schon fast als klassisch zu bezeichnende Experiment der Atomphysik auch in Zukunft weiterhin einen Beitrag zum tieferen Verständnis der Natur leisten wird.

Anhang A

Berechnung der statistischen Fehler von $\frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha$ und $\frac{\partial}{\partial t} \ln(g_{Cs} m_e / m_p)$

In Kapitel 8 sind die Mittelwerte und Unsicherheiten von $\frac{\partial}{\partial t} \ln \alpha \equiv x$ und $\frac{\partial}{\partial t} \ln(g_{Cs} m_e / m_p) \equiv y$ aus den beiden Gleichungen

$$\begin{aligned} y + 6x &= (0,2 \pm 7) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr (Quecksilber)} \\ y + 2,8x &= (3,2 \pm 6,3) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr (Wasserstoff)} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

zu bestimmen. Mit den Koeffizienten $a = 6$, $b = 2,8$ sowie $A = \bar{A} \pm \sigma_A = (0,2 \pm 7) \times 10^{-15}$ pro Jahr und $B = \bar{B} \pm \sigma_B = (3,2 \pm 6,3) \times 10^{-15}$ pro Jahr lässt sich dies übersichtlicher als

$$\begin{aligned} y + ax &= A \\ y + bx &= B \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

schreiben.

Man berechnet

$$\begin{aligned} x &= \frac{A}{a-b} - \frac{B}{a-b} \\ y &= \frac{aB}{a-b} - \frac{bA}{a-b} \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

und daraus die Unsicherheiten

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= \left(\frac{\sigma_A}{a-b} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{a-b} \right)^2 - 2 \left(\frac{\sigma_{AB}}{a-b} \right)^2 \\ \sigma_y^2 &= \left(\frac{b\sigma_A}{a-b} \right)^2 + \left(\frac{a\sigma_B}{a-b} \right)^2 - 2 \frac{ab}{(a-b)^2} \sigma_{AB}^2, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

wobei die Messungen statistisch unabhängig waren und deshalb die Kovarianz $\sigma_{AB} = 0$ ist, selbst wenn x und y korreliert sein sollten. Dies wäre zum Beispiel bei einer Beziehung $x \propto y$ der Fall, wie sie in Abschnitt 3.3 diskutiert worden ist.

Durch Einsetzen ergibt sich

$$\begin{aligned} x &= (-0,9 \pm 2,9) \times 10^{-15} \text{ pro Jahr und} \\ y &= (0,6 \pm 1,3) \times 10^{-14} \text{ pro Jahr.} \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Die jeweilige Unsicherheit σ_x und σ_y ist das Intervall, in dem mit $\text{Erf}(1/\sqrt{2}) \approx 68\%$ Wahrscheinlichkeit der wahre Wert liegt. Dies entspricht Projektionen der Ellipse in Abbildung 8.1 auf die jeweilige Achse.

Zur Herleitung dieser Ellipse soll ohne Beeinträchtigung der Allgemeinheit $\bar{A} = \bar{B} = 0$ gelten. Man fordert nun, daß beide Gleichungen (A.2) gelten. Unter der Annahme gaußverteilter Daten ist die Wahrscheinlichkeit $P(x, y)$ für ein Wertepaar (x, y) dann das Produkt

$$\begin{aligned} P(x, y) &= \frac{1}{2\pi\sigma_A\sigma_B} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y+ax}{\sigma_A} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{y+bx}{\sigma_B} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma_A\sigma_B} \exp \left[-\frac{1}{2} R(x, y) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Für $R = 1$ entspricht dies einer Ellipse in der von x und y aufgespannten Fläche, deren Projektion auf eine der Achsen (durch Integration über die jeweils andere Achse) wieder eine Gaußverteilung mit Unsicherheit wie in (A.4) ergibt (für eine Diskussion verwandter Themen vgl. [Num89]).

Literaturverzeichnis

- [Abg03] M. Abgrall, private Mitteilung
- [Abg03a] M. Abgrall, Thèse de doctorat de l'université Paris VI, 2003.
- [Amo02] M. Amoretti *et al.*, Nature **419**, 456 (2002)
- [Bas77] F. Bassani, J. J. Forney und A. Quattropani, Phys. Rev. Lett. **39**, 1070 (1977).
- [Bea86] R. G. Beausoleil, Dissertation, Stanford-University USA (1986).
- [Ben02] G.W. Bennett *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 101804 (2002)
- [Bet77] H. A. Bethe und E. E. Salpeter, *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*, Plenum, New York (1977).
- [Bir01] F. Biraben, T.W. Hänsch, M. Fischer, M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, Th. Udem, M. Weitz, B. de Beauvoir, C. Schwob, L. Jozefowski, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, O. Acef, J.-J. Zondy und A. Clairon, in *The Hydrogen atom: Precision physics of simple atomic systems*. Herausgeber S. G. Karshenboim *et al.* (Springer, Berlin, Heidelberg, 2001), 18–41
- [Biz03] S. Bize, S. A. Diddams, U. Tanaka, C. E. Tanner, W. H. Oskay, R. E. Drullinger, T. E. Parker, T. P. Heavner, S. R. Jefferts, L. Hollberg, W. M. Itano und J. C. Bergquist, Phys. Rev. Lett. **90**, 150802 (2003)
- [Bor97] Ch. J. Bordé, private Mitteilung.
- [Cag73] B. Cagnac, G. Grynberg und F. Biraben, Jour. Phys. (Paris) **34**, 845 (1973).
- [Cal02] X. Calmet und H. Fritzsich, Eur. Phys. J. C **24**, 639 (2002)
- [Cal02a] X. Calmet und H. Fritzsich, Phys. Lett. B **540**, 173 (2002)
- [Cla95] A. Clairon, S. Ghezali, G. Santarelli, Ph. Laurent, S. N. Lea, M. Bahoura, E. Simon, S. Weyers und K. Szymaniec, *Proceedings of the Fifth Symposium on Frequency Standards and Metrology*, Herausgeber J. Bergquist (World Scientific, Singapore, 1996).

- [Did00] S.A. Diddams, D.J. Jones, J. Ye, S.T. Cundiff, J.L. Hall, J.K. Ranka, R.S. Windeler, R. Holzwarth, Th. Udem und T.W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **84**, 5102 (2000).
- [Did02] S.A. Diddams, L. Hollberg, L.-Sh. Ma und L. Robertsson, Opt. Lett. **27**, 58 (2002).
- [Dir37] P. A. M. Dirac, Nature (London) **139**, 323 (1937)
- [Dre83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward, Appl. Phys. B **31**, 97 (1983)
- [Dzu99] V. A. Dzuba, V. V. Flambaum und J. K. Webb, Phys. Rev. A **59**, 230 (1999)
- [Eik99] K. S. E. Eikema, J. Walz und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **83**, 3828 (1999).
- [Far81] J. W. Farley und W. H. Wing, Phys. Rev. A **23**, 2397 (1981).
- [Fla03] V. V. Flambaum, physics/0302015
- [Foo85] C. J. Foot, B. Couillaud, R. G. Beausoleil und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **54**, 1913 (1985)
- [For03] T. Fortier, D. J. Jones und S. T. Cundiff, Opt. Lett. **28**, 2198 (2003)
- [Fuj00] Y. Fujii, A. Iwamoto, T. Fukahori, T. Ohnuki, M. Nakagawa, H. Hideka, Y. Oura und P. Möller, Nuc. Phys. B **573**, 377 (2000)
- [Gab02] G. Gabrielse *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 213401 (2002)
- [Gar90] J. C. Garreau, M. Allegrini, L. Julien und F. Biraben, J. Phys. France **51**, 2263, 2275, 2293 (1990).
- [Hae75] T. W. Hänsch, S. A. Lee, R. Wallenstein und C. Wiemann, Phys. Rev. Lett. **34**, 307 (1975).
- [Hae80] T. W. Hänsch und B. Couillaud, Opt. Comm. **35**, 441 (1980).
- [Hau01] H.A. Haus und E.P. Ippen, Opt. Lett. **26**(21), 1654 (2001).
- [Heb56] J. W. Heberle, H. A. Reich und P. Kusch, Phys. Rev. **101**, 612 (1956).
- [Hol00] R. Holzwarth, Th. Udem und T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth und P. St. J. Russell, Phys. Rev. Lett. **85**, 2264 (2000).
- [Hol01] R. Holzwarth, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 2001.
- [Hub97] A. Huber, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 1997.

- [Hub99] A. Huber, B. Gross, M. Weitz und T. W. Hänsch, Phys. Rev. A **59**, 1844 (1999).
- [Iva99] A. V. Ivanchik, A. Y. Potekhin und D. A. Varshalovich, Astron. Astrophys. **343**, 439 (1999)
- [Jen03] U. Jentschura, M. Haas und C. Keitel, interner Report „Statistical analysis of the most recent $1S$ - $2S$ hydrogen measurement“ , 2003.
- [Kal90] R. Kallenbach, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 1990.
- [Kar97] S. G. Karshenboim, Phys. Lett. A **225**, 97 (1997).
- [Kar98] S. G. Karshenboim, MPQ-Bericht 230, Max-Planck-Institut für Quantenoptik (1998).
- [Kar00] S. G. Karshenboim, Can. J. Phys. **78**, 639 (2000).
- [Kar01] S. G. Karshenboim in *Hydrogen atom: Precision physics of simple atomic systems*. Herausgeber S. G. Karshenboim et al. (Springer, Berlin, Heidelberg, 2001), 335–343; e-print: physics/0102085.
- [Kar02] S. G. Karshenboim und V. G. Ivanov, Eur. Phys. J. D **19**, 13 (2002),
S. G. Karshenboim und V. G. Ivanov, Phys. Lett. B **524**, 259 (2002).
- [Kil98] Th. C. Killian, D. G. Fried, L. Willman, D. Landhuis, S. C. Moss, Th. J. Greytak und D. Kleppner, Phys. Rev. Lett. **81**, 3807 (1998).
- [Kin90] T. Kinoshita und W. J. Marciano, in: *Quantum Electrodynamics*. Herausgeber T. Kinoshita (World Scientific, Singapur, 1990), 419.
- [Kol03] N. Kolachevsky, private Mitteilung
- [Lam47] W. E. Lamb und R. C. Retherford, Phys. Rev. **72**, 241 (1947).
- [Lee75] S. A. Lee, R. Wallenstein und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **35**, 1262 (1975)
- [Lei95] D. Leibfried, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 1995.
- [Lem00] P. Lemonde et al., in *Frequency Measurement and Control*, Herausgeber A. N. Luiten (Springer-Verlag, Berlin, 2000).
- [Les83] P. Lesage, IEEE Trans. Instrum. Meas. **32**, 204 (1983).
- [Liu99] W. Liu, M. G. Boshier, S. Dhawan, O. van Dyck, P. Egan, X. Fei, M. G. Perdekamp, V. W. Hughes, M. Janousch, K. Jungmann, D. Kawall, F. G. Mariam, C. Pillai, R. Prigl, G. zu Putlitz, I. Reinhard, W. Schwarz, P. A. Thompson und K. A. Woodle, Phys. Rev. Lett. **82**, 711 (1999).

- [Mar90] H. U. Martyn in *Quantum Electrodynamics*. Herausgeber T. Kinoshita (World Scientific, Singapur, 1990), 92.
- [Mar03] H. Marion, F. Pereira Dos Santos, M. Abgrall, S. Zhang, Y. Sortais, S. Bize, I. Maksimovic, D. Calonico, J. Grünert, C. Mandache, P. Lemonde, G. Santarelli, Ph. Laurent, A. Clairon und C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 150801 (2003).
- [McI89] D. H. McIntyre, R. G. Beausoleil, C. J. Foot, E. A. Hildum, B. Coulliaud und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **39**, 4591 (1989).
- [McI90] D. H. McIntyre, W. M. Fairbank, S. A. Lee, T. W. Hänsch und E. Riis, *Phys. Rev. A* **41**, 4632 (1990).
- [Mel00] K. Melnikov und T. v. Ritbergen, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1673 (2000)
- [Mil83] A. P. Mills, Jr und G. H. Bearman, *Phys. Rev. Lett.* **34** (1975) 246; A. P. Mills, Jr., *Phys. Rev. A* **27**, 262 (1983).
- [Mur03] M. T. Murphy, J. K. Webb und V.V. Flambaum, *Month. Not. R. Astron. Soc.* **283**, 577 (2003)
- [Nie00] M. Niering, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 2000.
- [Nie00a] M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, P. Pokasov, Th. Udem, M. Weitz und T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 5496 (2000)
- [Nie00b] M. Niering, Zusammenstellung der Daten gefitteter Spektren (Datei „alles“)
- [Nie01] C. Niebl, Diplomarbeit, Technische Universität München, 2001
- [Nie03] M. Niering, persönliche Nachricht.
- [Nov58] R. Novick und D. E. Commins, *Phys. Rev.* **111**, 822 (1958).
- [NPL99] M. Roberts, P. Taylor und P. Gill, *Laser Linewidth at the sub-Hertz Level*, NPL Report CLM 8 (1999).
- [Num89] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, *Numerical Recipes in Pascal*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne (1989).
- [Pac96] K. Pachucki, D. Leibfried, M. Weitz, A. Huber, W. König und T. W. Hänsch, *J. Phys. B* **29**, 177 (1996).
- [Pac01] K. Pachucki, *Phys. Rev. A* **63**, 042503 (2001).
- [Pae02] H. Päs, hep-ph/0209018 v2

- [Pah03] A. Pahl, persönliche Mitteilung
- [Poh01] R. Pohl *et al.*, in: *Hydrogen atom: Precision physics of simple atomic systems*. Herausgeber S. G. Karshenboim *et al.* (Springer, Berlin, Heidelberg, 2001), 454–458.
- [Pou46] R. V. Pound, Rev. Sci. Instr. **17**, 490 (1946)
- [Pre95] J. D. Prestage, R. T. Tjoelker und L. Maleki, Phys. Rev. Lett. **74**, 3511 (1995)
- [Pri77] M. H. Prior und E.C. Wang, Phys. Rev. A **16**, 6 (1977).
- [Ram90] N. F. Ramsey in *Quantum Electrodynamics*, Herausgeber T. Kinoshita (World Scientific, Singapore, 1990), 673
- [Rei56] H. A. Reich, J. W. Heberle und P. Kusch, Phys. Rev. **104**, 1585 (1956).
- [Rei99] J. Reichert, R. Holzwarth, Th. Udem und T. W. Hänsch, Opt. Comm. **172**, 59 (1999).
- [Rei00] J. Reichert, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 2000.
- [Rei00a] J. Reichert, M. Niering, R. Holzwarth, M. Weitz, Th. Udem und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **84**, 3232 (2000)
- [Rit84] M. W. Ritter, P. O. Egan, V. W. Hughes und K. A. Woodle, Phys. Rev. A **30**, 1331 (1984).
- [Rot00] N.E. Rothery und E.A. Hessels, Phys. Rev. A **61**, 044501 (2000)
- [Sal52] E. E. Salpeter, Phys. Rev. **87**, 328 (1952).
- [Sap90] J. R. Sapirstein und D. R. Yennie, in *Quantum Electrodynamics*, Herausgeber T. Kinoshita (World Scientific, Singapur, 1990).
- [Sch69] H. A. Schluessler, E. N. Forton und H. G. Dehmelt, Phys. Rev. **187**, 5 (1969).
- [Sch92] F. Schmidt-Kaler, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 1992.
- [Sch95] F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, S. Seel, C. Zimmermann, W. König, M. Weitz und T. W. Hänsch, Phys. Rev. A **51**, 2789 (1995).
- [Sco88] G. Scoles, D. Bassi, U. Buck und D. Laine, *Atomic and Molecular Beam Methods*, Band 1, Oxford University Press, New York, (1988).
- [Sho90] B. W. Shore, *The theory of coherent atomic excitation*, John Wiley & Sons, Vol.2, S. 1427 (1990).

- [Sim80] G. G. Simon, C. Schmidt, F. Borkowski und V. H. Walther, Nucl. Phys. A **333**, 381, (1980).
- [Sob92] I. I. Sobelman, *Atomic spectra and radiative transitions*, 2. Aufl., Springer, Berlin, Heidelberg, New York (1992).
- [Top04] Technische Information zum System TA-SHG 100, Toptica Photonics
- [Ude97] Th. Udem, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 1997.
- [Ude97a] Th. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **79**, 2646 (1997).
- [Uza02] J.-P. Uzan, Rev. Mod. Phys. **75**, 403 (2003), hep-ph/0205340
- [Qua04] R. Quast, D Reimers und S.A. Levshakov, astro-ph/0311280 V2, 2004
- [Vas70] L. S. Vasilenko, V. P. Chebotayev und A. V. Shishaev, JETP Lett. **12**, 113 (1970).
- [Web01] J. K. Webb, M. T. Murphy, V. V. Flambaum, V. A. Dzuba, J. D. Barrow, C. W. Churchill, J. X. Prochaska und A. M. Wolfe, Phys. Rev. Lett. **87**, 091301 (2001)
- [Win72] D. J. Wineland und N. F. Ramsey, Phys. Rev. **5**, 821 (1972).
- [Yer01] V. A. Yerokhin und V. M. Shabaev, Phys. Rev. A **64**, 012506 (2001).
- [You99] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano und J. C. Bergquist, Phys. Rev. Lett. **82**, 3799 (1999).
- [Zim90] C. Zimmermann, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, 1990.
- [Zim90a] C. Zimmermann, R. Kallenbach und T. W. Hänsch, Phys. Rev. Lett. **65**, 571 (1990)
- [Zim04] M. Zimmermann, Dissertation, Ludwig–Maximilians–Universität München, voraussichtlich 2004.

Danksagung

Zuvorderst gebührt mein Dank Prof. Theodor W. Hänsch, der mir „sein“ Wasserstoff-Experiment anvertraute und alle Freiheiten in der apparativen Weiterentwicklung des Aufbaus und in der Forschung unter den ausgezeichneten Bedingungen seiner Arbeitsgruppe gewährte. Sein Vorrat an Ideen für dieses schöne Experiment der Grundlagenforschung hat sich in vielen Diskussionen als unerschöpflich erwiesen.

Herrn Prof. Dietrich Habs danke ich für seine Bereitschaft, das zweite Gutachten über diese Arbeit zu verfassen.

Markus Niering, meinem Vorgänger, möchte ich für die umfassende Einführung in alle Aspekte des $1S$ - $2S$ -Experiments und des Lebens und Arbeitens am MPQ herzlich danken. Auch nach Abschluß seiner Arbeit war er jederzeit bereit, mit Interesse und Kompetenz über Wasserstoff zu diskutieren und nebenbei die allerletzten Neuigkeiten aus Garching zu erfahren.

Als Postdoc, Mitstreiter und Nachfolger in Personalunion hat nun Nikolai Kolachevksy die Arbeit am Experiment übernommen. Ich danke ihm für die fruchtbare, lehrreiche und immer angenehme Zusammenarbeit während der letzten zwei Jahre. Unvergesslich wird mir die rasante Entwicklung seines deutschen Wortschatzes bleiben, welcher bereits nach kürzester Zeit Wörter wie Schrumpfschlauch oder Kabelbinder umfaßte.

Martin Weitz war jederzeit willens und in der Lage, aus dem Stegreif die Plausibilität von Abschätzungen und Ideen zu bewerten, und hat mich so manchen Holzweg erst gar nicht einschlagen lassen. Dafür vielen Dank!

Claudia Nießl hat in ihrer Zeit als Diplomandin am Wasserstoff-Experiment nicht nur einen kompletten transportablen Referenzresonator aufgebaut, sondern auch den Gruppenzusammenhalt gefördert, beispielsweise durch Einführung der sogenannten Kuchenwochen.

Sebastian Fray und Christina Alvarez-Diez haben bei ihren Versuchen, die obersten Regionen der umfangreichen Elektronik ihres Experimentes im Sprung zu betätigen, die Stabilität des Wasserstoff-Experimentes mitunter auf eine harte Probe gestellt, immer aber für ein sehr angenehmes Klima und viel Spaß im Labor gesorgt.

Ohne die enorme Erfahrung und die technischen Fertigkeiten von Charly Linner und Wolfgang Simon wäre vieles am Experiment schlichtweg unmöglich gewesen. Ein herzliches Dankeschön für die Umsetzung aller Ideen, die überhaupt realisierbar waren. Helmut Brückner hat neben Erster Hilfe in Sachen Elektronik ein Wunderwerk eines Temperaturreglers für den Referenzresonator aufgebaut, welcher Messungen am Wasserstoff ohne nervende Suche nach driftenden Spektrallinien ermöglicht.

Thomas Udem, Ronald Holzwarth und Marcus Zimmermann haben mich in die Geheimnisse hochpräziser Frequenzmessungen eingeweiht. Thomas Udem danke ich besonders für viele kritische Gedanken über Wasserstoff und die Drift von Konstanten,

welche sich oft als guter Ansatz für Verbesserungen herausstellten, und für die sehr konstruktive Korrektur dieser Arbeit. Marcus Zimmermann hat den Frequenzkamm-Generator für die Absolutfrequenzmessung 2003 auf den Punkt fitgemacht und während der langen Meßnächte mit ruhiger Hand bei Laune gehalten.

Mit Anette Pahl, Birgit Schatz und Peter Fendel vom Antiwasserstoff-Labor verbindet mich der Kampf gegen die sporadischen Marotten von Farbstoff- und Pumplasern. Glücklicherweise gab es daneben noch viele andere Themen für die Konversation auf dem Weg zur Mensa oder bei anderen Gelegenheiten. Jochen Walz danke ich für gern gewährte Unterstützung in Fragen der Radiofrequenztechnik.

Savely Karshenboim danke ich für seine nimmermüde Diskussionsbereitschaft über alle Fragen der Physik. Obwohl ihm selten eine kurze Antwort auf eine konkrete Frage zu entlocken war, konnte er mir des öfteren eine Idee zur Lösung des Problems vermitteln.

Ulrich Jentschura und Martin Haas aus Freiburg sei für die viele Mühe gedankt, die sie in die Diskussion des theoretischen Linienform-Modells, seiner diversen Modifikationen und zuletzt auch in Fragen der Konstantendrift investiert haben.

Den weiteren beziehungsweise früheren Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe aus Garching, Aldo Antognini, Francesco S. Cataliotti, Giovanni Cennini, Kjeld S.E. Eikema, H. Figger, Xiaoming Gao, Christoph Gohle, Maximilian Herrman, Andreas Kiess, Matthias König, Michael Mei, Domagoj Pavicic, Heiko Pittner, Randolf Pohl, Jörg Reichert, Karsten Sändig, Rainer Scheunemann und Andreas Voigt möchte ich für die gute und hilfsbereite Atmosphäre danken.

Unseren Sekretärinnen Rosemarie Lechner und Gabi Gschwendtner danke ich für ihre Kompetenz und stete Hilfsbereitschaft in allen organisatorischen Fragen. Ein Besuch im Sekretariat am MPQ oder in der Stadt war eigentlich nie vergeblich.

Ein Dankeschön gilt auch den Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe aus der Stadt für ihre Hilfsbereitschaft und für viele interessante Seminare und gemeinsame schöne Tage auf Ringberg.

Meine Familie gibt mir allen Rückhalt. Für ihr Vertrauen und für ihre Unterstützung möchte ich mich ganz herzlich bedanken.

Meine liebe Anette schenkt mir jeden Tag Verständnis, Geduld, Zuversicht und so vieles mehr. Ich kann ihr nicht genug danken.

Lebenslauf

24. November 1972	geboren in Tübingen
1979–1983	Grundschule in Gomaringen
1983–1992	Isolde-Kurz-Gymnasium in Reutlingen
1992	Allgemeine Hochschulreife
1992–1993	Ableistung der Dienstpflicht in Mengen und Meßstetten
Oktober 1993–Juni 1999	Studium der Physik an der Eberhard-Karls-Universität Tübingen
Juni 1998–Juni 1999	Diplomarbeit unter der Leitung von Prof. R. P. Hübener Thema: Aufbau und Erprobung eines Laser-Rastermikroskops
Juni 1999	Diplom in Physik
August 1999–September 2003	Doktorarbeit am Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Abteilung Laserspektroskopie, Prof. T. W. Hänsch
Seit Oktober 2003	Tätigkeit bei Menlo Systems GmbH in Martinsried

