
**Erweiterung der ‘Localized Near
Field’ Theorie zur Bestimmung
von Quellstärken bei beliebiger
thermischer Schichtung in einem
Waldbestand.**

Jan H. Schween



München 2002

**Erweiterung der ‘Localized Near
Field’ Theorie zur Bestimmung
von Quellstärken bei beliebiger
thermischer Schichtung in einem
Waldbestand.**

Jan H. Schween

Dissertation
an der Fakultät für Physik
der Ludwig–Maximilians–Universität
München

vorgelegt von
Jan H. Schween
aus München

München, den 17.Juli 2002

Erstgutachter: Prof. Dr. Joseph Egger

Zweitgutachter: Prof. Dr. Frank Schmidt

Tag der mündlichen Prüfung: 28. April 2003

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	1
1 Einleitung	2
2 Theorie	8
2.1 Turbulenter Transport als statistischer Prozeß	8
2.2 Das Wachstum einer Wolke	10
2.3 Die ‘localized near field’ Theorie	14
2.3.1 Fernfeld	15
2.3.2 Nahfeld	16
2.3.3 Zusammenfassung	20
2.3.4 Lösung nach Raupach	21
3 Ein neues Lösungsschema	23
3.1 Parametrisierung der Turbulenzgrößen σ_w und T_L	23
3.1.1 Die skalierte Gleichung	24
3.1.2 Höhenabhängigkeit von σ_w und T_L	25
3.2 Diskretisierung	27
3.2.1 Aufteilung in Schichten	28
3.2.2 Lineare Splines	30
3.2.3 Weitere Entwicklungsfunktionen	31
3.3 Invertierbarkeit	32
3.3.1 Der Kern	32
3.3.2 Optimale Entwicklungsfunktionen	34
3.3.3 Die Inversion	36
3.3.4 Fehlerabschätzung	39
3.4 Fluß am Boden	41
4 Die Rauigkeitsschicht	43
4.1 Der Austauschkoefizient	46
4.2 Die Korrekturfunktion γ	50
5 Anwendung auf Messungen	54
5.1 Beschreibung des Meßplatzes	54
5.2 Bestimmung von $\sigma_w(z, \zeta)$	59
5.2.1 Skalierung mit u_*	59
5.2.2 Stabilitätsabhängigkeit von σ_w	61
5.2.3 Stabilitätsabhängigkeit von σ_w im Bestand	62
5.2.4 Höhenabhängigkeit von σ_w	68
5.3 Bestimmung von $T_L(z, \zeta)$	70

5.3.1	Die Eulersche integrale Zeitskala T_E	72
5.3.2	Von T_E zu T_L	76
5.3.3	Die Stabilitätsabhängigkeit von T_L	78
5.4	Vertikale Inhomogenität der Turbulenz	81
5.5	Quellstärken und Flüsse	81
5.5.1	Berechnete Quellprofile	83
5.5.2	Gemessene Flüsse	89
5.5.3	Mittels LNF bestimmte Flüsse	90
5.5.4	Abweichung von gemessenen Flüssen	98
5.5.5	Instationarität	103
5.5.6	Horizontale Inhomogenität	105
5.5.7	Abhängigkeit von der Stabilität	108
5.5.8	Fehler in $\sigma'_w(z, \zeta)$	111
5.5.9	Fehler in $T'_L(z, \zeta)$	114
5.5.10	Abweichungen von der Normalverteilung	115
5.6	Fluß am Boden	119
5.7	Unterschiedliche Entwicklungsfunktionen	124
5.8	Lösbarkeit in Abhängigkeit von der Schichtungsstabilität . . .	128
5.9	Anwendungsmöglichkeiten	132
6	Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	134
	Danksagung	139
	Abbildungsverzeichnis	140
	Tabellenverzeichnis	142
	Verzeichnis der Symbole	143
	Literatur	147
	Lebenslauf	153

Zusammenfassung

Energie- und Stoffumsätze an der Erdoberfläche bestimmen den Energie- und Stoffhaushalt der Atmosphäre. Dabei spielen Pflanzenbestände eine wichtige Rolle. Für ein grundlegendes Verständnis des Austausches zwischen Pflanzenbestand und Atmosphäre ist es zumindest nötig die Aufteilung von Quellen und Senken zwischen Pflanzen und Boden zu kennen. Es hat lange keine Möglichkeit gegeben die Quellverteilung innerhalb eines Pflanzenbestandes zu bestimmen. Man konnte lediglich durch Messung der turbulenten Flüsse in verschiedenen Höhen die mittlere Quellstärke zwischen diesen Höhen bestimmen. Dieses Verfahren ist allerdings stark durch die Größe der Meßgeräte beschränkt. Mit der 'Localized Near Field Theorie' (LNF) hat Raupach 1989 die Konzentrationen in Beziehung zur Verteilung der Quellen und Senken im Pflanzenbestandes gesetzt. Bei gegebener Quellenverteilung liefert die Theorie das sich ausbildende Konzentrationsprofil. Das 'inverse Problem', also die Bestimmung einer Quellenverteilung aus den Konzentrationen, erwies sich als schwierig. Zum einen wird durch die turbulente Durchmischung die Information über die Quellen quasi 'verwischt', zum anderen hat Raupach 1989 in seinen Artikeln lediglich ein sehr einfaches Verfahren umrissen, das zudem nur für neutrale Schichtung gültig ist.

In dieser Arbeit wird ein universelles mathematisches Verfahren zur Lösung des inversen Problem hergeleitet. Dazu wird das Quellprofil in zunächst frei wählbare Funktionen entwickelt. Es kann gezeigt werden, daß durch eine Anpassung der Entwicklungsfunktionen an die Höhen der Konzentrationsmessungen das Lösungsverhalten deutlich verbessert werden kann. In das Verfahren geht die Turbulenz über die Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w und die Lagrangesche integrale Zeitskala T_L ein. Beide Parameter variieren mit der Höhe und der Schichtungsstabilität. Diese Stabilitätsabhängigkeit wird hier erstmals anhand von Meßdaten im Pflanzenbestand bestimmt. Mittels der gefundenen Parametrisierung werden aus gemessenen Temperaturen die Quellstärken der fühlbaren Wärme und daraus turbulente Flüsse bestimmt und mit gemessenen Flüssen verglichen. Schließlich wird die Sensitivität des Verfahrens gegen verschiedene Einflußgrößen untersucht. Es zeigt sich, daß die Unsicherheit über den genauen Verlauf von σ_w und T_L zu einer entsprechenden Unsicherheit über die Verteilung der Quellen und auch zu einer Abweichung der errechneten von den gemessenen Flüssen führt.

1 Einleitung

Energie- und Stoffumsätze an der Erdoberfläche bestimmen den Energie- und Stoffhaushalt der Atmosphäre. Dabei spielen Pflanzenbestände eine wichtige Rolle. Zum einen bedecken sie einen Großteil der Landoberfläche der Erde und beeinflussen somit die Energiebilanz der Oberfläche stark. Zum anderen setzen sie eine ganze Reihe von Stoffen um. Sie verdunsten Wasser, nehmen Kohlendioxid auf, absorbieren über die Oberfläche ihrer Blätter atmosphärische Spurengase, wie beispielsweise Ozon und geben selber eine Vielzahl organischer Stoffe, wie z.B. Isopren ab (siehe z.B. Seinfeld und Pandis 1998 [66]). Die Verdunstung von Wasser ist ein wichtiger Teil der Energiebilanz an der Erdoberfläche. Sie bestimmt die Verteilung von Niederschlägen, und ist schließlich ein wichtiger Faktor für den landwirtschaftlichen Anbau. Die Wichtigkeit der Aufnahme von Kohlendioxid durch Pflanzenbeständen zeigte sich jüngst, als bei der Weltklimakonferenz eine Einigung über die Umsetzung des Kyoto-Protokolls nur durch die Anrechnung von Wäldern als Senken für Kohlendioxid möglich wurde [63], obwohl der Umfang dieser Senke bislang nicht geklärt ist (Baldocchi et al. 2000 [4]). Die von Pflanzen freigesetzten Kohlenwasserstoffe sind wichtige Bestandteile der Chemie der bodennahen Troposphäre. Diese gasförmigen Stoffe werden zum Teil in Aerosopartikel umgewandelt, die entweder direkt oder indirekt, durch ihren Einfluß auf die Bildung von Wolken, die Strahlungsbilanz der Atmosphäre beeinflussen. Damit sind die Austauschprozesse zwischen Pflanzenbeständen und der Atmosphäre in vielerlei Hinsicht wichtig für das Klima der Erde.

Alle atmosphärischen Spurenstoffe und Eigenschaften (z.B. Temperatur) werden durch die Turbulenz in der Grenzschicht in die Pflanzenbestände hinein bzw. aus ihnen hinaus transportiert. Der Pflanzenbestand und sein Einfluß auf die turbulenten Austauschprozesse ist somit von fundamentaler Bedeutung. Eine direkte Messung von turbulenten Flüssen ist generell schwierig, da Konzentrationen bzw. Temperaturen mit relativ hoher Frequenz gemessen werden müssen. Die Messungen sind technisch sehr aufwändig, die anfallende Datenmenge sehr groß und dementsprechend wird viel Zeit zur Aufbereitung und Auswertung benötigt. Zudem gibt es für eine Vielzahl von Stoffen keine ausreichend schnellen und hochauflösenden Meßgeräte, so daß eine direkte Bestimmung der turbulenten Flüsse oft nicht möglich ist.

Da die Höhenverteilung der Konzentration eines Stoffes in der turbulenten Grenzschicht durch den turbulenten Fluß bestimmt wird, kann man im Prinzip aus einem gemessenen Profil den zugehörigen Fluß bestimmen. Die Theorie, die dies für beliebige thermische Schichtungen, über horizontal homogenem Untergrund und für stationäre Verhältnisse leistet, ist die soge-

nannte ‘Monin-Obukhov-Theorie’ (siehe z.B. Monin und Yaglom¹ 1971 [44]). Allerdings ergeben sich bei der Anwendung, insbesondere über Pflanzenbeständen, einige Probleme. Bei der Herleitung der Fluß-Profil-Beziehungen wird davon ausgegangen, daß der Stoff- und Energieumsatz an der Oberfläche, also bei $z = 0$, stattfindet. In einem Pflanzenbestand sind die Quellen, bzw. Senken aber über dessen gesamte Höhe h verteilt, so daß über dem Bestand der Abstand zu den Quellen nicht identisch mit der Höhe über Grund ist. Ein Maß für die Größe der Strukturen im Pflanzenbestand ist die Rauigkeitslänge z_0 . Man geht üblicherweise davon aus, daß eine Mindesthöhe von einigen zehn bis hundert Rauigkeitslängen bei der Bestimmung von Flüssen aus Profilen nicht unterschritten werden darf (siehe z.B. Obukhov und Monin 1958 [45]). Über Pflanzenbeständen kann die Rauigkeitslänge die Größenordnung von einem Meter erreichen, so daß für die Bestimmung von Flüssen erst die Profile in einigen zig Metern über dem Bestand verwendet werden können. Andererseits kann eine Fluß-Profil-Beziehung nur für homogene Oberflächen angegeben werden. Inhomogenitäten des Untergrundes führen zu internen Grenzschichten, die nur flach ansteigen. Eine Faustregel besagt, daß pro 100 m horizontalem Abstand eine interne Grenzschicht nur 1 m ansteigt. Unterhalb dieser Grenzschicht spiegelt der turbulente Transport die Eigenschaften des Untergrundes wieder. Da es im allgemeinen keinen beliebig weit ausgedehnten homogenen Untergrund gibt, sind die Höhen für eine Bestimmung von Flüssen nach oben beschränkt. Der Bereich, in dem man Profile zur Bestimmung von Flüssen heranziehen kann, ist also durch interne Grenzschichten nach oben und durch die Rauigkeitslänge nach unten beschränkt. Dies führt insbesondere über hohen Pflanzenbeständen dazu, daß es keine Höhen mehr gibt, in denen eine Fluß-Profil-Beziehung angegeben werden kann, und somit auch keine Flüsse aus Profilen bestimmt werden können.

Wendet man schließlich über hohen Pflanzenbeständen wie z.B. Wäldern oder auch Maisfeldern die Monin-Obukhov-Theorie unterhalb der $100z_0$ Grenze auf gemessene Gradienten an, so erhält man systematisch zu kleine Flüsse. Dies bedeutet, daß der Austauschkoeffizient aus der Monin-Obukhov-Theorie zu klein, der turbulente Austausch hier also scheinbar verstärkt ist. Thom (1975 [74]) hat diesen Effekt erstmals über einem Kiefernwald beobachtet und schlägt als anschauliche Erklärung eine Verstärkung der Turbulenz durch mechanische Anregung an den Bäumen (‘wake diffusion’) und die Bildung von Thermikblasen im Luv der Bäume (‘thermal seeding’) vor.

¹ die deutsche Transkription des Russischen Namens ‘Яглом’ ist laut Duden zwar ‘Jaglom’, wird aber hier nicht verwendet, um keine Verwirrung mit den meist englischen Quellen zu verursachen. Ebenso wird für ‘Обухов’ das englische ‘Obukhov’ und nicht ‘Obuchow’ verwendet.

Raupach et al. (1980 [61]) prägen für die Schicht, in der diese Abweichung beobachtet wird, den Begriff ‘Rauhigkeitsschicht’ (engl. ‘roughness sublayer’). Es gibt einige Versuche diese Abweichung mittels einer universellen Funktion zu korrigieren (siehe Garratt 1980 [17] oder Cellier und Brunet 1992 [9]), allerdings können diese Funktionen nur empirisch bestimmt werden. Im Pflanzenbestand können schließlich turbulente Flüsse entgegen dem Gradienten auftreten, wie von Denmead und Bradley 1985 [12] erstmals für Wärmeflüsse dokumentiert wurde². Raupach (1988 [53]) erklärt dies anschaulich damit, daß die Dimension der Turbulenzelemente in der Größenordnung der Bestandshöhe liegt, so daß für den Transport nicht der lokale Gradient, sondern die Konzentrationsdifferenz zu größeren Höhen die wesentliche Rolle spielt. Ende der 80er Jahre waren also über und in Pflanzenbeständen Phänomene bekannt, die sich zunächst nur anschaulich erklären ließen. Aufgrund dieser Phänomene war es zu diesem Zeitpunkt nicht möglich, aus beobachteten Konzentrationsprofilen turbulente Flüsse zu berechnen.

In dieser Situation hat Raupach 1989 ([55] und [54]) die sogenannte ‘Localized Near Field’-Theorie (LNF) vorgeschlagen. Die LNF beschreibt, wie eine Quelledichteverteilung $S(z)$ in einem Pflanzenbestand durch den turbulenten Transport in das Konzentrationsprofil $c(z)$ abgebildet wird. Dabei wird ein statistisches Mittel über die Trajektorien von Luftpaketen berechnet; es handelt sich also um ein Lagrangesches Verfahren. Basis sind die bereits von Taylor 1921 [70] gemachten Überlegungen zum turbulenten Transport, sowie eine Aufspaltung in Nah- und Fernfeld. Zusätzlich werden einige Vereinfachungen und insbesondere die Annahme gemacht, daß die Turbulenz im Nahfeld um die Quellen als lokal homogen angenommen werden kann. Diese Annahme wird im Namen der LNF durch den Begriff ‘localized’ wiedergespiegelt. Als Eingangsparameter der LNF werden die Profile der Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w und der Lagrangeschen integralen Zeitskala T_L benötigt. So ergibt sich zunächst eine Integralgleichung, die in der sogenannten ‘Vorwärtsrechnung’ aus einem vorgegebenen Quellprofil das Konzentrationsprofil vorhersagt. Die Bestimmung des Quellprofils aus einem gemessenen Konzentrationsprofil wird das ‘inverse Problem’ bzw. die ‘Rückwärtsrechnung’ genannt. Zu ihrer Lösung leitet Raupach [54] her, daß sich die turbulente Diffusion aus verteilten Quellen in ein lineares Gleichungssystem umformen läßt. Diese Umformung ist, unabhängig von der verwendeten Theorie zur Beschreibung des turbulenten Transportes, immer möglich. Das lineare Gleichungssystem läßt sich zwar mit Standardmethoden lösen, aber

² In der planetarischen Grenzschicht wurden sogenannte ‘Counter-Gradient Fluxes’ bereits in den 50’er Jahren dokumentiert (siehe z.B. Bunker 1956 [7] oder Deardorff 1966 [11]). Allerdings sind die Gründe hierfür gänzlich andere als in einem Pflanzenbestand.

die Lösung ist empfindlich gegen kleinste Störungen der eingehenden Konzentrationen. Daher empfiehlt Raupach [54] eine Fehlerquadratminimierung, bei der aus Konzentrationsmessungen in N_c Höhen Quellstärken in $N_s < N_c$ Schichten berechnet werden.

Wahrscheinlich aufgrund des erheblichen mathematischen Aufwands und der etwas vagen Beschreibung von Raupach zur Lösung des inversen Problems, gab es in den folgenden Jahren lediglich eine handvoll von Anwendungen. Zunächst die Vorwärtsrechnungen: Dolman und Wallace (1991 [13]) vergleichen Messungen der Verdunstung aus einem Hirsefeld mit einer Berechnung nach der LNF und einem einfachen Widerstandsmodell mit einer bzw. zwei Quellen. Aus der LNF wird ein Gleichungssystem hergeleitet, mit dem aus der Strahlungsabsorption im Bestand und den Stomata- und Grenzschichtwiderständen der Blätter ein Profil des Dampfdruckdefizits bestimmt werden kann, das wiederum in Quellstärken der fühlbaren und latenten Wärme umgerechnet wird. Sie finden eine gute Übereinstimmung zwischen berechneten Feuchteflüssen der Modelle und ihren Messungen und kommen zu dem Schluß, daß für dünn besetzte Pflanzenbestände Widerstandsmodelle zur Bestimmung der Flüsse ausreichen. Van den Hurk und McNaughton (1995 [24]) und McNaughton und Van den Hurk (1995 [40]) erweitern ihr Widerstandsmodell um einen Term, der den Nahfeldtransport aus dem Bestand gemäß der LNF beschreibt. Das Modell berechnet aus Quellstärken am Boden und in der Krone ein Konzentrationsprofil. Das so modifizierte Modell kann Flüsse entgegen den Gradienten produzieren, die in einem traditionellen Widerstandsmodell nicht möglich wären.

Wesentlich interessanter ist die 'Rückwärtsrechnung': Kruijt et al. (1996 [30]) versuchen aus Kohlendioxidkonzentrationen in fünf Höhen in einem Regenwald Quellprofile zu berechnen und verwenden dazu die Software von Raupach 1989 [54]. Sie können ihre Ergebnisse lediglich mit dem Fluß am Boden aus Messungen mit einer Kammer vergleichen und finden nur sehr schlechte Übereinstimmungen. Die Resultate sind sensitiv gegen die Verteilung der Schichten in denen jeweils eine konstante Quellstärke angenommen wird. Katul et al. (1997 [29]) wenden die LNF auf Kohlendioxidkonzentrationen an, die in einem Pinienwald gemessen wurden. Sie lösen die Integralgleichung, indem sie die in 6 Höhen gemessenen Konzentrationsprofile stückweise linear interpolieren und auf 80 Stützstellen erweitern. Das zu lösende Integral wird gemäß der Simpson-Regel an 52 Stützstellen ausgewertet. Auf diese Weise ergibt sich ein überbestimmtes Gleichungssystem das mit Hilfe einer Fehlerquadratminimierung gelöst wird. Es ergeben sich zwar große Abweichungen zu den gemessenen Flüssen, aber bessere Ergebnisse als wenn die Flüsse mit der Monin-Obukhov-Theorie bestimmt würden. Der numerische Aufwand des vorgestellten Verfahrens ist groß und erscheint an einigen Stellen sehr willkür-

lich und mathematisch überflüssig. So werden mit der linearen Interpolation der Konzentrationsprofile Werte erfunden die nicht gemessen wurden. Die Knicke im so erzeugten Konzentrationsprofil führen zu auffälligen Maxima im Quellprofil.

Leuning et al. (2000 [34]) bestimmen mit der LNF aus gemessenen Temperaturen, Wasserdampf-, Kohlendioxid- und Methankonzentrationen in und über einem Reisfeld die Flüsse der fühlbaren- und latenten Wärme, des Kohlendioxids und des Methans und vergleichen diese mit beobachteten Flüssen. Die Übereinstimmung ist gut, wenn die Windgeschwindigkeiten nicht zu klein und die Schichtung näherungsweise neutral ist. Allerdings müssen sowohl die eingehenden Konzentrationsprofile als auch die Lösung numerisch geglättet werden, da die Lösung des inversen Problems der LNF sehr empfindlich gegen Meßfehler in den Konzentrationen ist. Andernfalls liefert das Verfahren vollkommen irregulär streuende Werte. Die für die Rechnung benötigten Turbulenzprofile gehen in Form umfangreicher analytischer Funktionen ein, die in erster Linie eine glatte Interpolation von wenigen Meßwerten darstellen. Durch Einführung einer Parametrisierung für die Stabilitätsabhängigkeit der eingehenden Turbulenzprofile kann Leuning (2000 [33]) auch für nicht neutrale Schichtungen eine gute Übereinstimmung erreichen. Allerdings erscheint der numerische Aufwand sehr groß, und insbesondere ist nicht ganz klar, welche Rolle die verschiedenen numerischen Verfahren zur Glättung spielen.

Siqueira et al. (2000 [68]) nutzen drei verschiedene Methoden, um aus gemessenen Temperaturprofilen Wärmeflüsse zu bestimmen, und vergleichen die Ergebnisse untereinander. Neben der LNF verwenden sie ein Modell, das auf einer Schließung zweiter Ordnung der Turbulenz basiert und ein Hybridmodell, das beide Ansätze kombiniert. Zur Invertierung der Gleichungen der LNF verwenden sie die von Raupach (1989b [54]) vorgeschlagene Fehlerquadratminimierung zusammen mit einem Algorithmus nach Menke (1989 [41]), der die Krümmung des resultierenden Quellprofils reduziert. Durch diesen Algorithmus werden die Ergebnisse der LNF deutlich verbessert, allerdings ist die Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Flüssen über dem Bestand für alle drei Methoden nur mäßig.

Ein der LNF sehr ähnliches Modell entwickeln Warland und Thurtell (2000 [77]), das die Berechnung der Integralgleichung geschickt umgeht. Dafür müssen an einigen Stellen diverse Näherungen eingebaut werden, so daß die Ergebnisse von einem frei wählbaren Interpolationsparameter abhängen. Gu (1998 [21] und [20]) schlägt eine Modifikation der LNF vor, die allerdings von Raupach (1998 [56]) als unphysikalisch verworfen wird. Einen im Prinzip ähnlichen Ansatz wie die LNF bieten sogenannte ‘Random-Walk’-Modelle, bei denen die Trajektorien von einzelnen Luftpaketen simuliert werden. Baldocchi (1992 [2]) nutzt dies, um Flüsse über einem Sojabohnenfeld zu be-

rechnen. Im Gegensatz zur LNF sind hier keine Näherungen nötig, dafür ist der Rechenaufwand sehr groß.

Als sehr ähnlich der LNF erscheint in diesem Zusammenhang die ‘transilient turbulence theory’ (TTT) nach Stull (1993 [69]), da auch hier eine Matrix benutzt wird, um turbulenten Austausch innerhalb der Grenzschicht zu beschreiben. Es gibt allerdings ein paar wesentliche Unterschiede: Bei der TTT handelt es sich um ein prognostisches Modell. In jedem Schritt wird die Weiterentwicklung der Modellparameter und daraus eine neue Matrix berechnet. Im Gegensatz dazu handelt es sich bei der LNF um ein diagnostisches Modell. Es stellt unter der Annahme von Stationarität eine Gleichgewichtsbeziehung zwischen der Quellverteilung und dem Konzentrationsprofil her. In der TTT gibt es keine Turbulenz aufgrund des Transportes von Luftpaketen, sondern nur Austausch einer Schicht mit jeder anderen Schicht. Die Intensität dieses Austausches wird über eine einfache Abschätzung des Energieaufwandes und eine nachfolgende Normierung der Matrix auf der Basis der Massenerhaltung berechnet. Die Turbulenzgrößen Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w und Lagrangesche Zeitskala T_L , die in die LNF eingehen, sind in der TTT überhaupt nicht vorhanden. Wollte man also Ergebnisse dieser beiden Modelle miteinander vergleichen, könnte das nur aufgrund der Konzentrationen und der Flüsse geschehen. Ein darüber hinausgehender Vergleich der Transportmechanismen ist allerdings nicht möglich. Die Abwesenheit einer Turbulenzbeschreibung wird insbesondere sichtbar, wenn man die Erweiterung der TTT auf Pflanzenbestände in dem Modell FLAME von Inclin (1996 [25]) betrachtet. Um den turbulenten Transport innerhalb des Bestandes zu beschreiben, sind eine ganze Reihe von Parametrisierungen nötig. Es gibt primär keine Quellstärken in der TTT, sondern nur Konzentrationen. Diese Konzentrationen können nur über zusätzliche Modelle mit Quellstärken in Beziehung gesetzt werden.

Ein Problem der LNF ist, daß eine klare Beschreibung zur Lösung der resultierenden Integralgleichung fehlt. Zwar gibt Raupach (1989b [54]) eine Anleitung an, diese wirkt allerdings umständlich und bleibt sehr vage. Ziel der hier vorliegenden Arbeit ist es daher, ein Verfahren herzuleiten, mit dem das inverse Problem gelöst werden kann. Im Gegensatz zu Raupach, dessen Lösung lediglich eine Aufteilung der Quellverteilung in Schichten vorsieht, wird hier eine allgemeine analytische Funktion für $S(z)$ stehen, die durch eine begrenzte Zahl von Parametern bestimmt ist. Zusätzlich soll untersucht werden, warum das Verfahren so empfindlich gegen kleine Störungen der Eingangsgrößen ist und ob es Möglichkeiten gibt, diese Empfindlichkeit einzudämmen. Weiterhin werden die Abweichungen von der Monin-Obukhov-Theorie in der Rauigkeitsschicht quantifiziert und Aussagen über die von Garratt (1980 [17]) vorgeschlagene Korrekturfunktion gemacht.

Schließlich werden mit der LNF Wärmeflüsse aus Temperaturprofilen berechnet, die während des BEMA-Meßkampagne 1994 in einem Pinienwald gemessen wurden. Dazu sind Parametrisierungen der Turbulenzprofile im Bestand bei unterschiedlichen thermischen Schichtungen nötig. Die notwendigen Parametrisierungen für Pflanzenbestände werden im Rahmen dieser Arbeit erstmals bestimmt. Dazu dienen Messungen der BEMA-Meßkampagne aus dem Jahre 1994 in Castel-Porziano bei Rom.

2 Theorie

Basis der LNF ist eine statistische Betrachtung der Trajektorien von Luftpaketen. Diese Betrachtungen gehen in ihrem Ursprung auf die Arbeiten von G.I. Taylor (1921 [70] und 1935 [71]) zurück. Sie werden hier etwas ausführlicher dargestellt um die Konsequenzen für den turbulenten Transport aufzeigen zu können. Als Luftpaket wird ein materielles Luftvolumen betrachtet, dessen Abmessungen einerseits größer sind als die typische Längenskala der molekularen Diffusion (also maximal wenige mm), aber andererseits deutlich kleiner sind, als die typische Dimension der Wirbel, die im wesentlichen die turbulente Bewegung ausmachen (also einen bis mehrere zig m). Ein solches Luftpaket verliert also weder durch molekulare Diffusion, noch durch turbulente Durchmischung seine charakteristischen Eigenschaften.

2.1 Turbulenter Transport als statistischer Prozeß

Das Konzentrationsfeld $c(t, \vec{r})$ (gegeben in X/m^3 mit $X = kg$ oder $X = J$ ist Resultat eines turbulenten Mischungsprozesses dieser Luftpakete, der durch eine Übergangswahrscheinlichkeitsdichte $\tilde{P}(t_c, \vec{r}_c | t_s, \vec{r}_s)$ (in $1/m^3$) beschrieben werden kann. Betrachtet wird dabei der Übergang zwischen

- Ort \vec{r}_s und Zeit t_s der Quelle (Index s wie engl. source) und
- Ort \vec{r}_c und Zeit t_c der Konzentrationsmessung (Index c wie engl. concentration).

Somit ist $\tilde{P} \cdot dr_s^3$ die Wahrscheinlichkeit mit der ein Luftpaket, daß zur Zeit t_c am Ort \vec{r}_c ist, zur Zeit t_s am Ort \vec{r}_s in einem Volumen dr_s^3 war. Wenn $S(\vec{r}_s, t_s)$ die Quellstärkendichte oder kurz Quellstärke (in $X/(m^3s)$) in diesem Volumen ist, dann ist $S \cdot dt_s$ die Konzentration, die sich ohne Durchmischung ergibt. Bei turbulenter Durchmischung wird das anfängliche Volumen über den Raum verteilt. Dies wird durch die Übergangswahrscheinlichkeit beschrieben, so daß $S \cdot \tilde{P} \cdot dt_s \cdot dr_s^3$ die Konzentration bei \vec{r}_c zur Zeit t_c der von der Punktquelle bei \vec{r}_s zur Zeit t_s emittierten Eigenschaft ist.

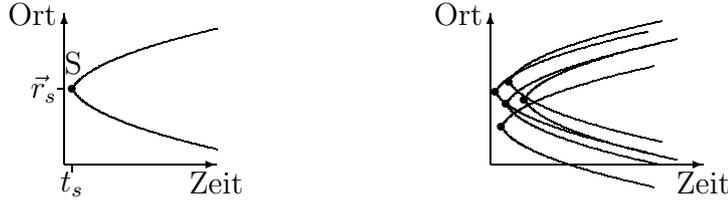


Abbildung 1: Zeitliche Entwicklung einer Wolke die von einer Punktquelle emittiert wird (links). Wenn es mehrere Quellen gibt, überlagern sich die einzelnen Wolken und die Konzentrationen addieren sich (rechts).

Trägt man für einen festen Quellort und -zeitpunkt die Hyperflächen, die den Raum mit gleicher Gesamtaufenthaltswahrscheinlichkeit umschließen, gegen die Zeit auf, so erhält man den zeitlichen Verlauf der Grenze der von S emittierten Wolke (siehe Abb. 1). Innerhalb der so definierten Grenzen dieser Wolke befindet sich zu beliebigen Zeiten immer dieselbe Eigenschaftsmenge. Wenn mehrere voneinander unabhängige Punktquellen vorliegen, die zu unterschiedlichen Zeiten und an unterschiedlichen Orten emittieren, so ergeben sich Wolken, die sich gegenseitig überlagern. Daher addieren sich die Konzentrationen der einzelnen Wolken. Geht man zu in Raum und Zeit kontinuierlichen Quellstärken über, so wird aus der Summation eine Integration.

$$c(t_c, \vec{r}_c) = \int_{\mathbb{R}^3} \int_{-\infty}^{t_c} S(t_s, \vec{r}_s) \cdot \tilde{P}(t_c, \vec{r}_c | t_s, \vec{r}_s) dt_s dr_s^3. \quad (1)$$

Für eine praktikable Rechnung wird diese Gleichung reduziert auf die Vertikalkoordinate z . Dazu wird folgende Annahme gemacht:

Annahme 1 *Die betrachteten Quell- und Turbulenzfelder sind stationär und horizontal homogen.*

Die Zeitskalen der Turbulenz liegen in Pflanzenbeständen deutlich unter denen des Tagesganges, der durch die Sonne aufgeprägt wird. Damit ist diese Annahme auch in der freien Natur nicht verletzt. Mit der Annahme der Stationarität reduziert sich die Zeitabhängigkeit von \tilde{P} auf die Abhängigkeit von der Differenz $t' = t_c - t_s$. Durch die horizontale Homogenität der Turbulenz läßt sich die Übergangswahrscheinlichkeitsdichte als $\tilde{P} = P_{xy} \cdot P$ mit P_{xy} der Übergangswahrscheinlichkeitsdichte in der Horizontalen und $P = P(t', z_c | z_s)$ der Übergangswahrscheinlichkeitsdichte in der Vertikalen schreiben. Da $\iint_{-\infty}^{\infty} P_{xy} dx dy = 1$ gilt und, da S nur noch von z_s abhängt,

fällt die Integration über x und y heraus. Durch Substitution von $t' = t_c - t_s$ läßt sich Gleichung 1 schließlich zu

$$c(z_c) = \int_0^h S(z_s) \int_0^\infty P(t', z_c | z_s) dt' dz_s \quad (2)$$

umformen. Da damit die rechte Seite nicht mehr von t_c abhängt, muß auch die Konzentration c unabhängig von der Zeit sein. Die Übergangswahrscheinlichkeitsdichte wird durch eine Gaussche Normalverteilung beschrieben:

$$P(t', z_c | z_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \tilde{\sigma}_Z(t')} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z_c - z_s}{\tilde{\sigma}_Z(t')} \right)^2 \right] \quad (3)$$

mit $t' = t_c - t_s$ und $\tilde{\sigma}_Z$ der Standardabweichung der Vertikalkoordinaten der Luftpakete (der Buchstabe Groß- Z steht für die Ortskoordinaten der Luftpakete). Da nur noch die Differenzen des Ortes eingehen, wird angenommen, daß die Turbulenz vertikal homogen sei. Mit der Verwendung der Gaußverteilung in dieser Form wird also eine weitere einschränkende Annahme gemacht:

Annahme 2 *Die Turbulenz ist vertikal homogen und die Übergangswahrscheinlichkeitsdichte folgt einer Gaußverteilung.*

Insbesondere die vertikale Homogenität ist in Pflanzenbeständen eigentlich nicht erfüllt. Diese Annahme wird allerdings später wieder etwas gelockert.

2.2 Das Wachstum einer Wolke

Die Gaußverteilung aus Gleichung 3 beschreibt die Dichte einer Wolke von Luftpaketen die von einer Punktquelle am Ort z_s zur Zeit t_s freigesetzt wurde. Die Standardabweichung $\tilde{\sigma}_Z$ ist ein Maß für die vertikale Ausdehnung dieser Wolke nach einer Laufzeit $t' = t_c - t_s$ seit der Freisetzung. Die Entwicklung einer Wolke, die sich in einem turbulenten Medium ausbreitet wurde erstmals von Taylor (1921 [70]) hergeleitet. Um $\tilde{\sigma}_Z$ in Relation zu meßbaren Größen zu setzen geht man von der Vertikalkoordinate Z einzelner Luftpakete relativ zu ihrem Freisetzungsort aus. Sie läßt sich aus der Vertikalgeschwindigkeit W eines Luftpaketes berechnen:

$$Z(t') = \int_0^{t'} W(t'') dt'' \quad (4)$$

Mit dem Ensemblemittel $\langle Z(t') \rangle = \int_0^{t'} \langle W(t'') \rangle dt''$ über alle Luftpakete der Wolke, folgt für die Abweichungen vom Mittelwert

$$Z'(t') = Z(t') - \langle Z(t') \rangle = \int_0^{t'} W'(t'') dt'' \quad (5)$$

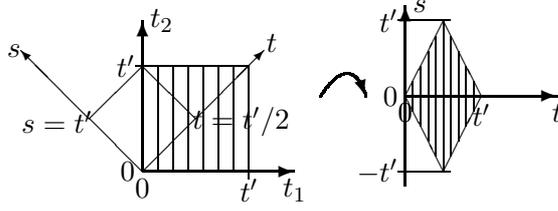


Abbildung 2: Die Transformation $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ und $s = t_2 - t_1$ von den Integrationsvariablen t_1 und t_2 in Gleichung 6 zu den Variablen s und t in Gleichung 8.

mit $W' = W - \langle W \rangle$. Damit wird die Varianz der Vertikalkoordinaten

$$\tilde{\sigma}_Z^2(t') = \langle Z'^2(t') \rangle = \int_0^{t'} \int_0^{t'} \langle W'(t_1) \cdot W'(t_2) \rangle dt_1 dt_2 \quad (6)$$

Da stationäre Turbulenz vorausgesetzt wurde, hängt die Autokovarianz der Geschwindigkeiten alleine von der Zeitdifferenz $t_2 - t_1$ ab und man kann sie in Relation zur Lagrangeschen Autokorrelation r_{WW} setzen:

$$\langle W'(t_1) \cdot W'(t_2) \rangle = \sigma_W^2 \cdot r_{WW}(t_2 - t_1) \quad (7)$$

Dabei bezeichnet $\sigma_W^2 = \langle W'^2 \rangle$ die Varianz der Vertikalgeschwindigkeit. Dies wird in Gleichung 6 eingesetzt und eine Koordinatentransformation nach $s = t_2 - t_1$ und $t = (t_2 + t_1)/2$ durchgeführt (siehe Abb. 2). Das t, s -System ist gegenüber dem t_1, t_2 -System um 45° gedreht. Der Punkt $(0, t')$ wird auf $(t'/2, t')$ und das Integrationsgebiet $[0, t'] \times [0, t']$ auf eine Raute mit Rändern $s = \pm 2t$ für $t \leq t'/2$ und $s = \pm 2(t' - t)$ für $t > t'/2$ abgebildet. Da r_{WW} unabhängig von t ist, kann die Integration über t durchgeführt werden. Die Symmetrie $r_{WW}(s) = r_{WW}(-s)$ führt schließlich zu:

$$\tilde{\sigma}_Z^2(t') = 2 \cdot \sigma_W^2 \cdot \int_0^{t'} (t' - s) \cdot r_{WW}(s) ds \quad (8)$$

Über die Form von $r_{WW}(s)$ lassen sich zwei Aussagen machen: Für $s = 0$ ist wegen der Normierung $r_{WW} = 1$. Für $s \rightarrow \infty$ muß $r_{WW} \rightarrow 0$ gelten, da die Bewegung der verschiedenen Luftpakete mit zunehmendem Zeitabstand nicht mehr korreliert ist. Es wird angenommen, daß die Abnahme der Korrelation mit der Zeit so stark ist, daß die sogenannte *Lagrangesche integrale Zeitskala* T_L existiert:

$$T_L \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t r_{WW}(s) ds < \infty \quad (9)$$

Dieses T_L ist ein Maß dafür, wie lange die Eigenbewegung eines Luftpaketes erhalten bleibt. Es wird weiterhin angenommen, daß die Abnahme der

Korrelation mit der Zeit so stark ist, daß auch die folgende zweite Zeitskala existiert:

$$T_{L2} \equiv \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \frac{s}{T_L} \cdot r_{WW}(s) ds < \infty \quad (10)$$

Damit können die Grenzfälle $t' \rightarrow 0$ und $t' \rightarrow \infty$ von Gleichung 8 bestimmt werden. Für sehr kurze Zeiten t' ist $r_{WW}(t') \simeq 1$ und das Integral in Gleichung 8 wird zu $\int_0^{t'} (t' - s) ds = t'^2/2$. Für lange Integrationszeiten läßt sich das Integral als Differenz von Gleichung 9 und Gleichung 10 annähern und es ergibt sich schließlich unter Verwendung von $\tilde{\sigma}_Z(t') = \sigma_Z(\tau)$:

$$\sigma_Z(\tau) = \sigma_W T_L \cdot \begin{cases} \sqrt{2(\tau - \tau_2)} & \text{für } \tau \rightarrow \infty \\ \tau & \text{für } \tau \rightarrow 0 \end{cases} \quad (11)$$

wobei $\tau = t'/T_L$ die dimensionslose Zeit seit der Freisetzung der Luftpakete und $\tau_2 = T_{L2}/T_L$ die Zeitskala aus Gleichung 10 sind. Diese beiden Grenzfälle sind nahezu unabhängig von der mathematisch-analytischen Form der Autokorrelation r_{WW} . Lediglich für die zweite Zeitskala τ_2 , also die Verschiebung der Wurzelfunktion, muß der Verlauf von r_{WW} genauer spezifiziert werden.

Die Wolke wächst direkt nach der Freisetzung, in unmittelbarer Nähe der Quelle, linear mit der Laufzeit mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit σ_W . Für lange Laufzeiten geht dieses Wachstum asymptotisch in eine Wurzelfunktion über. Der Bereich in dem $\sigma_Z \sim \sqrt{\tau - \tau_2}$ gilt wird als *Fernfeld* bezeichnet, da dieser Bereich für große mittlere Entfernungen σ_Z von der Quelle gilt. Entsprechend wird der Bereich mit $\sigma_Z \sim \tau$ und der nachfolgende Übergang als *Nahfeld* bezeichnet, da er für kleine σ_Z und damit in der Nähe der Quelle gilt.

Damit unterscheidet sich der turbulente Transport prinzipiell von der molekularen Diffusion, bei der die Ausbreitung von Anfang an einem \sqrt{t} -Gesetz folgt. Der Grund für diesen Unterschied liegt in dem langsamen Abfall von r_{ww} , oder anschaulicher, in der Tendenz der Luftpakete ihre Geschwindigkeit nicht abrupt zu ändern. Im Gegensatz dazu ist der Prozeß der molekularen Diffusion durch Stöße geprägt, bei denen sich die Geschwindigkeiten der Moleküle sprunghaft ändern. Die Zeit zwischen diesen Stößen läßt sich aus der mittleren freien Weglänge und der Geschwindigkeit der thermischen Bewegung der Moleküle abschätzen und liegt in der Größenordnung von Nanosekunden (siehe z.B. Gerthsen [18]). Damit wird deutlich, daß bei der Betrachtung turbulenter Transportprozesse der diffuse Transport vernachlässigt werden kann, da die Zeitskalen der Turbulenz mit mehreren Sekunden um einige Größenordnungen größer sind. Da die Stöße in extrem kurzen Zeitabständen erfolgen, ist die Autokorrelation der Geschwindigkeiten der Moleküle als δ -Funktion anzusehen. Aus Gleichung 8 ergibt sich somit für die molekulare Diffusion $\sigma_Z(t) \sim \sqrt{t}$. Bei Diffusionsprozessen, bei denen $\sigma_Z(t) \sim \sqrt{t}$ gilt,

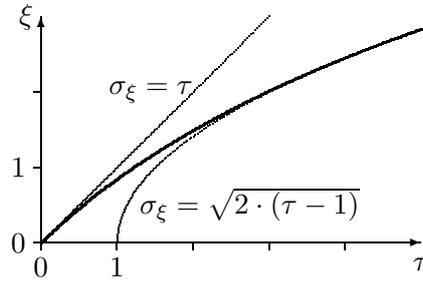


Abbildung 3: Vertikale Ausdehnung σ_ξ einer ‘reellen’ Wolke (dicke Linie) in dimensionslosen Einheiten $\xi = Z/(\sigma_w T_L)$ als Funktion der dimensionlosen Zeit $\tau = t/T_L$ gemäß Gl. 13. Gezeigt sind auch die Asymptoten für sehr kleine und große Zeiten (dünne Linien) wie sie in Gl. 11 hergeleitet wurden.

läßt sich der Transport mittels ‘K-Ansatz’, also als Produkt von Austauschkoefizient K und Gradient dc/dz , beschreiben. Wie sich später zeigen wird, ist es im Fernfeld, also in deutlichem Abstand zur Quelle, tatsächlich möglich den ‘K-Ansatz’ zu verwenden, während dies im Nahfeld nicht möglich ist. Der turbulente Mischungsprozeß wird im Folgenden als turbulente *Dispersion* bezeichnet um ihn von der molekularen Diffusion zu unterscheiden.

In Gleichung 11 wird die vertikale Ausdehnung der Wolke σ_z in Beziehung zur Standardabweichung der Lagrangeschen Vertikalgeschwindigkeit der Luftpakete σ_w gesetzt. Dieses σ_w ist im allgemeinen einer Messung nicht direkt zugänglich. Stattdessen bietet sich die an einem festen Ort gemessene Standardabweichung der Eulerschen Vertikalgeschwindigkeit σ_w an. Da Homogenität und Stationarität angenommen wurde, sind diese beiden Größen identisch. Man nennt diese Eigenschaft Ergodizität. Wäre das Turbulenzfeld nicht homogen, so würde ein Luftpaket auf seiner Trajektorie durch Bereiche mit verschiedenen Turbulenzeigenschaften kommen und eine Mittelung entlang der Trajektorie würde zu einem anderen Ergebnis kommen als die zeitliche Mittelung über die Geschwindigkeiten der Luftpakete, die am Ort der Messung vorbeikommen (siehe z.B. Monin und Yaglom 1971 [44] Kap.3.3).

In der Atmosphäre ist es äußerst schwierig r_{ww} zu bestimmen. Man kann beispielsweise die Trajektorien von auftriebsneutralen Ballonen (sog. Tetroons) verfolgen, um deren Geschwindigkeiten zu bestimmen. Allerdings werden diese Trajektorien sehr schnell sehr lang und eine Beobachtung ist nicht mehr möglich. Außerdem kann nicht sichergestellt werden, daß der Ballon dann immer noch einer Turbulenz mit denselben Charakteristika unterworfen ist (siehe z.B. Hanna 1981 [22] oder Phillips und Panofsky 1982 [51]). Andererseits hat schon Pasquill 1962 [50]) darauf hingewiesen, daß die genaue Form von $r_{ww}(\tau)$ den Verlauf von $\sigma_z(\tau)$ nicht wesentlich beeinflusst.

Bei der Herleitung von Gleichung 11 wurde bereits darauf hingewiesen daß die Asymptoten von $\sigma_Z(\tau)$ nur noch über die zweite Zeitskala T_{L2} von der Form der Autokorrelation abhängen. Eine gängige Annahme für die Form von r_{WW} ist (siehe z.B. Tennekes 1979 [72]):

Annahme 3 *Die Lagrangesche Autokorrelation fällt exponentiell ab.*

Aus Gleichung 9 folgt somit:

$$r_{WW}(s) = e^{-s/T_L} \quad (12)$$

Damit sind die in Gleichung 10 gemachten Aussagen erfüllt. Es gilt $T_{L2} = T_L$, und Einsetzen von Gleichung 12 in Gleichung 8 ergibt:

$$\sigma_Z(\tau) = \sigma_w T_L \cdot \sqrt{2(e^{-\tau} + \tau - 1)} \quad (13)$$

Die vertikale Erstreckung der Wolke σ_Z ist also einerseits durch die Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w und die Lagrangesche Zeitskala T_L , sowie andererseits durch den zeitabhängigen Ausdruck unter der Wurzel beschrieben. Abb. 3 zeigt diese Zeitabhängigkeit sowie die beiden Asymptoten für kleine und für große Zeiten. Offensichtlich ist bereits nach vier Lagrangeschen Zeitskalen keine Unterscheidung mehr zwischen Diffusion ($\sigma_w \sim \sqrt{\tau - 1}$) und Dispersion (Gleichung 13) mehr möglich. Da kurze Laufzeiten gleichzusetzen sind mit geringen Entfernungen und große Laufzeiten mit großen Entfernungen zur Quelle bedeutet dies, daß in hinreichend großer Entfernung von einer Quelle ein einfacher K-Ansatz zur Beschreibung des turbulenten Transportes ausreicht. In der Nähe der Quelle hingegen muß Gleichung 2 gelöst werden.

2.3 Die ‘localized near field’ Theorie

Mit der bisher bestimmten Ausdehnung $\sigma_Z(\tau)$ einer Partikelwolke ist es noch nicht möglich Gleichung 2 zu invertieren. Dazu bedarf es noch einiger Kunstgriffe, die von Raupach (1989a [55]) vorgeschlagen wurden. Der Prozeß der turbulenten Dispersion wird aufgeteilt in ein *Fernfeld* - beschrieben durch Gaussche Diffusion mit $\sigma_Z \sim \sqrt{\tau - 1}$ - und ein *Nahfeld*, das den Übergang aus der unmittelbaren Nähe der Quelle mit $\sigma_Z \sim \tau$ bis zur Gausschen Diffusion beschreibt. Der Vorteil dieser Aufspaltung liegt darin, daß man Gaussche Diffusion relativ gut mittels K-Ansatz beschreiben kann, und nur ein kleiner Teil des beobachteten Konzentrationsfeldes anders beschrieben werden muß. Am Ende dieses Vorgehens ergibt sich eine Fredholmsche Integralgleichung der ersten Art, für deren Lösung numerische Verfahren zur Verfügung stehen.

In einem ersten Schritt wird die Übergangswahrscheinlichkeitsdichte formal in zwei Summanden aufgespalten:

$$P(t', z_c | z_s) = P_f(t', z_c | z_s) + P_n(t', z_c | z_s) \quad (14)$$

Der Index f steht für das Fernfeld und n für das Nahfeld. Diese Aufteilung ist willkürlich, sie hat nichts mit Wahrscheinlichkeitsrechnung zu tun und sie ist alleine dadurch motiviert, daß sich das Fernfeld mit dem K-Ansatz berechnen läßt. Es mag seltsam erscheinen in einem Prozeß mit zwei Übergangswahrscheinlichkeitsdichten zu rechnen, aber wie bereits erwähnt hat diese Aufspaltung nichts mit Wahrscheinlichkeitsrechnung zu tun. Bei P_f und P_n handelt es sich nicht um Übergangswahrscheinlichkeitsdichten, sondern lediglich um eine Aufspaltung von P , um die nachfolgende Rechnung zu ermöglichen. Entsprechend Gleichung 14 kann auch das Konzentrationsfeld in $c = c_n + c_f$ aufgeteilt werden und aus Gleichung 2 ergibt sich:

$$\begin{aligned} c_f(z_c) &= \int_0^h S(z_s) \int_0^\infty P_f(t', z_c | z_s) dt' dz_s \\ c_n(z_c) &= \int_0^h S(z_s) \int_0^\infty P_n(t', z_c | z_s) dt' dz_s \end{aligned} \quad (15)$$

Die Quellstärke hängt, entsprechend Annahme 1, nicht mehr von der Zeit ab, so daß sie vor das entsprechende Integral gezogen werden kann. Die räumliche Integration über z_s wird auf den Bereich bis zur Bestandshöhe h beschränkt, da es außerhalb per Definition keine Quellen und Senken gibt. Im Folgenden werden nun die Schritte zur Berechnung von Nah- und Fernfeld getrennt dargestellt.

2.3.1 Fernfeld

Es ist bereits gezeigt worden, daß für große Laufzeiten die Ausdehnung der Partikelwolke mit einer Standardabweichung σ_Z proportional zu $\sqrt{\tau - 1}$ beschrieben werden kann. Die zugehörige Wahrscheinlichkeitsdichte des Fernfeldes (Gleichung 3) erfüllt mit $\sigma_{Zf}(\tau) = \sigma_w T_L \cdot \sqrt{\tau - 1}$ die Diffusionsgleichung

$$\frac{\partial}{\partial t'} P_f = \frac{\partial}{\partial z_c} K_f \frac{\partial}{\partial z_c} P_f \quad (16)$$

mit dem Austauschkoefizienten

$$K_f = \sigma_w^2 \cdot T_L \quad (17)$$

(siehe z.B. Seinfeld and Pandis 1998 [66] Kap.17.4.3.). Diese Gleichung gilt in jedem Fall für konstantes σ_w und T_L . Wendet man den Operator $\frac{\partial}{\partial z_c} K_f \frac{\partial}{\partial z_c}$

auf Gleichung 15 für $c_f(z_c)$ an, so erhält man mit Gleichung 16, unter Berücksichtigung von $P_f(\infty, z_c|z_s) = 0$ (nach unendlich langer Laufzeit ist die Wolke unendlich verdünnt) und $P_f(0, z_c|z_s) = \delta(z_c - z_s)$, mit $\delta(x)$ einer Dirac- δ -Funktion (zu Beginn der Emission konzentriert sich der gesamte Stoff am Ort der Quelle):

$$S(z_c) = -\frac{\partial}{\partial z_c} K_f \frac{\partial}{\partial z_c} c_f(z_c) \quad (18)$$

Diese Gleichung bleibt nach Beobachtungen von Sawford (1984 [64]) und Raupach und Legg (1983 [59]) auch dann gültig, wenn der Austauschkoefizient K_f nur schwach mit der Höhe variiert. Schwach heißt hier, daß die dimensionslose Größe $\frac{d}{dz} \sigma_w T_L$ Werte von 0.4 nicht überschreitet. Diese Bedingung wird in Pflanzenbeständen erfüllt. Es wird also angenommen:

Annahme 4 *In schwach inhomogener Turbulenz, wie sie in Pflanzenbeständen auftritt, ist die Fluß-Gradient-Beziehung für das Fernfeld weiterhin gültig.*

Einfache Integration von Gleichung 18 liefert die Fluß-Gradient-Beziehung

$$F(z) = \int_0^z S(z_s) dz_s + F_0 = -K_f(z) \left. \frac{\partial c_f}{\partial z_c} \right|_z . \quad (19)$$

Mit $F_0 = -K_f(0) \left. \frac{\partial c_f}{\partial z_c} \right|_0$, dem Fluß am Boden. Wie später (Kap. 3.4) näher erläutert wird, kann der Fluß am Boden mittels einer Dirac- δ -Funktion dem Quellenfeld S zugeschlagen werden. An dieser Stelle wird vorerst angenommen, daß $F_0 = 0$ gilt. Division durch $K_f(z)$ und nochmalige Integration dieser Gleichung zwischen der Höhe z und einer beliebigen Referenzhöhe z_R liefert schließlich die Gleichung für das Fernfeld:

$$c_f(z) - c_f(z_R) = \int_z^{z_R} \frac{\int_0^{\min(z_f, h)} S(z_s) dz_s}{K_f(z_f)} dz_f . \quad (20)$$

2.3.2 Nahfeld

Um die Rechnung für das Nahfeld zu vereinfachen werden dimensionslose relative Zeit- und Ortskoordinaten τ (siehe Gl. 11) und ξ (siehe Abb. 3), sowie dimensionslose Übergangswahrscheinlichkeitsdichten p eingeführt:

$$\tau = \frac{t'}{T_L} ; \quad \xi = \frac{z - z_s}{\sigma_w T_L} ; \quad p = \sigma_w T_L \cdot P \quad (21)$$

Die dimensionslosen Übergangswahrscheinlichkeitsdichten lassen sich somit darstellen als:

$$p(\xi, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{1}{\sigma(\tau)} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\xi}{\sigma(\tau)} \right)^2 \right] \quad (22)$$

Entsprechend der Aufspaltung in Gleichung 14 ist die Übergangswahrscheinlichkeitsdichte des Nahfeldes durch $p_n = p - p_f$ definiert. Zusätzlich wird $p_f = 0$ für $\tau < 1$ gesetzt. Für die Standardabweichungen σ sind in p und p_f jeweils der exakte Ausdruck $\sigma_0 = \sigma_Z / (\sigma_w T_L)$ (nach Gl. 13) bzw. σ_f für das Fernfeld einzusetzen:

$$\sigma_0(\tau) = \sqrt{2(\tau - 1 + e^{-\tau})} \quad (23)$$

$$\sigma_f(\tau) = \sqrt{2(\tau - 1)} \quad (24)$$

Einsetzen in Gleichung 15 liefert:

$$c_n(z) = \int_0^h S(z_s) \frac{1}{\sigma_w} \cdot \int_0^\infty p(\xi, \tau) - p_f(\xi, \tau) \, d\tau \, dz_s \quad (25)$$

Die Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeiten müßte während der Laufzeit der Luftpakete entlang ihrer Trajektorien bestimmt werden. Der Unterschied zwischen der Wolke, beschrieben durch σ_0 und p , und der Fernfeldapproximation, beschrieben durch σ_f und p_f , wird bereits nach relativ kurzen Laufzeiten verschwindend klein (siehe Abb. 3). Das heißt, bei der Berechnung des Nahfeldanteils gehen in erster Linie die Eigenschaften des Turbulenzfeldes in direkter Umgebung der Quelle ein. Deshalb wird folgende Annahme über die Inhomogenität der Turbulenz, also die z -Abhängigkeit von σ_w und T_L getroffen:

Annahme 5 *Die Inhomogenität der Turbulenz ist so klein, daß innerhalb des Nahfeldes die Werte von σ_w und T_L am Ort der Quelle zur Beschreibung des turbulenten Transportes ausreichen.*

Die wesentliche Abweichung zur Realität an dieser Stelle ist also die Annahme, daß man für die Berechnung des Nahfeldes die Turbulenz alleine über ihre lokalen Werte am Ort der Quelle eingehen lassen kann. Diese Annahme wird im Namen der LNF durch den Begriff ‘localized’ nochmals unterstrichen.

Zur Bestimmung der Beziehung zwischen Nahfeldkonzentration und Quellenverteilung muß also das Integral

$$k_n(\xi) = \int_0^\infty p(\xi, \tau) - p_f(\xi, \tau) \, d\tau \quad (26)$$

ausgewertet werden. Nach Raupach (1989a [55]) ist dies identisch mit³:

$$k_n(\xi) = \int_0^\infty e^{-\tau} p(\xi, \tau) d\tau \quad (27)$$

Dieses Integral kann für kleine Werte von ξ angenähert werden durch:

$$k_n(\xi) = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}}(\ln|\xi| + 0.3541 - 0.8355|\xi| + O(\xi^2 \ln|\xi|)) \quad (28)$$

Damit hat $k_n(\xi)$ einen logarithmischen Pol für $\xi \rightarrow 0$. Dies rührt daher, daß für $\tau = 0$ die Wahrscheinlichkeitsdichte $p(\xi, \tau)$ zu einer δ -Funktion bezüglich ξ wird. Für große Werte von ξ ergibt sich:

$$k_n(\xi) \simeq \exp(-\xi - 1) \quad (29)$$

Analytisch scheint die Funktion aus Gleichung 27 nicht darstellbar zu sein, aber Raupach (1989a [55]) gibt eine einfach auszuwertende Funktion an:

$$k_n(\xi) = A \cdot \ln(1 - e^{-|\xi|}) + B \cdot e^{-|\xi|} \quad (30)$$

Die hierin auftretenden Konstanten sind definiert als:

$$A = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$$

$$B = \frac{1}{2} + A \cdot \frac{\pi^2}{6}$$

Die Konstante B ergibt sich aus der Forderung $\int_0^\infty k_n(\xi) d\xi = 1/2$, die darauf basiert, daß das Integral über die Wahrscheinlichkeitsdichten im Halbraum $1/2$ werden muß (siehe Raupach 1989a [55]). Der Betrag der Abweichung dieser Approximation für $|\xi| < 1$ (also $|z - z_s| < \sigma_w T_L$) beträgt weniger als 1.9 %. Der Verlauf von $k_n(\xi)$ und die Asymptoten sind in Abbildung 4 dargestellt.

Um einen Transport durch den Erdboden auszuschliessen wird noch eine zum Erdboden spiegelbildlich angeordnete Quelle eingeführt. Deposition am - oder Emission vom Boden kann als Flächenquelle über das Quellprofil beschrieben werden. Schließlich muß noch die Differenz der Konzentration zum Wert in der Referenzhöhe z_R (Gleichung 20) gebildet werden, damit wie

³ Ich habe es selbst nicht glauben wollen, konnte diese Umformung auch nicht nachrechnen. Auf die Frage 'wie haben sie das gemacht?' konnte Raupach auch keine Antwort geben. In seinem Artikel (Raupach 1989a [55]) schreibt er „a little manipulation leads to“. Man kann die Identität mit numerischer Integration überprüfen.

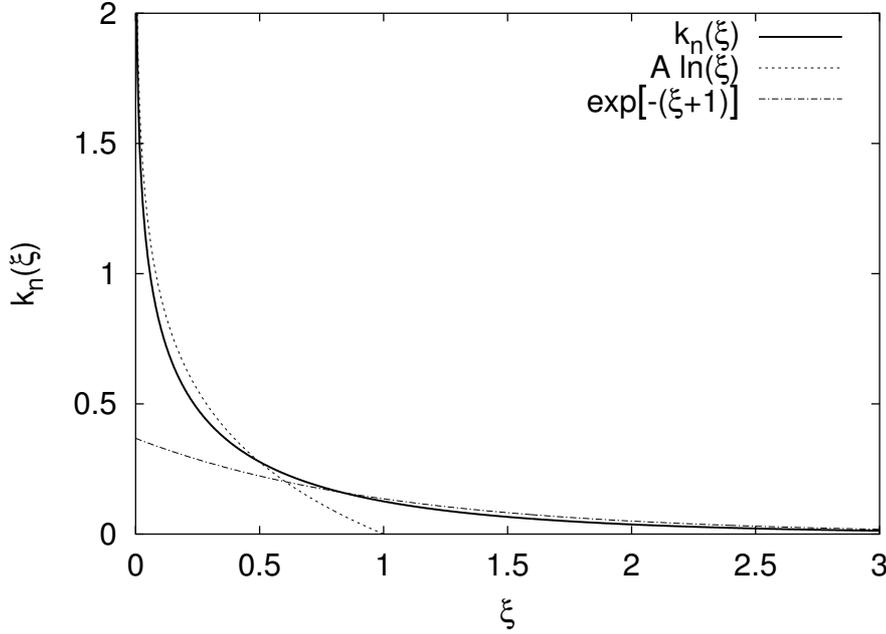


Abbildung 4: Näherung des Nahfeldkerns $k_n(\xi)$ nach Raupach (1989a [55]) und die beiden Asymptoten $\ln(\xi)$ für $\xi \rightarrow 0$ (Gl. 28) und $e^{-(\xi+1)}$ für $\xi \rightarrow \infty$ (Gl. 29).

beim Fernfeld $c_n(z_R) - c_{nR} = 0$ wird und Nah- und Fernfeldprofil miteinander kombiniert werden können. Die Gleichung für das Nahfeld nimmt damit folgende Form an:

$$c_n(z_c) - c_{nR} = \int_0^h S(z_s) \cdot k_{n4}(z_c, z_R, z_s) dz_s \quad (31)$$

Es gilt:

$$\begin{aligned} k_{n4}(z_c, z_R, z_s) &= k_{n2}(z_c, z_s) - k_{n2}(z_R, z_s) \\ k_{n2}(z, z_s) &= \frac{1}{\sigma_s} \cdot \left\{ k_n \left[\frac{z - z_s}{\sigma_s \cdot T_s} \right] + k_n \left[\frac{z + z_s}{\sigma_s \cdot T_s} \right] \right\} \\ \sigma_s &= \sigma_w(z_s) \\ T_s &= T_L(z_s) \end{aligned} \quad (32)$$

Der Zusammenhang zwischen Nahfeld und Quellverteilung wird somit über eine Integralgleichung beschrieben. Da das Integral feste Grenzen hat, handelt es sich um eine *Fredholmsche Integralgleichung*. Da die zu bestimmende Funktion $S(z_s)$ nur unter dem Integral auftaucht, handelt es sich um eine Fredholmsche Integralgleichung der *ersten Art* (siehe z.B. Bronstein et al. 1995 [6]). Die Funktion $k_{n2}(z, z_s)$ ist der Kern dieser Integralgleichung. Er

hat bei $z = z_s$ einen Pol der Form $\ln(|z - z_s|)$. Das heißt, das Integral ist zwar endlich, aber man muß bei der numerischen Lösung dieser Gleichung geeignete Vorkehrungen treffen, um Überlaufer zu vermeiden.

2.3.3 Zusammenfassung

Gemäß der LNF läßt sich die Konzentration $c(z) = c_n(z) + c_f(z)$ relativ zu einem Referenzwert in der Höhe z_R durch folgende Gleichung beschreiben

$$c(z_c) - c(z_R) = \int_0^h S(z_s) \cdot k_{n4}(z_c, z_R, z_s) dz_s + \int_{z_c}^{z_R} \frac{\int_0^{\min(z_f, h)} S(z_s) dz_s}{K_f(z_f)} dz_f \quad (33)$$

Damit liegt eine Gleichung vor, mit der es möglich erscheint, aus einem gemessenen Konzentrationsprofil $c(z)$ (z.B. dem Wasserdampfgehalt ρq in g/m^3 oder der potentiellen Temperatur θ und damit der Konzentration an Wärme $\rho c_P \theta$ in J/m^3) das Profil der Quellen $S(z)$ (in $g/(m^3 s)$ bzw. $J/(m^3 s)$) im Pflanzenbestand zu bestimmen. Bei der Herleitung wurden einige Annahmen gemacht, die hier noch einmal rekapituliert und bewertet werden:

- **1:** Die Felder der Quellen und der Turbulenz sind stationär und horizontal homogen.

Zwar variieren alle Größen im Tagesverlauf, aber die Zeitskalen dieses Tagesganges liegen deutlich über denen der Turbulenz. Damit sind auch die durch den turbulenten Transport pro Zeiteinheit umgesetzten Stoff und Energiemengen wesentlich größer als die Änderungen durch den Tagesgang. Die horizontale Homogenität ist eine Annahme, die in der Mikrometeorologie immer angestrebt wird, da damit die Gleichungen überhaupt erst lösbar werden. Man sucht sich üblicherweise einen Meßplatz, der sich durch Homogenität des Untergrundes zumindest in Hauptwindrichtung auszeichnet.

- **2:** Die turbulenten Bewegungen lassen sich mit einer Normalverteilung beschreiben.

In Pflanzenbeständen wird der Löwenanteil des turbulenten Impulstransportes von sogenannten ‘sweeps’ bewirkt. Das sind Böen, die von einer starken abwärtsgerichteten Windkomponente begleitet werden. Die Böen mit aufwärts gerichtetem Windvektoren sind deutlich schwächer, so daß die Häufigkeitsverteilung der Vertikalgeschwindigkeit asymmetrisch wird und eine deutlich negative Schiefe (engl. ‘skewness’)

aufweist (siehe z.B. Raupach 1988 [53]). Damit wäre also die Annahme einer Gaußverteilung falsch. Eine Abschätzung, welche Folgen dies für die Anwendung der LNF hat, ist schwer.

- **3:** *Die Lagrangesche Autokorrelation fällt exponentiell ab.*
Eine Abweichung würde bedeuten, daß die Form von $\sigma_Z(t)$ (Gl. 13) lediglich leicht verändert werden müßte (siehe Phillips und Panofsky 1982 [51] und Pasquill 1962 [50]). Selbst unter Laborbedingungen war es bisher nicht möglich den genauen Verlauf zu bestimmen. Es ist anzunehmen, daß die Einflüsse der folgenden Annahme gravierender sind.
- **4:** *Trotz der vertikalen Inhomogenität des Turbulenzfeldes im Pflanzenbestand kann das Fernfeld mittels K-Ansatz beschrieben werden.*
Raupach und Legg (1983 [59]) haben gezeigt, daß dies möglich ist, solange $\frac{d}{dz}\sigma_w T_L < 0.4$ ist.
- **5:** *Innerhalb des Nahfeldes reichen die Werte von σ_w und T_L am Ort der Quelle zur Beschreibung der Turbulenz aus.*
Trotz der vertikalen Inhomogenität des Turbulenzfeldes im Pflanzenbestand wird es im Nahfeld alleine durch seine Eigenschaften am Ort der Quelle beschrieben. Da das Nahfeld nur in der unmittelbaren Nähe der Quellen wesentliche Beiträge zur Konzentration hat, scheint diese Annahme gerechtfertigt.

2.3.4 Lösung nach Raupach

Um die Integralgleichung 33 nach $S(z)$ aufzulösen, also das ‘inverse Problem’ zu lösen, schlägt Raupach (1989b [54]) das im Folgenden beschriebene Verfahren vor. Die Nomenklatur von Raupach im Originaltext ist etwas verwirrend. Hier wird versucht so nah wie möglich am Text der Originalbeschreibung zu bleiben, ohne die verwirrenden Symbole zu verwenden.

Der Bestand wird in willkürliche Schichten mit den Grenzen $z_{sj}, j = 0 \dots m$ unterteilt (siehe Abb. 5). Diese Schichten sind nach Raupach unabhängig von der Verteilung der Meßhöhen $z_{ci}, i = 1 \dots n$. Nimmt man nun an, daß alleine in der Schicht $[z_{sj-1}, z_{sj}]$ eine homogene Quelle der Stärke S_j vorliegt, dann resultiert daraus ein Konzentrationsprofil $(c_i - c_R)_j = (c(z_i) - c(z_R))_j$. Aus diesem Profil läßt sich eine ‘Dispersions-Matrix’ $\underline{\underline{D}}$ mit den Elementen

$$D_{ij} = \frac{(c_i - c_R)_j}{S_j \cdot (z_{sj} - z_{sj-1})}. \quad (34)$$

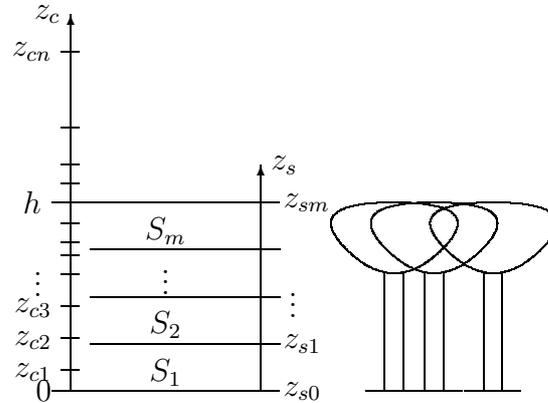


Abbildung 5: Skizze zum Lösungsverfahren nach Raupach.

konstruieren. Die c_i können mit der LNF bestimmt werden⁴. Anschaulich beschreibt das Matrixelement D_{ij} wie die Quellstärke in Schicht Nummer j durch turbulenten Austausch (also ‘Dispersion’) in die Konzentration in Schicht Nummer i eingeht. Da Gleichung 33 linear in S ist, gilt das Superpositionsprinzip: Wenn eine Quelle in der Schicht $[z_{a-1}, z_a]$ ein Konzentrationsprofil $c_a(z)$, und eine Quelle in der Schicht $[z_{b-1}, z_b]$ ein Konzentrationsprofil $c_b(z)$ erzeugt, so wird sich bei Kombination dieser beiden Quellen ein Konzentrationsprofil $c_{a,b}(z) = c_a(z) + c_b(z)$ ergeben. Bei Kombination aller Schichten ergibt sich also das Gleichungssystem

$$c_i - c_R = \sum_{j=1}^m D_{ij} \cdot S_j \cdot (z_j - z_{j-1}) \quad ; \quad i = 1 \dots n \quad (35)$$

Damit dieses Gleichungssystem eindeutig lösbar ist, muß $m = n$ gelten. Allerdings ist das Lösungsverhalten dieses Gleichungssystems katastrophal: Kleine Fehler in den c_i führen zu sehr großen Fehlern in den S_j . Raupach schlägt daher vor, weniger Quellschichten als Meßhöhen einzuführen, also $m < n$ zu setzen und das Gleichungssystem durch Minimierung der Fehlerquadrate zu lösen.

Soweit die Darstellung von Raupach (1989a [55], 1989b [54]). Im folgenden Kapitel wird ein wesentlich allgemeineres Verfahren zur Diskretisierung und Lösung von Gleichung 33 hergeleitet. Dabei wird untersucht, woher die

⁴ Raupach merkt an, daß im Prinzip jedes beliebige Verfahren genutzt werden kann, das aus einer Quellverteilung ein Konzentrationsprofil berechnen kann. Diese Matrix ist in ihrer Anwendung somit nicht auf die LNF beschränkt.

Empfindlichkeit des Gleichungssystems gegen Fehler in den c_i kommt. Außerdem wird gezeigt, daß man bei der Wahl der Schichten nicht so frei ist, wie Raupach es postuliert hat.

3 Ein neues Lösungsschema

Das Konzentrationsprofil $c(z)$ und die Verteilung der Quellen $S(z)$ im Bestand sind über Gleichung 33 verknüpft. Sie enthält die Turbulenzgrößen Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit $\sigma_w(z)$ und Lagrangesche Zeitskala $T_L(z)$ in Abhängigkeit von der Höhe (siehe Gleichungen 20 und 31). Diese Größen lassen sich zwar messen, allerdings ist ihre Bestimmung mit einigem meßtechnischem und rechnerischem Aufwand verbunden. Außerdem gehen sie als stetige Funktionen unter dem Integral ein, es muß also eine Interpolation der Meßwerte eingeführt werden. Glücklicherweise sind $\sigma_w(z)$ und $T_L(z)$ stark an die turbulenten Bedingungen über dem Bestand gekoppelt, die in den meisten Fällen leichter zugänglich sind, so daß es sinnvoll ist eine Parametrisierung einzuführen. Raupach (1988) [53] hat eine derartige Parametrisierung für neutrale Schichtung angegeben. Mit dieser Parametrisierung ergeben sich ein paar Vereinfachungen der zu lösenden Gleichung.

3.1 Parametrisierung der Turbulenzgrößen σ_w und T_L

Die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* über dem Bestand gibt an, wieviel horizontaler Impuls in den Pflanzenbestand hinein transportiert wird, und ist somit eine wichtige Maßzahl für den gesamten turbulenten Transport in der Grenzschicht. Sie läßt sich relativ leicht aus dem Profil der Windgeschwindigkeit über dem Bestand bestimmen. Die wichtigste Längenskala zur Beschreibung eines Pflanzenbestandes ist seine Höhe h . Somit ist zu erwarten, daß σ_w mit der Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und T_L mit der Zeitskala h/u_* skaliert werden kann. Die thermische Schichtung über dem Pflanzenbestand spielt natürlich auch eine wichtige Rolle, da sie bestimmt ob und wie stark Vertikalbewegungen abgeschwächt oder verstärkt werden und wie weit sie in den Bestand hinein greifen können.

In der Monin-Obukhov-Theorie (siehe z.B. Monin und Yaglom 1971 [44] Kap.4) wird der Einfluß von thermischer Stabilität und turbulentem Impulstransport mittels der Monin-Obukhov-Länge L_* und dimensionslosen universellen Funktionen $\phi(\zeta)$ mit $\zeta = z/L_*$ parametrisiert. Die Monin-Obukhov-Länge vereinigt über $L_* = \theta/(\kappa g) \cdot u_*^2/\theta_*$ alle wesentlichen Größen der Grenzschicht: Die mittlere potentielle Temperatur θ über dem Bestand, die Schwebeschleunigung g (oder in Kombination den Auftriebsparameter g/θ), die

von-Karman-Konstante $\kappa \simeq 0.41$, die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und die Temperaturskala θ_* über dem Bestand, die wiederum über $H = -\rho c_P u_* \theta_*$ mit dem turbulenten Wärmefluß H verknüpft ist. Der Zusammenhang, z.B. zwischen Temperaturgradienten und turbulentem Wärmefluß, kann mittels $d\theta/dz = \theta_*/(\kappa z) \cdot \phi_h(\zeta)$ beschrieben werden. Es ist daher naheliegend, auch die Stabilitätsabhängigkeit von σ_w und T_L im Bestand über dimensionslose Funktionen $\phi_w(\zeta)$ und $\phi_T(\zeta)$ zu beschreiben. Für neutrale Schichtung, also $\zeta = 0$, nehmen ϕ_w und ϕ_T den Wert eins an. Die verbleibende Höhenabhängigkeit der beiden Größen kann über dimensionslose Funktionen $\sigma'_w(z')$ und $T'_L(z')$ mit $z' = z/h$ beschrieben werden:

$$\begin{aligned}\sigma_w(z) &= u_* \cdot \phi_w(\zeta) \cdot \sigma'_w(z') \\ T_L(z) &= h/u_* \cdot \phi_T(\zeta) \cdot T'_L(z')\end{aligned}\tag{36}$$

Die Turbulenz wird also zerlegt in den mechanischen und thermischen Antrieb, beschrieben durch u_* und $\phi(\zeta)$ und eine Höhenabhängigkeit $\sigma'_w(z')$ und $T'_L(z')$, die den Einfluß der Struktur des Pflanzenbestandes beschreibt. Raupach (1988 [53]) hat gezeigt, daß sich über einen weiten Bereich von unterschiedlichsten Pflanzen-, aber auch Modellbeständen in Windkanälen mit den unterschiedlichsten Dimensionen, bei neutraler thermischer Schichtung, einheitliche Formeln für σ'_w und T'_L angeben lassen.

3.1.1 Die skalierte Gleichung

Mit der Skalierung von σ_w und T_L mit u_* und h gemäß Gleichung 36 läßt sich Gleichung 33 auf dimensionslose Größen zurückführen. Für alle Vertikalkoordinaten ergibt sich eine Skalierung mit der Bestandshöhe h und der Nahfeldkern k_{n2} hängt nur noch über die Stabilität, parametrisiert mit $\zeta_h = h/L_*$, von den Bedingungen über dem Bestand ab:

$$\begin{aligned}c(z') - c(z'_R) &= \int_0^1 S'(z'_s) \cdot k'_{n4}(z', z'_R, z'_s, \zeta_h) dz'_s \\ &+ \int_{z'}^{z'_R} \frac{\int_0^{\min(z'_f, 1)} S'(z'_s) dz'_s}{K'_f(z'_f, \zeta_h)} dz'_f\end{aligned}\tag{37}$$

Die gestrichelten Symbole bezeichnen dabei skalierte Größen, wobei alle, bis auf c und S' (beide als Konzentration in *Eigenschaft / Volumen*), dimensionslos sind:

$$S' = S \frac{h}{u_*}$$

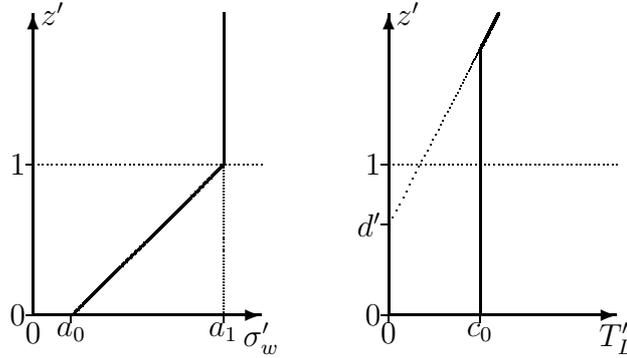


Abbildung 6: Die von Raupach vorgeschlagenen Parametrisierungen für σ'_w (links) und T'_L (rechts).

$$\begin{aligned}
 z' &= z/h \\
 k'_{n4}(z'_c, z'_R, z'_s, \zeta_h) &= k'_{n2}(z'_c, z'_s, \zeta_h) - k'_{n2}(z'_R, z'_s, \zeta_h) \\
 k'_{n2}(z', z'_s, \zeta_h) &= \frac{k_n(\xi_-) + k_n(\xi_+)}{\sigma'_s \cdot \phi_{ws}} \\
 K'_f(z'_f, \zeta_h) &= \sigma'_f \cdot L'_f \cdot \phi_{wf} \cdot \phi_{Lf} \\
 \xi_{\pm} &= \frac{z' \pm z'_s}{L'_s \cdot \phi_{Ls}}
 \end{aligned} \tag{38}$$

und mit $x = s$ bzw. $x = f$:

$$\begin{aligned}
 \sigma'_x &= \sigma'_w(z'_x) \\
 L'_x &= \sigma'_w(z'_x) \cdot T'_L(z'_x) \\
 \phi_{Lx} &= \phi_{wx} \cdot \phi_{Tx} \\
 \phi_{wx} &= \phi_w(z'_x \zeta_h) \\
 \phi_{Tx} &= \phi_T(z'_x \zeta_h)
 \end{aligned}$$

Bei neutraler Schichtung taucht die Schubspannungsgeschwindigkeit also lediglich als Skalierungsfaktor im Quellprofil auf. Ansonsten geht sie über ζ_h als Faktor $1/\phi_{ws}$ vor dem Nahfeldkern, als Variation der Längenskala $1/\phi_{Ls}$ im Nahfeldkern und als Faktor $\phi_{wf}\phi_{Lf}$ im Fernfeld, in die Rechnung ein. Für die Lösung von Gleichung 37 sind somit neben der Konzentration $c(z)$ noch die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und die Schichtungsstabilität ζ nötig.

3.1.2 Höhenabhängigkeit von σ_w und T_L

Raupach (1988 [53]) hat eine Parametrisierung der Profile $\sigma'_w(z')$ und $T'_L(z')$ angegeben. Basis dieser Parametrisierung sind eine ganze Reihe von

Windkanal- und Feldexperimenten, bei denen ein weiter Bereich von Bestandshöhen und -strukturen abgedeckt wurde. Demnach sind diese Profile im wesentlichen unabhängig von der Bestandsstruktur und lassen sich folgendermaßen beschreiben (siehe auch Abb. 6):

$$\begin{aligned}\sigma'_w(z') &= \begin{cases} a_1 & \text{für } 1 \leq z' \\ a_0 + (a_1 - a_0) \cdot z' & \text{für } 0 \leq z' < 1 \end{cases} \\ T'_L(z') &= \begin{cases} \frac{\kappa}{a_1^2} \cdot (z' - d') & \text{für } z'_* \leq z' \\ c_0 & \text{für } 0 \leq z' < z'_* \end{cases}\end{aligned}\quad (39)$$

mit $a_1 = 1.25$, $a_0 = 0.25$, $c_0 = 0.3$, $\kappa = 0.41$ der von Karman Konstanten, $z'_* = d' + a_1^2 c_0 / \kappa$ und $d' = d/h$ der sogenannten ‘Verdrängungshöhe’ (engl. ‘zero plane displacement height’ oder kurz ‘displacement height’). Die Verdrängungshöhe d berücksichtigt, daß in einem Pflanzenbestand der Schwerpunkt des Impuls- bzw. Energieumsatzes nicht mehr am Boden sondern darüber liegt. Typische Werte liegen bei $d' = 0.65 \dots 0.90$ (siehe z.B. Raupach et al. 1991 [60]).

Die Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit ist also über dem Bestand konstant und geht im Bestand linear auf den Wert am Boden zurück. Die Form der Lagrangeschen Zeitskala ergibt sich aus der Forderung, daß oberhalb z_* , etwa der doppelten Bestandshöhe,⁵ der Austauschkoefizient des Fernfeldes $K_f = \sigma_w^2 T_L$ in den Austauschkoefizienten der Prandtlschicht $K = u_* \cdot \kappa \cdot (z - d)$ übergehen muß. Darunter wird ein konstanter Wert angenommen. Zwischen z_* und h nimmt die Längenskala der Wirbel $\sigma_w T_L$ nicht mehr mit abnehmender Höhe ab, sondern bleibt konstant, und erst im Bestand werden die Wirbel kleiner.

Diese Profile sind natürlich sehr idealisiert, und es ist zu erwarten, daß die Struktur des Bestandes doch Einfluß auf ihre Form hat. Raupach (1988 [53]) argumentiert jedoch, daß die exakte Form dieser Turbulenzprofile keinen wesentlichen Einfluß auf die Modellierung der Austauschprozesse habe. Es bleibt anzumerken, daß zwar $a_1 = 1.25$ in den von Raupach (1988 [53]) dargestellten Daten um nur ca. 15 % variiert, aber der Wert von $a_0 = \sigma'_w(z' = 0) = 0.25$ eher ein Mittelwert mit einer Schwankungsbreite von ca. 100 %, als eine allgemeingültige Konstante ist. Beim Profil von T'_L handelt es sich noch mehr um eine gutwillige Mittelung, was allerdings damit zu begründen ist, daß diese Größe eher schwierig zu bestimmen ist.

⁵ Mit obigen Werten und $d' = 0.7$ gilt $z'_* = 1.87$.

3.2 Diskretisierung

Um Gleichung 33 zu lösen muß sie zunächst diskretisiert werden, so daß sich ein lineares Gleichungssystem ergibt, das dann invertiert werden kann. Raupach (1989b [54]) hat nur ein sehr einfaches Verfahren angedeutet, bei dem das Integral durch eine einfache Summe ersetzt wird. Katul et al. (1997 [29]) führen zuerst eine lineare Interpolation zwischen den Höhen der Konzentrationsmessung durch und erhöhen die Anzahl der Meßhöhen auf diese Weise. Das Integral wird durch eine einfache Trapezregel diskretisiert. Das entstehende lineare Gleichungssystem läßt sich dann nach $S(z_{sj})$ auflösen, mit z_{sj} den Stützstellen der Integration. Obwohl die Polstellen von k_n eine exakte Berechnung des Integrals und damit auch die Lösung der Gleichung erschweren wird in beiden Verfahren nicht auf diese Problematik eingegangen. An dieser Stelle wird ein wesentlich universelleres Verfahren vorgestellt, bei dem am Ende eine analytische Funktion für $S(z)$ steht, die freilich durch eine beschränkte Zahl von Parametern bestimmt ist. Bei der Messung von Konzentrationsprofilen ist man zwangsläufig auf eine relativ kleine Anzahl N_c von Höhen beschränkt. Durch die Inversion von Gleichung 33 kann man daraus höchstens eine Anzahl $N_s \leq N_c$ von Parametern zur Charakterisierung von $S(z)$ bestimmen.

Es gibt verschiedene Verfahren um eine Fredholmsche Integralgleichung der ersten Art zu invertieren, die immer auf ein lineares Gleichungssystem hinauslaufen. Ein Weg ist, das Integral durch eine numerische Quadraturformel zu ersetzen und den Kern an entsprechend vielen Stützstellen auszuwerten (siehe z.B. Press et al. 1992 [52] Kap.18). Da der Kern $k_{n2}(z, z_s)$ Polstellen bei $z = z_s$ besitzt, müßte die Integration mit einer hohen Stützstellenzahl durchgeführt werden und es wäre ein sehr großes Gleichungssystem zu lösen. Da das Konzentrationsprofil nur an relativ wenigen Stützstellen bekannt ist, kann die Bedingung $N_s \leq N_c$ nicht erfüllt werden. Dieser Weg ist daher ungeeignet. Eine andere Methode, die in der Fernerkundung bei der Auswertung von Satellitendaten genutzt wird (siehe z.B. Houghton et al. 1984 [23]), besteht darin, die gesuchte Funktion $S(z)$ als Linearkombination

$$S(z) = \sum_{j=1}^{N_s} S_j \cdot \hat{s}_j(z) \quad (40)$$

vorerst beliebiger Entwicklungsfunktionen $\hat{s}_j(z)$ darzustellen. Setzt man dies in Gleichung 33 ein, so ergibt sich ein lineares Gleichungssystem der Form

$$\underline{c} = \underline{D} \cdot \underline{S} \quad (41)$$

mit: $\underline{c} = (c_1 - c_R, c_2 - c_R, \dots, c_{N_c} - c_R)^t$ den in den Höhen $z_{ci}, i = 1 \dots N_c$ gemessenen Konzentrationen, $\underline{S} = (S_1, S_2, \dots, S_{N_s})^t$ mit $N_s \leq N_c$ den Entwick-

lungskoeffizienten des Quellprofils und $\underline{D} = \underline{D}_n + \underline{D}_f$ der Dispersionsmatrix mit ihrem Nah- und Fernfeldanteil. Diese berechnen sich zu:

$$\begin{aligned}
 D_{n,ij} &= \int_0^h \hat{s}_j(z_s) \cdot k_{n4}(z_{ci}, z_R, z_s) dz_s \\
 D_{f,ij} &= \int_{z_{ci}}^{z_R} \frac{\hat{s}_j(\min(z_f, h))}{K_f(z_f)} dz_f \\
 \text{mit:} \\
 \hat{s}_j(z) &= \int_0^z \hat{s}_j(z_s) dz_s
 \end{aligned} \tag{42}$$

Die Integrale müssen mittels numerischer Integration bestimmt werden. Da der Nahfeldkern Polstellen in $z_c = z_s$ besitzt, ist es nötig die Integration aufzuspalten und mit offenen Integrationsgrenzen zu rechnen wenn $0 \leq z_{ci} < h$ wird, (siehe z.B. Press et al. 1992 [52]):

$$D_{n,ij} = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^{z_{ci}-\epsilon} \hat{s}_j(z_s) \cdot k_{n4}(z_{ci}, z_R, z_s) dz_s + \int_{z_{ci}+\epsilon}^h \hat{s}_j(z_s) \cdot k_{n4}(z_{ci}, z_R, z_s) dz_s$$

Da die Pole von k_n von der Form $\ln(|z_{ci} - z_s|)$ sind, lassen sich diese Integrale auch berechnen, allerdings muß dabei sorgfältig vorgegangen werden. Bei einer einfachen Integration nach der Simpson-Regel mit offenen Integralgrenzen muß zumindest die Umgebung der Polstelle sehr hoch aufgelöst werden, wobei die Schrittweite die Annäherung ϵ an die Polstelle festlegt. Für eine effiziente Berechnung kann man das Integral nochmals aufteilen in Bereiche nahe der Polstelle und in einiger Entfernung dazu. Allerdings hat sich gezeigt, daß selbst dann der Rechenaufwand relativ hoch ist. Als Alternative bietet sich die Gauß-Legendre-Quadratur an (Press et al. 1992 [52]), die bei gleichem Aufwand wesentlich genauer ist. Die Auflösung von Gleichung 41 nach \underline{S} kann damit formal geschrieben werden als:

$$\underline{S} = \underline{D}^{-1} \cdot \underline{c} \tag{43}$$

Wobei zu beachten ist, daß weiterhin $N_s \leq N_c$ gefordert wird und damit die inverse Matrix \underline{D}^{-1} nicht unbedingt eindeutig ist.

3.2.1 Aufteilung in Schichten

Der anschaulichste Weg zur Diskretisierung der Quellfunktion ist, den Bestand in Schichten $z_{sj-1} < z \leq z_{sj}$ mit $j = 1 \dots N_s$, $z_{s0} = 0$ und $z_{sN_s} = h$

aufzuteilen. In jeder dieser Schichten wird eine konstante Quellstärke angenommen. Dies entspricht dem Lösungsschema wie es Raupach 1989 [54] vorgeschlagen hat. Die zugeordneten Entwicklungsfunktionen \hat{s}_j sind Rechteckfunktionen:

$$\hat{s}_j(z) = \begin{cases} 0 & : & z_{sj} < z \\ 1 & : & z_{sj-1} < z \leq z_{sj} \\ 0 & : & z \leq z_{sj-1} \end{cases} \quad (44)$$

und deren Integrale ‘abgeschrägte Stufen’:

$$\hat{\hat{s}}_j(z) = \begin{cases} z_{s,j} - z_{sj-1} & : & z_{sj} < z \\ z - z_{sj-1} & : & z_{sj-1} < z \leq z_{sj} \\ 0 & : & z \leq z_{sj-1} \end{cases} \quad (45)$$

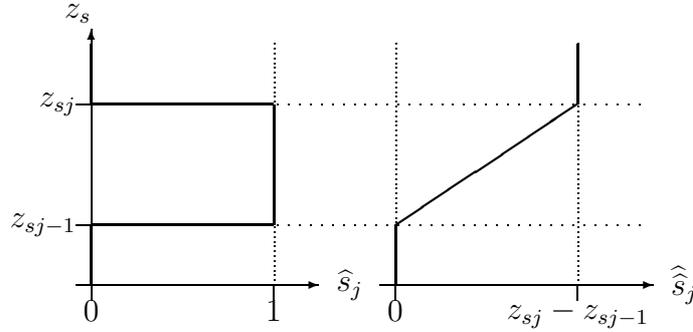


Abbildung 7: Die Rechteckfunktion gemäß Gl. 44 und ihr Integral.

Bei der Berechnung der Matrix für das Nahfeld beschränkt sich die Integration auf die jeweilige Schicht:

$$D_{n,ij} = \int_{z_{sj-1}}^{z_{sj}} k_{n4}(z_{ci}, z_R, z_s) dz_s \quad (46)$$

Bei der Berechnung der Fernfeldmatrix wird $\min(z_f, h) = z_f$, da $\hat{\hat{s}}_j$ nur unterhalb von h mit z variiert. Entsprechend der abschnittswisen Definition von $\hat{\hat{s}}_j$ zerfallen die Integrale, je nachdem wo z_{ci} liegt:

$$D_{f,ij} = \begin{cases} \int_{z_{sj-1}}^{z_{sj}} \frac{z - z_{sj-1}}{K_f(z)} dz + \int_{z_{ci}}^{z_R} \frac{z_{sj} - z_{sj-1}}{K_f(z)} dz & : & z_{sj} < z_{ci} \\ \int_{z_{ci}}^{z_{sj}} \frac{z - z_{sj-1}}{K_f(z)} dz + \int_{z_{sj}}^{z_R} \frac{z_{sj} - z_{sj-1}}{K_f(z)} dz & : & z_{sj-1} < z_{ci} \leq z_{sj} \\ \int_{z_{sj-1}}^{z_{sj}} \frac{z - z_{sj-1}}{K_f(z)} dz + \int_{z_{sj}}^{z_R} \frac{z_{sj} - z_{sj-1}}{K_f(z)} dz & : & z_{ci} \leq z_{sj-1} \end{cases} \quad (47)$$

Die Aufteilung der Integrale hat den Vorteil, daß es Integrale gibt, die nicht für jedes Matrixelement neu berechnet werden müssen. Gleichzeitig kann die numerische Integration auf kleinere Intervalle beschränkt werden, so daß die Genauigkeit bei gleichem Rechenaufwand größer wird. Und schließlich ist die numerische Integration empfindlich gegen Unstetigkeiten in den zu integrierenden Funktionen und deren Ableitungen, so daß eine entsprechende Aufteilung die Genauigkeit ebenfalls erhöht.

Es bleibt noch zu bemerken, daß die Rechteckfunktionen bezüglich des Skalarprodukts $\hat{s}_j \circ \hat{s}_k = \int_0^h \hat{s}_j(z) \cdot \hat{s}_k(z) dz$ orthogonal sind. Es gilt also $\hat{s}_j \circ \hat{s}_k = 0$ für $j \neq k$. Wie später gezeigt wird, beeinflusst diese Eigenschaft das Verhalten des Gleichungssystems gegenüber Störungen der Eingangsgrößen.

3.2.2 Lineare Splines

Soll die Quellfunktion linear zwischen den Stützstellen verlaufen dann müssen die Entwicklungsfunktionen lineare Splines sein:

$$\hat{s}_j(z) = \begin{cases} 0 & : z_{sj+1} < z \\ \frac{z_{sj+1}-z}{z_{sj+1}-z_{sj}} & : z_{sj} < z \leq z_{sj+1} \\ \frac{z-z_{sj-1}}{z_{sj}-z_{sj-1}} & : z_{sj-1} < z \leq z_{sj} \\ 0 & : z \leq z_{sj-1} \end{cases} \quad (48)$$

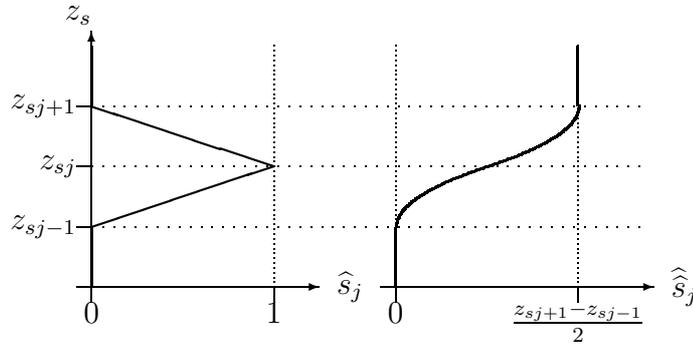


Abbildung 8: Ein linearer Spline gemäß Gl. 48 und sein Integral.

Die Funktionen $\hat{s}_j(z)$ und $\hat{s}_{j-1}(z)$ überlappen sich dabei im Intervall $[z_{sj-1}, z_{sj}]$. Die Entwicklungskoeffizienten S_j sind die Werte der Quellverteilung an den Stützstellen. Die Integrale $\hat{\hat{s}}_j(z)$ der Entwicklungsfunktionen sind stückweise definierte Polynome zweiten Grades. Die Integrale zur Berechnung der Matrixelemente werden wieder entsprechend der abschnittswisen Definitionen aufgespalten, werden hier aber nicht gezeigt. Im Gegensatz zu den

Rechteckfunktionen bei der Aufteilung in Schichten, sind die Entwicklungsfunktionen dieser linearen Splines nicht mehr orthogonal zueinander. Es gilt lediglich $\hat{s}_j \circ \hat{s}_k = 0$ für $|j-k| > 1$. Direkt benachbarte $\hat{s}_j(z)$ haben Bereiche in denen beide ungleich null sind, so daß ihr Skalarprodukt nicht verschwindet.

3.2.3 Weitere Entwicklungsfunktionen

Um das resultierende Quellprofil ‘glatt’ zu machen, ohne die Idee der Repräsentation einzelner Schichten durch zugeordnete Entwicklungsfunktionen aufzugeben, kann man glockenförmige Kurven verwenden:

$$\hat{s}_j(z) = \frac{1}{1 + \left(\frac{z-z_{sj}}{d_j}\right)^2} \quad (49)$$

Hierbei stellt d_j eine Halbwertsbreite dar, die an die Abstände der z_{sj} angepaßt werden sollte, so daß beispielsweise $\hat{s}_j((z_{sj-1} + z_{sj})/2) \simeq \hat{s}_j((z_{sj} + z_{sj+1})/2) \simeq 0.5$ gilt. Damit repräsentiert weiterhin jede Entwicklungsfunktion in erster Linie die Schicht um z_{sj} , ohne daß eine Lücke zur nächsten Schicht auftritt. Das zugehörige Integral ist $\hat{s}_j(z) = d_j \arctan((z - z_{sj})/d_j)$. Das resultierende Quellprofil und seine Ableitungen sind damit stetig, es ergibt sich ein glatter Verlauf. Allerdings sind die Entwicklungsfunktionen nicht mehr orthogonal zueinander. Die Wahl von d_j ist ein Kompromiß zwischen einer vollständigen Repräsentation der Schicht um z_{sj} und dem Wunsch die Skalarprodukte $\hat{s}_j \circ \hat{s}_k$ für $j \neq k$ möglichst klein zu halten.

Genauso sind natürlich Polynome, wie z.B.

$$\hat{s}_j(z) = z^{j-1} \quad (50)$$

oder Fourierentwicklungen⁶ verwendbar. Denkbar sind auch ausgefallenerere Entwicklungsfunktionen, die nur schwach an die Meßhöhen angepaßt und ebensowenig orthogonal sind. Beispiele sind ‘große Dreiecke’, die von $z = 0$ bis z_j linear von null auf eins ansteigen und bis $z = h$ wieder linear auf null zurückgehen:

$$\hat{s}_j(z) = \begin{cases} \frac{1-z}{1-z_{sj}} & : z_{sj} \leq z \\ \frac{z}{z_{sj}} & : z < z_{sj} \end{cases} \quad (51)$$

Oder ‘Rampen’ die unterhalb von z_j konstant sind und darüber bis $z = h$ linear auf null abfallen:

$$\hat{s}_j(z) = \begin{cases} \frac{1-z}{1-z_{sj}} & : z_{sj} \leq z \\ 1 & : z < z_{sj} \end{cases} \quad (52)$$

⁶ In einer allgemeinen Definition ist eine Fourierentwicklung die Entwicklung in orthonormale Funktionen, für die $\hat{s}_j \circ \hat{s}_k = \delta_{jk}$ gilt (siehe z.B. Bronstein et al. 1995 [6] Kap. 11.3.2.).

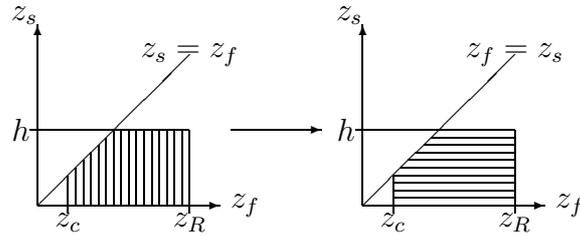


Abbildung 9: Veranschaulichung zur Umkehrung der Integrationsreihenfolge in der Gleichung für die Konzentration des Fernfeldes. Die Linien innerhalb der umschlossenen Fläche stellen jeweils die innere Integration dar.

Der Formalismus bleibt in jedem Falle derselbe, es wird eine Dispersionsmatrix gemäß Gleichung 42 bestimmt. Allerdings ist aufgrund der Struktur des Kerns, der mit seinen Polstellen die Meßhöhen jeweils sehr stark gewichtet, zu erwarten, daß Entwicklungsfunktionen, die Schichten repräsentieren, die an diesen Meßhöhen angepaßt sind, ein besseres Lösungsverhalten des Systems zur Folge haben.

3.3 Invertierbarkeit

Schon Raupach (1989b [54]) hat bemerkt daß das Gleichungssystem, das sich ergibt, alles andere als gutmütig ist. Bereits kleine Fehler im Konzentrationsprofil führen bei der Inversion zu sehr großen Fehlern im Quellprofil. Dies ist eigentlich nicht sehr verwunderlich, denn die turbulente Durchmischung verwischt buchstäblich die Information darüber, woher der betrachtete Stoff kommt. Das ganze ist ein generelles Problem der Fredholmschen Integralgleichung und tritt beispielsweise auch im Bereich der Fernerkundung auf (siehe z.B. Rodgers 1976 [62] oder Twomey 1977 [75]).

Zuerst soll allerdings untersucht werden, warum die Inversion so empfindlich gegen kleine Fehler ist. Der Nahfeldkern $k_{n2}(z_c, z_s)$ hat in $z_c = z_s$ einen logarithmischen Pol und ist damit integrierbar. Dieser Pol würde durch seinen steilen Abfall auch eine sehr gute Invertierbarkeit der Integralgleichung bedeuten, da auf diese Weise die Quellen in der Nähe der Konzentrationsmessung stark gewichtet werden. Allerdings wird diese Eigenschaft durch die großen Werte und den flachen Verlauf des Fernfeldkerns wieder zunichte gemacht.

3.3.1 Der Kern

Um die Möglichkeiten einer Inversion, d.h. einer Berechnung des Quellprofils $S(z)$ aus Konzentrationsprofilen $c(z)$, bewerten zu können, ist es sinnvoll

Gleichung 20 etwas umzuformen. Ziel ist eine Integralgleichung, in der nur noch ein Kern $q(z_c, z_R, z_s)$ auftaucht. Dazu ist es nötig, in Gleichung 20 die Integrationsreihenfolge umzukehren. Abbildung 9 veranschaulicht, wie sich dadurch die Grenzen der auszuwertenden Integrale ändern. Die obere Integrationsgrenze $\min(z_f, h)$ des inneren Integrals über z_s wird auf die untere Grenze $\max(z_c, z_s)$ des neuen inneren Integrals über z_f abgebildet:

$$c_f(z_c) - c_f(z_R) = \int_0^h S(z_s) \int_{\max(z_c, z_s)}^{z_R} \frac{1}{K_f(z_f)} dz_f dz_s \quad (53)$$

Das innere Integral ist somit der Kern des Fernfeldes und Gleichung 33 läßt sich darstellen als

$$c(z_c) - c_R = \int_0^h S(z_s) \cdot q(z_c, z_s) dz_s \quad (54)$$

mit dem ‘Gesamtkern’ q , der sich aus dem Nahfeldkern k_{n4} und dem Fernfeldkern H_f zusammensetzt:

$$\begin{aligned} q(z_c, z_s) &= k_{n4}(z_c, z_R, z_s) + H_f(\max(z_c, z_s), z_R) \\ H_f(z, z_R) &= \int_z^{z_R} \frac{1}{K_f(z_f)} dz_f \end{aligned} \quad (55)$$

Da sich die Abhängigkeit der Funktion H_f von z_c und z_s auf deren Maximum beschränkt, ist sie für $z_s < z_c$ konstant. Das heißt der Fernfeldkern beschreibt im unteren Teil des Bestandes nichts weiter als eine Mittelung über die Quellen. Mit den Parametrisierungen von Raupach für σ'_w und T'_L (siehe Gl. 39) für neutrale Schichtung lassen sich der Kern und seine Komponenten quantitativ bestimmen:

$$H_f(z', z'_R) = \begin{cases} H_{f2}(z', z'_R) & : z'_\star \leq z' \\ H_{f1}(z', z'_R) & : 1 \leq z' < z'_\star \\ H_{f0}(z', z'_R) & : 0 \leq z' < 1 \end{cases} \quad (56)$$

Dabei beschreibt $z'_\star = d' + \frac{a_1^2 \cdot c_0}{\kappa}$ die Höhe, unterhalb der $T'_L = c_0$ gilt. Die verschiedenen H_{fi} sind definiert als:

$$\begin{aligned} H_{f2}(z', z'_R) &= \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z'_R - d'}{z' - d'} \right) \\ H_{f1}(z', z'_R) &= H_{f2}(z'_\star, z'_R) + \frac{1}{a_1^2 \cdot c_0} (z'_\star - z') \\ H_{f0}(z', z'_R) &= H_{f1}(1, z'_R) - \frac{1}{c_0 \cdot (a_1 - a_0)} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{\sigma'_w(z')} \right) \end{aligned}$$

Der Verlauf von $H_f(z', z'_R)$, sowie eine Zusammenschau der einzelnen Komponenten des Gesamtkerns für $z'_c = 0.5$, ist in Abbildung 10 dargestellt. Es wird deutlich, daß der Fernfeldkern die Werte des Gesamtkerns sehr stark anhebt und somit tendenziell aus dem Integral eine Mittelung macht. Wäre das Konzentrationsprofil ein reiner Mittelwert des zugrundeliegenden Quellprofils mit $H_f = \text{const.}$, so wäre es unmöglich aus den Konzentrationen auf das Quellprofil zu schließen. Zwar sorgt der Abfall von H_f oberhalb von z_c und insbesondere der Pol des Nahfeldkerns wieder dafür, daß am Ort der Konzentrationsmessung Information über die umgebenden Quellen vorhanden ist, da die Fläche unter dem Pol aber klein ist im Verhältnis zur Fläche unter dem Fernfeldkern, ist der Informationsgewinn nicht allzu groß.

3.3.2 Optimale Entwicklungsfunktionen

Man kann den Kern $q(z_c, z_s)$ in Gleichung 54 als ‘kontinuierliche Matrix’ mit unendlich aufgelösten Zeilen- und Spaltenindizes z_c und z_s auffassen (siehe z.B. Press et al. 1992 [52]). Diese Matrix nimmt auf der Hauptdiagonalen $z_c = z_s$ mit der Polstelle von k_{n4} den Wert unendlich an, so daß man schließen könnte, daß $c(z_c)$ in erster Linie durch die Quellstärke in $z_s = z_c$ bestimmt ist. Allerdings fällt k_{2n} abseits der Hauptdiagonalen sehr schnell ab, so daß q vor allem vom Fernfeldkern H_f dominiert wird. Da H_f nur eine geringe Variation bei relativ hohen Werten zeigt, ist die ‘kontinuierliche Matrix’ $q(z_c, z_s)$ schlecht invertierbar. Bei der Diskretisierung ändert sich an dieser Situation natürlich prinzipiell nichts. Durch eine geschickte Wahl der Entwicklungsfunktionen $\hat{s}_j(z)$ kann man die Invertierbarkeit der resultierenden Matrix jedoch verbessern. Durch die N_c Meßpunkte in den Höhen z_{ci} ergeben sich zunächst N_c Kerne $q_i(z_s) = q(z_{ci}, z_s)$, deren Polstellen jeweils bei z_{ci} liegen. Diese Kerne sind bezüglich des Skalarproduktes $q_i \circ q_k = \int_0^h q_i \cdot q_k dz$ alles andere als orthogonal, da die Flächen unter den q_i abseits der Polstellen groß sind. Daß heißt aber, daß man eine gutmütige Matrix nach Gleichung 42 nur dadurch erreichen kann, daß man versucht, die einzelnen Polstellen mit den Entwicklungsfunktionen $\hat{s}_j(z)$ möglichst stark zu wichten. Daher sind Entwicklungsfunktionen, die in der Nähe der Meßhöhen groß sind und sonst kleinere Werte annehmen, zu bevorzugen. Natürlich sollten die Entwicklungsfunktionen auch den mathematischen Raum der Quellfunktion möglichst vollständig darstellen können. Somit sind Entwicklungsfunktionen, die an die Meßhöhen im Bestand angepaßte Schichten beschreiben, eine gute Wahl. Das bedeutet, daß die Aussage von Raupach (1989a [55]), die Schichten, in die das Quellprofil aufgeteilt wird, seien frei wählbar, so nicht stimmt. Ebenso ist die Zahl N_s der Entwicklungsfunktionen durch die Zahl der Meßhöhen im Bestand bestimmt. Für eine optimale Nut-

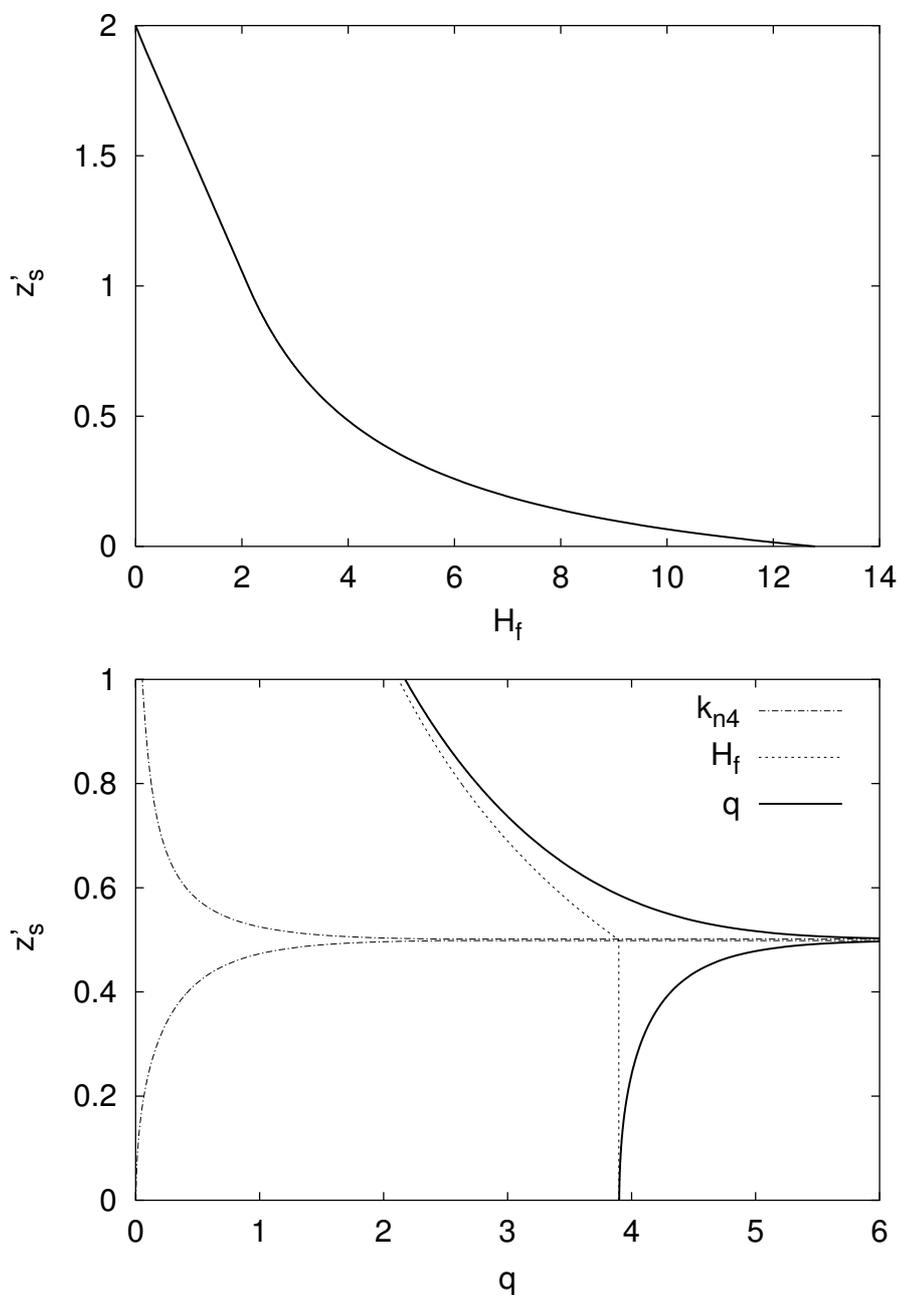


Abbildung 10: Die Funktion $H_f(z'_s, z'_R)$ des Fernfeldkerns, wie sie sich aus der Raupachschen Parametrisierung (Gl. 39) mit $z'_R = 2$ und $d' = 0.7$ ergibt (oben). Der Nahfeldkern $k'_{n4}(z'_c, z'_R, z'_s)$, der Fernfeldkern $H_f(\max(z'_c, z'_s), z'_R)$ und der Gesamtkern $q(z'_c, z'_s)$ für $z'_c = 0.5$, $z'_R = 2$ und $d' = 0.7$ (unten).

zung der im Bestand gemessenen Konzentrationen, sollten die Grenzen der in Gleichung 44 durch die Rechteckfunktionen definierten Schichten, genau in der Mitte zwischen benachbarten Meßhöhen liegen:

$$z_{sj} = \begin{cases} h & : j = N_s \\ \frac{1}{2} (z_{cj+1} + z_{cj}) & : 0 < j < N_s \\ 0 & : j = 0 \end{cases} \quad (57)$$

Im Falle der in Gleichung 48 definierten linearen Splines und ebenso für die Glockenförmigen Kurven aus Gleichung 49 fallen die z_{sj} mit den z_{ci} im Bestand zusammen, lediglich die obere und untere Grenze muß festgelegt werden:

$$z_{sj} = \begin{cases} h & : j = N_s + 1 \\ z_{cj} & : 0 < j < N_s + 1 \\ 0 & : j = 0 \end{cases} \quad (58)$$

Damit verschwindet im Fall der linearen Splines die Quellfunktion $S(z_s)$ am Boden in $z_s = 0$ und an der Bestandsobergrenze in $z_s = h$. An der Bestandsobergrenze ist dies durchaus realistisch, wenn man berücksichtigt, daß dort auch die Blattflächendichte verschwindet. Am Boden ist dies allerdings eher unwahrscheinlich, könnte aber durch ein $z_{s0} < 0$ behoben werden.

3.3.3 Die Inversion

Im vorigen Kapitel wurde dargelegt, daß die Invertierung der Dispersionsmatrix schwierig ist, es sich also um ein schlecht konditioniertes Gleichungssystem handelt. Dies bedeutet, daß die Information über die Quellverteilung im Konzentrationsprofil nicht mehr deutlich erscheint. Oder anschaulich, die Turbulenz verteilt einen freigesetzten Stoff so, daß es schwierig wird, auf seine Quellen zu schließen. Bei der Berechnung führt dies dazu, daß kleine Fehler im gemessenen Konzentrationsprofil zu großen Oszillationen im berechneten Quellprofil führen. Raupach (1989b [54]) hat auf diese Instabilitäten hingewiesen und vorgeschlagen, die Anzahl N_s der Schichten der Quellverteilung deutlich kleiner zu machen als die Anzahl der Meßhöhen N_c um dann eine Minimierung der Fehlerquadrate durchzuführen. Die Dispersionsmatrix ist somit nicht mehr quadratisch, das Gleichungssystem überbestimmt und die Inversion nicht mehr eindeutig:

$$\begin{array}{|c|} \hline \underline{c} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|} \hline \underline{\underline{D}} \\ \hline \end{array} \cdot \begin{array}{|c|} \hline \underline{S} \\ \hline \end{array} \quad (59)$$

Diese Gleichung läßt sich beispielsweise lösen, indem man von links mit der transponierten Matrix $\underline{\underline{D}}^t$ multipliziert. Da die Matrix $\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}}$ quadratisch ist, läßt sie sich zumindest prinzipiell invertieren und es ergibt sich:

$$\boxed{\underline{S}} = \boxed{(\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}})^{-1}} \cdot \boxed{\underline{\underline{D}}^t} \cdot \boxed{\underline{c}} \quad (60)$$

Dies ist dieselbe Lösung, die eine einfache Minimierung der Fehlerquadrate liefert (siehe Raupach 1989b [54]). Leuning et al. (2000 [34]) haben vorgeschlagen, die Instabilitäten der Lösung mittels Singulärwertzerlegung (englisch ‘singular value decomposition’ = SVD, siehe z.B. Press et al. 1992 [52]), in den Griff zu bekommen. Die resultierende Inverse berechnet sich zwar, wie der Name schon sagt, aus einer Zerlegung von $\underline{\underline{D}}$, ist aber zunächst ebenfalls identisch mit der Matrix $(\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}})^{-1} \cdot \underline{\underline{D}}$ aus Gleichung 60. Zunächst wird die $N_c \times N_s$ -Dispersionsmatrix $\underline{\underline{D}}$ zerlegt in eine $N_c \times N_s$ -Matrix $\underline{\underline{U}}$, eine $N_s \times N_s$ -Diagonalmatrix $\underline{\underline{W}} = \text{diag}(w_j)$, deren Diagonalelemente die sogenannten ‘Singulärwerte’ sind, und eine $N_s \times N_s$ -Matrix $\underline{\underline{V}}$. Dabei sind $\underline{\underline{U}}$ und $\underline{\underline{V}}$ orthogonal und es gilt:

$$\underline{\underline{D}} = \underline{\underline{U}} \cdot \underline{\underline{W}} \cdot \underline{\underline{V}}^t \quad (61)$$

Für eine orthogonale Matrix $\underline{\underline{A}}$ gilt $\underline{\underline{A}}^{-1} = \underline{\underline{A}}^t$, so daß die Inversion

$$\underline{\underline{D}}^{-1} = \underline{\underline{V}} \cdot (\text{diag}(1/w_j)) \cdot \underline{\underline{U}}^t \quad (62)$$

ergibt. Die Spalten von $\underline{\underline{U}}$, deren zugeordnete Singulärwerte w_j nicht null sind, bilden eine Orthonormalbasis des Lösungsraumes, in dem \underline{S} liegen kann, während alle Spalten $\underline{\underline{V}}$, deren zugeordnete Singulärwerte w_j null sind, eine Orthonormalbasis des Nullraumes von $\underline{\underline{D}}$ sind (siehe Press et al. 1992 [52]). Die Erweiterung gegenüber der Fehlerquadratminimierung besteht darin, jene Singulärwerte w_j auszuschließen, die kleiner als ein Bruchteil α des Maximums der w_k ’s sind, oder salopp gesagt, die numerisch betrachtet null sind. Es wird also für alle $|w_j| < \alpha \cdot \max |w_k|, k \in [1, N_s]$ eine Null in der Inversen von $\underline{\underline{W}}$ gesetzt. Damit wird die Dimension des Lösungsraumes heruntergesetzt und es werden all jene Komponenten der Lösung verworfen, die sich schlecht aus dem gemessenen Profil erschließen lassen. Dieses Verfahren mag zwar aus numerischer Sicht optimal sein, allerdings ist aus physikalischer Sicht nicht klar erkennbar, welcher Teil der Lösung verworfen wird.

Deswegen wird in dieser Arbeit der Minimierung der Fehlerquadrate der Vorzug gegeben, wobei das Verfahren gegenüber der direkten Rechnung von

Raupach (1989b [54]) erweitert wird. Zum einen wird die Referenzhöhe aus dem Gleichungssystem eliminiert, zum anderen werden Meßfehler berücksichtigt. Man geht aus von der Abweichung der berechneten Konzentrationen $\sum_{j=1}^{N_s} D_{ij} S_j$ von den gemessenen Konzentrationen $c_i - c_R$, normiert diese mit den Meßfehlern⁷ Δc_i und bildet die Summe der Quadrate:

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^{N_c} \left(\frac{1}{\Delta c_i} (c_i - c_R - \sum_{j=1}^{N_s} D_{ij} S_j) \right)^2 \quad (63)$$

Durch die Normierung mit den Δc_i werden Meßhöhen, die einen größeren Meßfehler Δc_i aufweisen, geringer gewichtet. Da die Referenzhöhe z_R frei gewählt werden kann, ist es sinnvoll, den optimalen Wert für c_R zu bestimmen. Die Nullstelle $\frac{\partial \epsilon^2}{\partial c_R} = 0$ liefert:

$$c_R = \bar{c} - \sum_{j=1}^{N_s} \bar{D}_j \cdot S_j \quad (64)$$

mit den gewichteten Mittelwerten

$$\bar{c} = \frac{1}{\hat{g}^2} \cdot \sum_{i=1}^{N_c} g_i^2 c_i \quad , \quad \bar{D}_j = \frac{1}{\hat{g}^2} \cdot \sum_{i=1}^{N_c} g_i^2 D_{ij}$$

und den Gewichten $g_i = 1/\Delta c_i$ und $\hat{g}^2 = \sum_{i=1}^{N_c} g_i^2$. Setzt man dies in Gleichung 63 ein, so ergibt sich:

$$\epsilon^2 = \sum_{i=1}^{N_c} \left(c'_i - \sum_{j=1}^{N_s} D'_{ij} S_j \right)^2 \quad (65)$$

mit den normierten Abweichungen vom Mittelwert

$$c'_i = g_i (c_i - \bar{c}) \quad , \quad D'_{ij} = g_i (D_{ij} - \bar{D}_j) \quad .$$

Die Referenzhöhe z_R geht in die Berechnung der $D_{f,ij}$ als Integrationsgrenze ein, so daß man in $D_{f,ij} = D_f(z_{ci}, \hat{s}_j) - D_f(z_R, \hat{s}_j)$ aufspalten kann (siehe Gl. 42). In $D_{n,ij}$ geht z_R über $k_{n4}(z_c, z_R, z_s) = k_{n2}(z_c, z_s) - k_{n2}(z_R, z_s)$ ein, so daß man ebenfalls in $D_{n,ij} = D_n(z_{ci}, \hat{s}_j) - D_n(z_R, \hat{s}_j)$ aufspalten kann (siehe Gl. 32). Damit fallen, bei der Berechnung der Matrixelemente D'_{ij} , die von z_R abhängigen Terme heraus. Und da auch c'_i unabhängig von c_R ist, ist

⁷ Exakter wäre zwar der Ausdruck 'Meßunsicherheit', auf den hier, zugunsten des allgemeinen Sprachgebrauchs, verzichtet wird.

hiermit z_R aus dem Gleichungssystem eliminiert. Die optimalen S_k werden aus $\frac{\partial \epsilon^2}{\partial S_k} = 0$ berechnet und es ergibt sich:

$$\left((\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}}')^{-1} \cdot \underline{\underline{D}}^t \right) \cdot \underline{\underline{c}}' = \underline{\underline{S}} \quad (66)$$

In dieser Gleichung taucht also keine Abhängigkeit mehr von der Referenzhöhe auf. Damit verringert sich auch die Abhängigkeit von Meßfehlern etwas, da die Konzentrationen nicht mehr als die Differenz gegen den einen einzelnen Meßwert $c(z_R)$, sondern gegen den Mittelwert aller Meßwerte \bar{c} eingehen. Wenn c_i und c_R mit der gleichen Unsicherheit Δc gemessen wurden, so ist nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung $\Delta(c_i - c_R) = \sqrt{2} \cdot \Delta c$. Der Fehler der Abweichungen $c_i - \bar{c}$ ist $\Delta(c_i - \bar{c}) = \Delta c \cdot \sqrt{1 - 1/N}$ und damit immer kleiner als $\Delta(c_i - c_R)$.

3.3.4 Fehlerabschätzung

Es ist bereits gezeigt worden, daß die berechneten Quellprofile sehr empfindlich gegenüber Meßfehlern der Konzentrationen sind. Es ist daher unabdingbar, eine Abschätzung für diese Fehler bei der Hand zu haben. Jede Messung ist mit Fehlern behaftet, die sich bei einer weiterführenden Rechnung im Ergebnis bemerkbar machen. Laut Gaußscher Fehlerfortpflanzung (siehe z.B. Bronstein et al. 1995 [6] Kap.16.4.2) kann das Quadrat des Fehlers einer Funktion $f(x_1, x_2, \dots)$, die sich aus den Größen x_i mit zugeordneten Fehlern Δx_i berechnet, mit

$$\Delta^2 f(x_1, x_2, \dots) = \sum_i \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \Delta x_i \right)^2$$

abgeschätzt werden. Damit ergeben sich folgende Gleichungen für die Fehler der Entwicklungskoeffizienten des Quellprofiles ΔS_j , den Fehlern des Quellprofiles $\Delta S(z)$ und den Fehlern des Flusses $\Delta F(z)$:

$$\Delta^2 S_j = \sum_{i=1}^{N_c} \left([\underline{\underline{D}}^{-1}]_{ji} \cdot \Delta c'_i \right)^2 \quad (67)$$

$$\Delta^2 S(z) = \sum_{i=1}^{N_c} \left(\sum_{j=1}^{N_s} [\underline{\underline{D}}^{-1}]_{ji} \cdot \hat{s}_j(z) \cdot \Delta c'_i \right)^2 \quad (68)$$

$$\Delta^2 F(z) = \sum_{i=1}^{N_c} \left(\sum_{j=1}^{N_s} [\underline{\underline{D}}^{-1}]_{ji} \cdot \hat{s}_j(z) \cdot \Delta c'_i \right)^2 \quad (69)$$

mit $\underline{\underline{D}}^{-1} = (\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}}')^{-1} \cdot \underline{\underline{D}}^t$ und $\Delta c'_i = g_i \cdot \Delta(c_i - \bar{c})$. Um diese Fehlerab-

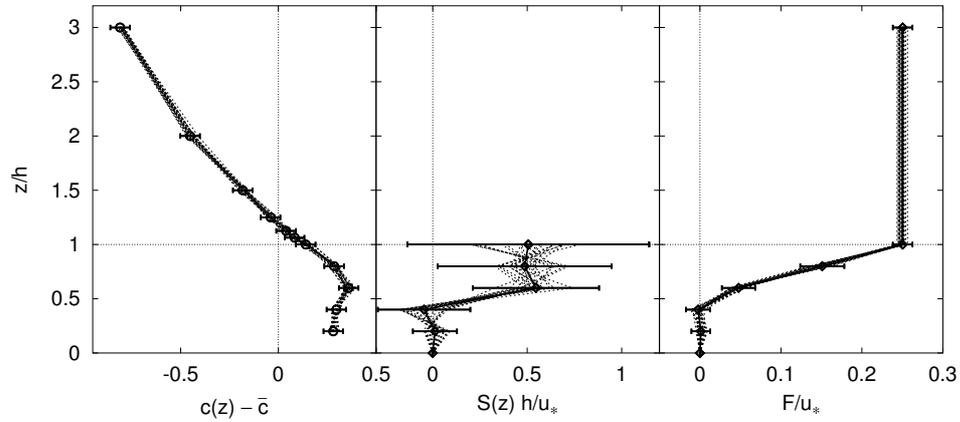


Abbildung 11: Einfluß von Störungen im Konzentrationsprofil auf das errechnete Quellprofil. Links das theoretische Konzentrationsprofil (\circ mit Fehlerbalken), in der Mitte das sich daraus ergebende Quellprofil (\diamond mit Fehlerbalken und dicker Linie), rechts das sich ergebende Profil des Flusses. Die dünnen gestrichelten Linien zeigen 20 mit einem Pseudozufallsgenerator erzeugte Störungen des Konzentrationsprofils und die daraus errechneten Quell- bzw. Flußprofile.

schätzungen unabhängig von einer immer mit Fehlern behafteten Messung zu überprüfen, wird aus einem einfachen idealisierten Quellprofil ein theoretisches Konzentrationsprofil berechnet und mit einem Pseudozufallsgenerator⁸ gestört. Daraus werden wieder ein Quell-, sowie das zugehörige Flußprofil berechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 11 dargestellt. Die z_{ci} sind gemäß einer typischen Auslegung für Messungen in und über einem Pflanzenbestand verteilt: Fünf Höhen sind gleichmäßig im Bestand angeordnet und sechs weitere Höhen über dem Bestand bis zur dreifachen Bestandshöhe, mit exponentiell wachsendem Abstand relativ zur Bestandsobergrenze. Als Entwicklungsfunktionen \hat{s}_j werden lineare Splines (Gl. 48) gewählt, die an die Meßhöhen im Bestand angepaßt werden. Es liegen also $N_c = 11$ Meßhöhen und $N_s = 5$ Entwicklungsfunktionen vor. Das idealisierte Quellprofil ist in der oberen Hälfte des Bestandes, also für $0.5 < z' < 1$, konstant 0.5 und verschwindet darunter. Aus diesem Quellprofil werden zunächst die Entwicklungskoeffizienten für die Entwicklungsfunktionen berechnet. Da sie an den Meßhöhen im Bestand ausgerichtet wurden, können sie die Stufe bei $z' = 0.5$ nicht exakt auflösen und es ergibt sich dort ein leichtes Überschwingen. Solche Muster sind unvermeidlich wenn $S(z)$ nur in wenigen \hat{s}_j entwickelt wird. Mit Gleichung 41 wird das zugehörige theoretische Konzentrationsprofil berechnet. Unter Annahme

⁸ Programmierte Zufallsgeneratoren liefern deterministische Zahlenfolgen, die lediglich zufällig erscheinen (siehe z.B. Press et al. 1992 [52]).

eines konstanten absoluten Fehlers⁹ von $\Delta c = \pm 0.05$ ergeben sich die dargestellten Fehlerbalken der zurückgerechneten Quell- und Flußprofile nach den Gleichungen 68 und 69.

Das Quellprofil wurde so dimensioniert, daß die Variation des c -Profils dem eines Temperaturprofils entspricht. Der angenommene Fehler Δc entspricht einem gut kalibrierten, belüfteten und strahlungsgeschützten Thermometer. Dabei ist zu berücksichtigen, daß der Fehler bei der Messung einer Temperatur, im Vergleich zu den meisten Verfahren zur Konzentrationsmessung, klein ist. Der resultierende Fehler im Quellprofil ist dennoch sehr groß und macht klar, daß für die Bestimmung von Quellprofilen mit der LNF sehr genaue Konzentrationsmessungen nötig sind.

Bei der Berechnung der Flüsse ergeben sich deutlich kleinere Fehler. Der Grund hierfür zeigt sich, wenn man den Einfluß einer Störung in c auf die weitere Rechnung betrachtet. Die Fehlerbalken im Quellprofil geben zwar an, wie groß die Unsicherheit bei der Berechnung des Quellprofils ist, sie liefern aber keine Information darüber, welche Folgen eine gestörte Messung auf die resultierenden Flüsse hat. Um dies zu untersuchen, wurde das Konzentrationsprofil mit einem Pseudozufallsgenerator gestört, der annähernd normalverteilte Werte mit einer Standardabweichung $\frac{1}{3}\Delta c$ lieferte¹⁰. Auf diese Weise wurden 20 gestörte Profile erzeugt und daraus Quell- und Flußprofile berechnet. Die resultierenden Quellprofile zeigen starke Oszillationen. Eine positive Abweichung vom idealen Quellprofil in einer Höhe wird von einer entsprechend starken negativen Abweichung in den Höhen darüber und darunter begleitet. Jede Erhöhung der Konzentration in einer Höhe wird von der LNF als eine zusätzliche Quelle in dieser Höhe interpretiert, gleichzeitig werden in den umliegenden Höhen entsprechend Senken errechnet. Da der Fluß in einer Höhe im Prinzip der Mittelwert der darunterliegenden Quellen und Senken ist, variiert er weitaus weniger. Somit hat das Verfahren zwar die Tendenz, auf eine Störung des Konzentrationsprofils mit sehr starken Oszillationen der berechneten Quellen zu reagieren, die Flüsse sind aber weitaus weniger empfindlich.

3.4 Fluß am Boden

In der bisherigen Form von Gleichung 33 ist kein aus dem Boden kommender Fluß enthalten. Dies widerspricht auf der einen Seite der alltäglichen Erfahrung, auf der anderen Seite ergeben sich, durch die Hinzunahme eines

⁹ Da es sich um ein theoretisches Profil handelt, kann hier keine Einheit angegeben werden außer *Eigenschaft/Volumen*.

¹⁰ Damit liegen 68.3 % aller Werte im Intervall $c \pm \frac{1}{3}\Delta c$, bzw. 99.7 % im Intervall $c \pm \Delta c$.

Flusses am Boden, ein paar Schwierigkeiten. Wie bereits in Gleichung 19 gezeigt, erscheint bei der Berechnung des Fernfeldes ein Fluß F_0 am Boden als Summand zum Integral über alle Quellen:

$$F(z) = \int_0^z S(z_s) dz_s + F_0 \quad (70)$$

Bei der Berechnung des Fernfeldes ergibt sich:

$$c_f(z_c) - c_{fR} = \int_{z_c}^{z_R} \frac{\int_0^{\min(z_f, h)} S(z_s) dz_s}{K_f(z_f)} dz_f + \int_{z_c}^{z_R} \frac{F_0}{K_f(z_f)} dz_f \quad (71)$$

Beim Nahfeld liegt eine Integralgleichung vor und F_0 muß als Teil der Quellfunktion unter dem Integral zur Verfügung stehen. Dies geschieht durch Einführen einer Dirac- δ -Funktion, die z.B. die Form $\delta(z) = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} 1/\epsilon$ für $|z| < \epsilon$ und $\delta(z) = 0$ für $|z| \geq \epsilon$ haben kann (siehe z.B. Bronstein et al. 1995 [6] Kap.15.1.3.). Es ist dann:

$$F(z) = \int_0^z S(z_s) + F_0 \cdot \delta(z_s) dz_s \quad (72)$$

Einsetzen in Gleichung 31 ergibt wegen $\int_0^h f(z_s) \delta(z_s) dz_s = f(0)$:

$$c_n(z_c) - c_{nR} = \int_0^h S(z_s) k_{4n}(z_c, z_R, z_s) dz_s + F_0 k_{4n}(z_c, z_R, 0) \quad (73)$$

Dies bedeutet, daß $c(z) - c_R$ am Boden eine Polstelle der Form $-\ln(z_c)$ hat. Darin ähnelt die LNF dem Mischungsweglängenansatz von Prandtl oder der Monin-Obukhov-Theorie, die in Bodennähe zumindest näherungsweise logarithmische Profile liefern. In diesen Modellen wird die Singularität umgangen, indem die Rauigkeitslänge z_0 eingeführt wird, an der das Profil einen bestimmten Wert annimmt. Im Falle des Windes ist dies $u(z_0) = 0$. Im Falle der Temperatur ist $T(z_0)$ der direkt oder mittels Strahlungsmessung bestimmte Wert an der Oberfläche. Für die Feuchte $q(z_0)$ wird bei Pflanzen angenommen, daß direkt an der Oberfläche, bzw. in den Blättern, Sättigungsdampfdruck herrscht (siehe z.B. Mölder 1997 [43]). Weiter wird davon ausgegangen, daß bereits unterhalb von mehreren zig Rauigkeitslängen die theoretischen Profile ihre Gültigkeit verlieren (siehe z.B. Monin und Yaglom 1971 [44]).

Im Falle der LNF stehen der Singularität des Nahfeldes am Boden mehrere Dinge entgegen. Zum einen wird ab einer Höhe in der Größenordnung von Millimetern die molekulare Diffusion wichtig für den Austausch. Da molekulare Diffusion mit $\sigma_Z \sim \sqrt{t}$ wesentlich effizienter als turbulente Dispersion ist, kann sie einen freigesetzten Stoff viel schneller verteilen, so daß es nicht zu dieser Singularität kommt. Da dies in der LNF nicht berücksichtigt wird,

kann sie nur oberhalb der molekularen Grenzschicht richtige Aussagen liefern. Zum anderen hat man es in der Realität meistens mit einer den Boden bedeckenden Schicht aus Pflanzen, oder mit einer mehr oder weniger unebenen porösen Bodenkrume zu tun. Der Fluß am Boden stammt also aus einer Schicht, deren Höhe größer ist, als die Schichtdicken, in denen der molekulare Transport der dominante Prozeß ist. In der Natur hat man es also weniger mit einer singulären Flächenquelle direkt am Boden, als mit einer Schicht zu tun, in der sich die Quellen verteilen. Es stellt sich somit die Frage, ob eine singuläre Flächenquelle am Boden andere Ergebnisse liefert, als die Annahme, daß der Fluß aus dem Boden als räumlich verteilte Quellstärke der direkt an den Boden angrenzenden Schicht zugeordnet werden kann. Bei der Anwendung auf gemessene Daten im zweiten Teil dieser Arbeit wird gesondert untersucht werden, inwieweit eine Hinzunahme von F_0 die Ergebnisse beeinflusst.

4 Die Rauhigkeitsschicht

Thom (1975 [74]) hat erstmals nachgewiesen, daß über einem Kiefernwald die vertikalen Gradienten betragsmäßig kleiner sind, als von der Monin-Obukhov-Theorie bei gleichem turbulentem Fluß vorhergesagt wird. Garratt (1978 [16]) hat über einer lichten baumbestanden Savanne gefunden, daß in einer Schicht, die sich bis etwa zwei Bestandshöhen über den Bestand erstreckt, mit einem betragsmäßig bis zu einem Faktor 0.3 kleineren Temperaturgradienten gerechnet werden muß. Cellier und Brunet (1992 [9]) finden direkt über einem Maisfeld ebenfalls betragsmäßig kleinere Gradienten. Zur Veranschaulichung sind in Abbildung 12 ein Temperaturprofil, wie man es typischerweise beobachtet und dazu das von der Monin-Obukhov-Theorie vorhergesagte Temperaturprofil dargestellt.

Wegen $F = -K \cdot \partial c / \partial z$ muß, bei gleichem turbulentem Fluß F und betragsmäßig kleinerem vertikalen Gradienten $\partial c / \partial z$, der Austauschkoeffizient K größer sein. Der turbulente Austausch direkt über einem Pflanzenbestand, oder genauer in der Nähe der großen Rauhigkeitselemente, scheint also gegenüber dem Austausch über ‘glatten’ Oberflächen, wie beispielsweise Grasland, verstärkt. Raupach et al. (1980 [61]) haben für die Schicht, in der dieser Effekt auftritt den Begriff *Rauhigkeitsschicht* (engl. ‘roughness sublayer’) geprägt.

Es gibt lediglich anschauliche Erklärungsversuche wie es zu der Verringerung der Gradienten kommen könnte. Thom (1975 [74]) vermutet ‘wake diffusion’ und ‘thermal seeding’ als Gründe für den verstärkten Austausch. Im Falle von ‘wake diffusion’ sollen die Wirbel im Lee der großen Rauhigkeitselemente zu einem verstärkten Austausch führen. Mit ‘thermal seeding’

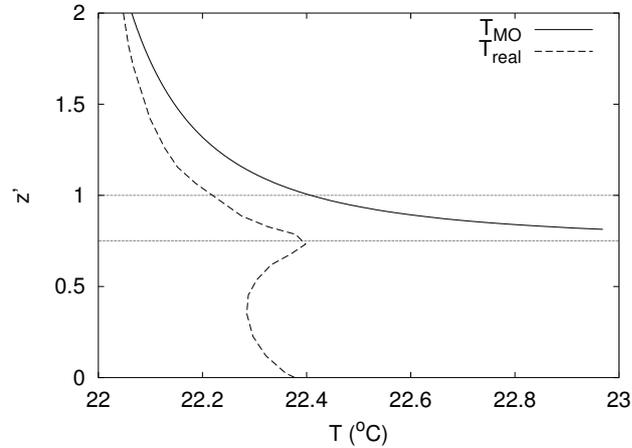


Abbildung 12: Temperaturprofil über einem Pflanzenbestand, wie es von der Monin-Obukhov-Theorie vorhergesagt wird (T_{MO}) und wie es typischerweise beobachtet wird (T_{real}).

ist die Bildung und Ablösung von warmen Luftblasen zwischen den Bäumen gemeint, die wiederum den vertikalen Austausch verstärken. Allerdings bleibt unklar, warum die verstärkte Turbulenz nicht zu einer entsprechenden Erhöhung von u_* und damit letztendlich auch zu einer Vergrößerung des Austauschkoeffizienten der Monin-Obukhov-Theorie K_{MO} , führt. Denmead und Bradley (1985 [12]) vermuten, daß die vertikale Verteilung der Quellen im Pflanzenbestand dazu führt, daß direkt über dem Bestand die Abhängigkeit von einer einzigen Höhenkoordinate, wie sie in der Monin-Obukhov-Theorie verwendet wird, nicht mehr gültig ist.

Raupach et al. (1996 [58]) schlagen vor, den Pflanzenbestand und die Schicht direkt darüber als Mischungsschicht, also als Grenzbereich zweier Schichten mit unterschiedlicher Strömungsgeschwindigkeit, zu betrachten. Dieser Ansatz ist durch die Form des typischerweise beobachteten Windprofils begründet, das im oberen Bereich des Bestandes den größten Gradienten und einen Wendepunkt aufweist. In einer Strömung mit einem Windprofil, das einen Wendepunkt besitzt, bilden sich zunächst Kelvin-Helmholtz-Wellen aus, die instabil werden und so den turbulenten Austausch zwischen den beiden Schichten bewirken. Dieser Austausch in der Mischungsschicht unterscheidet sich prinzipiell von der Grenzschicht über einer festen Oberfläche, wie sie von der Monin-Obukhov-Theorie beschrieben wird. Einige Effekte, die man an der Obergrenze von Pflanzenbeständen beobachtet, sprechen für dieses Konzept. So ist das Verhältnis der Standardabweichung der horizontalen Windgeschwindigkeit zur Schubspannungsgeschwindigkeit an der Bestandsobergrenze um ca. 30 % kleiner, als in einer Grenzschicht zu erwarten ist.

Die Schiefe der Verteilungen der Vertikal- und Horizontalgeschwindigkeiten sind signifikant von null verschieden. Und insbesondere liegt der Kehrwert der Prandtlzahl, das Verhältnis der Austauschkoefizienten für Wärme und Impuls, bei etwa zwei, anstatt bei 1.1, wie es typisch für eine Grenzschicht wäre. Damit läßt sich zumindest erklären, warum der empirisch bestimmte Austauschkoefizient des Fernfeldes K_f in der Nähe des Bestandes größere Werte annimmt, als der aus der Monin-Obukhov-Theorie abgeleitete K_{MO} .

Innerhalb der Rauhigkeitsschicht, bis zu einer Höhe von etwa zwei Bestandshöhen, ist also die Monin-Obukhov-Theorie nicht mehr anwendbar. Erst oberhalb der Rauhigkeitsschicht können Gradienten zur Bestimmung von Flüssen ausgewertet werden. Bei großen Höhen treten allerdings eine Reihe von Problemen auf. Zum einen werden mit zunehmender Höhe die Gradienten sehr klein, so daß geringe Konzentrationsdifferenzen sehr genau aufgelöst werden müssen. Zum anderen ist beispielsweise bei einem Wald von 15 m Höhe, eine untere Meßhöhe von mindestens 30 m nötig. Die kleinen Gradienten erfordern, daß die obere Meßhöhe deutlich darüber liegt. Diese Höhen sind alleine aus technischen Gründen schwer zu erreichen. Schließlich muß man berücksichtigen, daß jede stromaufwärts gelegene Inhomogenität des Untergrundes zu einer internen Grenzschicht führt, die nur flach ansteigt. Eine Faustregel besagt, daß man, je nach thermischer Schichtung, mit einer Steigung von 1/100 bis zu 1/300 rechnen muß (siehe z.B. Oke 1987 [48]). Eine große Meßhöhe erfordert also einen großen Bereich im Luv des Meßplatzes, in dem der Untergrund homogen ist. In vielen Fällen ist das allerdings nicht mehr erfüllbar und die Bestimmung von Flüssen aus Gradienten wird unmöglich. Um dieses Problem zu umgehen hat Garratt 1980 [17] eine dimensionslose Korrekturfunktion γ vorgeschlagen, die das Verhältnis zwischen dem Monin-Obukhovschen Austauschkoefizienten K_{MO} und dem 'wahren' K beschreibt. Allerdings gibt es bislang keinen theoretischen Hintergrund zur Herleitung dieser Funktion, so daß sie für jeden Meßplatz anhand gemessener Gradienten und Flüsse neu bestimmt werden muß.

Im Bestand wird die Situation noch komplizierter. Denmead und Bradley (1985 [12]) haben erstmals gezeigt, daß im Bestand turbulente Flüsse entgegen dem Gradienten (sogenannte 'counter-gradient-fluxes') auftreten können. Gemessene Temperaturprofile in einem Wald zeigen ein Maximum im Kronenraum, während der turbulente Wärmetransport über die gesamte Höhe nach oben gerichtet ist. Aus der Definition des Austauschkoefizienten folgt, daß bei 'counter-gradient-fluxes' der Austauschkoefizient negativ wird. In der Folge wurde diese Beobachtung unter vielen unterschiedlichsten Bedingungen bestätigt (siehe z.B. Raupach et al. 1991 [60]). Raupach (1988 [53]) erklärt dieses Phänomen qualitativ damit, daß die Dimension der Turbulenzelemente von der Größenordnung der Bestandshöhe ist, so daß nicht mehr

der lokale Gradient den Transport bestimmt, sondern der Gradient zwischen dem Bestand und der Luft in einer Schicht deutlich über dem Bestand.

Es ist also von großem Interesse zu verstehen, welche Mechanismen zur Bildung der Rauigkeitsschicht führen um Konzentrationsmessungen von dort zur Bestimmung von Flüssen zu nutzen. Zunächst ist die LNF natürlich eine Methode, mit der man Flüsse in und über Pflanzenbeständen bestimmen kann. Da sie die physikalischen Vorgänge beim turbulenten Transport im und direkt über dem Bestand beschreibt, ist es mit ihr möglich, auch die Hintergründe, die zur Bildung der Rauigkeitsschicht führen, zu untersuchen. Dazu wird hier mittels der LNF der Austauschkoefizient berechnet und mit dem Koeffizienten verglichen, der sich aus der Monin-Obukhov-Theorie ergibt. Außerdem wird die Korrekturfunktion $\gamma(z)$ aus der LNF bestimmt und somit in Beziehung zur Quellverteilung und zur Turbulenz in und über dem Bestand gesetzt. Die Berechnungen an dieser Stelle beschränken sich auf neutrale Schichtung, da für T_L vorerst keine Stabilitätsabhängigkeit bekannt ist. Damit wird es schließlich möglich, einen Einblick zu gewinnen, warum Gradienten und Flüsse über und in Pflanzenbeständen von dem abweichen, was die Monin-Obukhov-Theorie vorhersagt.

4.1 Der Austauschkoefizient

Unter der Annahme, daß die LNF die Bedingungen in einem Pflanzenbestand zutreffend beschreibt, läßt sich der ‘wahre’ Austauschkoefizient K bestimmen. Er ist über die Fluß-Gradient Beziehung definiert:

$$F(z) = -K(z) \cdot \frac{dc}{dz} \quad (74)$$

Der Gradient läßt sich aus Gleichung 33 bestimmen, indem man den Differentialoperator als $\frac{\partial}{\partial z}$ unter das erste Integral zieht, während man das Fernfeldintegral direkt differenzieren kann:

$$\frac{dc}{dz} = \int_0^h S(z_s) \frac{\partial}{\partial z} k_{n2}(z, z_s) dz_s - \frac{\int_0^z S dz_s}{K_f(z_s)} \quad (75)$$

Die Ableitung von $\frac{\partial}{\partial z} k_{n2}(z, z_s)$ ergibt sich aus Gleichung 32, es ist:

$$k_{D2}(z, z_s) := \frac{\partial}{\partial z} k_{n2}(z, z_s) = \frac{1}{K_f(z_s)} \cdot \left[\frac{\partial k_n}{\partial \xi}(\xi_-) + \frac{\partial k_n}{\partial \xi}(\xi_+) \right] \quad (76)$$

mit $\xi_{\pm} = (z \pm z_s)/(\sigma_s T_s)$ und $K_f(z) = \sigma_w^2(z) \cdot T_L(z)$, dem Austauschkoefizienten des Fernfeldes (siehe Gl. 17). Aus der Definition von $k_n(\xi)$ (siehe

Gl. 30) ergibt sich

$$\frac{\partial k_n}{\partial \xi} = \text{sgn}(\xi) e^{-|\xi|} \cdot \left(\frac{A}{1 - e^{-|\xi|}} - B \right) . \quad (77)$$

Berücksichtigt man $F(z) = \int_0^z S dz_s$, so ergibt sich für den Austauschkoefizienten:

$$K(z) = \left[\frac{1}{K_f(z)} - \frac{\int_0^h S(z_s) \cdot k_{D2}(z, z_s) dz_s}{\int_0^z S(z_s) dz_s} \right]^{-1} \quad (78)$$

Im Bestand, also für $z \leq h$, hat der Kern $k_{n2}(z, z_s)$ bei $z = z_s$ eine gerade Polstelle der Form $\ln(|z - z_s|)$ (siehe Gl. 28). Seine Ableitung $k_{D2}(z, z_s)$ hat dann einen ungeraden Pol der Form $\frac{1}{z - z_s}$, und es wird schwer das Integral im Zähler auf der rechten Seite zu bestimmen. Es können sich Nullstellen $K = 0$ ($\int S k_{D2} dz_s \rightarrow \infty$), Polstellen $K \rightarrow \pm\infty$ ($1/K_f = \int S k_{D2} dz_s / \int S dz_s$) und negative Werte $K < 0$ ($1/K_f < \int S k_{D2} dz_s / \int S dz_s$) von K ergeben. Über dem Bestand ergibt sich ein Austauschkoefizient, der nicht identisch mit K_f ist. Erst in größeren Höhen, wenn k_{D2} sehr klein ist, werden der reale Austauschkoefizient K und der Fernfeld-Austauschkoefizient K_f nicht mehr unterscheidbar sein. Zudem hängt der Verlauf von K , zumindest formal, von der Verteilung der Quellen im Bestand ab.

In Gleichung 78 hängt K von einer kontinuierlichen Quellverteilung $S(z)$ im gesamten Bestand ab. Zur Vereinfachung wird die Quellverteilung auf Flächenquellen in bestimmten Höhen z_{sj} reduziert. Es wird also $S(z) = \sum_{j=1}^{N_s} S_j \delta(z - z_{sj})$ gesetzt, mit $\delta(x)$ einer Dirac-Deltafunktion, für die gilt $\int_0^1 f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0)$ wenn $x_0 \in [0, 1]$. Somit wird

$$K(z) = \left[\frac{1}{K_f(z)} - \frac{\sum_j S_j k_{D2}(z, z_{sj})}{\sum_j S_j h(z - z_{sj})} \right]^{-1} \quad (79)$$

mit der Stufen- oder ‘Heavyside’-Funktion $h(x - x_0) = \int_0^x \delta(x' - x_0) dx'$ mit $h(x) = 0$ für $x < x_0$ und $h(x) = 1$ für $x \geq x_0$. Im Extremfall läßt man nur eine einzige Quelle in z_{s0} zu und es ergibt sich für $z > z_{s0}$:

$$K(z) = \left[\frac{1}{K_f(z)} - k_{D2}(z, z_{s0}) \right]^{-1} . \quad (80)$$

Diese Gleichung kann als Minimalmodell für das Verständnis des Austauschkoefizienten in der Nähe der Quellen dienen. Die Funktion k_{D2} ist die Ableitung des Nahfeldkerns und beschreibt somit die Effekte, die sich aus den Besonderheiten der turbulenten Dispersion in der Nähe der Quellen ergeben. Der Austauschkoefizient des Fernfeldes K_f basiert auf den empirischen Profilen σ_w und T_L . Für $z > z_*$ fällt er mit dem Austauschkoefizienten aus

der Monin-Obukhov-Theorie zusammen. Darunter, in der Nähe des Pflanzenbestandes, beschreibt er eine Verstärkung des Austausches gegenüber der Monin-Obukhov-Theorie. Dieser Verstärkung wirkt das Anwachsen von k_{D2} mit zunehmender Nähe zu den Quellen entgegen, wodurch $K < K_f$ wird. Der Verlauf des Austauschkoefizienten K wird also einerseits von einer Verstärkung des Austausches in der Nähe des Pflanzenbestandes bestimmt und andererseits von seiner Abschwächung im Nahfeld der Quelle.

Der Austauschkoefizient K_{MO} aus der Monin-Obukhov-Theorie ist:

$$K_{MO}(z, \zeta) = \frac{\kappa u_* (z - d)}{\phi_h(\zeta)} \quad (81)$$

mit d der sogenannten Verdrängungshöhe, und $\zeta = (z - d)/L_*$ dem Stabilitätsparameter aus der Monin-Obukhov-Theorie. Mit der Einführung von d wird angenommen, daß der Fluß nicht mehr vom Boden, sondern von einer angehobenen Fläche in der Höhe d stammt (siehe z.B. Monin und Obukhov 1958 [45] S.205.ff).

In Abbildung 13 sind die Profile von K_{MO} für neutrale Schichtung, also $\phi_h = 1$, von K_f nach Raupach (1988 [53], siehe Gl. 39), und des Austauschkoefizienten K nach Gleichung 79 dargestellt. Dazu wurden zwei Flächenquellen angenommen: Eine am Boden und eine, entsprechend dem Konzept der Verdrängungshöhe, bei $d/h = 0.75$. Der Anteil des Flusses aus dem Boden zum gesamten Fluß wurde zwischen 0 % und 80 % variiert, um den Einfluß einer derartigen Aufteilung zu zeigen. Der Verlauf von K_f zeigt einen Knick in $z' = z'_*$, entsprechend dem Knick von T'_L in dieser Höhe und einen weiteren Knick in $z' = 1$, entsprechend dem Knick von σ'_w dort. Der 'wahre' Austauschkoefizient K liegt über dem Bestand ($z' > 1$) zwischen K_{MO} und K_f . Die Abweichung von K zu K_f hier ist Folge des prinzipiellen Unterschiedes des turbulenten Transportes zum diffusiven Transport. Wie bereits dargelegt, beschreibt K_f die Verstärkung des turbulenten Transportes durch den Pflanzenbestand. In der Nähe der oberen Quelle, in $z = d$, ist der turbulente Transport weniger effizient als es Diffusion wäre. Dies führt zu einer Verringerung der Austauschkoefizienten gegenüber dem des Fernfeldes K_f . Oberhalb von d führt dieser Effekt des Nahfeldes dazu, daß sich K mit zunehmender Nähe zur Quelle wieder an K_{MO} annähert, um in $z = d$ zusammen mit K_{MO} null zu werden. Unterhalb von d ergibt sich ein Bereich mit negativen Austauschkoefizienten, also 'counter-gradient-fluxes'. Zwischen d und $z = 0.5h$ befindet sich schließlich eine Polstelle, an der der Austauschkoefizient wieder sein Vorzeichen wechselt. Die Nullstelle und die negativen Werte sind Folge der Polstelle von $k_{D2}(z, d)$ bei $z = d$. Mit $|k_{D2}(z, d)| \rightarrow \infty$ geht der gesamte Ausdruck in der eckigen Klammer in Gleichung 79 gegen ∞ , der Kehrwert und damit K gehen gegen Null. Darunter ist $k_{D2}(z, d)$ positiv und sehr groß

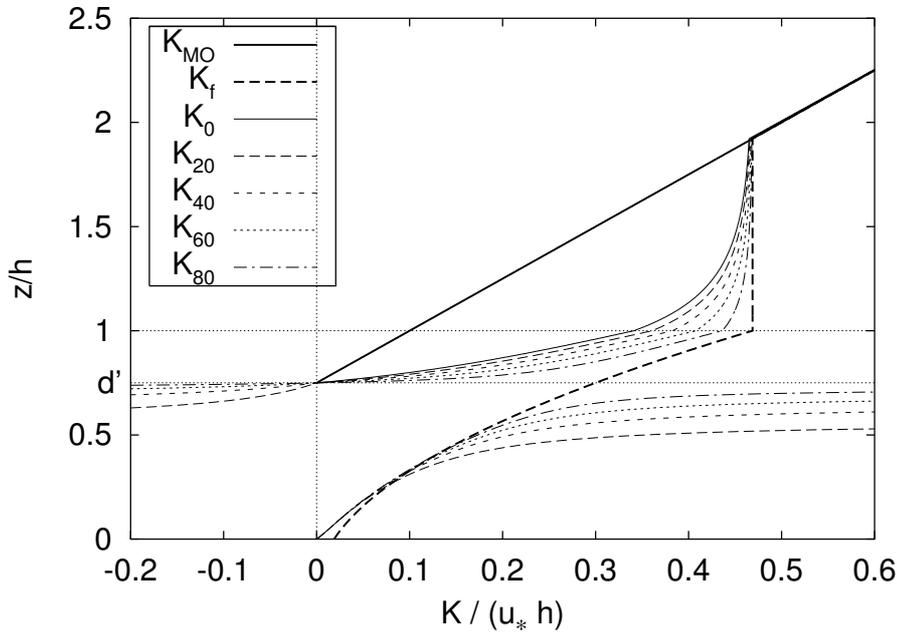


Abbildung 13: Profile der verschiedenen Austauschkoefizienten bei neutraler Schichtung, unter der Annahme einer Flächenquelle in $d' = 0.75$ und einer Quelle am Boden. K_{MO} ist der Austauschkoefizient aus der Monin-Obukhov-Theorie, K_f ist der des Fernfeldes nach Raupach (1988 [53]), $K_0 \dots K_{80}$ sind die Austauschkoefizienten aus der LNF gemäß Gleichung 79, wenn die Quellstärke am Boden 0 % ... 80 % der gesamten Quellstärke ausmacht.

(siehe Gl. 77), so daß sich negative Werte für K ergeben. Je nach Verhältnis, zwischen der Quellstärke in d und der Quellstärke am Boden, ergibt sich eine Höhe unterhalb von d , in der der Ausdruck in der eckigen Klammer in Gleichung 79 null wird. Entsprechend ergibt sich eine Polstelle von K . Je stärker die Quelle am Boden ist, desto höher liegt diese Polstelle und desto näher liegt K am Austauschkoefizienten des Fernfeldes.

Die negativen Austauschkoefizienten entstehen aus k_{D2} und sind somit Folge des schwachen turbulenten Transportes im Nahfeld. Anschaulich läßt sich dies damit erklären, daß in der Nähe der oberen Quelle kleinskaliger turbulenter Transport nach oben und unten vorliegt. Entsprechend bildet sich ein Konzentrationsmaximum um die Quelle. Gleichzeitig sorgt die großskalige Turbulenz, entsprechend den Konzentrationsdifferenzen über größere Distanzen, für Stofftransport nach oben. In der Summe ergibt sich ein turbulenter Fluß nach oben, auch wenn der lokale Gradient eine andere Richtung des Flusses anzeigt. Aus dem Verlauf der Austauschkoefizienten für die verschiedenen Quellstärken am Boden folgt, daß der Austauschkoefizient

sensitiv gegen die Verteilung der Quellen im Bestand ist. Der Austauschkoefizient über dem Bestand ist zwar größer als K_{MO} , aber die Verstärkung des Austausches, wie sie K_f beschreibt, wird durch den verringerten Transport im Nahfeld wieder etwas reduziert.

4.2 Die Korrekturfunktion γ

Um aus den beobachteten geringeren Gradienten in der Rauigkeitsschicht Flüsse mittels Monin-Obukhov-Theorie berechnen zu können, hat Garratt (1980 [17]) eine dimensionslose Korrekturfunktion γ vorgeschlagen. Es wird davon ausgegangen, daß diese Korrekturfunktion alleine von der Vertikalkoordinate und der Höhe z_* , der Obergrenze der Rauigkeitsschicht, abhängt. Es gilt $\gamma(z) = 1$ für $z_* \leq z$ und $\gamma \geq 1$ für¹¹ $d < z < z_*$. Der vertikale turbulente Fluß ist also direkt über dem Bestand nicht nur alleine über den Monin-Obukhovschen Austauschkoefizienten K_{MO} mit dem vertikalen Gradienten verknüpft, er muß zusätzlich mit einer Funktion γ korrigiert werden:

$$F = -\gamma \left(\frac{z}{z_*} \right) \cdot K_{MO} \cdot \frac{\partial c}{\partial z} \quad \text{für } d < z < z_* \quad (82)$$

Anders ausgedrückt bedeutet dies: Es gibt einen Bereich in dem der Austauschkoefizient gegenüber der Monin-Obukhov-Theorie modifiziert werden muß:

$$K = \gamma \left(\frac{z}{z_*} \right) \cdot K_{MO}(\zeta) \quad \text{für } d < z < z_* \quad (83)$$

Damit wird angenommen, daß es möglich ist, die Einflüsse von thermischer Schichtung und Eigenschaften des Bestandes voneinander zu trennen. Aus Beobachtungen weiß man, daß γ für den Impulstransport erst in unmittelbarer Nähe des Bestandes signifikant von 1 abweicht, während beim Wärmetransport in einer Schicht bis zu dreifacher Bestandshöhe mit Werten von $1 < \gamma \leq 3$ gerechnet werden muß (siehe z.B. die Übersicht in Cellier und Brunet 1992 [9]). Es gibt mehrere Ansätze für die Form von γ . Garratt (1980 [17] kurz G80) geht von einer einfachen dimensionsanalytischen Überlegung aus: Die Mächtigkeit $z_* - d$ der Rauigkeitsschicht ist die bestimmende Längenskala für die Änderungen von γ , so daß man $(z_* - d) \sim -\gamma / \frac{\partial \gamma}{\partial z}$ fordern kann. Mit der Randbedingung $\gamma(z_*) = 1$ ergibt sich

$$\gamma(z) = \gamma_0^{1-(z-d)/(z_*-d)} \quad , \quad (84)$$

mit $\gamma_0 > 1$ dem Wert in $z = d$. Für zwei unterschiedliche Meßplätze in der australischen Baum-Savanne findet Garratt $\gamma_0 = 2$. Cellier und Brunet

¹¹ Unterhalb von d ist die Monin-Obukhov-Theorie per Definition nicht gültig (siehe Monin und Yaglom [44]).

(1992 [9] kurz CB92) nehmen einen konstanten Austauschkoeffizienten in der Rauhigkeitsschicht an und erhalten somit die Abhängigkeit

$$\gamma(z) = \left(\frac{z - d}{z_* - d} \right)^{-1}, \quad (85)$$

die durch Messungen über einem Maisfeld bestätigt sind. Alleine diese beiden prinzipiell unterschiedlichen Ansätze zeigen, daß es bis dato keine Klarheit darüber gibt, wie γ aussehen muß.

Mittels der LNF ist es möglich, diese Korrekturfunktion besser zu verstehen, wenngleich durch das nur empirisch bekannte K_f keine vollständige Erklärung geliefert werden kann. In Gleichung 78 wurde der Austauschkoeffizient K , der sich aus der LNF ergibt, hergeleitet. Setzt man dies in die Definition der Korrekturfunktion γ ein (Gl. 83), so erhält man:

$$\gamma = \frac{K_f}{K_{MO}} \cdot \left[1 - K_f(z) \cdot \frac{\int_0^h S \cdot k_{D2} dz_s}{\int_0^z S dz_s} \right]^{-1} \quad (86)$$

bzw. für diskrete Flächenquellen in den Niveaus z_{sj} :

$$\gamma = \frac{K_f}{K_{MO}} \cdot \left[1 - K_f(z) \cdot \frac{\sum_j S_j k_{D2}(z, z_{sj})}{\sum_j S_j h(z - z_{sj})} \right]^{-1} \quad (87)$$

Der erste Faktor auf der rechten Seite beschreibt die Abweichung von der Monin-Obukhov-Theorie aufgrund der verstärkten Turbulenz in der Nähe des Bestandes. Wie schon im vorigen Kapitel erklärt, ist die Basis hierfür das empirische Profil von K_f , also die Beobachtung der veränderten Höhenabhängigkeit insbesondere von T_L über und im Bestand. Der Term in Klammern auf der rechten Seite ist das Verhältnis K_f/K . Er beschreibt die Effekte aufgrund des nicht diffusiven Charakters des turbulenten Transportes, also die Abschwächung im Nahfeld und wirkt somit entgegengesetzt zur Verstärkung durch den ersten Faktor.

In Abbildung 14 sind die Verläufe von γ dargestellt. Da K_{MO} nur oberhalb von d definiert ist kann auch γ darunter nicht angegeben werden. Die Funktionen G80 (Gl. 84) und CB92 (Gl. 85) wurden mit $z'_* = d' + a_1^2 c_0 / \kappa = 1.92$, der Höhe in der $K_f = K_{MO}$ wird, an diese Darstellung angepaßt. Das γ nach G80 liefert im Vergleich viel zu kleine Werte. Diese Diskrepanz ließe sich durch ein $\gamma_0 > 4$ deutlich reduzieren. Allerdings hat Garratt keine Abhängigkeit γ_0 's von der Struktur des Pflanzenbestandes gefunden. Dafür hat er an seinen beiden Meßplätzen relativ große Werte von $z'_* = 7.5$ und 3.2 bestimmt, so daß geschlossen werden muß, daß die Parametrisierungen für

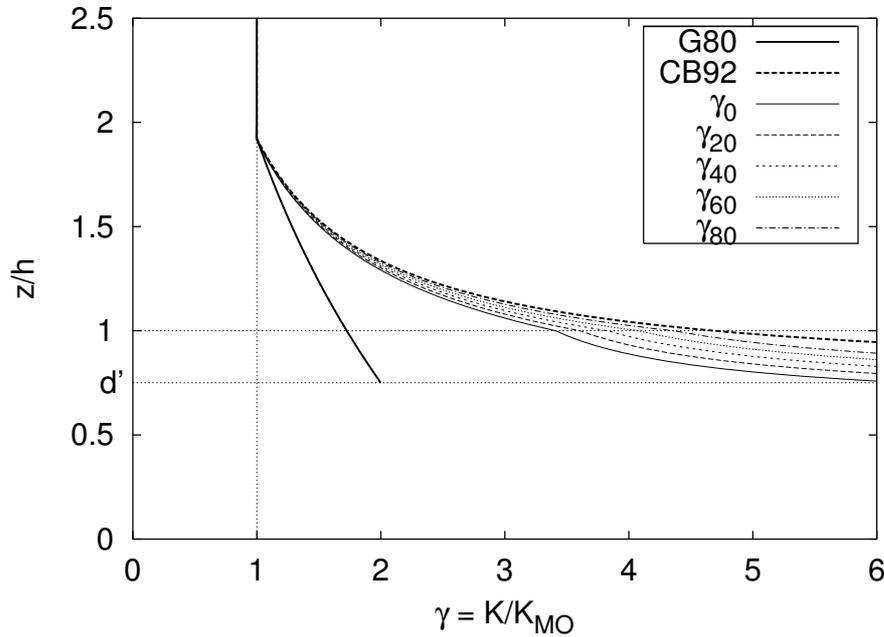


Abbildung 14: Profile von γ bei neutraler Schichtung für Flächenquellen in $d = 0.75h$ und am Boden. Die Funktion ‘G80’ ist in Gl. 84 und ‘CB92’ in Gl. 85 beschrieben. Die $\gamma_0 \dots \gamma_{80}$ ergeben sich aus Gleichung 87, wenn der Fluß am Boden einen Anteil von 0 %... 80 % am gesamten Fluß hat.

σ_w und T_L nach Raupach, mit ihrem $z'_* = 1.92$, der Grund für diese Diskrepanz sind. Im Gegensatz dazu liefert der Ansatz CB92 eher zu große Werte. Dies läßt sich darauf zurückführen, daß in CB92 angenommen wird, daß K konstant sei, während der wahre Austauschkoefizient nach unten abnimmt (siehe Abb. 13).

Durch die Variation der Quellstärke am Boden verändert sich γ . Je geringer der Anteil der Quelle am Boden an der Gesamtquellstärke ist, desto kleiner wird der Wert von γ an der Bestandsobergrenze. Die Werte von γ , die hier mit der LNF berechnet werden, liegen zwar unter den Werten von CB92, sind aber größer, als die meisten dokumentierten Wert im Bereich 1... 3. Dieses Bild ändert sich, wenn man eine weitere Flächenquelle zwischen d und Bestandsobergrenze annimmt (siehe Abb. 15). Da in der Nähe der Quellen die geringe Effizienz des turbulenten Transportes zu starken Gradienten der Konzentrationsprofile führt, hat die oberste Quelle eine Verringerung von γ am Oberrand des Bestandes zur Folge. Diese Verringerung ist umso stärker, je stärker die oberste Quelle ist. Der Verlauf der verschiedenen γ 's in Abbildung 15 zeigt ein Maximum in der Nähe der Bestandsobergrenze, das umso weiter nach oben wandert je stärker die oberste Quelle wird, während der

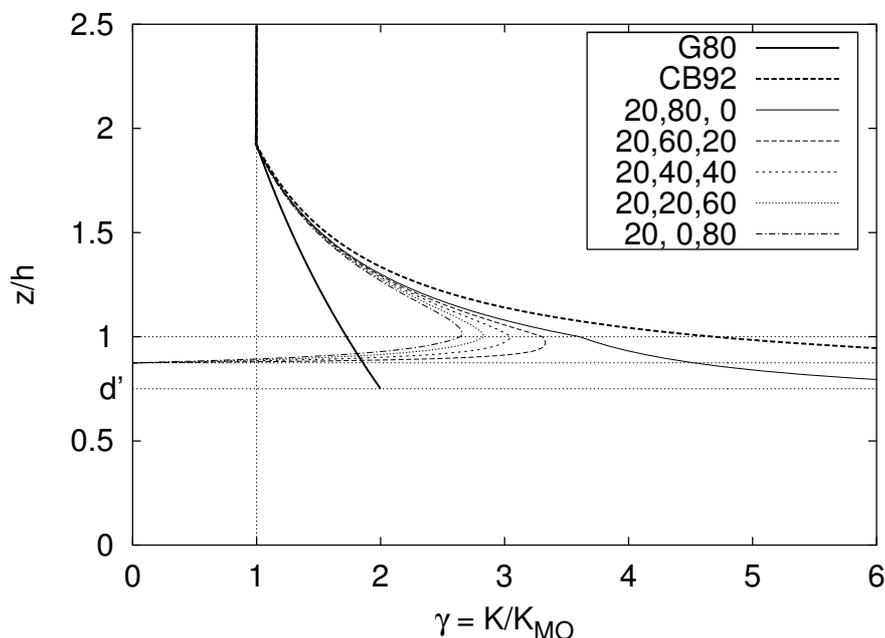


Abbildung 15: Profile von γ bei neutraler Schichtung für drei Flächenquellen am Boden ($z = 0$), in $z = d$ und in $z = 0.875h$. Die drei Ziffern vor den Linien in der Legende sind der Anteil der drei Flächenquellen ($z = 0$, $z = d$, $z = 0.875h$) an der Gesamtquellstärke.

Wert des Maximums immer weiter abnimmt. Damit ist nochmals gezeigt, daß die Verteilung der Quellen im Bestand Einfluß auf den Verlauf von γ hat. Und da sich mit dem Sonnenstand im Tagesverlauf auch die Verteilung der Quellen im Bestand ändert, wird es unmöglich eine universelle zeitunabhängige Funktion von γ anzugeben, die nur von einem Bestandsparameter z_* abhängt. Damit wird das Konzept einer zeitunabhängigen Korrekturfunktion $\gamma(z)$ hinfällig.

Die verringerten Gradienten in der Rauhigkeitsschicht lassen sich also auf zwei Effekte aufteilen. Zum einen ist in der Nähe der Bestandsobergrenze der turbulente Austausch verstärkt. Dies geht in die LNF über die unterhalb von z_* konstante Lagrangesche integrale Zeitskala T_L ein. Für den Grund dieser Verstärkung liegen bislang lediglich eine Reihe qualitativer Erklärungen vor, von denen die der Mischungsschicht nach Raupach et al. (1996 [58]) am plausibelsten erscheint. Zum anderen führt die geringere Effizienz des turbulenten Transportes im Nahfeld wieder zu einer Abschwächung dieses verstärkten Austausches. Da dieser Effekt von der Verteilung der Quellen abhängt, ist es nicht möglich eine universelle Korrektur hierfür anzugeben.



Abbildung 16: Panorama vom Meßplatz aus ca. 20 m Höhe von Süden (links) über Südwesten (Mitte) bis Westen (rechts).

5 Anwendung auf Messungen

Um die Verwendbarkeit der LNF zur Bestimmung von Quellstärken und turbulenten Flüssen zu prüfen, wird sie im Folgenden auf in der Natur gemessene Daten angewandt. In ihrer bisherigen Form mit der Parametrisierung der Turbulenz nach Raupach (1988 [53]), ist die LNF allerdings nur auf neutrale Schichtung anwendbar. Es muß daher eine weitergehende Parametrisierung der Turbulenz gemäß Gleichung 36 hergeleitet werden. Insbesondere müssen dazu die Stabilitätsabhängigkeiten von σ_w und T_L bestimmt werden. Im Falle von σ_w haben Panofsky et al. 1977 [49] bereits eine entsprechende Funktion über Grasland bestimmt, für T_L ist dies noch nie geschehen. Hier werden erstmals die Stabilitätsabhängigkeiten von σ_w und T_L im Pflanzenbestand anhand von Meßdaten bestimmt werden. Zusätzlich wird untersucht, ob sich mit dem Verfahren turbulente Flüsse über dem Bestand, trotz der numerischen Instabilität der Inversion, sinnvoll berechnen lassen. Schließlich wird überprüft, wie empfindlich das Verfahren gegen Verletzung der bei der Herleitung gemachten Annahmen ist. Als Testgröße wird das Profil der potentiellen Temperatur und der damit verknüpfte turbulente Wärmefluß dienen.

5.1 Beschreibung des Meßplatzes

Im Rahmen des BEMA Projektes (‘Biogenic Emission in the Mediterranean Area’) wurde vom 15. bis 28. Mai 1994 eine Meßkampagne in Castel-Porziano, in der Nähe von Ostia (Italien), durchgeführt (Versino 1997 [76]). Die Arbeitsgruppe ‘Atmosphärische Prozesse’ des Meteorologischen Institutes der Universität München, unter der Leitung von Ralph Dlugi, war am BEMA-Projekt beteiligt und hat während dieser Meßkampagne intensive mikrometeorologische Messungen durchgeführt. Der Meßplatz (siehe Abb. 16) lag in einem ca. 30 Jahre alten Mischwald von Eichen und Pinien, mit ei-

nem Flächenanteil der Pinien von ca. 50-60 % und 10-20 % der Eichen (siehe Manes et al. 1997 [37] und Enders et al. 1997 [15]). Das heißt, daß zwischen den Kronen der Bäume noch Lücken verblieben, die ca. 30 % der Fläche ausmachten. Die mittlere Baumhöhe war $h = 12$ m, mit der Kronenuntergrenze der Pinien bei etwa 6-7 m. Am Boden gab es auf ca. 40 % der Fläche einen bis zu 2 m hohen Bestand an Himbeersträuchern. Auf dem Rest der Fläche befand sich bis zu 30 cm hohes trockenes Gras.

Es wurden fünf Masten mit Höhen zwischen 21 m und 4 m errichtet. Am höchsten, dem 21 m hohen Mast, wurde jede Minute in 12 Höhen Temperatur, Feuchte und Windgeschwindigkeit gemessen. Die unterste Meßhöhe lag in ~ 1 m, von da an wurde bis ~ 7 m alle 2 m, darüber jeden Meter bis ~ 11 m eine Meßhöhe gesetzt. Über dem Bestand wurde eine logarithmische Teilung bezüglich der Verdrängungshöhe $d = 9$ m und eine bezüglich der Bestandsobergrenze gewählt. Die genauen Höhen über Grund waren 1.0 m, 3.1 m, 4.9 m, 6.9 m, 7.8 m, 9.0 m, 9.8 m, 10.8 m, 12.9 m, 14.5 m, 16.5 m und 20.1 m. Hinter dieser Aufteilung der Meßhöhen stand die Idee den Bestand möglichst gut aufzulösen. Da im Kronenraum um d größere Gradienten auftreten, wurde dort dichter gemessen. Die logarithmische Teilung über dem Bestand sorgt dafür, daß zwischen den Höhen in etwa die gleichen Differenzen auftreten. In 14 m wurden an diesem Mast zusätzlich die Komponenten der Strahlungsbilanz gemessen.

An den vier weiteren Masten wurden über dem Bestand (18.9 m und 15.85 m), im Kronenraum (8.25 m) und im Stammraum (4.07 m) mittels Ultraschallanemometern, bei einer Meßfrequenz von 10 Hz, die Vektorkomponenten des Windes, die Temperatur und über optische Absorption die Feuchte bestimmt. Da es äußerst schwierig ist, die Masten exakt senkrecht aufzustellen und da die Masten, angeregt durch den Wind, hin und her pendeln, wurde mit Inklinometern die genaue vertikale Ausrichtung der Meßgeräte bestimmt. Für eine genauere Beschreibung des Meßplatzes, des Meßaufbaus und der Geräte siehe Schween et al. (1997 [65]).

Aus den Minutenwerten von Windgeschwindigkeit, Temperatur und Feuchte, sowie den Strahlungswerten, werden, für jede Höhe getrennt, jeweils 30-Minuten-Mittelwerte errechnet. Ebenso werden, ebenfalls für jede Höhe getrennt, aus den 10 Hz Daten die turbulenten Flußdichten als 30-Minuten-Mittelwerte bestimmt. Die mit 10 Hz gemessenen Daten zur genauen Orientierung des Meßgerätes werden genutzt, um ein am Geopotential ausgerichtetes Koordinatensystem zu bestimmen. Die Komponenten des Windvektors werden dann in dieses Koordinatensystem transformiert, mit der x-Achse parallel zur Horizontalkomponente des 30-Minuten-Mittelwertes des Windvektors. Aus dem so bestimmten mittleren Windvektor $\bar{\vec{v}} = (\bar{u}, 0, \bar{w})^t$ und den Abweichungen $\vec{v}' = (u', v', w')^t = \vec{v} - \bar{\vec{v}}$, werden die Kovarianzen $\overline{u'w'}$ und $\overline{v'w'}$

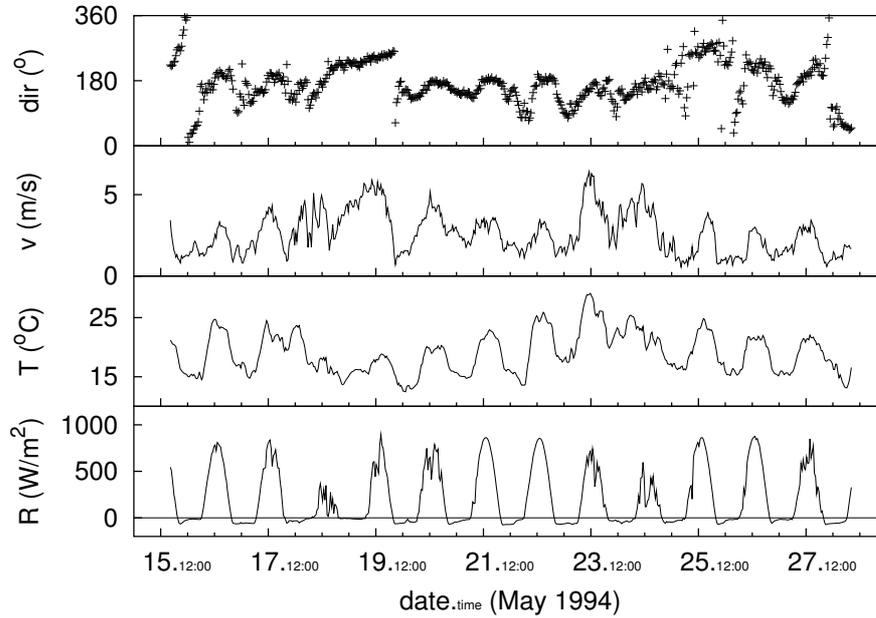


Abbildung 17: Verlauf (von oben nach unten) der Windrichtung in 21 m, der Windgeschwindigkeit in 14.5 m, der Lufttemperatur in 14.5 m und der Strahlungsbilanz während der BEMA Meßkampagne vom 15. bis 28. Mai 1994.

als 30-Minuten-Mittelwerte bestimmt¹². Daraus wird schließlich die Schubspannungsgeschwindigkeit $\tilde{u}_* = (\overline{u'w'^2} + \overline{v'w'^2})^{1/4}$ berechnet¹³. Die vertikale turbulente Flußdichte des horizontalen Impulses (oder kurz ‘der turbulente Impulsfluß’) ist dann $\tau = -\rho\tilde{u}_*^2$. Bei der Verwendung von Ultraschallanemometern wird die Temperatur über die Laufzeit eines Schallsignals bestimmt. Da die Schallgeschwindigkeit aber auch von der Feuchte der Luft abhängt, muß dieser Wert entsprechend korrigiert werden (siehe Kaimal und Gaynor 1991 [28]). Aus der Kovarianz $\overline{\theta'w'}$ kann schließlich die charakteristische Temperatur $\tilde{\theta}_* = \overline{\theta'w'}/\tilde{u}_*$ und der turbulente Wärmefluß $H = -\rho c_P \tilde{\theta}_* \tilde{u}_*$ berechnet werden.

In Abbildung 17 ist der Verlauf der 30 Minuten Mittelwerte der wesentlichen meteorologischen Parameter während dieser Meßkampagne dargestellt. Man sieht in der Windrichtung sowohl den Einfluß der Land-Seewind Zir-

¹² Die Theorie geht zwar davon aus, daß $\bar{w} = 0$ ist und die Richtung des mittleren horizontalen Windvektors $(\bar{u}, 0, 0)^t$ und der Schubspannung $(\overline{u'w'}, \overline{v'w'}, 0)^t$ zusammenfallen, also $\overline{v'w'} = 0$ gilt, in der Realität trifft dies aber eher selten zu (siehe z.B. McMillen 1988 [39]).

¹³ Um die in jeder Höhe bestimmten Turbulenzgrößen \tilde{u}_* und $\tilde{\theta}_*$ von den entsprechenden Größen über dem Bestand zu unterscheiden, werden sie hier mit einer Tilde versehen.

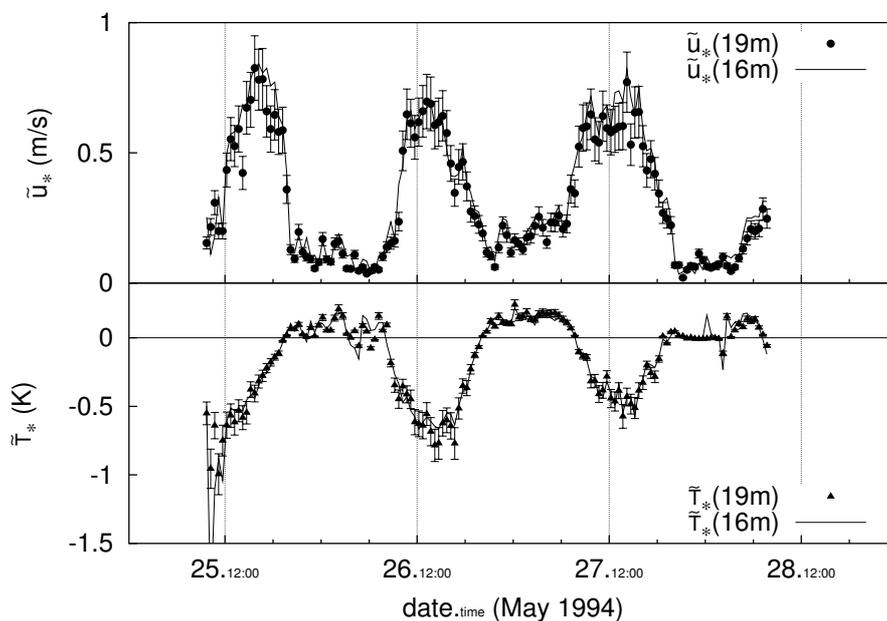


Abbildung 18: Vergleich der in 19 m (Symbole mit Fehlerbalken) und 16 m (durchgezogene Linien) gemessenen Turbulenzgrößen \tilde{u}_* (oben) und $\tilde{\theta}_*$ (unten). Die Fehlerbalken ergeben sich aus der 10 % Unsicherheit bei der Bestimmung dieser Größen.

kulation (die Küste lag ca. 7 km südwestlich) am 16.-17., 20.-23. und andeutungsweise am 26.-27. Mai, als auch den Durchzug von zwei größeren synoptischen Störungen am 18.-19. Mai, mit insgesamt 25 mm Niederschlag (nicht dargestellt) und am 23.-24. Mai ohne Niederschlag. Beide Störungen sind am fehlenden Tagesgang der Windrichtung, an erhöhten Windgeschwindigkeiten, an einer durch Bewölkung verminderten und schwankenden Strahlungsbilanz, sowie an Temperaturunterschieden im Vergleich zu den Tagen davor und danach erkennbar.

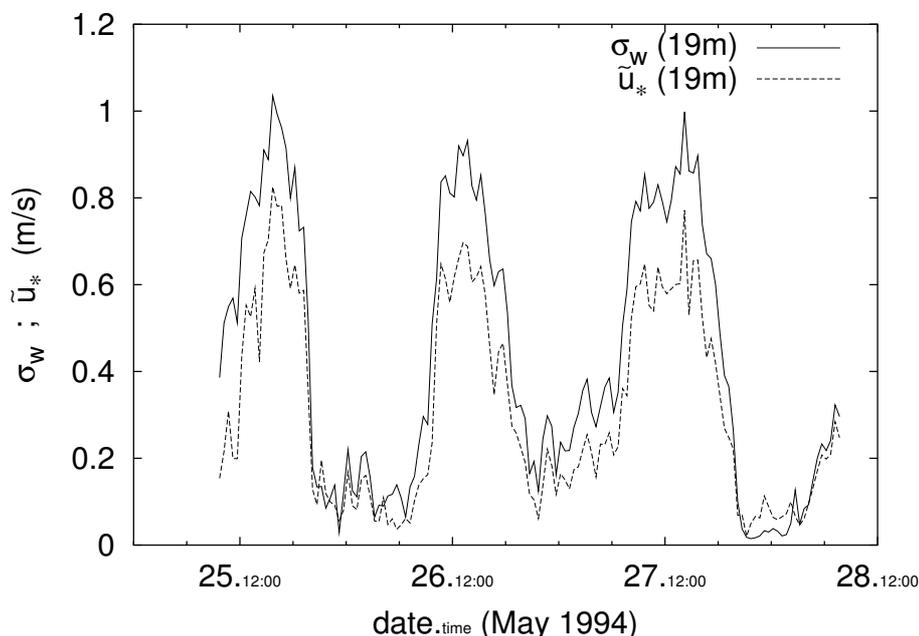
Aus diesem Datensatz wurden die letzten drei Tage ausgewählt. Sie zeichnen sich durch moderate Windgeschwindigkeiten und eine nur wenig durch Wolken gestörte solare Einstrahlung aus. Die relativ geringen Windgeschwindigkeiten und die starke Einstrahlung führen dazu, daß tagsüber ein relativ weiter Bereich an verschiedenen Schichtungszuständen überdeckt wird. Da die Einstrahlung nur wenig durch Wolken gestört ist, kommt es nicht zu Instationaritäten durch schwankende Energiezufuhr.

Eine der wesentlichen Voraussetzungen der LNF ist die horizontale Homogenität des Quell- als auch des Turbulenzfeldes. Einerseits wurde der Meßplatz so ausgewählt, daß in der Hauptwindrichtung möglichst keine offen-

sichtliche Variation der Bestandsparameter Baumhöhe, Kronenbedeckungsgrad oder Zusammensetzung auftraten. Andererseits ist es möglich, anhand der gewonnenen Meßdaten diese Grundbedingung nochmals zu überprüfen. Sollte das Quellfeld in der Umgebung des Meßplatzes Inhomogenitäten aufweisen, so müßte dies über dem Bestand zur Ausbildung von internen Grenzschichten und damit einer systematischen Variation der turbulenten Flüsse (und den damit verknüpften charakteristischen Größen \tilde{u}_* und $\tilde{\theta}_*$) mit der Höhe führen. In Abbildung 18 sind \tilde{u}_* und $\tilde{\theta}_*$ aus den Messungen in 16 m und 19 m übereinander dargestellt. Die Abweichung der beiden Messungen voneinander liegt in den meisten Fällen innerhalb der durch die Fehlerbalken angedeuteten 10 % Unsicherheit. Da auch keine systematische Variation dieser Turbulenzgrößen mit Windrichtung oder Windgeschwindigkeit festzustellen war, ist davon auszugehen, daß in der Umgebung des Meßplatzes keine Inhomogenitäten in der Verteilung der Eigenschaften des Untergrundes oder der Wärmequellen vorlag.

Ein anderer Aspekt sind die Inhomogenitäten in der direkten Umgebung der Meßgeräte. Insbesondere im Bestand sind die Pflanzen in direkter Nähe zu den Meßgeräten eine Einflußgröße, die man nicht außer acht lassen darf. Ein Mast, der über das Kronendach hinaus reicht, kommt auf Höhe der Kronen zwangsläufig in die unmittelbare Nähe von Ästen und Blättern bzw. Nadeln. In der unmittelbaren Nähe eines Astes, der von der Sonne beschienen ist, wird auch die Temperatur der Luft eine höhere sein als in größerer Entfernung. Intuitiv mag man vermuten, daß sich dieser Effekt über die Zeit herausmittelt, da der turbulente Transport für einen kontinuierlichen Luftaustausch mit der Umgebung sorgt und kältere Luft aus der Umgebung heranzführt. Das würde bedeuten, daß es keine Rolle spielt, an welchem Ort eine Messung für eine bestimmte Höhe durchgeführt wird, oder anders formuliert: Das zeitlich gemittelte Temperaturfeld ist im Bestand horizontal homogen. Dies kann an dieser Stelle nur postuliert werden, da aus technischen Gründen¹⁴ keine Messungen zur Bestimmung der horizontalen Variabilität der Temperatur oder anderer Größen gemacht worden sind. Man sollte sich vergegenwärtigen, daß insbesondere die Messungen im Kronenraum nicht zwangsläufig repräsentativ sind.

¹⁴ Die begrenzenden Faktoren sind die Anzahl der vorhandenen Meßgeräte und Kanäle des Datenloggers sowie die Länge der Kabel.

Abbildung 19: Zeitlicher Verlauf von σ_w und \tilde{u}_* in 19 m.

5.2 Bestimmung von $\sigma_w(z, \zeta)$

5.2.1 Skalierung mit u_*

Wie bereits in Kapitel 3.1 dargelegt, sollte sich die Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w mit der Schubspannungsgeschwindigkeit u_* über dem Bestand skalieren lassen. In Abbildung 19 ist exemplarisch der zeitliche Verlauf von σ_w und \tilde{u}_* in 19 m dargestellt. Beide Größen laufen weitgehend parallel. Tagsüber bewirkt die Erwärmung durch die solare Einstrahlung große Instabilität und in der Folge starke Vertikalbewegungen, also große Werte von σ_w . Gleichzeitig wird dadurch auch der turbulente Impulstransport verstärkt und damit \tilde{u}_* größer. Nachts, wenn durch die stabile Schichtung Vertikalbewegungen unterdrückt werden, wird σ_w kleiner. Mit den verminderten Vertikalbewegungen werden die einzelnen Schichten zunehmend voneinander abgekoppelt, der Impulstransport und damit auch \tilde{u}_* werden kleiner. Mit dieser anschaulichen Erklärung wird die enge Verbindung von Vertikalbewegung und turbulentem Impulstransport deutlich. Allerdings legt dies auch nahe, daß, insbesondere im Bestand, nicht der Impulstransport über dem Bestand, sondern der in der jeweiligen Höhe transportierte Impuls die optimale Größe zur Skalierung von σ_w sein sollte.

Abbildung 20 zeigt den zeitlichen Verlauf der lokal skalierten Standardab-

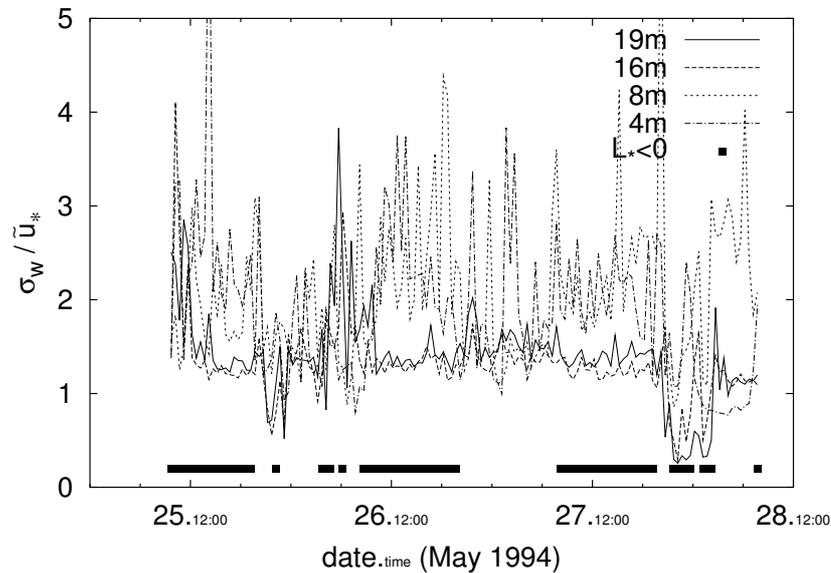


Abbildung 20: Zeitlicher Verlauf der mit der lokalen Schubspannungsgeschwindigkeit $\tilde{u}_*(z)$ skalierten Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit $\sigma_w(z)$ in allen vier Meßhöhen. Die schwarzen Balken am Unterrand markieren instabile Schichtung über dem Bestand.

weichungen der Vertikalgeschwindigkeit σ_w / \tilde{u}_* in den vier Meßhöhen. Über dem Bestand ergeben sich für beide Meßhöhen tagsüber, zu Zeiten labiler Schichtung, Werte um 1.2, während nachts, bei stabiler Schichtung und geringen Windgeschwindigkeiten, beide Höhen etwas größere Schwankungen und vor allem auch stärkere Abweichungen voneinander zeigen. Im Bestand ergeben sich im Vergleich große Schwankungen und auch Abweichungen der beiden Werte in 8 m und 4 m voneinander. Diese großen Schwankungen sind natürlich auch darauf zurückzuführen, daß im Bestand die Windgeschwindigkeiten generell geringer sind und damit eine Bestimmung von \tilde{u}_* größere Fehler mit sich bringt. Der Impulstransport im Bestand sollte natürlich stark durch den Wert über dem Bestand bestimmt sein. Der Wert in einer bestimmten Höhe ist zusätzlich durch die Eigenschaften des Pflanzenbestandes, beispielsweise die Verteilung der Blattflächendichte, bestimmt. Eine Skalierung mit der lokalen Schubspannung \tilde{u}_* würde also bedeuten, daß eine Trennung in äußeren Antrieb durch die Schubspannung über dem Bestand und Einfluß der Bestandseigenschaften nicht mehr eindeutig möglich wäre. Aus diesem Grunde ist eine Skalierung mit u_* , der Schubspannung über dem Bestand, in jedem Falle vorzuziehen.

Für eine Skalierung mit der Schubspannung über dem Bestand werden die

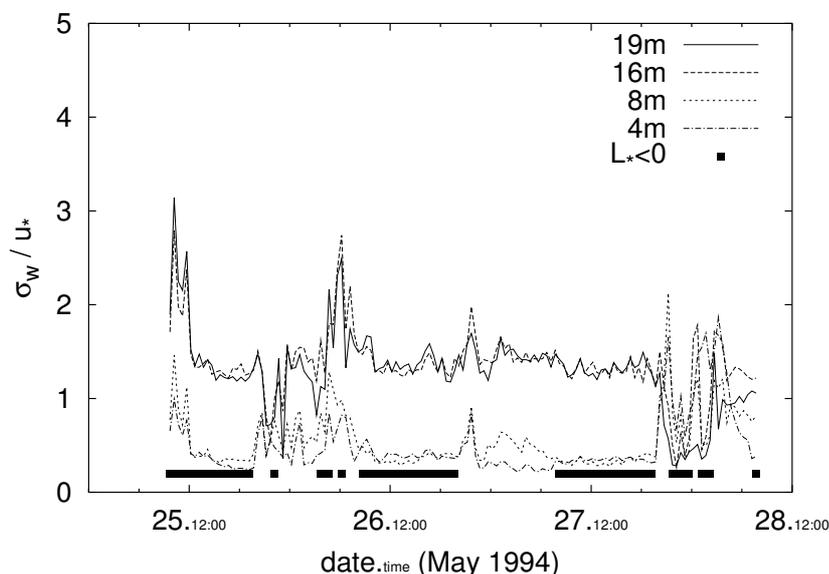


Abbildung 21: Zeitlicher Verlauf der mit der Schubspannungsgeschwindigkeit über dem Bestand u_* skalierten Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w in allen vier Meßhöhen. Die schwarzen Balken am Unterrand markieren Zeiten mit labiler Schichtung.

Mittelwerte der beiden Messungen von \tilde{u}_* in 19 m und 16 m bestimmt und als u_* definiert. Abbildung 21 zeigt den zeitlichen Verlauf von σ_w / u_* . Jetzt zeigen auch die beiden Meßhöhen im Bestand einheitliche Werte um 0.3, die nur noch zu Zeiten mit stabiler Schichtung und geringen Windgeschwindigkeiten auseinanderlaufen. Die Skalierungsgröße für σ_w über als auch im Bestand ist also die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* über dem Bestand.

5.2.2 Stabilitätsabhängigkeit von σ_w

Für die Stabilitätsabhängigkeit von σ_w , beschrieben durch die universelle Funktion $\phi_w(\zeta)$ (siehe Gl. 36), gilt dieselbe Argumentation wie für die Schubspannungsgeschwindigkeit: Eine Abhängigkeit von ζ sollte mit Größen über dem Bestand parametrisiert werden, da nur so eine saubere Separation der Einflüsse von Atmosphäre und Bestandsstruktur erreicht werden kann.

Monin und Yaglom (1971 [44] Kap.7.5.) zeigen, wie die funktionale Abhängigkeit $\phi_w(\zeta)$ hergeleitet werden kann. Unter konvektiven Bedingungen, wenn also $\zeta \ll -1$, ist die thermische Konvektion der wesentliche Antrieb für die Turbulenz. In diesem Fall spielt der mechanische Antrieb, also u_* , keine Rolle mehr. Nimmt man an, daß in diesem Falle $\sigma_w / u_* = \phi_w(\zeta) = \zeta^{\nu_w}$ gilt und fordert, daß diese Gleichung unabhängig von u_* ist, so findet man

$\nu_w = \frac{1}{3}$. Für neutrale Schichtung ($\zeta = 0$), wenn also der thermische Antrieb verschwindet, darf σ_w/u_* nicht verschwinden. ϕ_w muß also einen Wert $\sigma'_{w0} \neq 0$ annehmen. Für extrem stabile Schichtung sagen Monin und Yaglom einen von ζ unabhängigen Wert voraus. Es sollte also $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \phi_w(\zeta) = \text{const.}$ gelten. Entsprechend diesen Vorgaben geben Kaimal und Finnigan (1994 [27]) eine Funktion der Form

$$\phi_w(\zeta) = \begin{cases} \sigma'_{w0} \cdot (1 + \zeta/\zeta_1)^{1/3} & : \zeta \leq 0 \\ \sigma'_{w0} \cdot (1 + a_w \zeta) & : 0 \leq \zeta \end{cases} \quad (88)$$

an. Dabei ist σ'_{w0} der Grenzwert für neutrale Schichtung ($\zeta = 0$) und entspricht dem höhenabhängigen $\sigma'_w(z')$ in Gleichung 36. Der Parameter ζ_1 definiert den Übergangsbereich von neutraler Schichtung zu konvektiven Bedingungen. Der lineare Anstieg im Stablen widerspricht zwar dem, nach Monin und Yaglom zu erwartenden, endlichen Grenzwert, aber es ist zu berücksichtigen, daß bei stabiler Schichtung tendenziell geringe Windgeschwindigkeiten auftreten und der verringerte Austausch zu großen Problemen mit horizontalen Inhomogenitäten führt. In solchen Fällen wird es generell schwierig, turbulente Austauschgrößen zu bestimmen. Der lineare Ansatz im Stablen ist also als grobe Näherung zu verstehen. Die Form des Astes im labilen Bereich wurde von Panofsky et al. (1977 [49]) vorgeschlagen. Aufgrund der Auswertung von mehreren Feldexperimenten haben sie die Werte $\sigma'_{w0} = 1.3$ und $1/\zeta_1 = -3.0$, also $\zeta_1 = -0.33$, bestimmt. Kaimal und Finnigan (1994 [27]) geben $\sigma'_{w0} = 1.25$, $1/\zeta_1 = -3.0$, also $\zeta_1 = -0.33$, und $a_w = 0.2$ an.

Abbildung 22 zeigt den Verlauf von $\phi_w(\zeta)$ in doppelt logarithmischer Darstellung. Das zusätzlich dargestellte $\sigma'_{w0} \cdot (\zeta/\zeta_1)^{1/3}$ ist die Asymptote für konvektive Bedingungen. Wie man sieht, gibt ζ_1 den Schnittpunkt zwischen σ'_{w0} und dieser Asymptote an. Im nächsten Abschnitt wird die Stabilitätsabhängigkeit von σ_w anhand gemessener Werte im Bestand bestimmt. Dabei ist zu beachten daß σ'_{w0} , als Grenzwert für $\zeta \rightarrow 0$, vor allem durch die Werte ab ca. $\zeta/\zeta_1 < 0.1$, während ζ_1 , oder genauer $\sigma'_{w0}\zeta_1^{-1/3}$ durch die Werte ab ca. $\zeta/\zeta_1 > 5$ bestimmt wird.

5.2.3 Stabilitätsabhängigkeit von σ_w im Bestand

Bei der Berechnung von ζ über Pflanzenbeständen taucht ein prinzipielles Problem auf. Da in einem Pflanzenbestand die Quellen nicht mehr in $z = 0$ liegen, sondern über die Bestandshöhe h verteilt sind, kann über dem Bestand $\zeta = z/L_*$ nicht mehr die bestimmende Höhenkoordinate sein. Stattdessen muß man davon ausgehen, daß die Quellen angehoben sind und in einer Höhe d , der sogenannten Verdrängungshöhe, liegen (siehe z.B. Monin

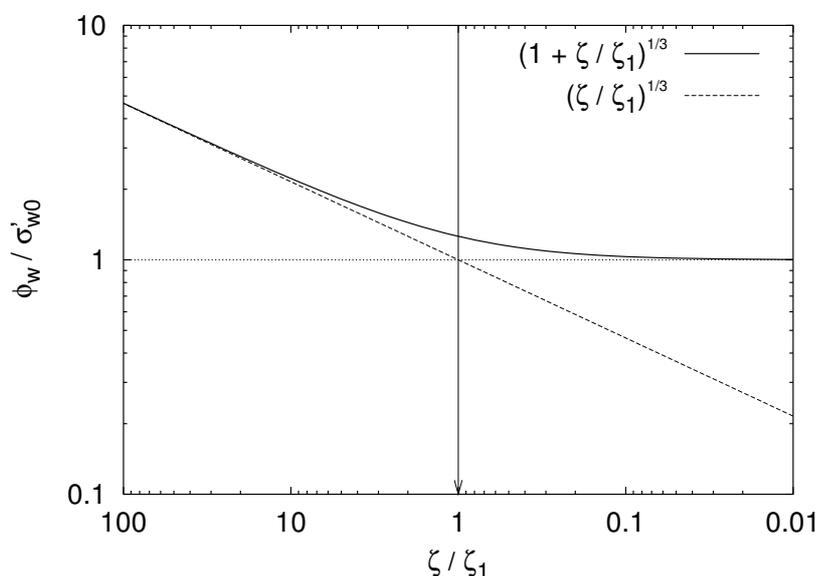


Abbildung 22: Verlauf von ϕ_w / σ'_{w0} nach Gleichung 88 für $\zeta < 0$ als Funktion von $\zeta' = \zeta / \zeta_1$ in doppelt logarithmischer Darstellung.

und Obukhov 1958 [45]). Thom 1971 [73] gibt ein Verfahren an, wie man d aus dem Schwerpunkt der Impulsabsorption bestimmen kann. Anschaulich läßt sich d als der Schwerpunkt der Quellen im Bestand interpretieren. Diese Größe hängt natürlich stark von der Verteilung der Blattflächendichte ab und liegt für Wälder in der Größenordnung $d/h = 0.65 \dots 0.85$ (siehe z.B. Raupach et al. 1991 [60]). Über dem Bestand ist damit $\zeta = (z - d) / L_*$ die bestimmende dimensionslose Höhenkoordinate. Für das Temperaturprofil gilt $\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\theta_*}{\kappa \cdot (z-d)} \phi_h \left(\frac{z-d}{L_*} \right)$. Im Bestand müssen, aufgrund der Quellen dort, die Flüsse mit der Höhe variieren, so daß die Grundannahme der Monin-Obukhov-Theorie verletzt ist und man damit keine Aussage mehr über die Beziehung von Flüssen und Gradienten machen kann. Außerdem würde unterhalb von d das Vorzeichen von ζ wechseln, was gleichbedeutend mit einem Umschlag zwischen labiler und stabiler Schichtung wäre. Es erscheint fragwürdig, ob der Abstand $z - d$ zu einer nicht materiellen Ebene im Bestand die bestimmende Koordinate ist. Hinzu kommt, daß in der Nähe des Bestandes, wenn z in die Größenordnung von h kommt, die räumliche Ausdehnung der Quellen bzw. Senken wichtig wird. Der turbulente Transport in den Bestand und aus dem Bestand wird in erster Linie durch Wirbel getragen, deren Dimension in der Größenordnung der Bestandshöhe selber liegen (siehe z.B. Raupach 1989a [55]). Aus diesem Grund tritt auch ab etwa der doppelten Bestandshöhe über Grund bereits eine Abweichung von der Monin-Obukhov-

Theorie ein, die zur Bildung der Rauigkeitsschicht führt. Direkt über und vor allem im Bestand muß also ein anderer Parameter als $\zeta = (z - d)/L_*$ zur Beschreibung der Stabilitätsabhängigkeit gewählt werden. Anhand von Messungen in einem Pappel-Ahorn Mischwald haben Shaw et al. (1988 [67]) und später Leclerc et al. (1990 [31]) gezeigt, daß $\zeta_h = h/L_*$ einen brauchbaren Ansatz darstellt. Auch Leuning (2000 [33]) benutzt bei seiner Anwendung der LNF auf nicht neutrale Fälle eine Parametrisierung mit ζ_h in Kombination mit der von Kaimal und Finnigan (1994 [27]) angegebenen universellen Funktion $\phi_w(\zeta)$. Allerdings führen sie keine Überprüfung anhand gemessener Daten durch.

Für die Verwendung von ζ_h spricht, daß h die dominante Längenskala der Wirbel innerhalb und oberhalb des Bestandes ist. Ein stetiger Übergang zur klassischen Skalierung mit $\zeta = (z - d)/L_*$ kann nur erfolgen, wenn in $z - d = h$ von der einen zur anderen Höhenkoordinate gewechselt wird. Mit den üblichen Werten von $d/h = 0.6 \dots 0.85$ würde dies bei ca. $z/h = 1.6 \dots 1.85$ geschehen. Das liegt über den im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Meßhöhen der Turbulenz, die bis $z/h = 1.58$ reichen, so daß hier ζ_h für alle Höhen als Stabilitätsparameter verwendet werden kann.

Abbildung 23 zeigt die Meßwerte und eine Anpassung der Funktionen nach Gleichung 88 mit ζ_h als Stabilitätsparameter. Um Situationen mit schwachem Wind, in denen eine sichere Bestimmung von σ_w und u_* schwierig wird, auszuschließen, werden nur Werte mit $u_* \geq 0.1$ m/s verwendet. Wie man in Abbildung 23 sieht, liefert diese Einschränkung, zumindest für labile Schichtung, eine gute Auswahl der Daten. Eine Ausnahme bilden die Werte aus 8 m, die eindeutig erhöhte Variabilität zeigen. Dazu ist zu bemerken, daß dieses Ultraschallanemometer aus technischen Gründen¹⁵ sehr nahe (ca. 70 cm) an der Krone einer Pinie plazierte war. Damit wurden in dieser Höhe im Mittel deutlich geringere Windgeschwindigkeiten gemessen, mit der Folge daß die Streuung der Daten etwas erhöht wird. In den anderen Höhen liegen die Daten sehr gut beieinander, was neben dem Ergebnis aus Abbildung 21 als weiterer Hinweis dafür zu deuten ist, daß die Skalierung mit den Werten von u_* und ζ_h über dem Bestand sinnvoll ist.

Im stabilen Bereich streuen die Werte, insbesondere im Bestand, wesentlich stärker. Dies liegt daran, daß mit zunehmender Stabilität die Luft im Bestand von der Atmosphäre über dem Bestand abgekoppelt wird. In der Folge sind die Windgeschwindigkeiten im Bestand deutlich kleiner, was die Bestimmung der Turbulenz erschwert. Eventuell verliert auch die Parametri-

¹⁵ Das Ausrichten des Mastes und die sichere Fixierung durch die Abspannseile erfordert entsprechend Platz und ist nicht an jeder beliebigen Position im Bestand möglich. Zusätzlich schränkt die Länge der Kabel zwischen Meßkopf und externen Steuergeräten die möglichen Aufstellungsorte weiter ein.

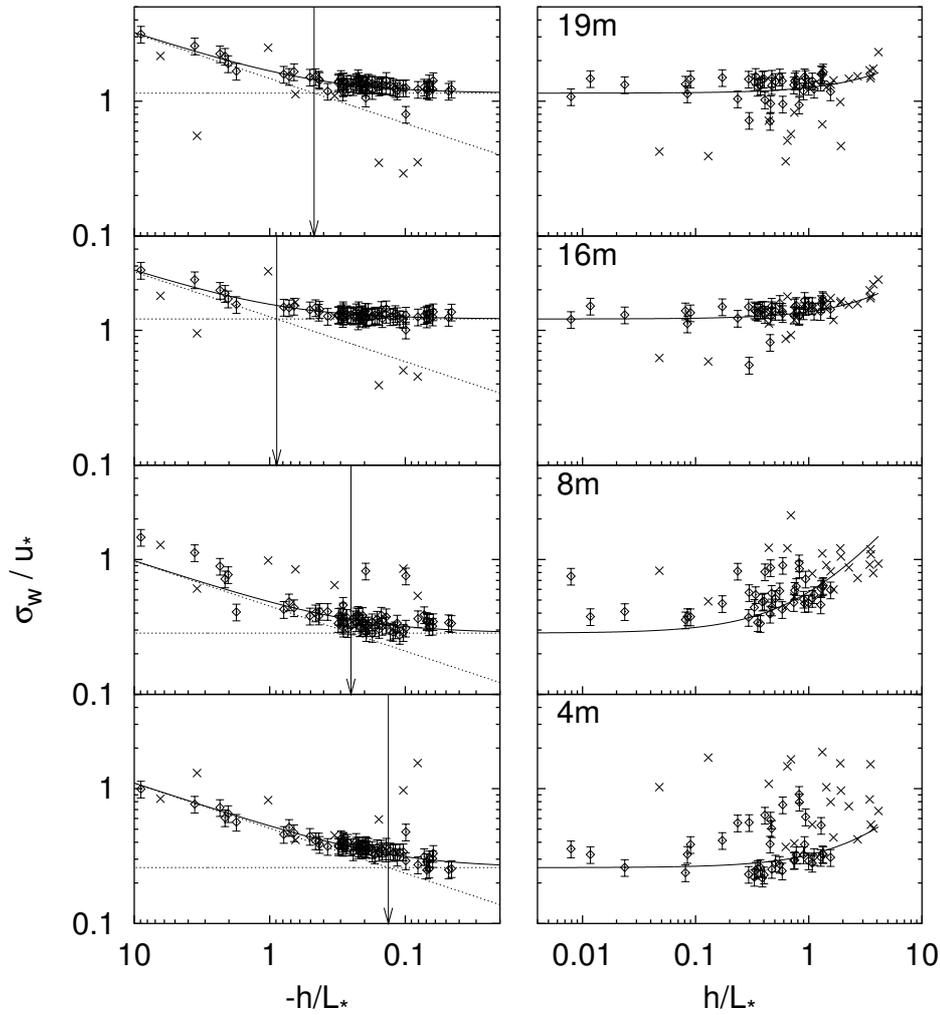


Abbildung 23: σ_w/u_* als Funktion der Stabilität $\zeta_h = h/L_*$ in doppelt logarithmischer Darstellung. Von oben nach unten, in 19 m, 16 m, 8 m, 4 m, bei labiler (links) und stabiler Schichtung (rechts). Werte sind für $u_* > 0.1 \text{ m/s}$ mit \diamond und Fehlerbalken, sonst mit \times gekennzeichnet. Die Fehlerbalken ergeben sich aus der 10 % Unsicherheit bei der Bestimmung von u_* und σ_w . Die durchgezogene Kurve ist eine Anpassung nach Gleichung 88. Die senkrechten Pfeile markieren den Wert von ζ_1 .

Tabelle 1: Parameter aus der Anpassung von Gleichung 88.

z (m)	σ'_{w0}	ζ_1	a_w
19	1.147	-0.470	0.101
16	1.214	-0.89	0.133
8	0.285	-0.251	0.10
4	0.2595	-0.133	0.243

sierung mit den Werten über dem Bestand ihre Gültigkeit. Auf jeden Fall kann keine Aussage über den genauen Verlauf von ϕ_w gemacht werden. Deswegen wird der lineare Ansatz für ϕ_w im Stablen beibehalten.

Für die Anpassung der Funktion wurde die Methode der kleinsten Quadrate verwendet¹⁶. Dabei muß klar sein, daß die Verteilung der Daten im Labilen mit der Masse der Punkte in einem Bereich von $\zeta = -0.04$ bis -0.8 und einigen wenigen Werten unterhalb von -1 eher ungünstig für eine Bestimmung von ζ_1 ist. Die wenigen extremen Ausreißer bestimmen im Endeffekt den Wert von ζ_1 . Der Versuch die Daten in Stabilitätsklassen einzuteilen und die Anpassung an den Klassenmittelwerten durchzuführen hat die Situation nicht verbessert, da es nicht möglich war, genügend Klassen mit $\zeta < -1$ zu bilden. Auch hat der Ausschluß von Werten mit $\zeta < -1$ keine wesentliche Änderung der Resultate erbracht. Aus diesem Grund werden hier die Ergebnisse der direkten Anpassung an alle Daten diskutiert. Zuerst wurden jeweils die Parameter des Astes von ϕ_w im Labilen und in einem zweiten Schritt die verbleibende Steigung a_w im Stablen bestimmt. Die so gewonnenen Parameter der Funktion ϕ_w nach Gleichung 88 sind in Tabelle 1 zusammengefaßt.

Der Wert für $\sigma'_{w0} = 1.147$ in 19 m liegt deutlich unter dem von Panofsky et al. (1977 [49]) gefundenen Wert von 1.3, dafür aber in der Größenordnung der von Leuning et al. (2000 [34]) über einem Reisfeld gefundenen Werte zwischen 0.8...0.9 direkt an der Bestandsobergrenze und dem Wert von 1.14 in dreifacher Bestandshöhe. Die von Raupach et al. (1996 [58]) zusammengestellten Werte für eine ganze Reihe unterschiedlichster Pflanzen- und Modellbestände zeigen Werte von 1.1 an der Bestandsobergrenze und erreichen erst deutlich über dem Bestand ,bei $z/h \simeq 2$, Werte von 1.25. Damit muß der Wert in 16 m als etwas zu groß angesehen werden. Die Werte im Bestand liegen beide sehr nah bei 0.3 und damit deutlich unter dem von Raupach (1988 [53]) vorgeschlagenem linearen Profil für σ_{w0} , das hier Werte von 0.92 und 0.58 annimmt. Allerdings fallen die hier bestimmten Werte durchaus in

¹⁶ Es wurde die Funktion `fit` des Programmes `gnuplot` verwendet, eine Implementierung des Marquardt-Levenberg Algorithmus. Als Abbruchkriterium diente eine relative Änderung des letzten Iterationsschrittes kleiner als $1e-6$.

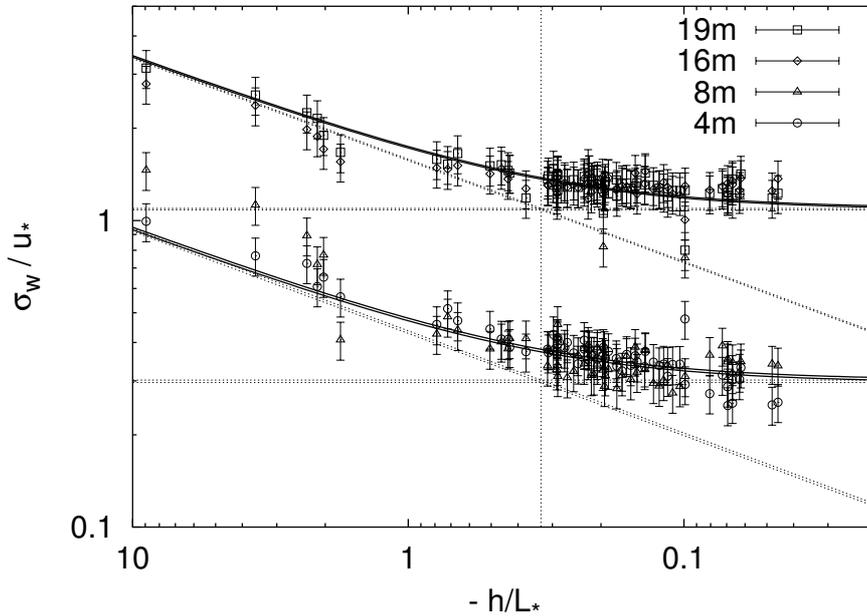


Abbildung 24: Anpassung von ϕ_w bei labiler Schichtung mit fixiertem $\zeta_1 = -0.333$ (senkrechte Linie), zusammen mit den Asymptoten für neutrale- und stark labile Schichtung (gestrichelt).

die Streubreite der von Raupach et al. (1996 [58]) dargestellten Werte. Der Parameter ζ_1 ist in den beiden Höhen über dem Bestand deutlich größer als der seit Panofsky et al. (1977 [49]) bekannte Wert von $\zeta_1 = -0.333$ (Tab. 1). Im Bestand zeigt sich eine systematische Abnahme mit der Höhe. Zwar wurde in der Vergangenheit nie versucht eine Stabilitätsabhängigkeit von σ_w/u_* im Bestand zu bestimmen, so daß hier keine Vergleichsmöglichkeit besteht. Aber eine Variation von ζ_1 mit der Höhe läuft dem Konzept einer Separation in Höhen- und Stabilitätsabhängigkeit von σ_w entgegen, so daß in allen Höhen der gleiche Wert für ζ_1 gelten sollte. Zudem wird ζ_1 vor allem durch die relativ wenigen Werte mit $\zeta < -1$ festgelegt.

Deswegen wurden in einem zweiten Anlauf die Daten aller Höhen zu einem Ensemble zusammengefaßt und im Labilen wiederum ϕ_w angepaßt. Diesmal allerdings mit einem ζ_1 , das für alle Höhen den gleichen Wert hat. Das Ergebnis dieser Anpassung ist in Tabelle 2 dargestellt. Der Wert von ζ_1 ist innerhalb der Fehlergrenzen identisch mit dem Wert von Panofsky et al. (1977 [49]). Aus diesem Grund erscheint es sinnvoll, ζ_1 auf den Wert von -0.333 zu fixieren und nur die Werte von σ'_{w0} in Abhängigkeit von der Höhe zu bestimmen. Das Ergebnis für instabile Schichtung ist in Abbildung 24 dargestellt und in

Tabelle 2: Parameter aus der Anpassung von Gleichung 88 unter Verwendung eines optimalen ζ_1 für alle Höhen (links) und unter Voraussetzung des Wertes $\zeta_1 = -0.333$ aus der Parametrisierung von Kaimal und Finnigan (1994 [27]).

$\zeta_1 =$	-0.365 ± 0.041	-0.333 (fix)
z (m)	σ'_{w0}	σ'_{w0}
19	1.111 ± 0.023	1.095 ± 0.016
16	1.100 ± 0.024	1.084 ± 0.016
8	0.2999 ± 0.0062	0.296 ± 0.0044
4	0.3052 ± 0.0062	0.301 ± 0.0045

Tabelle 2 aufgelistet. Trotz des fixierten ζ_1 liegen die Punkte innerhalb der Fehlergrenzen auf den angepaßten Funktionen. Eine Ausnahme bilden wieder die Werte aus 8 m für stark labile Schichtung. Im stabilen Bereich erscheint es aufgrund der starken Streuung der Daten sinnvoll auf den Wert $a_w = 0.2$ von Kaimal und Finnigan (1994 [27]) zurückzugreifen.

In Abbildung 25 sind die relativen Abweichungen der angepaßten ϕ_w Funktionen von den gemessenen σ_w/u_* Werten gegen die Zeit aufgetragen. Tagsüber, während Zeiten mit labiler Schichtung, liegt das parametrisierte ϕ_w innerhalb der 14 % Fehlerschranke, die sich bei der Bestimmung von σ_w/u_* aus den 10 % Fehlern von σ_w und u_* ergibt. Nachts ergeben sich insbesondere im Bestand in 8 m sehr große Abweichungen. Sie gehen meist mit extremer Stabilität und geringen Windgeschwindigkeiten einher. In diesen Situationen kommt es tendenziell zu einer Abkoppelung des Bestandes von der Luft darüber, und das hier angewandte Skalierungskonzept bricht zusammen. Da zu diesen Zeiten der turbulente Transport gering ist und somit nicht wesentlich zur gesamt Stoff- oder Energiebilanz beiträgt, sind diese Abweichungen vertretbar.

5.2.4 Höhenabhängigkeit von σ_w

Für die Anwendung der LNF ist ein kontinuierliches Profil $\sigma'_w(z')$ nötig (Gl. 36). Das heißt, die für die 4 Meßhöhen im vorangegangenen Abschnitt bestimmten Werte (Tab. 2) müssen interpoliert werden. In Abbildung 26 sind die Werte gegen die Höhe aufgetragen. Über dem Bestand ist aus den Daten keine eindeutige Höhenabhängigkeit abzuleiten. Deswegen wird hier der Mittelwert $\sigma'_{01} = 1.09$ aus Werten in 19 m und 16 m angenommen. Im Bestand deuten die Werte aus 8 m und 4 m an, daß hier keine Variation mit der Höhe stattfindet, und es wird unterhalb von 8 m der Mittelwert $\sigma'_{00} = 0.299$ aus 4 m und 8 m angenommen. Zwischen h und 8 m wird ein linearer Abfall an-

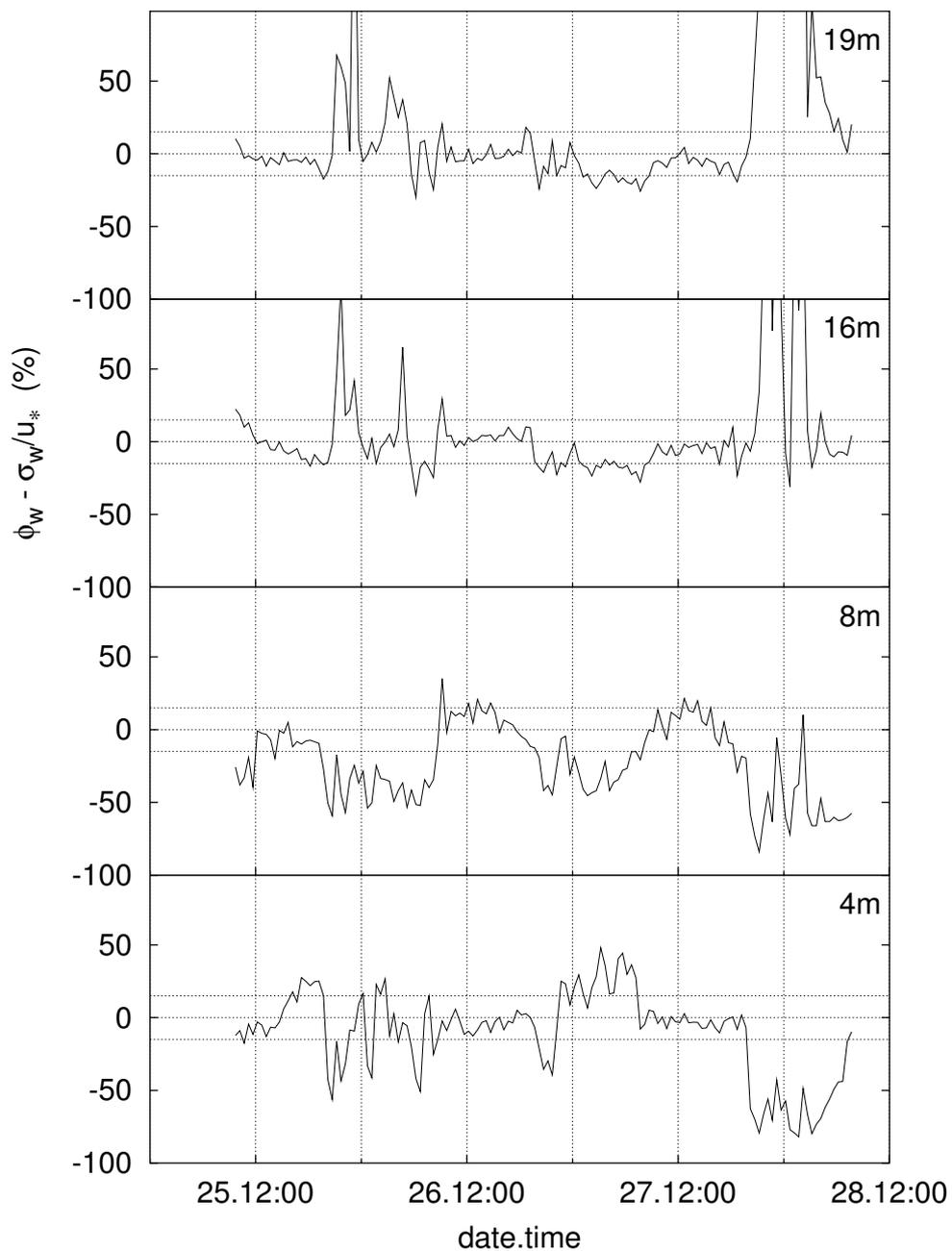


Abbildung 25: Relative Abweichungen des angepaßten ϕ_w von den gemessenen σ_w/u_* als Funktion der Zeit. Gekennzeichnet sind die 14 % Fehlerschranken für die Bestimmung von σ_w/u_* .

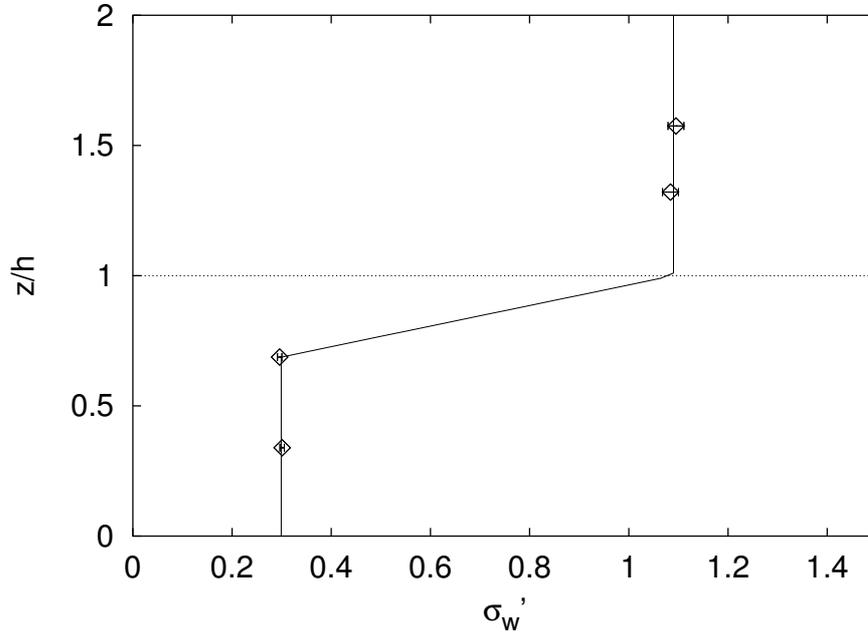


Abbildung 26: Ermittelte Werte von σ'_{w0} als Funktion der Höhe (\diamond mit Fehlerbalken) und die zugehörige Interpolation σ'_w nach Gl. 89.

genommen, so daß die Funktion stetig vom Wert über dem Bestand zu dem im Stammraum übergeht. Der Verlauf von $\sigma'_w(z')$ wird demnach festgelegt zu

$$\sigma'_w(z') = \begin{cases} \sigma'_{01} & \text{für: } 1 \leq z' \\ \sigma'_{00} + (\sigma'_{01} - \sigma'_{00}) \frac{z' - z'_{\sigma 0}}{1 - z'_{\sigma 0}} & \text{für: } z'_{\sigma 0} \leq z' < 1 \\ \sigma'_{00} & \text{für: } z < z'_{\sigma 0} \end{cases} \quad (89)$$

Wobei $z'_{\sigma 0} = 8.25 \text{ m}/12 \text{ m} = 0.688$ genau der Höhe des Gerätes in 8 m entspricht. Baldocchi und Meyers (1988 [3]) haben in einem Laubwald ein σ_w/u_* -Profil gefunden daß, ähnlich wie das Windprofil, ein Minimum im Kronenraum und ein sekundäres Maximum im Stammraum aufwies. Ein derartiges Profil ist zwar auch für diesen Meßplatz denkbar, da hier aber nur zwei Meßpunkte im Bestand vorliegen, bleibt ein derartiger Verlauf reine Spekulation. In jedem Fall stimmt das hier angenommene Profil, mit einem starken Abfall im Kronenraum und konstantem Wert darunter, sehr gut mit dem von Massman und Weil (1999 [38]) theoretisch abgeleiteten Profil überein.

5.3 Bestimmung von $T_L(z, \zeta)$

Die Bestimmung der Lagrangeschen integralen Zeitskala T_L ist wesentlich schwieriger als die der Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w .

Es handelt sich um eine Lagrangesche Größe, die eigentlich nur aus der Beobachtung von Luftpaketen, die sich mit der Strömung bewegen, erschlossen werden kann. Eine Methode zu ihrer Bestimmung besteht darin, Ballone mit neutralem Auftrieb, sogenannte Schwebeballone oder engl. ‘Tetroons’, mittels Theodoliten (siehe z.B. Hanna 1981 [22]) oder Radar (siehe z.B. Neininger [47]) zu verfolgen. Aus ihren Trajektorien läßt sich r_{ww} und daraus T_L bestimmen. Diese Methoden sind allerdings in einem Pflanzenbestand nicht anwendbar, da hinreichend lange und zeitlich gut aufgelöste Zeitreihen der Trajektorien nicht möglich sind. Ab einer gewissen, nicht allzu großen Entfernung, wird ein Ballon einfach von den Pflanzen verdeckt, so daß er nicht weiter beobachtet werden kann.

Eine andere Methode ist es, Eulersche Größen zu bestimmen und diese, unter der Annahme, daß Eulersche- und Lagrangesche Längenskalen identisch sind, mittels einer Euler-Transformation in Lagrangesche Größen umzurechnen. Prinzipielle Voraussetzung für die Anwendbarkeit der Euler-Transformation ist die Taylor-Hypothese der eingefrorenen Turbulenz, wonach der Mittelwert der Windgeschwindigkeit als Translationsgeschwindigkeit des Luftvolumens betrachtet werden kann. Dies ist im strengen Sinne nur solange anwendbar, wie die turbulenten Schwankungen der Windgeschwindigkeit deutlich kleiner sind als der Mittelwert (siehe z.B. Monin und Yaglom 1971 [44] oder Lumley und Panofsky 1964 [36]).

Es gibt im Prinzip zwei Verfahren, die auf der Messung von Eulerschen Größen beruhen. Zum einen die Zwei- oder Mehrpunktstatistik: Man mißt die Geschwindigkeit $(u, v, w)_i$ an zwei oder mehr Punkten \vec{r}_i $i = 0, 1, \dots$ und berechnet die Kreuzkorrelation $\tilde{r}_{ww,i,j} = \overline{w'_i w'_j} / (\sigma_{wi} \sigma_{wj})$. Das resultierende Korrelationsfeld $\tilde{r}_{ww,0,j}$ fällt mit zunehmendem Abstand vom Ort \vec{r}_0 ab. Aus diesem Abfall läßt sich eine integrale Längenskala bestimmen die ein Maß für die mittlere Größe der Turbulenzelemente ist (siehe z.B. Raupach et al. 1996 [58]). Aus dieser Länge läßt sich mit der entsprechenden Geschwindigkeitskomponente die zugehörige integrale Lagrangesche Zeitskala berechnen. Das andere Verfahren ist die Einpunktstatistik: Man mißt hochaufgelöste Zeitreihen der Geschwindigkeit an einem Ort und berechnet aus der Autokorrelation zunächst die Eulersche integrale Zeitskala. Sie ist ein Maß für die mittlere Dauer der Turbulenzereignisse an diesem Ort. Unter Anwendung der Taylor-Hypothese wird die Eulersche Zeitskala dann in die Lagrangesche Zeitskala umgerechnet. Zwar sind in Pflanzenbeständen die Standardabweichungen der Windgeschwindigkeiten im Vergleich zu den Mittelwerten nicht klein, so daß die Grundannahme der Taylor-Hypothese verletzt ist, da aber Mehrpunktstatistiken nur mit großem Aufwand zu realisieren sind, sind Einpunktstatistiken oft der einzige Weg, um an Lagrangesche Größen zu kommen.

Auch im Fall der hier vorliegenden Daten ist es nicht möglich, aus den Da-

ten der an verschiedenen Masten in verschiedenen Höhen montierten Meßgeräte eine Mehrpunktstatistik zu konstruieren. Zur Bestimmung der Lagrangeschen integralen Zeitskala der Vertikalbewegungen wären an einem Masten in verschiedenen Höhen angebrachte Ultraschallanemometer nötig. Mit diesem Aufbau könnte man die vertikale Längenskala der Wirbel bestimmen und über die typische Vertikalgeschwindigkeit σ_w in die Lagrangesche integrale Zeitskala umrechnen. Einen derartigen Aufbau gab es bei diesem Experiment nicht. Hier muß daher auf die Eulersche integrale Zeitskala zurückgegriffen werden.

5.3.1 Die Eulersche integrale Zeitskala T_E

Die Eulersche integrale Zeitskala der Vertikalgeschwindigkeit ist definiert als das Integral der Autokorrelationsfunktion $r_{ww}(s)$ der Vertikalgeschwindigkeiten an einem Ort über alle positiven Zeitverschiebungen s :

$$T_E = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t r_{ww}(s) ds \quad (90)$$

mit $r_{ww}(s) = \overline{w'(t)w'(t+s)}/\sigma_w^2$. Voraussetzung für die Existenz des Grenzwertes ist, daß $r_{ww}(s)$ hinreichend schnell gegen Null abfällt (vgl. hierzu auch die Diskussion bei Gl. 9). Damit ist T_E ein Maß dafür, wie lange an einem Ort im Mittel eine bestimmte Vertikalgeschwindigkeit spürbar bleibt, wie lange also das zugehörige Turbulenzelement am Ort präsent ist. Keine Messung kann einen unendlichen Zeitraum abdecken, so daß diese Integration immer nur über einen endlichen Zeitraum ausgeführt werden kann. In [Abbildung 27](#) ist eine typische Zeitreihe von w über 25 Minuten (=1500 s), deren Autokorrelation r_{ww} und das Integral $T_{int}(t) = \int_0^t r_{ww}(s) ds$ dargestellt. Die Autokorrelation r_{ww} fällt anfangs so schnell von ihrem Ausgangswert eins ab, daß dies in der Strichstärke untergeht. Deswegen wurden rechts die ersten 10 s vergrößert eingeblendet. Nach wenigen Sekunden werden Null und danach negative Werte erreicht. Im weiteren Verlauf pendeln die Werte, mit nur langsam abfallender Amplitude, um Null. Dieses ‘Rauschen’ ist so groß, daß das Integral in den meisten Fällen nicht konvergiert, sondern stark schwankt und zeitweise sogar negative Werte annimmt. Aus diesem Grund wird von einer Reihe von Autoren die Integration nur bis zur ersten Nullstelle von r_{ww} durchgeführt (siehe z.B. [Katul et al. 1997 \[29\]](#) oder [Raupach et al. 1985 \[57\]](#)). Die erste Nullstelle von r_{ww} entspricht einem lokalen Maximum von T_{int} , so daß diese Methode wahrscheinlich systematisch zu große Werte liefert.

Da die Fouriertransformierte der Autokorrelation gleich dem Powerspektrum¹⁷ des Signals ist, sollte es möglich sein, T_E aus dem Spektrum zu be-

¹⁷ Was für ein Wort. Die deutschen Übersetzungen ‘Potenz-’ oder ‘Leistungsspektrum’

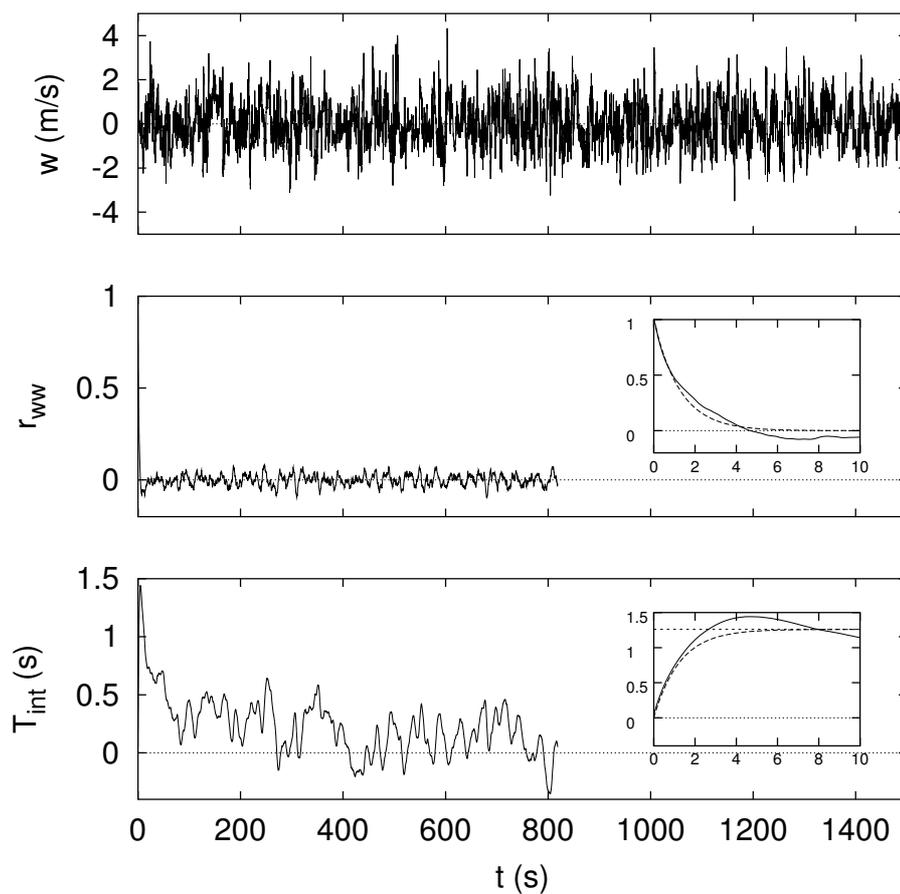


Abbildung 27: Typische Zeitreihe von w vom 25.5.1994 16:00-16:25 (oben), deren Autokorrelation r_{ww} (mitte) und die resultierende integrale Zeitskala $T_{int}(t) = \int_0^t r_{ww}(s) ds$ als Funktion der Integrationslänge (unten). Die eingefügten kleinen Grafiken sind jeweils Vergrößerungen der ersten 10 s. Die gestrichelte Linie darin ist eine angepaßte Exponentialfunktion bzw. deren Integral.

stimmen. Nimmt man an, daß $r_{ww}(t) = \exp(-t/T_E)$ gilt, dann muß das zugehörige Powerspektrum die Form

$$P(\omega) = \frac{T_E}{\pi} \cdot \frac{1}{1 + (\omega \cdot T_E)^2} \quad (91)$$

haben. Lenschow et al. (1994 [32]) passen diese Funktion an ihre vom Flugzeug aus gemessenen Spektren der Vertikalgeschwindigkeit und der Temperatur an. Sie kommen auf systematisch kleinere Verhältnisse der Zeitskalen dieser beiden Größen gegenüber Zeitskalen aus einer Integration von r_{ww} bis zur ersten Nullstelle. Allerdings steht dieses $P(\omega) \sim \omega^{-2}$ im Widerspruch zum Abfall der turbulenten Geschwindigkeitspektren im ‘inertial subrange’ mit $P(\omega) \sim \omega^{-5/3}$ (siehe z.B. Monin und Yaglom 1971 [44]).

Da sich a priori nicht entscheiden läßt, ob die Integration bis zur ersten Nullstelle von r_{ww} oder die Anpassung einer Exponentialfunktion (bzw. deren Entsprechung im Frequenzraum) die genauere Methode zur Bestimmung von T_E ist, werden hier beide Methoden mittels eines einfachen Modells getestet. Eine Markov-Kette mit dem Bildungsgesetz

$$x_{n+1} = q \cdot x_n + \sqrt{1 - q^2} \cdot Z(0, 1) \quad (92)$$

mit $q = \exp(-\delta t / \tilde{T}_*)$, einer standardnormalverteilten Zufallsgröße $Z(0, 1)$ und dem Zeitschritt δt , hat eine exponentiell abfallende Autokorrelation

$$r_{xx}(k \cdot \delta t) = \exp(-k \cdot \delta t / \tilde{T}_*) \quad (93)$$

Eine Folge dieser x_i hat also eine integrale Zeitskala \tilde{T}_* (siehe z.B. Jenkins und Watts 1968 [26] Kap. 5.2.4). Damit läßt sich nochmal der Inhalt der integralen Zeitskala veranschaulichen: In einer Markov-Kette geht jedes Element x_{i+1} aus dem vorhergehenden x_i , vermindert um einen Faktor $q < 1$ und einem normalverteilten Zufallsantrieb $Z(0, 1)$, hervor. Der Wert des Elementes x_0 geht also in das n 'te Element mit einem Vorfaktor $q^n = \exp(-n \cdot \delta t / \tilde{T}_*)$ ein. Die Information über x_0 fällt also exponentiell mit einer Zeitkonstante \tilde{T}_* ab.

Um die verschiedenen Verfahren zur Bestimmung eines Schätzwertes T_* der integralen Zeitskala zu testen, wurde Gleichung 92 benutzt um 2500 Markov-Ketten mit je 15000 Werten zu erzeugen¹⁸. Der Zufallsantrieb wurde mit einem gleichverteilten Pseudozufallszahlengenerator mit einer Wiederholrate von über 2^{30} erzeugt. Die Normalverteilung wurde durch Summation

beziehen sich auf andere Dinge. Gemeint ist das Spektrum der Quadrate der Amplituden.

¹⁸ Bei einer Meßrate von 10 Hz entsprechen 15000 Werte genau 25 Minuten, der Zeit über die alle Mittelwerte hier gebildet wurden.

von je 20 Zufallszahlen erreicht und die Zeitskala \tilde{T}_* wurde auf 5 s festgesetzt. Statt wie Lenschow zur Bestimmung von T_* im Frequenzraum $P(\omega)$ nach Gleichung 91 an die Daten anzupassen, wurde die Autokorrelation aus den x_i berechnet und T_* durch Anpassung von $\exp(-s/T_*)$ an die ersten 6 Sekunden bestimmt. Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß die Normalengleichungen linear werden (siehe Bronstein und Semendjajew 1981 [5] Kap. 3.1.6.6.) und sich T_* somit direkt bestimmen läßt. Im Gegensatz dazu kann $P(\omega)$ nur iterativ an die Daten angepaßt werden.

Die aus den Markov-Ketten bestimmten r_{xx} und deren Integrale unterscheiden sich bei einfacher, visueller Betrachtung nicht von denjenigen Kurven, die aus den gemessenen Vertikalgeschwindigkeiten gewonnen wurden. Die Autokovarianz zeigt auch hier, nach einem sehr schnellen Abfall in den ersten Werten, ein deutliches Rauschen, dessen Amplitude nur sehr langsam abnimmt. Wie bei der Anwendung auf natürliche Daten, konvergiert T_{int} auch für große Integrationszeiten nicht. Auch eine deutliche Verlängerung der Markov-Ketten kann dieses Problem nicht beheben. Jenkins und Watts (1968 [26] Kap. 5.3.4) zeigen, daß bei der Berechnung von $r_{xx}(k \delta t) = r_k$ aus einer Zeitreihe aufeinanderfolgende Werte der r_k stark miteinander korreliert sind. Dies kann dazu führen, daß die aus einer Zeitreihe berechnete Autokorrelation nicht mehr gegen Null geht und in Folge, daß das Integral über die Autokorrelation nicht konvergiert. Das heißt, daß die Schwankungen der Autokorrelation $r_{ww}(s)$ bei großen Zeitverschiebungen s nicht unbedingt Folge von Prozessen mit entsprechend großen Periodenlängen sind, sondern daß es sich um die natürliche statistische Unsicherheit dieser Größe handelt.

In Abbildung 28 sind die mit den beiden Verfahren aus den Markov-Ketten bestimmten Zeitskalen gegeneinander aufgetragen. Um die Abbildung übersichtlicher zu machen sind nur die ersten 500 Werte dargestellt. Man sieht sofort, daß das Verfahren, das bis zur ersten Nullstelle von r_{xx} integriert, die Werte tendenziell überschätzt. Im Gegensatz hierzu liefert T_{exp} aus der Anpassung einer e-Funktion an r_{xx} zwar streuende aber doch symmetrisch um das vorgegebene $\tilde{T}_* = 5$ s liegende Werte. Die Verteilung der T_{exp} folgt sehr genau einer Normalverteilung mit Mittelwert 4.92 s und Standardabweichung 0.72 s oder 15 %. Bei weiteren Tests mit Markov-Ketten mit unterschiedlichem \tilde{T}_* hat sich herausgestellt, daß sowohl die Fehlerabschätzungen von Jenkins und Watts (1968 [26]), als auch die leicht davon abweichende von Lenschow et al. (1994 [32]), die Streuung der hier bestimmten Zeitskalen nicht erklären kann. Aus diesem Grund wird die Schwankungsbreite von 15 %, die sich bei dem Experiment mit den Markov-Ketten ergeben hat, als der generelle Fehler bei der Bestimmung der Integralen Zeitskala angenommen.

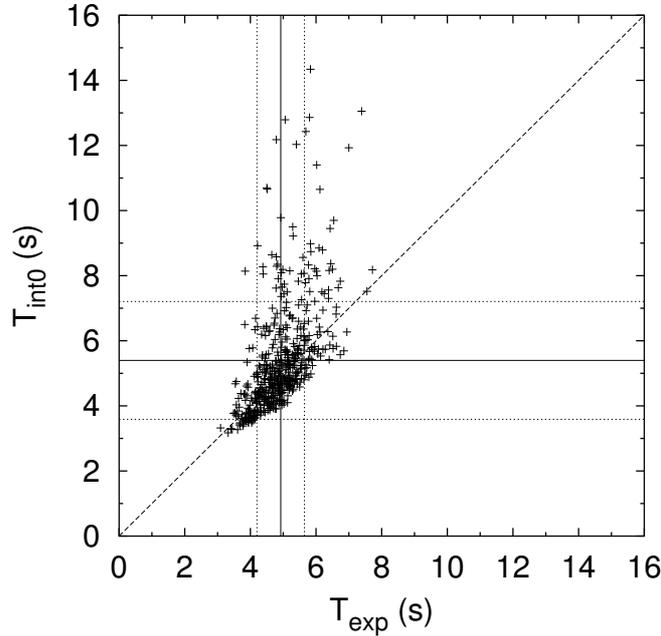


Abbildung 28: Vergleich der zwei Verfahren zur Bestimmung der integralen Zeitskala. An der Abszisse ist der Wert aus der Anpassung von $\exp(-t/T_{\text{exp}})$, an der Ordinate der Wert T_{int0} aus der Integration bis zur ersten Nullstelle von r_{xx} ange tragen. Es sind lediglich die Punkte für die ersten 500 Markov-Ketten dargestellt. Die durchgezogenen Linien geben die Mittelwerte und die gestrichelten Linien die Standardabweichungen über alle 2500 Markov-Ketten wieder.

5.3.2 Von T_E zu T_L

Es ist nicht ohne weiteres möglich, von der Eulerschen Zeitskala T_E auf die Lagrangesche Zeitskala T_L zu schließen; Allerdings läßt sich eine Abschätzung machen: Corrsin (1963 [10]) hat gezeigt, daß, im Falle von homogener, stationärer und isotroper Turbulenz, das Verhältnis der Eulerschen- (L_E) und Lagrangeschen Längenskalen (L_L) konstant ist und daß sie von gleicher Größenordnung sein müssen. Es gilt also $L_L = \alpha L_E$ mit α einer Konstanten der Größenordnung eins.

Abbildung 29 zeigt schematisch einen Wirbel¹⁹, der sich mit der Translationsgeschwindigkeit U_E bewegt. Beim Durchgang des Wirbels beobachtet man eine Eulersche Zeitskala T_E , die sich mit U_E in eine Längenskala $L_E = T_E U_E$ umrechnen läßt. Ein Luftpaket im Wirbel erfährt während einer Zeitskala T_L eine Vertikalbewegung mit σ_w , die zugehörige Längenskala ist $L_L = T_L \sigma_w$.

¹⁹ engl. ‘Eddy’ = Kehrwasser oder Wirbel, Ursprung wahrscheinlich altnorwegisch.

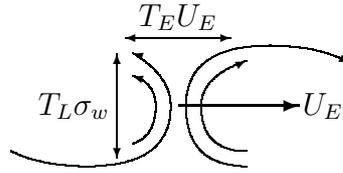


Abbildung 29: Schematische Darstellung eines Wirbels.

Mit der Abschätzung von Corrsin (1963 [10]) erhält man somit:

$$T_L = \alpha \cdot \frac{U_E}{\sigma_w} \cdot T_E \quad (94)$$

Es gibt keine Anhaltspunkte über den genauen Wert, weswegen üblicherweise $\alpha = 1$ angenommen wird (siehe z.B. Katul et al. 1997 [29] oder Raupach et al. 1996 [58]). In obigem Modell-Wirbel gibt α das Verhältnis von vertikaler zu horizontaler Längenskala des Wirbels an. Es ist durchaus vorstellbar, daß dieses Verhältnis von der Schichtung abhängt. Bei stabiler Schichtung, wenn Vertikalbewegungen unterdrückt werden, ergäbe sich ein kleinerer Wert als bei labiler Schichtung, wenn Vertikalbewegungen verstärkt werden.

Bei der Translationsgeschwindigkeit U_E tauchen gleich zwei Probleme auf: Zum einen ist sie nicht unbedingt identisch mit der mittleren horizontalen Windgeschwindigkeit \bar{u} , zum anderen ist bei geringen Windgeschwindigkeiten, wie sie im Pflanzenbestand auftreten, möglicherweise die Taylor-Hypothese verletzt. Für das Verhältnis zwischen U_E und \bar{u} weisen Raupach et al. (1996 [58]) nach, daß an der Bestandsobergrenze $\beta = U_E/\bar{u}(h) \in [1.5, 2]$ gilt. Nach oben nimmt dieses Verhältnis ab, im Bestand bleibt der genaue Verlauf unklar. U_E ist dort aber auf jeden Fall größer als die Windgeschwindigkeit $\bar{u}(z)$. Man kann davon ausgehen daß das $U_E > \bar{u}$ durch den Transport der Wirbel mit der Windgeschwindigkeit über dem Bestand zustandekommt. Dort liegen größere Windgeschwindigkeiten vor, so daß auch U_E größer wird. Da sich die Form des Windprofils und die Struktur der Turbulenz mit der Stabilität ändern, ist denkbar, daß auch β von der Stabilität abhängt.

Das zweite Problem bezüglich U_E rührt von der Taylor-Hypothese der eingefrorenen Turbulenz her. Sie besagt, daß man eine Euler-Transformation mit dem mittleren horizontalen Wind \bar{u} nur durchführen kann, solange die Schwankungen σ_u von \bar{u} nicht zu groß werden. Wenn σ_u in die Größenordnung von \bar{u} kommt, kann man nicht mehr davon ausgehen, daß die Wirbel mit einer konstanten Geschwindigkeit am Meßort vorbei geführt werden. Gerade im Bestand sind allerdings die Schwankungen des Horizontalwindes von der selben Größenordnung wie der mittlere Wind selbst, so daß die Anwendbarkeit der Taylor-Hypothese fraglich wird. Wenn $\sigma_u/\bar{u} \simeq 1$ wird kann also T_L

nicht mehr einfach aus T_E berechnet werden, die zugehörigen Werte müssen bei der Auswertung verworfen werden.

Zur Bestimmung der Lagrangeschen integralen Zeitskala aus der Eulerschen Zeitskala T_E und dem mittleren horizontalen Wind $\bar{u}(z)$ muß also mit folgender Gleichung gerechnet werden:

$$T_L = \alpha(\zeta) \beta(z, \zeta) \cdot \frac{\bar{u}(z)}{\sigma_w} T_E \quad (95)$$

wobei die Höhen- und Stabilitätsabhängigkeiten von α und β nicht bekannt sind. Im Folgenden wird die Lagrangesche Zeitskala zunächst mit $\alpha = 1$ und $\beta = 1$ bestimmt. Dies geschieht vor allem, um mit den Arbeiten von Raupach (1988 [53]) und Katul et al. (1997 [29]), die ebenfalls $\alpha = 1$ und $\beta = 1$ verwendet haben, vergleichbar zu bleiben. Dabei muß klar bleiben, daß die so ermittelten Werte, aufgrund der Unsicherheiten in α und β , durchaus um den Faktor zwei größer sein können. Um Schwierigkeiten mit der Taylor-Hypothese auszuschließen, werden darüberhinaus alle Werte mit $\sigma_w/\bar{u} < 0.5$ ausgeschlossen.

5.3.3 Die Stabilitätsabhängigkeit von T_L

Für eine Stabilitätsabhängigkeit von T_L gibt es bislang keinen theoretischen Hintergrund. Allerdings läßt sich mit der Forderung, daß ab etwa doppelter Bestandshöhe der Austauschkoefizient des Fernfeldes K_f in den Austauschkoefizienten aus der Monin-Obukhov-Theorie K_{MO} übergehen muß, die Stabilitätsabhängigkeit von T_L auf bekannte Stabilitätsabhängigkeiten zurückführen. Leuning (2000 [33]) hat, da er keine Messungen von T_L bei verschiedenen Schichtungen hatte, diese Forderung benutzt, um eine theoretische Stabilitätsabhängigkeit von T_L zu konstruieren. Hier soll dieser Ansatz anhand von, unter verschiedenen Schichtungszuständen gemessenen T_L , überprüft werden. Aus der Forderung $K_f = \sigma_w^2 T_L \rightarrow K_{MO}$ für $z > 2h$ läßt sich, mit Gleichung 81 für K_{MO} und Gleichung 36 für σ_w , eine Formulierung für $T_L(z, \zeta) = T'_L(z) \phi_T(\zeta)$ ableiten. Aus dem Koeffizientenvergleich ergibt sich für $z > 2h$:

$$T'_L(z') = \frac{\kappa \cdot (z' - d')}{\sigma_w'^2(z')} \quad (96)$$

$$\phi_T(\zeta) = \frac{1}{\phi_w^2(\zeta) \cdot \phi_h(\zeta)} \quad (97)$$

Unterhalb von $\sim 2h$ wird angenommen, daß zwar die Beschreibung der Höhenabhängigkeit von T'_L aus Gleichung 96 zusammenbricht, daß aber die

Stabilitätsabhängigkeit nach Gleichung 97 weiterhin gültig ist. Durch Vergleich der bestimmten T_L -Werte mit der Stabilitätsfunktion ϕ_T kann $T'_L(z')$ bestimmt werden.

In Abbildung 30 sind die, nach Gleichung 95, mit $\alpha = 1$ und $\beta = 1$ berechneten, Lagrangeschen Zeitskalen gegen den Stabilitätsparameter ζ_h aufgetragen. Vor allem die Einschränkung $\sigma_u/\bar{u} < 0.5$ sorgt dafür, daß im Bestand fast keine Werte für eine Auswertung zur Verfügung stehen. Um die Variabilität der Stabilitätsfunktionen aus der Literatur anzudeuten, ist neben dem ϕ_T , das sich aus der Verwendung von ϕ_h nach Dyer und Hicks (1970 [14]) ergibt, auch die Funktion dargestellt, die sich aus ϕ_h nach Businger et al. (1971 [8]) ergibt. Im labilen Bereich liegt das Maximum der Daten bei $\zeta_h \simeq -0.2$, während das der Stabilitätsfunktionen bei -0.75 (Dyer und Hicks 1970) bzw. -0.85 (Businger et al. 1971) liegt. Allerdings scheinen die Werte für $\zeta \leq -1$ dem gleichen Potenzgesetz mit $\zeta^{-1/6}$ zu folgen, das sich für ϕ_T nach Gleichung 97 ergibt. Mit $\phi_h(\zeta) = (1 - \alpha_{h2}\zeta)^{\nu_h}$ und $\phi_w(\zeta) = (1 + \zeta/\zeta_1)^{\nu_w}$ sowie $\nu_h = -1/2$ und $\nu_w = 1/3$ ergibt sich für das Maximum von ϕ_T die Beziehung $\zeta_{\max} = 4/\alpha_{h2} + 3\zeta_1$. Um die Stabilitätsfunktion an dieses Maximum anzupassen, müßte also entweder ζ_1 auf etwa -0.15 vergrößert, oder α_{h2} auf etwa 5.0 verkleinert werden. Das heißt, die Lage dieses Maximums läßt sich nur durch eine große Änderung dieser Parameter erreichen. Da sie allerdings als gesichert angesehen werden können und auch die große Variation von $\alpha_{h2} = 16$ (Dyer und Hicks 1970) nach $\alpha_{h2} = 9$ (Businger et al. 1971) keine wesentlich bessere Übereinstimmung mit den Daten ergibt, muß davon ausgegangen werden, daß die im vorigen Abschnitt vermutete Abweichung von α und β von 1 zu den Unterschieden führt.

Bei stabiler Schichtung ergeben sich über dem Bestand Werte zwischen 0.1 und 0.25 für T'_L . Wohingegen die Stabilitätsfunktionen aus der Monin-Obukhov-Theorie bei Schichtungen mit $\zeta > 0.6$ einen deutlichen Abfall vorhersagen. Es muß also angenommen werden, daß eher die Parameter α und β mit ζ variieren, als daß die Stabilitätsfunktionen geändert werden könnten. Allerdings ist die Streuung der wenigen Daten so groß, daß lediglich eine qualitative Betrachtung durchgeführt werden kann. Zudem muß beachtet werden, daß an dieser Stelle lediglich das Verhältnis $\alpha\beta/T'_L$ angepaßt werden kann. Im labilen Bereich mit $\zeta_h < -1$ müßte $\alpha\beta/T'_L > 1$ gelten, um die aus den Daten berechneten T_L -Werte an den Verlauf von ϕ_T anzupassen. Dies entspricht entweder Wirbeln, die höher als lang sind ($\alpha > 1$), oder einer größeren Translationsgeschwindigkeit U_E der Wirbel ($\beta > 1$). Beides erscheint plausibel, da mit zunehmend labiler Schichtung die Vertikalbewegungen verstärkt werden und die vertikale Erstreckung der Wirbel somit größer wird. Mit einer größeren vertikalen Erstreckung der Wirbel werden diese auch an die Windgeschwindigkeiten weiter über dem Bestand angekoppelt,

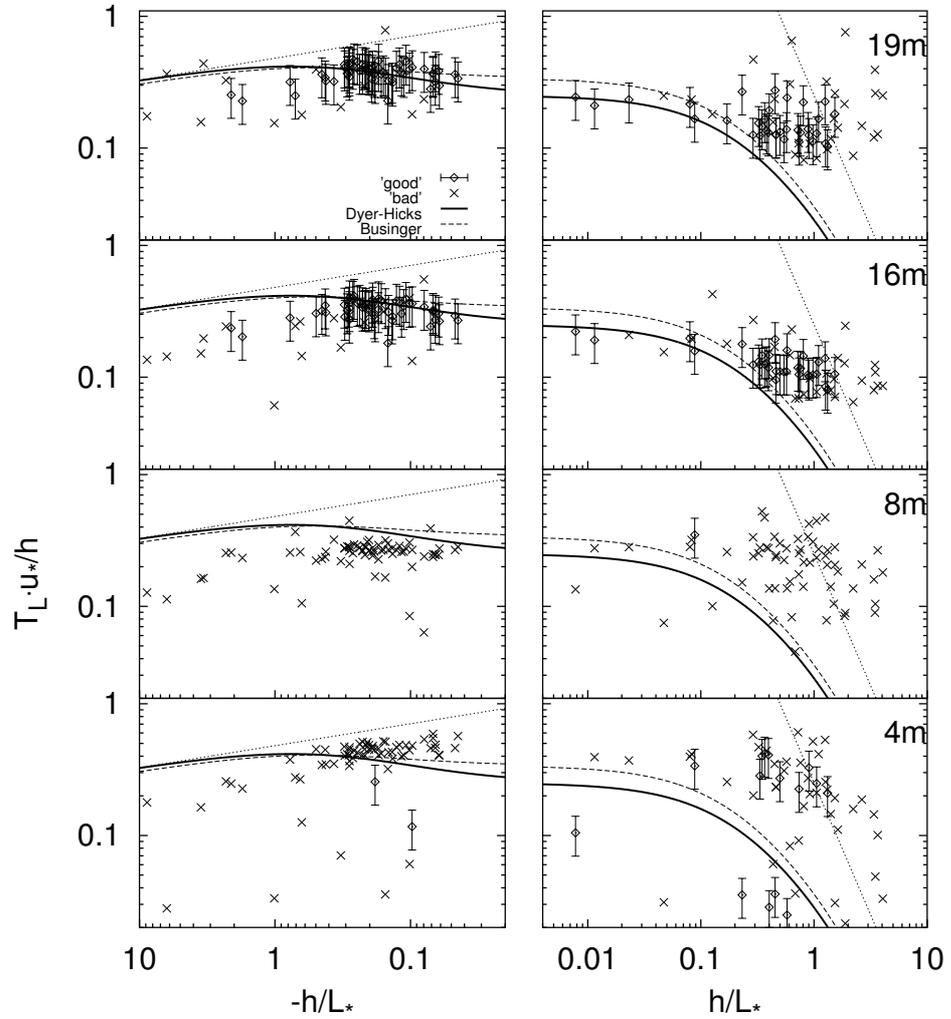


Abbildung 30: Die dimensionslose Lagrangesche integrale Zeitskala $T_L u_*/h$ als Funktion der Stabilität. Werte mit $u_* > 0.1 \text{ m/s}$ und $\sigma_u/\bar{u} < 0.5$ sind mit Fehlerbalken dargestellt. Die anderen Werte (\times) sind für eine quantitative Auswertung nicht geeignet. Die dick durchgezogene Linie ist $T'_L \cdot \phi_T$ gemäß Gleichung 97 mit $T'_L = 0.25$ unter Verwendung von ϕ_h nach Dyer und Hicks (1970 [14]). Die langgestrichelte Kurve ergibt sich bei Verwendung von ϕ_h nach Businger et al. (1971 [8]). Die dünnen gepunkteten Linien sind die Asymptoten von ϕ_T für stark labile, bzw. stabile Schichtung.

so daß sich ein größeres U_E ergibt. Im stabilen Bereich müßte $\alpha\beta/T'_L < 1$ gelten. Bei stabiler Schichtung werden Vertikalbewegungen unterdrückt, die vertikale Erstreckung der Wirbel wird kleiner und somit auch α . Gleichzeitig findet eine Entkoppelung der Schichten voneinander statt, so daß tendenziell $U_E = \bar{u}$ gilt.

Zwar bleiben im Bestand keine Daten für eine quantitative Auswertung übrig, aber die als unsicher ausgeschlossen Werte lassen ein konstantes T'_L durchaus zu. Aus dem Vergleich der Daten mit ϕ_T ergibt sich

$$T'_L = 0.25 \quad (98)$$

Dieser Wert liegt etwas unter dem von Raupach (1988 [53]) postulierten Wert von 0.3 aber noch innerhalb der Variation der dort zusammengestellten Daten. Leuning et al. (2000 [34]) schätzen, aufgrund sehr einfacher Betrachtungen über die Längenskalen der Turbulenz, ein $T'_L = 0.4$ über weite Bereiche im Bestand ab. Aufgrund der Unsicherheiten bei der Bestimmung von T_L ist der hier gefundene Wert zunächst nur als Orientierung zu verstehen.

5.4 Vertikale Inhomogenität der Turbulenz

Mit den hier hergeleiteten Profilen $\sigma'_w(z')$ und $T'_L(z')$ der Turbulenzgrößen für $z' < 19m/h = 1.58$ und ihren Stabilitätsabhängigkeiten $\phi_w(h/L_*)$ und $\phi_T(h/L_*)$ ist es nun möglich, die Annahme 4 über die Inhomogenität des Turbulenzfeldes im Bestand zu bewerten. Nach Raupach und Legg (1983 [59]) ist die Verwendung des K -Ansatzes für das Fernfeld möglich, solange $\frac{d}{dz}\sigma_w T_L < 0.4$ erfüllt ist. Mit den hier gefundenen Parametrisierungen ergibt sich:

$$\frac{\partial}{\partial z}(\sigma_w T_L) = \frac{T'_L}{\phi_w \phi_h} \cdot \begin{cases} 0 & : & 1 < z' < 1.58 \\ \frac{\sigma'_{01} - \sigma'_{00}}{1 - z'_{\sigma 0}} & : & z'_{\sigma 0} < z' < 1 \\ 0 & : & 0 < z' < z'_{\sigma 0} \end{cases} . \quad (99)$$

Da über dem Bestand und im Stammraum konstante Werte für σ'_w angenommen wurden, verschwindet die Ableitung dort. Nur im Kronenraum tritt ein Gradient auf, der mit zunehmend labiler Schichtung mit $1/(\phi_w \phi_h)$ anwächst. Die Grenze von 0.4 wird allerdings erst für Schichtungen mit $\zeta < -10$ überschritten. Im vorliegenden Datensatz treten solche Bedingungen nicht auf. Die Annahme 4 ist nicht verletzt.

5.5 Quellstärken und Flüsse

Mit den im vorigen Abschnitt gemachten Parametrisierungen ist es nun möglich, die LNF auf gemessene Daten anzuwenden. Aus den während der

BEMA-Meßkampagne 1994 gemessenen Profilen der Lufttemperatur werden Profile der potentiellen Temperatur berechnet. Diese gehen als $c(z_{ci})$ in Gleichung 43 ein, um daraus Quellprofile $S(z)$ der fühlbaren Wärme im Bestand zu bestimmen. Die Quellprofile werden bis zur jeweiligen Höhe integriert, um sie mit den gemessenen turbulenten Flüssen der fühlbaren Wärme zu vergleichen. Wie bereits in Kapitel 3.4 beschrieben, wird angenommen, daß ein Fluß aus dem Boden als Quellstärke in der untersten Schicht erscheint. Die Änderungen und die Schwierigkeiten, die sich durch die Annahme von $F_0 \neq 0$ ergeben, werden in Kapitel 5.6 näher diskutiert werden. Als Eingangsgrößen werden, neben den Profilen der Temperatur, die über dem Bestand gemessene Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und die über dem Bestand bestimmte Monin-Obukhov-Länge L_* , bzw. das daraus berechnete Stabilitätsmaß $\zeta_h = h/L_*$, verwendet. Sie gehen bei der Berechnung der Matrizen gemäß den Definitionen in Gleichung 37 ein.

Das Quellprofil wird in Rechteckfunktionen nach Gleichung 44 entwickelt. Die Verteilung dieser Rechteckfunktionen ist, entsprechend Gleichung 57, an die Meßhöhen angepaßt. Welchen Einfluß die Wahl anderer Entwicklungsfunktionen hat, wird in Kapitel 5.7 gezeigt werden. Da im Bestand 8 Psychrometer zwischen 1 m und 10.8 m plaziert waren, ergeben sich $N_s = 8$ Entwicklungskoeffizienten S_j für das Quellprofil gegenüber insgesamt $N_c = 12$ Meßhöhen der Temperatur. Die Koeffizienten der Dispersionsmatrizen berechnen sich nach den Gleichungen 46 und 47, wobei ober- und unterhalb der Polstellen der $k_{n2}(z_{ci}, z_s)$, in $z_{ci} = z_s$, je eine Gauß-Legendre Integration mit 20 Stützstellen durchgeführt wird. Die Aufteilung an den Polstellen ist nötig, um in der numerischen Integration Überlaufer zu vermeiden. Eine weitere Verdoppelung der Stützstellenzahl führt lediglich zu einer Änderung der berechneten Flüsse um wenige Promille, so daß 20 Stützstellen als ausreichend angesehen werden können. Das sich ergebende Gleichungssystem wird, wie in der Herleitung zu Gleichung 66 beschrieben, mittels der Methode der kleinsten Quadrate nach dem Lösungsvektor \underline{S} aufgelöst.

Als Meßfehler für die Temperaturen wird $\Delta T = 0.05 \text{ K}$ angenommen und damit eine Fehlerabschätzung gemäß Gleichung 68 für $\Delta S(z)$ bzw. Gleichung 69 für $\Delta F(z)$ berechnet. Dieser ‘Meßfehler’ ergibt sich aus den beobachteten Standardabweichungen σ_T der Temperatur gemäß $\Delta T = \sigma_T/\sqrt{N}$, wobei N die Anzahl der Werte angibt aus denen die 30 Minuten-Mittelwerte bestimmt wurden. Der benutzte Wert für ΔT ist ein Mittel über alle Höhen über die drei betrachteten Tage. Es handelt sich bei ΔT also um die statistische Unsicherheit, mit der eine Mitteltemperatur in der turbulenten Grenzschicht bestimmt werden kann. Im Falle der Temperatur ist dieser Wert, im Verhältnis zu den tagsüber beobachteten maximalen Temperaturdifferenzen von ca. 1 K zwischen Krone und 20 m Höhe, sehr klein. Bei anderen

Größen, wie z.B. Wasserdampfgehalt oder CO_2 -Konzentration, wird dagegen der, in der Regel wesentlich größere Fehler des Meßverfahrens, die dominante Fehlergröße sein. Wie bereits gezeigt wurde, reagiert die LNF sehr empfindlich auf solche Fehler. Damit muß bei Wasserdampf oder CO_2 mit wesentlich größeren Fehlern in den Quellstärken gerechnet werden.

Im Folgenden werden die Wärmeflüsse als sogenannte ‘kinematische Wärmeflüsse’ $\overline{w'T'}$ in m/sK und die Quellstärken entsprechend in K/s angegeben. Der turbulente Fluß fühlbarer Wärme H , in W/m^2 , läßt sich aus $\overline{w'T'}$ über $H = \rho c_p \cdot \overline{w'T'}$, mit Luftdichte ρ und Wärmekapazität c_p , berechnen. Ebenso ergibt sich die Quellstärke in $J/(m^3s)$ aus S über $\rho c_p \cdot S$ und der Energiegehalt der Luft zu $\rho c_p \cdot T$ in J/m^3 . Da ρ im Verlauf der betrachteten Tage lediglich um maximal 2 % schwankt, können die Größen durch Multiplikation mit $\rho c_p \simeq 1206 J/(m^3K)$ leicht umgerechnet werden.

5.5.1 Berechnete Quellprofile

Abbildung 31 zeigt, am Beispiel des 25.5.1994, die Entwicklung der Temperaturprofile, der mittels der LNF bestimmten Quellprofile und der daraus nach Gleichung 19 berechneten Flußprofile. Um 7:45 Uhr, rund 2 Stunden nach dem Sonnenaufgang um 5:40, liegt im Bestand immer noch eine extrem stabile Schichtung vor, während sich oberhalb von $z' = 0.825$ infolge der Erwärmung durch die Sonne eine labile Schichtung entwickelt hat. Entsprechend befindet sich in der oberen Krone eine Schicht mit starker positiver Quellstärke von rund $0.057 K/s = 3.4 K/min$. Gäbe es keinen turbulenten Transport, würde sich die Luft hier mit dieser Rate erwärmen. Direkt darunter, im mittleren Kronenraum, um $z' = 0.65$, findet sich eine Schicht mit negativer Quellstärke, das heißt hier wird der Luft Wärme entzogen. Die in der oberen Krone an den in der Sonne liegenden Nadeln erwärmte Luft wird durch Turbulenz auch hierher transportiert und gibt ihre Wärme an die noch kalten Nadeln, Blätter und Äste ab. Im unteren Teil des Bestandes ergeben sich schließlich nur geringe Werte für S , die allerdings in der Summe zu einem negativen Fluß bei $z' = 0.5$ führen. Das resultierende Flußprofil zeigt am Oberrand des Bestandes, trotz der labilen Schichtung dort und im Gegensatz zum gemessenen, einen negativen, also nach unten gerichteten Wärmefluß. In Abbildung 31 ist, neben dem aus der LNF berechneten Temperaturprofil, auch das Profil des Fernfeldes T'_f dargestellt. Es zeigt, im Gegensatz zum Temperaturprofil, einen positiven Gradienten dT'_f/dz' und spiegelt damit den negativen, nach unten gerichteten Fluß wieder.

Drei Stunden später, um 10:45 hat sich die Situation grundlegend gewandelt. Die starke Sonneneinstrahlung hat dazu geführt, daß sich in $z' = 0.75$ ein deutliches Temperaturmaximum von 22°C entwickelt hat. Die stabile Schich-

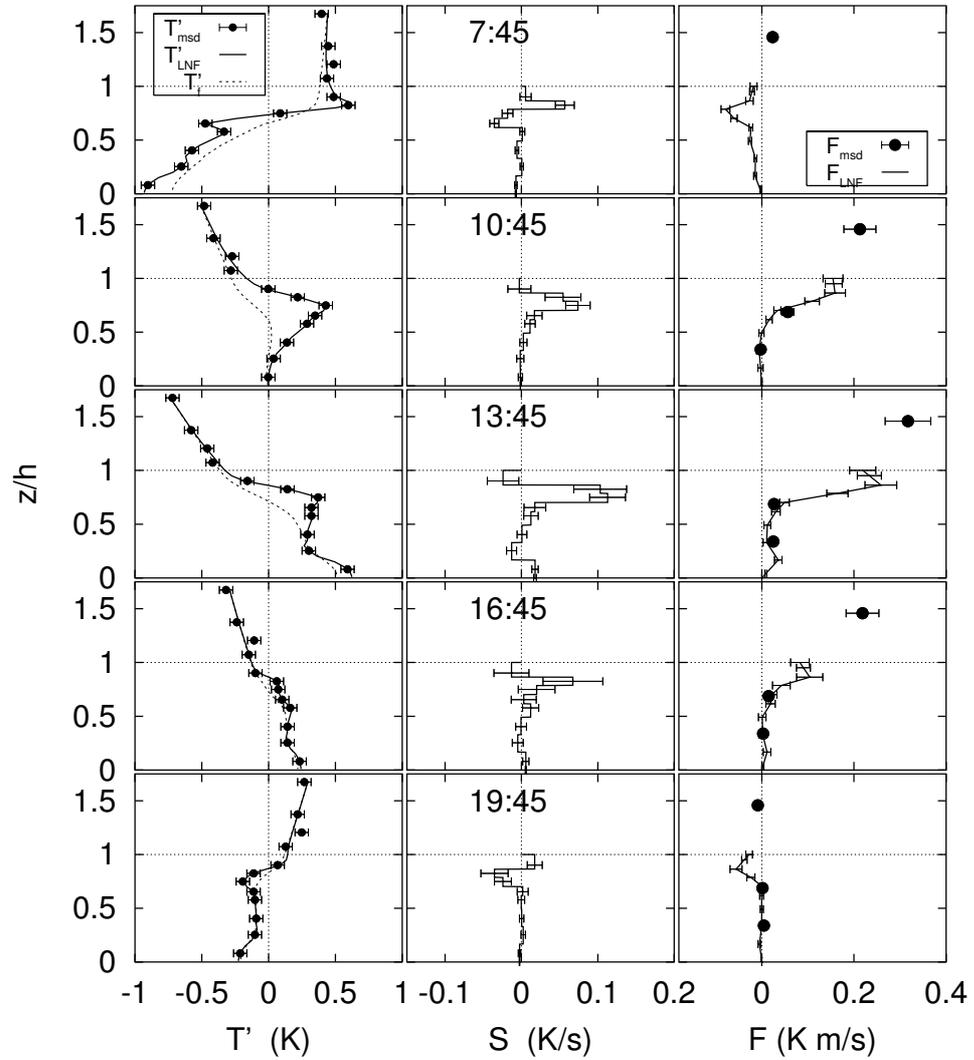


Abbildung 31: Profile der Temperatur $T' = T - \bar{T}$ (links), der Quellstärke S (mitte) und des Flusses F (rechts) am 25.5. ab 7:45 Uhr (oben) im Abstand von 3 Stunden bis 19:45 (unten). Die \bullet -Symbole mit Fehlerbalken sind die Meßwerte, die durchgezogenen Linien die Ergebnisse der LNF und die gestrichelte Linie links ist das Temperaturprofil T'_f des Fernfeldes. Die Fehlerbalken an den S - und F -Profilen sind die nach Gleichung 68 und Gleichung 69 berechneten Fehlerabschätzungen.

tung darunter ist ein Überbleibsel der Situation vom Morgen. Entsprechend dem Temperaturmaximum ergibt sich in der Krone eine starke Wärmequellstärke mit einem Maximalwert von 0.074 K/s in der selben Höhe wie das Temperaturmaximum. Die Flüsse im Stammraum unterhalb von $z' = 0.5$ sind jetzt zwar immer noch negativ, können aber innerhalb ihrer Fehlergrenzen als Null angesehen werden. Darüber ergibt sich ein deutlich positiver Fluß, der allerdings an der Bestandsobergrenze den gemessenen Fluß unterschätzt. Im Bestand werden die gemessenen Flüsse in $z = 0.688h = 8m$ und $z = 0.339h = 4m$ sehr gut wiedergegeben. Ganz deutlich ergibt sich zwischen $z' = 0.5$ und dem Temperaturmaximum in $z' = 0.75$ ein Fluß entgegen dem Gradienten.

Um 13:45 ist eine Mitteltemperatur von 24.9°C erreicht. Die Sonne hat ihren Höchststand erreicht und scheint jetzt auch durch die Lücken zwischen den Bäumen auf den Waldboden. Als Folge davon zeigt das Temperaturprofil jetzt, neben dem lokalen Maximum in $z' = 0.75$, einen noch höheren Wert am Boden. Trotzdem besteht dazwischen weiterhin ein Bereich mit stabiler Schichtung. Das Quellprofil erreicht einen Maximalwert von 0.113 K/s und zeigt auch in der untersten Schicht um $z' = 0.08$ eine deutlich positive Quellstärke von 0.017 K/s . In der obersten Schicht um $z' = 0.9$ ergibt sich eine negative Quellstärke. Dies ist kein Artefakt des Verfahrens sondern läßt sich physikalisch erklären: Die Temperatur der Nadeln und Blätter liegt, auch wenn sie der direkten Sonne ausgesetzt sind, nur wenig über der Lufttemperatur, da sie einerseits eine große Oberfläche im Verhältnis zu ihrem Volumen haben und andererseits Wasser verdunsten und so gekühlt werden. Wenn die warme Luft aus dem mittleren Kronenraum um $z' = 0.75$ nach oben gemischt wird, trifft sie dort auf Nadeln und Blätter, deren Temperatur deutlich geringer ist. Die nach oben gemischte Luft gibt hier Wärme an die Blätter ab, während die Nadeln sonst Wärme an die Luft abgeben. Im Mittel ergibt sich eine negative Quellstärke, die zu einer Reduktion des berechneten Flusses an der Bestandsobergrenze führt. Zwar unterschätzt die LNF den Fluß über dem Bestand, allerdings kann die Quellstärke in der obersten Schicht, nach dem zuvor gesagten, nicht als Grund hierfür angesehen werden. Im Bestand ergibt sich eine gute Übereinstimmung zwischen Messung und LNF.

Am späten Nachmittag, um 16:45, hat der Wind deutlich aufgefrischt, das Maximum des Temperaturprofiles ist nahezu verschwunden und die Schichtung ist auch nicht mehr so labil, wie in den Stunden zuvor. Die LNF liefert ein Quellprofil das lediglich in $z' = 0.83$ einen signifikant von Null verschiedenen Wert von 0.067 K/s aufweist. Das Flußprofil zeigt entsprechend kleinere Werte und unterschätzt den Meßwert über dem Bestand jetzt sehr deutlich.

Weitere 3 Stunden später, um 19:45, hat sich schließlich über dem Bestand eine stabile Schichtung mit einem lokalen Temperaturminimum in $z' = 0.75$

und eine größtenteils indifferente Schichtung im Bestand eingestellt. Das Quellprofil zeigt entsprechend eine Senke im Bereich des Temperaturminimums. In der obersten Schicht ergibt sich eine leichte Wärmequelle, die sich mit demselben Prozeß, mit umgekehrten Vorzeichen, wie die negative Quellstärke dort um 13:45 erklären läßt: Durch Verdunstung und Ausstrahlung kühlen die Blätter in der Krone ab und entziehen der Luft Wärme. Da die Blattflächendichte in der mittleren Krone am höchsten ist, ist die Wärmesenke hier am stärksten. Luft, die von hier in die obere Krone gemischt wird, trifft dort auf wärmere Nadeln und wird so erwärmt. Der berechnete Fluß an der Obergrenze des Bestandes stimmt vom Vorzeichen her mit dem gemessenen Fluß überein, überschätzt dessen Betrag jetzt aber etwas.

Im weiteren Verlauf der Nacht stabilisiert sich die Schichtung im Bereich der Krone weiter, bis sich um 23:15 eine Temperaturdifferenz von 2 K zwischen $z' = 1$ und 0.6 eingestellt hat. Darunter bleibt die Schichtung bis 22:00 indifferent bis leicht labil, bevor sie sich auch hier stabilisiert. Da die Schubspannungsgeschwindigkeit gleichzeitig bei Werten unter 0.12 m/s liegt, ergeben sich keine nennenswerten Quellstärken und Flüsse.

In Abbildung 32 sind zwei Zeit-Höhen-Schnitte der Quellstärke dargestellt. Einmal mit Rechteckfunktionen nach Gleichung 44 und darunter mit Linearen Splines nach Gleichung 48 für die Entwicklungsfunktionen \hat{s}_j berechnet. Wie später in Kapitel 5.7 näher gezeigt werden wird, hat es keinen großen Einfluß auf die Resultate, welche dieser beiden Entwicklungsfunktionen gewählt wird. Hier werden beide Formen gezeigt, da die Ergebnisse aus den linearen Splines in dieser Darstellung klarer zu erkennen sind.

Man erkennt deutlich wie sich am 25.5 zunächst um 8:00 herum oberhalb von $z' = 0.8$ eine Wärmequelle entwickelt, deren Schwerpunkt sich im weiteren Verlauf nach unten verlagert und an Stärke zunimmt. Um 12:00 setzt kräftiger Wind ein (siehe Abb. 17), der zu einer Verstärkung des Austausches und damit zu einer Erhöhung der Quellstärken führt. Die beiden kurzzeitigen Abschwächungen des Quellprofils um 9:30 und 12:00 sind auf Wolken zurückzuführen, die zu diesen Zeiten die Sonne verdeckten. Nach 12:00 bildet sich in der untersten Schicht eine Wärmequelle aus, die auf das Vordringen der Sonnenstrahlung bis auf den Waldboden zurückzuführen ist. Im weiteren Verlauf des Nachmittags verringert sich die Quellstärke wieder und ihr Schwerpunkt wandert entsprechend der tieferstehenden Sonne, die nicht mehr so tief in den Pflanzenbestand eindringt, wieder nach oben. Gegen 18:00 bildet sich in der Krone, bei $z' = 0.7$, eine Wärmesenke aus, deren Schwerpunkt relativ zügig nach oben wandert und mit der einsetzenden Abkühlung in Verbindung zu bringen ist. Während der Nacht zeigen sich generell geringe negative Quellstärken, die von einigen relativ kurzen Zeiten mit stark negativen Quellstärken unterbrochen werden. In den folgenden Tagen wiederholt

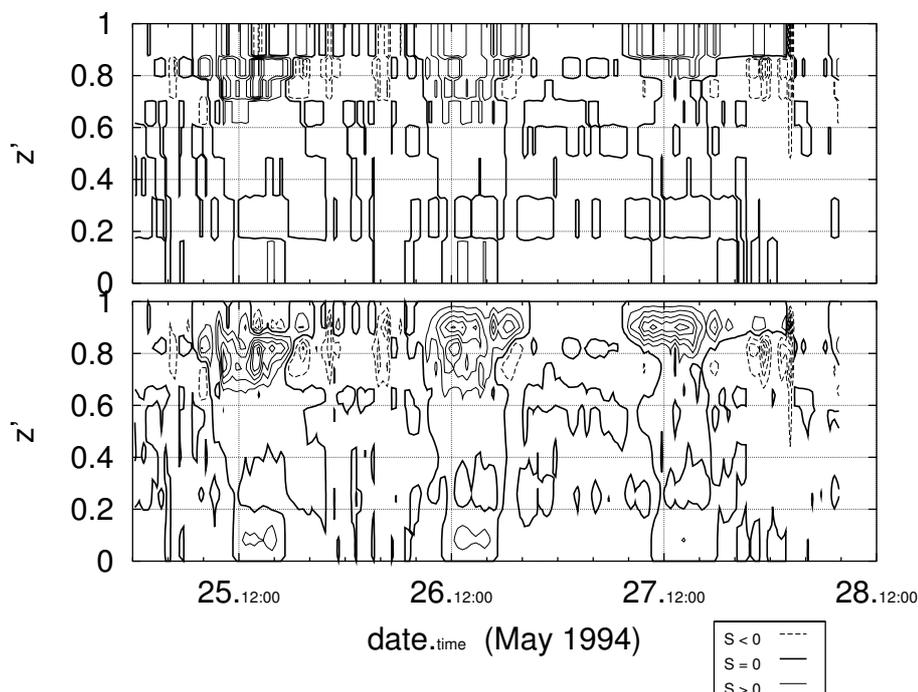


Abbildung 32: Quellstärke als Funktion von Zeit (Abszisse) und Höhe (Ordinate) vom 25.5 bis 28.5., berechnet mit Rechteckfunktionen (oben) und linearen Splines (unten) als Entwicklungsfunktionen. Die Isolinien geben Schritte von 0.02 K/s wieder. Isolinien der negativen Werte sind gestrichelt und die Null-Linie ist dick durchgezogen.

sich dieses Muster, wobei das tägliche Maximum der Quellstärke höher zu liegen kommt. Dieser Unterschied ist vor allem durch die speziellen Bedingungen des 25.5. zu erklären: Der Seewind setzte an diesem Tag relativ spät ein, so daß sich auch tiefere Teile der Krone vormittags sehr stark aufheizen konnten. Gleichzeitig lag an diesem Tag eine relativ hohe Luftfeuchte vor, so daß die Nadeln und Blätter weniger Wärme über Verdunstung abführen konnten.

Offensichtlich liefert die LNF zwar plausible Quellprofile, die berechneten Flüsse an der Bestandsobergrenze weichen allerdings deutlich von den über dem Bestand gemessenen Flüssen ab. In den nächsten Abschnitten wird daher untersucht, wo diese Abweichung ihren Ursprung hat und wie man sie reduzieren kann.

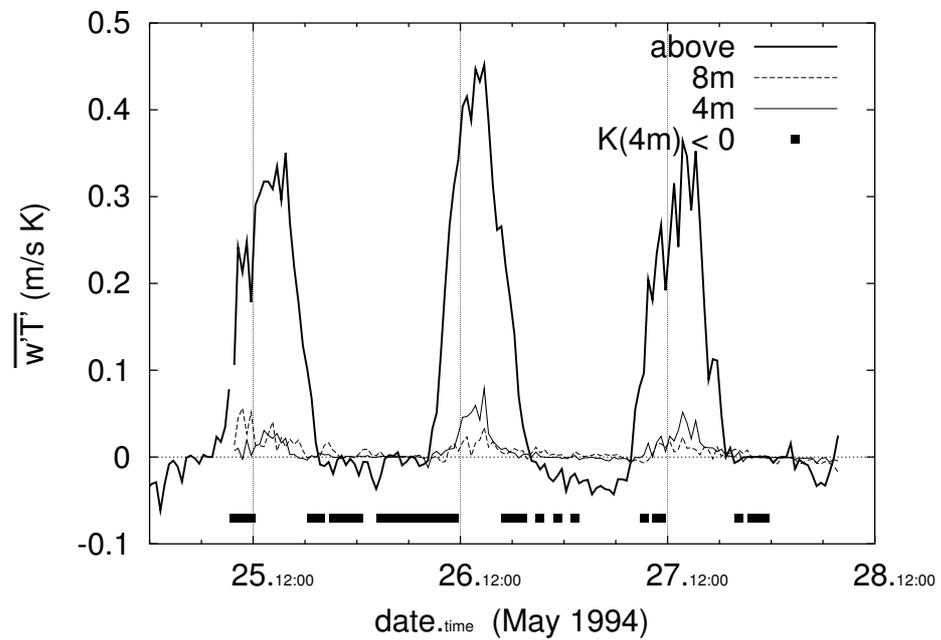


Abbildung 33: Die turbulenten Wärmeflüsse $\overline{w'T'}$ über dem Bestand (dick durchgezogen), in 8 m Höhe (gestrichelt) und in 4 m Höhe (dünn durchgezogen) an den drei ausgewählten Tagen. Die schwarzen Balken am unteren Rand markieren Zeiten, zu denen sich ein negativer Austauschkoefizient in 4 m Höhe ergibt.

5.5.2 Gemessene Flüsse

In Abbildung 33 sind die gemessenen turbulenten Wärmeflüsse²⁰ $\overline{w'T'}$ über dem Bestand, in der Krone (8 m) und im Stammraum (4 m) dargestellt. Offensichtlich wird der Löwenanteil der Energie in der Krone umgesetzt, während aus dem Bereich unterhalb von 4 m weniger als $\sim 15\%$ stammt. Zusätzlich zu den gemessenen Flüssen sind in Abbildung 33 noch die Zeiten markiert, zu denen sich in 4 m ein negativer Austauschkoefizient ergibt. Dies ist der Fall, wenn trotz stabiler Schichtung ein nach oben gerichteter Wärmefluß beobachtet wird, der Fluß somit gegen den Gradienten gerichtet ist. Nachts, bei geringen Windgeschwindigkeiten und stark stabiler Schichtung, ist dies in erster Linie Folge der horizontalen Inhomogenitäten, die sich unter diesen Bedingungen ausbilden. Tagsüber werden morgens und vormittags regelmäßig negative Austauschkoefizienten im Bestand beobachtet. Die Baumkronen sind dann bereits von der Sonne aufgeheizt, während die Luft im Bestand noch kalt ist. Da nur ein Bruchteil der Strahlung am Boden ankommt, ist die Erwärmung hier deutlich geringer und die Luft bleibt kälter. Im Kronenraum bildet sich ein Temperaturmaximum aus, darunter eine stabile Schichtung. Diese stabile Schicht in der unteren Krone wird nur von einzelnen großen Wirbeln kurzzeitig aufgelöst, die dann auch erwärmte Luft aus dem Stammraum nach oben transportiert. Im Mittel ergibt sich sowohl ein Temperaturmaximum mit darunterliegender stabiler Schicht, als auch ein turbulenter Wärmefluß nach oben, der entgegen dieser stabilen Schichtung fließt.

Bei Betrachtung der Meßwerte aus 8 m Höhe fällt auf, daß der Fluß in 8 m tagsüber um 0.02 bis 0.04 m/s K kleiner als der in 4 m ist. Aus dieser Flußdivergenz würde sich für die Schicht zwischen 4 m und 8 m eine Erwärmungsrate der Luft von 18 K/h bis 36 K/h ergeben. Dieser Wert liegt um mehr als den Faktor 10 über den beobachteten mittleren Werten, die im Mittel unter ± 1 K/h bleiben und Extremwerte von bis zu ± 3.6 K/h erreichen. Da im Bereich zwischen 4 m und 8 m kaum noch Nadeln und Blätter vorhanden waren, läßt sich diese Flußdivergenz auch nicht mit einer entsprechenden Erwärmung von Biomasse erklären.

Ein Vergleich der mit dem Ultraschallanemometer in 8 m gemessenen Temperaturen mit den ca. 10 m davon entfernt mit Psychrometern bestimmten Temperaturen zeigt eine hervorragende Übereinstimmung. Dagegen sind die mit dem Ultraschallanemometer gemessenen Windgeschwindigkeiten mei-

²⁰ Wie in Kapitel 5.1 beschrieben, ist die Berechnung der Flüsse aus den gemessenen turbulenten Schwankungen ein relativ aufwändiger Prozeß. Trotzdem werden diese Flüsse hier kurz als 'gemessen' bezeichnet, um sie klar von den mit der LNF berechneten zu unterscheiden.

stens deutlich kleiner, als die mit den Schalenkreuzanemometern bestimmten. Zwar neigen Schalenkreuzanemometer aufgrund ihres Trägheitsmomentes zu einer Überschätzung der Geschwindigkeiten bei böigem Wind, allerdings sind die beobachteten Abweichungen derart groß und unsystematisch, daß auf eine gestörte Messung des Ultraschallanemometers in 8 m geschlossen werden muß. Das Gerät war in unmittelbarer Nähe zu einer besonders dichten Baumkrone angebracht, so daß die Strömung hier stark von den Ästen und Blättern in der direkten Umgebung beeinflusst war. Im Gegensatz hierzu war das Gerät in 4 m weit von allen störenden Bäumen entfernt. Es muß daher geschlossen werden, daß die Flußmessung in 8 m Höhe nicht repräsentativ ist und daß sie sich nicht als Referenz für einen Vergleich mit aus der LNF bestimmten Flüssen eignet. Außerdem muß angenommen werden, daß die im vorigen Abschnitt benutzten σ_w -Werte in 8 m aus dem selben Grund fehlerhaft sind. Die dichte Baumkrone in der Nähe des Gerätes führt zu niedrigeren Windgeschwindigkeiten dort. Es ist also damit zu rechnen, daß das σ_w -Profil in 8 m größere Werte annimmt, als in Gleichung 89 und in Abbildung 26.

5.5.3 Mittels LNF bestimmte Flüsse

In Abbildung 34 sind die gemessenen Wärmeflüsse $\overline{w'T'}$ zusammen mit den aus der LNF bestimmten Flüssen (F) dargestellt. Zur Berechnung der F wurden die in den vorigen Kapiteln bestimmten Parametrisierungen für $\sigma_w(z, \zeta)$ und $T_L(z, \zeta)$ verwendet. Mit Ausnahme der Werte in 8 m sind die F -Werte immer kleiner als die gemessenen Werte. Allerdings ist der qualitative Verlauf der F dem der gemessenen sehr ähnlich. Die stark negativen Ausreißer in der Nacht vom 25. zum 26. und vom 27. zum 28. mit Werten bis zu -0.37 K m/s ergeben sich zu Zeiten mit niedrigen Windgeschwindigkeiten und extrem stabiler Schichtung im Bestand. Hier bilden sich in der Krone zwischen 7 m und 12 m extreme Temperaturgradienten von bis zu 0.5 K/m aus. Über dem Bestand treten in diesen Situationen zeitweise leicht erhöhte Windgeschwindigkeiten und eine weniger stabile Schichtung auf. Unter solchen Umständen kommt es zu einer Entkoppelung von Stamm- und Kronenraum. Eine Parametrisierung über die Größen u_* und h/L_* , die die Bedingungen über dem Bestand charakterisieren, verliert dabei ihre Gültigkeit. Zudem sind bei stabiler Schichtung die Parametrisierungen von $\phi_w(\zeta)$ und $\phi_T(\zeta)$ äußerst unsicher. Beides zusammen führt zu den beobachteten negativen Flüssen, die jedoch, aufgrund ihrer Größe und dem Zeitpunkt ihres Auftretens, leicht als fehlerhaft identifizierbar sind.

Die Flüsse aus der LNF sind sowohl in 12 m als auch in 4 m generell kleiner als die gemessenen Flüsse. Das heißt, es muß irgendwo im Verfahren systematische Fehler geben, die zu dieser Unterschätzung führen. Es wurde

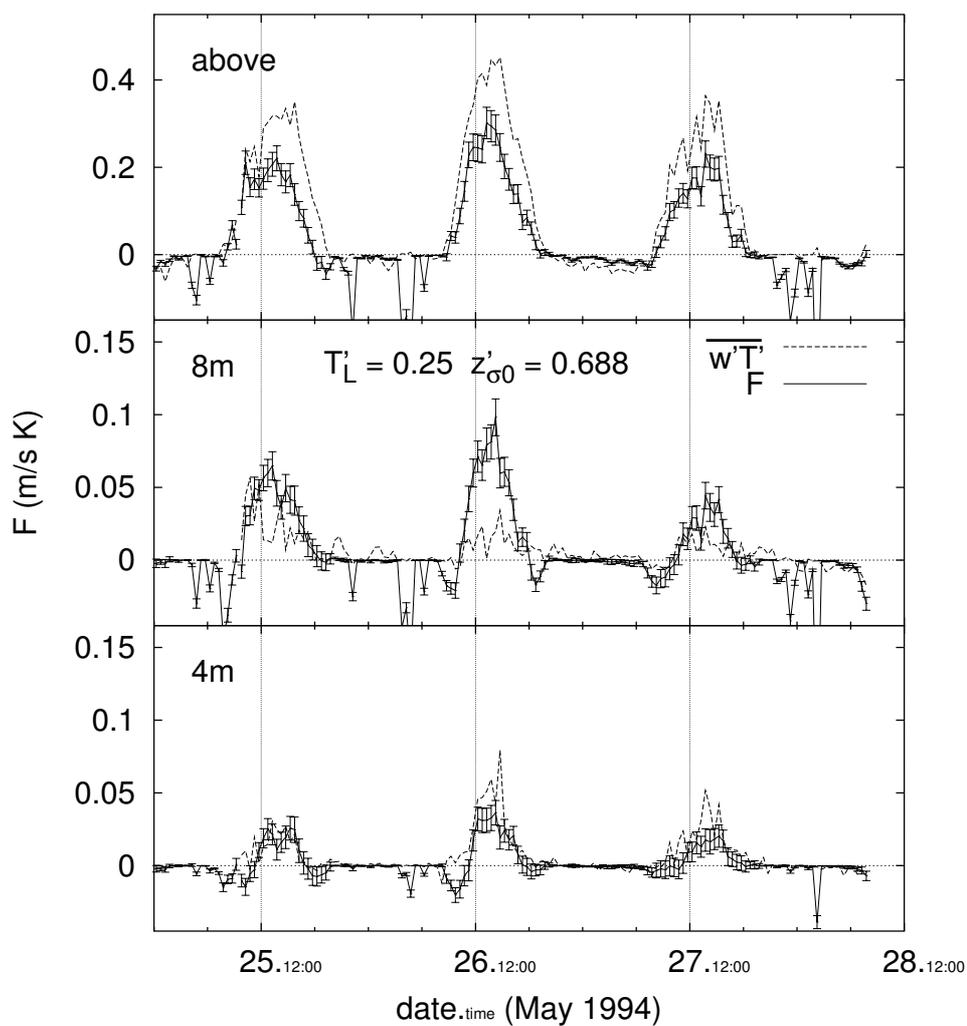


Abbildung 34: Mittels LNF berechnete Wärmeflüsse F und deren Fehler (durchgezogen mit Fehlerbalken) im Vergleich mit den gemessenen Kovarianzen $\overline{w'T'}$ (gestrichelt).

bereits dargelegt, daß bei der Turbulenzmessung in 8 m die Windgeschwindigkeit stark durch die Umgebung gestört war, und entsprechend zu kleine Flüsse, als auch zu kleine σ_w -Werte geliefert hat. Wenn die in 8 m gemessenen σ_w zu klein sind hat dies zur Folge, daß das in Gleichung 89 festgelegte $z'_{\sigma_0} = 0.688$ zu groß wird. Aufgrund der fehlerhaften Messung in 8 m ist anzunehmen, daß in Gleichung 89 z'_{σ_0} zu groß ist und kleiner angesetzt werden muß. Dadurch wird die Untergrenze der Schicht, in der σ'_w mit der Höhe variiert, nach unten verschoben und der Wert von σ'_w in 8 m wird größer. Eine weitere Quelle für Fehler bei der Berechnung der F ist die Unsicherheit über die genauen Werte der T_L . Im Kapitel 5.3.2 wurde darauf hingewiesen, daß es eine große Unsicherheit hinsichtlich der Faktoren α (dem Seitenverhältnis der Wirbelquerschnitte) und β (dem Verhältnis Translationsgeschwindigkeit zu mittlerer Windgeschwindigkeit) gibt.

Es gibt also mit T'_L und z'_{σ_0} zwei freie Parameter in den Turbulenzprofilen, durch deren Variation im Prinzip eine Anpassung der errechneten Flüsse an die gemessenen erreicht werden kann. Da die mit der LNF berechneten Flüsse zu klein sind, soll im Folgenden versucht werden, durch eine Variation von T'_L und z'_{σ_0} die Flüsse an die gemessenen anzupassen. Für eine derartige Anpassung ist es zunächst sinnvoll zu verstehen, wie sich eine Änderung dieser Parameter auf die resultierenden Flüsse auswirkt. Da der Kehrwert von T'_L als Faktor vor den Termen der Fernfeldmatrix $\underline{\underline{D}}_f$ steht, führt eine Erhöhung zu größeren Quellstärken $S(z)$ und somit zu größeren Flüssen. Der Einfluß über die Argumente des Nahfeldkerns ist schwerer abzuschätzen und geht in die entgegengesetzte Richtung.²¹ Im Prinzip hat σ'_{w0} den gleichen Effekt auf die Quellstärken und Flüsse. Diese Größe geht als Quadrat des Kehrwertes in die Fernfeldmatrix $\underline{\underline{D}}_f$ und als Kehrwert und Argument von k_n in die Nahfeldmatrix $\underline{\underline{D}}_n$ ein (Gl. 42). Damit ist der Effekt stärker als bei T'_L und eine Vergrößerung von σ_w erhöht die resultierenden Quellstärken und Flüsse stärker, als eine entsprechende Erhöhung von T'_L . Mit einer Verschiebung von z'_{σ_0} nach unten wird das in die Rechnung eingehende σ_w im Mittel größer, so daß dies die berechneten Flüsse ebenfalls erhöht.

Für das weitere Vorgehen ist es sinnvoll die Bereiche einzugrenzen, in denen z'_{σ_0} und T'_L liegen können. Die Impulsabsorption an den Blättern führt dazu, daß σ_w mit der Höhe variiert, so daß der Bereich $[z'_{\sigma_0}, 1]$ in etwa mit dem Kronenraum zusammenfallen muß. Demnach muß z'_{σ_0} im Intervall $[0.5, 0.7]$ liegen. Im Falle von T_L basiert die Unsicherheit auf der Unkenntnis von β , dem Verhältnis der mittleren Translationsgeschwindigkeit U_E der Wirbel zur mittleren horizontalen Windgeschwindigkeit \bar{u} . Wie bereits erwähnt, weisen Raupach et al. (1996 [58]) darauf hin, daß aus Mehrpunktstatistiken bestimm-

²¹ T_L größer $\Rightarrow L_L = \sigma_w T_L$ größer $\Rightarrow k_n$ breiter $\Rightarrow k_n$ im Mittel größer $\Rightarrow S$ kleiner.

Tabelle 3: Mittlere quadratische absolute Abweichungen $\overline{\delta F^2}$ in $(\text{K m/s})^2$. Der kleinste Wert ist kursiv gesetzt.

$z'_{\sigma 0}$	$T'_L \longrightarrow$			
	0.25	0.4	0.5	0.6
0.7	0.008430	0.006895	0.006642	<i>0.006629</i>
0.6	0.008198	0.006851	0.006766	0.006899
0.5	0.008010	0.006977	0.007134	0.007471

te Längenskalen auf ein $\beta \in [1.5, 2]$ hindeuten. Da die typische Längenskala der Turbulenz über dem und im Bestand von der Größenordnung der Bestandshöhe h ist, kann U_E in der Schicht bis $2h$ nicht größer als \bar{u} in der Schicht bis etwa $3h$ sein. Die Windgeschwindigkeiten der obersten Meßhöhe in $20 \text{ m} = 1.7h$ liegen im Schnitt bei $1.6\bar{u}(h)$. Eine logarithmische Extrapolation auf $3h = 36 \text{ m}$ ergibt dort $\bar{u}(3h)/\bar{u}(h) = 2$. Raupach et al. (1996 [58]) haben ihr $\beta = 2$ ebenfalls bei einem Windprofil mit $\bar{u}(3h) = 2\bar{u}(h)$ gefunden, so daß hier angenommen wird, daß β nicht sehr viel größer als 2 sein kann. Entsprechend liegen sinnvolle Werte in dem Intervall $[1, 2.4]$, was einem $T'_L \in [0.25, 0.6]$ entspricht.

Bei der folgenden Anpassung wird versucht die mittlere quadratische Abweichung der mit der LNF bestimmten Flüsse F von den gemessenen Flüssen $\overline{w'T'}$ zu minimieren. Es wird also das Minimum der folgenden Funktion gesucht:

$$\overline{\delta F^2}(z'_{\sigma 0}, T'_L) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(F_k(z'_{\sigma 0}, T'_L) - \overline{w'T'_k} \right)^2, \quad (100)$$

wobei \sum_k eine Summation über die Zeit, als auch über die Werte in 4 m und in 12 m (bzw. über dem Bestand) beinhaltet. In Tabelle 3 sind die sich ergebenden mittleren Abweichungen für den zuvor definierten sinnvollen Bereich dargestellt. Aus den Werten ergibt sich, daß das Minimum außerhalb des Wertebereiches bei einem $z'_{\sigma 0} > 0.7$ und $T'_L > 0.6$, also $\beta > 2.4$, liegt. Bei der Berechnung von $\overline{\delta F^2}$ gehen gleichermaßen die Flüsse im und über dem Bestand ein. Da die Flüsse in 4 m im Bestand um eine Größenordnung kleiner sind als die Flüsse über dem Bestand sind auch die absoluten Abweichungen in 4 m deutlich geringer. Dies führt dazu, daß bei der Minimierung der absoluten Abweichung in erster Linie eine Anpassung an die Flüsse über dem Bestand erfolgt. Die Flüsse im Bestand tragen wenig zu $\overline{\delta F^2}$ bei, so daß hier bei den kleinsten bestimmten $\overline{\delta F^2}$, bei $T'_L = 0.6$ und $z'_{\sigma 0} = 0.7$, der Fluß in 4 m um 35 % überschätzt wird, während der Fluß über dem Bestand im Mittel um 12 % unterschätzt wird. Somit werden bei der Minimierung zum

Tabelle 4: Mittlere quadratische relative Abweichungen $\overline{(\delta F/w'T')^2}$. Der kleinste Wert ist kursiv markiert.

	$T'_L \longrightarrow$			
$z'_{\sigma 0}$	0.25	0.4	0.5	0.6
0.7	11.83	22.59	28.51	33.94
0.6	<i>11.12</i>	23.35	29.38	35.25
0.5	15.86	31.52	39.02	45.98

einen keine sinnvollen Werte für T'_L und $z'_{\sigma 0}$ erreicht und zum anderen werden die Flüsse aus 4 m nicht ausreichend bei der Optimierung berücksichtigt. Es erscheint daher sinnvoll, durch eine entsprechende Gewichtung, die Flüsse aus 4 m stärker zu berücksichtigen. Für eine derartige Gewichtung kommen die gemessenen Flüsse selber, also eine Optimierung der relativen Abweichungen, oder die Unsicherheiten ΔF der mit der LNF bestimmten Flüsse in Frage.

Minimiert man die mittleren quadratischen relativen Abweichungen

$$\overline{\left(\frac{\delta F}{w'T'}\right)^2}(z'_{\sigma 0}, T'_L) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{F_k(z'_{\sigma 0}, T'_L) - \overline{w'T'_k}}{\overline{w'T'_k}} \right)^2, \quad (101)$$

so werden vor allem die Abweichungen bei sehr kleinen Flüssen minimiert, da diese stark gewichtet werden. Damit werden im Gegensatz zur Minimierung von $\overline{\delta F^2}$ jetzt vor allem die Flüsse in 4 m optimiert. Um die extrem starke Gewichtung von kleinen Flüssen einzuschränken, werden nur Flüsse zu Terminen betrachtet, wenn über dem Bestand $|\overline{w'T'}| > 0.02 K m/s$ gilt. Es ergibt sich jetzt ein Minimum bei $z'_{\sigma 0} \simeq 0.65$ und $T'_L < 0.25$, also ein $\beta < 1$. Der Grund für dieses entgegengesetzte Verhalten gegenüber der Minimierung von $\overline{\delta F^2}$ liegt in der Dominanz der Flüsse in 4 m Höhe. Die wurden zuvor im Mittel bei einem relativ großen T'_L deutlich überschätzt. Eine Verkleinerung von T'_L führt auch zu kleineren Flüssen, so daß sich hier ein sehr kleines T'_L ergibt. Mit dem kleinen T'_L werden auch die Flüsse über dem Bestand kleiner. Dies wird durch ein etwas tieferes $z'_{\sigma 0}$ kompensiert. Da die Flüsse über dem Bestand aber weniger stark gewichtet werden, liefert die Anpassung dort Flüsse, die im Mittel um $\sim 40\%$ zu klein sind.

Schließlich können noch die mit den Unsicherheiten ΔF der LNF (Gl. 69) normierten mittleren Abweichungen

$$\overline{\left(\frac{\delta F}{\Delta F}\right)^2}(z'_{\sigma 0}, T'_L) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{F_k(z'_{\sigma 0}, T'_L) - \overline{w'T'_k}}{\Delta F_k} \right)^2 \quad (102)$$

minimiert werden. Die Flüsse über dem Bestand werden damit etwas stärker gewichtet als die in 4 m. Flüsse nahe Null werden nicht so hoch bewertet

Tabelle 5: Mittlere quadratische normierte Abweichungen $\overline{(\delta F/\Delta F)^2}$; der kursiv gesetzte Wert ist der kleinste.

	$T'_L \longrightarrow$			
z'_{σ_0}	0.25	0.4	0.5	0.6
0.7	368.4	120.5	78.3	65.6
0.6	128.4	41.2	27.0	<i>23.2</i>
0.5	124.8	40.5	27.7	24.9

wie zuvor, da ΔF nicht gegen null geht. Das Minimum liegt in diesem Fall bei $z'_{\sigma_0} \simeq 0.55$ und $T'_L > 0.6$, also $\beta > 2.4$ (Tab. 5). Die Flüsse im Bestand werden bei diesen Werten im Mittel um 40% überschätzt, während sich über dem Bestand um 7 % zu kleine Flüsse ergeben.

In Abhängigkeit von der zur Minimierung verwendeten Größe werden also entweder die Flüsse über dem Bestand oder im Bestand optimiert. Die jeweils anderen Flüsse werden dagegen deutlich unter- oder überschätzt. Zudem liefern die Anpassungen immer Werte, die außerhalb des plausiblen Bereiches von $\beta \in [1.0, 2.4]$ bzw. $T'_L \in [0.25, 0.6]$ liegen. Dieses Bild ändert sich auch nicht wenn man sich auf eine Anpassung der Flüsse über dem Bestand beschränkt. Offenbar ist es mit einer derartigen Optimierung nicht möglich, die Werte für T'_L oder z'_{σ_0} zu bestimmen.

Um für weitere Untersuchungen dennoch Daten zur Verfügung zu haben, wird im Folgenden der von Raupach (1996 [58]) aus Untersuchungen im Windkanal abgeleitete Wert von $\beta = 2$ für alle Höhen verwendet, so daß sich gemäß Gleichung 95

$$T'_L = 0.50 \quad (103)$$

ergibt. Dieser Wert wird für alle weiteren Rechnungen benutzt. Um zumindest über dem Bestand eine gute Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Flüssen zu erreichen, muß

$$z'_{\sigma_0} = 0.5 \quad (104)$$

gesetzt werden. Diese Höhe stimmt sehr gut mit der Untergrenze aller Kronen überein. Nimmt man an, daß σ_w vor allem im Kronenraum, durch die Wechselwirkung der Turbulenz mit den Blättern, mit der Höhe variiert, scheint dieser Wert durchaus plausibel.

Die resultierenden Flüsse sind in Abbildung 35 dargestellt. Am Vormittag des 25. werden die über dem Bestand gemessenen Flüsse fast perfekt wiedergeben. Am Nachmittag, sowie am Vor- und Nachmittag der beiden folgenden Tage, ergeben sich systematisch zu kleine Werte, während mittags,

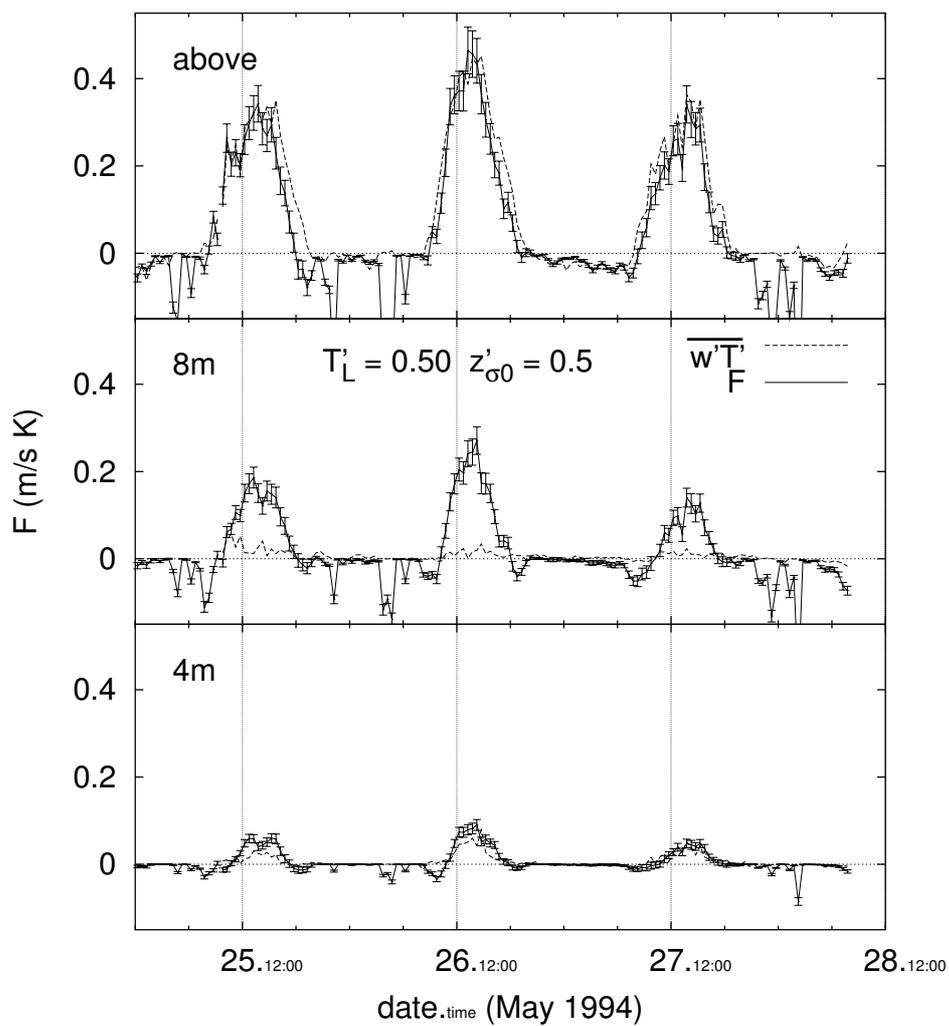


Abbildung 35: Wie Abbildung 34, allerdings mit $T'_L = 0.50$ und $z'_{\sigma 0} = 0.5$ gerechnet.

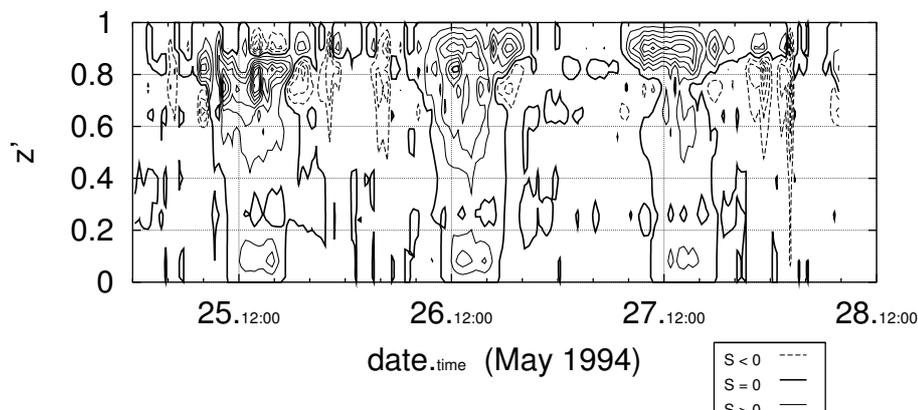


Abbildung 36: Zeit-Höhen-Schnitt der Quellstärke wie in Abb. 32, allerdings mit $T'_L = 0.50$ und $z'_{\sigma 0} = 0.5$ gerechnet. Die Isolinien geben Schritte von 0.02 K/s wieder. Isolinien der negativen Werte sind gestrichelt und die Null-Linie ist dick durchgezogen.

zur Zeit des größten Energieumsatzes, generell eine gute Übereinstimmung erreicht wird. Im Stammraum, bei 4 m, werden an den ersten beiden Tagen größere Werte als die gemessenen erreicht, während hier am 27. die Übereinstimmung sehr gut ist. Im Mittel über diese drei Tage ergibt sich also eine leichte Unterschätzung über dem Bestand und eine deutliche Überschätzung im Stammraum.

In Abbildung 36 ist der Zeit-Höhen-Schnitt der Quellstärke für die neue Turbulenzparametrisierung dargestellt. Beim Vergleich mit Abbildung 32 erkennt man deutlich, daß die Bereiche höherer Quellstärke jetzt tiefer in den Bestand hinein reichen und daß die Maxima hier größer sind. Ebenso ist die Quellstärke in der untersten Schicht am frühen Nachmittag jetzt etwas größer. Darüber hinaus erscheinen die Muster allerdings nicht stark verändert.

Zusammenfassend bleibt festzuhalten, daß die Unkenntnis über die genaue Form des σ_w -Profils und die Unsicherheiten bei der Bestimmung von T_L , die erreichbare Genauigkeit bei der Bestimmung der Flüsse durch die LNF limitieren. Die hier gemachten Untersuchungen haben gezeigt, daß die Unsicherheit über die Translationsgeschwindigkeit der Wirbel, die sich in $\beta = 1 \dots 2$ widerspiegelt, zu einer Bandbreite von ca. 30 % in den errechneten Flüssen an der Bestandsobergrenze führt. Die Veränderung der Form des σ_w -Profils durch Variation der Höhe $z_{\sigma 0}$ kann den Fluß an der Bestandsobergrenze nochmals um rund 10 % anheben. Im Bestand in 4 m führen diese Unsicherheiten zu Bandbreiten von 80 % und 15 %. Für eine verlässliche Bestimmung von Fluß- und Quellprofilen im Pflanzenbestand mit der LNF sind somit gut vermessene Turbulenzprofile im Bestand Voraussetzung.

Allerdings ist deren Bestimmung mit großem Aufwand verbunden und wird auch technisch schwierig, wenn die Dimension des Pflanzenbestandes in die Größenordnung der Abmessungen der Meßgeräte kommt.

5.5.4 Abweichung von gemessenen Flüssen

Im vorigen Abschnitt sind die Flüsse aus der LNF an die gemessenen durch Variation der unsicheren Parameter der Turbulenzprofile angepaßt worden. Allerdings verbleiben noch Abweichungen, die eine nähere Betrachtung lohnen. Die Systematik dieser Abweichungen ist dabei unabhängig von den konkreten Werten von T'_L und $z'_{\sigma 0}$. Durch eine Variation dieser Parameter werden zwar die absoluten Werte der Flüsse F beeinflusst, nicht aber die Abhängigkeit der Abweichung von den gemessenen Flüssen $F - \overline{w'T'}$ von anderen Parametern, wie z.B. Stabilität, Windrichtung oder Fehlern in den Turbulenzparametrisierungen.

In Abbildung 37 sind die mit der LNF bestimmten Flüsse gegen die gemessenen Flüsse aufgetragen. Zwar folgen die LNF-Flüsse an der Bestandsobergrenze den darüber gemessenen, aber im Bereich 0.05-0.25 m/s K sind sie systematisch kleiner. Diese systematische Abweichung der Flüsse über dem Bestand findet sich auch in den Daten vor dem 25.5., so daß ausgeschlossen werden kann, daß es sich um ein zufälliges Ergebnis aufgrund der speziellen meteorologischen Situation der drei Vergleichstage 25.5.-27.5. handelt. Zudem ist durch diesen Gleichlauf gezeigt, daß die aus diesen drei Tagen gewonnenen Turbulenzparametrisierungen auch an den anderen Tagen keine grundlegend anderen Ergebnisse liefert.

Im leicht stabilen Bereich $[-0.05, 0]$ ist die Übereinstimmung zwischen LNF und Messung über dem Bestand gut, obwohl hier die Parametrisierung der Turbulenzgrößen generell sehr schlecht ist. Im Bereich von verschwindenden Wärmequellen, bei leicht stabiler bis neutraler Schichtung, ergeben sich eine ganze Reihe von sehr stark negativen Ausreißern. Dies sind die stark negativen Flüsse der Nächte vom 25.5. auf den 26.5. und vom 27.5 auf den 28.5. Wie schon dargelegt ist zu diesen Zeiten der Bestand von der Luft darüber entkoppelt, so daß die Turbulenzparametrisierung mit den Charakteristiken über dem Bestand ihre Gültigkeit verliert. Die Flüsse in 4 m Höhe werden von der LNF überschätzt. Die Streubreite der 4 m Daten liegt in der gleichen Größenordnung wie die über dem Bestand (Man beachte die geänderte Skala von Abszisse und Ordinate). Aufgrund der berechneten Fehler muß man allerdings davon ausgehen, daß die Flüsse hier überschätzt werden.

Es fällt auf, daß über dem Bestand eine Unterschätzung und in 4 m eine Überschätzung der Flüsse stattfindet, die an die Größe des Flusses gekoppelt ist. Da der Wärmefluß von der Stabilität abhängt, könnte man an dieser

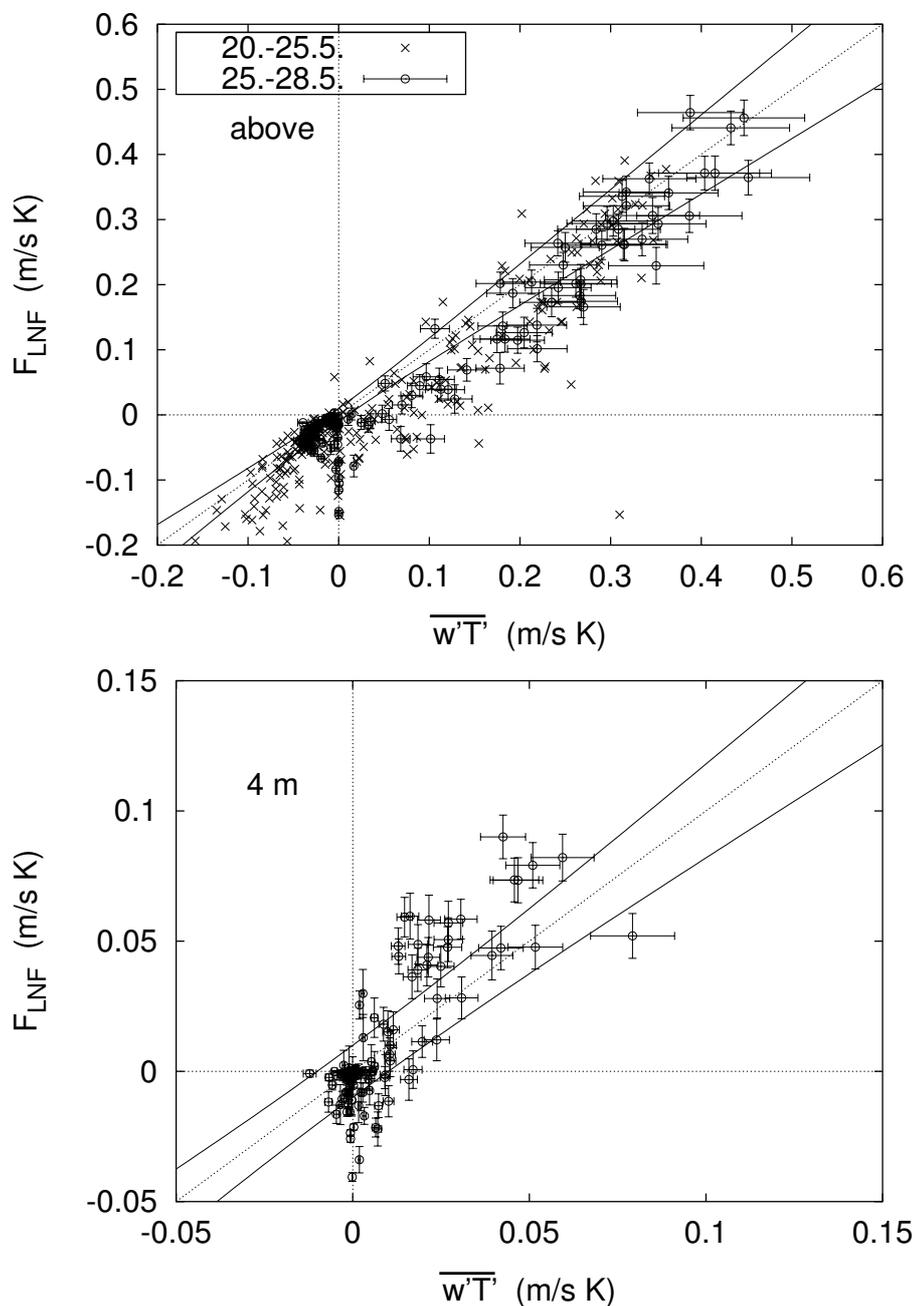


Abbildung 37: Mittels LNF berechnete Flüsse F_{LNF} über dem Bestand (oben) und im Bestand in 4 m (unten), aufgetragen gegen gemessene Flüsse $\overline{w'T'}$. Fehlerbalken geben die $\pm 14\%$ Unsicherheit der gemessenen Flüsse bzw. die aus der 0.05 K Unsicherheit der Temperaturen bestimmten Fehler der LNF-Flüsse (siehe Gl. 69) an. Die dünnen Kurven ober- und unterhalb der 1/1-Geraden geben eine relative Unsicherheit von $\pm 15\%$ - und eine absolute Unsicherheit von 0.01 m/s K wieder. Die Flüsse vor dem 25.5. über dem Bestand sind aus Gründen der Übersichtlichkeit ohne Fehlerbalken dargestellt.

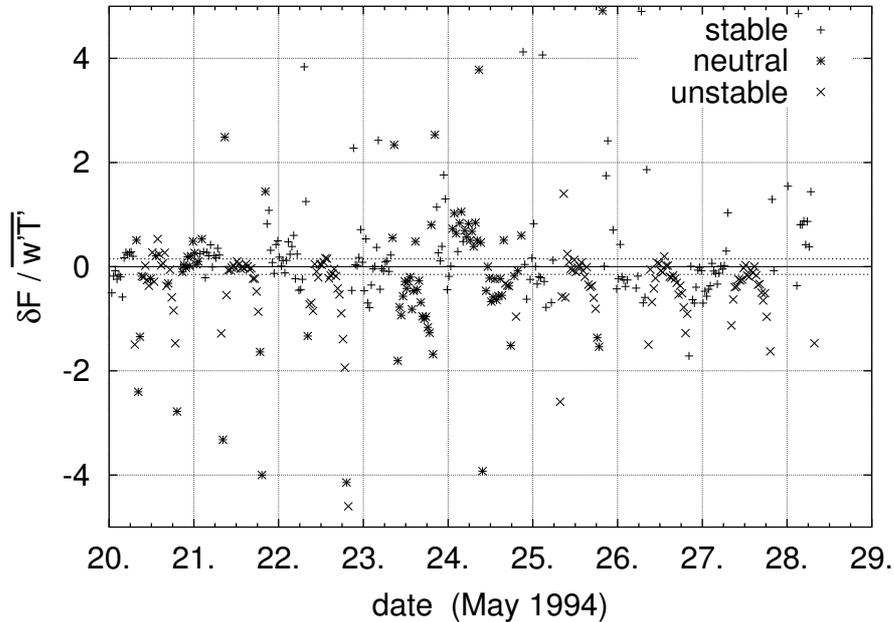


Abbildung 38: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen als Funktion der Zeit. Die Parallelen direkt über und unter der Nulllinie kennzeichnen die $\pm 15\%$ Schranken.

Stelle spekulieren, ob die beiden Stabilitätsfunktionen ϕ_w und ϕ_T , die durch eine unterschiedliche Wahl von T'_L und $z'_{\sigma 0}$ mit unterschiedlichem Gewicht in die LNF eingehen, imstande wären dieses gegenläufige Verhalten zu kompensieren. Eine derartige Kompensation hätte aber durch die im vorigen Kapitel versuchte Anpassung über T'_L und $z'_{\sigma 0}$ erreicht werden müssen. Dabei hat sich jedoch gezeigt, daß keine der Anpassungen zu sinnvollen Werten führte. Eine Kompensation der beobachteten Abweichungen ist also nicht möglich.

In Abbildung 38 sind die relativen Abweichungen der LNF- von den gemessenen Flüssen gegen den Tag aufgetragen. Es zeigt sich ein Muster, das sich von Tag zu Tag wiederholt. Um die Mittagszeit sind die Abweichungen gering. Vormittags und nachmittags nach dem Übergang von stabiler zu labiler Schichtung bzw. umgekehrt, zeigen sich jeden Tag systematisch kleinere Flüsse. Um dieses von Tag zu Tag gleiche Muster näher zu betrachten, sind in Abbildung 39 die relativen Abweichungen für alle Tage gegen die Stunde aufgetragen. Nachts während Zeiten stabiler Schichtung und geringer Flüsse sind die relativen Abweichungen groß. Morgens gegen 8:30 und abends gegen 20:00 zeichnen sich deutlich die Umschlagpunkte der Schichtung ab. Da hier $\overline{w'T'}$ gegen Null geht, werden auch die relativen Abweichungen sehr groß. Tagsüber, zwischen etwa 11:00 und 15:30, liegen die meisten Werte innerhalb

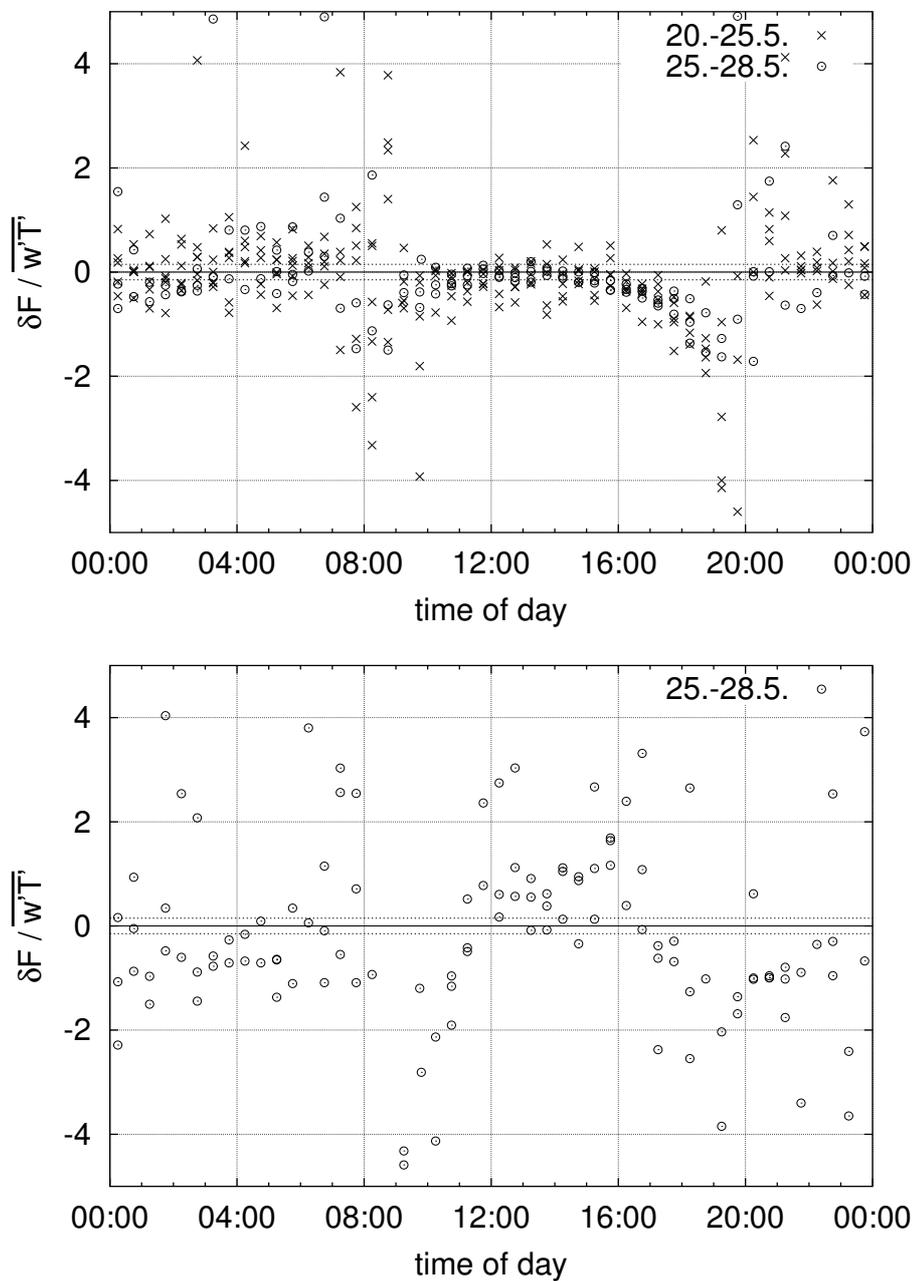


Abbildung 39: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den gemessenen Flüssen über dem Bestand (oben) und im Stammraum in 4 m Höhe (unten), in Abhängigkeit von der Tageszeit. Die Parallelen direkt über und unter der Nulllinie kennzeichnen die $\pm 15\%$ Schranken.

der 15 % Schranken. Vor 11:00 und insbesondere nach 15:30 zeigen sich deutlich systematisch kleinere Flüsse als gemessen. Bemerkenswerterweise zeigen diese Abweichungen an verschiedenen Tagen einen nahezu identischen Verlauf und es scheint auch keinen prinzipiellen Unterschied zwischen den beiden Zeiträumen 20.-25. und 25.-28. zu geben.

Im Bestand in 4 m Höhe stehen nur Meßwerte aus dem Zeitraum 25.5.-28.5. zur Verfügung. Die Werte streuen wesentlich stärker als über dem Bestand, allerdings sind auch hier die Umschlagpunkte von stabiler zu labiler Schichtung zu erkennen. Wie über dem Bestand, ergibt sich vormittags und nachmittags eine deutliche Unterschätzung der gemessenen Flüsse. Im Gegensatz hierzu werden die Flüsse von 12-16 Uhr stark überschätzt. Während der Nacht werden die Flüsse ebenfalls unterschätzt. Für die folgenden Betrachtungen werden diese Werte, aufgrund ihrer geringen Anzahl und der großen Streuung, nicht mehr berücksichtigt.

Als Grund für die systematische Abweichung der LNF- von den gemessenen Flüssen kommen mehrere Faktoren in Frage. Morgens und abends, zu Zeiten des Umschlags zwischen stabiler und labiler Schichtung, treten die größten zeitlichen Änderungen auf. Eine der grundsätzlichen Annahmen der LNF ist hingegen Stationarität (siehe Annahme 1), so daß durch Verletzung dieses Kriteriums eine negative Beeinflussung der Ergebnisse denkbar ist. Darüber hinaus können Inhomogenitäten in der Umgebung des Meßplatzes zu Problemen führen (siehe ebenfalls Annahme 1). Beispielsweise können dadurch die Ultraschallanemometer andere Flüsse messen als die, die das in einiger Entfernung aufgenommene Profil bestimmen, oder die horizontalen Unterschiede führen zu vertikalen Gradienten, die in der Rechnung durch die LNF als zusätzliche Quellen interpretiert werden und somit einen falschen Fluß vortäuschen. Als weitere Einflußgrößen kommen Fehler in den Parametrisierungen von σ_w und T_L in Frage. Dies kann zum einen deren Stabilitätsabhängigkeit und zum anderen die Höhenabhängigkeit sein. Bei der Herleitung der LNF wurde angenommen, daß sich die turbulenten Mischungsprozesse durch Gauß-Verteilungen beschreiben lassen (siehe Annahme 2). Wie dort schon erwähnt, können gerade in Pflanzenbeständen deutliche Abweichungen hiervon auftreten. Im Folgenden wird überprüft, ob die beobachteten Abweichungen der LNF-Flüsse durch eine dieser Größen erklärt werden können. Dabei interessieren vor allem die vormittags zwischen 8:00 und 11:30 und nachmittags zwischen 15:30 und 20:00 auftretenden relativen Abweichungen um -1, da diese an relativ große Flüsse gekoppelt sind.

5.5.5 Instationarität

Zu den Zeiten des Umschlags zwischen labiler und stabiler Schichtung ist die zeitliche Änderung der Temperaturen am größten. Eine der grundlegenden Annahmen der LNF ist hingegen Stationarität (siehe Annahme 1). Die Stationarität geht auf zwei Wegen in die LNF ein. Auf der einen Seite wird angenommen, daß sich die Eigenschaften der Turbulenz während des Transportes nicht ändern, auf der anderen Seite geht man mit Gleichung 19 davon aus, daß die gesamte freigesetzte fühlbare Wärme in turbulenten Fluß umgesetzt wird und nicht zu einer Erwärmung beiträgt.

In Abbildung 40 sind die beobachteten Abweichungen gegen die zeitlichen Änderungsraten der Temperatur aufgetragen. Da sich die Werte von $\frac{\partial T}{\partial t}$ in den verschiedenen Höhen nur wenig unterscheiden, sind nur die Werte aus 5 m dargestellt. Zwar häufen sich die stärksten Abweichungen bei Änderungsraten jenseits von ± 1 K/h, allerdings zeigen sich, selbst bei konstanten Temperaturen, noch Abweichungen von bis zu ± 100 % in den Flüssen.

Die LNF liefert die Flüsse an der Oberkante des Bestandes in 12 m, während die Kovarianzmessungen in 16 m bzw. 19 m durchgeführt worden sind. Wenn sich die Temperatur der Schicht zwischen 12 m und 19 m mit der Zeit ändert, dann muß sich entsprechend der turbulente Wärmefluß mit der Höhe ändern. Sind keine Quellen vorhanden, muß die Flußdivergenz gleich der Erwärmungsrate sein. Es gilt also $\partial T / \partial t = -\partial \overline{w'T'} / \partial z$. Bei einer zeitlichen Änderung von $+1$ K/h würde sich ohne Quellen demnach ein Gradient des Wärmeflusses von $0.28 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{K} \frac{1}{\text{m}}$ ergeben. Eine Erwärmungsrate von 1 K/h würde also bis 19 m zu einer Differenz von $\sim 2 \cdot 10^{-3}$ m/s K führen. Dies entspricht, bei einem typischen Fluß am Nachmittag von 0.3 m/s K, einem relativen Unterschied von 0.007. Die beobachteten Abweichungen der Flüsse sind aber um mehr als einen Faktor 100 größer und können nicht Folge der sich ändernden Temperatur sein.

Trägt man die relative Abweichung $\delta F / \overline{w'T'}$ gegen die mit dem beobachteten Fluß normierte Erwärmungsrate des Bestandes auf (Abb. 40 unten), so zeigt sich eine Abhängigkeit: Sind die relativen Erwärmungsraten negativ, so werden bei labiler Schichtung die Flüsse von der LNF tendenziell unterschätzt. Eine derartige Abhängigkeit ist zwar zu erwarten, allerdings sind die Abweichungen viel zu groß. Schon bei relativen Erwärmungsraten von nur einem Prozent ergeben sich aus der LNF Abweichungen von mehr als 30 %. Um die zu erwartende Größenordnung zu bestimmen, muß man die Bilanzgleichung

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial \overline{w'T'}}{\partial z} + S$$

über die Bestandshöhe h integrieren. Da $\partial T / \partial t$ nur gering mit der Höhe

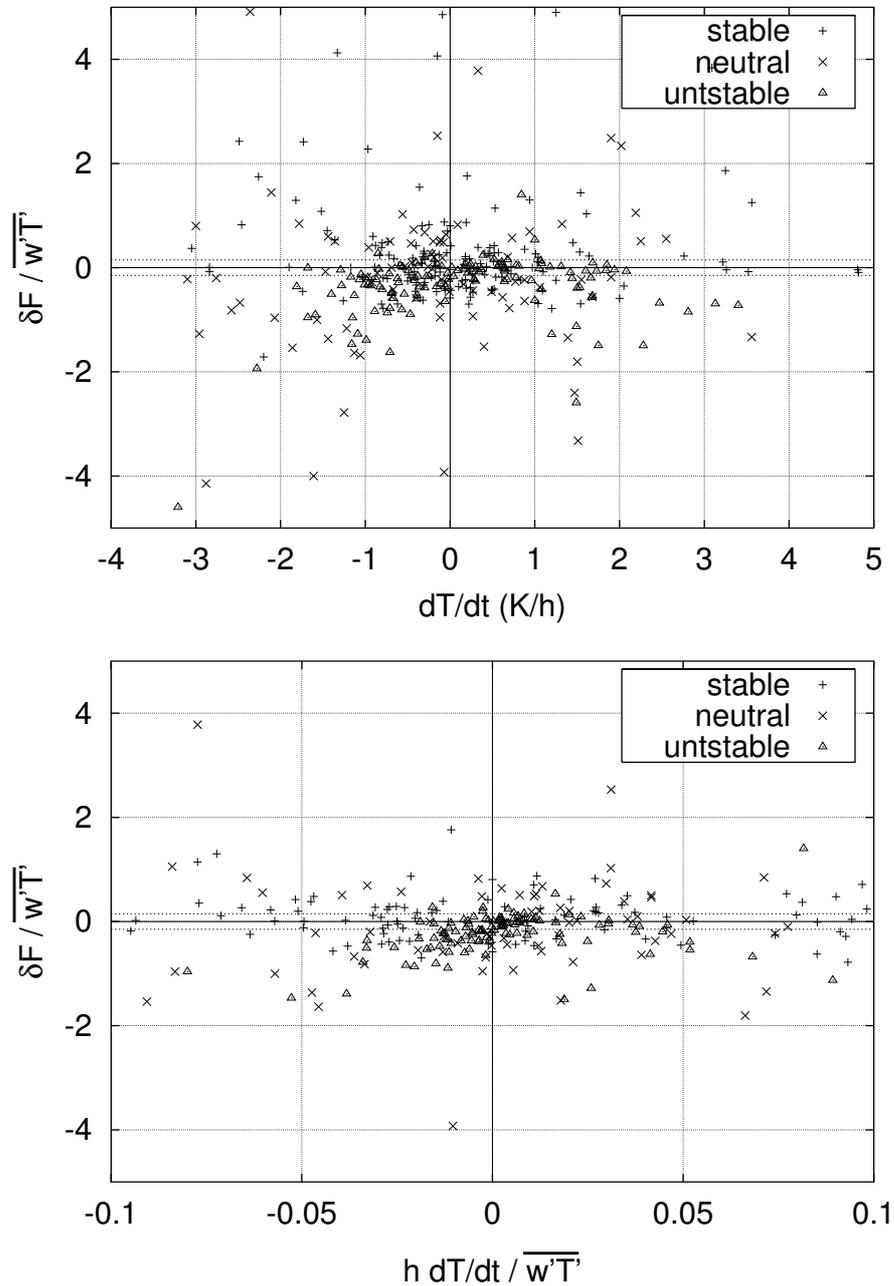


Abbildung 40: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen Flüssen als Funktion der Änderungsrate der Temperatur im Stammraum in 5 m (oben) und als Funktion der mit dem Fluß normierten Erwärmungsrate (unten), aufgeschlüsselt nach Schichtungsstabilität über dem Bestand.

variiert, kann in guter Näherung $\int_0^h \frac{\partial T}{\partial t} dz = h \frac{\partial T}{\partial t} (5m)$ gesetzt werden. Das Integral über die Quellen $\int_0^h S dz = F$ ist der Fluß wie ihn die LNF liefert (Gl. 19). Mit der Differenz $\delta F = F - \overline{w'T'}$ zwischen LNF und gemessenem Fluß, kann man schließlich die relative Abweichung in Abhängigkeit von der Änderungsrate der Temperatur darstellen:

$$\frac{\delta F}{\overline{w'T'}} = \frac{h \frac{\partial T}{\partial t}}{\overline{w'T'}}.$$

Das heißt, daß die Abweichung der Flüsse aus der LNF von den gemessenen von der gleichen Größenordnung sein muß wie die relative Erwärmungsrate. Da die beobachtete Abweichung im Mittel um den Faktor 30 größer ist als die relative Erwärmungsrate des Bestandes, können die beobachteten Abweichungen nicht als direkte Folge der Instationaritäten angesehen werden.

Die andere Möglichkeit, mit der Instationarität die Ergebnisse der LNF beeinflussen kann, ist eine Variation der Charakteristiken der Turbulenz im Laufe der Zeit. Bei der Bestimmung der Parametrisierungen von σ_w und T_L wurde gezeigt, daß die wesentlichen Einflußgrößen die Schubspannungsgeschwindigkeit u_* und die Monin-Obukhov-Länge im Stabilitätsmaß h/L_* sind. Die Abweichung zwischen LNF- und gemessenem Fluß zeigt allerdings keine systematische Abhängigkeit von der zeitlichen Änderung von u_* oder h/L_* .

Somit erscheint die Abweichung zwar an die zeitliche Änderung der Temperaturen gekoppelt, aber es gibt keine klare Erklärung hierfür. Da zudem, selbst bei konstanten Temperaturen, immer noch große Abweichungen auftreten, muß es andere Einflüsse geben, die zu den beobachteten Abweichungen führen.

5.5.6 Horizontale Inhomogenität

Eine Bewertung des Einflusses von lokalen Inhomogenitäten ist schwierig, weil zum einen die Windrichtungen und andere meteorologischen Einflußgrößen oft aneinander gekoppelt sind. Bestimmte Windrichtungen treten meist mit zusammen mit bestimmten Schichtungen auf. Es ist dann schwierig zu unterscheiden, ob die, bei einer Windrichtung auftretende Abweichung, durch eine Inhomogenität in dieser Richtung entsteht oder die dann auch auftretende bestimmte Schichtung die Ursache ist. Zum anderen sind Inhomogenitäten, die das Turbulenz- oder Temperaturfeld beeinflussen, nicht unbedingt von vorneherein zu erkennen. Klar zu erkennen sind Bäume, die in einiger Entfernung unterschiedlich weit über das Kronendach hinausragen. Schwieriger wird es in der direkten Umgebung des Meßmastes, wo das Kronendach in einzelne Kronen und Äste mit unterschiedlich großen Lücken dazwischen

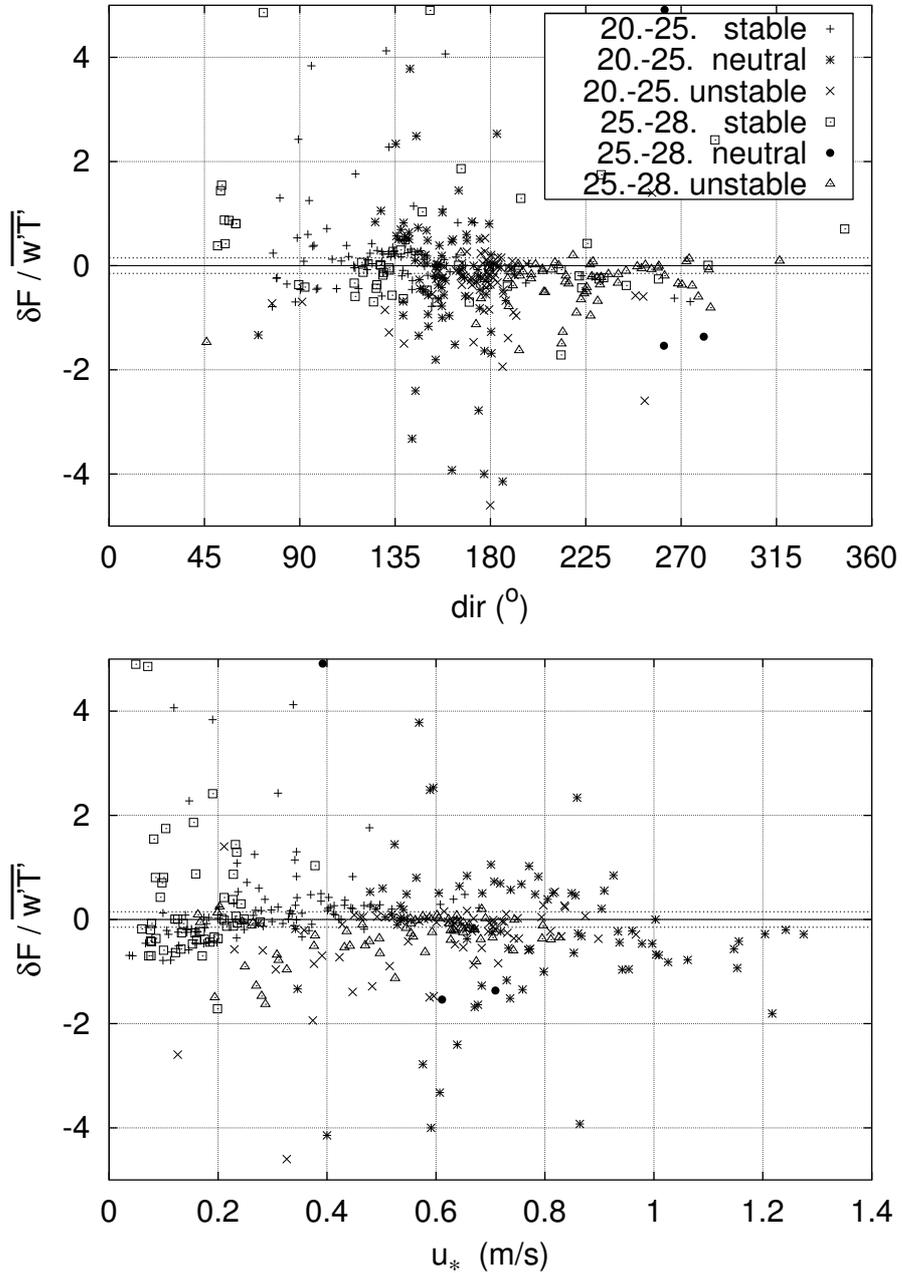


Abbildung 41: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen Flüssen in Abhängigkeit von Windrichtung (oben) und Schubspannungsgeschwindigkeit (unten), aufgeschlüsselt nach Zeitraum und Stabilität der Schichtung. Stabile Schichtung entspricht $h/L_{\star} > 0.05$, neutrale $|h/L_{\star}| \leq 0.05$ und labile $h/L_{\star} < -0.05$.

zerfällt. Nicht mehr ohne weiteres zu erkennen sind Bäume mit unterschiedlicher physiologischer Aktivität, wie z.B. einer verringerten Verdunstung, was wiederum zu erhöhten Blatttemperaturen und somit zu einem erhöhten Fluß fühlbarer Wärme an diesem Baum führt.

Eine Möglichkeit, um den Einfluß von Inhomogenitäten in der Umgebung des Meßplatzes zu identifizieren, besteht darin, die beobachtete Abweichung gegen die Windrichtung aufzutragen (Abb. 41). Allerdings muß dabei beachtet werden, daß am Meßplatz ein Land-See-Windsystem vorlag. Folglich sind bestimmte Windrichtungen an bestimmte Tageszeiten und Schichtungsstabilitäten gekoppelt. Während der drei Vergleichstage vom 25.5. bis 28.5. kam der Wind nachts, bei stabiler Schichtung, aus Richtungen um Süd-Ost (135°), tagsüber, bei labiler Schichtung, aus Südwest (225°). In der Zeit vom 20.5. bis 24.5. war dieses Windsystem durch eine synoptische Südströmung gestört, so daß der Wind vornehmlich aus Richtungen um Süd-Ost kam. In Abbildung 41 sind deswegen die Werte zusätzlich nach Zeitraum und Schichtungsstabilität aufgeschlüsselt. Generell zeigen sich große relative Abweichungen bei Windrichtungen aus Ost bis Süd ($90 - 180^\circ$) und kleinere bei Wind aus Süd bis West ($180 - 270^\circ$). Somit spiegelt dieses Bild für den Zeitraum 25.-28.5. die bereits in Abbildung 39 sichtbare Abhängigkeit von der Tageszeit, bzw. der damit gekoppelten Schichtungsstabilität wieder. Dominiert werden die Abweichungen im Sektor Ost bis Süd allerdings vor allem durch Werte vom 20.-25.5. (vergleiche mit Abb. 38). Dabei treten die extrem kleinen Werte zu Zeiten des Übergangs zwischen stabiler und labiler Schichtung auf. Sehr viele größere Abweichungen aus diesem Zeitraum sind am 23. und 24., beim Durchzug einer Störung mit erhöhten Windgeschwindigkeiten (und damit großem u_*), aufgetreten. Bei hohen Windgeschwindigkeiten steigen die internen Grenzschichten, die an Inhomogenitäten des Untergrundes ausgelöst werden, flacher an, als bei niedrigeren Windgeschwindigkeiten. Aus diesem Grund können die oberen Meßhöhen des Profilmastes eher derartige interne Grenzschichten erreichen, so daß die Inhomogenitäten in der weiteren Umgebung des Meßplatzes die Ergebnisse beeinflussen. Im Zeitraum 25.-28.5. sind einige größere Ausreißer bei stabiler Schichtung und geringem u_* aufgetreten. Dies sind die bereits im Kapitel 5.5.3 diskutierten, stark negativen Flüsse, die auf die Entkoppelung des Bestandes von der Luft darüber zurückzuführen sind.

Im Sektor Süd bis West fällt eine leichte, immer wieder auftretende Unterschätzung der Flüsse bei Südwest (225°) auf. In dieser Richtung befand sich in ca. 40 m Entfernung eine Eiche, die die Bestandsobergrenze um 1.5 m überragte, so daß die Vermutung naheliegt, daß sie die Ursache für diese Abweichung ist. Am 26. und am 27. drehte der Wind am Nachmittag so, daß die nachmittägliche Abweichung zwischen 15:00 und 18:00 bei Wind aus

Südwest (225°) auftrat. Dies war aber nicht am 25.ten der Fall, als der Wind erst sehr spät in der Nacht auf südöstliche Richtungen umsprang. Trotzdem wird auch an diesem Tag nachmittags eine systematische Unterschätzung der LNF beobachtet. Das in Abbildung 38 sichtbare zeitabhängige Muster ist also nicht an die vermutete Störung durch diese Eiche gekoppelt. Es ist sogar denkbar, daß die Störung in dieser Richtung nur deshalb erscheint, weil der Wind immer ‘zur rechten Zeit’ über diesen Sektor gedreht hat. Somit wäre die Eiche in dieser Richtung nicht die Ursache für die Störung. Die weitere negative Abweichung bei Wind aus West läßt sich nicht mit einer bemerkten Inhomogenität in der direkten Umgebung des Meßplatzes identifizieren. Somit liefert diese Betrachtung keine stichhaltigen Anhaltspunkte dafür oder dagegen, daß Inhomogenitäten in der direkten Umgebung des Meßplatzes zu den beobachteten Abweichungen der Flüsse geführt haben.

5.5.7 Abhängigkeit von der Stabilität

Die Stabilität der Schichtung geht in die LNF über den Parameter h/L_* in die Parametrisierungen von σ_w und T_L ein. Sind diese Parametrisierungen fehlerhaft, so müßte dies in einer systematischen Abhängigkeit der Abweichungen von der Stabilität deutlich werden. Trägt man die Abweichung der Flüsse gegen die Stabilität auf (Abb. 42 a und c), so erkennt man, daß bei neutraler Schichtung die größten relativen Abweichungen auftreten. Da $h/L_* \sim -\overline{w'T'}$ gilt, die relative Abweichung proportional zu $(\overline{w'T'})^{-1}$ ist und bei neutraler Schichtung $\overline{w'T'}$ verschwindet, könnte man aus dem Verlauf der relativen Abweichungen schließen, daß die absolute Abweichung konstant ist. Wie Abbildung 42 b zeigt, ist dies allerdings nicht der Fall. Bei neutraler Schichtung treten tendenziell auch die größten absoluten Abweichungen auf.

Mit zunehmend stabiler Schichtung (positives h/L_*) werden die Flüsse und auch die absoluten Abweichungen immer kleiner. Bei sehr stabiler Schichtung mit Werten von $h/L_* \in [1, 1.5]$ stellt sich eine Häufung bei relativen Fehlern von -30% ein, die allerdings vernachlässigt werden können, da die Flüsse hier praktisch null sind. Schon bei der Bestimmung der Stabilitätsabhängigkeiten von σ_w und T_L war zu erkennen, daß die Streuung der Daten im stabilen Bereich so groß ist, daß dort eine Parametrisierung kaum möglich ist (siehe Abb. 23, bzw. Abb. 30). Das heißt, daß die beobachteten Abweichungen im stabilen Bereich kaum zu vermeiden sind. Mit zunehmend stabiler Schichtung wird der vertikale Austausch unterdrückt. Interne Grenzschichten werden aufgrund von Inhomogenitäten des Untergrundes zunehmend flacher. Damit wird auch die Schicht, die durch den Austausch des Untergrundes in der Umgebung bestimmt ist, dünner. Aus diesem Grunde nimmt mit zunehmend stabiler Schichtung der Einfluß von weiter entfernt

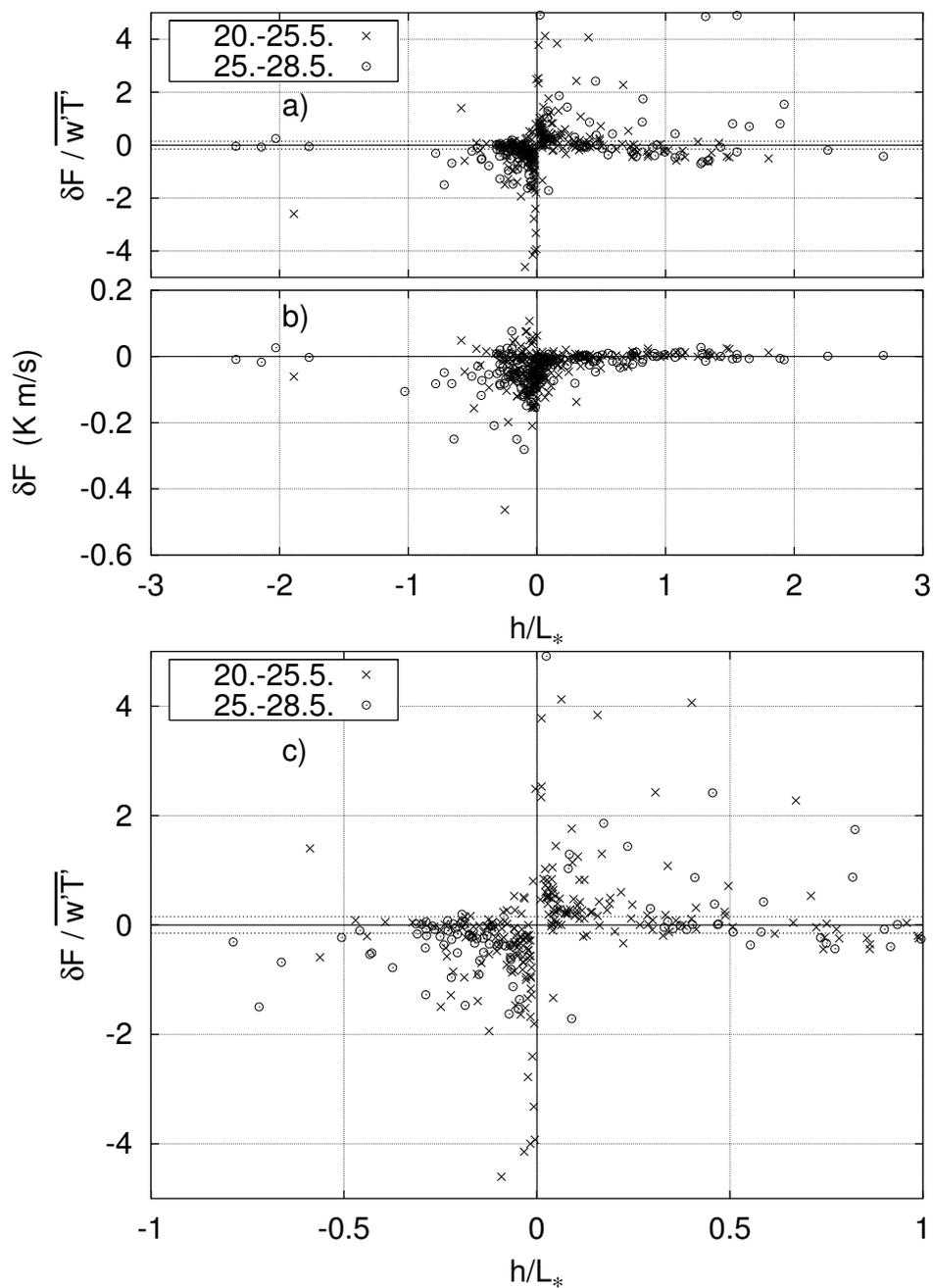


Abbildung 42: Relative- (a und c) und absolute Abweichung (b) der LNF-Flüsse in Abhängigkeit von der Schichtung über dem Bestand. In (a) und (b) ist der Bereich $|h/L_*| \leq 3$ gezeigt, in der untersten Grafik (c) ist der Bereich $|h/L_*| \leq 1$ vergrößert dargestellt.

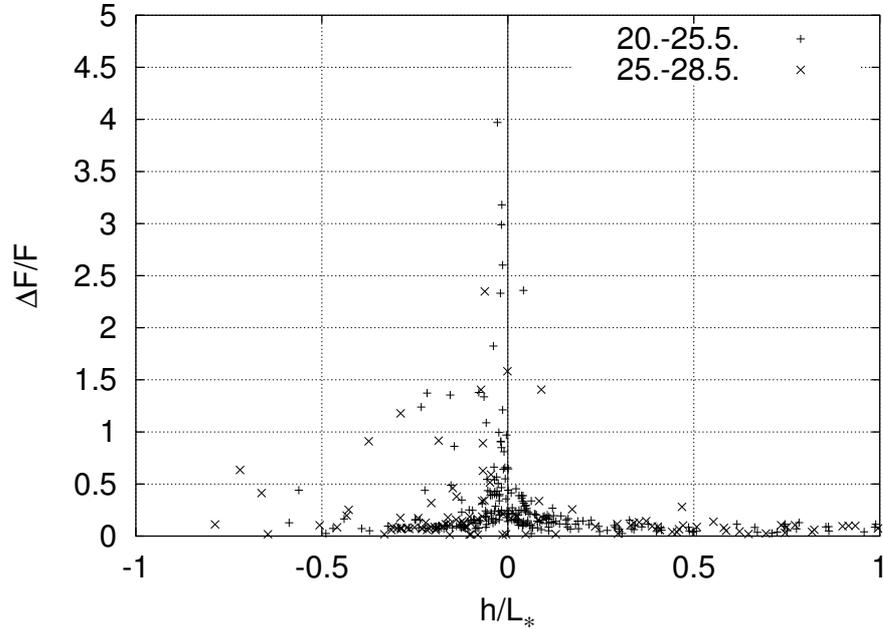


Abbildung 43: Relative Unsicherheit der berechneten Flüsse an der Bestands-
obergrenze als Funktion der Schichtungsstabilität, für eine Meßgenauigkeit der
Temperatur von $\Delta T = 0.05$ K.

liegenden Inhomogenitäten zu, bis schließlich eine Verletzung der Grundan-
nahme der horizontalen Homogenität nicht mehr auszuschließen ist.

Im labilen Bereich (negatives h/L_*) sind die absoluten Abweichungen
betragsmäßig größer. Da hier die Flüsse aber größer sind werden die relativen
Abweichungen mit zunehmender Labilität kleiner. Ganz besonders ‘reizvoll’
sind die vier Punkte bei $h/L_* \simeq -2$, von denen drei innerhalb der ± 15 %
Grenzen bleiben. Störend dagegen sind die Ausreißer im Bereich $h/L_* \in$
 $[-0.8, -0.3]$, die im Bereich -100 % bis fast -200 % liegen. Vergleicht man
diese Werte mit denen in Abbildung 40, so zeigt sich, daß diese Ausreißer
durchweg bei Temperaturänderungen $|dT/dt| > 1$ K/h liegen. Insgesamt
scheint es so, als ob mit zunehmender Labilität die Abweichungen immer
kleiner würden, um bei Werten jenseits von $h/L_* \simeq -1.5$ schließlich ganz zu
verschwinden.

Um die Stabilitätsabhängigkeit der Abweichung der Flüsse bewerten zu
können, soll sie mit den berechneten Fehlerabschätzungen der Flüsse ΔF
nach Gleichung 69 verglichen werden. Bei der Herleitung von Gleichung 37
wurde gezeigt, daß das Quellprofil mit u_* skaliert werden kann und über ϕ_w
und ϕ_T von der Stabilität $\zeta_h = h/L_*$ abhängt. Aus diesem Grund hängt
die Größe $\Delta F/u_*$ nur noch von der Stabilität ab. Bei stabiler Schichtung

ergeben sich extrem kleine Werte von $\Delta F/u_*$, die beim Übergang zu labiler Schichtung stark ansteigen, um bei sehr labiler Schichtung sehr große Werte anzunehmen. Berechnet man aus diesem $\Delta F/u_*$ die relativen Unsicherheiten $\Delta F/F$, so bewirken die großen Flüsse im Labilen und die kleinen im Stabilen, daß sich ein tendenziell symmetrischer Verlauf ergibt (Abb. 43). Neben einigen Ausreißern zeigt der Großteil der Werte bei neutraler Schichtung Unsicherheiten zwischen 25 % und 60 %, die allerdings mit zunehmend labiler bzw. stabiler Schichtung relativ schnell auf Werte unter 10 % abfallen. Die Unsicherheiten des Verfahrens sind also in den meisten Fällen kleiner als die beobachteten Abweichungen.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die beobachtete Abweichung der LNF-Flüsse stark von der Schichtungsstabilität h/L_* abhängt. Vorerst ist nicht zu erklären, warum bei neutraler Schichtung die größten Abweichungen beobachtet werden. Da h/L_* als Parameter in die Berechnung von σ_w und T_L eingeht, ist zu erwarten, daß sich eine Abhängigkeit von der Güte der Turbulenzparametrisierungen ergibt.

5.5.8 Fehler in $\sigma'_w(z, \zeta)$

Da σ_w und T_L nur parametrisiert in die Berechnungen eingehen, müssen systematische Fehler in diesen Parametrisierungen zu Fehlern in den berechneten Flüssen führen. Da Daten zur Turbulenz nur für den Zeitraum 25.-28.5. ausgewertet wurden, kann ein Vergleich nur über die 141 Datensätze aus diesem Zeitraum durchgeführt werden. In Abbildung 44 sind die beobachteten relativen Abweichungen $\delta F/\overline{w'T'}$ der Flüsse gegen die relativen Abweichungen $\delta\sigma_w/\sigma_w$ der σ_w -Parametrisierung von den Meßwerten in 19 m und 4 m dargestellt. Die $\delta F/\overline{w'T'}$ zeigen keine systematische Variation mit den $\delta\sigma_w/\sigma_w$. Lediglich im Bestand, in 4 m Höhe, sind bei stabiler Schichtung zu große Werte der LNF-Flüsse mit zu groß parametrisierten σ_w korreliert. Bei diesen zu großen Abweichungen handelt es sich um die in den Nächten vom 25. auf den 26. und vom 27. auf den 28. beobachteten Ausreißer (siehe Abb. 35). Die um den Faktor 1-2 zu kleinen LNF-Flüsse am Vor- und Nachmittag, bei labiler Schichtung, sind dagegen nicht an besonders große $\delta\sigma_w/\sigma_w$ gekoppelt. Große Abweichungen $\delta F/\overline{w'T'}$ bei labiler Schichtung treten sowohl bei kleinen als auch bei größeren $\delta\sigma_w/\sigma_w$ auf, eine Systematik läßt sich aber nicht erkennen. Dies bedeutet, daß die hier vorgenommene σ_w -Parametrisierung, die in den meisten Fällen einen Fehler von ± 20 % nicht überschreitet, als ausreichend genau angesehen werden kann.

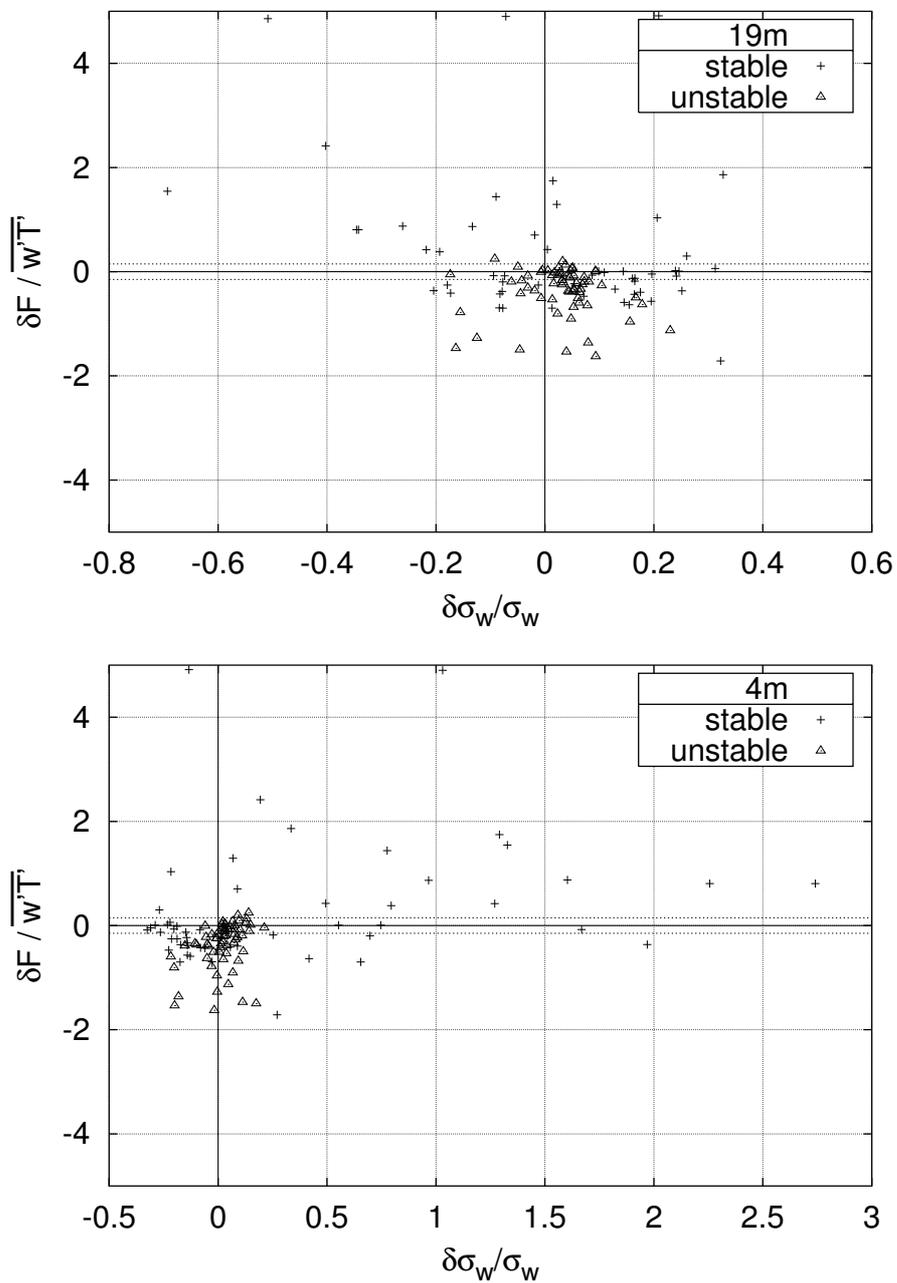


Abbildung 44: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen in Abhängigkeit von der Abweichung der σ_w -Parametrisierung in 19 m (oben) und 4 m (unten) bei stabiler- (+) und labiler Schichtung (Δ).

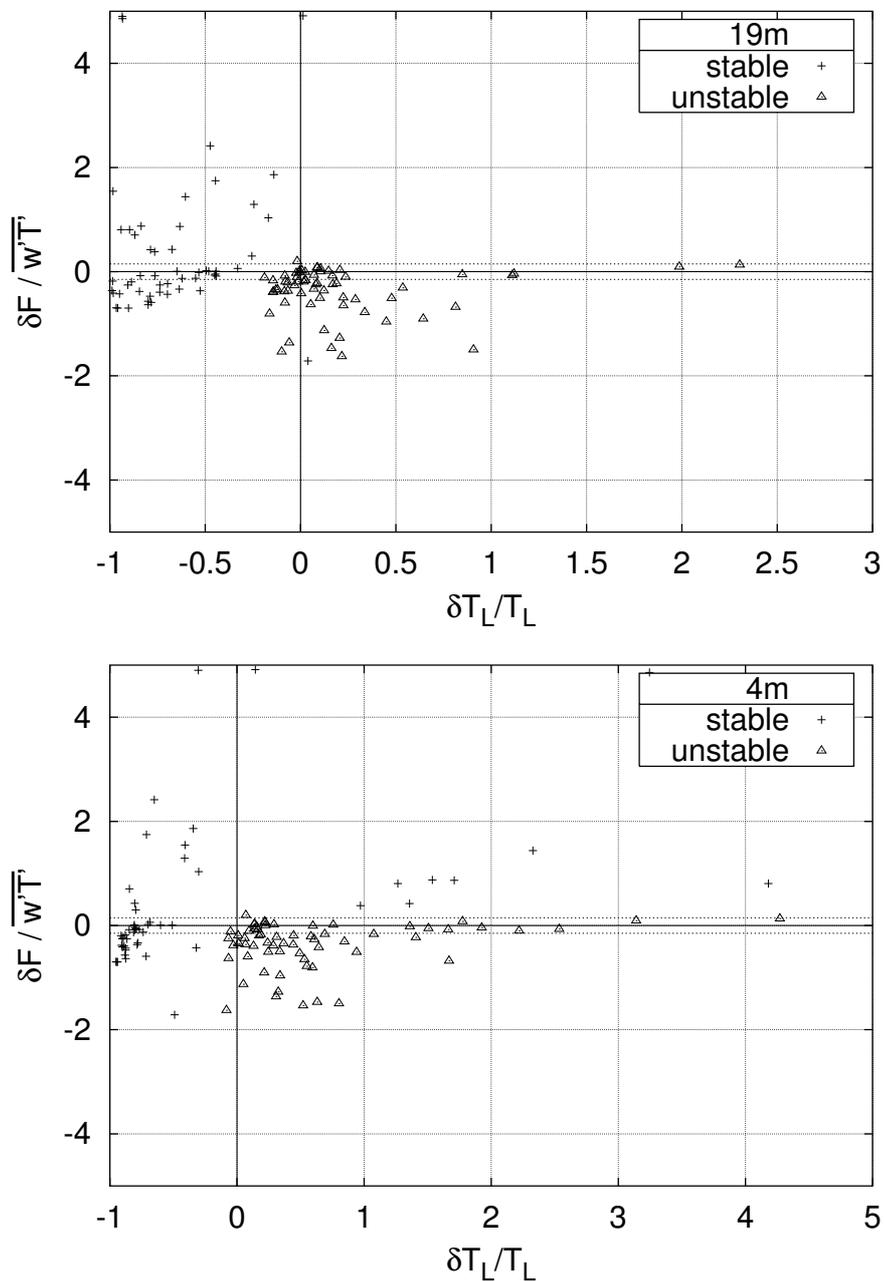


Abbildung 45: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen in Abhängigkeit von der Abweichung der T_L -Parametrisierung von den Werten in 19 m (oben) und 4 m (unten) bei stabiler- (+) und labiler Schichtung (Δ).

5.5.9 Fehler in $T'_L(z, \zeta)$

In Abbildung 45 sind die relativen Abweichungen $\delta F/\overline{w'T'}$ der Flüsse gegen die relativen Abweichungen $\delta T_L/T_L$ der T_L -Parametrisierung in 19 m und 4 m aufgetragen. Wie bereits bei der Parametrisierung von T_L in Kapitel 5.3.2 diskutiert, ist die Bestimmung von T_L mit großen Unsicherheiten verbunden. Um einen stetigen Übergang des Austauschkoeffizienten des Fernfeldes $K_f = \sigma_w^2 T_L$ an der Obergrenze der Rauigkeitsschicht zu erreichen, muß die Stabilitätsabhängigkeit von T_L auf ϕ_w und ϕ_h zurückgeführt werden. Die aus den Messungen abgeschätzten T_L zeigen bei sehr labiler Schichtung deutlich kleinere Werte und bei sehr stabiler Schichtung größere Werte, als sie sich aus ϕ_w und ϕ_h ergeben (siehe Abb. 30). Aus diesem Grund tritt in Abbildung 45 eine deutliche Trennung nach der Stabilität auf. Bei stabiler Schichtung sind die parametrisierten T_L -Werte systematisch kleiner als die aus den Messungen bestimmten Werte und erscheinen am linken Rand. Für wenige Fälle ergeben sich Flüsse deren Beträge deutlich größer als die gemessenen sind, während der Großteil eher kleiner ist, ohne daß allerdings eine Systematik zu erkennen wäre.

Bei labiler Schichtung sind die parametrisierten T_L -Werte tendenziell zu groß und erscheinen in Abbildung 45 weiter rechts. Geringe Abweichungen in den Flüssen treten in einem weiten Bereich von $\delta T_L/T_L$ -Werten auf. Aber ebenso finden sich große Abweichungen $\delta F/\overline{w'T'}$ bei geringen Abweichungen von T_L . Im Bestand scheint es sogar so, daß bei einer sehr starken Überschätzung von T_L die Flüsse die geringsten Abweichungen aufweisen. Daß große Fehler in der Parametrisierung von T_L zu einer guten Übereinstimmung der Flüsse führt ist ein verwirrendes Ergebnis. Wie bereits in Kapitel 5.5.3 dargelegt, werden mit großen Werten von T'_{L0} auch die berechneten Flüsse größer. Hier aber führen zu groß parametrisierte Werte von T_L nicht zu einer Überschätzung der Flüsse. Auf jeden Fall ist diese Beobachtung kein Argument mit dem ein größeres β motiviert werden kann. Da β bereits bei der Berechnung von T_L aus den Meßwerten einfließen muß, kann es den Wert der relativen Abweichung zwischen der Parametrisierung und dem 'Meßwert' T_L nicht beeinflussen. Eher ist anzunehmen, daß die Unterschätzung von T_L an andere Bedingungen gekoppelt ist, die auch die Berechnung der Flüsse verbessert. Aus der Streuung der Flüsse bei geringen Abweichungen in T_L folgt, daß eine fehlerhafte T_L -Parametrisierung nicht die Ursache für die beobachtete systematische Abweichung der Flüsse am Nachmittag sein kann.

5.5.10 Abweichungen von der Normalverteilung

Bei der Herleitung der LNF wurde angenommen, daß die Vertikalkoordinaten eines Ensembles von Luftpaketen, die aus der selben Quelle stammen, einer Normalverteilung folgen. Eine direkte Überprüfung, ob diese Annahme erfüllt ist, ist in der Natur äußerst schwierig, da man die Ortskoordinaten von Luftpaketen nicht direkt bestimmen kann. In der Grenzschicht und insbesondere in Pflanzenbeständen beobachtet man häufig daß gemessene Vertikalgeschwindigkeiten nicht der Normalverteilung folgen (siehe z.B. Raupach et al. 1996 [58] oder Amiro 1990 [1]). Allerdings kann man aus der Form der Verteilung der an einem festen Ort gemessenen Geschwindigkeiten nur bedingt auf die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung der Lagrangeschen Ortskoordinaten schließen.

Der Ort ergibt sich aus dem Integral über die Geschwindigkeit, also der Summe über unendlich viele Einzelgeschwindigkeiten. Der zentrale Grenzwertsatz besagt, daß die Verteilung einer Summe von unabhängigen Zufallsvariablen mit identischer, aber ansonsten beliebiger Verteilung, gegen die Normalverteilung konvergiert. Die aufeinanderfolgenden Geschwindigkeiten eines Luftpaketes werden nach Zeiten der Größenordnung von mehreren Lagrangeschen Zeitskalen T_L voneinander unabhängig. Das heißt, daß die Beobachtung von nicht normalverteilten Geschwindigkeiten auf nicht normalverteilte Ortskoordinaten im Nahfeld hindeutet. Nimmt man an, daß eine Wolke an einem Ort freigesetzt wird, an dem die Geschwindigkeiten nicht normalverteilt sind, so werden die Ortskoordinaten der Luftpakete, aus denen sich die Wolke zusammensetzt, anfangs durch diese Verteilung bestimmt sein. Im Fernfeld, also nach Zeiten von der Größenordnung mehrerer Lagrangescher Zeitskalen, haben auf die Luftpakete so viele unterschiedliche Geschwindigkeiten eingewirkt, daß die Verteilung der Ortskoordinaten unabhängig von der Verteilung der Geschwindigkeiten wird und gegen die Normalverteilung strebt. Alleine mit den an einem festen Ort gemessenen Eulerschen Vertikalgeschwindigkeiten läßt sich allerdings keine exakte Aussage über die Verteilung der Lagrangeschen Vertikalgeschwindigkeiten treffen. Es muß zusätzlich angenommen werden, daß die aus der Messung im Euler-System bestimmten Geschwindigkeiten die gleichen statistischen Eigenschaften aufweisen, wie die Lagrangeschen Geschwindigkeiten der Luftpakete. Hier setzt somit wieder die Annahme der homogenen Turbulenz an.

Um zu testen, ob die beobachtete Abweichung der Flüsse durch das Vorliegen einer Nicht-Gausschen Turbulenz verursacht ist, bzw. ob die LNF empfindlich darauf reagiert, wird im Folgenden überprüft, ob die Abweichung der Flüsse mit den beobachteten Abweichungen von der Normalverteilung zusammenhängt. Als Maß für die Abweichung einer Häufigkeitsverteilung von der

Normalverteilung dienen Schiefe und Exzeß.

5.5.10.a Schiefe

Die Schiefe einer Verteilung (engl. ‘skewness’) ist definiert als das normierte dritte zentrale Moment $\overline{(w - \bar{w})^3} / \sigma_w^3$. Sie ist ein Maß für die Symmetrie. Die Schiefe einer symmetrischen Verteilung, wie beispielsweise der Normalverteilung, ist null. Verteilungen mit negativer Schiefe weisen rechts vom Mittelwert mehr Werte auf, bei positiver Schiefe liegen mehr Werte links vom Mittelwert.²² In Abbildung 46 sind die Abweichungen der berechneten Flüsse gegen die Schiefe der Verteilung der gemessenen Vertikalgeschwindigkeiten aufgetragen. Zwar ergibt sich eine systematische Verschiebung von positiven Werten über dem Bestand zu negativen Werten im Bestand, allerdings zeigt sich keine Systematik derart, daß stark asymmetrische Verteilungen der Vertikalgeschwindigkeiten gleichzeitig große Abweichungen in den Flüssen bewirken. Katul et al. 1997 [29] haben eine systematische Unterschätzung der mit der LNF berechneten Flüsse mit abnehmender Schiefe gefunden. Aber ihr Ergebnis lag nur knapp über der Signifikanzschwelle, da die Streuung ihrer wenigen Daten, ähnlich wie hier, sehr groß war. Aus den hier gefundenen Werten läßt sich keine systematische Abweichung der LNF-Flüsse mit der Schiefe ableiten.

5.5.10.b Exzeß

Der Exzeß einer Verteilung (engl. ‘Kurtosis’ oder ‘Flatness’) ist ein Maß für die Wölbung, und ist definiert als die Abweichung des normierten vierten zentralen Moments von drei. Aus einem Datensatz kann sie über $\overline{(w - \bar{w})^4} / \sigma_w^4 - 3$ abgeschätzt werden. Durch das Subtrahieren von drei erhält die Normalverteilung den Wert 0. Ist eine Verteilung flacher als die Normalverteilung weist sie negative Werte auf, ist sie spitzer wird der Exzeß positiv. Trägt man die Abweichung der Flüsse gegen den Exzeß auf, so ergibt sich ein ähnliches Bild wie bei der Schiefe (siehe Abb. 47). Im Bestand treten bei labiler Schichtung stärkere Abweichungen von der Gauß-Verteilung auf, wobei es so scheint, als ob ein positiver Exzeß, vor allem im Bestand, mit einer Unterschätzung der Flüsse einhergeht. Allerdings zeigt die Masse der Punkte bereits bei geringen Abweichungen von der Gauß-Verteilung große Abweichungen, während das Bild einer Zunahme der Abweichung alleine von 10 Punkten erzeugt wird. Es handelt sich bei diesem Bild also eher um eine zufällige Korrelation.

²² Es gibt daher auch qualitative Schätzungen, die die Abweichung des Medians x_M vom Mittelwert \bar{x} , normiert mit der Standardabweichung, als Kenngröße nutzen. Es wird geprüft ob $(\bar{x} - x_M) / \sigma_x$ positiv oder negativ ist.

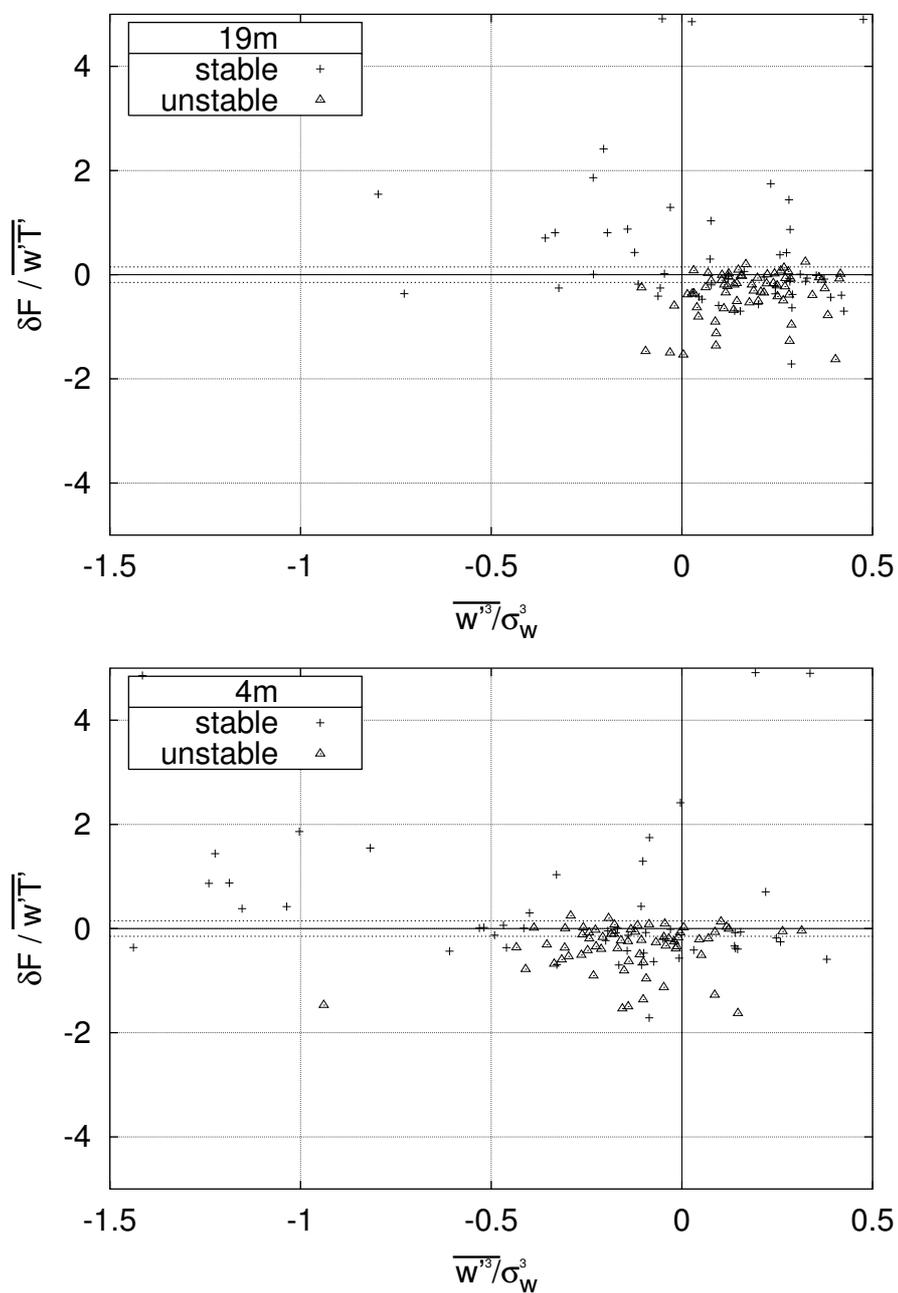


Abbildung 46: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen Flüssen in Abhängigkeit von der Schiefe der gemessenen w -Verteilung in 19 m (oben) und 4 m (unten), bei stabiler- (+) und labiler Schichtung (Δ).

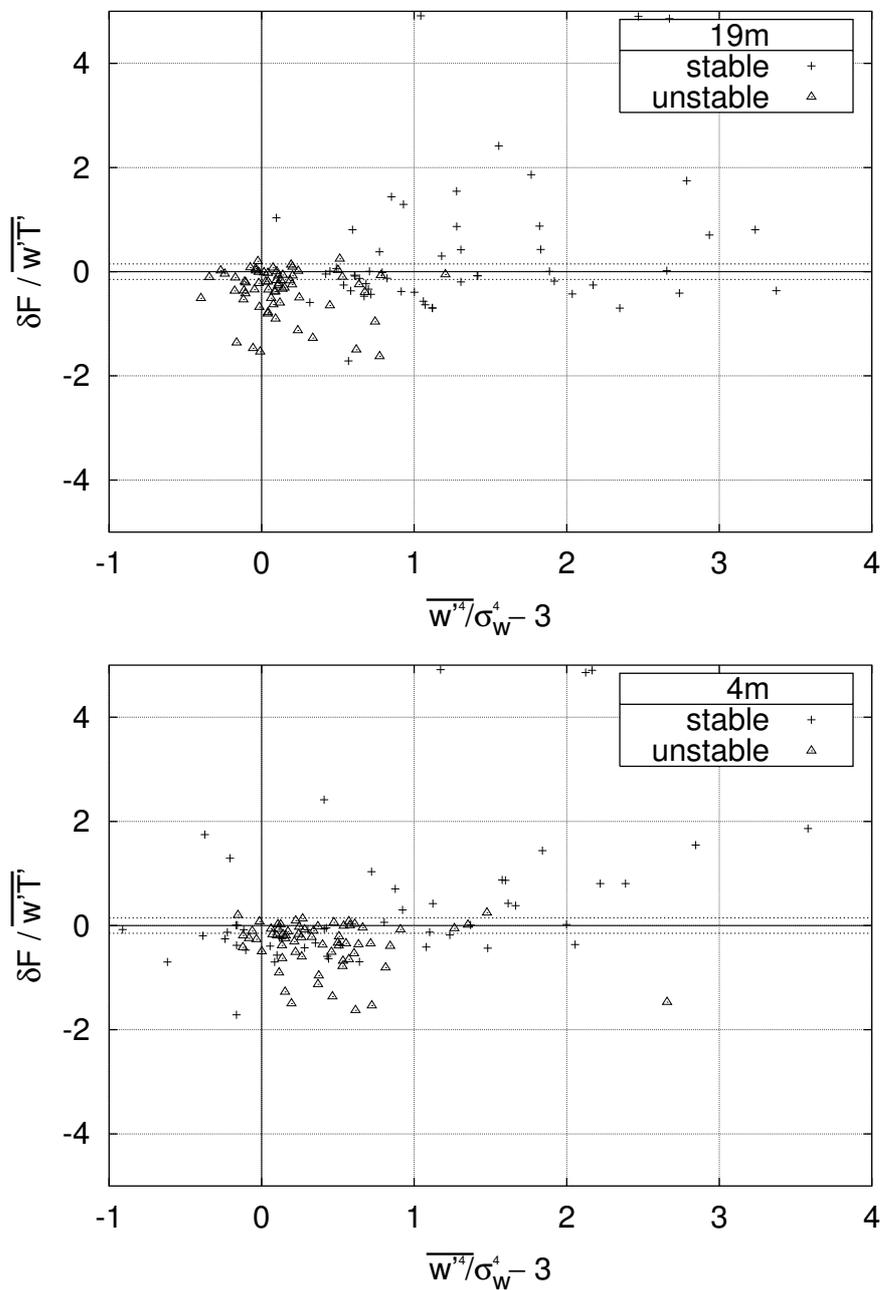


Abbildung 47: Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen in Abhängigkeit vom Exzeß der gemessenen w -Verteilung in 19 m (oben) und 4 m (unten), bei stabiler- (+) und labiler Schichtung (Δ).

5.6 Fluß am Boden

Bis hier wurde der Fluß F_0 aus, bzw. in den Boden, vernachlässigt und angenommen, daß F_0 durch die Quellen in Bodennähe hinreichend genau beschrieben wird. Die Vermutung liegt nahe, daß eine Berücksichtigung von F_0 sowohl die Profile der berechneten Flüsse, als auch den Fluß an der Oberkante des Bestandes ändern würde. Eventuell läßt sich die Abweichung zwischen berechneten und gemessenen Flüssen hiermit erklären.

In Abschnitt 3.3.2 wurde dargelegt, daß die Information über die Verteilung der Quellen in erster Linie von den Meßhöhen im Bestand stammt. Aus diesem Grund sind die verwendeten Entwicklungsfunktionen an die entsprechenden Meßhöhen angepaßt worden. Wird ein Fluß aus dem Boden angenommen und als zusätzliche Größe zu den N_s Quelltermen S_j hinzugefügt (Kap. 3.4), so wird die Dimension des Lösungsraumes erhöht. Würden alleine die Meßhöhen im Bestand die Information über die Quellverteilung liefern, so könnte die Dimension des Lösungsraumes nicht vergrößert werden, ohne daß das Gleichungssystem singulär wird. Da die Meßhöhen über dem Bestand noch ein wenig Information über die Quellverteilung beitragen, bleibt das Gleichungssystem zwar lösbar, aber es wird empfindlich gegen Störungen der Meßwerte. Es muß also zugunsten des zusätzlichen F_0 auf einen der Quellterme S_j verzichtet werden. Da die Information zur Bestimmung von F_0 nur aus den unteren Meßhöhen kommen kann, erscheint es sinnvoll, zugunsten von F_0 , die den unteren Meßhöhen zugeordneten Entwicklungsfunktionen \hat{s}_j anders zu verteilen. In der hier verwendeten Methode ist jeder Meßhöhe $z_{c,j}$ im Bestand eine Rechteckfunktion \hat{s}_j zugeordnet, die die Schicht um $z_{c,j}$ repräsentiert und deren Grenzen genau in der Mitte zwischen den aufeinanderfolgenden Höhen liegen. Die Entwicklungsfunktionen werden umgestellt, indem eine einzelne Meßhöhe bei der Bestimmung der \hat{s}_j quasi übergangen wird. Dadurch wird die entsprechende Schicht je zur Hälfte mit den beiden benachbarten zusammengelegt. In Abbildung 48 sind die sich ergebenden Entwicklungsfunktionen dargestellt. Die unteren Meßhöhen liegen bei etwa $z_{c1} \simeq 1 \text{ m}$, $z_{c2} \simeq 3 \text{ m}$, $z_{c3} \simeq 5 \text{ m}$ und $z_{c4} \simeq 7 \text{ m}$. Sie haben also jeweils einen Abstand von 2 m. Auch die \hat{s}_j repräsentieren jeweils 2 m mächtige Schichten. Wird zugunsten von F_0 die unterste Höhe bei der Bestimmung der \hat{s}_j übergangen, so ergibt sich am Boden eine 4 m mächtige Schicht und die Verteilung der Quellen im Unterholz kann überhaupt nicht mehr aufgelöst werden. Beim Übergehen von z_{c2} ergeben sich am Boden zwei 3 m mächtige Schichten, die Auflösung wird besser. Legt man weiter oben liegende Schichten zusammen, so wird das Quellfeld am Boden wieder mit 2 m aufgelöst.

In Abbildung 49 sind die Temperaturprofile und die zugeordneten Quell- und Flußprofile dargestellt, die sich für den 25.5. 13:45 ergeben, wenn ein Fluß

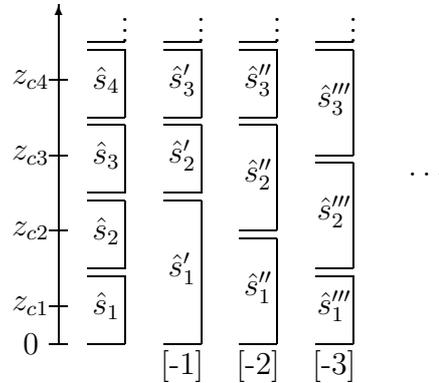


Abbildung 48: Schematische Darstellung der Umstellung der Entwicklungsfunktionen. Links die an die Meßhöhen angepaßten Originalfunktionen \hat{s}_j . Rechts daneben die \hat{s}'_j , die sich durch übergehen von z_{c1} (kurz ‘[-1]’), z_{c2} (kurz ‘[-2]’) und z_{c3} (kurz ‘[-3]’) ergeben.

aus dem Boden in die LNF eingeführt wird und wenn verschiedene Schichten zusammengelegt werden. Dieser Termin wurde ausgewählt, weil er zum einen eine typische Mittagssituation mit einem ausgeprägten Temperaturmaximum in der Krone repräsentiert und zum anderen, weil er, aufgrund des starken negativen Gradienten am Boden, ein großes F_0 erwarten läßt. Wird nur F_0 eingefügt, so ergeben sich in Bodennähe im Quellprofil und somit auch im Flußprofil, extrem große Oszillationen und die nach Gleichung 68 berechneten Fehler sind deutlich größer. Am Boden ergibt sich ein extrem großer, nach unten gerichteter Fluß, der sicherlich nicht der Realität entspricht (siehe auch Tab. 6). Wird eine der unteren Entwicklungsfunktionen mit ihrem Nachbarn zusammengelegt, wird also ein Entwicklungskoeffizient S_j zugunsten von F_0 weggelassen, so ergeben sich Flußprofile, die nur in Bodennähe, bis etwa $z' = 0.2$, von den zuvor ohne F_0 berechneten abweichen (siehe Abb. 50). Das bedeutet, daß die LNF durch Einfügen von F_0 und Variation der verwendeten \hat{s}_j , lediglich die Verteilung der Quellen ändert. Die negativen Gradienten des Flußprofiles in Bodennähe zeigen, daß der berechnete Fluß aus dem Boden durch eine entsprechende Senke in den untersten Schichten kompensiert wird. Legt man noch weiter oben liegende Entwicklungsfunktionen zusammen, so wird F_0 wieder null bzw. negativ und die errechneten Unsicherheiten des Flußprofiles in Bodennähe werden sehr groß. Das Anwachsen der Unsicherheiten der Flüsse in Bodennähe kann man bereits für die beiden Fälle F_0 [-1] und F_0 [-2] erkennen. Je weiter oben die Entwicklungsfunktionen zugunsten von F_0 zusammengelegt werden, desto größer wird der Fehler der Flüsse in Bodennähe. In Tabelle 6 ist dieses Verhalten deutlich zu erkennen.

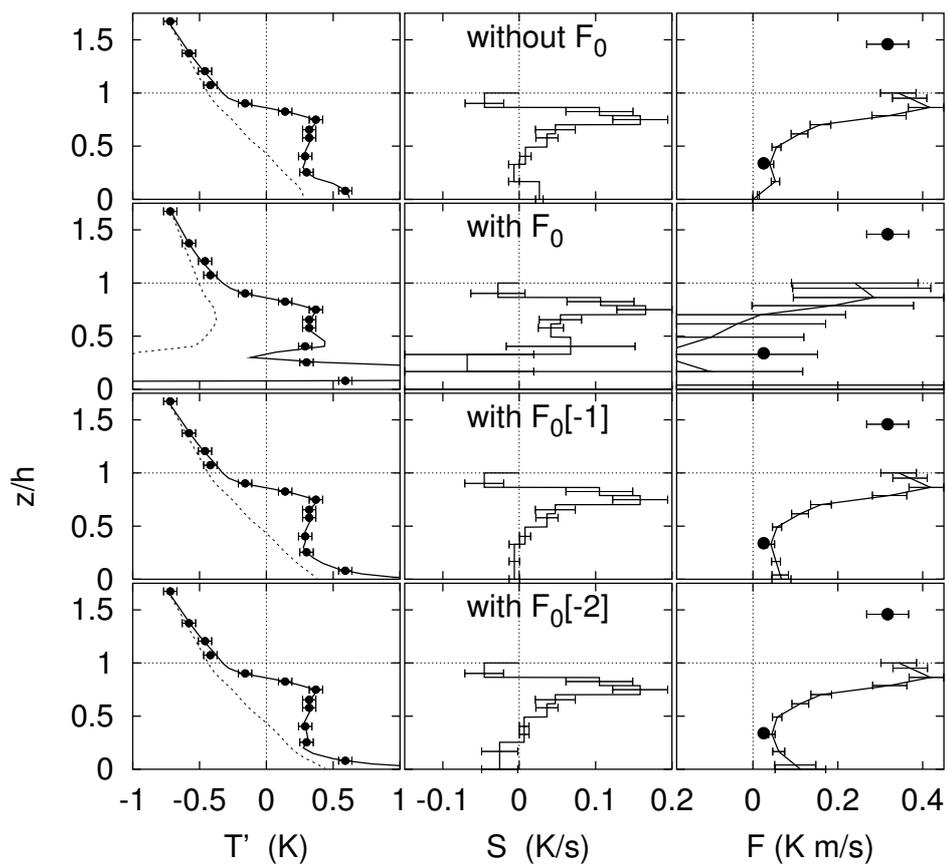


Abbildung 49: Einfluß von F_0 auf die berechneten Profile exemplarisch für den 25.5. 13:45. Von oben nach unten: ohne Verwendung von F_0 , mit F_0 und allen N_s Entwicklungsfunktionen, mit F_0 bei Zusammenlegung von \hat{s}_1 und \hat{s}_2 , und mit F_0 bei Zusammenlegung von \hat{s}_1 , \hat{s}_2 und \hat{s}_3 in zwei neue Entwicklungsfunktionen.

Tabelle 6: Berechnete Flüsse am Boden (F_0) und der Bestandsobergrenze (F_1), die Determinante der zu invertierenden Matrix und der mittlere quadratische Fehler (mqF) des zurückgerechneten Profils der Temperatur, in Abhängigkeit der verwendeten Entwicklungsfunktionen.

	F_0 (m/s K)	F_1 (m/s K)	$\det(D^t D)$	mqF (K)
ohne F_0	0 ± 0	0.342 ± 0.024	$5.83e-11$	0.0267
mit F_0	-7.2 ± 10	0.240 ± 0.15	$4.64e-16$	0.0207
mit $F_0[-1]$	0.067 ± 0.021	0.343 ± 0.024	$2.06e-9$	0.0240
mit $F_0[-2]$	0.112 ± 0.059	0.344 ± 0.024	$3.95e-10$	0.0240
mit $F_0[-3]$	-0.08 ± 1.0	0.342 ± 0.028	$1.94e-12$	0.0239

Insbesondere der in der Abbildung nicht dargestellte Wert von $F_0[-3]$ zeigt bereits eine sehr große Unsicherheit. Der Fluß an der Bestandsobergrenze ändert sich durch das Einfügen von F_0 nicht signifikant, ausgenommen wenn F_0 ohne Änderung der \hat{s}_j hinzugenommen wird. In diesem Fall zeigt der deutlich verminderte Wert der Determinante der zu invertierenden Matrix $\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}}$, daß sich die Bedingungen zur Lösung des Gleichungssystems deutlich verschlechtern haben.

In Abbildung 49 erkennt man, daß zwar die gemessenen Temperaturen in allen vier Fällen sehr gut approximiert werden, daß aber zwischen den Meßhöhen und insbesondere am Boden, die Profile durchaus voneinander abweichen. In diesen Abweichungen steckt letztlich die Information über die Verteilung der Quellen. Da die unterste Meßhöhe in 1 m lag, kann sie auch nur Information über die Quellstärke in der umgebenden Schicht liefern. Eine Unterscheidung in Boden und Vegetation direkt darüber, ist damit nicht möglich. Wollte man zwischen F_0 und $S(z)$ in Bodennähe trennen,²³ so müßten Konzentrationen in diesem Bereich räumlich entsprechend höher aufgelöst gemessen werden.

Um die hier berechneten Flüsse F_0 mit gemessenen Größen zu vergleichen, müßte die Energiebilanz am Boden bestimmt werden. Zwar wurde die Strahlungsbilanz unter einer Pinie und direkt darunter die Bodentemperaturen und -feuchten bestimmt, aber dieser Platz war am Vormittag für ca. 2 Stunden in der Sonne und sonst im Schatten, während in der Umgebung den ganzen Tag über Sonnenflecken am Waldboden beobachtet werden konnten. Die dort gemessenen Werte können somit nur bedingt als repräsentativ angesehen werden. Zudem wurde der turbulente Fluß latenter Wärme am Boden nicht gemessen, so daß eine Energiebilanz nicht bestimmt werden kann.

²³ Interessant wäre dies z.B. im Falle der CO_2 -Respiration des Bodens im Vergleich zur Aspiration der Pflanzen direkt darüber.

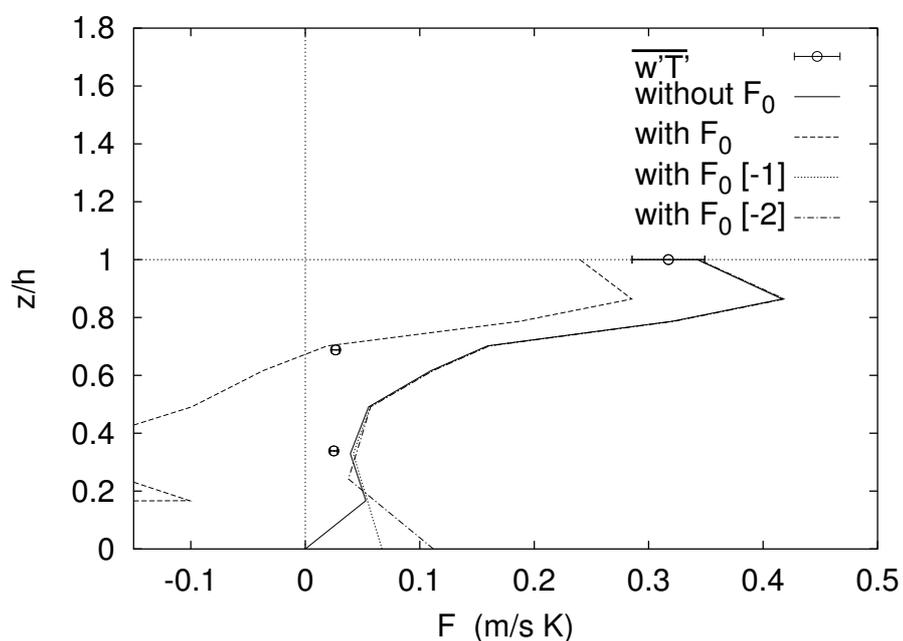


Abbildung 50: Die Flußprofile aus Abbildung 49 übereinander geplottet. Durchgezogen der Fluß, der sich ohne F_0 ergibt, langgestrichelt der Fluß, der sich durch simples einfügen von F_0 ergibt, punktiert der Fluß bei zusammengesetztem \hat{s}_1 und \hat{s}_2 , strichpunktiert der Fluß, der sich durch das Zusammenlegen von \hat{s}_1 , \hat{s}_2 und \hat{s}_3 in zwei Funktionen ergibt. Die Kreise mit Fehlerbalken zeigen die gemessenen Flüsse.

Es ist also nicht möglich die hier berechneten Wärmeflüsse am Boden mit Meßdaten zu überprüfen.

Für den hier gezeigten Fall vom 25.5 13:45 ist $F_0[-2]$ fast um den Faktor zwei größer als $F_0[-1]$. Im Mittel über alle gemessenen Profile ergeben sich um den Faktor 1.32 größere Werte von $F_0[-2]$ gegenüber $F_0[-1]$. Es kann a priori nicht entschieden werden, welche der beiden Auswahlen an Entwicklungsfunktionen die bessere ist. Somit läßt sich der Fluß am Boden mit der hier zur Verfügung stehenden Verteilung der Meßhöhen nicht bestimmen.

Die Flüsse, die die LNF an der Obergrenze des Bestandes und im Stammraum in 4 m Höhe berechnet, sind innerhalb der Unsicherheiten der LNF unabhängig von einer Zunahme des Flusses am Boden. Dies ist nicht nur die Eigenschaft des hier gezeigten speziellen Profiles, sondern gilt für alle beobachteten Profile. Der Fluß, den die LNF für eine bestimmte Höhe errechnet, ist demnach vor allem von den in dieser Höhe gemessenen Temperaturen bestimmt und kann nicht durch die Zunahme von F_0 geändert werden. Somit lassen sich die beobachteten Abweichungen der Flüsse an der Bestandsobergrenze nicht damit begründen, daß der Fluß am Boden vernachlässigt wurde.

5.7 Unterschiedliche Entwicklungsfunktionen

Bisher wurden alle Flußprofile mit Rechteckfunktionen als Entwicklungsfunktionen berechnet. Um einen möglichen Einfluß der Wahl der Entwicklungsfunktionen auf die Form der berechneten Quell- und Flußprofile zu untersuchen, wurden alle Rechnungen auch mit den in Kapitel 3.2 vorgestellten anderen Entwicklungsfunktionen durchgeführt.

Die Rechteckfunktionen (kurz ‘Rect’ siehe Gl. 44), lineare Splines (‘Lin’ Gl. 48) und Glockenkurven (‘Bell’ Gl. 49) ähneln sich prinzipiell sehr, da sie alle ihr Maximum (bzw., im Falle von ‘Rect’, ihre Mitte), bei den Meßhöhen z_{ci} haben. Die Polynome (Gl. 50) sind im Gegensatz dazu in keiner Weise an die Verteilung der Meßhöhen im Bestand angepaßt, sie ergeben dafür aber eine stetige und mehrfach stetig differenzierbare Quellverteilung $S(z)$. Die ‘Lin’-Funktionen stellen im Gegensatz zu den ‘Rect’-Funktionen sicher, daß die Quellverteilung $S(z)$ eine stetige Funktion, bestehend aus geraden Teilstücken, ist. Die ‘Bell’-Funktionen zeichnen sich gegenüber den ‘Lin’-Funktionen durch einen glatten Verlauf aus, haben also eine stetige Ableitung. Die ‘Rect’-Funktionen sind bezüglich des Skalarproduktes $\int_0^h \hat{s}_j \cdot \hat{s}_k dz$ untereinander orthogonal, während die ‘Lin’-Funktionen nur für $|j-k| > 1$ orthogonal sind. Die ‘Bell’-Funktionen und die Polynome schließlich sind nicht orthogonal. Es wäre zwar möglich mit Legendre-Polynomen orthogonale Polynome als Entwicklungsfunktionen zu benutzen, allerdings ist der Aufwand groß, da für die Berechnung der Fernfeldmatrix $\underline{\underline{D}}_f$ auch deren Integrale nötig

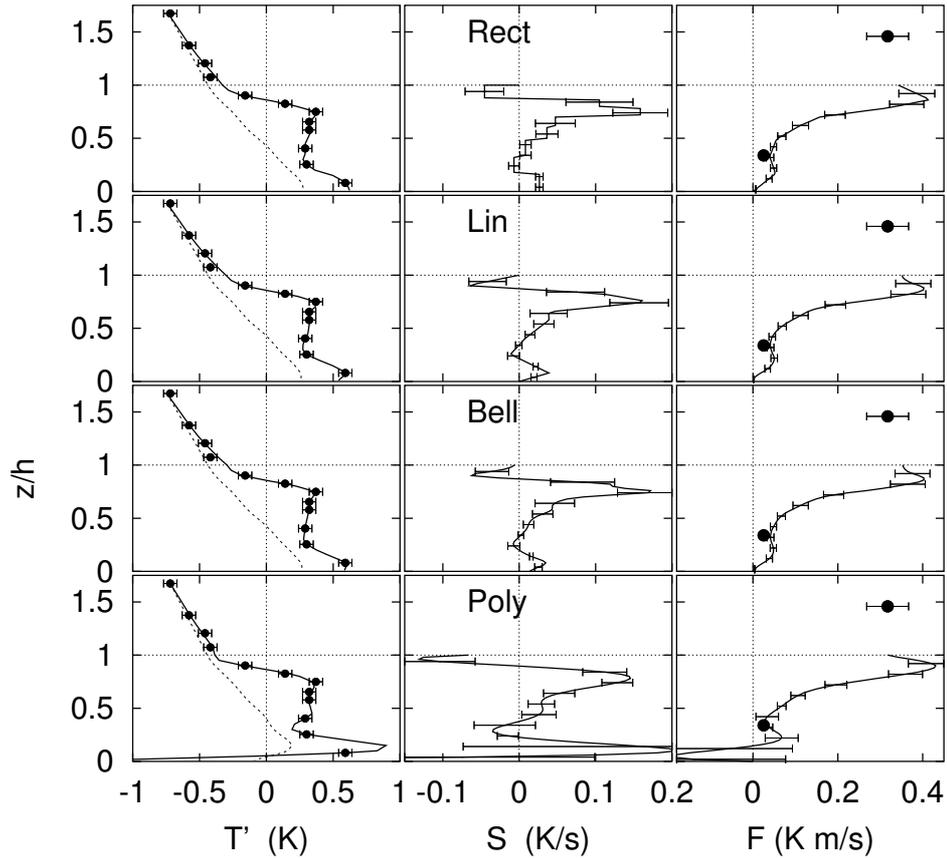


Abbildung 51: Einfluß verschiedener Entwicklungsfunktionen auf die berechneten Profile exemplarisch für den 25.5. 13:45. Links die Profile der Temperatur $T' = T - \bar{T}$, in der Mitte die berechneten Quellprofile S und rechts die Profile des Flusses F . Die Linien sind die Ergebnisse der LNF, die \bullet -Symbole geben die Meßwerte wieder (vgl. auch Abb. 31). Von oben nach unten sind die Ergebnisse mit verschiedenen Entwicklungsfunktionen dargestellt (Rechteckfunktionen 'Rect', lineare Splines 'Lin', Glockenkurven 'Bell' und Polynome 'Poly').

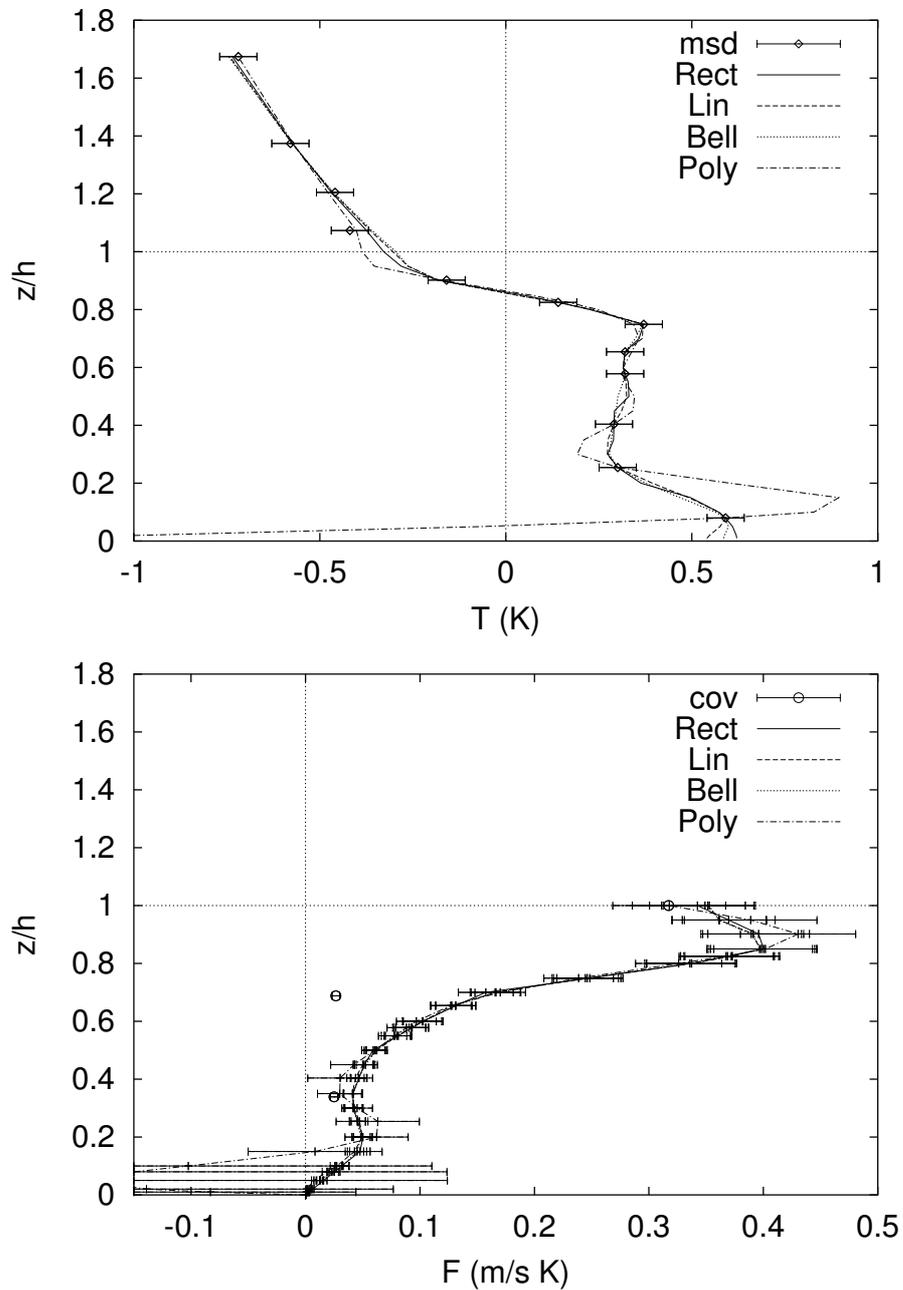


Abbildung 52: Vergleich der in Abbildung 51 dargestellten Temperatur- und Flußprofile. Gemessene und approximierte T -Profile (Rauten mit Fehlerbalken und durchgezogene Linie, oben) und zugeordnete gemessene und berechnete Flüsse (Kreise mit Fehlerbalken und Linien mit Fehlerbalken, unten) unter Verwendung verschiedener Entwicklungsfunktionen (Rechteckfunktionen 'Rect', lineare Splines 'Lin', Glockenkurven 'Bell' und Polynome 'Poly').

wären.

In Abbildung 51 und 52 sind die sich ergebenden Temperatur-, Quellstärke- und Flußprofile, wiederum exemplarisch für den 25.5. 13:45, dargestellt. Zwar weichen die Verläufe der Profile zwischen den Meßhöhen zum Teil deutlich voneinander ab, aber insbesondere im Bestand werden die Meßwerte an den jeweiligen Meßhöhen von allen Entwicklungsfunktionen sehr gut reproduziert. Über dem Bestand ergeben sich etwas größere Abweichungen. Dies kann über die unterschiedlichen Profilformen, die sich aus den verschiedenen Entwicklungsfunktionen ergeben, erklärt werden. In $z/h = 0.5$ ist eine leichte Oszillation aller Profile zu sehen, die in diesem Bereich alle voneinander abweichen. Dies fällt mit dem Knick des σ_w -Profils in z'_{σ_0} zusammen und läßt sich durch Variation von z'_{σ_0} auch verschieben. Auffallend ist die starke Oszillation des 'Poly'-Profils insbesondere in Bodennähe, die sich aus der Nullstelle aller 'Poly'-Entwicklungsfunktionen (außer $\hat{s}_1(z) = 1$) dort ergibt. Die mittlere quadratische Abweichung ϵ^2 (siehe Gl. 63) des LNF- vom gemessenen Profil steigt von 0.53 für das 'Rect'-Profil auf 0.68 für das 'Bell'-Profil an, während das Polynom-Profil ebenfalls den Wert 0.53 erreicht. Trotz seiner starken Oszillationen gibt also das 'Poly'-Profil das gemessene sehr gut wieder.

Die Quellprofile stimmen alle qualitativ überein, wobei, abgesehen vom 'Poly'-Profil, die Unterschiede verschwindend gering sind. Das 'Poly'-Profil zeigt in Bodennähe sehr starke Oszillationen, die als nicht realistisch angesehen werden müssen. Zudem zeigen die großen Fehlerbalken, daß die Werte von S dort nicht verlässlich sind. Bei Betrachtung der Flußprofile in Abbildung 52 fällt die gute Übereinstimmung der 'Rect', 'Lin' und 'Bell'-Profile auf. Im Gegensatz dazu zeigt das 'Poly'-Profil wieder eine deutliche Oszillation und vor allem größere Fehler mit einem deutlichen Maximum am Boden. Man könnte nun annehmen, daß die nicht orthogonalen $\hat{s}_j = z^{j-1}$ eine ungeschickte Wahl für die Entwicklungsfunktion sind, allerdings ergeben sich noch stärkere Oszillationen, wenn man beispielsweise eine Fourier-Entwicklung mit den orthogonalen Funktionen $\hat{s}_0(z) = 1$, $\hat{s}_{2k}(z) = \cos(2\pi/kz)$ und $\hat{s}_{2k+1}(z) = \sin(2\pi/kz)$ benutzt. Auch die von den 'Rect'- zu den 'Bell'-Funktionen abnehmende Orthogonalität führt zu keiner essentiellen Veränderung des Ergebnisses. Dagegen liefern etwas ausgefallene Entwicklungsfunktionen, wie die 'großen Dreiecke' (Gl. 51) oder 'Rampen' (Gl. 52), die weit davon entfernt sind orthogonal zu sein, Quell- und Flußprofile, die sich nur unwesentlich von denen unterscheiden, die mit den 'Rect', 'Lin'- oder 'Bell'-Funktionen berechnet wurden. Das heißt, daß es wesentlich wichtiger ist die Entwicklungsfunktionen an die vorhandenen Meßhöhen anzupassen, als orthogonale Funktionen zu suchen bzw. zu konstruieren. Diese Beobachtung stimmt mit den Erfahrungen aus der Fernerkundung überein,

wo ebenfalls eine Fredholmsche Integralgleichung der ersten Art gelöst werden muß und die Konstruktion von orthogonalen Entwicklungsfunktionen die Ergebnisse nicht verbessert (siehe z.B. Rodgers 1976 [62]).

In Abbildung 53 sind Zeit-Höhen-Schnitte der Quellstärke für die verschiedenen Entwicklungsfunktionen dargestellt. Abgesehen von der kantigen Struktur der Isolinien für die ‘Rect’-Entwicklung, stimmen die Muster, die sich für die an den Meßhöhen orientierten Funktionen ergeben, sehr genau miteinander überein. Im Gegensatz dazu liefert die ‘Poly’-Entwicklung über den ganzen Zeitraum hinweg am oberen und insbesondere am unteren Rand starke Oszillationen, die auch noch im Bereich zwischen $z' = 0.2$ und 0.4 als negative und im Bereich $z' = 0.4$ bis 0.6 als tendenziell positive Werte sichtbar bleiben. Da die Pflanzen gerade in diesen Höhen sehr wenig Nadeln und Blätter hatten, ist hier auch nur mit sehr geringen Quellstärken zu rechnen. Die Quellprofile, die sich aus der ‘Poly’-Entwicklung ergeben, sind also als nicht plausibel anzusehen. Die anderen Entwicklungsfunktionen liefern dagegen, trotz ihrer unterschiedlichen Formen, über den gesamten Zeitraum hinweg äußerst ähnliche Quellprofile. Das bedeutet, daß diese Quellprofile als gute Annäherung der Realität anzusehen sind.

In Abbildung 54 sind die mit den verschiedenen Entwicklungsfunktionen bestimmten Flüsse gegen die Flüsse aus den Rechteckfunktionen aufgetragen. Die an die Meßhöhen angepaßten ‘Lin’ und ‘Bell’-Entwicklungsfunktionen ergeben sowohl über, als auch im Bestand fast die selben Resultate. Die Flüsse, die sich aus der Verwendung von Polynomen ergeben, sind über dem Bestand ca. 15 % größer und im Bestand kleiner, als die Flüsse aus den Rechteckfunktionen. In diesen entgegengesetzten Abweichungen spiegeln sich nochmals die starken Oszillationen des ‘Poly’-Profils in Bodennähe wider. Aus den geringen Abweichungen der ‘Lin’- und ‘Bell’-Profile von den ‘Rect’-Profilen muß geschlossen werden, daß die Form der Entwicklungsfunktionen keinen wesentlichen Einfluß auf die berechneten Flußprofile hat.

5.8 Lösbarkeit in Abhängigkeit von der Schichtungsstabilität

Die Dispersionsmatrix D wird vor allem durch die Verteilung der Meßhöhen und durch die Schichtungsstabilität über dem Bestand bestimmt. Es ist also wichtig bei der Planung eines Experimentes die Meßhöhen so zu legen, daß Höhenbereiche, in denen eine starke Variation der Quellstärken zu erwarten ist, besser aufgelöst werden. Die Schichtungsstabilität über dem Bestand bestimmt die Lösbarkeit des Gleichungssystems und damit auch die Unsicherheiten in den berechneten Quellstärken und Flüssen gemäß Glei-

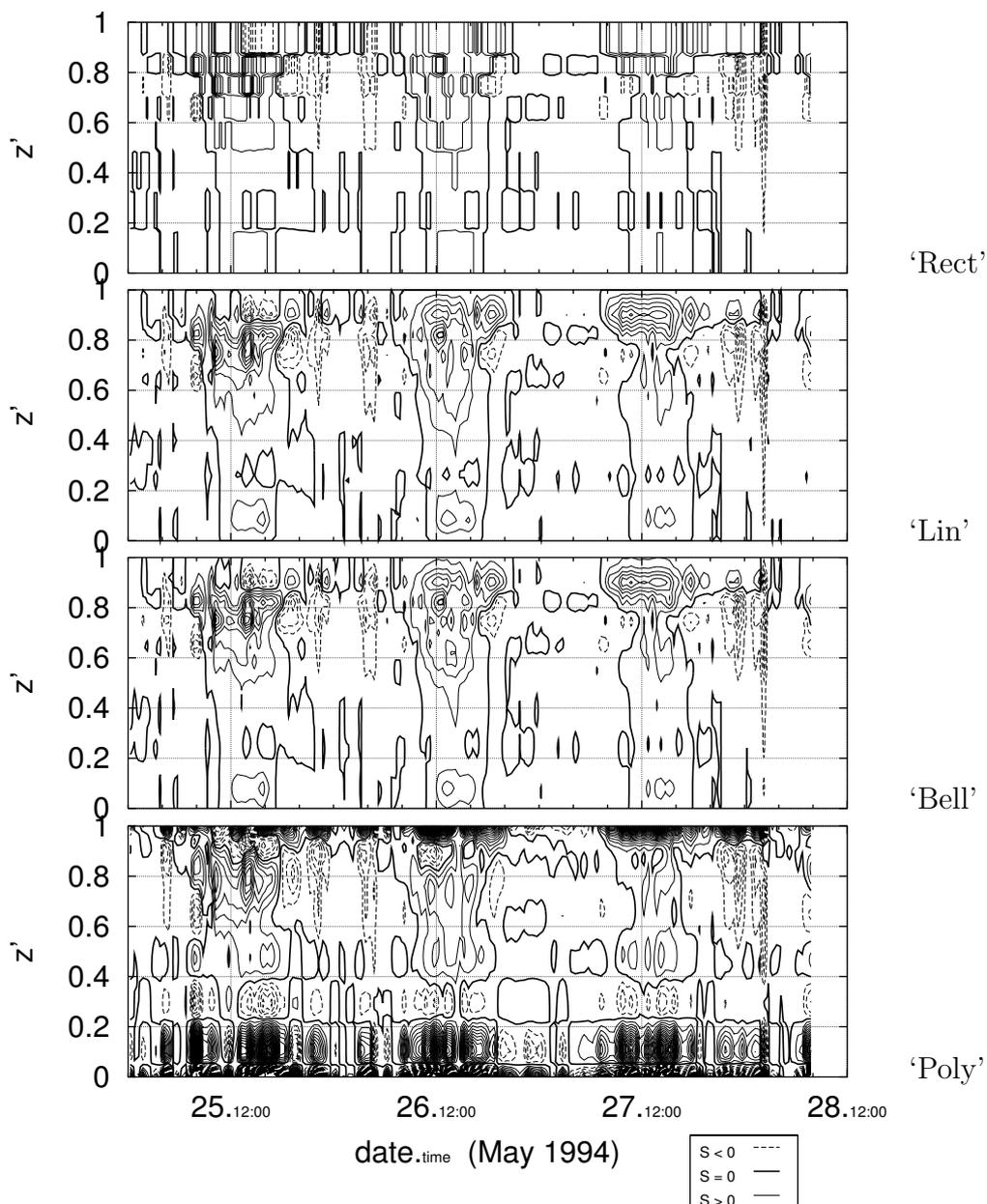


Abbildung 53: Zeit-Höhen-Schnitte der Quellstärke, vom 25.5 bis 28.5., gerechnet mit verschiedenen Entwicklungsfunktionen. Von oben nach unten: Rechteckfunktionen 'Rect', lineare Splines 'Lin', Glockenkurven 'Bell' und Polynome 'Poly'. Isolinien wie in Abb. 32.

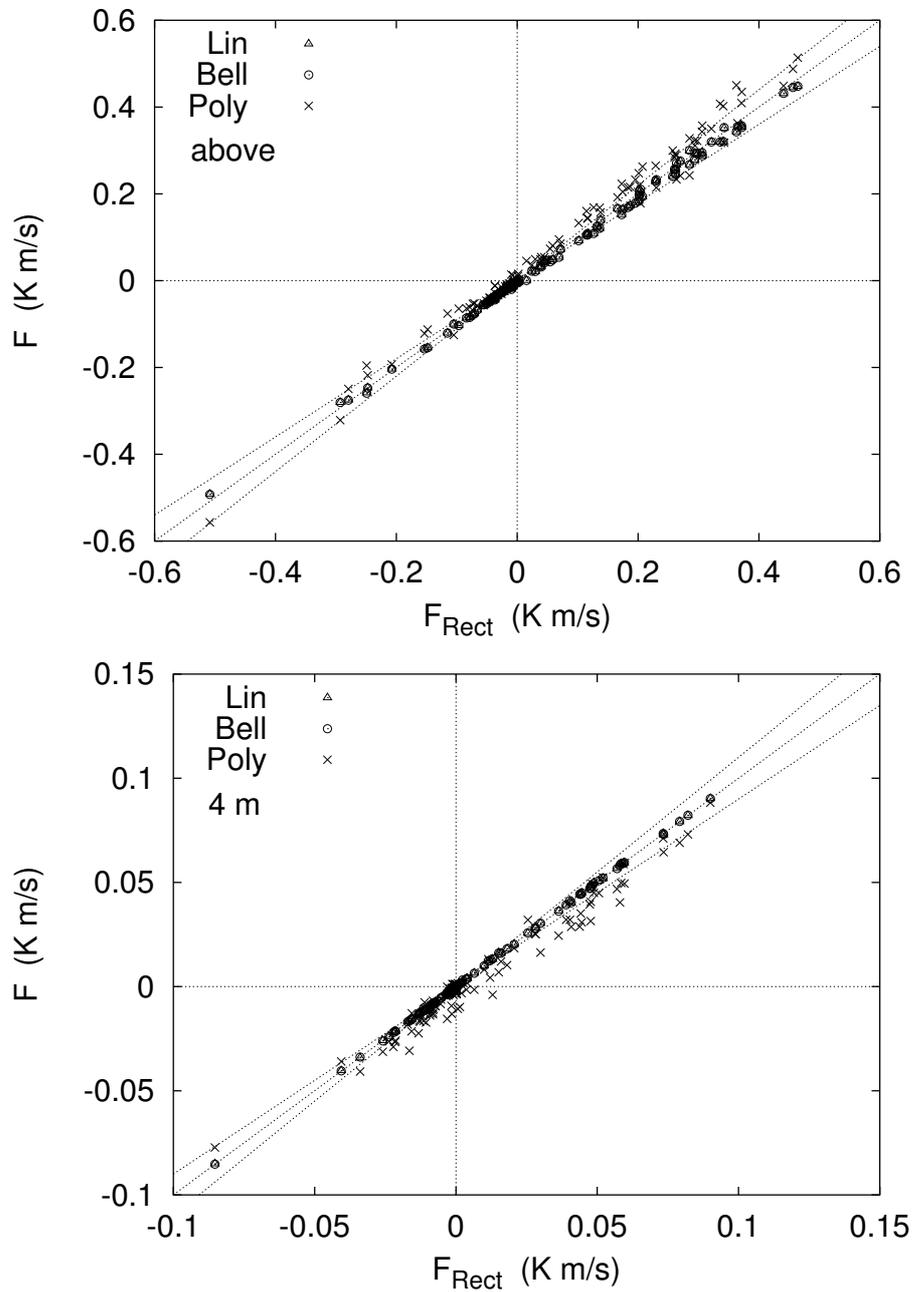


Abbildung 54: Mit den verschiedenen Entwicklungsfunktionen bestimmte Flüsse, aufgetragen gegen den Fluß, der sich bei Verwendung der Rechteckfunktionen ergibt. Eingetragen sind die 1/1 Gerade, sowie die 10 % Abweichung hiervon. Gezeigt sind die Werte an der Bestandsobergrenze (oben) und im Stammraum in 4 m (unten). Bezeichnungen wie in Abb. 52.

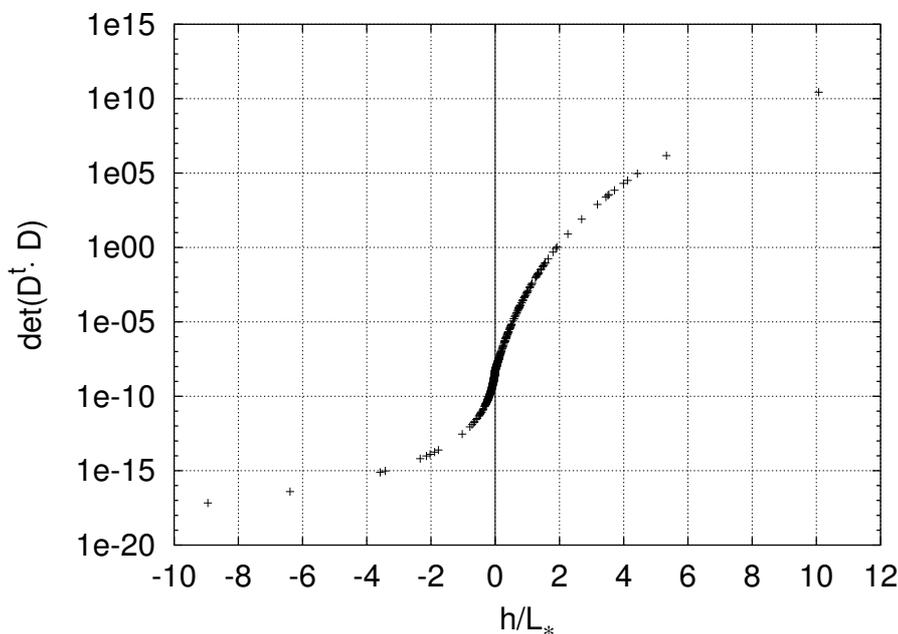


Abbildung 55: Determinante der zu invertierenden Matrix $\det(\underline{\underline{D}}^t \underline{\underline{D}})$ in Abhängigkeit von der Schichtungsstabilität.

chung 68 und Gleichung 69. In Abbildung 55 ist die Abhängigkeit der Determinante $\det(D^t D)$ der zu invertierenden Matrix von der Schichtungsstabilität dargestellt. Der Form nach entspricht dieser Verlauf der Stabilitätsfunktion $\phi_h(z/L_*)$ des Austauschkoefizienten K_f im Fernfeld. Allerdings deckt ϕ_h in dem hier dargestellten Bereich von h/L_* lediglich zwei Größenordnungen ab, während die Determinante alleine im Labilen um 10 Größenordnungen variiert. Die extrem kleinen Werte der Determinante im labilen und im schwach stabilen Bereich spiegeln die schlechte Lösbarkeit des Systems wieder. Mit zunehmend labiler Schichtung wird die turbulente Durchmischung immer besser, was zur Folge hat, daß die Bestimmung des Quellprofils aus den gemessenen Temperaturen immer schwieriger wird. Die extrem kleinen Werte der Determinante machen deutlich, daß bei der Bestimmung der Matrizen sehr sorgfältig vorgegangen werden muß. Die Berechnungen sollten mindestens mit 8 Byte Fließkommazahlen, ('double precision' nach dem IEEE-Standard, siehe Goldberg 1991 [19]) oder besser 10 Byte ('extended double precision'), durchgeführt werden. Die numerische Integration zur Bestimmung der Matrixelemente wurde anfangs nach der Simpson-Regel mit einer iterativen Verdoppelung der Stützstellen durchgeführt. Dabei wurden die Integrale in vier Teilintervalle aufgeteilt: Links und rechts der Polstelle von $k_{2n}(z_{ci}, z_s)$

und nah und fern der Polstelle. Das Abbruchkriterium mußte auf eine relative Änderung kleiner als $1e-4$ von Iterationsschritt zu Iterationsschritt gesetzt werden um stabile Ergebnisse zu erhalten, wodurch sich relativ lange Rechenzeiten ergaben. Als wesentlich günstiger erwies sich eine Gauß-Legendre Integration, die bereits mit 20 Stützstellen stabile Ergebnisse lieferte.

5.9 Anwendungsmöglichkeiten

Die LNF ist nicht auf die Bestimmung von Wärmequellen beschränkt. In Abbildung 56 ist der Zeit-Höhen-Schnitt der Quellstärke der Feuchte zusammen mit dem der fühlbaren Wärme dargestellt. Tagsüber verdunsten die Bäume über ihre Nadeln und Blätter in der Krone erhebliche Mengen an Wasser, während am Boden im Vergleich kaum Verdunstung stattfindet. Die Verdunstung läuft dabei tagsüber nicht absolut parallel zur Quellstärke der Wärme, das heißt der Anteil der in latente Wärme umgesetzten Energie variiert mit der Zeit. Auch reichen die Bereiche, in denen fühlbare Wärme umgesetzt wird, tiefer in den Bestand hinein, als die in denen Wasser verdunstet wird. All dies deutet daraufhin, daß die Pflanzen ihre Verdunstung aktiv regulieren. Nachts finden sich weite Bereiche um $z' = 0.6$ und unterhalb von $z' = 0.25$, in denen eine negative Quellstärke für die Feuchte, also Kondensation oder Taufall, errechnet wird. Dies kann auch aus den gemessenen relativen Feuchten und Beobachtungen bestätigt werden kann.

Neben diesen Beobachtungen zum Wasserhaushalt der Pflanzen bieten sich noch einige andere Möglichkeiten zur Verwendung dieser Daten. Da das verdunstete Wasser die Blätter über ihre Spaltöffnungen, die Stomata, verläßt, lassen sich aus den Quellstärken des Wasserdampfes auch Aussagen über den Transferwiderstand r_s der Stomata machen. Diese Größe ist wiederum wichtiger Parameter bei der Modellierung des Energie- und Stoffhaushaltes von Pflanzen. Ganz allgemein läßt sich der Fluß der fühlbaren Wärme H_B und der latenten Wärme E_B an der Blattoberfläche (beide in W/m^2) über

$$\begin{aligned} H_B &= \rho c_p \frac{1}{r_t} (T_B - T_a) \\ E_B &= \lambda \frac{1}{r_t + r_s} (q_B - q_a) \end{aligned} \quad (105)$$

beschreiben (siehe z.B. Monteith und Unsworth [46]). Dabei ist ρ (kg/m^3) die Luftdichte, c_p ($J/(kgK)$) die spezifische Wärmekapazität der Luft, r_t (s/m) der Transferwiderstand des molekularen und turbulenten Transportes von der Blattoberfläche in die umgebende Luft, T_B die Blattoberflächentemperatur, T_a die Lufttemperatur (beide in K oder $^{\circ}C$), λ (J/g) die Verdampfungswärme von Wasser, q_B die Dampfdichte im Inneren der Blätter und q_a die

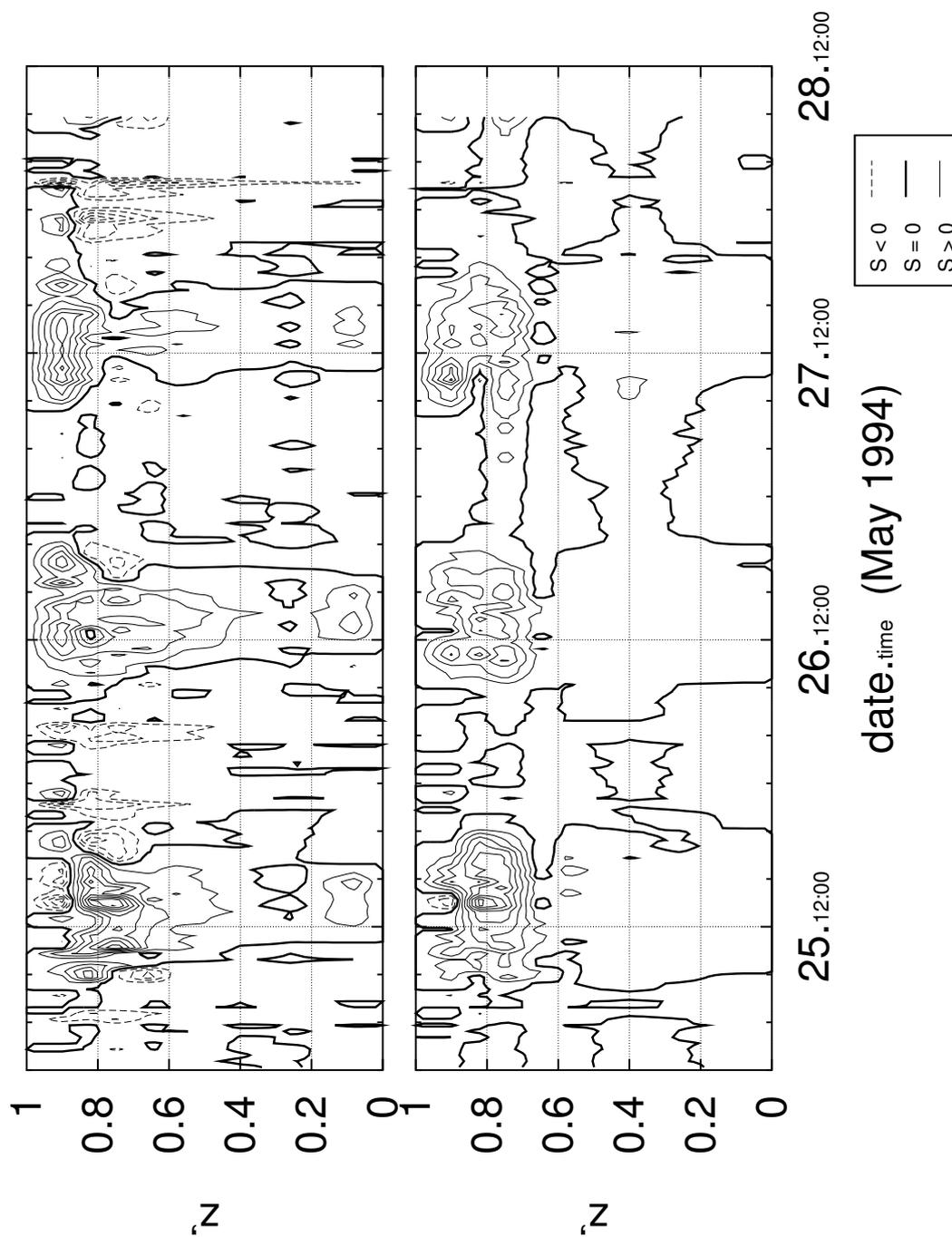


Abbildung 56: Zeit-Höhen-Schnitte der Quellstärke von Wärme (links in K/s) und Feuchte (rechts in $g/(m^3s)$). Die Isolinien geben Schritte von 0.02 in der jeweiligen Einheit wieder. Isolinien der negativen Werte sind gestrichelt und die Null-Linie ist dick durchgezogen.

Dampfdichte der umgebenden Luft (beide in g/m^3). Unter der Annahme, daß im Inneren der Blätter Dampfsättigung herrscht, läßt sich durch eine Linearisierung der Dampfdruckkurve, wie in der Penman-Monteith Gleichung (Monteith and Unsworth [46]), die Differenz $q_B - q_a$ auf die Sättigungsfeuchte der umgebenden Luft \tilde{q}_a und die Temperaturdifferenz $T_B - T_a$ reduzieren. Die Energieflüsse lassen sich über die Blattflächendichte a (m^2/m^3) mit den Quellstärken S_H (K/s) und S_E ($g/(m^3s)$) in Beziehung setzen. Es ist $H_B = \rho c_p S_H/a$ und $E_B = \lambda S_E/a$. Einsetzen in Gleichung 105 liefert:

$$\begin{aligned} S_H &= \frac{a}{r_t} \cdot (T_B - T_a) \\ S_E &= \frac{a}{r_t + r_s} \cdot \left(\tilde{q}_a - q_a + \frac{d\tilde{q}_a}{dT} \cdot (T_B - T_a) \right) \end{aligned} \quad (106)$$

Direkt gemessen werden können T_a und q_a , die Quellstärken S_H und S_E können mit der LNF berechnet werden. Je nachdem ob man eine Parametrisierung für die Widerstände r_t und r_s , ob man die Blattflächendichte a oder ob man die Blattoberflächentemperatur T_B kennt, kann man diese Gleichungen dazu nutzen, die jeweils unbekannt Parameter zu bestimmen. Eine derartige Anwendung wäre zwar sehr reizvoll, sprengt aber den Rahmen dieser Arbeit.

6 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

In dieser Arbeit wurde eine allgemein anwendbare numerische Lösung der von Raupach 1989 ([55] und [54]) vorgeschlagenen LNF ausgearbeitet. Raupach hat die Lösung des inversen Problems lediglich sehr anschaulich auf frei wählbare Schichten, in denen jeweils eine konstante Quellverteilung angenommen wird, zurückgeführt. Hier wurde das Lösungsverfahren auf allgemeine Entwicklungsfunktionen $\hat{s}_j(z)$ für das Quellprofil $S(z) = \sum_{j=1}^{N_s} S_j \hat{s}_j(z)$ erweitert. Die Koeffizienten der sogenannten Dispersionsmatrix \underline{D} (Gl. 42) ergeben sich somit aus Integralen, die numerisch gelöst werden müssen. Da der Nahfeldkern Polstellen in $z_s = z_{ci}$ hat, ist es nötig bei der numerischen Integration sehr sorgfältig vorzugehen. Für eine Aufteilung in Schichten wurde gezeigt, daß diese nicht unabhängig von den verwendeten Höhen z_{ci} , in denen Konzentrationen gemessen werden, gewählt werden können. Eine optimale Ausnutzung der Information, die in den Messungen der c_i steckt, wird erreicht, wenn jeder Meßhöhe z_{ci} gemäß Gleichung 57 eine Schicht zugeordnet wird. Daraus kann umgekehrt gefolgert werden, daß mit der LNF eine Auflösung der Verteilung der Quellen in einem Pflanzenbestand nur gelingen kann, wenn man die Meßhöhen entsprechend sorgfältig anpaßt. Will man etwa in

Bodennähe zwischen dem Fluß aus dem Boden und Quellen darüber trennen, so müssen die Meßhöhen dort entsprechend dichter verteilt werden. Die Formulierung des inversen Problems auf der Basis von Entwicklungsfunktionen ermöglicht es, Verfahren zur Optimierung der Lösung von Fredholmschen Integralgleichungen der zweiten Art anzuwenden, wie sie beispielsweise in der Fernerkundung entwickelt worden sind.

In die LNF gehen die Profile der Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeit σ_w und der Lagrangeschen Zeitskala T_L ein. Beide Größen lassen sich mit der Schubspannungsgeschwindigkeit über dem Bestand u_* und der Bestandshöhe h skalieren. Ansonsten hängen sie von der Schichtungsstabilität über dem Bestand und der Höhe ab. Mit Gleichung 37 wurde gezeigt, daß das zu lösende Gleichungssystem letztlich nur noch von der Form dieser Profile und der Schichtungsstabilität abhängt.

In Gleichung 68 und 69 wird eine Abschätzung der Unsicherheiten in den Quellstärken und den Flüssen angegeben, die sich aus den Unsicherheiten der Konzentrationsmessung ergeben. Es zeigt sich, daß die mit der LNF aus Konzentrationsprofilen bestimmten Quellstärken empfindlich gegen kleinste Fehler in den gemessenen Konzentrationen sind. Diese Sensitivität kann auf zwei Arten verstanden werden. Mathematisch spiegelt sich dies im flachen Verlauf des Fernfeldkerns wieder, der damit die Information über die Quellverteilung verschmiert. Anschaulich verwischt die turbulente Durchmischung die Information über die genaue Verteilung der Quellen. In der Folge führen unterschiedliche Quellprofile zu sehr ähnlichen Konzentrationsprofilen. Umgekehrt führen, bei der Berechnung der Quellverteilung aus Konzentrationen, kleine Variationen des Konzentrationsprofils zu starken Oszillationen im Quellprofil.

Sowohl die direkt über Pflanzenbeständen in der Rauigkeitsschicht beobachteten Abweichungen von der Monin-Obukhov-Theorie, als auch die in Pflanzenbeständen beobachteten 'Counter-Gradient-Fluxes' lassen sich mit der LNF beschreiben. In der Rauigkeitsschicht wird auf der einen Seite die Turbulenz durch den Pflanzenbestand verstärkt, auf der anderen Seite bewirken die Nahfeldeffekte des turbulenten Transportes, daß die Verstärkung des Austausches wieder abgeschwächt wird, je näher man den Quellen ist. Die Abweichungen von der Monin-Obukhov-Theorie in der Rauigkeitsschicht sind somit von der Verteilung der Quellen im Bestand abhängig. Damit wird auch die Korrektur des Monin-Obukhovschen-Austauschkoeffizienten mit einer universellen Korrekturfunktion $\gamma(z)$, wie sie Garratt (1980 [17]) vorgeschlagen hat, hinfällig.

Um die LNF auf gemessene Temperaturprofile anzuwenden und daraus Wärmeflüsse über einem Pinienwald zu berechnen, wurden zunächst die Abhängigkeiten σ_w und T_L von der Höhe und von der Schichtungsstabilität

bestimmt. Der Einfluß der Schichtungsstabilität auf diese Größen in einem Pflanzenbestand wurde in dieser Arbeit erstmals untersucht. Im Falle von σ_w zeigte sich klar, daß diese Größe mit der Schubspannungsgeschwindigkeit über dem Bestand u_* skaliert. Auch die Abhängigkeit von der Schichtungsstabilität kann durch das über dem Bestand vorliegende h/L_* parametrisiert werden. Im Falle von T_L ist h/u_* die Skalierungsgröße. Die Stabilitätsabhängigkeit, die sich aus der Forderung ergibt, daß K_f in doppelter Bestandshöhe in den Austauschkoefizienten der Monin-Obukhov-Theorie übergehen muß, erweist sich auch im Bestand als sinnvoll. Da die Bestimmung der Lagrangeschen Größe T_L aus Eulerschen Messungen mit einigen Schwierigkeiten verbunden ist, bleibt allerdings eine gewisse Unsicherheit über den genauen Verlauf.

Beim Vergleich der mit der LNF bestimmten Wärmeflüsse mit gemessenen zeigt sich zunächst eine deutliche Unterschätzung. Berücksichtigt man den Hinweis von Raupach et al. (1996 [58]), daß man im und direkt über dem Pflanzenbestand davon ausgehen muß, daß sich die Wirbel mit einer größeren Geschwindigkeit als der mittlere Wind an einem Ort vorbei bewegen und nimmt man an, daß das Profil von σ_w im Kronenraum, wo Blätter und Äste Impuls absorbieren, mit der Höhe variiert, so kann diese Unterschätzung behoben werden.

Es bleibt jedoch eine systematische Abweichung der mit der LNF berechneten Wärmeflüsse von den gemessenen. Jeweils vor- und nachmittags nach bzw. vor dem Umschlag zwischen stabiler und labiler Schichtung sind die LNF-Flüsse deutlich kleiner als die gemessenen. Selbst die hier durchgeführte eingehende Untersuchung dieser Abweichung liefert keinen eindeutigen Hinweis auf die Ursachen. Weder Instationarität noch Inhomogenitäten in der Umgebung des Meßplatzes können zweifelsfrei als Ursache identifiziert werden. Die Abweichungen sind nicht mit Differenzen der verwendeten Parametrisierungen für σ_w oder T_L von den beobachteten Werten korreliert. Auch wenn die beobachteten σ_w -Werte keiner Gauß-Verteilung folgen, hat dies keinen Einfluß auf die berechneten Flüsse. Es zeigt sich lediglich, daß die Abweichung an die Schichtungsstabilität gekoppelt ist. Da sich bei den Parametrisierungen für σ_w und T_L keine Abhängigkeit gezeigt hatte, können die Abweichungen keine Folge einer fehlerhaften Beschreibung der Stabilitätsabhängigkeit dieser Größen sein.

Als generelles Problem bei der Berechnung der Wärmeflüsse erweist sich die Unsicherheit über den genauen Verlauf der Profile von σ_w und T_L . Durch Verschieben der Untergrenze des Bereiches, in dem σ_w eine deutliche Höhenabhängigkeit zeigt, können die von der LNF berechneten Flüsse um 10 % variiert werden. Da die Messung im Kronenraum in 8 m Höhe durch die Umgebung nachweislich stark gestört war, läßt sich diese Unsicherheit mit den vorhandenen Daten nicht ausräumen. Eine vertikal höher aufgelöste Messung

wäre in jedem Falle wünschenswert.

Im Falle von T_L liegt das Problem tiefer. Bei der Bestimmung aus Einpunktstatistiken müssen Annahmen über die Translationsgeschwindigkeit der Wirbel und deren mittlere Seitenverhältnisse gemacht werden. Im Prinzip kann man diese Größen aus Mehrpunktstatistiken bestimmen. Im Windkanal gestaltet sich dies relativ einfach, da man die Statistiken zwischen je zwei Meßpunkten, von denen einer jeweils seinen Ort wechselt, unter immer wieder denselben Bedingungen bestimmen kann. Aus diesen Messungen lassen sich Korrelationsfelder in Abhängigkeit vom Ort, sowie vom räumlichen und zeitlichen Abstand bestimmen. Aus diesen Feldern können die typischen Längen- und Zeitskalen und die Translationsgeschwindigkeiten der Turbulenzelemente berechnet werden. Im Feld läßt sich dies nicht realisieren, da man die Bedingungen nicht beliebig reproduzieren kann. Zur Bestimmung der Translationsgeschwindigkeit müßten zwei Ultraschallanemometer in gleicher Höhe auf einer Linie genau in Windrichtung aufgestellt werden. Dabei darf der Abstand der Geräte nicht zu klein sein, damit das vordere Gerät die Messung des hinteren Gerätes nicht stört. Und der Abstand sollte nicht zu groß sein, damit sich die Wirbel nicht soweit verändert haben, daß keine Korrelation mehr möglich ist. Aus der Zeit, für die sich das Maximum der Kreuzkorrelation der Datenreihen der beiden Geräte ergibt, läßt sich über den Abstand die Translationsgeschwindigkeit bestimmen. Das Problem hierbei ist die genaue Ausrichtung auf einer Linie in Windrichtung und die mögliche Störung der Messung des jeweils hinteren Gerätes durch das vordere. Aus der Eulerschen integralen Zeitskala läßt sich mit der Translationsgeschwindigkeit die mittlere horizontale Länge der Wirbel bestimmen. Die vertikale Längenskala sollte gleichzeitig mit mehreren an einem Masten übereinander angebrachten Geräten bestimmt werden. Aus dem Abfall der Kreuzkorrelation mit der Höhe ergibt sich ein Maß für die vertikale Erstreckung der Wirbel.

Wenn allerdings für jeden Meßplatz die Profile von σ_w und T_L zuerst genau untersucht werden müssen, wird jede Anwendung der LNF sehr aufwändig. Neben einer genaueren Untersuchung ist also ein theoretisches Verständnis der Turbulenzprofile in Pflanzenbeständen erforderlich. Zumindest wäre es wünschenswert, sie aus weniger aufwändig zu messenden Größen, wie z.B. der Blattflächendichte, vorhersagen zu können. Es gibt eine Reihe von Modellen, die versuchen die Turbulenz in Pflanzenbeständen mit Hilfe von Schließungsansätzen erster (siehe z.B. Li et al. 1985 [35]) bzw. zweiter oder höherer Ordnung (siehe z.B. Meyers und PawU 1986 [42]) zu beschreiben. Primär dienen diese Modelle allerdings dazu, die Quellen innerhalb des Bestandes und die Flüsse zu modellieren, während die genaue Struktur der Turbulenz eher nebensächlich ist. Eine Ausnahme bildet hier das einfache Modell von Massman und Weil (1999 [38]), daß speziell entwickelt wurde

um die von der LNF benötigten Parameter σ_w und T_L in Abhängigkeit von der Bestandsstruktur zu liefern. Im Falle von σ_w ist die Übereinstimmung mit gemessenen Profilen sehr gut. Im Gegensatz dazu weicht die modellierte Lagrangesche Zeitskala T_L deutlich von dem von Raupach (1988 [53]) vorgeschlagenen Profil ab. Es sind also in Zukunft noch weitere Anstrengungen nötig um eine sichere theoretische Grundlage zur Bestimmung von σ_w und T_L zu schaffen.

Danksagung

Diese Arbeit wäre natürlich nicht ohne die Vorarbeiten, Unterstützung und Hilfestellung vieler anderer Leute zustande gekommen. Da sind zunächst Dr. habil Ralph Dlugi, Prof. Dr. Thomas Foken und Michael Zelger zu nennen, die das Konzept für die mikrometeorologischen Messungen in Castel-Porziano im Rahmen des BEMA-Projektes entworfen haben. Einen sehr wichtigen Hinweis hat Dr. habil. Peter Schlüssel gegeben, der den Zusammenhang zu Methoden der Fernerkundung erkannt hat und auch entsprechende Literatur empfehlen konnte. Ganz wichtig ist selbstredend Dr. Michael Raupach, der immer wieder Zeit für eine sehr ausführliche Diskussion des Verfahrens und im weitesten Sinne damit verbundenen Fragestellungen gefunden hat. Außerdem hat er den Kontakt zu Dr. Ray Leuning hergestellt, der mir freundlicherweise eine Vorabversion seines Artikels 'Source/Sink distribution of heat, water vapour, carbon dioxide and methane in a rice canopy estimated using Lagrangian dispersion analysis' zugeschickt hat. Daneben sind die Gutachter Prof. Dr. Schmidt und Prof. Dr. J. Egger zu nennen, die mit ihren kritischen Anmerkungen einige wichtige weitergehende Einsichten in die Theorie ermöglicht haben. Dr. Renate Forkel hat einige sehr hilfreiche Anmerkungen zu Aufbau und Struktur des Textes gemacht. Für seine jahrelange Unterstützung und das Vertrauen in meine Fähigkeiten bin ich Dr. Peter Koepke zu Dank verpflichtet. Schließlich muß Dr. Jochen Reuder genannt werden, der in zahlreichen Gespräche vor, während und nach dem Mittagessen entweder meine oder seine Gedanken in alle möglichen Richtungen gelenkt hat. Ganz wichtig ist Doris Anwender, die Korrektur gelesen hat Und natürlich nicht zu vergessen sind die zahlreichen Mitarbeiter und Helfer, die das BEMA-Projekt ermöglicht haben von denen ich hier wahrscheinlich einige vergesse: Thomas Seiler, Bodo Wichura, Heinz Lösslein, Günther Häckl, Sabine Haas, Matthias Lugauer, Heike Meyer, Karin Reußwig, Karin Simmerl und Tuillo Gori.

Abbildungsverzeichnis

1	Zeitliche Entwicklung einer Wolke von Luftpaketen.	9
2	Die Transformation $t = \frac{1}{2}(t_1 + t_2)$ und $s = t_2 - t_1$	11
3	Vertikale Ausdehnung einer ‘reellen’ Wolke als Funktion der Zeit. . .	13
4	Näherung des Nahfeldkerns nach Raupach.	19
5	Skizze zum Lösungsverfahren nach Raupach.	22
6	Die von Raupach vorgeschlagenen Parametrisierungen für σ'_w und T'_L . .	25
7	Die Rechteckfunktion gemäß Gl. 44 und ihr Integral.	29
8	Ein linearer Spline gemäß Gl. 48 und sein Integral.	30
9	Veranschaulichung zur Umkehrung der Integrationsreihenfolge in der Gleichung für die Konzentration des Fernfeldes.	32
10	Die Funktion $H_f(z'_s, z'_R)$ des Fernfeldkerns.	35
11	Einfluß von Störungen im Konzentrationsprofil auf das errechnete Quellprofil.	40
12	Temperaturprofil über einem Pflanzenbestand wie es von der Monin- Obukhov-Theorie vorhergesagt wird und wie es typischerweise be- obachtet wird.	44
13	Profile der verschiedenen Austauschkoefizienten bei neutraler Schichtung.	49
14	Profile von γ bei neutraler Schichtung für zwei Flächenquellen . . .	52
15	Profile von γ bei neutraler Schichtung für drei Flächenquellen. . .	53
16	Panorama vom Meßplatz.	54
17	Verlauf von Windrichtung, Windgeschwindigkeit, Lufttemperatur, und Strahlungsbilanz.	56
18	Vergleich der in 19 m und 16 m gemessenen Turbulenzgrößen \tilde{u}_* und $\tilde{\theta}_*$	57
19	Zeitlicher Verlauf von σ_w und \tilde{u}_* in 19 m.	59
20	Zeitlicher Verlauf der mit der lokalen Schubspannungsgeschwindig- keit $\tilde{u}_*(z)$ skalierten Standardabweichung der Vertikalgeschwindig- keit $\sigma_w(z)$	60
21	Zeitlicher Verlauf der mit der Schubspannungsgeschwindigkeit über dem Bestand u_* skalierten Standardabweichung der Vertikalge- schwindigkeit σ_w	61
22	Verlauf von ϕ_w/σ'_{w0}	63
23	σ_w/u_* als Funktion der Stabilität h/L_*	65
24	Anpassung von ϕ_w bei labiler Schichtung.	67
25	Relative Abweichungen des angepaßten ϕ_w von den gemessenen σ_w/u_* . .	69
26	Ermittelte Werte von σ'_{w0} als Funktion der Höhe.	70
27	Typische Zeitreihe von w , deren Autokorrelation und die resultie- rende integrale Zeitskala.	73
28	Vergleich der zwei Verfahren zur Bestimmung der integralen Zeitskala. .	76
29	Schematische Darstellung eines Wirbels.	77

30	Die dimensionslose Lagrangesche integrale Zeitskala $T_L u_* / h$ als Funktion der Stabilität.	80
31	Profile der Temperatur T' , der Quellstärke S und des Flusses F am 25.5. ab 7:45 Uhr.	84
32	Quellstärke als Funktion von Zeit und Höhe.	87
33	Die turbulenten Wärmeflüsse $\overline{w'T'}$ über dem Bestand, in 8 m Höhe und in 4 m Höhe an den drei ausgewählten Tagen.	88
34	Mittels LNF berechnete Wärmeflüsse F und deren Fehler im Vergleich mit den gemessenen Kovarianzen $\overline{w'T'}$	91
35	Wie Abbildung 34, allerdings mit $T'_L = 0.50$ und $z'_{\sigma 0} = 0.5$ gerechnet.	96
36	Zeit-Höhen-Schnitt der Quellstärke wie in Abb. 32, allerdings mit $T'_L = 0.50$ und $z'_{\sigma 0} = 0.5$ gerechnet.	97
37	Mittels LNF berechnete Flüsse F_{LNF} über dem Bestand und im Bestand in 4 m aufgetragen gegen gemessene Flüsse $\overline{w'T'}$	99
38	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen als Funktion der Zeit.	100
39	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den gemessenen Flüssen über dem Bestand und in 4 m Höhe in Abhängigkeit von der Tageszeit.	101
40	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen Flüssen als Funktion der Änderungsrate der Temperatur.	104
41	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen Flüssen in Abhängigkeit von Windrichtung und Schubspannungsgeschwindigkeit.	106
42	Relative- und absolute Abweichung der LNF-Flüsse in Abhängigkeit von der Schichtung über dem Bestand.	109
43	Relative Unsicherheit der berechneten Flüsse an der Bestandsobergrenze als Funktion der Schichtungsstabilität.	110
44	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen in Abhängigkeit von der Abweichung der σ_w -Parametrisierung.	112
45	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen in Abhängigkeit von der Abweichung der T_L -Parametrisierung.	113
46	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen Flüssen in Abhängigkeit von der Schiefe der gemessenen w -Verteilung.	117
47	Relative Abweichung der LNF-Flüsse von den über dem Bestand gemessenen in Abhängigkeit vom Exzeß der gemessenen w -Verteilung.	118
48	Schematische Darstellung der Umstellung der Entwicklungsfunktionen.	120
49	Einfluß von F_0 auf die berechneten Profile.	121
50	Die Flußprofile aus Abbildung 49 übereinander geplottet.	123

51	Einfluß verschiedener Entwicklungsfunktionen auf die berechneten Profile exemplarisch für den 25.5. 13:45.	125
52	Vergleich der in Abbildung 51 dargestellten Temperatur- und Flußprofile.	126
53	Zeit-Höhen-Schnitte der Quellstärke vom 25.5 bis 28.5. gerechnet mit verschiedenen Entwicklungsfunktionen.	129
54	Mit den verschiedenen Entwicklungsfunktionen bestimmte Flüsse, aufgetragen gegen den Fluß, der sich bei Verwendung der Rechteckfunktionen ergibt.	130
55	Determinante der zu invertierenden Matrix in Abhängigkeit von der Schichtungsstabilität.	131
56	Zeit-Höhen-Schnitte der Quellstärke von Wärme und Feuchte. . . .	133

Tabellenverzeichnis

1	Parameter aus der Anpassung von Gleichung 88.	66
2	Parameter aus der Anpassung von Gleichung 88 unter Verwendung eines optimalen ζ_1	68
3	Mittlere quadratische absolute Abweichungen $\overline{\delta F^2}$	93
4	Mittlere quadratische relative Abweichungen $\overline{(\delta F/\overline{w'T'})^2}$	94
5	Mittlere quadratische normierte Abweichungen $\overline{(\delta F/\Delta F)^2}$	95
6	Berechnete Flüsse am Boden und der Bestandsobergrenze.	122

Verzeichnis der Symbole

$\langle \cdot \rangle$	Ensemblemittel
$\overline{\cdot}$	Zeitmittel
a	Blattflächendichte
a_1, a_2	Parameter der σ'_w Parametrisierung nach Raupach (1988)
a_w	Parameter von ϕ_w nach Kaimal und Finnigan (1994)
A	Konstante in k_n
α	Verhältnis der Lagrangeschen- zur Eulerschen Längenskala
B	Konstante in k_n
β	Verhältnis der Translationsgeschwindigkeit eines Wirbels zur mittleren horizontalen Windgeschwindigkeit
$c(t, \vec{r})$	Konzentration zur Zeit t am Ort \vec{r}
c_*	Skalierungsgröße der Konzentration
c_0	Parameter der T'_L Parametrisierung nach Raupach (1988)
c_f	Konzentration des Fernfeldes
c_i	Konzentration in der Höhe z_{ci}
c_n	Konzentration des Nahfeldes
c_P	Spezifische Wärmekapazität der Luft bei konstantem Druck
c_R	Konzentration in der Referenzhöhe z_R
\bar{c}	Gewichtetes Mittel der gemessenen Konzentrationen
\underline{c}	Vektor mit den gemessenen Werten des Konzentrationsprofils
d	Verdrängungshöhe
\underline{D}	Dispersionsmatrix
$\underline{\underline{D}}_f$	Dispersionsmatrix für das Fernfeld
$\underline{\underline{D}}_n$	Dispersionsmatrix für das Nahfeld
$\delta(x)$	Dirac- δ -Funktion
δF	Abweichung zwischen gemessenen und berechneten Wärmefluß
$\delta\sigma_w$	Abweichung zwischen gemessenem und parametrisiertem σ_w
δt	Zeitschritt bei der Erzeugung der Markovketten
δT_L	Abweichung zwischen gemessenem und parametrisiertem T_L
Δc	Meßunsicherheit bei der Bestimmung der Konzentration
ΔS	Unsicherheit bei der Bestimmung von S
ΔF	Unsicherheit bei der Bestimmung von F
E_B	Turbulenter Fluß latenter Wärme an der Blattoberfläche
ϵ^2	Summe der Fehlerquadrate
f	Beliebige Funktion
F	Turbulenter Fluß
F_0	Turbulenter Fluß am Boden
ϕ_h	Stabilitätsabhängigkeit des Temperaturprofils
ϕ_w	Stabilitätsabhängigkeit der Vertikalgeschwindigkeit
ϕ_T	Stabilitätsabhängigkeit der Lagrangeschen integralen Zeitskala

g	Schwerebeschleunigung
g_i	Gewichte bei der Mittelbildung
γ	Korrekturfunktion in der Rauigkeitsschicht
γ_0	Parameter von γ nach Garratt (1980)
h	Höhe des Pflanzenbestandes
H	Turbulente vertikale Wärmeflußdichte (kurz: [turbulenter] Wärmefluß)
H_B	Wärmefluß an der Blattoberfläche
H_f	Fernfeldkern
k_{D2}	Ableitung von k_{n2} nach z_c
$k_n(\xi)$	Dem Nahfeldkern zugrundeliegende Funktion
$k_{n2}(z_c, z_s)$	Nahfeldkern mit zwei Argumenten, aufbauend auf k_n
$k_{n4}(z_c, z_R, z_s)$	Nahfeldkern mit drei Argumenten, aufbauend auf k_{2n}
K	Austauschkoeffizient
K_f	Austauschkoeffizient des Fernfeldes
K_{MO}	Austauschkoeffizient aus der Monin-Obukhov-Theorie
κ	Von Karman 'Konstante' ($\kappa \simeq 0.40$)
L_*	Monin-Obukhov-Länge
L_E	Turbulente Eulersche Längenskala
L_L	Turbulente Lagrangesche Längenskala
λ	Spezifische Verdunstungswärme von Wasser
N_c	Anzahl der Gemessenen Konzentrationen
N_s	Anzahl der Entwicklungskoeffizienten für das Quellprofil
ω	Frequenz
$p(\zeta, \tau)$	Dimensionslose Übergangswahrscheinlichkeitsdichte
$\tilde{P}(t_c, \vec{r}_c t_s, \vec{r}_s)$	Übergangswahrscheinlichkeitsdichte dafür, daß ein Luftpaket, das sich zur Zeit t_s am Ort \vec{r}_s befunden hat, sich zur Zeit t_c am Ort \vec{r}_c befindet
$P(t', z_c z_s)$	Übergangswahrscheinlichkeitsdichte dafür, daß ein Luftpaket, das sich anfangs in der Höhe z_s befunden hat, nach einer Zeit t' in der Höhe z_c befindet
P_f	Übergangswahrscheinlichkeitsdichte des Fernfeldes
P_n	Übergangswahrscheinlichkeitsdichte des Nahfeldes
π	3.1415...
$q(z_c, z_s)$	Kern für Nah- und Fernfeld
q	Faktor der aufeinanderfolgende Elemente einer Markov-Kette verknüpft
q_a	Dampfdichte der Luft
\tilde{q}_a	Sättigungsdampfdichte der Luft
q_B	Dampfdichte im Blattinneren
θ	Potentielle Temperatur
θ_*	Skalierungsgröße der turbulenten Temperaturschwankungen über dem Bestand

$\tilde{\theta}_*$	Skalierungsgröße der turbulenten Temperaturschwankungen in einer bestimmten Höhe
\vec{r}	Ortsvektor
r_s	Transferwiderstand des Transportes durch die Stomata der Blätter
r_t	Transferwiderstand des molekularen und turbulenten Transportes zwischen Blattoberfläche und umgebender Luft
r_{ww}	Autokorrelation der Vertikalgeschwindigkeiten an einem Ort
$\tilde{r}_{ww,i,j}$	Kreuzkorrelation der Vertikalgeschwindigkeiten zwischen den Orten \vec{r}_i und \vec{r}_j
r_{WW}	Autokorrelation der Vertikalgeschwindigkeiten eines Luftpaketes
ρ	Luftdichte
s	Zeit
\hat{s}_j	Entwicklungsfunktion für das Quellprofil
$\hat{\hat{s}}_j$	Integral von \hat{s}_j
S	Quellstärke
\underline{S}	Vektor aus den Entwicklungskoeffizienten für das Quellprofil
S_j	Zu \hat{s}_j gehörender Entwicklungskoeffizient
S_E	Quellstärke des Wasserdampfes
S_H	Quellstärke der fühlbaren Wärme (in K/s)
σ_0	Dimensionslose Standardabweichung der Vertikalkoordinaten eines Ensembles von Luftpaketen
σ_{00}	Wert von σ'_w am Boden
σ_{01}	Wert von σ'_w über dem Bestand
σ_f	Dimensionslose Standardabweichung der Vertikalkoordinaten eines Ensembles von Luftpaketen im Fernfeld
σ_u	Standardabweichung der an einem Ort auftretenden Horizontalgeschwindigkeiten
σ_w	Standardabweichung der an einem Ort auftretenden Vertikalgeschwindigkeiten
σ'_w	Dimensionsloses Profil von σ_w
σ'_{w0}	Wert von ϕ_w bei neutraler Schichtung nach Kaimal und Finnigan (1994)
σ_W	Standardabweichung der Vertikalgeschwindigkeiten eines Ensembles von Luftpaketen
$\tilde{\sigma}_Z$	Standardabweichung der Vertikalkoordinaten eines Ensembles von Luftpaketen, die anfangs alle am selben Ort waren
$\sigma_Z(\tau)$	Neue funktionale Abhängigkeit von $\tilde{\sigma}_Z$, die sich durch den Übergang von der dimensionsbehafteten Zeit t' zur dimensionslosen Zeit $\tau = t'/T_L$ ergibt
t	Zeit
t'	Zeit seit der Freisetzung eines Luftpaketes
T	Temperatur
T_a	Temperatur der die Blätter umgebenden Luft
T_B	Blatttemperatur
\tilde{T}_*	Integrale Zeitskala bei der Erzeugung der Markovketten

T_*	Schätzwert bei der Bestimmung einer integralen Zeitskala
T_E	Eulersche integrale Zeitskala
T_{int}	Integral über r_{ww}
T_L	Lagrangesche integrale Zeitskala
T_{L2}	Zweite integrale Zeitskala
T'_L	Dimensionsloses T_L
τ	Dimensionslose Zeit
τ_2	Zweite integrale Zeitskala dimensionslos
u	x-Komponente des Windvektors
\bar{u}	Mittlere horizontale Windgeschwindigkeit
u'	Abweichung u 's von \bar{u}
u_*	Schubspannungsgeschwindigkeit über dem Bestand
\tilde{u}_*	Schubspannungsgeschwindigkeit in einer bestimmten Höhe
U_E	Translationsgeschwindigkeit eines Wirbels
v	y-Komponente des Windvektors
\bar{v}	Zeitlicher Mittelwert von v
v'	Abweichung v 's von \bar{v}
\vec{v}	Windvektor
$\bar{\vec{v}}$	Mittlerer Windvektor
w	z-Komponente des Windvektors
\bar{w}	Zeitlicher Mittelwert von w
w'	Abweichung w 's von \bar{w}
W	Vertikalgeschwindigkeit eines Luftpaketes
W'	Abweichung von W vom Ensemblemittel
$\overline{w'T'}$	Kinematischer turbulenter vertikaler Wärmefluß
ξ	Relative dimensionslose Vertikalkoordinate
z	Vertikalkoordinate
z'	Vertikalkoordinate normiert mit der Bestandshöhe h
z_0	Rauhigkeitslänge
z_c	Der Konzentration zugeordnete Höhe
z_{ci}	Höhe, in der die Konzentration c_i gemessen wurde
z_R	Referenzhöhe
z_s	Der Quellstärke zugehörige Höhe
$z'_{\sigma 0}$	Untergrenze des Bereiches, in dem σ'_w mit der Höhe variiert
z_*	Obergrenze der Rauhigkeitschicht
Z	Vertikalkoordinate eines Luftpaketes
Z'	Abweichung von Z vom Ensemblemittel
ζ	Dimensionsloses Stabilitätsmaß
ζ_1	Parameter von ϕ_w nach Kaimal und Finnigan (1994)

Literatur

- [1] AMIRO, B.D.: Comparison of turbulence statistics within three boreal forest canopies. In: *Boundary-Layer Meteorology* 51 (1990), S. 99–121
- [2] BALDOCCHI, D.: A Lagrangian random-walk model for simulating water vapor, CO₂ and sensible heat flux densities and scalar profiles over and within a soybean canopy. In: *Boundary-Layer Meteorology* 61 (1992), S. 113–144
- [3] BALDOCCHI, D. ; MEYERS, T.P.: Turbulence structure in a deciduous forest. In: *Boundary-Layer Meteorology* 43 (1988), S. 345–364
- [4] BALDOCCHI, Dennis ; FINNIGAN, John ; WILSON, Kell ; K.T.PAWU ; FALGE, Eva: On measuring net ecosystem carbon exchange over tall vegetation on complex terrain. In: *Boundary-Layer Meteorology* 96 (2000), S. 257–291
- [5] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDJAJEW, K.A.: *Taschenbuch der Mathematik*. Teubner, 1981
- [6] BRONSTEIN, I.N. ; SEMENDJAJEW, K.A. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. Verlag Harri Deutsch, 1995
- [7] BUNKER, A.F.: Measurements of counter-gradient heat flux in the atmosphere. In: *Austr. J. Phys.* 9 (1956), S. 133–143
- [8] BUSINGER, J.A. ; WYNGAARD, J.C. ; IZUMI, Y. ; BRADLEY, E.F.: Flux-Profile relationships in the atmospheric surface layer. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 28 (1971), S. 181–189
- [9] CELLIER, P. ; BRUNET, Y.: Flux-gradient relationships above tall plant canopies. In: *Agricultural and Forest Meteorology* 58 (1992), S. 93–117
- [10] CORRSIN, S.: Estimates of the relations between Eulerian and Lagrangian scales in large Reynolds number turbulence. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 20 (1963), S. 115–119
- [11] DEARDORFF, J.W.: The Counter-Gradient Heat Flux in the Lower Atmosphere and in the Laboratory. In: *Journal of the Atmospheric Sciences* 23 (1966), S. 503–506
- [12] DENMEAD, O.T. ; BRADLEY, E.F.: Flux-Gradient relationships in a forest canopy. In: HUTCHINSON (Hrsg.) ; HICKS (Hrsg.): *The Forest-Atmosphere Interaction*. D. Reidel Publishing Company, 1985, S. 421–442
- [13] DOLMAN, A.J. ; WALLACE, J.S.: Lagrangian and *K*-Theory approaches in modelling evaporation from sparse canopies. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 117 (1991), S. 1325–1340

- [14] DYER, A.J. ; HICKS, B.: Flux-Gradient relationships in the constant flux layer. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 96 (1970), S. 715–721
- [15] ENDERS, G. ; KOTZIAS, D. ; SEUFERT, G.: General methods used during the Castelporziano campaigns. In: *Atmospheric Environment* 31 (1997), Nr. S1, S. 27–34
- [16] GARRATT, J.R.: Flux profile relations above tall vegetation. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 104 (1978), S. 199–211
- [17] GARRATT, J.R.: Surface influence upon vertical profiles in the atmospheric near-surface layer. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 106 (1980), S. 803–819
- [18] GERTHSEN, C.: *Physik*. Berlin Heidelberg : Springer, 1985
- [19] GOLDBERG, David: What every computer scientist should know about floating point arithmetic. In: *ACM Computing Surveys* 23 (1991), March, Nr. 1, S. 153–230
- [20] GU, L.: Comments on 'A practical Lagrangian method for relating scalar concentrations to source distributions in vegetation canopies' By M.R. Raupach. In: *Boundary-Layer Meteorology* 87 (1998), S. 515–524
- [21] GU, L.: *Modelling Biophysical Exchanges and Micro-Meteorology in Soil-Vegetation-Atmosphere Continuums - Results from a Two Story Boreal Aspen Forest*. University of Virginia, Charlottesville, Department of Environmental Sciences, Diss., May 1998
- [22] HANNA, S.R.: Lagrangian and Eulerian time-scale relations in the daytime boundary layer. In: *Journal of Applied Meteorology* 20 (1981), S. 242–249
- [23] HOUGHTON, J.T. ; TAYLOR, F.W. ; RODGERS, C.D.: *Remote Sounding of Atmospheres*. Cambridge University Press, 1984
- [24] HURK, B.J.J.M. van d. ; MCNAUGHTON, K.G.: Implementation of near field dispersion in a simple two-layer surface resistance model. In: *Journal of Hydrology* 166 (1995), S. 293–311
- [25] INCLAN, M.G. ; FORKEL, R. ; DLUGI, R. ; STULL, R.B.: Application of Transient Turbulent Theory to study interactions between the atmospheric boundary layer and forest canopies. In: *Boundary-Layer Meteorology* 79 (1996), S. 315–344
- [26] JENKINS, G.M. ; WATTS, D.G.: *Spectral Analysis and its Applications*. San Francisco : Holden-Day, 1968

- [27] KAIMAL, J.C. ; FINNIGAN, J.J.: *Atmospheric Boundary Layer Flows*. Oxford : Oxford University Press, 1994
- [28] KAIMAL, J.C. ; GAYNOR, J.E.: Another look at sonic anemometry. In: *Boundary-Layer Meteorology* 56 (1991), S. 401–410
- [29] KATUL, G. ; OREN, R. ; ELLSWORTH, D. ; HSIEH, C. ; PHILLIPS, N.: A Lagrangian dispersion model for predicting CO₂ sources, sinks, and fluxes in a uniform loblolly pine (*Pinus taeda* L.) stand. In: *Journal of Geophysical Research* 102 (1997), Nr. D8, S. 9309–9321
- [30] KRUIJT, B. ; LLOYD, J. ; GRACE, J. ; MCINTYRE, J.A. ; FARQUHAR, G.D. ; MIRANDA, A.C. ; MCCracken, P.: Source and sinks of CO₂ in Rondonia tropical rainforest. In: GASH, J.H.C. (Hrsg.) ; NOBRE, C.A. (Hrsg.) ; ROBERTS, J.M. (Hrsg.) ; VICTORIA, R.L. (Hrsg.): *Amazonian Deforestation and Climate*. John Wiley & Sons, 1996, Kapitel 19, S. 331–351
- [31] LECLERC, M.Y. ; SHAW, R.H. ; HARTOG, G. den ; NEUMANN, H.H.: The influence of atmospheric stability on the budgets of the Reynolds stress and turbulent kinetic energy within and above a deciduous forest. In: *Journal of Applied Meteorology* 29 (1990), S. 916–933
- [32] LENSCHOW, D.H. ; MANN, J. ; KRISTENSEN, L.: How long is long enough when measuring fluxes and other turbulence statistics. In: *Journal of Oceanic and Atmospheric Technology* 11 (1994), S. 661–673
- [33] LEUNING, R.: Estimation of scalar source/sink distributions in plant canopies using Lagrangian dispersion analysis: Corrections for atmospheric stability and comparison with a multilayer canopy model. In: *Boundary-Layer Meteorology* 96 (2000), S. 293–314
- [34] LEUNING, R. ; DENMEAD, O.T. ; MIYATA, A. ; KIM, J.: Source/Sink distribution of heat, water vapour, carbon dioxide and methane in a rice canopy estimated using Lagrangian dispersion analysis. In: *Agricultural and Forest Meteorology* 104 (2000), S. 233–249
- [35] LI, Z.J. ; MILLER, R. ; LIN, J.D.: A first-order closure scheme to describe counter-gradient momentum transport in plant canopies. In: *Boundary-Layer Meteorology* 33 (1985), S. 77–83
- [36] LUMLEY, J.L. ; H.A., Panofsky: *The structure of atmospheric Turbulence*. Interscience Publishers, 1964
- [37] MANES, F. ; GRIGNETTI, A. ; TINELLI, A. ; LENZ, R. ; CICCIOI, P.: General features of the Castelporziano testsite. In: *Atmospheric Environment* 31 (1997), Nr. S1, S. 19–26

- [38] MASSMAN, W.J. ; WEIL, J.C.: An analytical one-dimensional second-order closure model of turbulence statistics and the lagrangian time scale within and above plant canopies of arbitrary structure. In: *Boundary-Layer Meteorology* 91 (1999), S. 81–107
- [39] McMILLEN, R.T.: An eddy correlation technique with extended applicability to non-simple terrain. In: *Boundary-Layer Meteorology* 43 (1988), S. 231–245
- [40] McNAUGHTON, K.G. ; HURK, B.J.J.M. van d.: A 'Lagrangian' revision of the resistors in the two-layer model for calculating the energy budget of a plant canopy. In: *Boundary-Layer Meteorology* 74 (1995), S. 261–288
- [41] MENKE, W.: *International Geophysical series*. Bd. 45: *Geophysical data analysis: Discrete inverse theory*. San diego : Academic press, 1989
- [42] MEYERS, T.P. ; U, K.T. P.: Testing of a Higher-Order Closure Model for Modeling Airflow Within and Above Plant Canopies. In: *Boundary-Layer Meteorology* 37 (1986), S. 297–311
- [43] MÖLDER, M.: Parameterization of exchange processes over a barley field. In: *Boundary-Layer Meteorology* 84 (1997), S. 341–361
- [44] MONIN, A. S. ; YAGLOM, A.M.: *Statistical Fluid Mechanics*. Bd. 1. Cambridge : MIT Press, 1971
- [45] MONIN, A.S. ; OBUKHOV, A.M.: Fundamentale Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Vermischung in der bodennahen Schicht der Atmosphäre. In: GOERING, H. (Hrsg.): *Sammelband zur statistischen Theorie der Turbulenz*. Akademie Verlag Berlin, 1958
- [46] MONTEITH, J.L. ; UNSWORTH, M.: *Principles of Environmental Physics*. London, New York : Arnold, 1990
- [47] NEININGER, B.: *Quasi-Lagrange'sche Turbulenzmessung mit Schwebelballonen in der Planetarischen Grenzschicht*. Opfikon CH : Lenticularis AG, 1988
- [48] OKE, T.R.: *Boundary Layer Climates*. Routledge, 1987
- [49] PANOFSKY, H.A. ; TENNEKES, H. ; LENSCHOW, D.H. ; WYNGAARD, J.C.: The characteristics of turbulent velocity components in the surface layer under convective conditions. In: *Boundary-Layer Meteorology* 11 (1977), S. 355–361
- [50] PASQUILL, F.: *Atmospheric Diffusion*. D. van Nostrand Company, 1962
- [51] PHILLIPS, P. ; PANOFSKY, H.A.: A re-examination of lateral dispersion from continuous sources. In: *Atmospheric Environment* 16 (1982), Nr. 8, S. 1859–1982

- [52] PRESS, W.H. ; TEUKOLSKY, S.A. ; VETTERLING, W.T. ; FLANNERY, B.P.: *Numerical Recipes*. second edition. Cambridge University Press, 1992
- [53] RAUPACH, M.R.: Canopy Transport Processes. In: STEFFEN, W.L. (Hrsg.) ; DENMEAD, O.T. (Hrsg.): *Flow and Transport in the natural Environment: Advances and Applications*. Springer-Verlag, 1988, S. 95–127
- [54] RAUPACH, M.R.: Applying Lagrangian fluid mechanics to infer scalar source distributions from concentration profiles in plant canopies. In: *Agricultural and Forest Meteorology* 47 (1989), S. 85–105
- [55] RAUPACH, M.R.: A practical Lagrangian method for relating scalar concentrations to source distributions in vegetation canopies. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 115 (1989), S. 609–632
- [56] RAUPACH, M.R.: Response to Gu (1998), 'Comments on 'A practical Lagrangian method for relating scalar concentrations and source distributions in Plant canopies' by M.R. Raupach (1989: Quart.J.Roy.Meteorol.Soc.115, 609-632)'. In: *Boundary-Layer Meteorology* 87 (1998), S. 525–528
- [57] RAUPACH, M.R. ; COPPIN, P.A. ; LEGG, B.J.: Experiments on scalar dispersion within a model plant canopy. Part I: The turbulence structure. In: *Boundary-Layer Meteorology* 35 (1985), S. 21–52
- [58] RAUPACH, M.R. ; FINNIGAN, J.J. ; BRUNET, Y.: Coherent Eddies and turbulence in vegetation canopies: The mixing-layer analogy. In: *Boundary-Layer Meteorology* 78 (1996), S. 351–382
- [59] RAUPACH, M.R. ; LEGG, B.J.: Turbulent dispersion from an elevated line source: Measurements of wind-concentration moments and budgets. In: *Journal of Fluid Mechanics* 136 (1983), S. 111–137
- [60] RAUPACH, M.R. ; R.A., Antonia ; S., Rajagopalan: Rough-wall turbulent layers. In: *Applied Mechanics Reviews* 44 (1991), S. 1–25
- [61] RAUPACH, M.R. ; THOM, A.S. ; EDWARDS, I.: A wind-tunnel study of turbulent flow close to regularly arrayed rough surfaces. In: *Boundary-Layer Meteorology* 18 (1980), S. 373–397
- [62] RODGERS, C.D.: Retrieval of atmospheric temperature and composition from remote measurements of thermal radiation. In: *Reviews of Geophysics and Space Physics* 14 (1976), Nr. 4, S. 609–624
- [63] ROSENKRANZ, Gerd: Optimismus im Treibhaus. In: *Der Spiegel* 31 (2001)
- [64] SAWFORD, B.L.: The Basis for, and some limitations of, the Langevin equation in atmospheric relative dispersion modelling. In: *Atmospheric Environment* 18 (1984), S. 2405–2411

- [65] SCHWEEN, J.H. ; ZELGER, M. ; WICHURA, B. ; FOKEN, T. ; DLUGI, R.: Profiles and fluxes of micrometeorological parameters above and within the mediterranean forest at Castelporziano. In: *Atmospheric Environment* 31 (1997), Nr. SI, S. 185–198
- [66] SEINFELD, J.H. ; PANDIS, S.N.: *Atmospheric Chemistry and Physics. From Air Pollution to Climate Change*. John Wiley & Sons, 1998
- [67] SHAW, R.H. ; HARTOG, G. den ; NEUMANN, H.H.: Influence of Foliar density and thermal stability on profiles of Reynolds stress and turbulence intensity in a deciduous forest. In: *Boundary-Layer Meteorology* 45 (1988), S. 391–409
- [68] SIQUEIRA, Mario ; LAI, Chun-Ta ; KATUL, Gabriel: Estimating scalar sources, sinks, and fluxes in a forest canopy using Lagrangian, Eulerian and hybrid inverse models. In: *Journal of Geophysical Research* 105 (2000), December, Nr. D24, S. 29475–29488
- [69] STULL, R.B.: Review of non-local mixing in turbulent atmospheres: Transient turbulence theory. In: *Boundary-Layer Meteorology* 62 (1993), S. 21–96
- [70] TAYLOR, G.I.: Diffusion by continuous movements. In: *Proceedings of the London Mathematical Society* 20 (1921), S. 196–212
- [71] TAYLOR, G.I.: Statistical theory of turbulence part I-IV. In: *Proceedings of the Royal Society London* 151 (1935), Nr. 873, S. 421–478
- [72] TENNEKES, H.: The exponential Lagrangian correlation function and turbulent diffusion in the inertial subrange. In: *Atmospheric Environment* 13 (1979), S. 1565–1567
- [73] THOM, A.S.: Momentum absorption by vegetation. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 101 (1971), S. 414–428
- [74] THOM, A.S.: Comparison of aerodynamic and energy budget estimates of fluxes over a pine forest. In: *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* 101 (1975), S. 93–105
- [75] TWOMEY, S.: *Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurements*. Elsevier, 1977
- [76] VERSINO, B.: BEMA: A European Commission Project on Biogenic Emissions in the Mediterranean Area. In: *Atmospheric Environment* 31 (1997), Nr. S1, S. 1–4
- [77] WARLAND, J.S. ; THURTELL, G.W.: A Lagrangian solution to the relationship between a distributed source and concentration profile. In: *Boundary-Layer Meteorology* 96 (2000), S. 453–471

Lebenslauf

Persönliche Daten

Name	Jan Herbert Schween
Geboren am	28. Februar 1964 in München
Familienstand	ledig
Adresse	Rumfordstraße 19 in 80469 München

Ausbildung

1983	Abitur am Willi-Graf-Gymnasium in München
1983-1993	Studium der Meteorologie an der LMU München
1991-1993	Diplomarbeit im Fach Meteorologie mit dem Thema: 'Herleitung ortsspezifischer Stabilitätsfunktionen für den Bestand Schachtenau im Nationalpark Bayerischer Wald'
1993	Diplom
1999-2002	Promotion