

Eigenschaften nichtrotierender und rotierender Protoneutronensterne

Dissertation der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians Universität
München

von
Klaus Strobel

Eigenschaften nichtrotierender und rotierender Protoneutronensterne

Dissertation der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians Universität
München

vorgelegt von
Klaus Strobel
aus
Kulmbach

München, den 02.03.2001

1. Gutachter: Prof. Dr. Manfred. K. Weigel

2. Gutachter: Prof. Dr. Harald Lesch

Tag der mündlichen Prüfung: 26.06.2001

Zusammenfassung

In dieser Arbeit werden die Eigenschaften nichtrotierender, schnell rotierender und differentiell rotierender Protoneutronensterne und Neutronensterne untersucht. Protoneutronensterne sind heiße, leptonenreiche Neutronensterne, welche in Typ II Supernovae entstehen. Zur Beschreibung der heißen, dichten Materie werden realistische Zustandsgleichungen mit und ohne Hyperonen verwendet, bei denen die Temperaturabhängigkeit mittels der Fermi-Verteilungsfunktionen berücksichtigt wird. Die Eigenschaften von Protoneutronensternen und Neutronensternen werden zu verschiedenen Zeitpunkten berechnet, um die Unterschiede aufzuzeigen, welche zwischen sehr jungen und alten Neutronensternen bestehen. Die numerischen Rechnungen für schnelle Rotation werden im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie exakt durchgeführt.

Ein wesentliches Ergebnis dieser Untersuchung besteht darin, daß viele Kenngrößen von Neutronensternen durch die frühe Entwicklungsphase von Protoneutronensternen eingeschränkt werden. Es zeigt sich, daß die minimale stabile gravitative Masse eines Protoneutronensterns von $0.84 M_{\odot}$ ungefähr um einen Faktor 10 größer als die minimale Masse eines kalten Neutronensterns ist. Der Einfluß der gleichförmigen Rotation auf die minimale Masse ist sehr gering, allerdings kann bei differentiell rotierenden Protoneutronensternen die minimale Masse sehr viel größere Werte annehmen. Unter der plausiblen Annahme von konstantem Drehimpuls und konstanter Baryonenzahl wird die maximale Rotationsfrequenz eines jungen Neutronensterns durch die Keplerfrequenz des Protoneutronensterns bestimmt. Daraus folgt bei gleichförmiger Rotation eine untere Schranke von $P_{\min} \approx 1.56 - 2.22$ ms für die Rotationsfrequenz eines jungen Neutronensterns mit einer typischen gravitativen Masse von $1.35 M_{\odot}$. Differentiell rotierende Protoneutronensterne können teilweise mehr Drehimpuls besitzen als gleichförmig rotierende Neutronensterne. Dies bedeutet, daß die untere Schranke für die Rotationsperiode, welche für gleichförmig rotierende Protoneutronensterne gilt, unterschritten werden kann. Ein weiteres aus der Analyse der ersten Sekunden des Protoneutronensterns bis dato nicht bekanntes Ergebnis ist der mögliche verzögerte Kollaps eines Protoneutronensterns mit nukleonischer-leptonischer Zusammensetzung zu einem schwarzen Loch. Weiterhin wird der Einfluß von Hyperonen auf die Kenngrößen der Protoneutronensterne und Neutronensterne untersucht und diskutiert.

Inhaltsverzeichnis

Zusammenfassung	i
1 Einleitung und Übersicht	1
2 Physik der Protoneutronensternmaterie	5
2.1 Eigenschaften von Protoneutronensternmaterie	5
2.1.1 Protoneutronensterne ca. 0.1 - 1 s nach dem „core bounce“ .	8
2.1.2 Protoneutronensterne ca. 1 - 3 s nach dem „core bounce“ . .	8
2.1.3 Protoneutronensterne ca. 10 - 30 s nach dem „core bounce“ .	9
2.1.4 Protoneutronensterne einige Minuten nach dem „core bounce“	10
2.2 Kernmaterie	10
2.2.1 Nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell	11
2.2.2 Relativistisches Hartree Modell	14
2.3 Zustandsgleichungen für Protoneutronensterne	18
2.3.1 Nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell	18
2.3.2 Relativistisches Hartree Modell	31
3 Struktur rotierender und nichtrotierender Protoneutronensterne	45
3.1 Protoneutronenstern- und Neutronensternsequenzen für verschiedene Zustandsgleichungen	46
3.2 Evolution von nichtrotierenden Protoneutronensternen	52
3.3 Maximale Rotationsfrequenz eines jungen, gleichförmig rotierenden Neutronensterns	56
3.4 Einfluß von Hyperonen auf die Eigenschaften von Protoneutronen- sternen	60
3.5 Differentiell rotierende Protoneutronensterne	65

3.6 Minimale und maximale Masse von Neutronensternen und der verzögerte Kollaps	71
4 Kühlung von Neutronensternen	78
5 Zusammenfassung und Schlußfolgerungen	82
Literaturverzeichnis	86
Danksagung	93
Lebenslauf	94

Kapitel 1

Einleitung und Übersicht

Neutronensterne gehören zu den interessantesten Objekten des Universums. Sie sind durch außergewöhnliche Eigenschaften charakterisiert, die in viele Zweige der modernen Physik hineinreichen. Bemerkenswerte Eigenschaften sind zum Beispiel: Sie sind die kompaktesten Objekte im Weltraum mit einer Masse von 1 - 2 Sonnenmassen, Radien von ungefähr nur 10 km, Trägheitsmomenten in der Größenordnung von 10^{45} g cm^2 und bei ihrer Geburt kann die Temperatur im Inneren bis zu 10^{12} K betragen. Die Dichte ihrer exotischen Materie – charakterisiert durch starke Antisymmetrie, verallgemeinertes β -Gleichgewicht, Bindung durch Gravitation, Ladungsneutralität etc. – reicht von der Dichte des kristallinen Eisens am Sternrand bis zu einer Dichte im Sterninneren, die ein mehrfaches der Kernmateriedichte ($n_0 \approx 2.5 - 2.7 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$) betragen kann (siehe z.B. *Weber*, 1999; *Weber & Weigel*, 1994). Dies impliziert, daß die Zustandsgleichung teilweise in Bereichen liegt, die um einen Faktor 10 den Bereich der konventionellen Kernphysik überschreitet und um einen Faktor 10 - 100 zu klein für die Anwendung der Quantenchromodynamik ist. Einschränkungen bezüglich der Steifheit der Zustandsgleichung sind vielleicht mittels der quasi periodischen Oszillationen in Low Mass X-Ray Binaries möglich (siehe z.B. *Schaab & Weigel*, 1999). Neutronensterne sind die genauesten Uhren im Kosmos (Genauigkeit bis zu 13 Stellen) und können sehr schnell rotieren. Bemerkenswert sind auch ihre Magnetfelder, die bei jungen Neutronensternen eine Stärke von 10^{12} G besitzen. Aufgrund ihrer Kompaktheit stellen Neutronensterne außergewöhnliche Laboratorien für extreme physikalische Situationen dar, die in irdischen Laboratorien nicht erreichbar sind. Zu nennen sind hier zum Beispiel die Zentralbewegung in binären Systemen – untersucht von *Hulse & Taylor* (1975) – die zu einer Bestätigung der allgemeinen Relativitätstheorie in starken Gravitationsfeldern und zu einem indirekten Nachweis der Gravitationsstrahlung führte. Weiterhin eröffnen die sogenannten Neutronensterne die Möglichkeit nicht nur nukleonisch-leptonische Zustandsgleichungen zu testen (konventionelle Neutronensterne), sondern auch sogenannte Hypersterne (mit starkem Stangenanteil, siehe z.B. *Weber*, 1999). Zwei weitere interessante Varianten sind: Erstens der Test der sogenannten Witten-Hypothese, welche besagt, daß nicht ^{56}Fe sondern Quarkmaterie den wahren Grundzustand der Materie darstellt. Dies impliziert zum Beispiel neuartige Sternklassen, sogenannte Strange Sterne mit nuklearer Kruste (siehe z.B. *Weber & Weigel*, 1994; *Weber et al.*, 1998). Zweitens die

Nachweismöglichkeit für die Existenz der Quark-Gluon-Phase in Hybrid-Sternen. Dies bedeutet, bei Änderung der Rotationsfrequenz ändert sich die Dichte im Kern, so daß ein Phasenübergang möglich wird, der zu starken Trägheitsmomentänderungen führt (sogenanntes Backbending).

Theoretisch wurden diese Sterne unabhängig voneinander von L. D. Landau¹ und Baade & Zwicky (1934) vorhergesagt. Es dauerte aber bis zum Jahre 1967, bis der erste Radiopulsar durch Bell und Hewish (siehe *Hewish et al.*, 1968) entdeckt wurde. Die erste Interpretation des beobachteten Radiopulsars als rotierender Neutronenstern mit einem Magnetfeld von ca. 10^{12} G, wurde von Gold (1968) gegeben. Derzeit sind mehr als 1000 Pulsare bekannt (z.B. *Taylor et al.*, 1995).

Es ist allgemein akzeptiert, daß ein Neutronenstern als das Resultat des gravitativen Kollapses des Eisenkerns eines massereichen, weit entwickelten Vorläufersterns ($M \approx 10(8) - 25 M_{\odot}$) in einer Typ-II Supernova entsteht (siehe z.B. *Bethe*, 1990). Der Eisenkern eines solchen Sterns kollabiert, wenn er die Chandrasekhar-Masse ($M_{\text{Ch}} \approx 1.4 M_{\odot}$) überschreitet. Dieser Kollaps wird durch folgendes verursacht: Die Fusionsprozesse in einem solchen massereichen Stern erzeugen nur Elemente bis zur Eisengruppe, da Eisen das Element mit der größten Bindungsenergie pro Nukleon ist. Schwerere Elemente werden durch Fusion nicht gebildet. Dies führt dazu, daß im Kern keine weitere Energie freigesetzt wird. Der Kern fängt unter dem Gravitationsdruck an sich zu kontrahieren, wodurch im Sterninneren der Druck und die Temperatur ansteigen. Bei einer Temperatur von $\sim 8 \times 10^9$ K (siehe z.B. *Arnett*, 1977; *Weaver et al.*, 1978) besitzen die Photonen genug Energie um α -Teilchen von den Eisenkernen abzuspalten. Da bei dieser Reaktion Energie verbraucht wird, sinkt der Druck schlagartig ab. Die Dichte steigt weiter an und der Druck wird durch Elektroneneinfang auf die Eisenkerne weiter verringert, denn der Hauptanteil des Druckes stammt vom entarteten Elektronengas. Der Kollaps des Eisenkerns ist dann nicht mehr aufzuhalten. Der Kollaps des Eisenkerns stoppt durch den Fermidruck der Nukleonen, wenn im Zentrum Kernmateriedichte erreicht wird. Es bildet sich durch den sogenannten *core bounce* eine Schockwelle aus, durch welche, im Zusammenhang mit den emittierten Neutrinos, die Supernovaexplosion ausgelöst wird. Bei dieser Explosion wird die gravitative Bindungsenergie ($\frac{3}{5}GM^2/R \approx 3 \times 10^{53}$ erg) zum größten Teil in Form von Neutrinos freigesetzt. Dies entspricht einer Energie von ca. 10% der Sonnenmasse².

Kurz nach dem „core bounce“ (~ 10 ms) bildet sich ein heißer, leptonenreicher Neutronenstern, welcher als *Protoneutronenstern* bezeichnet wird. Dieser Protoneutronenstern besteht aus einer geschockten Hülle mit einer Entropie pro Baryon³, s , von $s \approx 4 - 10$ und einem nicht geschockten Kern mit $s \approx 1$ (siehe z.B. *Burrows et al.*, 1995). Die Hülle und der Kern des Protoneutronensterns besitzen näherungsweise dieselbe Masse von ca. $0.6 - 0.8 M_{\odot}$, abhängig von der Masse des Vorläufersterns (siehe z.B. *Burrows et al.*, 1995; *Keil et al.*, 1996). Während

¹Im Bezug auf *Rosenfeld* (1974): Landau soll, nach der Entdeckung des Neutrons durch *Chadwick* (1932), in einer Diskussion mit N. Bohr, die mögliche Existenz von Sternen vorgeschlagen haben, welche nur aus Neutronen bestehen.

² $k_{\text{B}} = \hbar = c = 1$ in dieser Arbeit.

³Die Entropie der Leptonen wird auf die Entropie der Nukleonen aufgerechnet.

der sogenannten *Kelvin-Helmholtz-Kühlungsphase* (siehe z.B. *Janka, 1993*) sinkt die Leptonenzahl im Protoneutronenstern durch die Emission von Neutrinos. Der Protoneutronenstern heizt sich nun durch Kontraktion und Neutrindiffusionsprozesse weiter auf, wodurch er sich nach ca. 10 - 30 Sekunden zu einem heißen, leptonenarmen Neutronenstern entwickelt, mit einer Entropie pro Baryon von $s \approx 2$ im ganzen Stern (siehe z.B. *Burrows & Lattimer, 1986*; *Keil & Janka, 1995*; *Sumiyoshi et al., 1995*; *Pons et al., 1999*). Dieser heiße Neutronenstern kühlt nun innerhalb weniger Minuten zu einem kalten Neutronenstern ab, in dem die Temperatur weniger als ein MeV beträgt (z.B. *Keil & Janka, 1995*). In der weiteren Entwicklung kühlt der Neutronenstern mittels Neutrino- und Photonenemission solange aus, bis er nach ca. 10^7 Jahren so kalt ist, daß seine thermische Strahlung unter die Nachweisgrenze sinkt (z.B. *Tsuruta & Cameron, 1966*; *Schaab et al., 1996*).

Der Protoneutronenstern ist während seiner Lebensdauer im β -Gleichgewicht, da die Zeitskala auf der sich der Protoneutronenstern entwickelt (z.B. Zeitskala der Neutrindiffusion), sehr viel größer ist, als die charakteristische Zeit der schwachen Wechselwirkung ($\sim 10^{-12}$ s). Aus diesem Grunde kann die zeitliche Entwicklung eines Protoneutronensterns mittels quasi-stationärer Modelle zu verschiedenen Zeiten nach dem „core bounce“ betrachtet werden.

Die Eigenschaften von Protoneutronensternen wurden in verschiedenen Arbeiten untersucht: Zum Beispiel, nichtrotierende Protoneutronensterne wurden von *Takatsuka et al. (1994)*, *Bombaci et al. (1995)*, und *Prakash et al. (1997)* studiert. Der Fall von rotierenden Protoneutronensternen ist von *Romero et al. (1992)* und *Takatsuka (1995, 1996)*, mittels einer empirischen Formel für die Keplerfrequenz, welche für kalte, rotierende Neutronensterne aufgestellt wurde (siehe z.B. *Haensel et al., 1995*), betrachtet worden. *Hashimoto et al. (1994)*, *Goussard et al. (1997)* und *Strobel et al. (1999a)* benutzten allgemein-relativistische Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen, um rotierende Protoneutronensterne zu untersuchen. Schließlich berechneten *Goussard et al. (1998)* differentiell rotierende Protoneutronensterne. In einigen dieser Arbeiten wurde die Zustandsgleichung für heiße Materie nicht für den ganzen Protoneutronenstern verwendet. Sie benutzten einfachheitshalber die Zustandsgleichung für kalte Materie für die Hülle des Sterns (mit Ausnahme der Arbeiten von *Romero et al., 1992*; *Goussard et al., 1997, 1998*; *Strobel et al., 1999a*). Wie später gezeigt wird, führt diese Vereinfachung zu Sternradien welche zu klein sind und demzufolge zu Keplerfrequenzen die zu groß sind.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die Eigenschaften von nichtrotierenden, rotierenden und differentiell rotierenden Protoneutronensternen zu studieren und mögliche Einschränkungen beziehungsweise Konsequenzen zu untersuchen, welche daraus für kalte Neutronensterne resultieren. Um die Rotation zu betrachten, wird ein allgemein-relativistisches Verfahren verwendet, welches von *Schaab (1999)* entwickelt wurde. Als weitere wichtige Voraussetzung um die Sternstrukturgleichungen zu lösen, muß das Problem der Zustandsgleichungen für die verschiedenen Neutronensternmateriearten (Protoneutronensterne, kalte Neutronensterne etc.) untersucht werden. In dieser Arbeit werden hierfür zwei Modelle behandelt: Erstens, ein nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell (welches von *Myers & Świątecki (1990, 1991, 1996)* für endliche Kerne und kalte Kernmaterie entwickelt wurde),

das hier auf endliche Temperaturen erweitert wird⁴. Dazu wurden in dieser Arbeit die Fermi-Dirac Verteilungsfunktionen, welche nötig sind um die kinetische Energie und die Wechselwirkungsenergie der Teilchen, sowie Druck und Dichte für endliche Temperaturen zu berechnen, exakt numerisch (d.h. ohne Näherungen) bestimmt. Weiterhin wird ein relativistisches Hartree Modell für endliche Temperaturen verwendet, welches von *Schäfer* (1997) entwickelt wurde. Dieses Modell wurde für die hier zu berechnenden Zustandsgleichungen verbessert und erweitert. In diesem Sinne werden hier Sätze von Zustandsgleichungen, für verschiedene Profile der Entropie pro Baryon (in Abhängigkeit von der Baryondichte) und verschiedenen Leptonenkonzentrationen, für Protoneutronensterne und Neutronensterne konstruiert. Diese sind notwendig, um die Entwicklung des Neutronensterns zu verschiedenen Zeitpunkten zu studieren. Ebenso werden die Auswirkungen der Lage der Neutrinosphäre und Einflüsse endlicher Temperatur in der Hülle von Protoneutronensternen untersucht.

Die Arbeit ist folgendermaßen aufgeteilt: In Abschnitt 2 werden die Eigenschaften von Protoneutronestern- und Neutronensternmaterie zu verschiedenen Zeitpunkten behandelt. Ferner werden die verschiedenen Ansätze zur Berechnung von Kernmaterie bei endlichen Temperaturen eingeführt. Als weiteres werden die unterschiedlichen Zustandsgleichungen für Protoneutronensterne aufgestellt und diskutiert. Mittels dieser Zustandsgleichungen wird dann in Abschnitt 3 die Struktur von nichtrotierenden, rotierenden und differentiell rotierenden Protoneutronensternen untersucht. Abschließend wird in Abschnitt 4 auf die Langzeitkühlung des entstandenen Neutronensterns mittels Neutrinoemission und thermischer Abstrahlung eingegangen. In Abschnitt 5 schließlich werden die neuen Erkenntnisse, welche aus dieser Arbeit folgen, diskutiert und die sich daraus ergebenden Schlußfolgerungen aufgezeigt.

⁴Einige Ergebnisse sind in den Arbeiten von *Strobel et al.* (1999b) und *Strobel et al.* (1999a) veröffentlicht worden.

Kapitel 2

Physik der Protoneutronensternmaterie

2.1 Eigenschaften von Protoneutronensternmaterie

Bei der Geburt eines Neutronensterns (NS) entsteht der sogenannte Protoneutronenstern aus Materie, welche sich in verschiedener Hinsicht von der Zusammensetzung der Materie eines „kalten“ Neutronensterns unterscheidet (*Prakash et al., 1997; Strobel et al., 1999a*): Die Protoneutronensternmaterie unmittelbar nach dem „core bounce“ ist charakterisiert durch eine hohe und fast konstante Leptonenkonzentration, $Y_1 \simeq 0.3 - 0.4$, bedingt durch die „Undurchsichtigkeit“ des dichten Supernova-Kerns für Neutrinos (neutrino trapping) bei der Formation des Neutronensterns. Die Neutrinos sind eingeschlossen, auch wenn sie nur sehr schwach wechselwirken, da ihre mittlere freie Weglänge im Kern nur ca. 1 m beträgt (siehe Abschnitt 2.3.1). Weitere, Unterscheidungsmerkmale zum kalten Neutronenstern sind die konstante Entropie pro Baryon ($s \simeq 1.0 - 1.5$, in Einheiten der Boltzmannkonstanten) und die, im Vergleich zur Fermi-Temperatur, hohe Temperatur von bis zu 100 MeV (kalter Neutronenstern: $Y_e \leq 0.1; T \leq 0.01$ MeV; $s = 0$).

Wenden wir uns kurz der Frage zu, warum speziell die Entropie pro Baryon als Charakteristikum der Protoneutronensterne betrachtet wird. Erstens, sie beträgt zu Beginn des Kollapses ca. $s = 1$, wie eine einfache Abschätzung zeigt (siehe *Shapiro & Teukolsky, 1983*): Zentrale Temperatur und zentrale Dichte betragen bei Beginn $T_c \approx 8 \times 10^9$ K bzw. $\rho_c \approx 3.7 \times 10^9$ g cm⁻³. Damit ergibt sich die Entropie pro Eisenkern durch die Teilchenbewegung:

$$s(\text{Fe}) = \frac{5}{2} + \ln \left(\frac{56m_u}{\rho_c} \left(\frac{56m_u T_c}{2\pi} \right)^{\frac{3}{2}} \right) = 16.7. \quad (2.1)$$

Das führt zu einer Entropie pro Baryon im Eisenkern (56 Nukleonen) von $s = 0.30$. Die Elektronen kann man in erster Näherung als ein hoch entartetes, hoch

relativistisches Fermigas betrachten, dies führt zu einer Entropie pro Elektron von:

$$s(e) = \frac{\pi^2 T}{\mu_e} = 1.10, \quad (2.2)$$

worin $\mu_e = 6.2$ MeV (siehe *Shapiro & Teukolsky*, 1983) verwendet wurde. Multipliziert man nun $s(e)$ mit der relativen Elektronenzahl $Y_e = 26/56 = 0.464$ und addiert dies zur Entropie pro Baryon im Eisenkern, so ergibt sich eine durchschnittliche Entropie pro Baryon von $s \approx 0.81$ zu Beginn des Kollaps. Eine genauere Berechnung des Wertes durch *Bethe et al.* (1979) ergibt $s \approx 0.93$. Weiterhin ändert sich die Entropie pro Baryon während der ganzen Entwicklung im Kern des Protoneutronensterns nur wenig ($s \approx 1-2$), nur in der Hülle erreicht sie Werte von 5 und größer, wie später gezeigt wird. Dies, und der Umstand, daß sich die Temperatur verschiedener Zustandsgleichungen bei gleicher Entropie pro Baryon unterscheidet (siehe Abschnitt 2.3), machen die Entropie pro Baryon zu einer wichtigen Größe, um verschiedene Modelle und Arbeiten miteinander zu vergleichen.

Die Netto-Leptonenkonzentration, $Y_l = Y_e + Y_{\nu_e}$, ist als die Summe der Netto-Elektronenkonzentration, $Y_e = (n_{e^-} + n_{e^+})/n$ (worin n , n_{e^-} und n_{e^+} die Baryonendichte, die Elektronendichte und die Positronendichte sind), und der Netto-Elektronen-Neutrino-Konzentration, $Y_{\nu_e} = (n_{\nu_e} + n_{\bar{\nu}_e})/n$ (worin n_{ν_e} und $n_{\bar{\nu}_e}$ die Elektronen-Neutrino-Dichte und die Elektronen-Antineutrino-Dichte sind), definiert. Die Anzahl der Myonen ist kurz nach dem „core bounce“ sehr klein. Der Grund hierfür liegt in der Leptonenzahlerhaltung während die Neutrinos eingeschlossen sind¹. Zu diesem Zeitpunkt gilt also $Y_\mu + Y_{\nu_\mu} = 0$.

Da die Dichte der Materie in Protoneutronensternen und Neutronensternen sehr hoch ist und die Lebensdauer der Sterne im Vergleich zur charakteristischen Zeit der schwachen Wechselwirkung sehr lang ist, kann die Zusammensetzung der Materie solcher Sterne sehr komplex sein. Betrachtungen im Rahmen der modernen Feldtheorie ergeben für diese exotische Materie – charakterisiert durch elektrische Ladungsneutralität, Baryonenzahlerhaltung, gravitative Bindung, Nichterhaltung der Strangeness, erweitertes β -Gleichgewicht etc. – verschiedene Möglichkeiten: Diese Materie kann nicht nur aus Nukleonen und Leptonen zusammengesetzt sein, sondern auch aus Hyperonen, Mesonen Kondensaten und/oder Quark-Materie (siehe z.B. *Pandharipande*, 1971; *Schaffner & Mishustin*, 1996; *Balberg & Gal*, 1997; *Prakash et al.*, 1997; *Huber et al.*, 1998; *Huber*, 1999; *Weber*, 1999).

Im folgenden werden Protoneutronensterne und Neutronensterne zu vier verschiedenen Zeitpunkten betrachtet, diese Zeitpunkte sind: $t_1 \approx 0.1 - 1$ s, $t_2 \approx 1 - 3$ s, $t_3 \approx 10 - 30$ s und $t_4 \approx$ einige Minuten nach dem „core bounce“. Die grundlegenden Entwicklungsstufen in der zeitlichen Entwicklung eines Neutronensterns sind in Abbildung 2.1 dargestellt. Die Wahl dieser Zeitpunkte wird im folgenden erläutert.

¹Diese Aussage gilt auch für Neutrinos die eine Ruhemasse haben, welche kürzlich am Super-Kamiokande Detektor nachgewiesen wurde (siehe *Fukuda et al.*, 1998). Die gefundene Obergrenze der Neutrinomassen ist zu klein um nennenswerte Neutrino-Oszillationen während der ersten Sekunden nach dem Kollaps zuzulassen, siehe Diskussion in Abschnitt 9.5.3 in *Raffelt* (1996) und *Hannestad et al.* (2000).

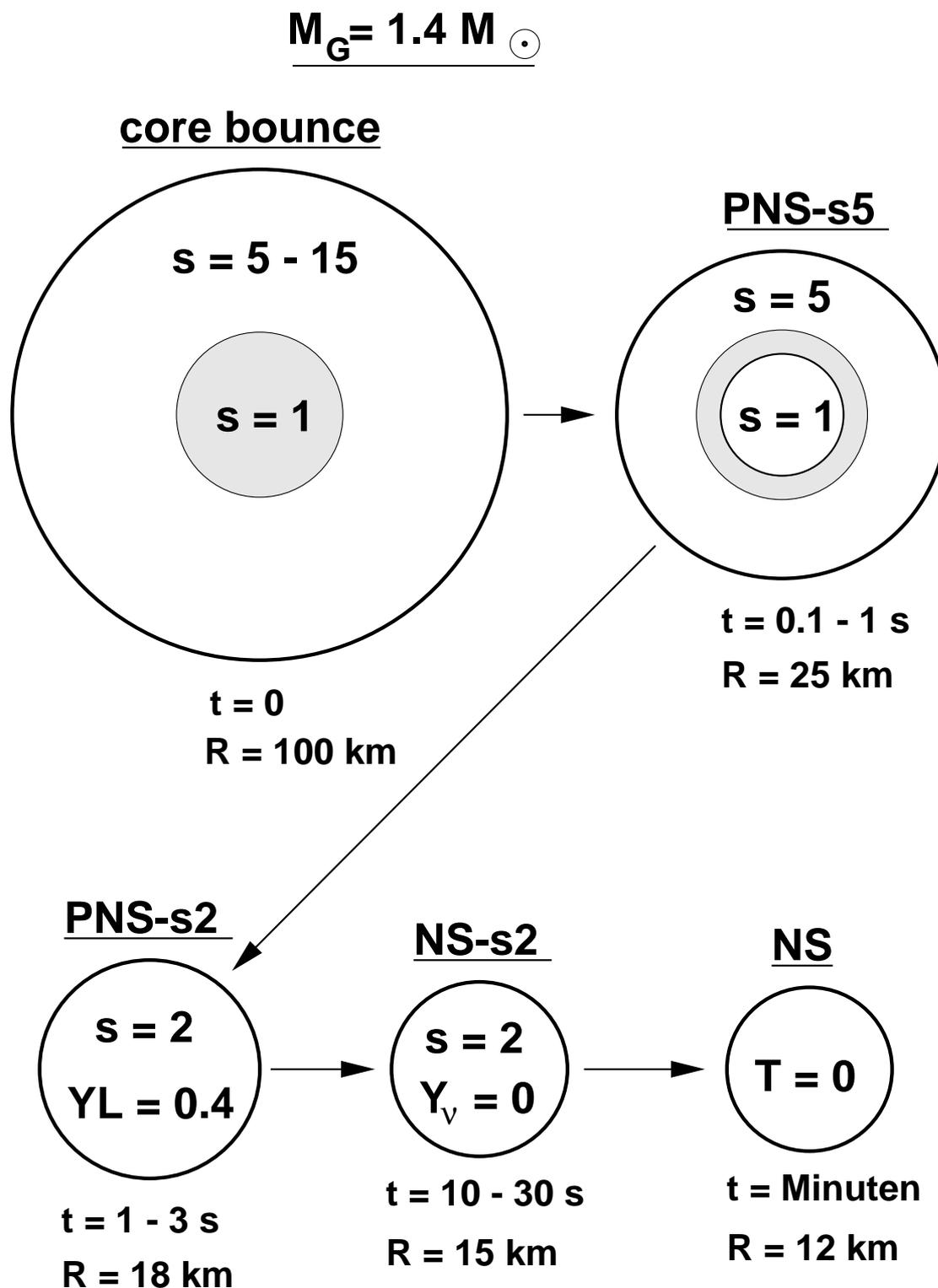


Abbildung 2.1: Zeitliche Entwicklung eines entstehenden Neutronensterns vom „core bounce“ bis hin zu einem kalten Neutronenstern.

2.1.1 Protoneutronensterne ca. 0.1 - 1 s nach dem „core bounce“

Dieses frühe Stadium in der Entwicklung eines Protoneutronensterns ist durch eine heiße Hülle gekennzeichnet, welche durch die einstürzende Materie aufgeheizt wurde. Die Baryonen in dieser Hülle besitzen eine durchschnittliche Entropie pro Baryon von $s \approx 4-6$ bei einer Baryondichte, die unterhalb von $0.002-0.02 \text{ fm}^{-3}$ liegt. Weiterhin einen nicht aufgeheizten Kern, für Baryondichten oberhalb von 0.1 fm^{-3} , in dem die Entropie pro Baryon $s \simeq 1$ beträgt. Zwischen der äußeren Hülle und dem Kern besteht eine Übergangsregion in welcher die Entropie pro Baryon von innen nach außen ansteigt (*Burrows et al.*, 1995). Die äußersten Schichten, welche eine Entropie größer als $s \approx 10$ haben können, werden aufgrund ihrer sehr geringen Masse vernachlässigt. Die Leptonenkonzentration in diesem Stadium beträgt ca. 0.4 für Baryondichten größer als $n = 6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$, da die Neutrinos eingeschlossen sind (*Burrows et al.*, 1995). Bei kleineren Dichten können die Neutrinos nahezu ungehindert entweichen, wodurch das chemische Potential der Neutrinos vernachlässigt werden kann (*Cooperstein*, 1988).

Weiterhin wird angenommen, daß die Akkretion von Materie innerhalb der ersten 500 ms nach dem „core bounce“ abgeschlossen ist. Wieviel Materie akkretiert wird und zu welcher Zeit die Akkretion durch die Schockfront beendet ist, wurde bis dato noch nicht abschließend geklärt. Die Masse an Materie welche nach dem „core bounce“ auf den Protoneutronenstern stürzt reicht von $0.5M_{\odot}$ während der ersten einigen 10 ms bis 0.001 bis $0.15M_{\odot}$ während der folgenden einigen 100 ms. Zusätzliche Akkretion nach 500 ms wird in der Literatur als vernachlässigbar angenommen (für eine weitergehende Diskussion siehe z.B. *Burrows & Lattimer*, 1988; *Chevalier*, 1989; *Herant et al.*, 1992; *Burrows et al.*, 1995; *Janka & Müller*, 1996; *Mezzacappa et al.*, 1998a,b; *Fryer & Heger*, 2000).

2.1.2 Protoneutronensterne ca. 1 - 3 s nach dem „core bounce“

Die Entropie pro Baryon beträgt zu diesem späteren Zeitpunkt etwa $s \simeq 2$ und ist nahezu konstant innerhalb des ganzen Protoneutronensterns mit Ausnahme der äußersten Schichten (*Burrows & Lattimer*, 1986; *Keil & Janka*, 1995; *Keil*, 1996). Die Leptonenkonzentration im dichten Bereich des Protoneutronensterns ist näherungsweise konstant, da die durchschnittliche Diffusionszeit der Neutrinos, $\tau_{\nu\text{-diff}} \approx 10 \text{ s}$, ungefähr eine Größenordnung über der des Alters des Protoneutronensterns liegt. So ergibt sich für diesen weiterentwickelten Protoneutronenstern ein für Neutrinos durchlässiger Mantel, für Baryondichten $n < n_{\text{env}} = 6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$, und ein für Neutrinos undurchsichtiger Kern, für Baryondichten $n > n_{\text{core}}$ mit $Y_1 = 0.3 - 0.4$. Die Übergangsregion zwischen n_{env} und n_{core} wird *Neutrinosphäre* genannt (*Janka*, 1993). Es werden vier verschiedene Werte für n_{core} verwendet um den Einfluß unterschiedlicher Neutrinosphären auf den Protoneutronstern zu studieren.

Die Wahl der verschiedenen Werte ist durch neuere theoretische Untersuchungen der Neutrino-Nukleon Wirkungsquerschnitte motiviert, welche Modifikationen beinhalten, die durch Nukleon-Nukleon Wechselwirkungen und Spin-Spin Korrelationen entstehen. Dieses Problem wurde z.B. von *Raffelt* (1996), *Reddy et al.* (1998), *Burrows & Sawyer* (1998) und *Pons et al.* (1999) für statische Korrelationsfunktionen behandelt und von *Raffelt* (1996), *Janka et al.* (1996), *Raffelt & Strobel* (1997) und *Strobel* (2000) für dynamische Korrelationsfunktionen. Die Lage und die Form der Neutrinosphäre ist durch die Komplexität des Problems, wodurch große Bandbreiten im Wirkungsquerschnitt entstehen, noch recht unsicher. Weitere Unsicherheiten entstehen durch das Auftreten von Konvektion, welche das Kühlungsverhalten von Protoneutronensternen sehr stark beeinflussen kann (siehe z.B. *Burrows & Lattimer*, 1988; *Keil et al.*, 1996; *Mezzacappa et al.*, 1998a).

Zu Vergleichszwecken werden auch Modelle mit einer isothermen Hülle mit einer Temperatur² von $T = 0.6$ MeV für Baryondichten unterhalb von $n \approx 4 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$ berechnet. Diese Wahl für die Temperatur ist durch den Umstand motiviert, daß der Eisenkern des Vorläufersterns diese Temperatur vor Beginn des Gravitationskollaps erreicht (z.B. *Shapiro & Teukolsky*, 1983; *Bethe*, 1990). Dieser Wert stellt sicherlich eine obere Grenze für die tatsächlich vorherrschende Temperatur dar, da größere Werte (bei einer Baryondichte von $n \approx 6 \times 10^{-10} \text{ fm}^{-3}$, äußerste Schicht des Protoneutronensterns) einen Anstieg der Entropie pro Baryon um drei bis vier Größenordnungen hervorrufen würden. Solch eine hohe Entropie pro Baryon scheint nur für einige heiße Blasen möglich zu sein (*Mathews et al.*, 1993).

Zu Vergleichszwecken wird noch ein unphysikalisches Modell, das dem kalten Neutronenstern mit eingeschlossenen Neutrinos entsprechen würde, mit einer Temperatur $T = 0$ MeV und einer Leptonenkonzentration von $Y_1 = 0.4$ (für Baryondichten $n > 6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$) berechnet.

2.1.3 Protoneutronensterne ca. 10 - 30 s nach dem „core bounce“

Die Neutrinos können 10 - 30 s nach dem „core bounce“ den heißen Neutronenstern nun ungehindert verlassen und er ist nun nahezu deleptonisiert. Das β -Gleichgewicht ist jetzt gegeben durch $\mu_p + \mu_e = \mu_n$, $\mu_e = \mu_\mu$ und $\mu_\nu = 0$ für alle Neutrinoarten. Die Entropie pro Baryon ist während der Kühlungsphase zwischen der zweiten und dritten Phase nahezu konstant, $s \approx 1 - 2$ (*Burrows & Lattimer*, 1986; *Keil & Janka*, 1995; *Sumiyoshi et al.*, 1995; *Pons et al.*, 1999).

Es werden wiederum Modelle mit einer isentropen Hülle mit denen mit einer isothermen Hülle ($T = 0.3$ MeV oder $T = 0.6$ MeV für Baryondichten $n < 4 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$) verglichen.

²Einfachheitshalber wurde T nicht T^* gewählt, da die Werte für T und T^* in der Hülle von vergleichbarer Größe sind. Für die Definition von T^* , worin mögliche metrische Korrekturen enthalten sind, wird auf die Arbeiten von *Goussard et al.* (1997) und *Gondek et al.* (1997) verwiesen.

2.1.4 Protoneutronensterne einige Minuten nach dem „core bounce“

Nach einigen Minuten ist die Temperatur im Neutronenstern unter ein MeV gefallen, so daß dann thermische Effekte vernachlässigt werden können (*Shapiro & Teukolsky*, 1983). Für die Zustandsgleichung ist jetzt die Gleichung für „kalte“ Neutronensternmaterie verwendbar. Die Zustandsgleichung für (kalte) Neutronensternmaterie ist die entscheidende Größe, welche mittels der Einsteinschen Feldgleichungen die Eigenschaften der Neutronensterne bzw. Pulsare bestimmt. Man ist bei dieser Zustandsgleichung mit einem immensen Problem konfrontiert, da die Dichte der Materie vom Sternrand, Eisen in kristalliner Form, bis hin zu mehrfacher Kernmateriedichte reicht. Da diese Materie im β -Gleichgewicht nicht im Labor erzeugt werden kann, ist man z. Zt. auf theoretische Extrapolationen und Hypothesen angewiesen.

Für die äußerste Kruste (unterhalb der *Neutronendripdichte*³, $n < 2.6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$) wird die Zustandsgleichung von *Baym et al.* (1971) benutzt, zwischen der Neutronendripdichte und des Phasenübergangs zu reiner Kernmaterie bei einer Dichte von $n = 0.1 \text{ fm}^{-3}$ die von *Negele & Vautherin* (1973). Oberhalb dieser Dichte werden Zustandsgleichungen verwendet, welche in den Abschnitten 2.2 und 2.3 näher beschrieben werden.

2.2 Kernmaterie

Um die Eigenschaften eines Protoneutronensterns zu untersuchen ist es notwendig, die Zustandsgleichung von heißer Materie beginnend bei der Dichte von Eisen bis zu ca. des 10-fachen Wertes von Kernmateriedichte zu kennen. Die Temperatur kann je nach verwendetem Modell bis ca. 100 MeV ($\approx 10^{12}$ K) betragen, d.h. Effekte welche durch diese hohe Temperatur hervorgerufen werden können nicht vernachlässigt werden.

Da bisher noch keine Methode existiert um die starke Wechselwirkung zwischen Nukleonen exakt zu beschreiben, ist es notwendig Näherungsverfahren zur Berechnung von Kernen und Kernmaterie einzuführen. Hier in dieser Arbeit werden deshalb zwei unterschiedliche Methoden verwendet um Unterschiede und/oder Gemeinsamkeiten dieser Methoden aufzuzeigen. Bei diesen Modellen handelt es sich um ein nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell (*Thomas*, 1926; *Fermi*, 1928) und ein relativistisches Hartree Modell in Mittelfeld Näherung (siehe z.B. *Serot & Walecka*, 1986).

³Als Neutronendrip wird das Austreten von Neutronen aus neutronenreichen komprimierten Kerne bezeichnet, wobei die Neutronen dann ein Neutronengas um die Kerne bilden (siehe *Shapiro & Teukolsky*, 1983).

Tabelle 2.1: Parameter der Wechselwirkung von *Myers & Świątecki* (1996).

Parameter x	Wert	Wert x_l	Wert x_u
α	1.94684	0.70110	1.24574
β	0.15311	0.03394	0.11917
γ	1.13672	0.25198	0.88474
σ	1.05	0.23276	0.81724
ξ	0.27976	-	-
ζ	0.55665	-	-
a	0.59294 fm	-	-

2.2.1 Nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell

Das hier verwendete Thomas-Fermi Modell ist von *Myers & Świątecki* (1990, 1991) für endliche Kerne für $T = 0$ entwickelt worden. Bei diesem Modell handelt es sich um eine Erweiterung der Wechselwirkung, welche von *Seyler & Blanchard* (1961, 1963) entwickelt worden ist. Da für die Beschreibung von heißer Protoneutronensternmaterie ein Modell für endliche Temperaturen benötigt wird, ist diese Erweiterung in früheren Arbeiten (*Strobel*, 1996; *Strobel et al.*, 1999b) vorgenommen worden. Die Erweiterungen sind in diesen Arbeiten ausführlich beschrieben, deshalb wird hier an dieser Stelle nur eine kurze Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse gegeben.

Die Wechselwirkung ist vom Impuls und der Dichte abhängig [das untere (obere) Zeichen gehört zu Nukleonen mit gleichem (entgegengesetztem) Isospin]: (*Myers & Świątecki*, 1990; *Strobel et al.*, 1997):

$$v_{12\tau} = -\frac{2T_{0\tau}}{n_0} g(r_{12}) \left(\frac{1}{2}(1 \mp \xi)\alpha - \frac{1}{2}(1 \mp \zeta) \left(\beta \left(\frac{p_{12}}{p_0} \right)^2 - \gamma \frac{p_0}{|p_{12}|} + \sigma \left(\frac{2\bar{n}}{n_0} \right)^{\frac{2}{3}} \right) \right). \quad (2.3)$$

Die Größen n_0 , p_0 , und $T_{0\tau}$ ($= p_0^2/2m_\tau$) [$T_0 = p_0^2/2\bar{m}$ mit $\bar{m} = 0.5(m_n + m_p)$, siehe (2.6)] bezeichnen die Baryondichte, den Fermi-Impuls und die kinetische Einzelchenenergie von symmetrischer Kernmaterie bei Sättigungsdichte (τ bezeichnet den Isospin). Die Wahl von $\xi \neq \zeta$ führt zu einer bessere Beschreibung von unsymmetrischer Kernmaterie. Die Eigenschaften des optischen Potentials gehen ein durch den Term $\sigma(2\bar{n}/n_0)^{2/3}$, mit $\bar{n}^{2/3} = 0.5(n_1^{2/3} + n_2^{2/3})$.

Als Parametersatz wird der neueste von *Myers & Świątecki* (1996, 1998) verwendet, welcher an die Eigenschaften von Kernen angeglichen wurde. Die Werte der Parameter sind in Tabelle 2.1 aufgelistet, dies führt zu den Sättigungseigenschaften von kalter symmetrischer Kernmaterie welche in Tabelle 2.2 aufgelistet sind.

Die radiale Abhängigkeit des Wechselwirkungspotentials, g , ist von der Art eines

Tabelle 2.2: Sättigungseigenschaften von kalter symmetrischer Kernmaterie der hier verwendeten Modelle und Parametrisierungen. Die Einträge sind: Energie pro Baryon, u ; Sättigungsdichte, n_0 ; Kompressibilität, K_∞ ; Symmetrieenergie, J ; effektive Nukleonenmasse, m^*/m .

	u [MeV]	n_0 [fm $^{-3}$]	K_∞ [MeV]	J [MeV]	m^*/m	Referenz
TF	-16.24	0.161	234	32.7	0.87	<i>Myers & Świątecki (1996)</i>
GM1	-16.30	0.153	300	32.5	0.70	<i>Glendenning & Moszkowski (1991)</i>
GM3	-16.30	0.153	240	32.5	0.78	<i>Glendenning & Moszkowski (1991)</i>
NL1	-16.42	0.152	212	43.5	0.57	<i>Reinhard (1989)</i>

Yukawa Potentials. Die Funktion ist auf Eins normiert:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(r_{12}) d^3 r_1 = \frac{1}{4\pi a^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\exp(-r_{12}/a)}{r_{12}/a} d^3 r_1 = 1. \quad (2.4)$$

Dieses führt zur folgenden mittleren Energie pro Baryon u (*Strobel, 1996; Strobel et al., 1999b*):

$$u = \frac{2}{n(2\pi)^3} \sum_{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p_1^2}{2m_{\tau}} + \frac{1}{2} V_{\tau}(p_1) \right) f_{\tau}(p_1) d^3 p_1, \quad (2.5)$$

mit dem Einteilchenpotential $V_{\tau}(p_1)$:

$$\begin{aligned} V_{\tau}(p_1) = & -\frac{2}{(2\pi)^3} \frac{2T_{0\tau}}{n_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\alpha_1 - \beta_1 \left(\frac{p_{12}}{p_0} \right)^2 + \gamma_1 \frac{p_0}{|p_{12}|} - \sigma_1 \left(\frac{2\bar{n}}{n_0} \right)^{\frac{2}{3}} \right) f_{\tau}(p_2) d^3 p_2 \\ & -\frac{2}{(2\pi)^3} \frac{2T_0}{n_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\alpha_u - \beta_u \left(\frac{p_{12}}{p_0} \right)^2 + \gamma_u \frac{p_0}{|p_{12}|} - \sigma_u \left(\frac{2\bar{n}}{n_0} \right)^{\frac{2}{3}} \right) f_{-\tau}(p_2) d^3 p_2, \end{aligned} \quad (2.6)$$

[τ und $-\tau$ bezeichnen entgegengesetzten Isospin] worin folgende Abkürzungen verwendet werden: $\alpha_1 = 0.5(1-\xi)\alpha$, $\beta_1 = 0.5(1-\zeta)\beta$, $\gamma_1 = 0.5(1-\zeta)\gamma$, $\sigma_1 = 0.5(1-\zeta)\sigma$, $\alpha_u = 0.5(1+\xi)\alpha$, $\beta_u = 0.5(1+\zeta)\beta$, $\gamma_u = 0.5(1+\zeta)\gamma$ und $\sigma_u = 0.5(1+\zeta)\sigma$, desweiteren bezeichnet n die Baryondichte:

$$n = \frac{2}{(2\pi)^3} \sum_{\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\tau}(p_1) d^3 p_1. \quad (2.7)$$

In den Gleichungen (2.5), (2.6), und (2.7) bezeichnet $f_{\tau}(p)$ die Fermi-Dirac Verteilungsfunktion (siehe Abbildung 2.2 als ein Beispiel) eines Baryons mit Isospin τ :

$$f_{\tau}(p_1) = \left(1 + \exp \left(\frac{1}{T} (\epsilon_{\tau}(p_1) - \mu'_{\tau}) \right) \right)^{-1}, \quad (2.8)$$

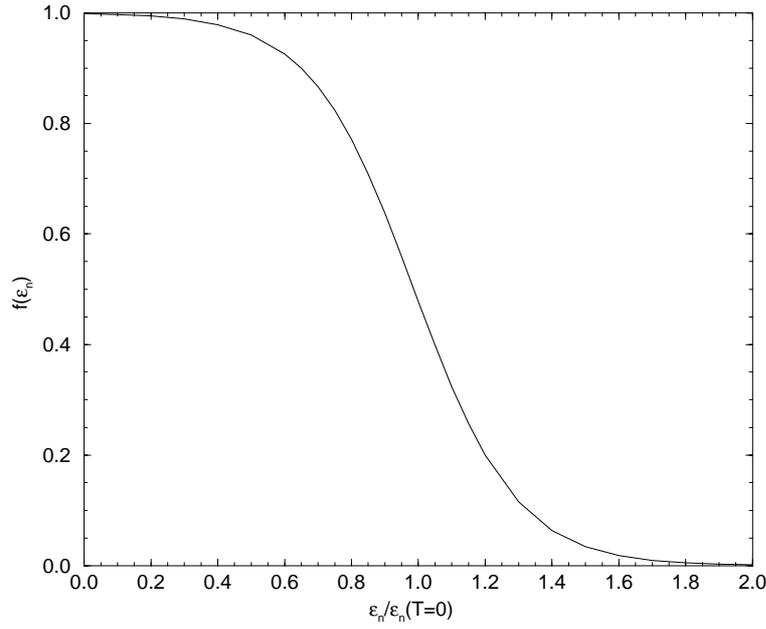


Abbildung 2.2: Fermiverteilungsfunktion als Funktion der Einteilchenenergie (siehe Gleichung (2.9)) für Neutronen in einem Protoneutronenstern ca. 1 - 3 s nach dem „core bounce“ (siehe Abschnitt 2.1.2) bei einer Baryondichte von $n = 1 \text{ fm}^{-3}$. $T = 79.8 \text{ MeV}$, $T_F = 278.2 \text{ MeV}$, $T/T_F \approx 0.29$, $\mu'_n = 512.8 \text{ MeV}$ und $\epsilon_n(T = 0) = 521.2 \text{ MeV}$ an der Fermioberfläche.

worin ϵ_τ die Einteilchenenergie bezeichnet:

$$\epsilon_\tau(p_1) = \frac{p_1^2}{2m_\tau} + V_\tau(p_1). \quad (2.9)$$

Hinweis: μ'_τ in Gleichung (2.8) ist nicht das chemische Potential im eigentlichen Sinne, weil die Wechselwirkung einen dichteabhängigen Anteil besitzt, zur weiteren Erläuterung siehe *Myers & Świątecki (1990)*, Appendix A.

Das chemische Potential der Neutronen und Protonen, μ_τ , sowie der Druck, p , werden über die thermodynamischen Ableitungen berechnet:

$$\mu_\tau = \left(n \left(\frac{\partial}{\partial n_\tau} \right)_{s, n_{-\tau}} + 1 \right) u + m_\tau = \left(n \left(\frac{\partial}{\partial n_\tau} \right)_{T, n_{-\tau}} + 1 \right) f + m_\tau, \quad (2.10)$$

$$P = n \sum_\tau n_\tau \left(\frac{\partial u}{\partial n_\tau} \right)_{s, n_{-\tau}} = n \sum_\tau n_\tau \left(\frac{\partial f}{\partial n_\tau} \right)_{T, n_{-\tau}}, \quad (2.11)$$

worin m_τ die Ruhemasse der Neutronen oder Protonen bezeichnet und f die freie Energie pro Baryon:

$$f = u - Ts, \quad (2.12)$$

mit der Entropie pro Baryon, s :

$$s = \frac{2}{n(2\pi)^3} \sum_\tau \int_{-\infty}^{+\infty} \left(f_\tau(p_1) \ln f_\tau(p_1) + (1 - f_\tau(p_1)) \ln (1 - f_\tau(p_1)) \right) d^3 p_1. \quad (2.13)$$

Tabelle 2.3: Kopplungskonstanten für die relativistischen Hartree Modelle. Die Kopplungskonstanten sind für folgende Mesonenmassen angegeben: $m_\sigma = 550$ MeV, $m_\omega = 783$ MeV und $m_\rho = 770$ MeV (die Kopplungskonstanten sind entsprechend dieser Mesonenmassen umgerechnet worden).

	$g_\sigma^2/4\pi$	$g_\omega^2/4\pi$	$g_\rho^2/4\pi$	$10^3\bar{b}$	$10^3\bar{c}$
GM1	7.288	8.959	5.346	2.947	-1.070
GM3	6.139	6.041	5.807	8.659	-2.421
NL1	10.2099	13.6108	8.0260	2.4578	-3.4334

2.2.2 Relativistisches Hartree Modell

Die Quantenchromodynamik wäre eigentlich die theoretische Betrachtungsweise, um das hier vorliegende Vielteilchenproblem zu lösen. Die Beschreibung von Kernmaterie und auch Kernen im Rahmen der Quantenchromodynamik ist aber aufgrund der Komplexität der gekoppelten Gleichungssysteme bis heute noch nicht möglich. Aus diesem Grunde wird hier eine von *Serot & Walecka* (1986) entwickelte effektive Quantenfeldtheorie, genannt Quantenhadrodynamik, verwendet. In dieser wird die Nukleon-Nukleon Wechselwirkung durch den Austausch von Mesonen beschrieben. Als weitere Vereinfachung des Vielteilchenproblems wird in dieser Arbeit die Mittelfeld Näherung (Hartree Näherung) im Rahmen der Quantenhadrodynamik benutzt. Mittelfeld Näherung bedeutet, daß die Operatoren für die verschiedenen Baryonendichten näherungsweise durch ihre Erwartungswerte ersetzt werden.

Gegenüber den nichtrelativistischen Behandlungen des Vielteilchenproblems haben die relativistischen den Vorteil, daß bei ihnen der sogenannte relativistische Sättigungsmechanismus (siehe z.B. *ter Haar & Malfliet*, 1987) wirksam ist. Dadurch sind bei relativistischen Theorien keine zusätzlichen dichteabhängige Kräfte notwendig. Um für die folgende Berechnung der Eigenschaften von Neutronensternen eine möglichst große Bandbreite an weichen und harten Zustandsgleichungen zu erhalten, werden in dieser Arbeit drei verschiedene Parametrisierungen für die Kopplungskonstanten verwendet. Diese sind, die Parametersätze GM1 und GM3 von *Glendenning & Moszkowski* (1991) und der Parametersatz NL1 von *Reinhard* (1989). Die Parametersätze sind in Tabelle 2.3 aufgeführt.

Als erstes ist es notwendig die Lagrangedichte aufzustellen, aus welcher durch die Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen des Vielteilchenproblems resultieren. Die korrespondierende Lagrangedichte besitzt folgende Struktur (*Glendenning*, 1987a; *Weber & Glendenning*, 1993a; *Schäfer*, 1997; *Glendenning*, 1997;

Weber, 1999):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x) = & \sum_{B=n,p,\Sigma^{+0-},\dots} \mathcal{L}_B^0(x) + \sum_{M=\sigma,\omega,\rho} \left(\mathcal{L}_M^0(x) + \sum_B \mathcal{L}_{BM}^{\text{int}}(x) \right) \\ & + \mathcal{L}_{\sigma^4}(x) + \sum_{L=e^-, \mu^-, \dots} \mathcal{L}_L^0(x), \end{aligned} \quad (2.14)$$

worin \mathcal{L}_B^0 und \mathcal{L}_L^0 die Lagrangedichten der freien Baryonen- bzw. Leptonenfelder bezeichnen:

$$\mathcal{L}_B^0(x) = \bar{\psi}_B(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_B) \psi_B(x), \quad (2.15)$$

$$\mathcal{L}_L^0(x) = \bar{\psi}_L(x) (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_L) \psi_L(x), \quad (2.16)$$

worin ψ_B und ψ_L die Feldoperatoren bezeichnen. Die Lagrangedichten \mathcal{L}_M^0 der freien Mesonenfelder sind wie folgt gegeben:

$$\mathcal{L}_\sigma^0(x) = \frac{1}{2} \left(\partial^\mu \sigma(x) \partial_\mu \sigma(x) - m_\sigma^2 \sigma^2(x) \right), \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}_\omega^0(x) = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega^\nu(x) \omega_\nu(x), \quad (2.18)$$

$$\mathcal{L}_\rho^0(x) = -\frac{1}{4} \vec{G}^{\mu\nu}(x) \cdot \vec{G}_{\mu\nu}(x) + \frac{1}{2} m_\rho^2 \vec{\rho}^\nu(x) \cdot \vec{\rho}_\nu(x), \quad (2.19)$$

hierin sind die Feldtensoren $F_{\mu\nu}$ und $\vec{G}_{\mu\nu}$ folgendermaßen definiert:

$$F_{\mu\nu}(x) := \partial_\mu \omega_\nu(x) - \partial_\nu \omega_\mu(x), \quad (2.20)$$

$$\vec{G}_{\mu\nu}(x) := \partial_\mu \vec{\rho}_\nu(x) - \partial_\nu \vec{\rho}_\mu(x). \quad (2.21)$$

Die Wechselwirkung zwischen den Baryonen und den Mesonen wird durch folgende Lagrangedichten $\mathcal{L}_{BM}^{\text{int}}$ beschrieben:

$$\mathcal{L}_{B\sigma}(x) = g_{\sigma B} \bar{\psi}_B(x) \sigma(x) \psi_B(x), \quad (2.22)$$

$$\mathcal{L}_{B\omega}(x) = -g_{\omega B} \bar{\psi}_B(x) \gamma^\mu \omega_\mu(x) \psi_B(x), \quad (2.23)$$

$$\mathcal{L}_{B\rho}(x) = -g_{\rho B} \bar{\psi}_B(x) \gamma^\mu \vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu(x) \psi_B(x), \quad (2.24)$$

worin $\vec{\tau}$ die Paulimatrizen im Isospinraum bezeichnet. Dieser Ansatz entspricht der Hypothese, daß die Mesonen nur mit den Nukleonen und Hyperonen wechselwirken, nicht mit sich selbst. Eine Ausnahme hierbei bildet die Selbstwechselwirkung des σ -Mesons, wofür folgende Lagrangedichte \mathcal{L}_{σ^4} eingeführt wird (*Glendenning, 1987b*):

$$\mathcal{L}_{\sigma^4}(x) = -\frac{1}{3} m_N \bar{b} (g_{\sigma N} \sigma(x))^3 - \frac{1}{4} \bar{c} (g_{\sigma N} \sigma(x))^4. \quad (2.25)$$

Die σ -Selbstwechselwirkung wird eingeführt, um die Sättigungseigenschaften von Kernmaterie besser reproduzieren zu können. Ohne diesen Term ergibt sich ein zu großer Wert für die Kompressibilität (siehe *Jetter, 1990*).

Die charakteristischen Eigenschaften der Baryonen, Leptonen und Mesonen sind in den Tabellen 2.4, 2.5 und 2.6 zusammengefaßt.

Tabelle 2.4: Eigenschaften und Quantenzahlen der Nukleonen und Baryonen: Masse m_B , Spin J_B , Isospin I_B , dritte Komponente des Isospin I_{3B} , Strangness S_B , Hyperladung Y_B und elektrische Ladung q_B .

Baryon	m_B [MeV]	J_B	I_B	I_{3B}	S_B	Y_B	q_B
n	939.6	1/2	1/2	-1/2	0	1	0
p	938.3	1/2	1/2	1/2	0	1	1
Σ^+	1189	1/2	1	1	-1	0	1
Σ^0	1193	1/2	1	0	-1	0	0
Σ^-	1197	1/2	1	-1	-1	0	-1
Λ	1116	1/2	0	0	-1	0	0
Ξ^0	1315	1/2	1/2	1/2	-2	-1	0
Ξ^-	1321	1/2	1/2	-1/2	-2	-1	-1
Δ^{++}	1232	3/2	3/2	3/2	0	1	2
Δ^+	1232	3/2	3/2	1/2	0	1	1
Δ^0	1232	3/2	3/2	-1/2	0	1	0
Δ^-	1232	3/2	3/2	-3/2	0	1	-1

Tabelle 2.5: Masse m_L , Spin J_L , und Ladung q_L der Leptonen. Die Massen der Neutrinos sind experimentelle Obergrenzen von *Weinheimer et al.* (1999) und *Lobashev et al.* (1999) für Elektroneneutrinos, von *Assamagan et al.* (1996) für Myoneneutrinos und von *Barate et al.* (1998) für Taueneutrinos.

Lepton	m_L [MeV]	J_L	q_L
e^-	0.511	1/2	-1
μ^-	105.66	1/2	-1
ν_e	$< 3 \times 10^{-6}$	1/2	0
ν_μ	< 0.17	1/2	0
ν_τ	< 18	1/2	0

Tabelle 2.6: Masse m_M , Spin und Parität J_M^π , Isospin I_M und die Art der Kopplung an die Baryonen für die Mesonen.

Meson	m_M [MeV]	J_M^π	I_M	Kopplungsart
σ	550	0^+	0	Skalar
ω	783	1^-	0	Vektor
ρ	770	1^-	1	Vektor

Die Bewegungsgleichungen des Systems erhält man schließlich über die Euler-Lagrange-Gleichungen:

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial_\mu X} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X} = 0. \quad (2.26)$$

Daraus ergibt sich für die Baryonen eine inhomogene Dirac-Gleichung mit Quelltermen aller Mesonen:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_B)\psi_B(x) = -g_{\sigma B}\sigma(x)\psi_B(x) + g_{\omega B}\gamma^\mu\omega_\mu(x)\psi_B(x) + g_{\rho B}\gamma^\mu\vec{\tau} \cdot \vec{\rho}_\mu(x)\psi_B(x). \quad (2.27)$$

Für die Mesonenfelder erhält man inhomogene Klein-Gordon- (σ) oder Proca-Gleichungen (ω, ρ) mit skalaren ($\bar{\psi}\psi$) und vektoriellen Strömen ($\bar{\psi}\gamma_\nu\psi$) als Quellen:

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m_\sigma^2)\sigma(x) = \sum_B g_{\sigma B}\bar{\psi}_B(x)\psi_B(x) - m_N\bar{b}g_{\sigma N}(g_{\sigma N}\sigma(x))^2 - \bar{c}g_{\sigma N}(g_{\sigma N}\sigma(x))^3, \quad (2.28)$$

$$\partial^\mu F_{\mu\nu}(x) + m_\omega^2\omega_\nu(x) = \sum_B g_{\omega B}\bar{\psi}_B(x)\gamma_\nu\psi_B(x), \quad (2.29)$$

für Isovektormesonen sind darüber hinaus auch $\vec{\tau}$ -Matrizen in den Quelltermen enthalten:

$$\partial^\mu \vec{G}_{\mu\nu}(x) + m_\rho^2\vec{\rho}_\nu(x) = \sum_B g_{\rho B}\bar{\psi}_B(x)\vec{\tau}\gamma_\nu\psi_B(x). \quad (2.30)$$

Um die Energiedichte und den Druck zu erhalten, stellt man nun den Energie-Impuls-Tensor auf:

$$\mathcal{T}_{\mu\nu} = \sum_{X=B,L} \partial_\nu\psi_X \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\mu\psi_X)} + \sum_M \partial_\nu\varphi_M \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial^\mu\varphi_M)} - g_{\mu\nu}\mathcal{L}, \quad (2.31)$$

worin $g_{\mu\nu}$ den Metrik-Tensor bezeichnet:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

Hieraus ergeben sich nun die Energiedichte ε und der Druck p wie folgt über die Erwartungswerte des Energie-Impuls-Tensors:

$$\varepsilon = \langle \mathcal{T}_{00}(x) \rangle, \quad (2.33)$$

$$P = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \langle \mathcal{T}_{ii}(x) \rangle. \quad (2.34)$$

Als nächster Schritt ist es notwendig die gekoppelten Differentialgleichungen für ein System bei endlicher Temperatur durch geeignete Näherungsverfahren zu lösen. Da dies über den Umfang dieser Arbeit hinaus geht, wird hier auf die entsprechende Literatur verwiesen, wie z.B. *Serot & Walecka* (1986), *Glendenning* (1987b), *Weber & Weigel* (1989) und *Schäfer* (1997).

2.3 Zustandsgleichungen für Protoneutronensterne

Die Zustandsgleichung für die Materie von Protoneutronensternen ist die Grundlage um die Strukturgleichungen zu lösen. Der Dichtebereich für die Zustandsgleichung erstreckt sich über mehr als zehn Größenordnungen in der Dichte, von der Dichte von Eisen bis hinauf zu ca. dem zehnfachen Wert von Kernmaterie.

Um die Zustandsgleichung von Protoneutronensternmaterie unterhalb von Kernmateriedichte zu erhalten, wurde das hier verwendete Thomas-Fermi Modell in diesen Dichtebereich erweitert. Da dieses Modell homogene Kernmaterie zur Grundlage hat, wurde die Elektronenkonzentration in diesem Bereich an die Arbeiten von *Baym et al.* (1971) und *Negele & Vautherin* (1973) angepaßt. Dies gilt für Protoneutronensterne unterhalb einer Dichte von $n = 6 \times 10^{-4} \text{fm}^{-3}$ und für Dichten unterhalb von Kernmateriedichte von heißen Neutronensternen. Die Ergebnisse welche für diesen Dichtebereich erhalten wurden, sind mit denen der Zustandsgleichung von *Lattimer & Swesty* (1991) vergleichbar, welche in den Arbeiten von *Goussard et al.* (1997, 1998) und *Gondek et al.* (1997) verwendet wurden. Oberhalb der Dichte von Kernmaterie werden hier zwei verschiedene Modelle benutzt um die Zustandsgleichung zu berechnen, ein nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell (Abschnitt 2.3.1) und ein relativistisches Hartree Modell (Abschnitt 2.3.2).

2.3.1 Nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell

In diesem Abschnitt werden für die Zustandsgleichung des Thomas-Fermi Modells die relevanten Zustandsgrößen wie Druck, chemische Potentiale, Neutrinoenergien, Temperatur etc., für die verschiedenen Modellannahmen und Entwicklungsstufen dargestellt und diskutiert.

Die Abbildungen 2.3 - 2.5 zeigen den Druck, $P(n)$, als Funktion der Baryonendichte, n , für verschiedene Entwicklungsstufen eines (Proto-)Neutronensterns. Die

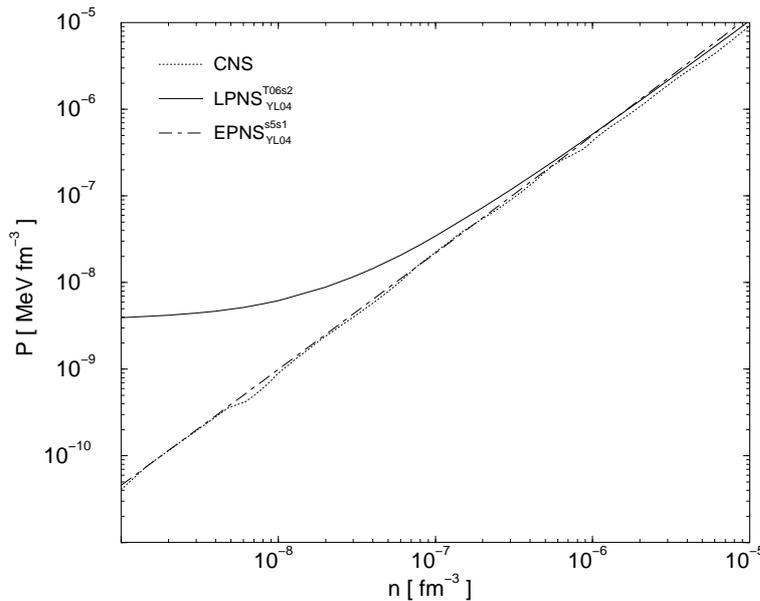


Abbildung 2.3: Druck als Funktion der Baryondichte für Dichten $n < 10^{-5} \text{ fm}^{-3}$ von heißer dichter Materie. Die Kurve CNS entspricht kalter Materie (siehe Abschnitt 2.1.4). Die Kurve $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{T06s2}}$ entspricht der isothermen Hülle eines isentropen Kerns mit Entropie pro Baryon $s = 2$ (siehe Abschnitte 2.1.2 und 2.1.3 zur Erklärung). Schließlich entspricht die Kurve $\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s5s1}}$ der Zustandsgleichung in der Hülle eines Protoneutronensterns mit einer Entropie pro Baryon $s = 5$ (Die verwendeten Abkürzungen werden in Tabelle 2.7 beschrieben). Die Neutrinos sind in diesem Dichtebereich nicht eingeschlossen.

in diesem Abschnitt für die Zustandsgleichungen im Thomas-Fermi Modell verwendeten Abkürzungen werden in Tabelle 2.7 beschrieben. Die Region der Hülle mit Baryondichten $n \leq 10^{-5} \text{ fm}^{-3}$ wird in Abbildung 2.3 gezeigt. Hier sind der isotherme Teil mit $T = 0.6 \text{ MeV}$ der $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{T06s2}}$ und der $\text{HNS}^{\text{T06s2}}$ Zustandsgleichung, die isentropische Zustandsgleichung $\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s5s1}}$ und die Zustandsgleichung für kalte Neutronensterne (CNS) gezeigt. Die Neutrinos tragen für Baryondichten $n < 6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$ nicht zum Druck bei, da sie in diesem Bereich nicht eingeschlossen sind. Der Druck wird in der Zustandsgleichung mit $T = 0.6 \text{ MeV}$ durch den Beitrag der Photonen dominiert:

$$p_{\text{Ph}} = \frac{\pi^2 T^4}{45} \times 1.30 \times 10^{-7} T^4 \text{ MeV}^{-3} \text{ fm}^{-3} = 3.69 \times 10^{-9} \text{ MeV fm}^{-3}. \quad (2.35)$$

Wie sich aber später zeigen wird (siehe Abschnitt 3) hat dieser Bereich der Hülle eines Protoneutronensterns oder heißen Neutronensterns, aufgrund der hier konzentrierten niedrigen Masse im Vergleich zur gesamten Masse, einen geringen Einfluß auf die Eigenschaften des Sterns. Im Gegensatz zur isothermen Zustandsgleichung unterscheidet sich die isentropische Zustandsgleichung kaum von der kalten Zustandsgleichung in diesem Dichtebereich.

In Abbildung 2.4 ist der generelle Trend zu beobachten, daß der Druck im Bereich der Neutrinosphäre ($10^{-4} \text{ fm}^{-3} < n < 10^{-1} \text{ fm}^{-3}$) eines Protoneutronensterns (1

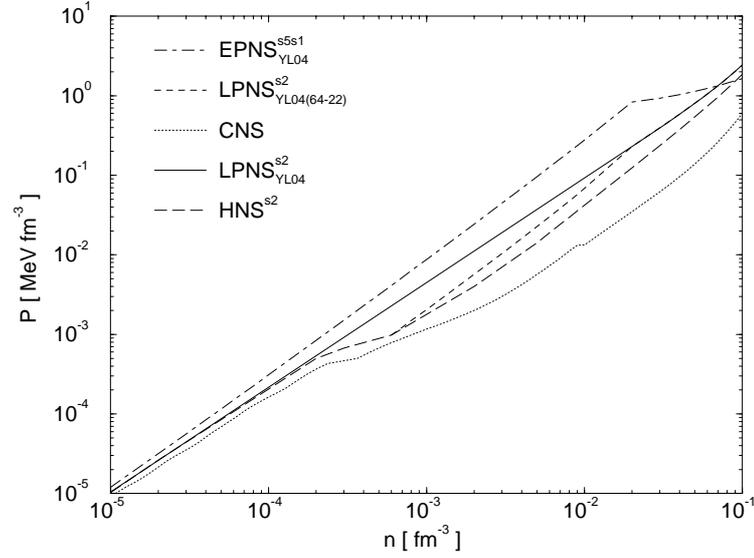


Abbildung 2.4: Druck als Funktion der Baryondichte im Dichtebereich $10^{-5} \text{ fm}^{-3} < n < 10^{-1} \text{ fm}^{-3}$ für verschiedene Zustandsgleichungen von heißer dichter Materie.

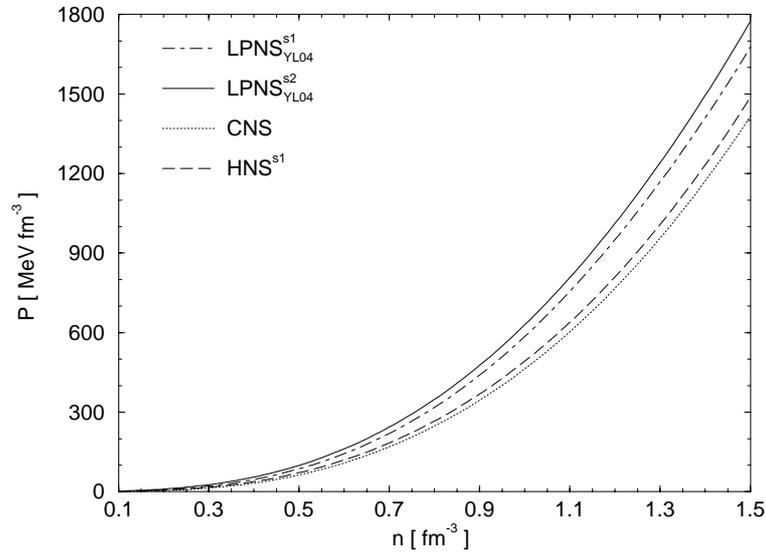


Abbildung 2.5: Druck als Funktion der Baryondichte für Dichten $n > 0.1 \text{ fm}^{-3}$ für verschiedene Zustandsgleichungen des Thomas-Fermi Modells von heißer dichter Materie. Der Druck der Zustandsgleichung HNS^{s2} ist nahezu identisch mit der $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{s1}$ Zustandsgleichung in diesem Dichtebereich und wird aus diesem Grunde nicht gezeigt.

Tabelle 2.7: Entropien, Temperaturen, Dichten und die Leptonenkonzentrationen, welche hier verwendet werden. Die Einträge sind: Entropie pro Baryon oder Temperatur in der Hülle, s_{env} , T_{env} ; Entropie pro Baryon oder Temperatur im Kern, s_{core} , T_{core} ; maximale Baryondichte von der Hülle, welche mit der Entropie pro Baryon oder der Temperatur in der Hülle korreliert ist, $n(s_{\text{env}}, T_{\text{env}})$; minimale Baryondichte vom Kern, welche mit der Entropie pro Baryon oder der Temperatur im Kern korreliert ist, $n(s_{\text{core}}, T_{\text{core}})$; Baryondichte unterhalb welcher die Neutrinos nicht eingeschlossen sind, $n(Y_{1,\text{env}})$; Baryondichte oberhalb welcher die Neutrinos eingeschlossen sind, $n(Y_{1,\text{core}})$; Leptonenkonzentration im Kern, $Y_{1,\text{core}}$.

Label	t [s]	$s_{\text{env}}, T_{\text{env}}$	$s_{\text{core}}, T_{\text{core}}$	$n(s_{\text{env}}, T_{\text{env}})$ [fm ⁻³]	$n(s_{\text{core}}, T_{\text{core}})$ [fm ⁻³]	$n(Y_{1,\text{env}})$ [fm ⁻³]	$n(Y_{1,\text{core}})$ [fm ⁻³]	$Y_{1,\text{core}}$
EPNS ^{s5s1} _{YL04}	0.1 - 1	5.0	1.0	0.02	0.1	0.0006	0.0006	0.4
EPNS ^{s4s1} _{YL04}	0.1 - 1	4.0	1.0	0.02	0.1	0.0006	0.0006	0.4
LPNS ^{s2} _{YL04}	1 - 3	2.0	2.0	-	-	0.0006	0.0006	0.4
LPNS ^{T06s2} _{YL04}	1 - 3	0.6 MeV	2.0	0.0004	0.0004	0.0006	0.0006	0.4
LPNS ^{s2} _{YL04(64-63)} *	1 - 3	2.0	2.0	-	-	0.0006	0.006	0.4
LPNS ^{s2} _{YL04(64-22)}	1 - 3	2.0	2.0	-	-	0.0006	0.02	0.4
LPNS ^{s2} _{YL04(64-62)}	1 - 3	2.0	2.0	-	-	0.0006	0.06	0.4
LPNS ^{s2} _{YL03}	1 - 3	2.0	2.0	-	-	0.0006	0.0006	0.3
LPNS ^{s1} _{YL04}	-	1.0	1.0	-	-	0.0006	0.0006	0.4
LPNS ^{s1} _{YL03}	-	1.0	1.0	-	-	0.0006	0.0006	0.3
LPNS ^{s0} _{YL04}	-	0	0	-	-	0.0006	0.0006	0.4
HNS ^{s2}	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	-
HNS ^{T06s2}	10 - 30	0.6 MeV	2.0	0.0004	0.0004	-	-	-
HNS ^{T0s2}	-	0 MeV	2.0	0.06	0.06	-	-	-
HNS ^{s1}	-	1.0	1.0	-	-	-	-	-
HNS ^{T03s1}	-	0.3 MeV	1.0	0.0004	0.0004	-	-	-
HNS ^{T0s1}	-	0 MeV	1.0	0.06	0.06	-	-	-
CNS	∞	0 MeV	0 MeV	-	-	-	-	-

* Die Bedeutung dieser Notation ist folgende, die erste Zahl bezeichnet die Baryondichte der unteren Begrenzung der Neutrinosphäre, z.B. $6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$, die zweite Zahl bezeichnet die Baryondichte der oberen Grenze, z.B. $6 \times 10^{-3} \text{ fm}^{-3}$.

- 3 s nach dem core bounce) durch den Beitrag der Leptonen dominiert wird. Bei einer Baryondichte von $n = 0.01 \text{ fm}^{-3}$ tragen sowohl thermische Effekte wie auch die hier in einem Protoneutronenstern eingeschlossenen Neutrinos zur Steigerung des Drucks um einen Faktor von $\sim 3 - 4$ bei, im Vergleich zur kalten Zustandsgleichung. Der Einfluß der Form der Neutrinosphäre auf die Zustandsgleichung ist durch die beiden Kurven $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s}2}$ und $\text{LPNS}_{\text{YL04}(64-22)}^{\text{s}2}$ ersichtlich. Die Temperatur hat den größten Einfluß auf das Modell für die Zeit bis ca. eine Sekunde nach dem core bounce, wo die Entropie pro Baryon etwa fünf in diesem Dichtebereich beträgt ($\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s}5\text{s}1}$).

Wenn man nun den weiteren Verlauf der Zustandsgleichungen für steigende Dichten betrachtet ist ersichtlich, daß die Temperaturabhängigkeit im Thomas-Fermi Modell immer weiter ansteigt. Im Bereich der größten Baryondichte die in einem stabilen Protoneutronenstern gefunden wird ($n \sim 1 - 1.2 \text{ fm}^{-3}$), sind der Druckanstieg durch thermische Effekte von der selben Größenordnung wie der Beitrag durch die Leptonen (siehe Abbildung 2.5). Dies ist aus den nahezu identischen Kurven der beiden Modelle $\text{HNS}^{\text{s}2}$ und $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s}1}$ ersichtlich.

Die Beiträge der Neutrinos sind durch folgende Beziehungen bestimmt: Für die Dichte n und die durchschnittliche Energie u der Neutrinos $y = \nu_e, \bar{\nu}_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$ gilt⁴:

$$n_y = \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^2}{1 + \exp(\frac{1}{T}(p - \mu_y))} dp \quad (2.36)$$

und

$$u_y = \frac{g}{2n_y\pi^2} \int_0^\infty \frac{p^3}{1 + \exp(\frac{1}{T}(p - \mu_y))} dp. \quad (2.37)$$

Die eingeschlossenen Elektron-Neutrinos und Elektron-Antineutrinos befinden sich im chemischen Gleichgewicht mit den Elektronen und Baryonen, d.h. $\mu_{\bar{\nu}_e} = -\mu_{\nu_e}$. Die chemischen Potentiale aller anderen Neutrinos sind Null, $\mu_x = 0$ (mit $x = \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$). Dies ist dadurch bedingt, daß die Leptonenzahl innerhalb einer Leptonenfamilie konserviert ist (in einem Protoneutronenstern ist die Anzahl der Myonen klein im Vergleich zur Elektronenanzahl, siehe Abschnitt 2.3.2. Aus diesem Grund werden die Myonen der Einfachheit halber im Thomas-Fermi Modell für Protoneutronensterne vernachlässigt). Der Faktor g bezeichnet den Spin-Entartungsfaktor und ist durch $g = 2s + 1$ mit dem Spin, s , der Teilchen verbunden. Da nur Neutrinos mit positiver Helizität und Antineutrinos mit negativer Helizität existieren⁵, ist der Spin-Entartungsfaktor für Neutrinos gleich Eins, im Gegensatz zu anderen Fermionen mit halbzahligem Spin, wo er zwei beträgt. Im Falle eines verschwindenden chemischen Potentials, führen die Gleichungen (2.36) und (2.37) zu einer nur von der Temperatur abhängigen Dichte:

$$n_x = 1.19 \times 10^{-8} T^3 \text{ MeV}^{-3} \text{ fm}^{-3} \quad (2.38)$$

⁴Die kürzlich gemachte Entdeckung, daß Neutrinos eine Masse besitzen (siehe *Fukuda et al.*, 1998) ändert diese Gleichungen nicht, da die Masse wesentlich kleiner als die durchschnittliche Energie der Neutrinos ist und deshalb vernachlässigt werden kann.

⁵Experimentell sind bis jetzt noch keine Neutrinos mit negativer Helizität oder Antineutrinos mit positiver Helizität nachgewiesen worden; Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung.

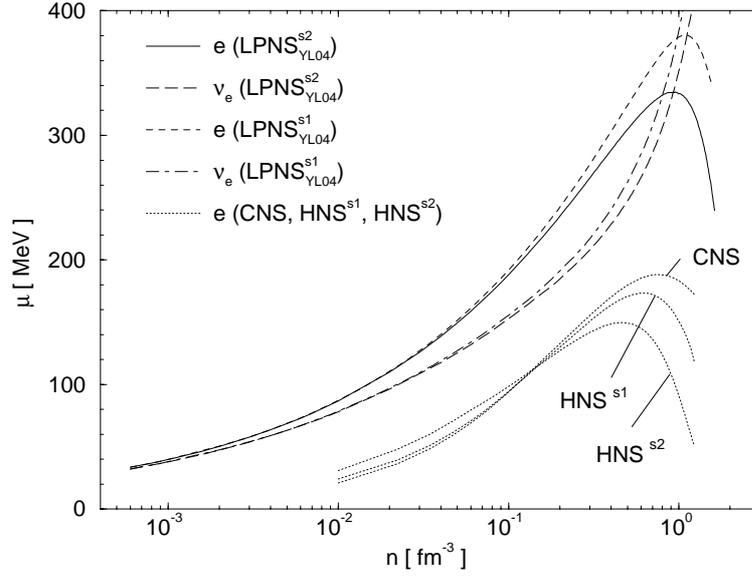


Abbildung 2.6: Chemisches Potential als Funktion der Baryonendichte der Elektronen und Elektron-Neutrinos für die Zustandsgleichungen $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{s1}$ und $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{s2}$. Die gepunkteten Kurven entsprechen den chemischen Potentialen der Elektronen der CNS, HNS^{s1} und HNS^{s2} Zustandsgleichungen.

und einer linear von der Temperatur abhängigen durchschnittlichen Energie der Neutrinos:

$$u_x = 3.15 T, \quad (2.39)$$

mit $x = \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau, \bar{\nu}_\tau$. Während die Elektron-Neutrinos eingeschlossen sind, besitzen sie ein sehr großes chemisches Potential ($\mu_{\nu_e} \gg T$; siehe Abbildungen 2.6 und 2.8). Deshalb kann nach Gleichungen (2.36) und (2.37) die Dichte und die durchschnittliche Energie der Elektron-Antineutrinos wie folgt genähert werden:

$$n_{\bar{\nu}_e} = \frac{T^3}{\pi^2} \exp\left(-\frac{\mu_{\nu_e}}{T}\right) \quad (2.40)$$

und

$$u_{\bar{\nu}_e} = \frac{3T^4}{n_{\bar{\nu}_e} \pi^2} \exp\left(-\frac{\mu_{\nu_e}}{T}\right). \quad (2.41)$$

Diese Näherungen führen zu einer einfachen linearen Abhängigkeit der durchschnittlichen Energie der Elektron-Antineutrinos:

$$u_{\bar{\nu}_e} = 3 T, \quad (2.42)$$

welche der durchschnittlichen Energie eines Teilchens in einem hochrelativistischen Boltzmann-Gas entspricht, d.h. die Elektron-Antineutrinos sind nicht entartet während sie eingeschlossen sind. In Abbildung 2.7 werden die durchschnittlichen Energien der Neutrinos der $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{s2}$ Zustandsgleichung aufgezeigt. Die chemischen Potentiale der Elektronen und Elektron-Neutrinos für verschiedene Zustandsgleichungen sind aus Abbildung 2.6 ersichtlich.

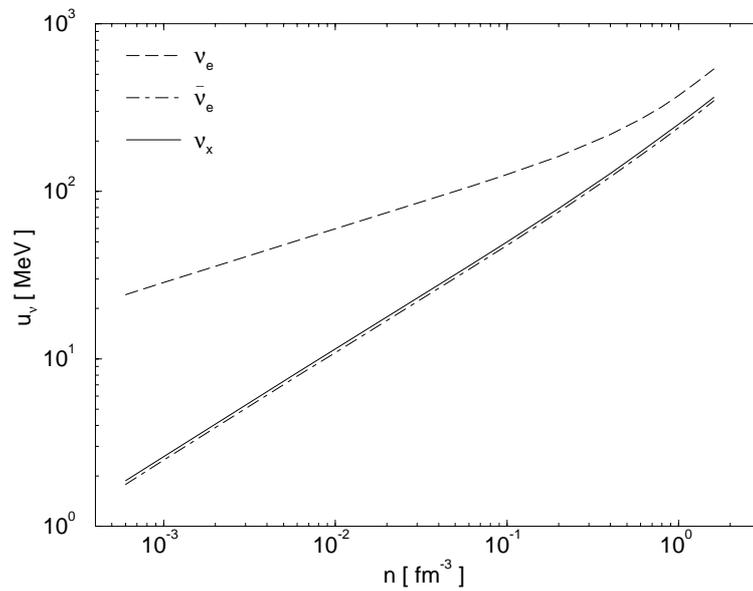


Abbildung 2.7: Durchschnittliche Energie der Neutrinos als Funktion der Baryonendichte für die verschiedenen Arten von Neutrinos der $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s2}}$ Zustandsgleichung für Baryonendichten größer als $6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$ ($\nu_x = \nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau$ und $\bar{\nu}_\tau$).

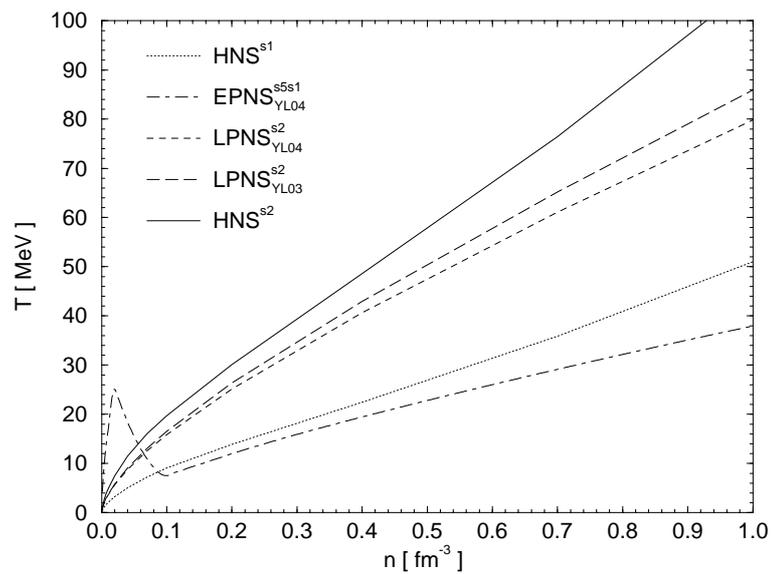


Abbildung 2.8: Temperatur als Funktion der Baryonendichte für verschiedene Zustandsgleichungen von (Proto-)Neutronensternen.

Aus Abbildung 2.7 ist ersichtlich, warum die Neutrinos bei der Entstehung des Protoneutronensterns als eingeschlossen angesehen werden können. Betrachten wir hierzu die mittlere freie Weglänge, λ , der Neutrinos:

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma}, \quad (2.43)$$

worin n die Baryonenanzahldichte und σ den Wirkungsquerschnitt der Neutrinos auf nichtrelativistische Nukleonen bedeuten. Der Wirkungsquerschnitt kann wie folgt angegeben werden (siehe *Raffelt, 1996*):

$$\sigma \approx 1.7 \times 10^{-42} \left(\frac{u_\nu}{10 \text{ MeV}} \right)^2 \text{ cm}^2. \quad (2.44)$$

Daraus ergibt sich z.B. bei Kernmateriedichte eine mittlere freie Weglänge für die Neutrinos, welche dort eine mittlere Energie zwischen 70 und 150 MeV besitzen, von ca. 20 bis 75 cm. Hieraus kann nun die durchschnittliche Diffusionszeit der Neutrinos abgeschätzt werden (siehe *Raffelt, 1996*):

$$\tau \approx \frac{R^2}{\lambda}, \quad (2.45)$$

(R bezeichnet den Sternradius) d.h. die durchschnittliche Diffusionszeit beträgt ca. 5 - 10 s. Da sich der Protoneutronenstern zu Beginn auf einer Zeitskala von ca. 100 ms entwickelt, können die Neutrinos zu dieser Zeit als eingeschlossen gelten.

Abbildung 2.8 zeigt die Dichteabhängigkeit der Temperatur für verschiedene Zustandsgleichungen. Der Temperaturabfall in der Übergangsregion zwischen der heißen, geschockten Hülle ($n < 0.02 \text{ fm}^{-3}$) und dem nicht geschockten Kern ($n > 0.1 \text{ fm}^{-3}$) des Protoneutronensterns 0.1 - 1 s nach dem core bounce (EPNS^{s5s1}_{YL04}) ist deutlich zu erkennen (siehe *Burrows & Lattimer, 1986*; *Burrows et al., 1995*). Die Temperatur steigt mit steigender Entropie pro Baryon und sinkt mit steigender Leptonenkonzentration, dies wird durch die Angleichung der Anzahl der verschiedenen Teilchensorten verursacht (siehe *Prakash et al., 1997*). Die maximalen Temperaturen welche in Protoneutronensternen und heißen Neutronensternen erreicht werden, liegen zwischen 80 und 120 MeV (siehe Abbildung 2.8 und Tabelle 3.3). Die Temperatur welche in Protoneutronensternen und heißen Neutronensternen mit einer typischen Masse von $1.5M_\odot$ erreicht wird, liegt zwischen 20 und 40 MeV (siehe Tabelle 3.1).

Abbildung 2.9 zeigt die Entropie pro Baryon für symmetrische Kernmaterie. Das Verhalten der Entropie stimmt mit den experimentellen Daten überein, welche durch Schwerionenkollisionen bestimmt wurden (vergleiche mit Abbildung 6 aus *Das et al. (1992)*, siehe auch *Jacak et al. (1983)*). Damit erscheint das hier beschriebene Modell realistisch. Weiterhin ist aus der Abbildung zu erkennen, daß die Entropie pro Baryon nur für niedrige Temperaturen (abhängig von der Baryondichte) linear steigt. Bei höheren Temperaturen gewinnen Terme höherer Ordnung an Gewicht (dieser Punkt wird in Abschnitt 3.2 ausführlich diskutiert). Deshalb ist es notwendig, die Temperaturabhängigkeit der Zustandsgleichung exakt zu berechnen, um bessere Aussagen über die Effekte treffen zu können, welche durch die Temperatur entstehen.

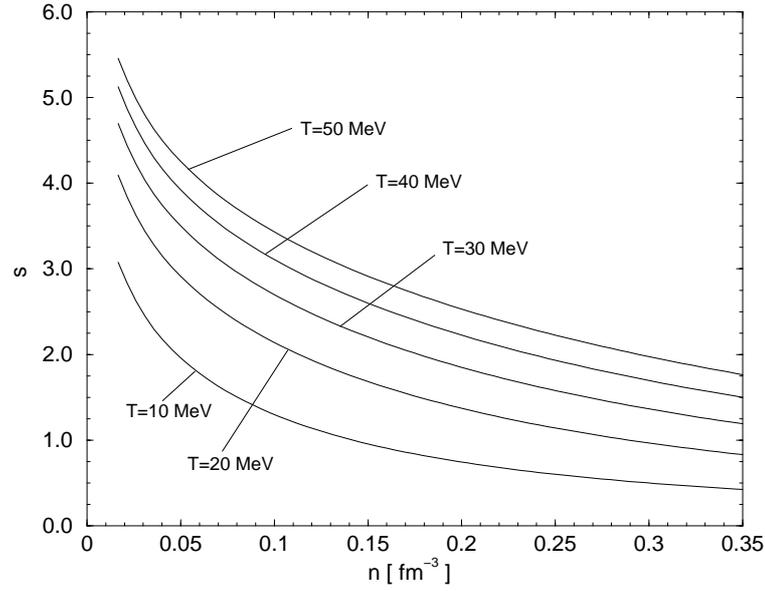


Abbildung 2.9: Entropie pro Baryon als Funktion der Baryondichte für symmetrische Kernmaterie bei verschiedenen Temperaturen.

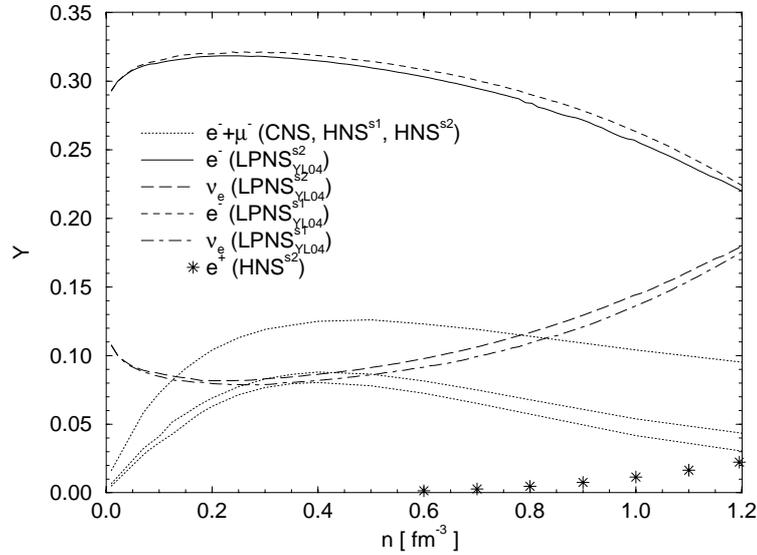


Abbildung 2.10: Leptonenkonzentration als Funktion der Baryondichte für verschiedene Zustandsgleichungen. Die Leptonenkonzentration der unphysikalischen $LPNS_{YL04}^{s0}$ Zustandsgleichung ist nahezu identisch mit der $LPNS_{YL04}^{s1}$ Zustandsgleichung und wird aus diesem Grunde nicht gezeigt. Die untere gepunktete Kurve entspricht der Summe der Elektronenkonzentration und der Myonenkonzentration in einem kalten Neutronenstern, die mittlere gepunktete Kurve der HNS^{s1} Zustandsgleichung und die obere gepunktete Kurve der HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die Sterne zeigen die Positronenkonzentration der HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die Positronenkonzentration aller anderen Zustandsgleichungen liegt unterhalb des Auflösungsvermögens der Abbildung.

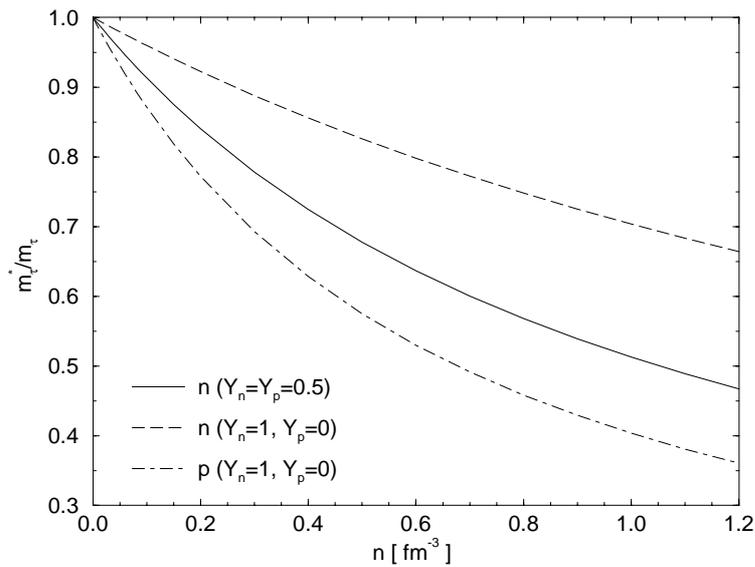


Abbildung 2.11: Effektive Masse der Neutronen und Protonen als Funktion der Baryonendichte. Die durchgezogene Kurve entspricht der effektiven Masse der Neutronen und Protonen in symmetrischer Kernmaterie (die Differenz der Werte für Neutronen und Protonen sind verschwindend gering). Die lang gestrichelte Kurve zeigt die effektive Masse von Neutronen in reiner Neutronenmaterie. Die strichpunktierte Kurve entspricht der effektiven Masse von Protonen, welche in reine Neutronenmaterie gebracht werden.

Die Konzentrationen der Elektronen und Elektron-Antineutrinos für die Zustandsgleichungen mit konstanter Leptonenkonzentration ($\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s1}}$ und $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s2}}$) werden in Abbildung 2.10 gezeigt. Die Leptonenkonzentration der unphysikalischen $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s0}}$ Zustandsgleichung ist nahezu identisch mit der $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s1}}$ Zustandsgleichung und wird aus diesem Grunde in Abbildung 2.10 nicht gezeigt. In diesen Fällen sind die Konzentrationen der Elektronen (29 – 32%) und Elektron-Neutrinos (8 – 11%) nahezu konstant in einem weiten Dichtebereich. Die Elektronenkonzentration sinkt im Thomas-Fermi Modell für Baryonendichten oberhalb von $n = 0.7 \text{ fm}^{-3}$, da die Symmetrieenergie in dem Modell für Baryonendichten $n > 0.4 \text{ fm}^{-3}$ absinkt (Strobel *et al.*, 1997). Nichtrelativistische Zustandsgleichungen welche mit Variationsprinzipien berechnet werden, verhalten sich ähnlich in dieser Hinsicht. Die Symmetrieenergie, welche durch nichtrelativistische und relativistische Brückner-Bethe oder Hartree Rechnungen erhalten wird, zeigt indes einen monotonen Anstieg mit steigender Baryonendichte (siehe z.B. Strobel *et al.*, 1997). Für die Temperaturabhängigkeit ergibt sich: Steigende Temperatur verursacht einen leichten Anstieg (Abfall) der Elektronenkonzentration (Elektron-Neutrinoenkonzentration) (vergleiche mit Takatsuka *et al.*, 1994). Demgegenüber zeigt die Elektronen- und Myonenkonzentration eine, in erster Näherung, quadratischen Anstieg mit der Temperatur (siehe Abbildung 2.10 und Keil & Janka, 1995).

Die effektiven Massen, m_i^*/m_τ , von Neutronen und Protonen für symmetrische kalte Kernmaterie und reine Neutronenmaterie werden in Abbildung 2.11 gezeigt.

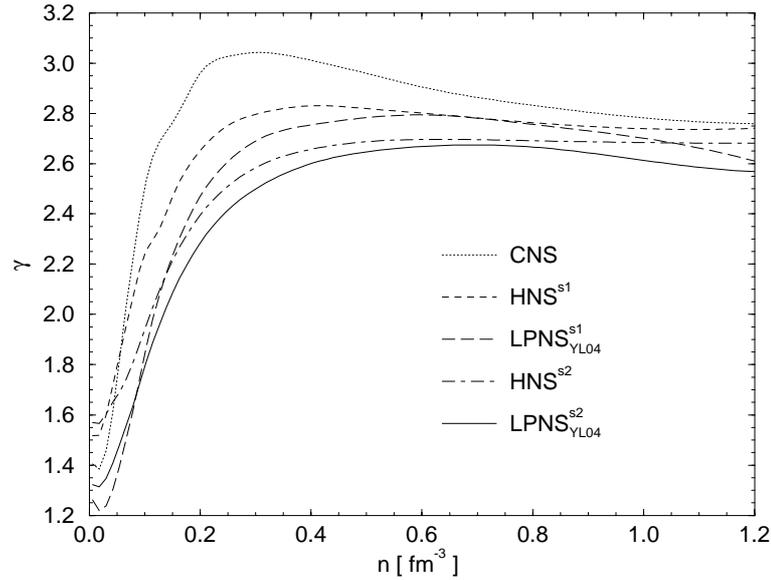


Abbildung 2.12: Adiabatenexponent als Funktion der Baryondichte für verschiedene Zustandsgleichungen.

In dem hier verwendeten Thomas-Fermi Modell ergeben sich die effektiven Massen der Neutronen und Protonen in symmetrischer Kernmaterie bei Sättigungsdichte zu $m_\tau^*/m_\tau = 0.867$. Dies ergibt eine gute Übereinstimmung mit den experimentell gefundenen Werten (siehe z.B. *Bauer et al.*, 1982). In Falle von reiner Neutronenmaterie steigt die effektive Neutronenmasse auf einen Wert von $m_n^*/m_n = 0.935$ bei Sättigungsdichte, währenddessen die effektive Masse der Protonen auf einen Wert von $m_p^*/m_p = 0.808$ fällt.

Der Adiabatenexponent γ :

$$\gamma = \left. \frac{d \ln P}{d \ln n} \right|_s = \left. \frac{n}{P} \frac{dP}{dn} \right|_s, \quad (2.46)$$

wird in Abbildung 2.12 für verschiedene Zustandsgleichungen gezeigt. Der Adiabatenexponent fällt für steigende Temperatur und steigende Leptonenkonzentration für Baryondichten um und oberhalb von Kernmateriedichte. Der starke Anstieg des Adiabatenexponenten γ in der Nähe von Kernmateriedichte ist für den core bounce des kollabierenden Eisenkerns des Vorläufersterns verantwortlich und damit für die anschließende Supernovaexplosion (siehe z.B. *Shapiro & Teukolsky*, 1983).

Die Schallgeschwindigkeit v_s (in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit):

$$v_s = \sqrt{\frac{dP}{d\varepsilon}} = \sqrt{\gamma \frac{P}{\varepsilon + P}}, \quad (2.47)$$

ist in Tabelle 2.8 für verschiedene Zustandsgleichungen tabelliert. Die Schallgeschwindigkeit v_s steigt mit der Dichte bis nahezu Lichtgeschwindigkeit für die massereichsten Neutronensterne einer Sequenz. Trotzdem bleibt sie immer unterhalb der Lichtgeschwindigkeit, d.h. alle Zustandsgleichungen des Thomas-Fermi

Modells für (Proto-)Neutronensterne sind kausal. Im Gegensatz zu den Resultaten von *Goussard et al.* (1998) steigt im Thomas-Fermi Modell die Schallgeschwindigkeit mit der Temperatur und steigender Leptonenkonzentration bei festgehaltener Baryondichte. Dieser Unterschied ist wahrscheinlich durch die geringere Temperaturabhängigkeit der Zustandsgleichung von *Lattimer & Swesty* (1991) bedingt (siehe Diskussion in *Strobel et al.*, 1999a).

Tabelle 2.8: Die Schallgeschwindigkeit als Funktion der Baryondichte im Bereich um und oberhalb von Kernmateriedichte für verschiedene Zustandsgleichungen des Thomas-Fermi Modells. Die Bedeutung der Abkürzungen ist in Tabelle 2.7 nachzulesen. Der größte Wert für die Schallgeschwindigkeit wird für die kalte Zustandsgleichung des massereichsten Neutronensterns gefunden, mit $v_s = 0.964$ (in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit) bei einer Dichte von n_c^{max} (CNS) = 1.246 fm^{-3} .

EOS	$n \text{ [fm}^{-3}\text{]}$										
	0.02	0.06	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	
LPNSS _{YL04} ^{s2}	0.1242	0.1627	0.2067	0.3270	0.4411	0.5434	0.7089	0.8276	0.9055	0.9594	
LPNSS _{YL04} ^{s1}	0.1046	0.1320	0.1737	0.2968	0.4172	0.5240	0.7008	0.8257	0.9113	0.9617	
HNSS ^{s2}	0.1011	0.1473	0.1917	0.3128	0.4280	0.5305	0.6963	0.8176	0.9073	0.9750	
HNSS ^{s1}	0.0684	0.1095	0.1559	0.2735	0.3905	0.4962	0.6665	0.7921	0.8862	0.9606	
CNS	0.0507	0.0807	0.1255	0.2469	0.3699	0.4802	0.6569	0.7863	0.8812	0.9543	

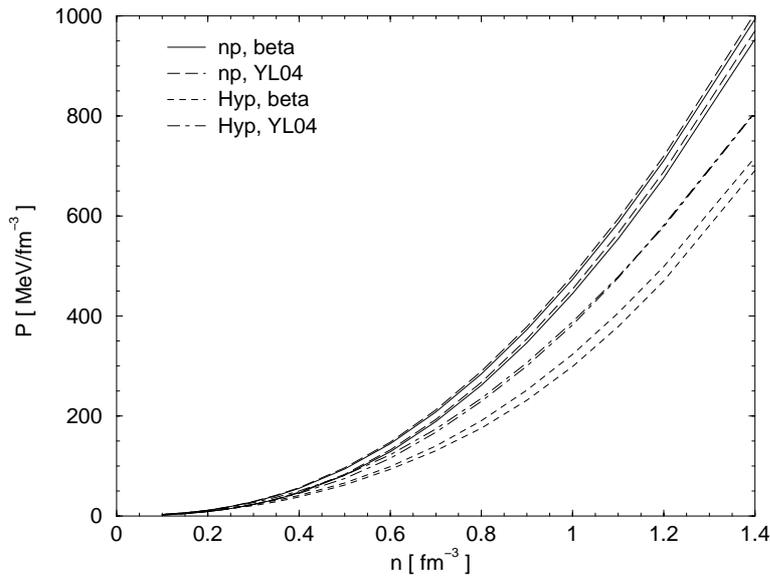


Abbildung 2.13: Druck als Funktion der Baryondichte für das GM3 Modell. Die durchgezogenen Kurven entsprechen der kalten Zustandsgleichung (untere Kurve) und der Zustandsgleichung mit $s = 2$ (obere Kurve) im β -Gleichgewicht ohne Hyperonen (gestrichelte Kurven entsprechend mit Hyperonen). Die lang gestrichelten Kurven entsprechen der kalten Zustandsgleichung (untere Kurve) und der Zustandsgleichung mit $s = 2$ und $Y_1 = 0.4$ (obere Kurve) ohne Hyperonen (strichpunktierte Kurven entsprechend mit Hyperonen).

2.3.2 Relativistisches Hartree Modell

Um einen möglichst großen Bereich abzudecken, werden hier drei verschiedene Parametrisierungen für das Hartree Modell verwendet, siehe Tabelle 2.3. Diese Wahl wurde getroffen, um zu zeigen, wie und ob anhand von Beobachtungsdaten von Neutronensternen eine Einschränkung an die Parametersätze gegeben werden kann. Die Abbildungen 2.13, 2.14 und 2.15 zeigen den Druck für die GM3, GM1 und NL1 Parametersätze für verschiedene Zustandsgleichungen.

Die Hartree Modelle mit Hyperonen enthalten außer Neutronen und Protonen folgende Hyperonen und Delta-Resonanzen: Λ , Σ^- , Σ^0 , Σ^+ , Ξ^- , Ξ^0 , Δ^- , Δ^0 , Δ^+ , Δ^{++} (die Delta-Resonanzen sind im NL1 Modell nicht enthalten, da sie in dieser Parametrisierung erst bei sehr großen Dichten entstehen, was später in diesem Abschnitt näher erklärt wird). Die Kopplungsstärke der Hyperonen wurde hier der Einfachheit halber gleich der für Nukleonen gewählt (universale Kopplung). Diese Einschränkung hat keinen Einfluß auf die minimale Masse von Neutronensternen, wie in Abschnitt 3.6 gezeigt wird. Der Einfluß auf die maximale Masse dagegen ist groß, zur Diskussion dieses Sachverhaltes verweisen wir hier auf die Arbeiten von *Huber et al.* (1998) und *Huber* (1999) wo dieser Punkt für eine große Zahl von Kopplungsstärken diskutiert wird. Die hier getroffene Wahl ist aber insofern berechtigt, da die wahre Kopplungsstärke zwischen Nukleonen und Hyperonen weitgehend unbekannt ist und auch ein erster Ansatz gewonnen werden kann wie steif

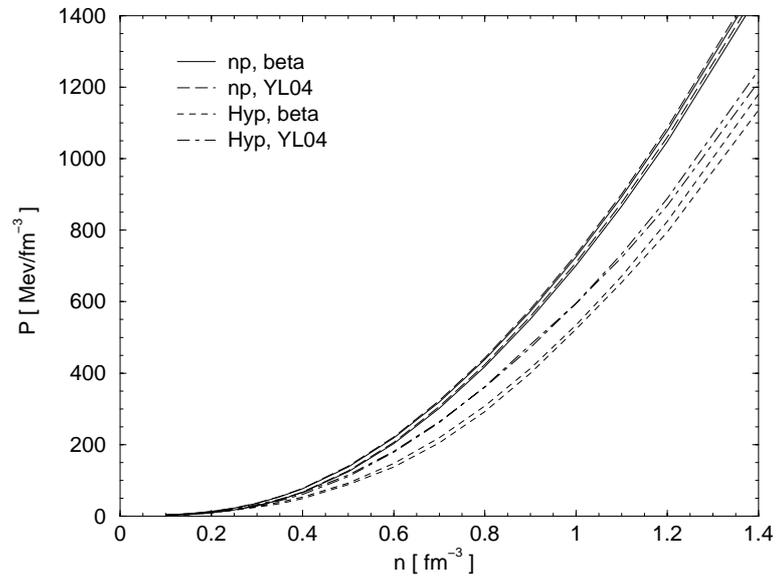


Abbildung 2.14: Druck als Funktion der Baryonendichte für das GM1 Modell. Zur Erklärung der Kurven siehe Abbildung 2.13.

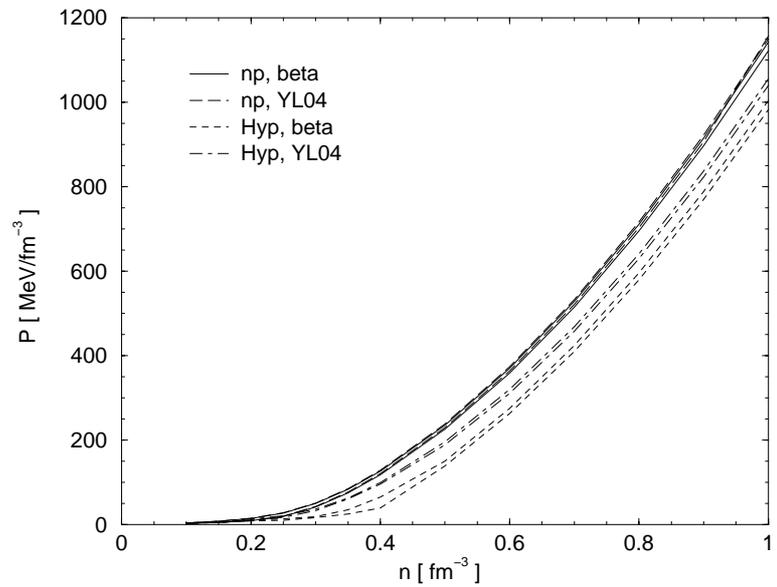


Abbildung 2.15: Druck als Funktion der Baryonendichte für das NL1 Modell. Zur Erklärung der Kurven siehe Abbildung 2.13.

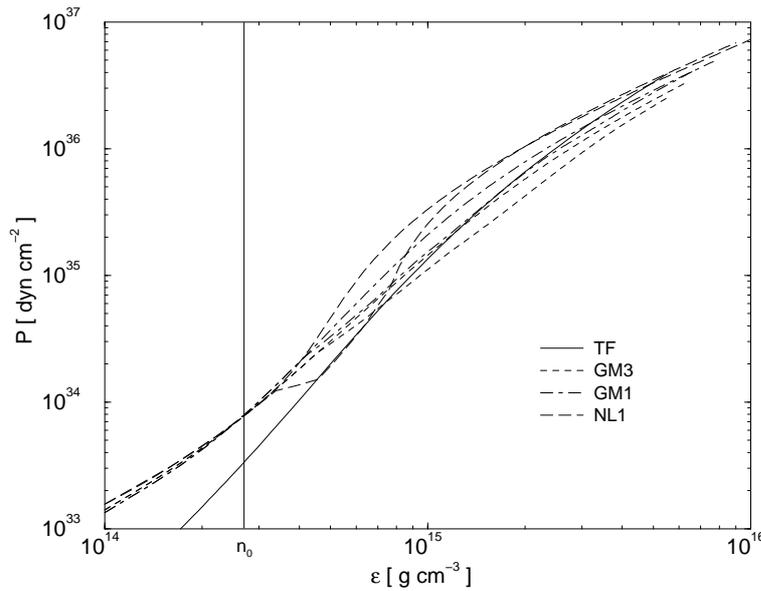


Abbildung 2.16: Druck als Funktion der Energiedichte für die verschiedenen Modelle für kalte Zustandsgleichungen im β -Gleichgewicht. Bei den Hartree Parametrisierungen entsprechen die unteren Kurven den Zustandsgleichungen mit Hyperonen, die oberen Kurven den Zustandsgleichungen ohne Hyperonen.

eine Zustandsgleichung sein muß, um die Beobachtungsdaten erklären zu können.

Wie zu erwarten war, führt der NL1 Parametersatz zur steifsten Zustandsgleichung, d.h. größter Druckanstieg bei steigender Energiedichte (Abbildungen 2.16), da das Verhalten bei großer Dichte durch die Größe der Kopplungsstärke des ω -Mesons bestimmt wird (siehe Tabelle 2.3). Dies gilt, obwohl die NL1 Parametrisierung die niedrigste Kompressibilität bei Sättigungsdichte hat. Hierbei ist zu beachten, daß die Kompressibilität nur die Steifheit der Zustandsgleichung bei Sättigungsdichte beschreibt, bei höheren Dichten sind die zweite und dritte Ableitung der Kompressibilität mit zu betrachten, siehe z.B. *Ramschütz et al.* (1990).

Die Abbildungen 2.17, 2.18 und 2.19 zeigen die Temperatur für die GM3, GM1 und NL1 Parametersätze für verschiedene Zustandsgleichungen. Es zeigt sich, daß bei konstanter Entropie pro Baryon die Temperatur für steifere Zustandsgleichungen höher ist als für weichere Zustandsgleichungen. Berachten wir hierzu Gleichung (3.2), wo in erster Näherung der Zusammenhang zwischen der Entropie pro Baryon und der Temperatur beschrieben wird. Hieraus ist zu erkennen, daß die Entropie pro Baryon in erster Näherung linear von der Temperatur und der effektiven Masse der Teilchen abhängt. Da die effektive Masse (siehe Abbildung 2.20) für steife Zustandsgleichungen niedriger ist, ist die Temperatur höher bei konstanter Entropie pro Baryon. An dieser Stelle ist anzumerken, daß obwohl im Thomas-Fermi Modell die effektive Masse (Abbildung 2.11) am größten ist, ist die Temperatur (Abbildung 2.8) dennoch höher als für die Hartree Modelle. Dieser Effekt rührt von der Impulsabhängigkeit in Gleichung (3.2) her, da im nichtrelativistischen Thomas-Fermi Modell die Asymmetrie zwischen Neutronen und Protonen sehr viel größer ist als bei den relativistischen Hartree Modellen.

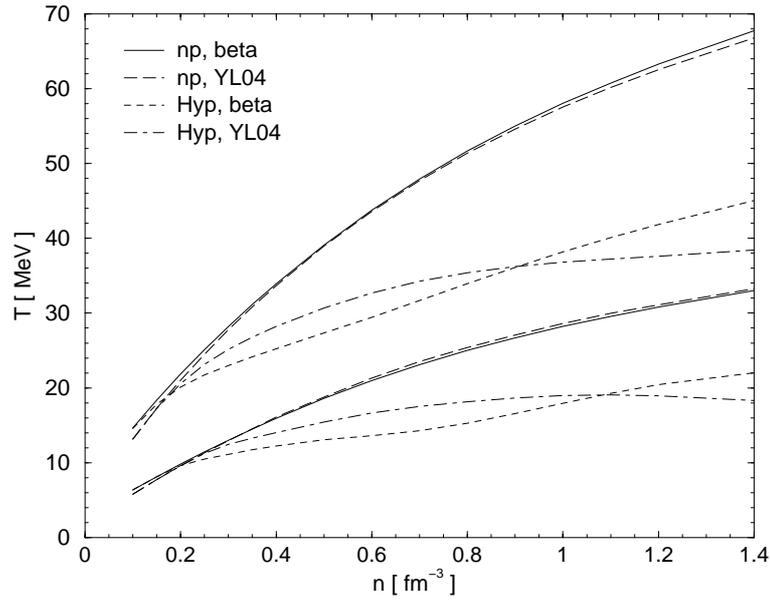


Abbildung 2.17: Temperatur als Funktion der Baryondichte für das GM3 Modell. Die durchgezogenen Kurven entsprechen der $s = 1$ Zustandsgleichung (untere Kurve) und der Zustandsgleichung mit $s = 2$ (obere Kurve) im β -Gleichgewicht ohne Hyperonen (gestrichelte Kurven entsprechend mit Hyperonen). Die lang gestrichelten Kurven entsprechen der Zustandsgleichung mit $s = 1$ und $Y_1 = 0.4$ (untere Kurve) und der Zustandsgleichung mit $s = 2$ und $Y_1 = 0.4$ (obere Kurve) ohne Hyperonen (strichpunktierte Kurven entsprechend mit Hyperonen).

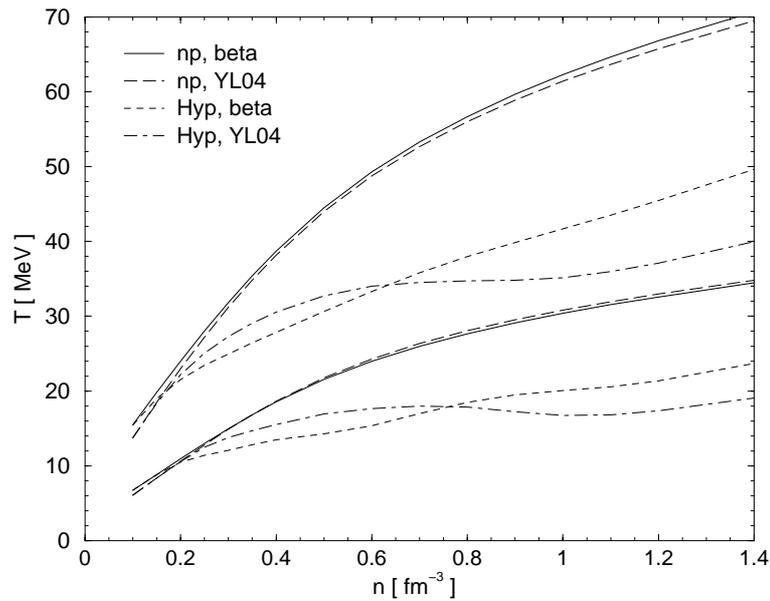


Abbildung 2.18: Temperatur als Funktion der Baryondichte für das GM1 Modell. Zur Erklärung der Kurven siehe Abbildung 2.17.

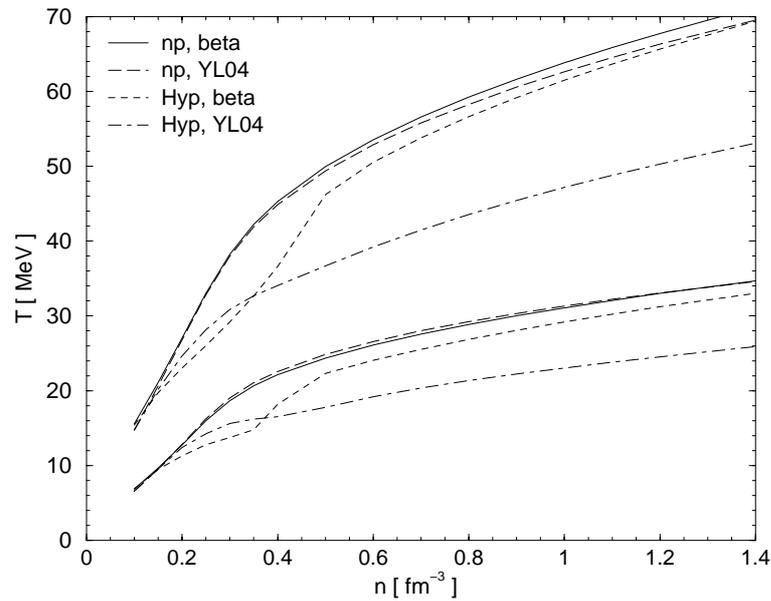


Abbildung 2.19: Temperatur als Funktion der Baryondichte für das NL1 Modell. Zur Erklärung der Kurven siehe Abbildung 2.17.

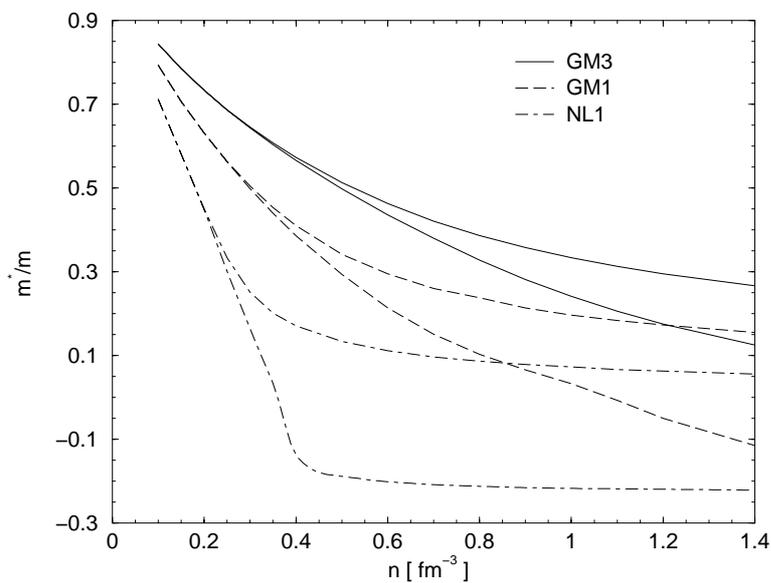


Abbildung 2.20: Effektive Masse als Funktion der Baryondichte für kalte Zustandsgleichungen der GM3, GM1 und NL1 Modelle. Die jeweils obere Kurve entspricht der Zustandsgleichung ohne Hyperonen, die untere Kurve der Zustandsgleichung mit Hyperonen, jeweils im β -Gleichgewicht.

Diese Impulsabhängigkeit wirkt dem Effekt der von der effektiven Masse her rührt entgegen.

Weiterhin ist zu erkennen, daß die Hinzunahme von Hyperonen die Temperatur sehr stark absinken läßt. Der Effekt ist sogar so stark, daß durch das Auftreten der Delta-Resonanzen bei dem GM3 und dem GM1 Modell negative Temperaturgradienten bei steigender Dichte entstehen. Das NL1 Modell zeigt dieses Verhalten nicht, da hier die Delta-Resonanzen erst bei sehr großen Dichten auftreten und deshalb nicht in die Berechnung aufgenommen wurden. Die hier gezeigten Ergebnisse sind vergleichbar mit denen aus *Pons et al. (1999)*.

Betrachtet man nun die effektiven Massen der Nukleonen (Abbildung 2.20), ist zu erkennen, daß diese für steigende Baryondichte monoton absinkt und, wie schon erwähnt, daß die effektiven Massen für steifere Zustandsgleichungen niedriger sind als für weichere Zustandsgleichungen. Dies folgt direkt aus der Definition der Teilchenenergie an der Fermikante und der Definition der effektiven Masse, wobei die Nukleonenmasse um einen Faktor reduziert ist, der proportional zum Quadrat der Kopplungskonstanten des σ -Mesons, g_σ , ist und proportional zu skalaren Dichte, ρ_s , der Nukleonen (siehe *Serot & Walecka, 1986*). Bei der NL1 Parametrisierung führt die große σ -Kopplung zu negativen Werten der effektiven Masse für die Zustandsgleichung mit Hyperonen. Dies führt zu einigen Problemen in der Anwendbarkeit dieser Parametrisierung bei hohen Dichten, aber da es hier in dieser Arbeit speziell auf die Zustandsgleichung ankommt und im Druck und der Energiedichte nur quadratische Terme der effektiven Masse vorkommen, sind diese Probleme vernachlässigbar (zur näheren Diskussion dieser Problematik siehe *Schaffner & Mishustin, 1996*). Die Temperaturabhängigkeit der effektiven Masse ist relativ gering, siehe Abbildung 2.21, sie steigt z.B. bei Sättigungsdichte im GM3 Modell um weniger als 3 % im relevanten Temperaturbereich an. Dieses Ergebnis ist vergleichbar mit denen von *Jetter (1990)*, wo sich aber zeigt, daß bei noch höherer Temperatur ($T > 150$ MeV) die effektive Masse wieder absinkt. Dies hat aber keinen Einfluß auf Neutronensterne, da hier so hohe Temperaturen ($T \leq 120.6$ MeV) nicht erreicht werden (siehe Tabelle 3.3).

In den Abbildungen 2.22 bis 2.24 (Abbildungen 2.25 bis 2.27) wird die Zusammensetzung der Materie der verschiedenen Parametrisierungen mit (ohne) Hyperonen gezeigt. Es werden auch unphysikalische Zustandsgleichungen mit $T = 0$ und konstanter Leptonenzahl aufgeführt, um Effekte zu erkennen, welche von der Temperatur oder der konstanten Leptonenzahl herrühren.

Betrachtet man nun die Zusammensetzung der Materie von Protoneutronensternen und Neutronensternen, ist folgendes zu erkennen: Die Entstehung von Hyperonen wird in Protoneutronensternen durch die hohe Leptonenzahl unterdrückt (siehe auch *Prakash et al., 1997; Pons et al., 1999*). Dies ist z.B. für das GM3 Modell an Abbildung 2.22, welche dem ersten Stadium eines Protoneutronensterns mit $s = 1$ und $Y_1 = 0.4$ entspricht, und Abbildung 2.22, ohne eingeschlossene Neutrinos, zu erkennen. Mit eingeschlossenen Neutrinos liegt die relative Elektronenzahl zwischen 30 % und 40 %, während ohne eingeschlossene Neutrinos die relative Leptonenzahl (e^- und μ^-) bei hoher Baryondichte unter 10 % absinkt. Ohne Hyperonen ist dieses Verhalten der Leptonen ähnlich (siehe z.B. Abbildung 2.25), außer daß

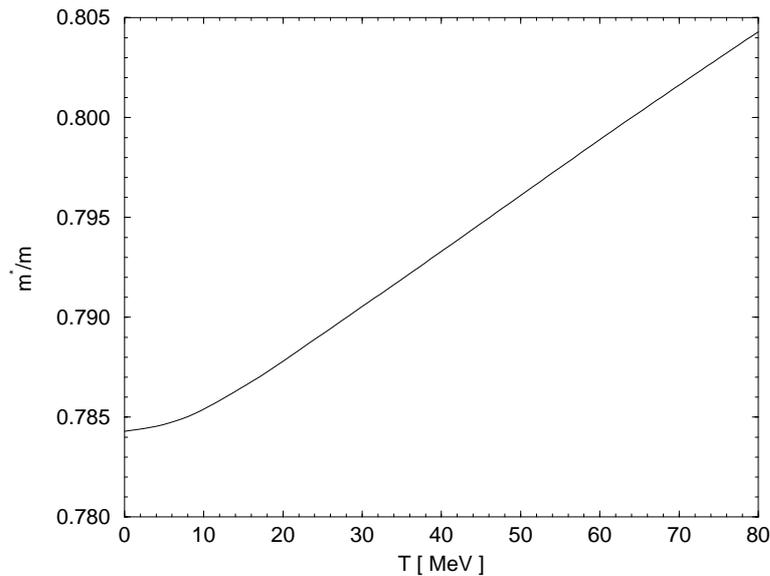


Abbildung 2.21: Effektive Masse der Neutronen und Protonen als Funktion der Temperatur für das GM3 Modell für symmetrische Kernmaterie bei Sättigungsdichte (die Differenz der Werte für Neutronen und Protonen ist verschwindend gering).

hier ohne eingeschlossene Neutrinos die Leptonenzahl ca. 20 % beträgt und bei steigender Dichte ansteigt, nicht absinkt, da hier keine negativ geladenen Hyperonen enthalten sind, welche die Ladung der Elektronen und Myonen übernehmen können. Weiterhin entstehen aufgrund der Leptonenzahlerhaltung, da diese für jede Leptonenfamilie einzeln gilt⁶, kaum Myonen im frühen Stadium.

Da ein kalter Neutronenstern mit Hyperonen weniger Leptonen enthält als einer ohne Hyperonen (vergleiche z.B. Abbildungen 2.22 und 2.25), müssen den Stern bei gleicher Masse mehr Neutrinos verlassen um die Leptonenzahl zu senken. Dieser Unterschied in der Neutrinozahl kann dazu dienen zu entscheiden, ob Neutronensterne Hyperonen enthalten oder nicht. Denn falls eine zukünftige Supernova nicht zu weit von der Erde entfernt sein sollte, kann dieser Unterschied in der Neutrinozahl in Detektoren (wie z.B. Super-Kamiokande) eindeutig nachgewiesen werden (siehe *Pons et al.*, 1999). Zur weiteren Diskussion, siehe Abschnitt 3.4.

Der Hyperonenanteil an der Baryondichte steigt mit der Temperatur und der Steifheit der Zustandsgleichung, siehe Tabelle 2.9. Dies gilt sowohl für das β -Gleichgewicht wie auch für den Fall, daß die Neutrinos eingeschlossen sind. Dieses Verhalten wird in beiden Fällen durch die größere Teilchenenergie verursacht, da dann mehr Hyperonen entstehen können. Eine Ausnahme bildet der hochdichte Bereich der NL1 Parametrisierung im β - Gleichgewicht, wo der Hyperonenanteil

⁶Diese Aussage gilt auch für Neutrinos die eine Ruhemasse haben, welche kürzlich am Super-Kamiokande Detektor nachgewiesen wurde (siehe *Fukuda et al.*, 1998). Die gefundene Obergrenze der Neutrinomassen ist zu klein um nennenswerte Neutrino-Oszillationen während der ersten Sekunden nach dem Kollaps zuzulassen, siehe Diskussion in Abschnitt 9.5.3 in *Raffelt* (1996) und *Hannestad et al.* (2000).

Tabelle 2.9: Relativer Hyperonenanteil an der Baryondichte. Es werden die Werte für verschiedene Zustandsgleichungen der Hartree Modelle bei den Baryondichten $n = 0.25 \text{ fm}^{-3}$ und $n = 1.0 \text{ fm}^{-3}$ aufgeführt.

Zustandsgleichung	$n \text{ [fm}^{-3}\text{]}$	GM3 _{HYP}	GM1 _{HYP}	NL1 _{HYP}
$T = 0, \beta\text{-Gleichgewicht}$	0.25	0	0.026	0.181
$s = 2, \beta\text{-Gleichgewicht}$	0.25	0.075	0.103	0.224
$T = 0, Y_1 = 0.4$	0.25	0	0	0.051
$s = 2, Y_1 = 0.4$	0.25	0.021	0.028	0.099
$T = 0, \beta\text{-Gleichgewicht}$	1.0	0.571	0.699	0.809
$s = 2, \beta\text{-Gleichgewicht}$	1.0	0.580	0.740	0.799
$T = 0, Y_1 = 0.4$	1.0	0.288	0.479	0.566
$s = 2, Y_1 = 0.4$	1.0	0.354	0.554	0.566

leicht mit der Temperatur absinkt. Dies ist durch den Umstand bedingt, daß der Neutronen- und Protonenanteil (siehe Abbildung 2.24) bei hohen Dichten wieder ansteigt, da dann die Massendifferenz zu den Hyperonen eine geringere Rolle spielt und daß im NL1 Modell Delta-Resonanzen erst bei noch größeren Dichten auftreten. Die Baryondichte ab welcher die Delta-Resonanzen auftreten, wird durch die Größe der Kopplungskonstante für das ρ -Meson beeinflusst (*Huber, 1999*). Dies ist deutlich am Unterschied der Dichte, bei welcher die Delta-Resonanzen im GM3 Modell (Abbildung 2.22) und GM1 Modell (Abbildung 2.23) auftreten, zu erkennen. Da im GM3 Modell die Kopplungskonstante des ρ -Mesons (siehe Tabelle 2.3) größer im GM1 Modell ist, treten Delta-Resonanzen später auf. Im NL1 Modell ist der Wert für die Kopplungskonstante noch größer, was dazu führt, daß die Delta-Resonanzen im relevanten Dichtebereich gar nicht auftreten.

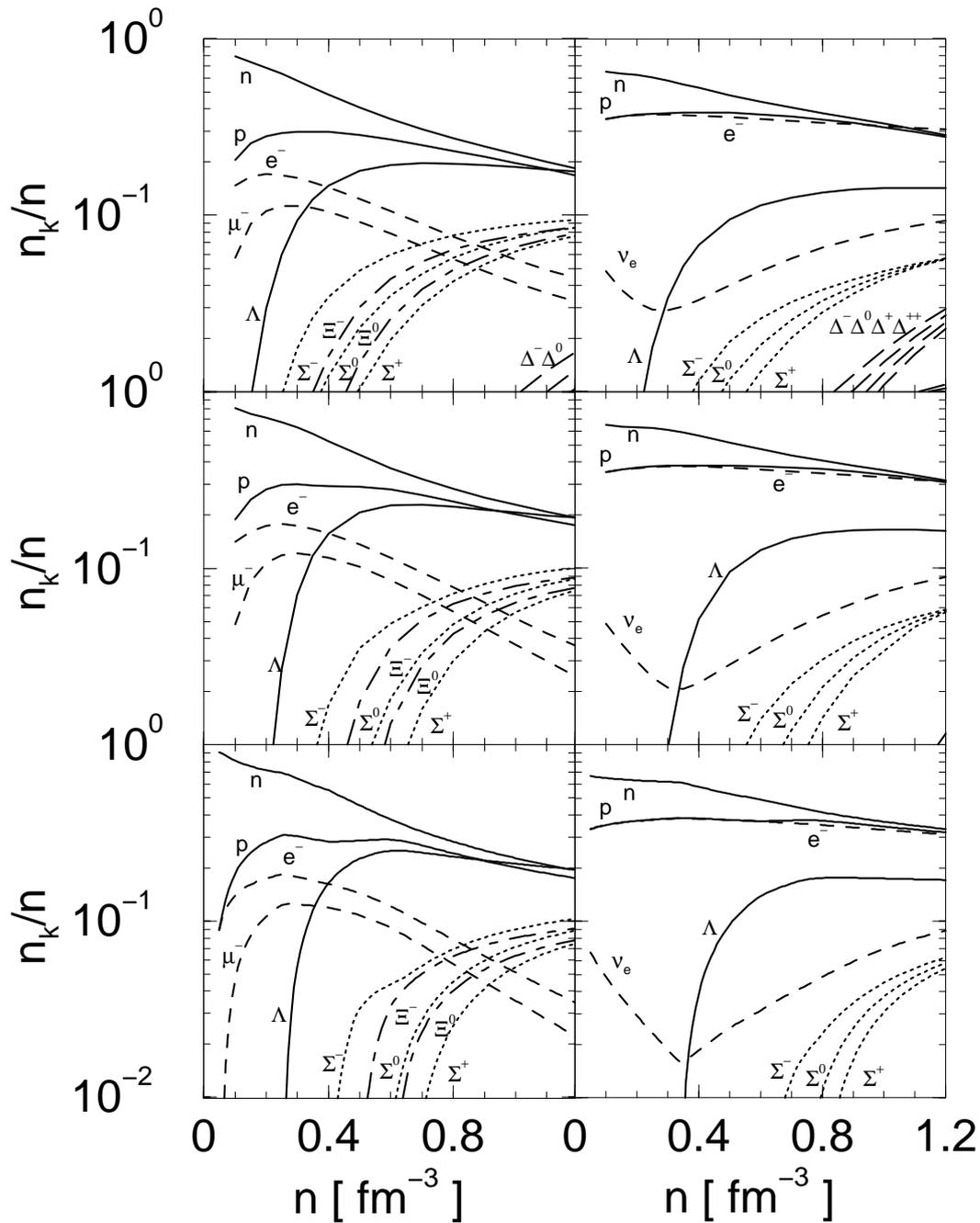


Abbildung 2.22: Relative Teilchenzahl als Funktion der Baryonendichte für das GM3 Modell mit Hyperonen, für die Zustandsgleichungen (von unten nach oben) $T = 0$, $s = 1$ und $s = 2$ im β -Gleichgewicht (linke Spalte) und für $Y_1 = 0.4$ (rechte Spalte).

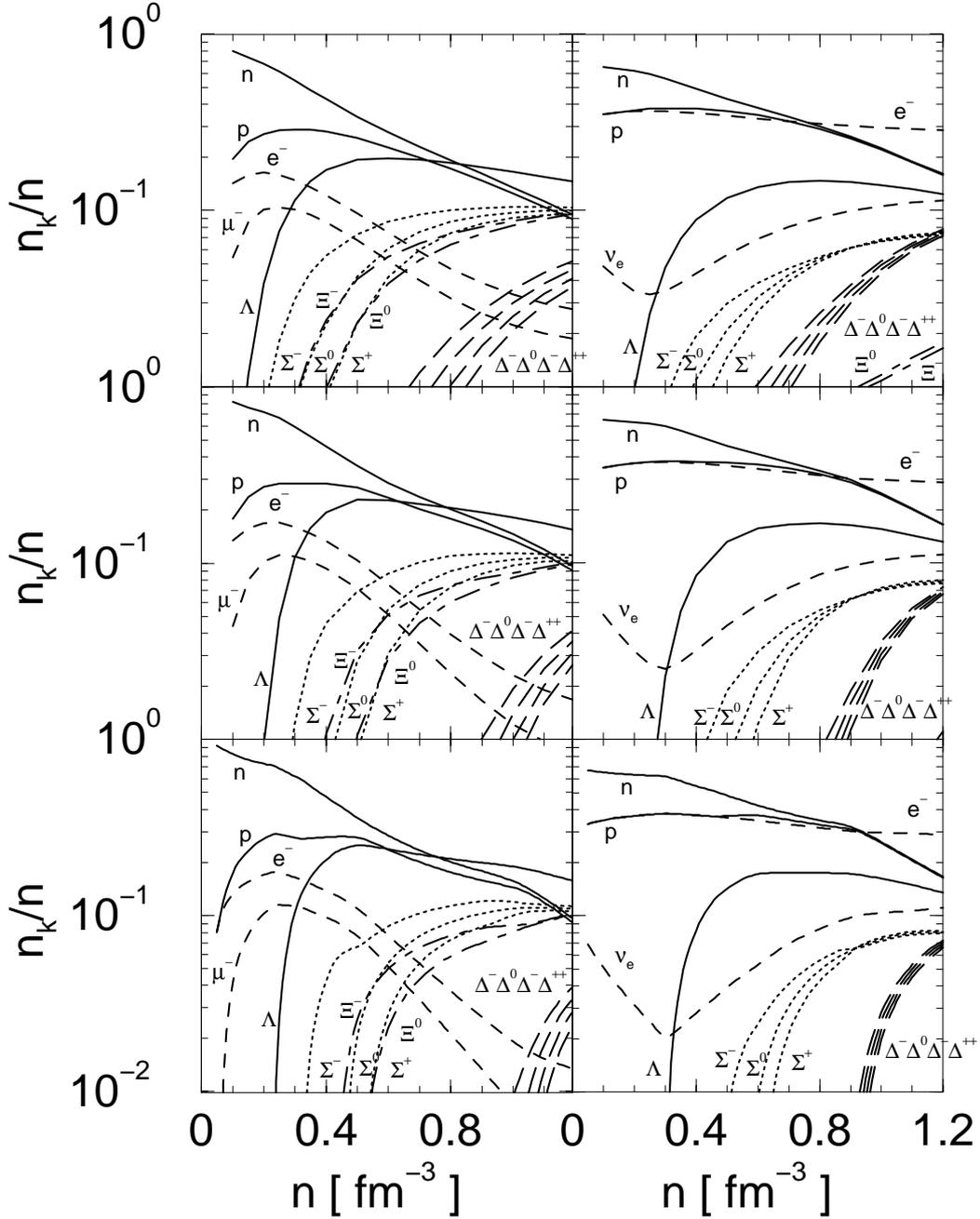


Abbildung 2.23: Relative Teilchenzahl als Funktion der Baryonendichte für das GM1 Modell mit Hyperonen, für die Zustandsgleichungen (von unten nach oben) $T = 0$, $s = 1$ und $s = 2$ im β -Gleichgewicht (linke Spalte) und für $Y_1 = 0.4$ (rechte Spalte).

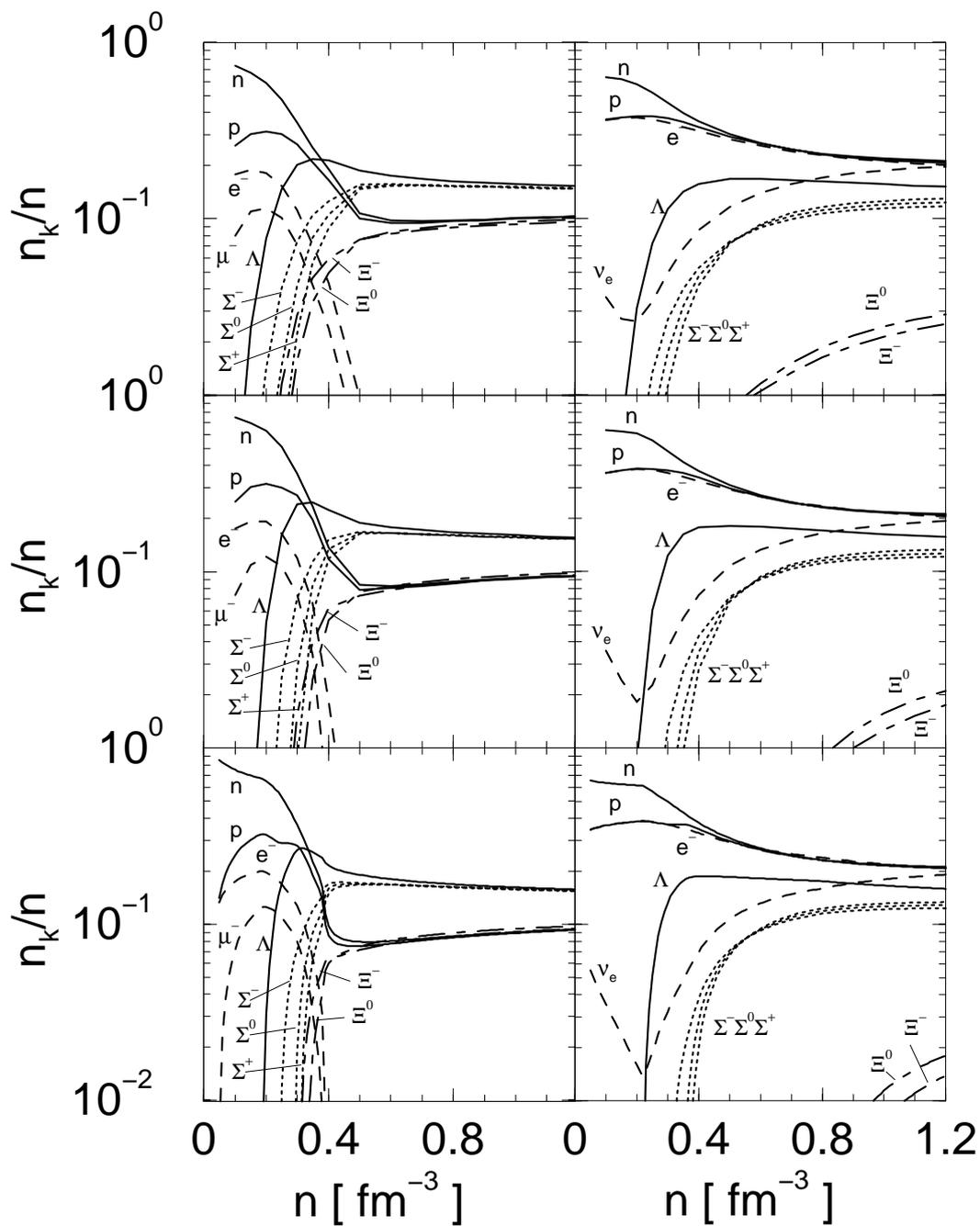


Abbildung 2.24: Relative Teilchenzahl als Funktion der Baryonendichte für das NL1 Modell mit Hyperonen, für die Zustandsgleichungen (von unten nach oben) $T = 0$, $s = 1$ und $s = 2$ im β -Gleichgewicht (linke Spalte) und für $Y_1 = 0.4$ (rechte Spalte).

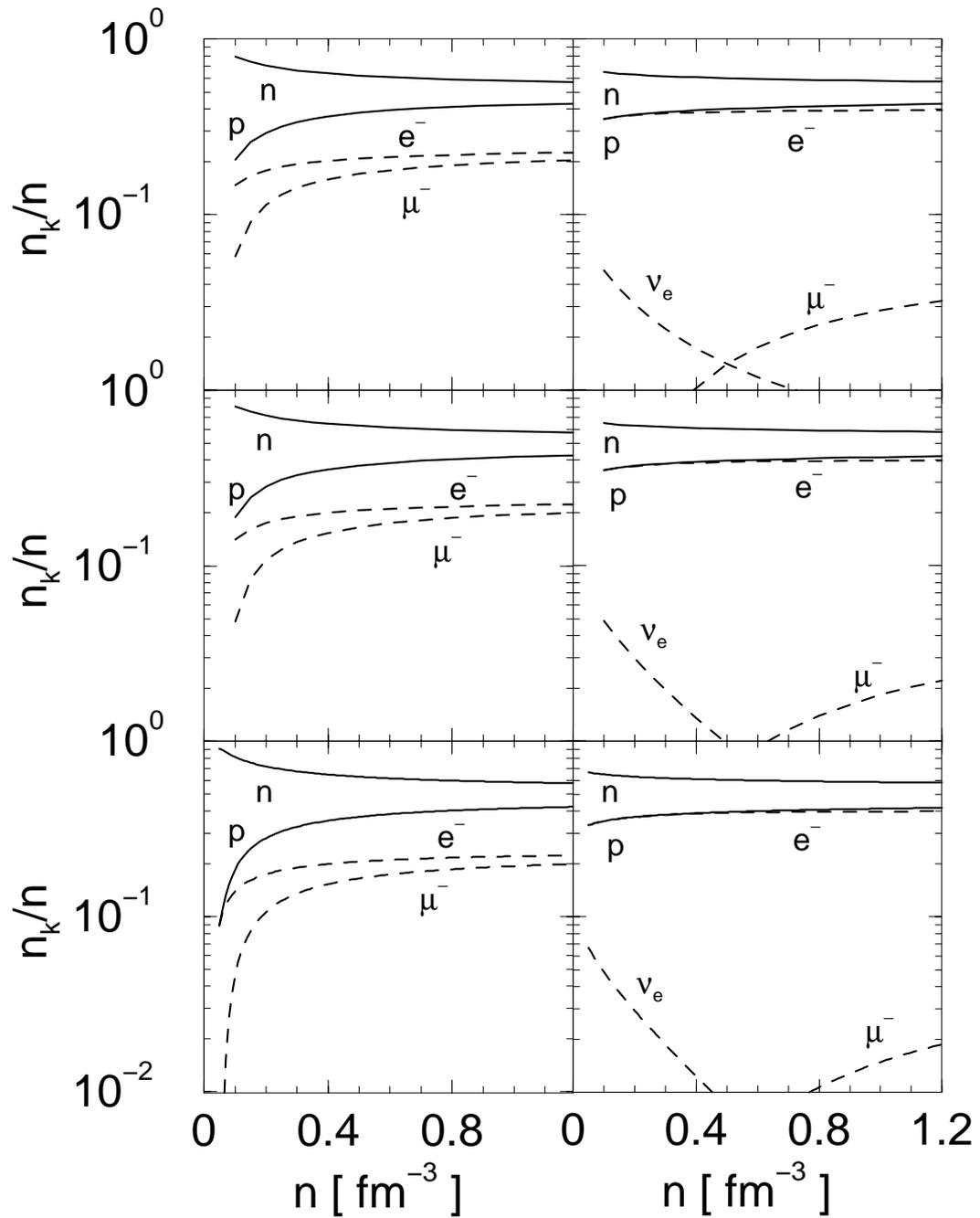


Abbildung 2.25: Relative Teilchenzahl als Funktion der Baryondichte für das GM3 Modell ohne Hyperonen, für die Zustandsgleichungen (von unten nach oben) $T = 0$, $s = 1$ und $s = 2$ im β -Gleichgewicht (linke Spalte) und für $Y_1 = 0.4$ (rechte Spalte). Bei $Y_1 = 0.4$ ist $n_{\bar{\nu}_\mu} = n_{\mu^-}$.

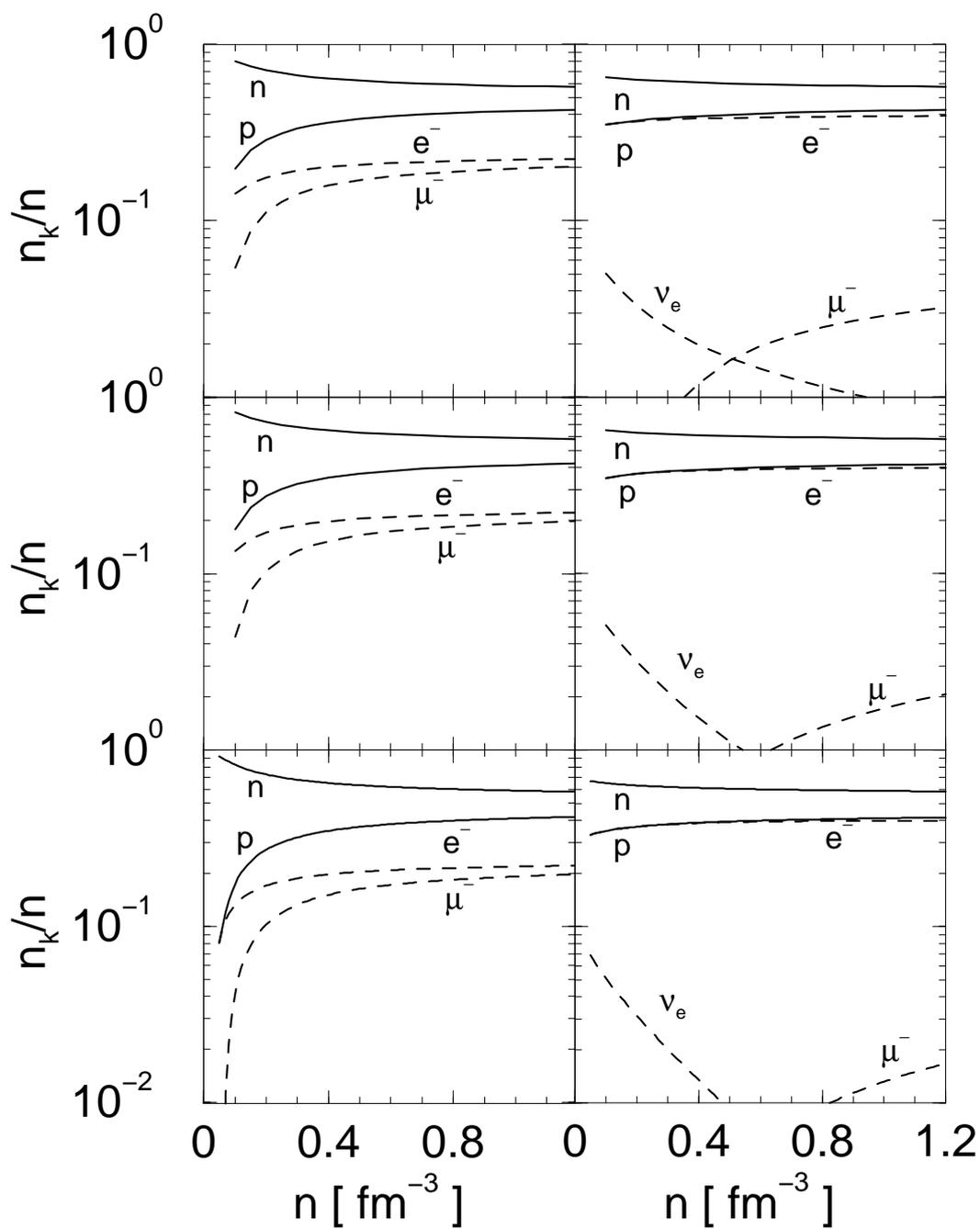


Abbildung 2.26: Relative Teilchenzahl als Funktion der Baryonendichte für das GM1 Modell ohne Hyperonen, für die Zustandsgleichungen (von unten nach oben) $T = 0$, $s = 1$ und $s = 2$ im β -Gleichgewicht (linke Spalte) und für $Y_1 = 0.4$ (rechte Spalte). Bei $Y_1 = 0.4$ ist $n_{\bar{\nu}_\mu} = n_{\mu^-}$.

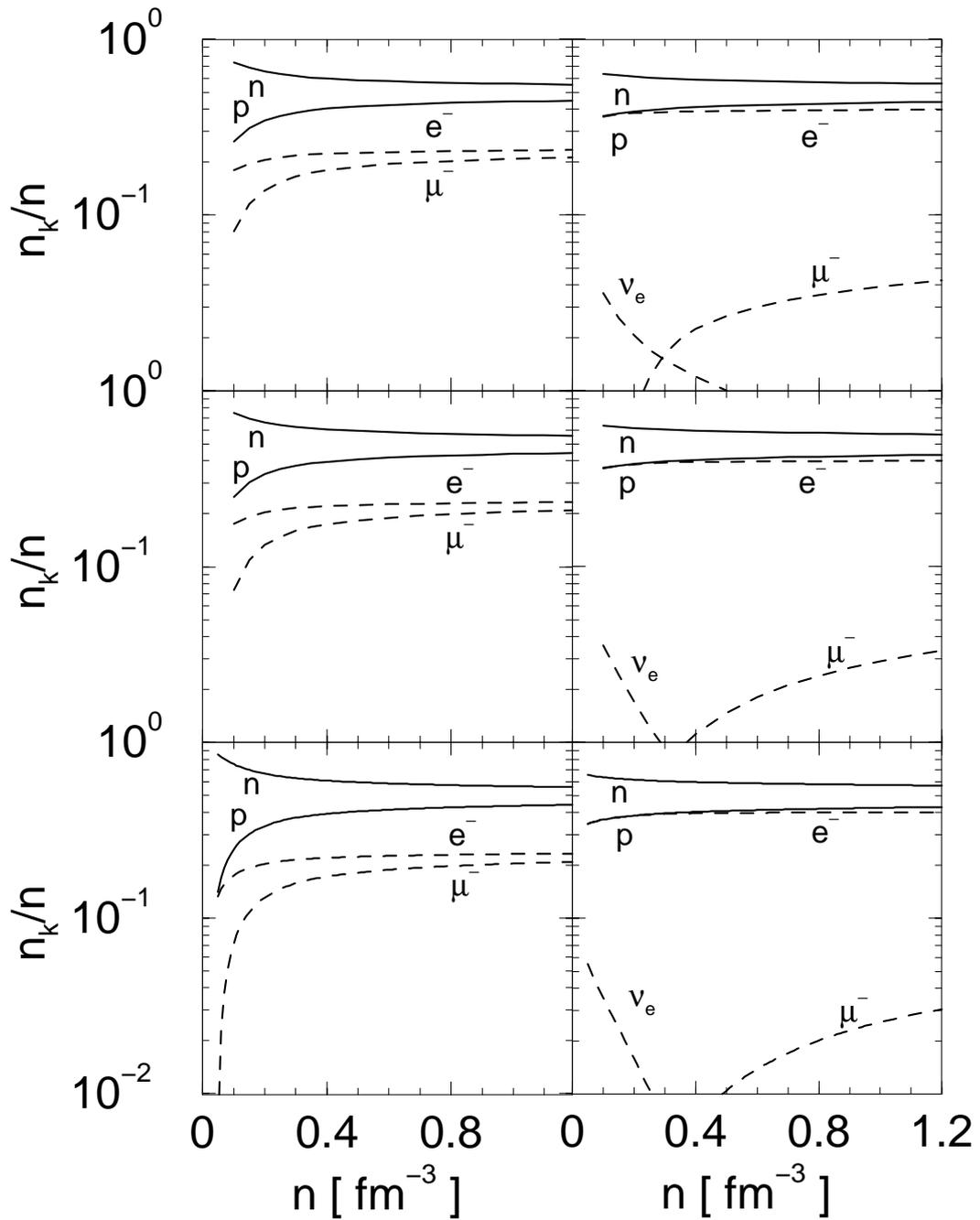


Abbildung 2.27: Relative Teilchenzahl als Funktion der Baryonendichte für das NL1 Modell ohne Hyperonen, für die Zustandsgleichungen (von unten nach oben) $T = 0$, $s = 1$ und $s = 2$ im β -Gleichgewicht (linke Spalte) und für $Y_1 = 0.4$ (rechte Spalte). Bei $Y_1 = 0.4$ ist $n_{\bar{\nu}_\mu} = n_{\mu^-}$.

Kapitel 3

Struktur rotierender und nichtrotierender Protoneutronensterne

Der Vollständigkeit halber wird zuerst kurz auf die Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen eingegangen, welche zur Berechnung der Eigenschaften von rotierenden Protoneutronensternen und Neutronensternen benötigt werden (für weitergehende Informationen siehe *Schaab*, 1999). Für nichtrotierende Neutronensterne wird hier die Tolman-Oppenheimer-Volkoff Gleichung verwendet (*Tolman*, 1939; *Oppenheimer & Volkoff*, 1939).

Die Struktur von rotierenden Protoneutronensternen und Neutronensternen wird bestimmt durch die Einsteinschen Feldgleichungen für den stationären Fall mit achsensymmetrischer Geometrie und asymptotisch flacher Raumzeit mit einer für die Rotation verallgemeinerten Schwarzschildmetrik (z.B. *Weber*, 1999). Unter diesen speziellen Bedingungen reduzieren sich die Einsteinschen Feldgleichungen auf vier nichttriviale Gleichungen, welche elliptisch in quasi-isotropen Koordinaten sind (*Bonazzola et al.*, 1993). Die vier nichttrivialen Einsteinschen Feldgleichungen werden unter der Voraussetzung der Energie- und Impulserhaltung mit Hilfe einer finiten Differenzenmethode (*Schaab*, 1999) gelöst. Durch die Koordinatentransformation, $r \rightarrow 1/r$, werden die für $r \rightarrow \infty$ auftretenden numerischen Schwierigkeiten umgangen (*Bonazzola et al.*, 1993). Die Randbedingung der Flachheit des Raumes im Unendlichen kann dann exakt erfüllt werden. An der Schnittstelle zwischen innerem und äußerem Koordinatensystem müssen die speziellen Lösungen durch zusätzliche Bedingungen angepaßt werden (*Schaab*, 1999).

Ein Neutronensternmodell wird bestimmt durch die Festlegung eines der folgende Parameter: zentrale Dichte n_c , gravitativer Masse M_G oder Baryonenanzahl N_G , wie auch einem der Parameter: Winkelgeschwindigkeit Ω , Drehimpuls J oder des Stabilitätsparameters $\beta = T/|W|$ (worin T die Rotationsenergie und W die Gravitationsenergie des Neutronensterns bezeichnen). Die Modelle mit maximaler Masse und/oder maximaler Rotationsgeschwindigkeit können durch Variation dieser Eingabeparameter bis zum Erreichen der Stabilitätsgrenze bestimmt werden.

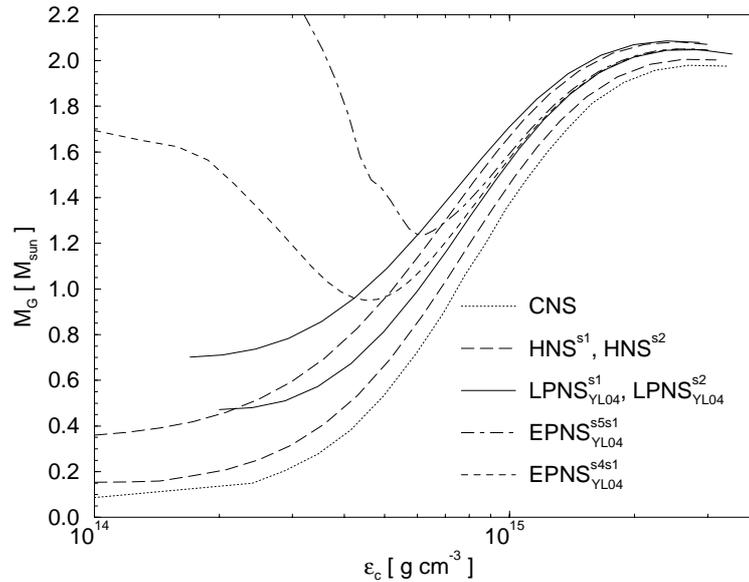


Abbildung 3.1: Gravitative Masse als Funktion der zentralen Energiedichte für nichtrotierende Neutronensterne und Protoneutronensterne im Thomas-Fermi Modell. Die untere lang gestrichelte Kurve zeigt die HNS^{s1} Zustandsgleichung und die obere lang gestrichelte Kurve die HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die untere durchgezogene Kurve zeigt die $LPNS_{YL04}^{s1}$ Zustandsgleichung und die obere durchgezogene Kurve die $LPNS_{YL04}^{s2}$ Zustandsgleichung. Die Abkürzungen werden in Tabelle 2.7 beschrieben.

3.1 Protoneutronenstern- und Neutronensternsequenzen für verschiedenen Zustandsgleichungen

In Abbildung 3.1 ist ein typisches Beispiel für die gravitative Masse als Funktion der zentralen Energiedichte für nichtrotierende Neutronensterne und Protoneutronensterne im Thomas-Fermi Modell dargestellt. Zu beachten ist, daß nur Modelle deren Masse mit der zentralen Dichte ansteigt, d.h.:

$$\frac{\partial M}{\partial \epsilon_c} \geq 0, \quad (3.1)$$

stabil gegenüber axialsymmetrischen Störungen sind¹. Dies bedeutet, daß nur Bereiche der Kurven in Abbildung 3.1 stabilen Sternen entsprechen, bei denen die Steigung der Kurve positiv ist. Während die maximale Masse der verschiedenen Modelle nur um $\sim 5\%$ variiert, ist die minimale Masse der Protoneutronensternmodelle (EPNS) mit $M_{\min} \sim 0.9 - 1.2M_{\odot}$ wesentlich größer als die des Modells für kalte Neutronensterne (CNS), wo die minimale Masse bei $M_{\min} \sim 0.1M_{\odot}$ liegt (auf diesen Punkt wird in Abschnitt 3.6 näher eingegangen).

¹Dieses Kriterium ist notwendig, aber nicht hinreichend für die Stabilität von Neutronensternen. Für weitere Erläuterungen, siehe *Shapiro & Teukolsky* (1983), Seite 147 ff.

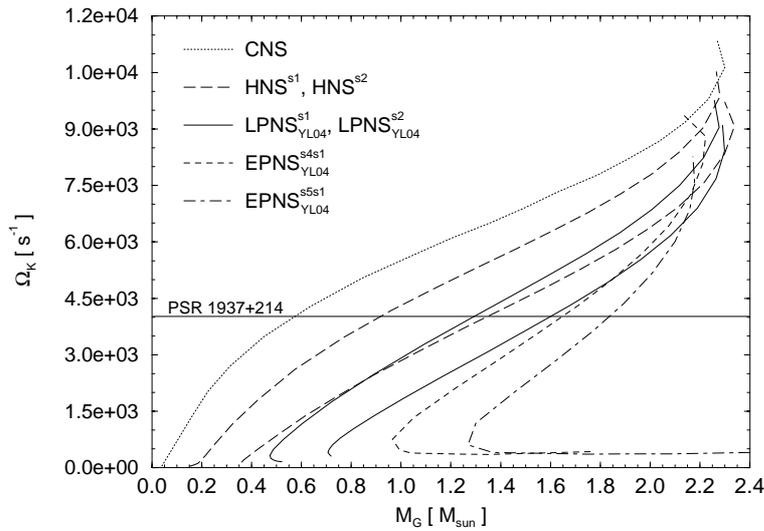


Abbildung 3.2: Keplerfrequenz als Funktion der gravitativen Masse für Protoneutronensterne und Neutronensterne für verschiedene Zustandsgleichungen des Thomas-Fermi Modells. Die obere lang gestrichelte Kurve zeigt die HNS^{s1} Zustandsgleichung und die untere lang gestrichelte Kurve die HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die obere durchgezogene Kurve zeigt die LPNS^{s1}_{YL04} Zustandsgleichung und die untere durchgezogene Kurve die LPNS^{s2}_{YL04} Zustandsgleichung.

Die Keplerfrequenzen (Frequenz bei welcher Massenabscheidung am Äquator des Sterns einsetzt) sind als Funktion der gravitativen Masse für Protoneutronensterne und Neutronensterne für verschiedene Zustandsgleichungen des Thomas-Fermi Modells in Abbildung 3.2 dargestellt. Zu Vergleichszwecken ist weiterhin die Rotationsfrequenz, $\Omega = 4033 \text{ s}^{-1}$, des schnellsten bekannten Pulsars, PSR 1937+214 (*Backer et al.*, 1982), angegeben. Die gravitative Masse dieses Pulsars ist derzeit nicht bekannt, sollte aber typischerweise im Bereich von $1.0\text{--}2.0 M_{\odot}$ liegen (näheres dazu in Abschnitt 3.6). Da die Keplerfrequenzen des Modells für kalte Neutronensterne (CNS) in diesem Bereich größer als die von dem Pulsar PSR 1937+214 sind, ist dieses Modell konsistent mit den Beobachtungsdaten.

Die Sequenzen von Protoneutronensternen und Neutronensternen im Thomas-Fermi Modell – rotierend mit ihrer maximal möglichen Frequenz (Keplerfrequenz) –, sind in Abbildung 3.3 dargestellt. Wie erwartet ergeben sich bei gleicher zentraler Energiedichte aufgrund der zusätzlichen Rotationsenergie höhere gravitative Massen als im Fall der nichtrotierenden Sterne (vergleiche mit Abbildung 3.1. Zu beachten ist, daß die maximale Masse aber bei geringeren zentralen Energiedichten erreicht wird (siehe auch Tabelle 3.3). Die Zunahme der Masse durch die Rotation ist für Protoneutronensterne kleiner als für kalte Neutronensterne, da die Protoneutronensterne einen größeren Durchmesser besitzen, wodurch die Keplerfrequenz und dadurch die Rotationsenergie begrenzt werden.

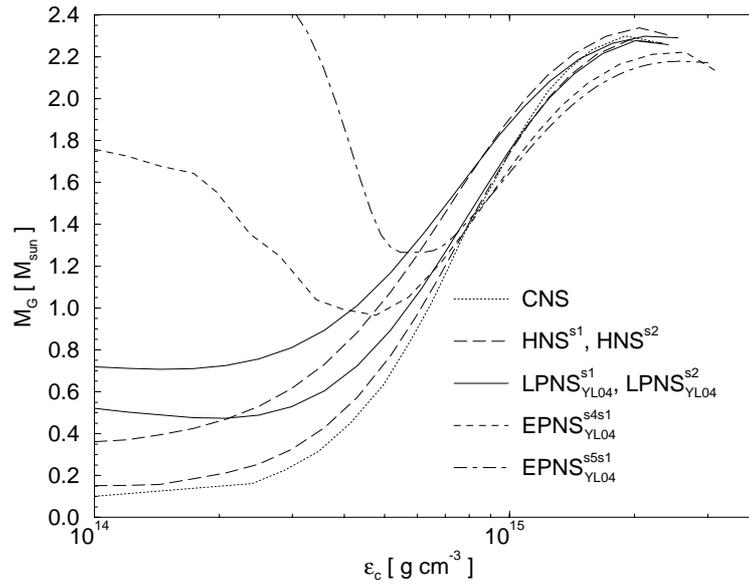


Abbildung 3.3: Gravitative Masse als Funktion der zentralen Energiedichte für rotierende Neutronensterne und Protoneutronensterne im Thomas-Fermi Modell. Die untere lang gestrichelte Kurve zeigt die HNS^{s1} Zustandsgleichung und die obere lang gestrichelte Kurve die HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die untere durchgezogene Kurve zeigt die $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s1}}$ Zustandsgleichung und die obere durchgezogene Kurve die $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s2}}$ Zustandsgleichung.

Interessant ist bei relativistischen Sternen die Masse-Radius Abhängigkeit, die in den Abbildungen 3.4 und 3.5² für nichtrotierende (siehe Abbildung 3.4) und mit Keplerfrequenz rotierende (siehe Abbildung 3.5) Protoneutronensterne und Neutronensterne gezeigt wird. Im Vergleich zu kalten Neutronensternen, bei denen der Radius um $1.4 M_{\odot}$ nur leicht variiert, erhält man für Protoneutronensterne einen starken Anstieg im Radius für niedrigere Massen. Dieser Unterschied wird durch die wesentlich härtere Zustandsgleichung von Protoneutronensternen, bedingt durch die hohe Temperatur in der Hülle, verursacht (siehe Abschnitte 2.3.1 und 2.3.2).

Um die Unterschiede zwischen einem Protoneutronenstern und einem kalten Neutronenstern aufzuzeigen, werden in den Abbildungen 3.6 und 3.7 Oberflächen konstanter Energiedichte zweier Sterne mit einer baryonischen Masse von $M_{\text{B}} = 1.5 M_{\odot}$ verglichen. Es zeigt sich, daß der innere Teil der Sterne bis zu einem Radius von ca. 10 km am Äquator aus Materie mit Dichten um und größer als Kernmateriedichte bestehen. Während diese Dichteregion in einem Protoneutronenstern nahezu kugelsymmetrisch ist, ist sie im Falle eines kalten Neutronensterns durch die wesentlich größere Rotationsgeschwindigkeit erheblich abgeflacht. Bei niedrigeren Dichten ist der Protoneutronenstern durch die hohe Temperatur aufgebläht, so daß der Radius ca. das dreifache dessen eines kalten Neutronensterns beträgt.

Ein weiterer wichtiger Punkt betrifft die Stabilität der Sternmodelle gegenüber

²Der Sternradius R_{inf} ist der Radius der von einem Beobachter aus dem Unendlichen gemessen wird (siehe z.B. *Schaab*, 1999).

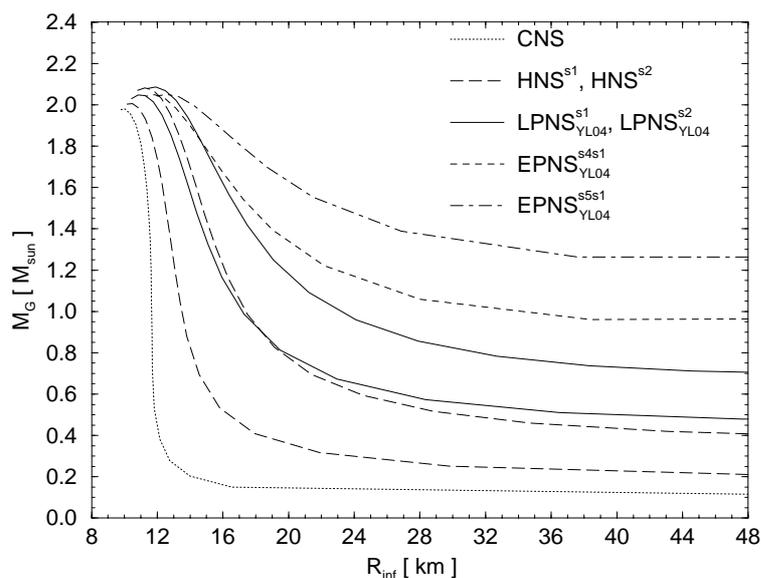


Abbildung 3.4: Gravitative Masse als Funktion des Sternradius (gemessen von einem Beobachter aus dem Unendlichen) für nichtrotierende Protoneutronensterne und Neutronensterne im Thomas-Fermi Modell. Die untere lang gestrichelte Kurve zeigt die HNS^{s1} Zustandsgleichung und die obere lang gestrichelte Kurve die HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die untere durchgezogene Kurve zeigt die LPNS^{s1}_{YL04} Zustandsgleichung und die obere durchgezogene Kurve die LPNS^{s2}_{YL04} Zustandsgleichung.

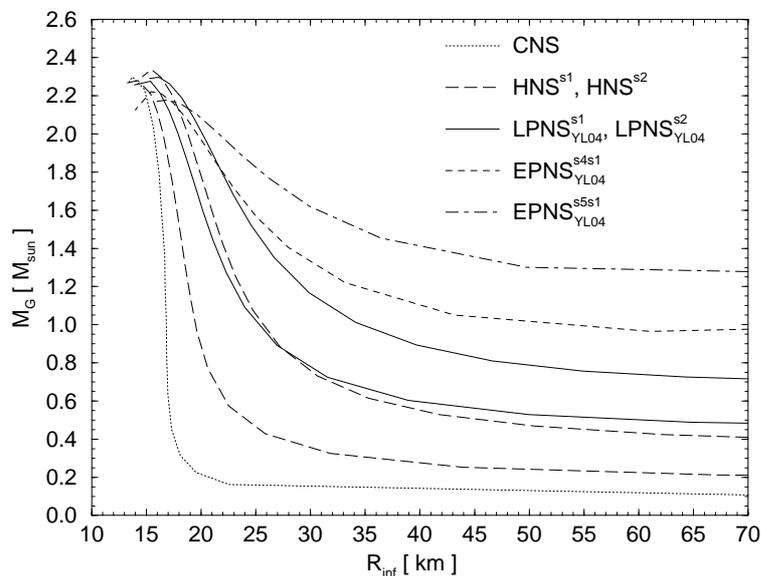


Abbildung 3.5: Gravitative Masse als Funktion des Sternradius am Äquator (gemessen von einem Beobachter aus dem Unendlichen) für Protoneutronensterne und Neutronensterne im Thomas-Fermi Modell welche mit Keplerfrequenz rotieren. Die untere lang gestrichelte Kurve zeigt die HNS^{s1} Zustandsgleichung und die obere lang gestrichelte Kurve die HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die untere durchgezogene Kurve zeigt die LPNS^{s1}_{YL04} Zustandsgleichung und die obere durchgezogene Kurve die LPNS^{s2}_{YL04} Zustandsgleichung.

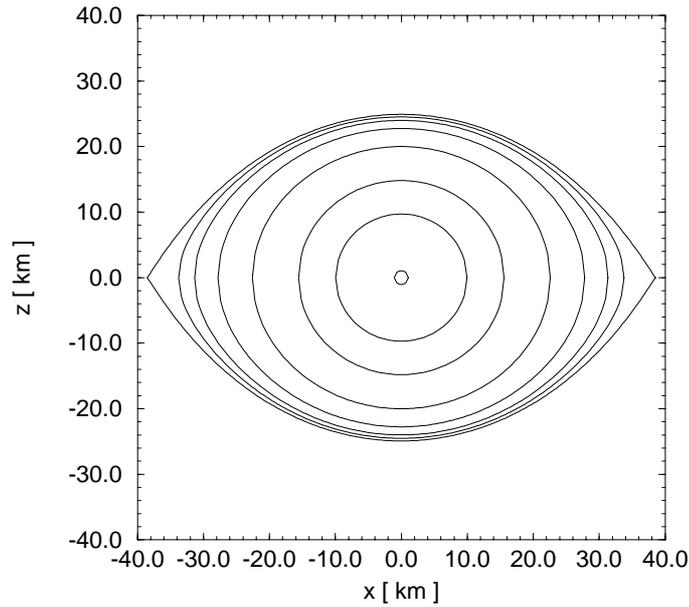


Abbildung 3.6: Oberflächen konstanter Energiedichte für einen mit Keplerfrequenz rotierenden Protoneutronstern (EPNS^{5s1}_{YL04}) im Thomas-Fermi Modell mit einer baryonischen Masse von $1.5M_{\odot}$. Die Oberflächen entsprechen den folgenden Energiedichten (beginnend von der Mitte nach außen), $\varepsilon = 0.99, 0.1, 0.01, 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6} \varepsilon_c$, wobei die zentrale Energiedichte $\varepsilon_c = 8.07 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ beträgt.

säkularen und dynamischen Instabilitäten. Eine bestimmte Konfiguration ist dynamisch stabil gegenüber axialsymmetrischen Störungen, wenn die gravitative Masse minimal ist im Bezug auf Variationen bei fixierter Baryonenzahl und fixiertem Drehimpuls. Entlang einer Sternsequenz mit konstantem Drehimpuls ist dies der Fall, wenn die gravitative Masse mit der zentralen Dichte ansteigt (siehe *Shapiro & Teukolsky*, 1983, Seite 151 ff.). Man beachte, daß der Drehimpuls in den Sequenzen von Sternen welche mit ihrer Keplerfrequenz rotieren nicht konstant ist. Die Konfiguration mit maximaler Masse unterscheidet sich deshalb leicht von der durch Variation bestimmten stabilen Konfiguration. Eine gänzlich allgemeinrelativistische Analyse von dynamischer und säkularer Stabilität gegenüber nicht-axialsymmetrischer Störungen ist extrem kompliziert. Sie ist bis jetzt nur mittels Näherungen und/oder spezieller Annahmen durchgeführt worden. Es stellt sich aber heraus, daß die Konfigurationen mittels eines Stabilitätsparameters klassifiziert werden können. Dieser Stabilitätsparameter β ist definiert als der Quotient aus der Rotationsenergie, T , und dem Betrag der Gravitationsenergie, W , also $\beta = T/|W|$. Für Werte, $\beta \geq 0.26$, sind Objekte instabil gegenüber dem Stab-Mode ($m = 2$), während sie bereits bei $\beta \geq 0.14$ säkular instabil werden (siehe z.B. *Durisen*, 1975a; *Managan*, 1985; *Imamura et al.*, 1985; *Bonazzola et al.*, 1996). Höhere Moden, $m \geq 5$, von Störungen werden durch die endliche Viskosität von Neutronensternmaterie unterdrückt. Es ist jedoch unsicher ob Moden mit $m = 3$ oder 4 auch unterdrückt sind. Falls dies nicht der Fall ist, dann setzt säkulare Instabilität bereits oberhalb eines kritischen Wertes von $\beta \geq 0.08$ ein (*Friedman et al.*, 1986).

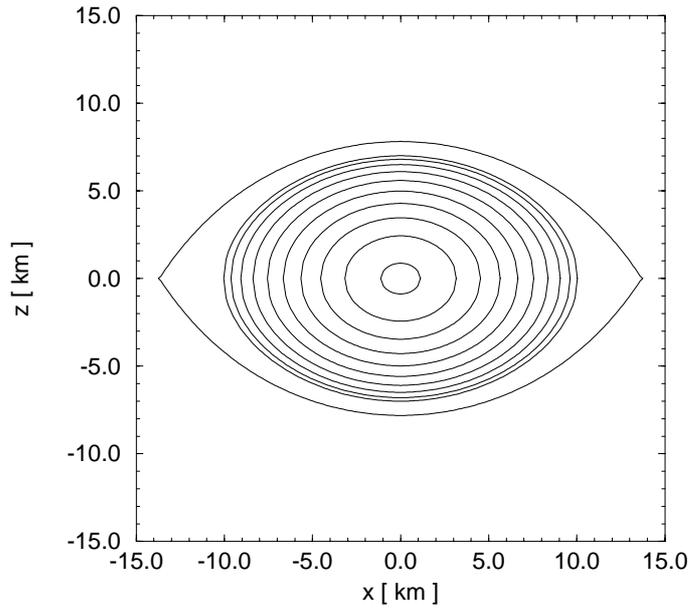


Abbildung 3.7: Oberflächen konstanter Energiedichte für einen mit Keplerfrequenz rotierenden, kalten Neutronenstern (CNS) im Thomas-Fermi Modell mit einer baryonischen Masse von $1.5M_{\odot}$. Die Oberflächen entsprechen den folgenden Energiedichten (beginnend von der Mitte nach außen), $\varepsilon = 0.99, 0.9, 0.8, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.3, 0.2, 0.1\varepsilon_c$, wobei die zentrale Energiedichte $\varepsilon_c = 8.11 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ beträgt.

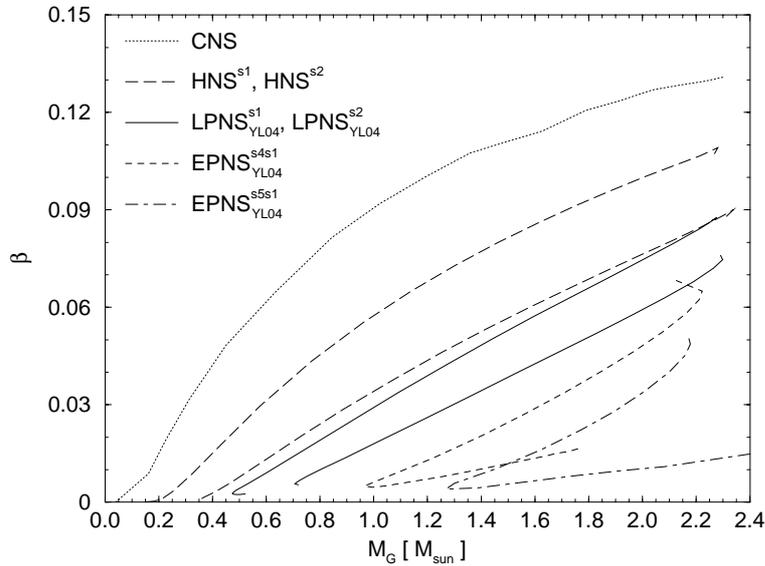


Abbildung 3.8: Stabilitätsparameter $\beta = T/|W|$ als Funktion der gravitativen Masse für Protoneutronensterne und Neutronensterne welche mit ihrer Keplerfrequenz rotieren im Thomas-Fermi Modell. Die obere lang gestrichelte Kurve zeigt die HNS^{s1} Zustandsgleichung und die untere lang gestrichelte Kurve die HNS^{s2} Zustandsgleichung. Die obere durchgezogene Kurve zeigt die $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s1}}$ Zustandsgleichung und die untere durchgezogene Kurve die $\text{LPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s2}}$ Zustandsgleichung.

In Abbildung 3.8 werden die Werte des Stabilitätsparameters für Protoneutronensterne und Neutronensterne, die mit Keplerfrequenz rotieren im Thomas-Fermi Modell, angegeben. Da die Zeitskala für das Anwachsen von säkularen Instabilitäten größer ist als die Zeitskala für die Entwicklung von Protoneutronensternen und heißen Neutronensternen, ist nur die dynamische Instabilität für diese wichtig. Der kritische Wert für dynamische Instabilität, $\beta \geq 0.26$, wird für keines der Modelle erreicht. Abhängig von der inneren Struktur und der Rotationsgeschwindigkeit von kalten Neutronensternen können diese säkular instabil werden gegenüber Moden mit $m = 3$ oder $m = 4$ für Sterne mit Massen $M \geq 0.8M_{\odot}$ (siehe auch Abschnitt 3.3).

3.2 Evolution von nichtrotierenden Protoneutronensternen

Die zeitliche Entwicklung eines Protoneutronensterns zu einem kalten Neutronenstern kann mittels einiger „Schnappschüsse“ zu verschiedenen Zeitpunkten nach dem „core bounce“ verfolgt werden (siehe Abschnitt 2.1). Falls man die Massenakkretion vernachlässigt³, ist für einen nichtrotierenden Protoneutronenstern die baryonische Masse erhalten. Sie ist ein entscheidender Parameter hinsichtlich der Kenngrößen (gravitative Masse, Radius etc.) in der Entwicklung des Protoneutronensterns von der Geburt bis zum sog. kalten Neutronenstern. Diese Sachlage wird für einen Stern mit $M_B = 1.5M_{\odot}$ in Tabelle 3.1 und Abbildung 3.9 aufgezeigt.

Für den erste Schnappschuß wurde ein Zeitpunkt ca. 0.1 - 1 s nach dem „core bounce“ gewählt, wo die Hülle des Protoneutronensterns durch eine hohe Entropie pro Baryon und der Kern durch eine große Leptonenzahl charakterisiert ist (siehe $EPNS_{YL04}^{s5s1}$ und $EPNS_{YL04}^{s4s1}$). Nach 1 - 3 s erreicht der Protoneutronenstern das nächste Stadium (LPNS), wobei eine nahezu konstante Entropie pro Baryon ($s \sim 2$) im ganzen Stern herrscht (Modell $LPNS_{YL04}^{s2}$). Durch die nun höhere Entropie pro Baryon im Kern des Protoneutronensterns sinkt die zentrale Baryonendichte und daher auch die gravitative Bindungsenergie. Auf der anderen Seite sinkt die Entropie pro Baryon in der Hülle und daher auch der Radius. Für niedrigere Werte der Entropie pro Baryon und/oder kleinere Leptonenzahl steigt die gravitative Bindungsenergie im Vergleich zum EPNS Stadium (Modelle $LPNS_{YL03}^{s2}$, $LPNS_{YL04}^{s1}$, $LPNS_{YL03}^{s1}$). Nach ca. 10 - 30 s ist der Stern deleptonisiert und die Neutrinos können den Stern ungehindert verlassen, dadurch wird die Zustandsgleichung weicher (HNS Modelle). Aus diesem Grund steigt die gravitative Bindungsenergie um ca. 3 %. Der kalte Neutronenstern ist schließlich noch weiter komprimiert.

Durch einen kleineren Anstieg des Drucks mit steigender Temperatur erhalten *Burrows & Lattimer* (1986) und *Pons et al.* (1999) einen monotonen Anstieg für die zentrale Dichte während der zeitlichen Entwicklung eines Protoneutronensterns zu

³Die Berechtigung dieser Annahme wurde in Abschnitt 2.1 näher erläutert.

Tabelle 3.1: Eigenschaften von nichtrotierenden und mit Keplerfrequenz rotierenden Protoneutronensternen und Neutronensternen im Thomas-Fermi Modell, mit einer fixierten Masse von $M_B = 1.5 M_\odot$. Die Zustandsgleichungen sind in Tabelle 2.7 aufgeführt. Die Einträge sind: gravitative Masse, M_G ; Radius (am Äquator), R_{inf} ; zentrale Baryonendichte, n_c ; zentrale Temperatur, T_c ; Keplerfrequenz, Ω_K ; Drehimpuls, J ($M_\odot \text{ km} \doteq 5.966 \times 10^{48} \text{ g cm}^2 \text{ s}^{-1}$).

EOS	t [s]	$\Omega = 0$					$\Omega = \Omega_K$				
		M_G [M_\odot]	R_{inf} [km]	n_c [fm^{-3}]	T_c [MeV]	M_G [M_\odot]	R_{inf} [km]	n_c [fm^{-3}]	Ω_K [s^{-1}]	J [$M_\odot \text{ km}$]	
EPNS ^{ss1} _{YL04}	0.1 - 1	1.425	25.66	0.440	20.8	1.430	38.55	0.427	1879	0.634	
EPNS ^{ss1} _{YL04}	0.1 - 1	1.425	18.66	0.456	21.3	1.433	27.46	0.436	3056	0.924	
LPNS ^{s2} _{YL04}	1 - 3	1.431	17.38	0.385	39.5	1.437	25.62	0.353	3410	1.234	
LPNS ^{T06s2} _{YL04}	1 - 3	1.432	17.47	0.386	39.6	1.437	25.77	0.355	3381	1.219	
LPNS ^{s2} _{YL04(64-63)}	1 - 3	1.430	16.72	0.386	39.6	1.438	24.68	0.348	3610	1.340	
LPNS ^{s2} _{YL04(64-22)}	1 - 3	1.430	16.34	0.386	39.6	1.438	24.13	0.344	3739	1.408	
LPNS ^{s2} _{YL04(64-62)}	1 - 3	1.430	15.85	0.388	39.7	1.439	23.36	0.341	3930	1.497	
LPNS ^{s2} _{YL03}	1 - 3	1.414	16.01	0.400	42.9	1.423	23.37	0.361	3897	1.362	
LPNS ^{ss1} _{YL04}	-	1.411	14.70	0.459	21.4	1.423	21.26	0.417	4482	1.389	
LPNS ^{ss1} _{YL03}	-	1.391	13.59	0.475	22.8	1.406	19.55	0.424	5076	1.552	
LPNS ^{ss0} _{YL04}	-	1.410	12.39	0.519	0	1.429	17.73	0.450	5949	1.800	
HNS ^{s2}	10 -30	1.391	15.22	0.412	49.7	1.403	22.13	0.367	4204	1.431	
HNS ^{T06s2}	10 -30	1.392	15.29	0.412	49.7	1.404	22.24	0.369	4171	1.413	
HNS ^{T0s2}	-	1.385	13.53	0.404	49.0	1.407	19.86	0.324	5075	2.072	
HNS ^{s1}	-	1.362	12.78	0.501	26.8	1.382	18.36	0.437	5562	1.669	
HNS ^{T03s1}	-	1.363	12.80	0.502	26.9	1.382	18.39	0.438	5550	1.662	
HNS ^{T0s1}	-	1.362	12.18	0.504	27.0	1.387	17.59	0.418	6023	1.957	
CNS	∞	1.346	11.45	0.551	0	1.374	16.36	0.459	6689	1.953	

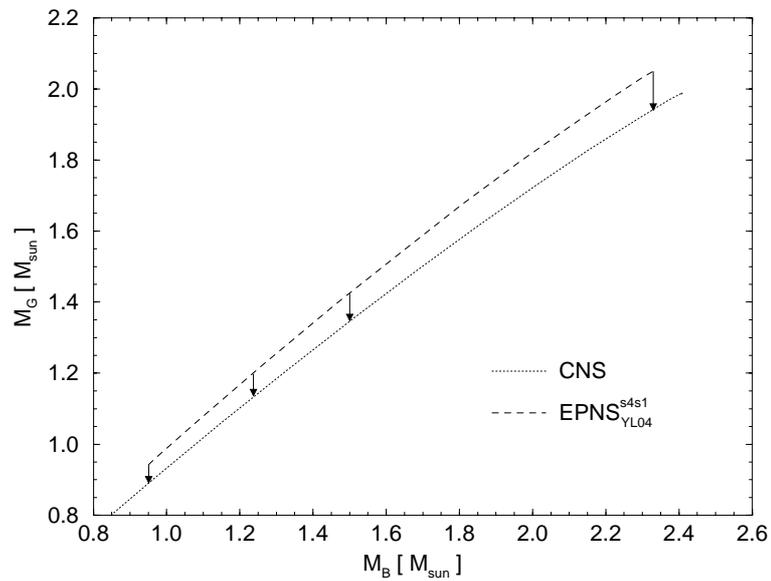


Abbildung 3.9: Gravitative Masse als Funktion der baryonischen Masse für nichtrotierende Protoneutronensterne (EPNS_{YL04}^{s4s1}) und nichtrotierende kalte Neutronensterne (CNS) im Thomas-Fermi Modell. Die EPNS_{YL04}^{s5s1} Zustandsgleichung liegt direkt auf der Kurve für die EPNS_{YL04}^{s4s1} Zustandsgleichung und wird deshalb nicht gezeigt. Die Pfeile zeigen die Entwicklung (von links nach rechts) für folgende Konfigurationen: die minimale Masse der EPNS_{YL04}^{s4s1} Zustandsgleichung, die minimale Masse der EPNS_{YL04}^{s5s1} Zustandsgleichung, Stern mit $M_B = 1.5 M_{\odot}$ und mit maximaler Masse.

einem kalten Neutronenstern. Die hier gezeigten Resultate, wie auch die von *Keil & Janka* (1995), zeigen im Gegensatz dazu ein komplexeres Verhalten der zentralen Dichte (siehe dazu die Diskussion in *Pons et al.*, 1999). Dieses unterschiedliche Verhalten hat hauptsächlich zwei Gründe: Erstens, *Pons et al.* (1999) verwenden ein Entropieprofil, welches durch eine Simulation einer Supernova, welche in einem $1.08 M_{\odot}$ Neutronenstern resultiert. Dies führt zu einer Entropie pro Baryon von $s \sim 1.5$ ca. 0.1 - 1 s nach dem „core bounce“, welche höher ist als in Simulationen die mit einem massiveren Neutronenstern enden. Hier wird eine Entropie pro Baryon von $s \sim 1$ verwendet. Dieser Wert ist der Arbeit von *Burrows et al.* (1995) entnommen, in welcher der Kollaps eines $M \sim 1.5 M_{\odot}$ Neutronensterns simuliert wird. Der zweite Grund liegt in der Tatsache, daß *Pons et al.* (1999) eine Näherung für die Temperaturabhängigkeit des Drucks (entwickelt von *Prakash et al.*, 1997) der Nukleonen verwenden:

$$s = \frac{\pi^2}{2} T \sum_{\tau=n,p} \frac{Y_{\tau}}{T_{F,\tau}}, \quad (3.2)$$

$$\frac{P_{\text{th}}}{P_0} = \frac{5s}{3\pi^2} \frac{\sum_{\tau} \frac{Y_{\tau}}{T_{F,\tau}} \left(1 - \frac{3}{2} \frac{d \ln m_{\tau}^*}{d \ln n_{\tau}}\right)}{\left(\sum_{\tau} \frac{Y_{\tau}}{T_{F,\tau}}\right)^2 (\sum_{\tau} Y_{\tau} T_{F,\tau})} \left(1 + \frac{P_{\text{pot}}}{P_{\text{kin}}}\right)^{-1}, \quad (3.3)$$

hierin bezeichnet $T_{F,\tau}$ die Fermi-Temperatur der Quasiteilchen ($T_{F,\tau} = p_{F,\tau}^2/2m_{\tau}^*$), P_{th} , den thermischen Druck und $P_0 = P_{\text{kin}} + P_{\text{pot}}$, den Druck am Temperaturnullpunkt als Summe des kinetischen und potentiellen Drucks. Diese Näherung ist gültig unter der Voraussetzung, daß die Temperatur im hochdichten Teil eines Protoneutronensterns klein ist im Vergleich zur Fermi-Temperatur, d.h. $T/T_F \ll 1$. Hier jedoch erreicht dieses Verhältnis $T/T_F \approx 0.45$ ($T/T_F \approx 0.6$) bei $n = n_0$ und $T/T_F \approx 0.29$ ($T/T_F \approx 0.44$) bei $n = 1 \text{ fm}^{-3}$ für Neutronen (Protonen) im LPNS_{YL04}^{s2} Modell (siehe dazu auch die Fermi-Verteilungsfunktion in Abbildung 2.2 in Abschnitt 2.2 und *Takatsuka et al.* (1994) zu diesem Thema, woraus ersichtlich ist, daß mehr als 10 % der Materie nicht entartet ist). Aus diesem Grund unterschätzt diese Näherung den Druckanstieg durch thermische Effekte, z.B. ist der thermische Druck P_{th} exakt (genähert) 2.37 MeVfm^{-3} (1.26 MeVfm^{-3}) bei $n = n_0$ und 54.62 MeVfm^{-3} (28.83 MeVfm^{-3}) bei $n = 1 \text{ fm}^{-3}$ für die Nukleonen der LPNS_{YL04}^{s2} Zustandsgleichung im Thomas-Fermi Modell. Diese Aussagen werden durch Abbildung 2.9 aus Abschnitt 2.3.1 unterstützt, woraus ersichtlich ist, daß die Entropie pro Baryon stärker als linear, wie es in Gleichung (3.2) angenommen wird, steigt. Daher sollten Terme höherer Ordnung in die Rechnung einfließen oder wie hier geschehen die Fermi-Verteilungsfunktion exakt berechnet werden.

Interessant und lehrreich ist das Verhalten der gravitativen Masse als Funktion der baryonischen Masse, welches in Abbildung 3.9 dargestellt ist. Wegen der steiferen Zustandsgleichung der heißen Materie ergeben sich größere gravitative Massen beim heißen Stern. Der Effekt führt zu Einschränkungen der maximalen und minimalen Massen und wird eingehend in Abschnitt 3.6 diskutiert.

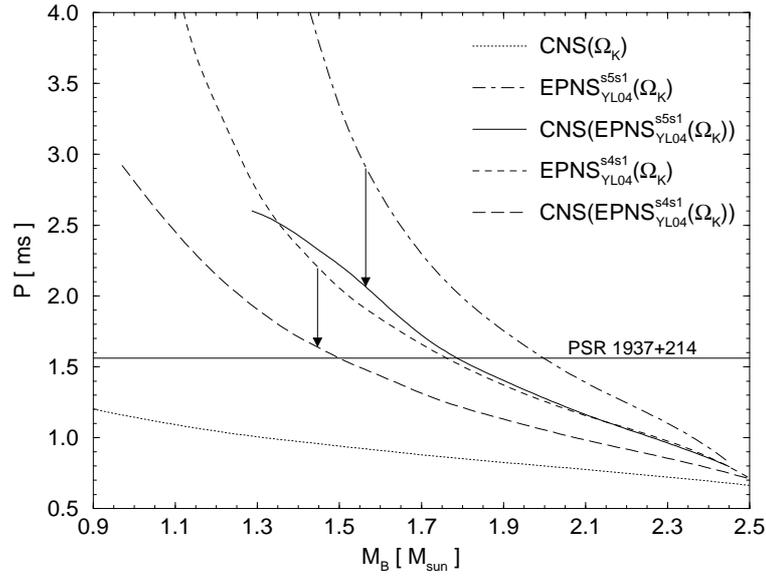


Abbildung 3.10: Minimale Rotationsperiode P als Funktion der baryonischen Masse für Protoneutronensterne (EPNS) und kalte Neutronensterne (CNS) des Thomas-Fermi Modells. Die Abbildung zeigt die Entwicklung von Protoneutronensternen zu Neutronensternen. Die strichpunktierte (kurz gestrichelte) Kurve zeigt das $\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s5s1}}$ ($\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s4s1}}$) Modell, welches mit Keplerfrequenz rotiert. Die durchgezogene (lang gestrichelte) Kurve zeigt die entsprechenden kalten Neutronensterne welche man erhält, wenn der Drehimpuls erhalten ist. Die gepunktete Kurve zeigt zum Vergleich Neutronensterne welche mit ihrer Keplerfrequenz rotieren. Ebenso ist die Rotationsperiode des schnellsten bisher gemessenen Pulsars (PSR 1937+214) eingezeichnet.

3.3 Maximale Rotationsfrequenz eines jungen, gleichförmig rotierenden Neutronensterns

Betrachten wir nun die zeitliche Entwicklung eines Protonensterns welcher eine typische baryonische Masse von $M_B = 1.5M_\odot$ besitzt und mit seiner Keplerfrequenz rotiert. Bei der Rotation kommt neben der Baryonenzahl als weitere Erhaltungsgröße der Drehimpuls (siehe Tabelle 3.2) hinzu (keine Akkretion). Wie im nicht rotierenden Fall wird der Stern während seiner Entwicklung kompakter. Die gravitative Masse und der Radius (dadurch auch das Trägheitsmoment) verringern sich. Mit der Erhaltung des Drehimpulses impliziert dies, daß sich die Winkelgeschwindigkeit des Sterns erhöhen muß. Im Vergleich zur anfänglichen Winkelgeschwindigkeit erhöht sich die Winkelgeschwindigkeit des kalten Neutronensterns um 51 % (32 %) für das $\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s5s1}}$ ($\text{EPNS}_{\text{YL04}}^{\text{s4s1}}$) Modell, im Vergleich zum Protoneutronenstern. Das bedeutet, daß der kalte Neutronenstern maximal 60 % seiner Keplerfrequenz erreicht.

Diese Aussage bedingt, daß die minimale Rotationsperiode durch die mit Keplerfrequenz rotierenden Protoneutronensterne bestimmt wird. Abbildung 3.10 zeigt die generelle Entwicklung der Rotationsperiode der zwei hier verwendeten Proto-

Tabelle 3.2: Entwicklung eines $1.5 M_{\odot}$ Neutronensterns bei konstantem Drehimpuls $J = 0.634 M_{\odot} \text{ km}$ und $J = 0.924 M_{\odot} \text{ km}$ für Sequenzen beginnend mit den Modellen EPNS^{S5s1}_{YL04} und EPNS^{S4s1}_{YL04}.

EOS	EPNS ^{S5s1} _{YL04}					EPNS ^{S4s1} _{YL04}				
	M_G [M_{\odot}]	R_{inf} [km]	n_c [fm ⁻³]	T_c [MeV]	Ω [s ⁻¹]	M_G [M_{\odot}]	R_{inf} [km]	n_c [fm ⁻³]	T_c [MeV]	Ω [s ⁻¹]
EPNS	1.430	38.55	0.427	20.4	1879	1.433	27.46	0.436	20.7	3056
LPNS ^{S2} _{YL04}	1.349	14.83	0.350	37.0	2091	1.341	15.40	0.336	36.0	2961
LPNS ^{S2} _{YL03}	1.363	14.27	0.374	40.9	2171	1.361	14.74	0.362	39.9	3073
LPNS ^{S1} _{YL04}	1.391	13.17	0.442	20.9	2377	1.391	13.54	0.430	20.5	3390
LPNS ^{S1} _{YL03}	1.385	12.76	0.462	22.4	2474	1.387	13.09	0.451	22.0	3525
HNS ^{S2}	1.349	14.06	0.387	46.5	2246	1.348	14.53	0.375	46.3	3178
HNS ^{S1}	1.362	12.49	0.489	26.3	2609	1.365	12.83	0.478	25.9	3709
CNS	1.348	11.83	0.535	0	2833	1.351	12.14	0.523	0	4031

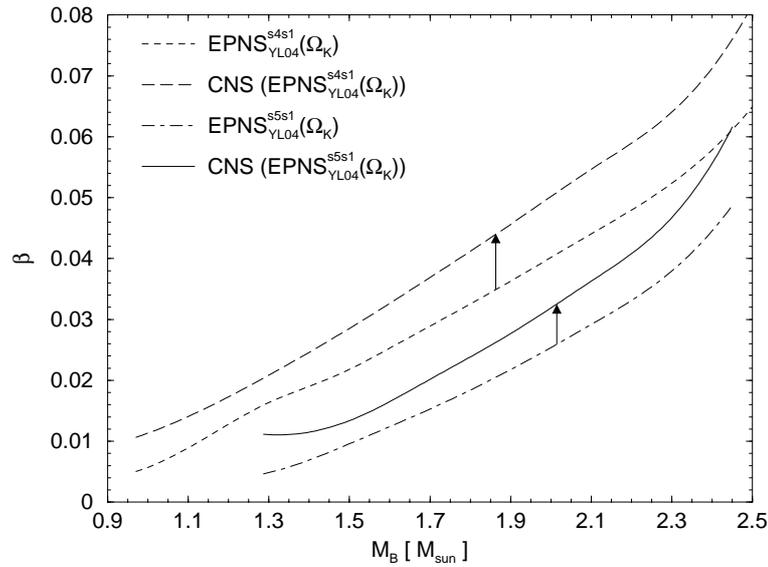


Abbildung 3.11: Variation des Stabilitätsparameters $\beta = T/|W|$ während der Entwicklung von einem Protoneutronenstern zu einem kalten Neutronenstern, wobei der Drehimpuls konstant gehalten wird.

neutronensternmodelle, 0.1 - 1 s nach dem „core bounce“. Für einen kalten Neutronenstern mit einer typischen baryonischen Masse von $1.5M_{\odot}$ erhält man schließlich eine minimale Rotationsperiode, P , zwischen 1.56 und 2.22 ms. Man erhält also das wesentliche Ergebnis, daß der Protoneutronenstern, welcher mit der maximalen Frequenz rotiert, nicht zu einem mit Keplerfrequenz rotierendem kalten Neutronenstern führt (unter der Annahme, daß er gleichförmig rotiert, vergleiche hierzu Abschnitt 3.5). *Goussard et al.* (1997, 1998) fanden kürzlich ähnliche Ergebnisse für die minimale Rotationsperiode, was die hier erhaltenen Ergebnisse bestätigt. Die Rotationsperiode des schnellsten bisher gemessenen Pulsars PSR 1937+214, $P = 1.56$ ms (*Backer et al.*, 1982) ist am unteren Rand dieses Bereiches. Pulsare die so schnell oder schneller rotieren, können diese Rotationsgeschwindigkeit nicht bei ihrer Geburt erhalten haben, sondern müssen nachträglich beschleunigt worden sein, solange eine typische baryonische Masse von $M_B = 1.5M_{\odot}$ vorausgesetzt wird. Hat der Neutronenstern bei seiner Geburt eine baryonische Masse, welche größer als $1.8-2.0 M_{\odot}$ ist und der Protoneutronenstern rotiert mit Keplerfrequenz, dann ist es möglich, daß der resultierende kalte Neutronenstern schneller als mit $P = 1.56$ ms rotiert. Das bedeutet, daß solch massive Neutronensterne nicht nachträglich beschleunigt werden müssen um die Beobachtungsdaten erklären zu können (siehe dazu Abbildung 3.10 und Tabelle 3.3). Ergänzend hierzu hat *Andersson* (1998) kürzlich gezeigt, daß ein nicht zu kalter Neutronenstern welcher mit $\Omega \geq 0.1\Omega_K$ rotiert, instabil gegenüber r-Moden ist. Das bedeutet, daß die minimale Rotationsperiode eines jungen Neutronensterns noch höher liegt, $P_{\min} \sim 10$ ms. Beide Resultate, die von *Andersson* (1998) und die hier präsentierten, erhärten die Ansicht, daß Millisekundenpulsare nach ihrer Bildung durch Akkretion beschleunigt worden sind (*Lorimer*, 1996).

Abbildung 3.11 zeigt das Verhalten von β während der Entwicklung von Protoneu-

Tabelle 3.3: Eigenschaften von nichtrotierenden und mit Keplerfrequenz rotierenden Protonen-Neutronensternen und Neutronensternen. Aufgezeigt sind die maximal zulässigen Massen der einzelnen Zustandsgleichungen.

EOS	$\Omega = 0$						$\Omega = \Omega_K$					
	M_G [M_\odot]	M_B [M_\odot]	R_{inf} [km]	n_c [fm $^{-3}$]	T_c [MeV]	M_G [M_\odot]	M_B [M_\odot]	R_{inf} [km]	n_c [fm $^{-3}$]	Ω_K [s $^{-1}$]	J [M_\odot km]	
EPNS $^{\text{ss1}}$ _{YL04}	2.05	2.33	12.59	1.09	40.4	2.18	2.45	16.93	1.08	7609	3.06	
EPNS $^{\text{ss1}}$ _{YL04}	2.05	2.33	11.83	1.10	40.7	2.22	2.50	15.44	1.09	8803	3.69	
LPNS $^{\text{s2}}$ _{YL04}	2.09	2.33	11.91	1.03	81.6	2.30	2.54	15.90	0.97	8602	4.29	
LPNS $^{\text{s2}}$ _{YL03}	2.08	2.37	11.29	1.09	92.0	2.33	2.62	15.43	0.95	9067	4.61	
LPNS $^{\text{s1}}$ _{YL04}	2.05	2.33	10.82	1.14	41.8	2.28	2.56	15.38	0.93	9384	4.49	
LPNS $^{\text{s1}}$ _{YL03}	2.04	2.38	10.70	1.18	45.6	2.31	2.65	14.43	0.93	9701	4.94	
LPNS $^{\text{ss0}}$ _{YL04}	2.05	2.27	10.29	1.12	0	2.28	2.54	14.31	0.88	9956	4.98	
HNS $^{\text{s2}}$	2.08	2.41	11.24	1.12	120.6	2.34	2.68	15.47	0.92	9073	4.80	
HNS $^{\text{s1}}$	2.01	2.38	10.48	1.20	62.1	2.28	2.66	14.14	0.92	9864	5.03	
CNS	1.99	2.41	9.83	1.25	0	2.30	2.70	13.74	0.95	10631	5.64	

tronensternen zu kalten Neutronensternen. Der Stabilitätsparameter wird während der Entwicklung größer. Dennoch, der maximale Wert, $\beta \sim 0.082$, für den massivsten Stern der EPNS_{YL04}^{s4s1} Zustandsgleichung ist nur ein wenig größer als der kritische Wert von $\beta \sim 0.08$ für das Einsetzen von säkularen Instabilitäten für $m = 3, 4$ (siehe Abschnitt 3.1).

3.4 Einfluß von Hyperonen auf die Eigenschaften von Protoneutronensternen

In Neutronensternen existiert Materie bei extremer Dichte, welche ein vielfaches der Sättigungsdichte von symmetrischer Kernmaterie betragen kann. Aus diesem Grunde ist es theoretisch möglich, daß im Inneren von Neutronensternen Hyperonen, Mesonkondensate und/oder Quark-Materie entstehen (siehe z.B. *Baym & Pethick, 1975; Collins & Perry, 1975; Weber & Glendinning, 1993b; Prakash et al., 1997*). In diesem Abschnitt werden deshalb die Unterschiede zwischen Neutronensternen mit und ohne Hyperonen aufgezeigt, um den Einfluß von Komponenten zu zeigen, welche den Druck im Vergleich zu nukleonischer Materie, bei gleicher Baryondichte, senken.

Abbildungen 3.12 und 3.13 zeigen die gravitative Masse von nichtrotierenden Protoneutronensternen (0.1 - 1 s nach dem „core bounce“, $s_{\text{env}} = 5.0$, $s_{\text{core}} = 1.0$, $n_{\text{env}}(s_{\text{env}}) = 0.005 \text{ fm}^{-3}$, $n_{\text{core}}(s_{\text{core}}) = 0.1 \text{ fm}^{-3}$, siehe Tabellen 2.7 und 3.8) und kalten Neutronensternen für das Thomas-Fermi Modell (TF) und die verschiedenen Hartree Parametrisierungen (GM3, GM1 und NL1) mit und ohne Hyperonen.

Der Bereich in dem Protoneutronensterne stabil gegen axialsymmetrische Störungen sind, liegt zwischen dem Minimum und dem Maximum der Kurven (Abbildung 3.12), da die Masse mit der zentralen Energiedichte ansteigen muß (siehe Gleichung 3.1 in Abschnitt 3.1). Dies bedeutet, daß für Neutronensterne minimale und maximale Massen existieren (siehe Abschnitt 3.6 zur näheren Diskussion).

Es ist deutlich zu erkennen, daß Zustandsgleichungen mit Hyperonen erst bei größerer zentraler (Energie-)Dichte die selbe Masse erreichen wie Neutronensterne ohne Hyperonen, also weicher sind. Um dies zu verdeutlichen, sind die zentralen Baryondichten für Protoneutronensterne und Neutronensterne mit einer baryonischen Masse von $M_B = 1.5 M_\odot$ in Tabelle 3.4 aufgelistet⁴. Aus Tabelle 3.4 ist weiterhin zu erkennen, daß die zentrale Baryondichte während der Entwicklung eines Protoneutronensterns zu einem kalten Neutronenstern erst absinkt und später wieder ansteigt, so daß die zentrale Baryondichte im kalten Neutronenstern am größten ist. Dieses Verhalten ist auf die anfängliche Temperatursteigerung (siehe Tabelle 3.1) zurück zu führen, da diese den Druck erhöht. Hyperonen wirken dem Einfluß der Temperatur entgegen, so daß die zentrale Baryondichte nach 10 - 30 s diejenige zu Beginn übersteigt, ohne Hyperonen ist dies erst später der Fall. Diese Ergebnisse sind eine Bestätigung der Resultate der Arbeit von *Keil & Janka*

⁴Es ergeben sich für die Werte des Thomas-Fermi Modells geringfügige Unterschiede zu den Abschnitten 3.1 - 3.3, da dort mit dem Programm für rotierende Neutronensterne gerechnet wird und in diesem Abschnitt mit dem Programm für nichtrotierende Neutronensterne.

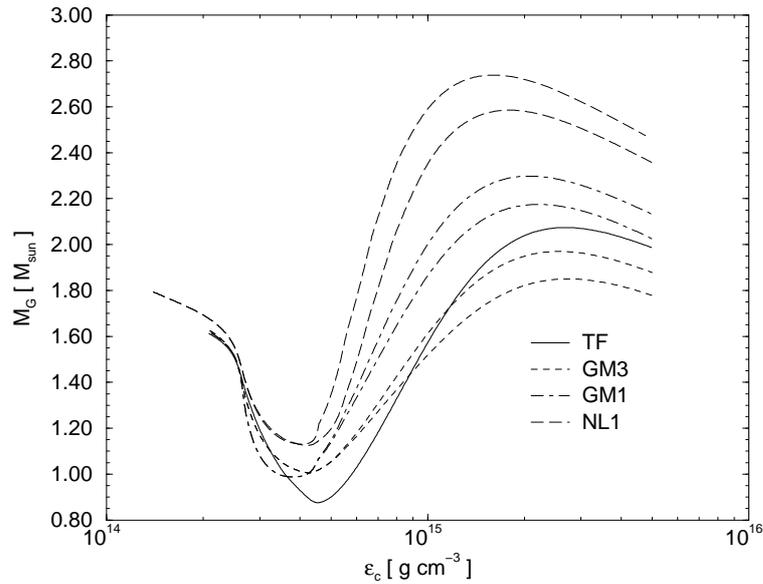


Abbildung 3.12: Gravitative Masse als Funktion der zentralen Energiedichte für nichtrotierende Protoneutronensterne (0.1 - 1 s nach dem „core bounce“) für das Thomas-Fermi Modell (TF) und die verschiedenen Hartree Parametrisierungen (GM3, GM1 und NL1) mit und ohne Hyperonen. Die unteren Kurven der Hartree Modelle bezeichnen Zustandsgleichungen mit Hyperonen.

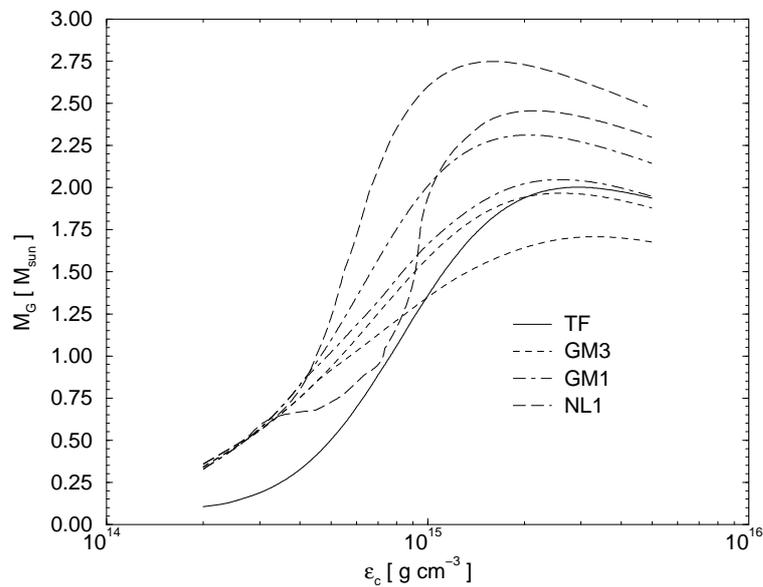


Abbildung 3.13: Gravitative Masse als Funktion der zentralen Energiedichte für nichtrotierende kalte Neutronensterne für das Thomas-Fermi Modell (TF) und die verschiedenen Hartree Parametrisierungen (GM3, GM1 und NL1) mit und ohne Hyperonen. Die unteren Kurven der Hartree Modelle bezeichnen Zustandsgleichungen mit Hyperonen.

Tabelle 3.4: Zentrale Baryondichte für die verschiedenen Modelle für Protoneutronensterne und Neutronensterne mit einer baryonischen Masse von $1.5 M_{\odot}$. Gezeigt werden die Werte für verschiedene Entwicklungsstufen.

t [s]	TF	GM3	GM3 _{Hyp}	GM1	GM1 _{Hyp}	NL1	NL1 _{Hyp}
0.1 - 1	0.454	0.397	0.427	0.317	0.329	0.267	0.295
1 - 3	0.384	0.338	0.381	0.275	0.298	0.230	0.276
10 - 30	0.410	0.330	0.476	0.267	0.343	0.230	0.367
∞	0.546	0.412	0.532	0.321	0.384	0.276	0.447

Tabelle 3.5: Radius für die verschiedenen Modelle für Neutronensterne mit einer baryonischen Masse von $1.5 M_{\odot}$. Gezeigt werden die Werte für verschiedene Entwicklungsstufen.

t [s]	TF	GM3	GM3 _{Hyp}	GM1	GM1 _{Hyp}	NL1	NL1 _{Hyp}
0.1 - 1	18.73	21.22	20.89	22.54	22.38	26.11	25.06
∞	11.55	13.37	12.79	14.03	13.69	14.22	12.45

(1995).

Der Einfluß der Hyperonen zeigt sich auch für den Radius der Protoneutronensterne (Abbildung 3.14) und der kalten Neutronensterne (Abbildung 3.15), er ist bei gleicher Masse geringer als für Sterne ohne Hyperonen, da der Druckanstieg für hyperonische Zustandsgleichungen bei ansteigende Baryondichte niedriger ist.

Es ist wie in Abschnitt 3.1 zu erkennen, daß Protoneutronensterne, durch den Einfluß der heißen Hülle, einen größeren Radius besitzen als kalte Neutronensterne. Weiterhin zeigt sich eine Eigenheit der NL1 Parametrisierung, obwohl sie die steifste Zustandsgleichung darstellt, ist der Radius für kalte Neutronensterne mit einer gravitativen Masse $M_G \leq 1.4M_{\odot}$ kleiner als der für alle anderen Hartree Modelle (siehe Tabelle 3.5). Dies liegt daran, daß die NL1 Parametrisierung schon bei niedrigen Dichten eine große Anzahl von Hyperonen zuläßt (siehe Tabelle 2.9), was den Druck anfangs nur leicht ansteigen läßt (siehe Abschnitt 2.3.2). Bei Protoneutronensternen zeigt sich dieses Verhalten nicht, da hier die Entstehung von Hyperonen durch die hohe Leptonenzahl unterdrückt wird.

Eine für die Beobachtung wichtige Größe ist die Bindungsenergie (BE) eines Neutronensterns, da etwa 99 % der in einer Supernova freigesetzten Energie in Form von Neutrinos emittiert werden. Diese Neutrinos können auf der Erde in Detekto-

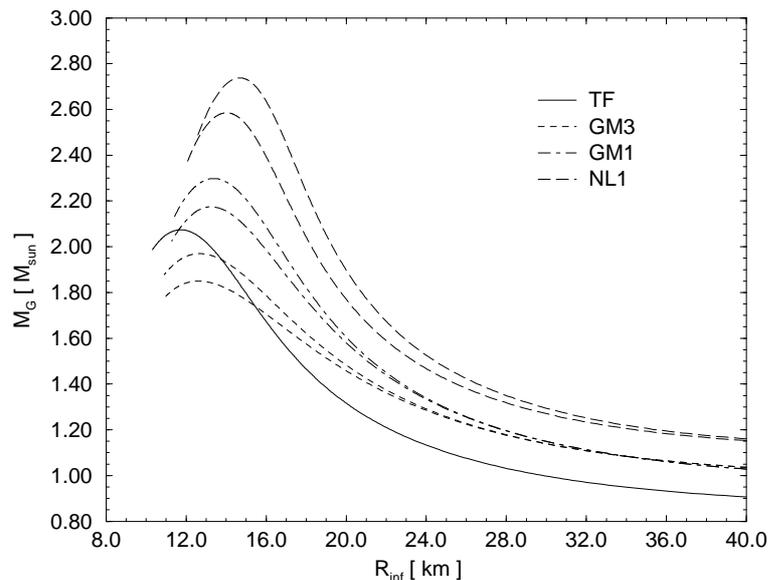


Abbildung 3.14: Gravitative Masse als Funktion des Sternradius (gemessen von einem Beobachter aus dem Unendlichen) für nichtrotierende Protoneutronensterne für das Thomas-Fermi Modell (TF) und die verschiedenen Hartree Parametrisierungen (GM3, GM1 und NL1) mit und ohne Hyperonen. Die unteren Kurven der Hartree Modelle bezeichnen Zustandsgleichungen mit Hyperonen.

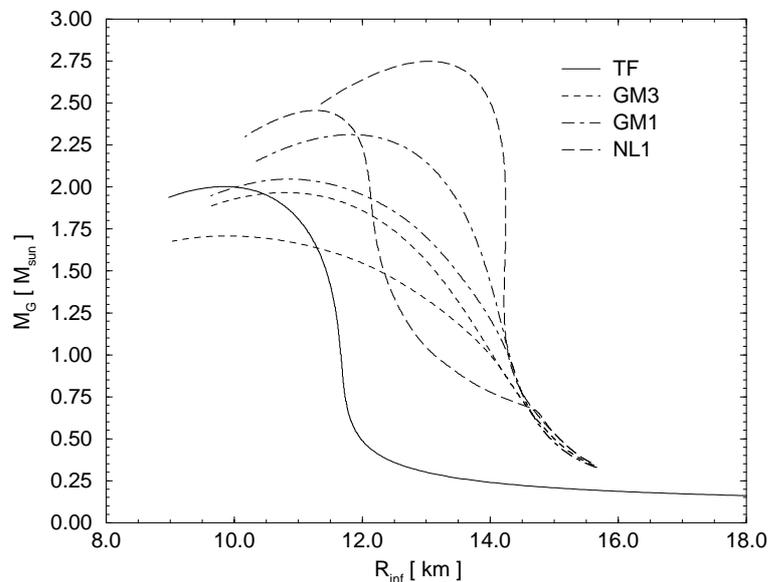


Abbildung 3.15: Gravitative Masse als Funktion des Sternradius (gemessen von einem Beobachter aus dem Unendlichen) für nichtrotierende kalte Neutronensterne für das Thomas-Fermi Modell (TF) und die verschiedenen Hartree Parametrisierungen (GM3, GM1 und NL1) mit und ohne Hyperonen. Die unteren Kurven der Hartree Modelle bezeichnen Zustandsgleichungen mit Hyperonen.

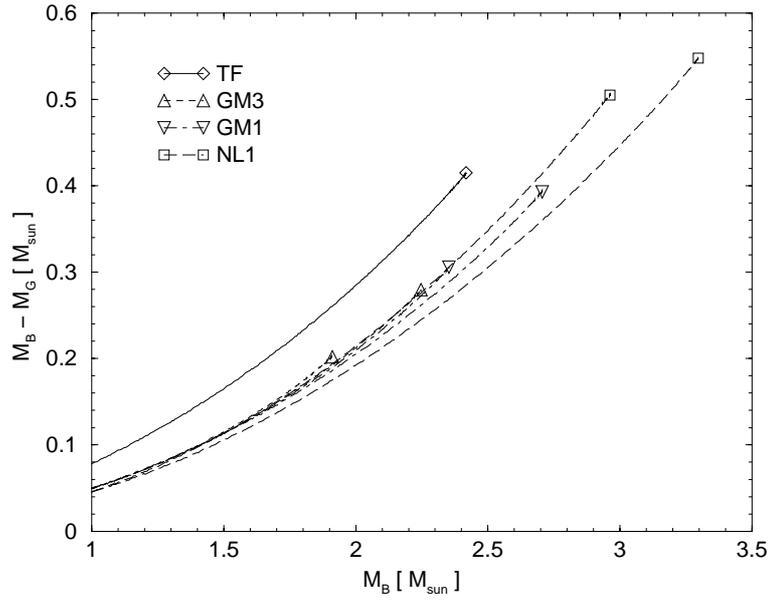


Abbildung 3.16: Bindungsenergie als Funktion der baryonischen Masse für die verschiedenen Modelle von kalten Neutronensternen.

ren nachgewiesen werden. Die Bindungsenergie entspricht der Differenz zwischen baryonischer Masse und gravitativer Masse des kalten Neutronensterns:

$$BE \equiv M_B - M_G. \quad (3.4)$$

Abbildung 3.16 zeigt die Bindungsenergie für die kompletten Neutronensternsequenzen aller Modelle für kalte Neutronensterne. Es ist zu erkennen, daß die Thomas-Fermi Zustandsgleichung die größte Bindungsenergie liefert. Dies ist der Fall, da sie im Dichtebereich zwischen 0.15 fm^{-3} und 0.5 fm^{-3} den geringsten Druckanstieg unter den hier untersuchten Modellen besitzt, vergleiche Abbildungen 2.5, 2.13, 2.14 und 2.15. Dies zeigt sich auch durch die größte zentrale Dichte bei Neutronensternen mit einer baryonischen Masse von $1.5M_\odot$ (Tabelle 3.4). Bei den Hartree Modellen, zeigen diejenigen mit Hyperonen eine größere Bindungsenergie als die ohne Hyperonen. Der Unterschied wächst mit steigender Dichte. Dieser Unterschied, der durch die Hyperonen verursacht wird, könnte dazu dienen, zu entscheiden ob Hyperonen in Neutronensternen entstehen oder nicht. Denn es werden mit Hyperonen ca. 5 % mehr Neutrinos emittiert als ohne Hyperonen, siehe *Pons et al.* (1999).

Wie weiter zu erkennen ist, steigt die Bindungsenergie annähernd quadratisch mit der baryonischen Masse der Sterne (siehe auch *Lattimer & Yahil*, 1989; *Prakash et al.*, 1997; *Pons et al.*, 1999):

$$BE \simeq (\bar{a} \pm \Delta a) \left(\frac{M_B}{M_\odot} \right)^2 M_\odot. \quad (3.5)$$

Die Werte für \bar{a} für die verschiedenen Modelle sind in Tabelle 3.6 angegeben. Dies bestätigt annähernd die Werte welche in den Arbeiten von *Lattimer & Yahil* (1989),

Tabelle 3.6: Parameter \bar{a} und Standardabweichung Δa aus Gleichung (3.5) für die verschiedenen Modelle.

	TF	GM3	GM3 _{Hyp}	GM1	GM1 _{Hyp}	NL1	NL1 _{Hyp}
\bar{a}	0.076	0.053	0.053	0.052	0.053	0.049	0.052
Δa	0.005	0.003	0.003	0.002	0.002	0.003	0.004

Prakash et al. (1997) und *Pons et al. (1999)* gefunden wurden, wo für \bar{a} ein Wert von 0.065 ± 0.010 angegeben ist.

3.5 Differentiell rotierende Protoneutronensterne

Da ein Neutronenstern eine endliche Viskosität besitzt ist es möglich, daß er bei seiner Entstehung differentiell rotiert (z.B. *Janka & Mönchmeyer, 1989; Zwerger & Müller, 1997; Rampp et al., 1998*). Hier werden nun die Auswirkungen der differentiellen Rotation auf die Eigenschaften eines Protoneutronensterns untersucht. Hierzu wird ein numerisches Programm benutzt, welches von *Schaab (1999)* entwickelt wurde. Die differentielle Rotation wird im Rahmen der allgemeinen Relativitätstheorie betrachtet.

Aufgrund der endlichen Viskosität der Materie nimmt die differentielle Rotation mit der Zeit ab, d.h. der differentiell rotierende Stern geht mit der Zeit in einen gleichförmig rotierenden Stern über. Diese Entwicklung findet aber auf einer säkularen Zeitskala statt, nicht auf einer dynamischen, d.h. sie entwickelt sich auf einer Zeitskala, die ein vielfaches der Rotationsperiode beträgt. Die Zeitskala, τ , kann über die Viskosität der Materie bestimmt werden (*Durisen, 1975b*):

$$\tau \approx \frac{R_{\text{eq}}^2 \varepsilon_c}{\eta_c}, \quad (3.6)$$

worin R_{eq} den Äquatorradius, ε_c die zentrale Energiedichte und η_c die Viskosität im Zentrum des Sterns bezeichnen. Für den Fall heißer Protoneutronensternmaterie mit eingeschlossenen Neutrinos wird von *Goussard et al. (1998)* folgender Wert für die Viskosität angegeben:

$$\eta_c \approx 3.1 \times 10^{23} \left(\frac{\varepsilon_c}{10^{14} \text{ g cm}^{-3}} \right) \left(\frac{Y_\nu}{0.05} \right) \left(\frac{10 \text{ MeV}}{T} \right)^2 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}. \quad (3.7)$$

Für kalte Neutronensternmaterie beträgt der Wert (siehe *Flowers & Itoh, 1976*):

$$\eta_c \approx 10^{18} \left(\frac{0.1 \text{ MeV}}{T} \right)^2 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}. \quad (3.8)$$

Setzt man nun typische Werte für Protoneutronensterne und Neutronensterne ein, ergibt sich für einen Protoneutronenstern eine charakteristische Zeitskala von ca. einer Stunde und für junge Neutronensterne ($T \approx 0.1$ MeV) eine von ca. 30 Jahren. Dies bedeutet, daß die Zeitskala auf der die differentielle Rotation für einen Protoneutronenstern abnimmt, wesentlich größer ist, als die der Entwicklung des Sterns selber ($\tau \approx 10$ s). Daraus folgt, daß man die differentielle Rotation für einen Protoneutronenstern als stationär betrachten kann. Für kalte Neutronensterne gilt dies nicht mehr, da die differentielle Rotation in eine gleichförmige Rotation übergeht, es sei denn er wird durch Akkretion von Materie von einem Begleitstern beschleunigt (siehe *Schaab*, 1999).

Im Grenzfall Newtonscher Gravitation kann man die Orstabhängigkeit der Winkelgeschwindigkeit wie folgt angeben (z.B. *Schaab*, 1999):

$$\Omega(r, \theta) = \Omega_c \frac{a}{a + (1 - a)(r/R_{\text{eq}})^2 \sin^2 \theta}, \quad (3.9)$$

worin θ den Winkel zwischen der Rotationsachse und dem Ort r bezeichnet. Der Parameter a gibt das Verhältnis zwischen der Winkelgeschwindigkeit am Äquator und der Winkelgeschwindigkeit im Zentrum an, solange die Newtonsche Näherung gültig ist. Im allgemein-relativistischen Fall kann die Winkelgeschwindigkeit nur selbstkonsistent bestimmt werden. Der Parameter a kann aber weiterhin als gutes Maß für die Stärke der differentiellen Rotation gelten.

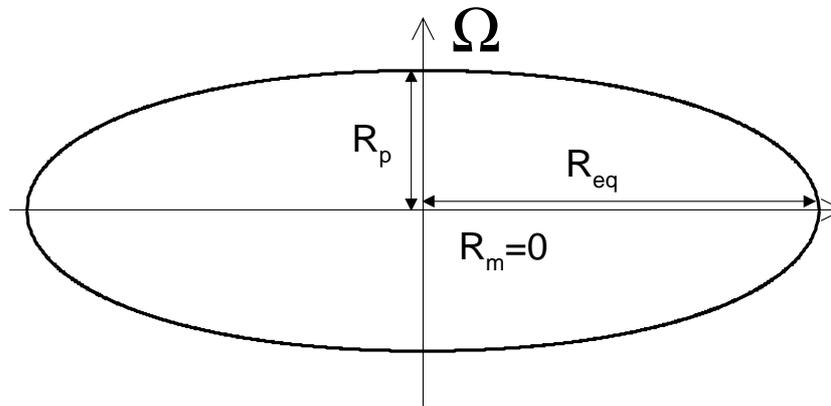
Betrachten wir nun die Stabilität von differentiell rotierenden Neutronensternen gegenüber nicht-axialsymmetrischen Störungen. Für den Stabilitätsparameter β finden sich in der Literatur ähnliche Werte für das Einsetzen von säkularen ($\beta \geq 0.14$) und dynamischen ($\beta \geq 0.27$) Instabilitäten (z.B. *Shapiro & Teukolsky*, 1983; *Rampp et al.*, 1998) wie für starr rotierende Sterne (siehe Abschnitt 3.1). Da bis jetzt noch nicht eindeutig geklärt ist, in wie weit ein Protoneutronenstern stabil ist gegen das Auftreten von säkularen Instabilitäten (siehe z.B. *Zwinger & Müller*, 1997; *Rampp et al.*, 1998) werden hier nur Modelle betrachtet mit $\beta \leq 0.14$.

In Tabelle 3.7 werden verschiedene Eigenschaften für nichtrotierende, mit Keplerfrequenz rotierende und differentiell rotierende Protoneutronensterne (0.1 - 1 s nach dem „core bounce“, $s_{\text{env}} = 5.0$, $s_{\text{core}} = 1.0$, $n_{\text{env}}(s_{\text{env}}) = 0.002 \text{ fm}^{-3}$, $n_{\text{core}}(s_{\text{core}}) = 0.1 \text{ fm}^{-3}$, siehe Tabellen 2.7 und 3.8) und kalte Neutronensterne mit einer Masse von $1.5 M_{\odot}$ des GM3 Modells gezeigt. Die differentiell rotierenden Sterne zeigen deutliche Unterschiede zu den nichtrotierenden und mit Keplerfrequenz rotierenden Sternen. Am deutlichsten unterscheiden sich die differentiell rotierenden Sterne in ihrer äußeren Form von den anderen Modellen. Es bilden sich Sphäroide mit einer Delle an den Polen für kalte Neutronensterne ($t = \infty$) mit $a = 0.1$ und für Protoneutronensterne ($t = 0.1 - 1$ s) mit $a = 0.01$ oder sogar torusähnliche Objekte für kalte Neutronensterne mit $a = 0.01$, da hier der Polradius negativ wird, siehe Abbildung 3.17. Inwieweit diese Objekte stabil sind wird im weiteren diskutiert. Sphäroide mit Delle sind an folgenden Merkmalen zu erkennen:

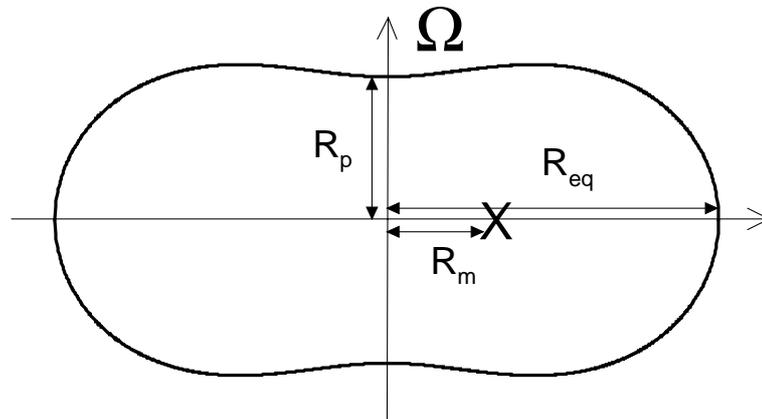
- Der Abstand vom Pol des Sterns zum Zentrum (R_p) ist wesentlich kleiner als im Falle starrer Rotation.

Tabelle 3.7: Eigenschaften nichtrotierender, mit Keplerfrequenz rotierender und differentiell rotierender Protoneutronensterne und Neutronensterne mit einer baryonischen Masse von $1.5 M_{\odot}$ im GM3 Modell. Die Einträge sind: gravitative Masse, M_G ; Drehimpuls, J ; zentrale Winkelgeschwindigkeit, Ω_c ; Winkelgeschwindigkeit am Äquator, Ω_s ; Äquatorradius, R_{eq} ; Polradius (siehe Abbildung 3.17), R_p ; Radius maximaler Baryondichte, R_m ; zentrale Baryondichte, n_c ; maximale Baryondichte, n_m ; Rotationsenergie, T ; Gravitationsenergie, W ; Stabilitätsparameter, β ; Neu skaliertes Parameter, d' ; Radius maximaler Geschwindigkeit, $r(v_{\text{max}})$; Rotationsgeschwindigkeit (in Einheiten von c), v_{max} .

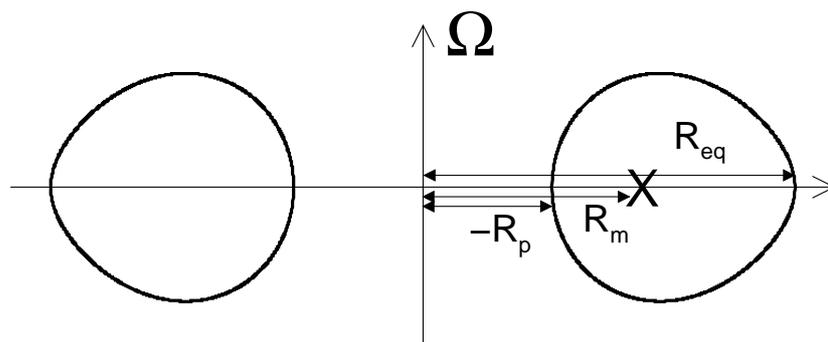
Materie	statisch			rotierend			differentiell rotierend							
	np	Hyp	np	Hyp	np	Hyp	np	Hyp	np	Hyp	np	Hyp	np	Hyp
t [s]	∞	∞	0.1 - 1	0.1 - 1	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0.1 - 1	0.1 - 1
a													0.01	0.01
M_G [M_{\odot}]	1.379	1.381	1.416	1.416	1.383	1.385	1.419	1.419	1.388	1.390	1.389	1.441	1.441	1.441
J [M_{\odot} km]	0	0	0	0	1.946	1.917	0.805	0.806	2.178	2.102	2.103	2.390	2.391	2.391
$\Omega_c \times 10^3$ [s^{-1}]	0	0	0	0	5.072	5.176	2.497	2.546	31.20	255.2	256.0	40.36	40.55	40.55
$\Omega_s \times 10^3$ [s^{-1}]	0	0	0	0	5.072	5.176	2.497	2.546	2.174	1.803	1.805	0.353	0.355	0.355
R_{eq}^{∞} [km]	13.36	12.77	21.02	20.68	19.70	19.42	31.20	30.78	16.38	16.60	16.61	41.50	41.40	41.40
R_{eq} [km]	11.20	10.61	18.85	18.50	17.47	17.20	29.03	28.62	14.06	14.29	14.28	39.27	39.17	39.17
R_p [km]	11.20	10.61	18.85	18.50	10.18	10.07	18.75	18.47	4.855	-1.628	-1.627	7.102	7.020	7.020
R_m [km]	-	-	-	-	-	-	-	-	4.763	5.244	5.331	6.083	6.090	6.090
n_c [fm^{-3}]	0.431	0.559	0.415	0.446	0.336	0.383	0.396	0.421	0.115	0	0	0.0025	0.0024	0.0024
n_m [fm^{-3}]	-	-	-	-	-	-	-	-	0.248	0.239	0.240	0.184	0.184	0.184
T [M_{\odot}]	0	0	0	0	0.0165	0.0166	0.0034	0.0034	0.0223	0.0214	0.0215	0.0184	0.0185	0.0185
$ W $ [M_{\odot}]	0.202	0.219	0.204	0.207	0.172	0.177	0.197	0.200	0.159	0.153	0.154	0.132	0.132	0.132
$\beta = T/ W $	0	0	0	0	0.0957	0.0938	0.0170	0.0172	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14
d'	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0697	0.00707	0.00705	0.00875	0.00876	0.00876
$r(v_{\text{max}})$ [km]	-	-	-	-	17.47	17.20	29.03	28.62	3.848	1.205	1.203	3.689	3.681	3.681
v_{max}	-	-	-	-	0.296	0.297	0.242	0.243	0.200	0.513	0.514	0.248	0.248	0.249



Sphaeroid



Sphaeroid mit Delle



Torus

Abbildung 3.17: Definition von Äquatorradius R_{eq} , Polarradius R_p und Abstand zum Punkt maximaler Energiedichte R_m für die drei möglichen Konfigurationsformen.

- Die maximale Baryondichte wird in einem Abstand R_m vom Zentrum erreicht.
- Die zentrale Baryondichte ist teilweise viel niedriger als im Falle starrer Rotation.

Die Torusartigen Modelle zeigen noch extremere Eigenschaften:

- Der Stern besitzt im Zentrum ein Loch, was durch einen negativen Polradius gekennzeichnet ist, vergleiche mit Abbildung 3.17.
- Die maximale Baryondichte wird in einem Abstand R_m vom Zentrum erreicht, welcher weiter vom Mittelpunkt entfernt ist als im Falle des Sphäroids mit Delle.
- Die zentrale Baryondichte ist gleich Null, da hier keine Materie vorhanden ist.

Betrachten wir nun nocheinmal die Stabilität differentiell rotierender Neutronensterne. Dazu ist in Tabelle 3.7 die maximale Rotationsgeschwindigkeit v_{\max} (in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit), welche beim Radius $r(v_{\max})$ erreicht wird, angegeben. Um diese Rotationsgeschwindigkeit näherungsweise anzugeben, ist der Parameter a durch einen neuen Parameter $a' = \Omega_s/\Omega_c$ ersetzt worden, da dieser dem tatsächlichen Rotationsverhältnis zwischen Äquator und Zentrum entspricht:

$$v_{\max} = \frac{\Omega_c R_{\text{eq}}}{2} \sqrt{\frac{a}{1-a}} = \frac{\Omega_c r(v_{\max})}{2}, \quad (3.10)$$

$$r(v_{\max}) = R_{\text{eq}} \sqrt{\frac{a}{1-a}}, \quad (3.11)$$

$$\Omega(v_{\max}) = \frac{\Omega_c}{2}. \quad (3.12)$$

Es zeigt sich, daß die maximale Rotationsgeschwindigkeit stark von der Wahl des Parameters a abhängt, siehe kalte Modelle mit $a = 0.1$ und $a = 0.01$. Betrachten wir nun speziell die kalten Neutronensterne mit $a = 0.01$, mit $M_B = 1.5M_\odot$: Diese Neutronensterne bilden Tori und besitzen eine maximale Rotationsgeschwindigkeit von 0.514 (in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit). Bei solch hohen Rotationsgeschwindigkeiten ist der Stern nicht mehr stabil, denn wie aus der Arbeit von *Shibata et al.* (2000) ersichtlich ist, wird ein differentiell rotierender Neutronestern instabil, wenn die innere Rotationsgeschwindigkeit einen Wert von ca. 0.3 übersteigt⁵ (zum Vergleich, die maximale Rotationsgeschwindigkeit am Äquator von Neutronensternen, welche mit Keplerfrequenz rotieren, ist kleiner als 0.35 für die Sterne mit der maximalen Masse). Bei den hier gezeigten Modellen bildet sich nur für

⁵Das Programm von *Schaab* (1999) enthält nur Kriterien für Massenabscheidung am Äquator, deshalb können mit diesem Programm auch Sterne berechnet werden welche eine Rotationsgeschwindigkeit von ca. 0.3 im Inneren übersteigen

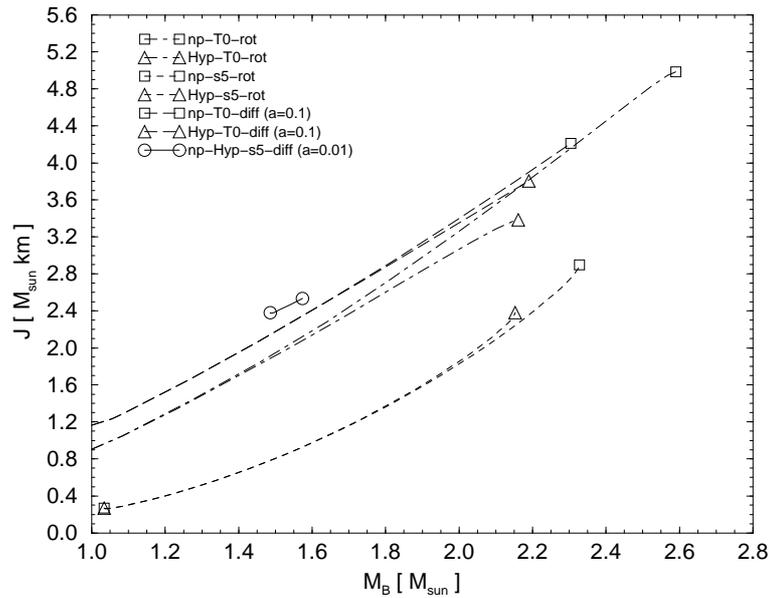


Abbildung 3.18: Maximaler Drehimpuls als Funktion der baryonischen Masse für gleichförmig rotierende und differentiell rotierende Protoneutronensterne und Neutronensterne im GM3 Modell mit und ohne Hyperonen.

kalte Neutronensterne ein Torus aus, bei welchem $v_{\text{max}} < 0.3$ ist, wenn seine baryonische Masse unter $0.6 M_{\odot}$ liegt. Im weiteren werden deshalb nur noch Modelle betrachtet, bei denen $R_p > 0$ ist, d.h. die keinen Torus bilden. Bei den Modellen welche keinen Torus bilden, ist die Rotationsgeschwindigkeit im Inneren immer kleiner als 0.3. Diese können deshalb als stabil angesehen werden, da hier nur Modelle untersucht werden, bei denen $\beta \leq 0.14$ ist (vergleiche mit *Baumgarte et al.*, 2000; *Shibata et al.*, 2000).

Ein weiterer wichtiger Punkt betrifft den maximalen Drehimpuls den ein differentiell rotierender (Proto-)Neutronenstern haben kann (siehe Tabelle 3.7 und Abbildung 3.18). Es zeigt sich, daß differentiell rotierende Neutronensterne einen größeren Drehimpuls und (in einigen Fällen) eine größere maximale Masse besitzen können (vergleiche mit *Shapiro et al.*, 1990; *Baumgarte et al.*, 2000).

Der maximale Drehimpuls der hier betrachteten differentiell rotierenden Sterne übersteigt für alle zulässigen Massen (siehe Diskussion weiter oben) denjenigen für gleichförmig rotierende Sterne. Dies bedeutet zunächst nicht, daß die Protoneutronensterne mit so hohem Drehimpuls ($J \approx 2.390 M_{\odot} \text{ km}$) instabil sind. Denn es könnte durchaus differentiell rotierende kalte Neutronensterne mit anderen als den hier gezeigten Parametern a geben, welche diesen hohen Drehimpuls tragen können. Um diese Aussage zu treffen, sind weitere umfangreiche Untersuchungen nötig. Die Aussage die hier getroffen werden kann, ist die, daß der Stern während der Entwicklung zu einem gleichförmig rotierenden Stern auf der Zeitskala von ca. 30 Jahren Drehimpuls verlieren muß. Diese Abnahme kann z.B. durch Umwandlung von Rotationsenergie in thermische Energie durch innere Reibung oder durch Massenabscheidung am Äquator erfolgen. Dieser große maximale Drehimpuls führt

auch dazu, daß der Neutronenstern nicht nachträglich durch Akkretion beschleunigt werden muß, da er schon bei seiner Entstehung genug Drehimpuls tragen kann, so daß der kalte Neutronenstern schon mit maximaler Rotationsfrequenz entsteht. Dies steht im Gegensatz zu den Ergebnissen aus Abschnitt 3.3, wo gezeigt wurde, daß ein bei seiner Entstehung gleichförmig rotierender Neutronenstern nur durch nachträgliche Beschleunigung durch Akkretion auf seine maximale Rotationsfrequenz gebracht werden kann. Die hier gezeigten Ergebnisse stehen im Gegensatz zu denen von *Goussard et al.* (1998), die für ihre differentiell rotierenden Protoneutronensterne auch zu dem Schluß kommen, daß sie nachträglich beschleunigt werden müssen.

Eine hier berechnete Sequenz von kalten Neutronensternen ($a = 0.1$ mit Hyperonen) zeigt eine größere maximale baryonische Masse als die gleichförmig rotierende Sequenz. Dies bedeutet, daß der Stern während seiner zeitlichen Entwicklung entweder zu einem Schwarzen Loch kollabiert (siehe auch Abschnitt 3.6) oder daß der Stern durch Massenabscheidung am Äquator an Masse verlieren muß, während er sich zu einem gleichförmig rotierenden Neutronenstern entwickelt. Differentielle Rotation führt auch zu einer starken Zunahme der minimalen baryonischen Masse des Protoneutronensterns ($M_B^{\text{min}} = 1.486 M_\odot$) im Vergleich zu nichtrotierenden ($M_B^{\text{min}} = 1.033 M_\odot$) und gleichförmig rotierenden ($M_B^{\text{min}} = 1.034 M_\odot$) Protoneutronensternen. Dieses Ergebnis bestätigt diejenigen von *Goussard et al.* (1998), zur weiteren Diskussion siehe Abschnitt 3.6.

3.6 Minimale und maximale Masse von Neutronensternen und der verzögerte Kollaps

Die sich ergebende minimalen und maximalen Massen von nicht rotierenden Neutronensternen mit verschiedenen Zustandsgleichungen aus dem Thomas-Fermi Modell (Abschnitt 2.2.1) und dem Hartree Modell (Abschnitt 2.2.2) sind in Tabelle 3.8 angegeben⁶. Dabei wurden verschiedene Werte für die Übergangsregion zwischen der heißen geschockten Hülle und dem nicht geschockten Kern gewählt. Es ergibt sich das wichtige Ergebnis, daß die minimale Masse eines Neutronensterns durch das frühe Stadium eines Protoneutronensterns festgelegt ist. Die Werte für die minimale gravitative (baryonische) Masse liegen im Bereich von $0.836 - 1.284 M_\odot$ ($0.900 - 1.338 M_\odot$) in den verschiedenen Modellen (siehe Tabelle 3.8). Die verwendeten Zustandsgleichungen sind, ein Thomas-Fermi Modell (TF, *Strobel et al.*, 1999a) und verschiedene Parametrisierungen des Hartree Modells (GM1 und GM3, *Glendenning & Moszkowski* (1991); NL1, *Reinhard* (1989)). Diese minimalen Massen sind um einen Faktor zehn größer als die minimalen Massen von kalten Neutronensternen (z.B. *Strobel et al.*, 1997) welche man durch die Lösung der Tolman-Oppenheimer-Volkoff Gleichung (*Tolman*, 1939; *Oppenheimer & Volkoff*, 1939) mit der Zustandsgleichung für kalte Neutronensternmaterie erhält. Diese Verschiebung der minimalen Masse durch die Eigenschaften von Protoneutronensternen

⁶Teile dieser Ergebnisse sind in der Arbeit von *Strobel & Weigel* (2001) vorveröffentlicht worden.

Tabelle 3.8: Zustandsgleichungen für verschiedene Modelle: Thomas-Fermi Modell (TF) und Hartree Modell (GM1, GM3, NL1). Die Einträge sind: Zeit nach dem „core bounce“, t ; Entropie pro Baryon in der Hülle, s_{env} ; Entropie pro Baryon im Kern, s_{core} ; maximale Baryondichte in Verbindung mit der Entropie pro Baryon in der Hülle, $n_{\text{env}}(s_{\text{env}})$; minimale Baryondichte in Verbindung mit der Entropie pro Baryon im Kern, $n_{\text{core}}(s_{\text{core}})$; minimale baryonische Masse des Protoneutronensterns, $M_{\text{B}}^{\text{min}}$; resultierende minimale gravitative Masse des kalten Neutronensterns, $M_{\text{G}}^{\text{min}}(T = 0)$; maximale baryonische Masse des Protoneutronensterns oder Neutronensterns, $M_{\text{B}}^{\text{max}}$; maximale gravitative Masse des kalten Neutronensterns welche durch den Protoneutronenstern oder heißen Neutronenstern festgelegt ist, $M_{\text{G}}^{\text{max}}(T = 0)$; Möglichkeit der Entstehung eines Schwarzen Loches während der Deleptonisierung, BH.

Modell	t [s]	s_{env}	s_{core}	$n_{\text{env}}(s_{\text{env}})$ [fm $^{-3}$]	$n_{\text{core}}(s_{\text{core}})$ [fm $^{-3}$]	$M_{\text{B}}^{\text{min}}$ [M_{\odot}]	$M_{\text{G}}^{\text{min}}(T = 0)$ [M_{\odot}]	$M_{\text{B}}^{\text{max}}$ [M_{\odot}]	$M_{\text{G}}^{\text{max}}(T = 0)$ [M_{\odot}]	BH
TF	0.1 - 1	6.0	2.0	0.002	0.1	1.338	1.284	2.366	-	ja
	0.1 - 1	6.0	1.0	0.002	0.1	0.949	0.878	2.371	-	ja
	0.1 - 1	6.0	1.0	0.005	0.1	1.117	1.021	2.372	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	0.900	0.836	2.371	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.01	0.1	1.020	0.940	2.372	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.02	0.1	1.229	1.114	2.374	-	ja
	1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	2.364	1.969	-
	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	2.449	-	-
	∞	0.0	0.0	-	-	-	-	2.417	-	-
	GM1	0.1 - 1	6.0	1.0	0.005	0.1	1.255	1.206	2.629	-
0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	1.019	0.988	2.628	-	ja	
0.1 - 1	5.0	1.0	0.01	0.1	1.140	1.100	2.629	-	ja	
1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	2.613	2.251	-	
10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	2.670	-	-	
∞	0.0	0.0	-	-	-	-	2.706	-	-	
GM1 _{Hyp}	0.1 - 1	6.0	1.0	0.005	0.1	1.255	1.206	2.462	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	1.019	0.987	2.461	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.01	0.1	1.140	1.100	2.462	-	ja
	1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	2.401	-	ja
	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	2.304	2.015	-
∞	0.0	0.0	-	-	-	-	2.353	-	-	
GM3	0.1 - 1	6.0	1.0	0.005	0.1	1.255	1.205	2.204	1.939	nein
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	1.039	1.005	2.203	1.938	nein
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.01	0.1	1.145	1.104	2.204	1.939	nein
	1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	2.212	-	-
	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	2.249	-	-
∞	0.0	0.0	-	-	-	-	2.247	-	-	
GM3 _{Hyp}	0.1 - 1	6.0	1.0	0.005	0.1	1.255	1.205	2.047	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	1.039	1.005	2.046	-	ja
	0.1 - 1	5.0	1.0	0.01	0.1	1.145	1.104	2.047	-	ja
	1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	2.015	-	ja
	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	1.898	1.699	-
∞	0.0	0.0	-	-	-	-	1.911	-	-	
NL1	0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	1.175	1.111	3.218	-	ja
	1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	3.162	2.663	(ja)
	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	3.202	(2.689)	-
	∞	0.0	0.0	-	-	-	-	3.297	-	-
NL1 _{Hyp}	0.1 - 1	5.0	1.0	0.005	0.1	1.169	1.104	3.017	-	ja
	1 - 3	2.0	2.0	-	-	-	-	2.942	-	ja
	10 - 30	2.0	2.0	-	-	-	-	2.871	2.399	-
	∞	0.0	0.0	-	-	-	-	2.962	-	-

wurde kürzlich auch von *Goussard et al.* (1998) und *Strobel et al.* (1999a) gefunden. *Gondek et al.* (1997, 1998) haben kleinere Werte für die minimale Masse ($M_G \sim 0.6 M_\odot$) gefunden. Der Grund hierfür liegt darin, daß sie ihre Berechnungen mit Protonen-Neutronensternen 1-3 s nach dem „core bounce“ begonnen haben, wo die minimale Masse kleiner ist als zu einem früheren Zeitpunkt (siehe auch *Strobel et al.*, 1999a).

Der Einfluß von Hyperonen auf die minimale Masse von Protoneutronensternen ist nur minimal ($\Delta M_G \leq 0.007 M_\odot$). Dieses Ergebnis konnte auch erwartet werden, da die maximale Baryondichte im Kern eines Protoneutronensterns mit minimaler Masse kleiner als die zweifache Kernmateriedichte ist und deshalb der Hyperonenanteil sehr klein ist.

Wie sich in Abschnitt 3.5 zeigte, kann die minimale baryonische Masse sehr stark durch differentielle Rotation beeinflußt werden. Sie erhöht sich von ($M_B^{\min} = 1.033 M_\odot$) für einen nicht rotierenden Protoneutronenstern bis auf ($M_B^{\min} = 1.486 M_\odot$) für einen stark differentiell rotierenden Protoneutronenstern.

Wenden wir uns nun der interessanten Frage zu, wodurch die minimale Masse in diesem frühen Entwicklungsstadium festgelegt wird. Ein Stern ist dynamisch instabil wenn sein gemittelter Adiabatenindex, $\bar{\gamma}$, kleiner als $4/3$ ist. Bei kalten Neutronensternen wird dies durch den Neutronendrip bei einer Baryondichte von $n \sim 2.6 \times 10^{-4} \text{ fm}^{-3}$ verursacht (siehe Abbildung 8.2 von *Shapiro & Teukolsky*, 1983). Im frühen Stadium von Protoneutronensternen wird das Absinken des mittleren Adiabatenindex unter $\bar{\gamma} = 4/3$ durch den Abfall der Entropie pro Baryon (ebenso der Temperatur) zwischen der heißen geschockten Hülle und des ungeschockten Kerns verursacht, siehe Abbildungen 3.19 und 2.8. Für eine komplette Beschreibung der Stabilitätskriterien von Neutronensternen sei auf das Buch von *Shapiro & Teukolsky* (1983) verwiesen.

Als weitere Bestätigung der Ergebnisse kann die Arbeit von *Timmes et al.* (1996) angeführt werden, in welcher die wahrscheinlichsten Massen von Neutronensternen berechnet wurden (mittels numerischer Daten von *Woosley & Weaver*, 1995), welche in Typ-II Supernovae entstehen mit Vorläufersternen mit einer Masse zwischen 11 und $40 M_\odot$. Sie erhielten eine untere Grenze für die Neutronensternmasse zwischen $1.15 - 1.27 M_\odot$. Diese untere Grenze ist vergleichbar mit den hier erhaltenen Ergebnissen.

Eine weitere Möglichkeit zur Entstehung eines Neutronensterns bietet der durch Akkretion induzierte Kollaps eines Weißen Zwerges (*Canal & Schatzman*, 1976). Numerische Simulationen von *Woosley & Baron* (1992) zeigten aber, daß der resultierende Neutronenstern eine Masse von ca. $1.4 M_\odot$ hat, da der Weiße Zwerg ohne nennenswerten Masseverlust kollabiert nachdem er seine maximale Masse erreicht hat. Die hier gezeigten Ergebnisse lassen den Schluß zu, daß Neutronensterne bei ihrer Entstehung eine ungefähr zehn mal größere Masse besitzen als die minimale Masse welche die kalte Zustandsgleichung impliziert.

Sehr interessant sind weiterhin die Ergebnisse für die maximale Masse von Neutronensternen, für welche die Werte zwischen $1.699 - 2.663 M_\odot$ (siehe Tabelle 3.8) für die verschiedenen hier verwendeten Modelle liegen. Ein weiteres neues Ergebnis ist

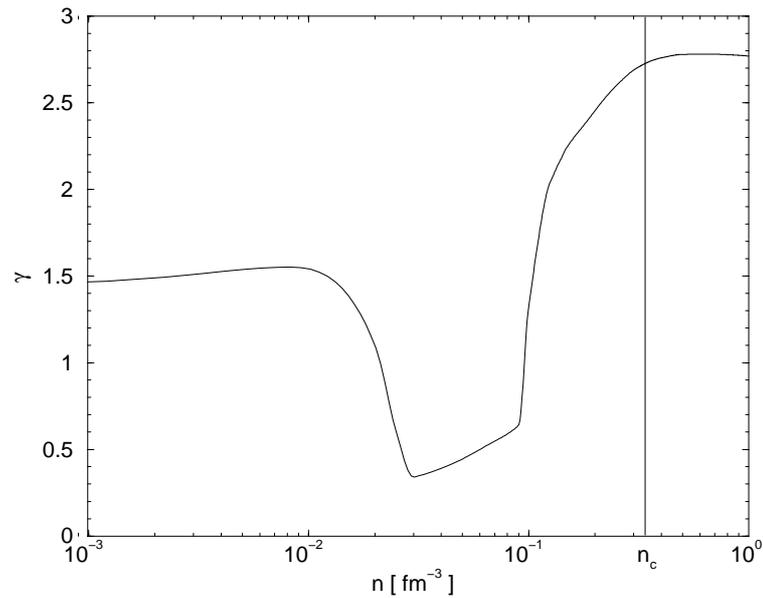


Abbildung 3.19: Adiabatenindex als Funktion der Baryondichte für einen Proto-neutronenstern mit $M_{\text{B}}^{\text{min}} = 1.229 M_{\odot}$ des TF Modells aus Tabelle 3.8. n_c bezeichnet die maximale Baryondichte des Sterns.

die Möglichkeit der Entstehung eines Schwarzen Loches während der Deleptonisierung für Zustandsgleichungen, welche nur Nukleonen und Leptonen enthalten. Zum Beispiel, für die NL1 Zustandsgleichung liegt die maximale baryonische Masse für die ersten Millisekunden bei $M_{\text{B}}^{\text{max}} = 3.218 M_{\odot}$, was größer als die erlaubte maximale baryonische Masse von $3.162 M_{\odot}$ nach 1-3 s ist. Dies bedeutet, daß während der ersten Sekunden nach dem „core bounce“ ein Schwarzes Loch entstehen kann, wenn die Masse des Protoneutronensterns zu Beginn groß genug ist (siehe Tabelle 3.8 und Abbildung 3.20). Dieser Wert für die maximale baryonische Masse 1-3 s nach dem „core bounce“ legt also die maximale gravitative Masse von $2.663 M_{\odot}$ für einen kalten Neutronenstern mit der NL1 Zustandsgleichung fest. Die maximale baryonische Masse für die erste Entwicklungsstufe ist auch größer als der maximale Wert 10-30 s nach dem „core bounce“ in der NL1 Parametrisierung. Dies bedeutet, daß sich der verzögerte Kollaps bis über diesen Zeitpunkt hinaus zögern kann. In diesem Zusammenhang ist es wichtig zu erwähnen, daß das exakte Entropieprofil außerhalb des Kerns des Protoneutronensterns bei der Bestimmung der maximalen baryonischen Masse eine untergeordnete Rolle spielt. Dies ist dadurch bedingt, daß eine Zustandsgleichung mit einer konstanten Entropie pro Baryon von $s = 1$ im ganzen Protoneutronenstern zusammen mit einer konstanten Leptonenanzahl von $Y_1 = 0.4$ zur nahezu identischen maximalen baryonischen Masse führt (z.B. für das NL1 Parametrisierung: $M_{\text{B}}^{\text{max}} = 3.218 M_{\odot}$, 0.1-1.0 s nach dem „core bounce“; $M_{\text{B}}^{\text{max}} = 3.219 M_{\odot}$, für eine Entropie pro Baryon von $s = 1$ durch den ganzen Stern mit $Y_1 = 0.4$). Dies bedeutet, daß die maximale Masse fast ausschließlich von den Eigenschaften des Kerns des Protoneutronensterns abhängt⁷.

⁷Beachte: Andere Eigenschaften eines Protoneutronensterns, wie z.B. der Radius, werden durch das Entropieprofil sehr stark beeinflusst.

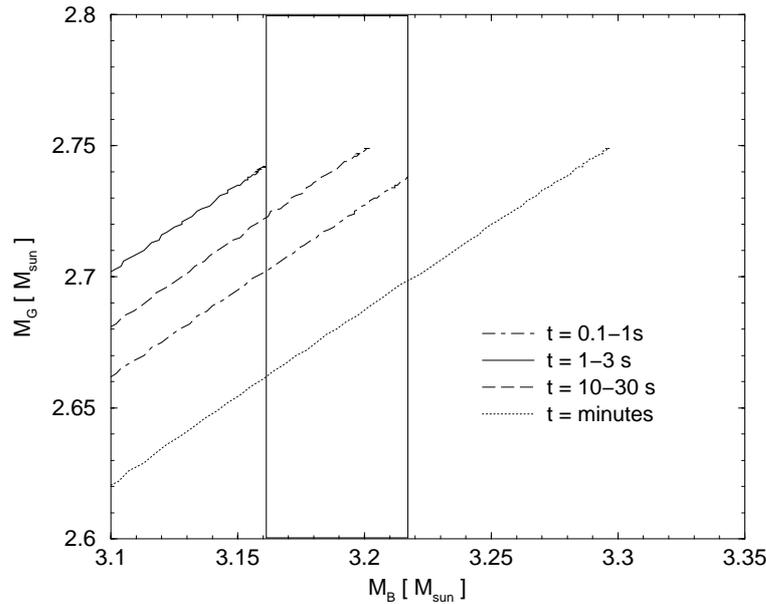


Abbildung 3.20: Maximale gravitative Masse als Funktion der maximalen baryonischen Masse für verschiedene Entwicklungsstufen eines Neutronensterns mit den entsprechenden NL1 Zustandsgleichungen. Zwischen den beiden senkrechten Linien liegt der Massenbereich, in dem der verzögerte Kollaps des Sterns zu einem Schwarzen Loch möglich ist.

Die anderen Modelle zeigen ein ähnliches Verhalten, mit Ausnahme der GM3 Parametrisierung die nur Nukleonen und Leptonen enthält, bei der die maximale baryonische Masse nach 1-3 s die maximale baryonische Masse des früheren Stadiums übersteigt. Der Grund, daß bisher diese Möglichkeit der Entstehung eines Schwarzen Loches mit Zustandsgleichungen welche nur Nukleonen und Leptonen enthalten (z.B. *Takatsuka*, 1995; *Bombaci*, 1996; *Ellis et al.*, 1996; *Prakash et al.*, 1997; *Gondek et al.*, 1998) nicht entdeckt worden ist, liegt darin, daß in diesen Arbeiten die Rechnungen 1-3 s nach dem „core bounce“ begonnen worden sind und alle folgenden Entwicklungsstufen größere maximale Massen zulassen.

Die Massendifferenzen in der maximalen Masse für Zustandsgleichungen, die nur Nukleonen und Leptonen enthalten, sind mehr als drei mal kleiner⁸ ($< 0.056 M_{\odot}$) als die Massendifferenzen ($0.146 - 0.158 M_{\odot}$) der weicheren Zustandsgleichungen, welche Hyperonen enthalten. Dadurch ergibt sich für hyperonische Zustandsgleichungen die Möglichkeit der Entstehung eines Schwarzen Loches schon wenn man die Berechnung 1-3 s nach dem „core bounce“ beginnt (siehe Tabelle 3.8). Der verzögerte Kollaps eines Neutronensterns, welcher Hyperonen, Mesonkondensate oder einen Phasenübergang zwischen Quarks und Hadronen besitzt wurde erstmals von *Brown & Bethe* (1994) und *Glendenning* (1995) diskutiert.

Es zeigt sich, daß die Massendifferenz, für welche der verzögerte Kollaps möglich ist (mit Zustandsgleichungen, die nur Nukleonen und Leptonen enthalten), eine Funktion ist, die mit der maximal zulässigen Masse der verschiedenen Modelle

⁸Aus diesem Grunde ist dieser Effekt in der Arbeit von *Strobel et al.* (1999a) übersehen worden.

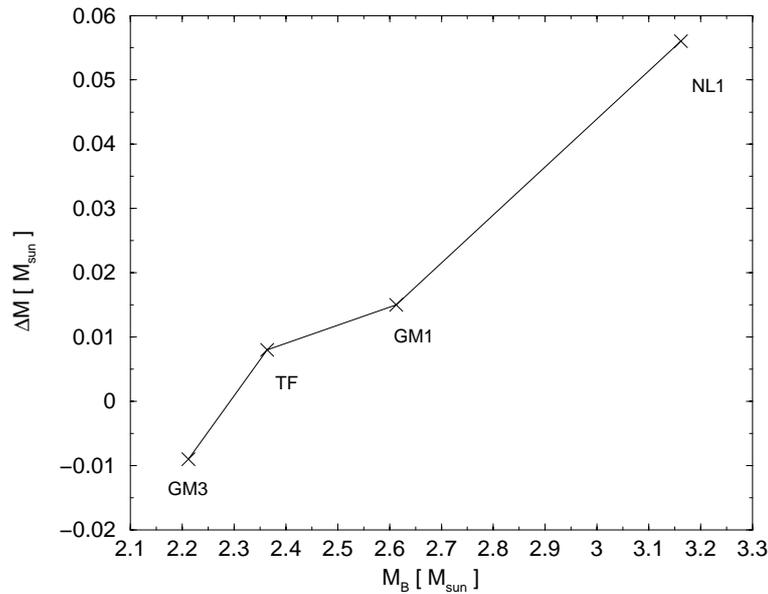


Abbildung 3.21: Baryonische Massendifferenz zwischen dem frühen Protoneutronensternstadium (0.1 - 1 s nach dem „core bounce“) und dem späteren Protoneutronensternstadium (1 - 3 s nach dem „core bounce“) als Funktion der resultierenden maximalen baryonischen Masse für verschiedene Zustandsgleichungen die nur Nukleonen und Leptonen enthalten.

ansteigt (siehe Abbildung 3.21). Die Zustandsgleichungen mit Hyperonen zeigen keine solche Abhängigkeit, die Massendifferenz ist nahezu konstant für die hier verwendeten Zustandsgleichungen (siehe Abbildung 3.22). Der minimale Wert für die maximale baryonische Masse für die Modelle welche Hyperonen enthalten wird im heißen Neutronensternstadium (10 - 30 s nach dem „core bounce“) erreicht. Dies kann, wie schon erwähnt, zum verzögerten Kollaps eines Neutronensterns während der Deleptonisierung führen, wenn die Masse des Protoneutronensterns zu Beginn groß genug ist (e.g. *Baumgarte et al.*, 1996; *Pons et al.*, 1999).

Da in dieser Arbeit genäherte Werte für die Entropie pro Baryon verwendet wurden, ist es notwendig die zeitliche Entwicklung von Neutronensternen die nur Nukleonen und Leptonen enthalten durch hydrodynamische Simulationsrechnungen, wie sie für hyperonische Zustandsgleichungen von z.B. *Baumgarte et al.* (1996) durchgeführt wurden, nachzuvollziehen. In diesen Simulationen könnte dann abschließend geklärt werden, ob der verzögerte Kollaps auch für Neutronensterne, welche nur Nukleonen und Leptonen enthalten, möglich ist. Als weiterer Punkt ist zu erwähnen, daß Materie, welche nach dem „core bounce“ durch die Schockfront der Supernova fällt, vom Neutronenstern akkretiert wird (z.B. *Chevalier*, 1989; *Herant et al.*, 1992). Dieser Massenzuwachs kann ebenso zum verzögerten Kollaps des Neutronensterns führen, so daß die beiden Wege des verzögerten Kollapses in zukünftigen Supernovae durch den Abbruch des Neutrinosignals (z.B. *Beacom et al.*, 2000) nach einigen Sekunden nicht unterscheidbar sein werden.

Es ist bis jetzt noch nicht geklärt, wie groß die maximale Masse eines Neutro-

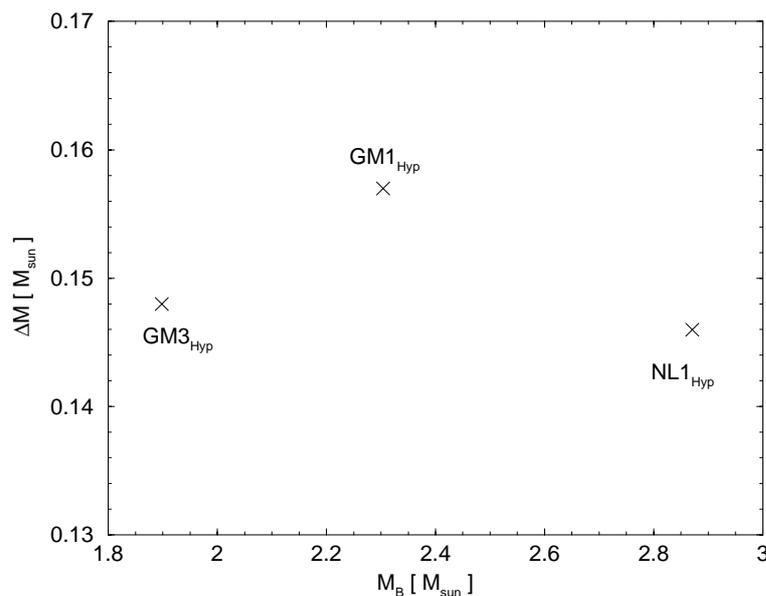


Abbildung 3.22: Baryonische Massendifferenz zwischen dem frühen Protoneutronensternstadium (0.1-1 s nach dem „core bounce“) und dem heißen Neutronensternstadium (10-30 s nach dem „core bounce“) als Funktion der resultierenden maximalen baryonischen Masse für verschiedene Zustandsgleichungen die Hyperonen enthalten.

nensterns ist. Offensichtlich ist, daß eine Zustandsgleichung mindestens eine Neutronensternmasse von $1.4 M_{\odot}$ zulassen muß, da Messungen von Pulsarmassen in Doppelsternsystemen diese Masse ergeben (z.B. *Thorsett & Chakrabarty*, 1999). Wenn man quasi-periodische Oszillationen (z.B. *van der Klis*, 2000) mit in Betracht zieht, muß die maximale Masse oberhalb von $1.8 - 2.0 M_{\odot}$ liegen (z.B. *Schaab & Weigel*, 1999). Dies würde den Schluß nahelegen, daß nur die GM1 und NL1 Zustandsgleichungen (mit und ohne Hyperonen) für die Berechnung von Neutronensternen in Betracht kämen (oder ähnlich steife Zustandsgleichungen).

Kapitel 4

Kühlung von Neutronensternen

Ein weiterer wichtiger Punkt der Neutronensternphysik betrifft das Kühlungsverhalten solcher Objekte (*Tsuruta & Cameron, 1966*). Dem Neutronenstern wird während seiner zeitlichen Entwicklung Energie, durch Neutrinoabstrahlung und durch Strahlungsverluste an der Oberfläche und durch das Magnetfeld, entzogen. Dies führt zu einer Abnahme der Rotationsfrequenz (z.B. *Shapiro & Teukolsky, 1983*), der Oberflächentemperatur (z.B. *Schaab et al., 1996*) und der Magnetfeldstärke (z.B. *Urpin & Konenkov, 1997*). Eine ausführliche Diskussion des Kühlungsverhaltens von Neutronensternen mit verschiedenen Zustandsgleichungen ist in *Schaab (1999)* gegeben.

Hier werden nun die Kühlungskurven verschiedener Neutronensternmodelle mit einer Masse von $1.4 M_{\odot}$ gezeigt und verglichen¹. Die zugrundeliegenden Zustandsgleichungen sind ein nichtrelativistisches Thomas-Fermi Modell (TF), ein weiteres nichtrelativistisches Modell (WUU) von *Wiringa et al. (1988)* und ein relativistisches Modell (HWW2) von *Huber et al. (1994, 1996)*. Als ein Beispiel für einen zusätzlichen Neutrinoemissionsprozeß wird hier der direkte Urca Prozeß betrachtet, welcher nur möglich ist, wenn die relative Protonenzahl einen Wert von ≈ 0.13 übersteigt (siehe *Boguta, 1981; Lattimer et al., 1991*). Der direkte URCA Prozeß ist ein Beispiel für die schnelle Kühlung, im Gegensatz zur „Standardkühlung“, wo solche Prozesse nicht vorkommen (siehe z.B. *Schaab, 1999*). Unter den hier gewählten Zustandsgleichungen erlaubt nur die HWW2 Zustandsgleichung den direkten Urca Prozeß. Dies führt zu einem starken Absinken der Oberflächentemperatur des Sterns bei $\tau \approx 30$ yr (siehe strichpunktierte Kurve des nicht superfluiden Modells in *Abbildung 4.1*), da der Kern, im Vergleich zur Kruste, sehr schnell durch den zusätzlichen Neutrinoemissionsprozeß kühlt. Dies führt zu einer Umkehrung des Temperaturgradienten im jungen Stern. Die Kühlungswelle die durch den Temperaturgradienten geformt wird, erreicht die Oberfläche, in Abhängigkeit von der Dicke der Kruste, und verursacht das starke Absinken der Oberflächentemperatur, gefolgt von einem flachen Verlauf der Kühlungskurve bis zu 10^7 Jahren (*Schaab et al., 1996, 1997b*). Es wird auch das Verhalten von superfluiden Neutronensternen gezeigt. Superfluidität reduziert die Neutrinoemission, die Wärmekapazität und die Wärmeleitfähigkeit um einen exponentiellen Faktor von $\exp(-\Delta/kT)$, worin Δ die

¹Diese Ergebnisse wurden in der Arbeit von *Strobel et al. (1997)* veröffentlicht.

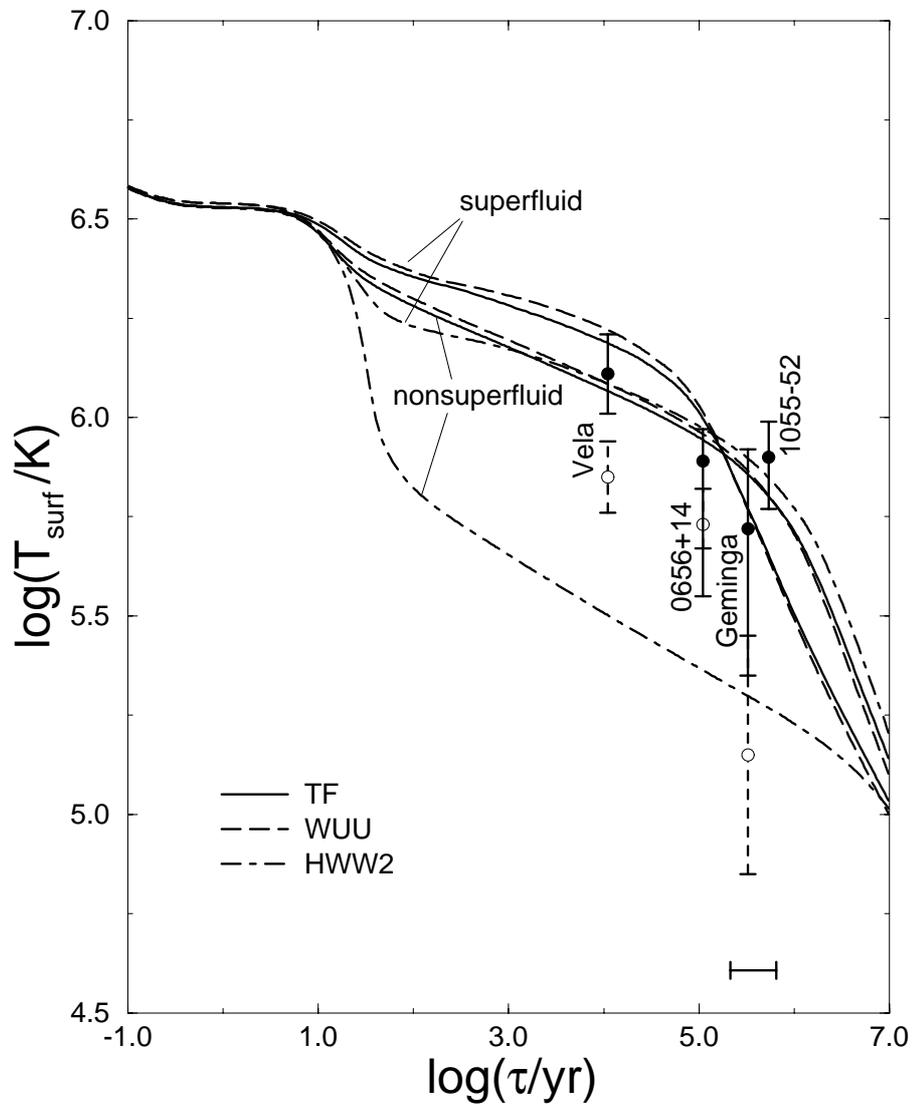


Abbildung 4.1: Kühlung von Neutronensternen, mit und ohne Superfluidität, für die TF, WUU und HWW2 Modelle. Die Oberflächentemperaturen berechnet mit Schwarzkörperatmosphäre (magnetischer Wasserstoffatmosphäre) sind gekennzeichnet durch durchgezogene (gestrichelte) Fehlerbalken (siehe Tabelle 4.1). Die Unsicherheit im Alter der Pulsare ist durch den horizontalen Fehlerbalken unten rechts gekennzeichnet (*Schaab et al.*, 1997a).

Tabelle 4.1: Oberflächentemperatur, T_s^∞ , und Spin-down Alter, t , von einigen Pulsaren (*Schaab et al.*, 1996, 1997b,a).

Pulsar	t [yr]	Atmosphäre	T_s^∞ [K]
0833-45 (Vela)	1.1×10^4	Schwarzkörper magnetische H-Atmosphäre	1.3×10^6 $7.0^{+1.6}_{-1.3} \times 10^5$
0656+14	1.1×10^5	Schwarzkörper H-Atmosphäre	$7.8^{+1.5}_{-4.2} \times 10^5$ $5.3^{+1.2}_{-0.9} \times 10^5$
0630+18 (Geminga)	3.2×10^5	Schwarzkörper H-Atmosphäre	$5.2 \pm 3.0 \times 10^5$ $1.7 \pm 1.0 \times 10^5$
1055-52	5.4×10^5	Schwarzkörper	$7.9^{+1.8}_{-3.0} \times 10^5$

„Gapenergie“ bezeichnet (siehe Tabelle 4 von *Schaab et al.* (1996) für die verwendeten „Gapenergien“).

Die Observationsdaten sind ausführlich in *Schaab et al.* (1997a) beschrieben (siehe Tabelle 4.1). Die errechnete Oberflächentemperatur hängt entscheidend davon ab, ob eine Wasserstoffatmosphäre benutzt wird oder nicht. Da der Photonfluß, welcher gänzlich über Röntgenstrahlung gemessen wird, es nicht erlaubt zu entscheiden, welches Modell für die Atmosphäre benutzt werden soll, werden hier ein Schwarzkörpermodell (durchgezogene Fehlerbalken in Abbildung 4.1) und ein Wasserstoffatmosphärenmodell (gestrichelte Fehlerbalken) verwendet. Die Fehlerbalken bezeichnen den 3σ Fehlerbereich. Das Alter der Pulsare wird durch die Abnahme der Rotationsfrequenz festgelegt, wobei ein Wert von drei für den Brechungsindex verwendet wurde. Da der exakte Wert für den Brechungsindex nicht genau bekannt ist (er liegt typischerweise zwischen zwei und vier), wird z.B. für den Geminga Pulsar, der Fehler im Alter durch den horizontalen Fehlerbalken unten rechts in Abbildung 4.1 gezeigt.

Die Kühlungskurven der nichtrelativistischen Modelle (TF und WUU) sind nahezu identisch. Im Gegensatz dazu unterscheidet sich die Kühlungskurve des relativistischen Modells (HWW2) sehr stark von den nichtrelativistischen Modellen, da das HWW2 Modell überwiegend durch den direkten Urca Prozeß während der Neutrinoabstrahlungsphase kühlt. Superfluidität reduziert die Neutrinoabstrahlung, was zu einer höheren Oberflächentemperatur während der Neutrinoabstrahlungsphase führt. Später, in der Photonenkühlphase, wird die Oberflächentemperatur der superfluiden Modelle kleiner als die der nicht superfluiden Modelle. Die Observationsdaten können durch beide nichtrelativistischen Modelle (superfluid und nicht superfluid), wie auch durch das superfluide relativistische Modell beschrieben werden. Im Falle des relativistischen Modells unter der Voraussetzung, daß der Pulsar keine Wasserstoffatmosphäre besitzt (mit Ausnahme von PSR 1055-52, welcher durch interne Aufheizung erklärt werden kann, siehe *Van Riper et al.* (1995)). Jedoch, falls einige Pulsare eine Wasserstoffatmosphäre besitzen sollten, würde sich

eine zu hohe Oberflächentemperatur ergeben. In diesem Fall wäre erhöhte Kühlung durch Superfluidität oder andere Prozesse nötig, siehe *Schaab et al.* (1997b) für nähere Informationen. Ob Pulsare eine Wasserstoffatmosphäre besitzen oder nicht, könnte durch Multi-Wellenlängenbeobachtungen, welche von *Pavlov et al.* (1996) vorgeschlagen wurden, entschieden werden.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Schlußfolgerungen

Das Ziel dieser Arbeit war es, die Eigenschaften von nichtrotierenden, schnell rotierenden und differentiell rotierenden Protoneutronensternen zu untersuchen, welche aus heißer, dichter Materie bestehen, welche aus Nukleonen, Hyperonen und Leptonen zusammengesetzt ist. Es wurden dazu verschiedene Zustandsgleichungen aufgestellt, welche die Eigenschaften der Protoneutronensternmaterie (z.B. hohe Temperatur, eingeschlossene Neutrinos etc.) zu bestimmten Zeitpunkten simulieren. Zur Berechnung der Zustandsgleichungen wurden zwei verschiedene Modelle verwendet, um heiße, dichte Materie zu beschreiben:

- Ein nichtrelativistisches, modernes Thomas-Fermi Modell für Materie bei endlichen Temperaturen (*Strobel et al.*, 1999b).
- Ein relativistischer Hartree Ansatz in gemittelter Feldnäherung bei endlichen Temperaturen (*Schäfer*, 1997).

Beide Modelle wurden erweitert, um Materie mit konstanter Entropie pro Baryon zu berechnen. Für Zustandsgleichungen heißer, dichter Materie stellte sich heraus, daß der Einfluß der Temperatur, z.B. auf den Druck, exakt berechnet werden muß, denn die Fermi-Verteilungsfunktionen können im relevanten Temperaturbereich nur unzureichend genähert werden. Ein Vergleich mit früher verwendeten Näherungsverfahren führte zu dem Ergebnis, daß z.B. der Druckanstieg, welcher durch die endliche Temperatur hervorgerufen wird, bis zu 50 % zu niedrig ausfällt, im Vergleich zur exakten Rechnung. Ferner ergab sich unter den hier verwendeten Modellen ein großer Unterschied in der Temperatur bei gleicher Entropie pro Baryon. Dieser Unterschied führt dazu, daß die entstehenden Neutrinos, bei gleicher vorgegebener Entropie pro Baryon, eine unterschiedliche Energie besitzen. Das hat zur Folge, daß die Neutrinos den Protoneutronenstern im Modell mit niedrigerer Temperatur schneller verlassen können als in dem mit höherer Temperatur. Dies kommt daher, daß die Neutrinos mit geringerer Energie einen kleineren Wirkungsquerschnitt besitzen. Weiterhin besitzen die verschiedenen Modelle, welche Hyperonen beinhalten, eine unterschiedliche Anzahl von Hyperonen. Das führt zu

Unterschieden in der Zahl der abgestrahlten Neutrinos. Die beiden letzten Ergebnisse könnten in Zukunft dazu beitragen, daß Neutrinosignale von Supernovae dazu verwendet werden können, um Einschränkungen an die Zusammensetzung der Materie zu erhalten.

Eine Untersuchung auf diesem Gebiet sollte die Eigenschaften von Protoneutronensternen und Neutronensternen im gesamten Massenbereich beinhalten. Leptonenkonzentrations- und Entropieverteilungen in Abhängigkeit von der Baryondichte wurden bis jetzt in Evolutionsrechnungen für Protoneutronensterne nur für einzelne, fixierte Massen berechnet (z.B. *Burrows & Lattimer, 1986; Keil & Janka, 1995; Burrows et al., 1995*). In dieser Arbeit wurde der gesamte Massenbereich für Protoneutronensterne untersucht, unter der Annahme, daß die Leptonenkonzentration nur wenig von der Masse des Sterns abhängt. Des weiteren wurde angenommen, daß nennenswerte Massenakkretion auf den Protoneutronenstern innerhalb der ersten 500 ms nach dem „core bounce“ aufhört, so daß sich danach die Masse des Protoneutronensterns nicht mehr ändert. Auch wird vorausgesetzt, daß der Drehimpuls des Protoneutronensterns während seiner Entwicklung konstant ist, er also keinen zusätzlichen Drehimpuls erhält (z.B. durch Akkretion) oder Drehimpuls verliert.

Ein Ergebnis dieser Arbeit ist, daß die minimale, gravitative Masse eines Neutronensterns durch das erste Stadium des Protoneutronensterns (0.1 - 1 s nach dem „core bounce“) festgelegt wird, so daß die Masse eines Neutronensterns, welcher in einer Typ II Supernova entsteht, größer als $0.84 M_{\odot}$ ist. Dieses Resultat wird durch die Arbeit von *Gondek et al. (1998)* unterstützt, in der eine minimale Masse von $\sim 0.6 M_{\odot}$ angegeben wird. Der Unterschied in der Masse ergibt sich dadurch, daß *Gondek et al. (1998)* ihre Berechnungen erst 1 - 3 s nach dem „core bounce“ begonnen haben und nicht, so wie in der vorliegenden Arbeit, 0.1 - 1 s nach dem „core bounce“. Weiter hat sich herausgestellt, daß gleichförmige Rotation sowie die Einbeziehung von Hyperonen nur einen geringen Einfluß auf die minimale gravitative Masse eines Protoneutronensterns haben. Der Effekt liegt in allen untersuchten Fällen unter $0.007 M_{\odot}$. Bezieht man die differentielle Rotation des Protoneutronensterns mit in Betracht, ergibt sich eine starke Verschiebung in Richtung größerer minimaler Massen. Diese kann, je nach Grad der differentiellen Rotation, bis zu gravitativen Massen von $1.4 M_{\odot}$ oder mehr betragen (siehe auch *Goussard et al., 1998*). Der exakte Wert der minimalen Masse hängt stark von dem Wert der Entropie pro Baryon in der Hülle des Protoneutronensterns ab, da eine größere Entropie pro Baryon in der Hülle zu größeren minimalen Massen führt. Die sich ergebenden minimalen Massen wurden für Werte der Entropie zwischen $s = 4$ und $s = 6$ berechnet. Die minimale gravitative Masse von Protoneutronensternen ist somit um einen Faktor 10 größer als die minimale stabile Masse für einen kalten Neutronenstern.

Es wurde auch der Einfluß der Lage der Neutrinosphäre auf die Struktur von Protoneutronensternen 1 - 3 s nach dem „core bounce“ untersucht. Wie zu erwarten war, ergaben sich beträchtliche Unterschiede im Radius (bis zu 10 %) und daraus folgend für die Keplerfrequenzen der Sterne. Andere Eigenschaften, wie etwa die zentrale Baryondichte, werden nur gering durch die Lage der Neutrinosphäre

beeinflusst. Weiterhin wurden die Auswirkungen verschiedener Temperaturen in der Hülle von Protoneutronensternen (1 - 3 s nach dem „core bounce“) und heißen Neutronensternen (10 - 30 s nach dem „core bounce“) in Betracht gezogen. Auch der Fall, in dem man der Hülle eine sehr hohe Temperatur von 0.6 MeV zuschreibt, anstatt einer konstanten Entropie pro Baryon, ändert die Eigenschaften dieser Sterne um weniger als 1 %. Größere Veränderungen ergeben sich, wenn man die Hülle als kalt betrachtet. Aus diesem Grunde sollten die Effekte, welche eine endliche Temperatur auf die Hülle hat, nicht vernachlässigt werden.

Ein weiterer Punkt betrifft die maximale Rotationsfrequenz (bei gleichförmiger Rotation), welche junge Neutronensterne besitzen können, die in Typ II Supernovae entstehen. Unter den oben genannten Voraussetzungen (keine Akkretion und konstanter Drehimpuls), ergab sich eine maximale Rotationsfrequenz zwischen 1.56 und 2.22 ms für junge Neutronensterne mit einer typischen baryonischen Masse von $1.5 M_{\odot}$. Dieses Ergebnis wird durch die Arbeiten von *Goussard et al.* (1997, 1998) unterstützt, welche vergleichbare Grenzen für die maximale Rotationsperiode gefunden haben. Diese Resultate legen den Schluß nahe, daß Neutronensterne, die eine typischen Masse von $1.5 M_{\odot}$ besitzen, nachträglich durch Akkretion beschleunigt worden sind. Falls der Neutronestern mit einer größeren Masse in einer Supernova entsteht, gilt diese Aussage nur noch eingeschränkt, da solche Neutronensterne schon bei der Entstehung eine Rotationsperiode besitzen können, welche unter 1 ms liegt. Weitere Einschränkungen entstehen dadurch, daß Protoneutronensterne möglicherweise differentiell rotieren. Meine Berechnungen haben ergeben, daß differentiell rotierende Protoneutronensterne für jede Masse einen größeren Drehimpuls besitzen können als kalte Neutronensterne gleicher Masse, die gleichförmig rotieren. Dies bedeutet, auch Neutronensterne mit einer typischen baryonischen Masse von $1.5 M_{\odot}$ könnten mit einer Rotationsfrequenz unter 1 ms entstehen, falls sie differentiell rotieren.

Die maximale Masse von Neutronensternen ist bis heute noch nicht bekannt, da das Verhalten von Materie bei extrem hohen Dichten (mehrfache Kernmateriedichte) sehr stark von theoretischen Extrapolationen abhängt und dieser Dichtebereich bis jetzt experimentell unzugänglich ist. Aus diesem Grunde sind in der vorliegenden Arbeit verschiedene Modelle und Parametrisierungen für Kernmaterie ausgewählt worden, um einen möglichst großen Bereich für die maximale Masse von Neutronensternen abzudecken. Trotzdem kann als Resultat dieser Arbeit die Aussage getroffen werden, daß die maximale Masse eines jungen Neutronensterns während der ersten ~ 30 Sekunden nach seiner Entstehung eingeschränkt wird. Die maximale Masse eines jungen Neutronensterns, welcher aus nukleonischer oder hyperonischer Materie besteht, ist immer durch dieses frühe Entwicklungsstadium vorausbestimmt. Diese Aussage gilt für fast alle bekannten Pulsare, da die meisten eine typische Rotationsperiode zwischen 100 und 500 ms besitzen. Diese Rotationsperioden sind weit entfernt von der Keplerfrequenz und deshalb ist die Vergrößerung der maximalen Masse durch die Rotationsenergie vernachlässigbar gering.

Als weiteres wichtiges Ergebnis dieser Arbeit stellte sich heraus, daß die Entstehung eines schwarzen Loches während der Neutrinokühlphase (verzögerter Kollaps) auch

für Protoneutronensterne möglich ist, welche nur Nukleonen und Leptonen enthalten, falls die Masse des Protoneutronensterns hoch genug ist. Diese Eigenschaft von Neutronensternen wurde bis jetzt nur für Zustandsgleichungen für möglich gehalten, welche druckerniedrigende Komponenten beinhalten, wie z.B. Hyperonen, Mesonkondensate oder die einen Quark-Hadron Phasenübergang besitzen (siehe *Brown & Bethe*, 1994; *Glendenning*, 1995). Es existieren eine Vielzahl von Publikationen über dieses Thema (siehe z.B. *Takatsuka*, 1995; *Bombaci*, 1996; *Ellis et al.*, 1996; *Prakash et al.*, 1997; *Gondek et al.*, 1998), aber alle beginnen ihre Berechnungen erst 1-3 s nach dem „core bounce“. In dieser Arbeit wurde nun das frühe Stadium (~ 0.1 -1 s nach dem „core bounce“) mit in die Betrachtung einbezogen. Es stellte sich heraus, daß die maximale Masse eines Protoneutronensterns (~ 0.1 -1 s nach dem „core bounce“) bis zu $0.056 M_{\odot}$ größer sein kann, als die maximal zulässige Masse des Protoneutronensterns ca. 1-3 s nach dem „core bounce“. Dieses Ergebnis legt den Schluß nahe, daß Neutronensterne, welche nur aus Nukleonen und Leptonen bestehen, auch während der ersten Sekunden nach ihrer Entstehung verzögert zu einem schwarzen Loch kollabieren können. Einschränkend muß aber darauf hingewiesen werden, daß diese Frage abschließend nur durch hydrodynamische Berechnungen der zeitlichen Entwicklung eines Protoneutronensterns beantwortet werden kann, wie sie z.B. von *Baumgarte et al.* (1996) für Zustandsgleichungen mit Hyperonen durchgeführt wurden. Da in dieser Arbeit die zeitliche Entwicklung zu bestimmten Zeiten nachvollzogen wurde (inklusive Näherungen), besteht eine gewisse Unsicherheit bei den hier ermittelten Ergebnissen. Auch ist bis heute noch nicht abschließend geklärt, wann die Akkretion von Materie auf den entstehenden Neutronenstern aufhört (siehe *Chevalier*, 1989; *Herant et al.*, 1992), was ebenso zu einem verzögerten Kollaps führen könnte, falls die Akkretion mehrere Sekunden anhält. Sollte zukünftig ein Abbruch des Neutrinosignals gemessen werden, so kann im Augenblick nicht entschieden werden, welcher der beiden Wege zum verzögerten Kollaps geführt hat.

In zukünftigen Untersuchungen muß nun überprüft werden, inwieweit differentielle Rotation die Eigenschaften von Protoneutronensternen verändert, dies ist in hydrodynamischen Berechnungen bis jetzt nur über einen Zeitraum von ~ 40 ms durchgeführt worden (*Zwergner & Müller*, 1997). Weiterhin sollten weitere numerische Simulationen der Neutrinoabkühlungsphase mit unterschiedlichen Zustandsgleichungen vorgenommen werden. Dies kann zusammen mit zukünftigen Beobachtungsdaten zu weiteren Erkenntnissen über die physikalischen Eigenschaften von Kernmaterie führen.

Literaturverzeichnis

- N. ANDERSSON, *ApJ*, **502** (1998) 708.
- W. D. ARNETT, *ApJ*, **218** (1977) 815.
- K. ASSAMAGAN ET AL., *Phys. Rev. D*, **53** (1996) 6065.
- W. BAADE & F. ZWICKY, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, **20** (1934) 259.
- D. C. BACKER, S. R. KULKARNI, C. HEILES, M. M. DAVIS & W. M. GOSS, *Nature*, **300** (1982) 615.
- S. BALBERG & A. GAL, *Nucl. Phys. A*, **625** (1997) 435.
- R. BARATE ET AL., *Eur. Phys. J.*, **C2** (1998) 395.
- M. BAUER, E. HERNÁNDEZ-SALDAÑA, P. E. HODGSON & J. QUINTANILLA, *J. Phys. G*, **8** (1982) 525.
- T. W. BAUMGARTE, H.-T. JANKA, W. KEIL, S. L. SHAPIRO & S. A. TEUKOLSKY, *ApJ*, **468** (1996) 823.
- T. W. BAUMGARTE, S. L. SHAPIRO & M. SHIBATA, *ApJ*, **528** (2000) L29.
- G. BAYM & C. PETHICK, *Ann. Rev. Nucl. Sci.*, **25** (1975) 27.
- G. BAYM, C. PETHICK & P. SUTHERLAND, *ApJ*, **170** (1971) 299.
- J. F. BEACOM, R. N. BOYD & A. MEZZACAPPA, *Phys. Rev. Lett.*, **85** (2000) 3568.
- H. A. BETHE, *Rev. Mod. Phys.*, **62** (1990) 801.
- H. A. BETHE, G. E. BROWN, J. APPLIGATE & J. M. LATTIMER, *Nucl. Phys. A*, **324** (1979) 487.
- J. BOGUTA, *Phys. Lett. B*, **106** (1981) 255.
- I. BOMBACI, *ApJ*, **305** (1996) 871.
- I. BOMBACI, M. PRAKASH, M. PRAKASH, P. J. ELLIS, J. M. LATTIMER & G. E. BROWN, *Nucl. Phys. A*, **583** (1995) 623.
- S. BONAZZOLA, J. FRIEBEN & E. GOURGOULHON, *ApJ*, **460** (1996) 379.

- S. BONAZZOLA, E. GOURGOULHON, M. SALGADO & J. A. MARCK, *A&A*, **278** (1993) 421.
- G. E. BROWN & H. A. BETHE, *ApJ*, **423** (1994) 659.
- A. BURROWS, J. HAYES & B. A. FRYXELL, *ApJ*, **450** (1995) 830.
- A. BURROWS & J. M. LATTIMER, *ApJ*, **307** (1986) 178.
- A. BURROWS & J. M. LATTIMER, *Phys. Rep.*, **163** (1988) 51.
- A. BURROWS & R. F. SAWYER, *Phys. Rev. C*, **58** (1998) 554.
- R. CANAL & E. SCHATZMAN, *A&A*, **46** (1976) 229.
- J. CHADWICK, *Proc. Roy. Soc.*, **A136** (1932) 692.
- R. A. CHEVALIER, *ApJ*, **346** (1989) 847.
- J. C. COLLINS & M. J. PERRY, *Phys. Rev. Lett.*, **34** (1975) 1353.
- J. COOPERSTEIN, *Phys. Rep.*, **163** (1988) 95.
- C. DAS, R. K. TRIPATHI & R. SAHU, *Phys. Rev. C*, **45** (1992) 2217.
- R. H. DURISEN, *ApJ*, **199** (1975a) 179.
- R. H. DURISEN, *ApJ*, **183** (1975b) 215.
- P. J. ELLIS, J. M. LATTIMER & M. PRAKASH, *Comments Nucl. Part. Phys.*, **22** (1996) 63.
- E. FERMI, *Z. Phys.*, **48** (1928) 73.
- E. FLOWERS & N. ITOH, *ApJ*, **206** (1976) 218.
- J. L. FRIEDMAN, J. R. IPSEY & L. PARKER, *ApJ*, **304** (1986) 115 + Errata, 1990, *ApJ* 351, 705.
- C. L. FRYER & A. HEGER, *ApJ*, **541** (2000) 1033.
- Y. FUKUDA, T. HAYAKAWA, E. ICHIHARA, K. INOUE, K. ISHIHARA & H. I. ET AL., *Phys. Rev. Lett.*, **81** (1998) 1562.
- N. K. GLENDENNING, *Z. Phys. A*, **327** (1987a) 295.
- N. K. GLENDENNING, *Nucl. Phys. A*, **469** (1987b) 600.
- N. K. GLENDENNING, *ApJ*, **448** (1995) 797.
- N. K. GLENDENNING, “*Compact Stars*”, Springer Verlag, New York, 1997.
- N. K. GLENDENNING & S. A. MOSZKOWSKI, *Phys. Rev. Lett.*, **67** (1991) 2414.
- T. GOLD, *Nature*, **218** (1968) 731.

- D. GONDEK, P. HAENSEL & J. L. ZDUNIK, *A&A*, **325** (1997) 217.
- D. GONDEK, P. HAENSEL & J. L. ZDUNIK, in K. L. Chan, K. S. Cheng & H. P. Singh (eds.), *1997 Pacific Rim Conference on Stellar Astrophysics*, p. 131, ASP Conference Series, Vol. 138, 1998.
- J.-O. GOUSSARD, P. HAENSEL & J. L. ZDUNIK, *A&A*, **321** (1997) 822.
- J.-O. GOUSSARD, P. HAENSEL & J. L. ZDUNIK, *A&A*, **330** (1998) 1005.
- P. HAENSEL, M. SALGADO & S. BONAZZOLA, *A&A*, **296** (1995) 745.
- S. HANNESTAD, H.-T. JANKA, G. G. RAFFELT & G. SIGL, *Phys. Rev. D*, **62** (2000) 093021.
- M.-A. HASHIMOTO, K. OYAMATSU & Y. ERIGUCHI, *ApJ*, **436** (1994) 257.
- M. HERANT, W. BENZ & S. COLGATE, *ApJ*, **395** (1992) 642.
- A. HEWISH, S. J. BELL, J. D. H. PILKINGTON, P. F. SCOTT & R. A. COLLINS, *Nature*, **217** (1968) 709.
- H. HUBER, “*Relativistische Zustandsgleichungen und Neutronensterne*”, Ph.D. thesis, Universität München, unpublished, 1999.
- H. HUBER, F. WEBER & M. K. WEIGEL, *Phys. Rev. C*, **50** (1994) R1287.
- H. HUBER, F. WEBER & M. K. WEIGEL, *Nucl. Phys. A*, **596** (1996) 684.
- H. HUBER, F. WEBER, M. K. WEIGEL & C. SCHAAB, *Int. J. Mod. Phys. E*, **7** (1998) 301.
- R. A. HULSE & J. H. TAYLOR, *ApJ*, **195** (1975) L15.
- J. N. IMAMURA, J. L. FRIEDMAN & R. H. DURISEN, *ApJ*, **294** (1985) 474.
- B. V. JACAK ET AL., *Phys. Rev. Lett.*, **51** (1983) 1846.
- H.-T. JANKA, in F. Giovannelli & G. Mannocchi (eds.), *Proceedings of the Vulcano Workshop, “Frontier Objects in Astrophysics and Particle Physics”, Vulcano, Italy, May 18-23, 1992*, vol. 40, p. 345, SIF, Bologna, 1993.
- H.-T. JANKA, W. KEIL, G. G. RAFFELT & D. SECKEL, *Phys. Rev. Lett.*, **76** (1996) 2621.
- H.-T. JANKA & R. MÖNCHMEYER, *A&A*, **226** (1989) 69.
- H.-T. JANKA & E. MÜLLER, *A&A*, **306** (1996) 167.
- M. JETTER, “*Untersuchung zur Anpassung der effektiven Kopplungskonstanten in der relativistischen Hartree- und Hartree-Fock-Theorie und deren Einfluß auf die Zustandsgleichung für Nukleonenmaterie*”, Master’s thesis, Universität München, unpublished, 1990.

- W. KEIL, “*Konvektive Instabilitäten in entstehenden Neutronensternen*”, Ph.D. thesis, Technische Universität München, unpublished, 1996.
- W. KEIL & H.-T. JANKA, *A&A*, **296** (1995) 145.
- W. KEIL, H.-T. JANKA & E. MÜLLER, *ApJ*, **473** (1996) L111.
- J. M. LATTIMER, C. J. PETHICK, M. PRAKASH & P. HAENSEL, *Phys. Rev. Lett.*, **66** (1991) 2701.
- J. M. LATTIMER & F. D. SWESTY, *Nucl. Phys. A*, **535** (1991) 331.
- J. M. LATTIMER & A. YAHIL, *ApJ*, **340** (1989) 426.
- V. M. LOBASHEV ET AL., *Phys. Lett. B*, **460** (1999) 227.
- D. LORIMER, *Physics World*, **9** (1996) 25.
- R. A. MANAGAN, *ApJ*, **294** (1985) 463.
- G. J. MATHEWS, J. R. WILSON & S. E. WOOSLEY, in M. W. Guidry & M. R. Strayer (eds.), *Proceedings of the First Symposium on “Nuclear Physics in the Universe”*, Oak Ridge, TN, 1992, p. 301, IOP, Bristol, UK, 1993.
- A. MEZZACAPPA, A. C. CALDER, S. W. BRUENN, J. M. BLONDIN, M. W. GUIDRY, M. R. STRAYER & A. S. UMAR, *ApJ*, **493** (1998a) 848.
- A. MEZZACAPPA, A. C. CALDER, S. W. BRUENN, J. M. BLONDIN, M. W. GUIDRY, M. R. STRAYER & A. S. UMAR, *ApJ*, **495** (1998b) 911.
- W. D. MYERS & W. J. ŚWIĄTECKI, *Ann. Phys. (NY)*, **204** (1990) 401.
- W. D. MYERS & W. J. ŚWIĄTECKI, *Ann. Phys. (NY)*, **211** (1991) 292.
- W. D. MYERS & W. J. ŚWIĄTECKI, *Nucl. Phys. A*, **601** (1996) 141.
- W. D. MYERS & W. J. ŚWIĄTECKI, *Phys. Rev. C*, **57** (1998) 3020.
- J. NEGELE & D. VAUTHERIN, *Nucl. Phys. A*, **207** (1973) 298.
- J. R. OPPENHEIMER & G. M. VOLKOFF, *Phys. Rev.*, **55** (1939) 374.
- V. R. PANDHARIPANDE, *Nucl. Phys. A*, **178** (1971) 123.
- G. G. PAVLOV, V. E. ZAVLIN, J. TRÜMPER & R. NEUHÄUSER, *ApJ*, **472** (1996) L33.
- J. A. PONS, S. REDDY, M. PRAKASH, J. M. LATTIMER & J. A. MIRALLES, *ApJ*, **513** (1999) 780.
- M. PRAKASH, I. BOMBACI, M. PRAKASH, P. J. ELLIS, J. M. LATTIMER & R. KNORREN, *Phys. Rep.*, **280** (1997) 1.
- G. G. RAFFELT, “*Stars as Laboratories for Fundamental Physics*”, University of Chicago Press, Chicago, 1996.

- G. G. RAFFELT & T. STROBEL, *Phys. Rev. D*, **55** (1997) 523.
- M. RAMPP, E. MÜLLER & M. RUFFERT, *A&A*, **332** (1998) 969.
- J. RAMSCHÜTZ, F. WEBER & M. K. WEIGEL, *J. Phys. G*, **16** (1990) 987.
- S. REDDY, M. PRAKASH & J. M. LATTIMER, *Phys. Rev. D*, **58** (1998) 013009.
- P. G. REINHARD, *Rep. Prog. Phys.*, **52** (1989) 439.
- J. V. ROMERO, J. DÍAZ ALONSO, J. M. IBÁÑEZ, J. A. MIRALLES & A. PÉREZ, *ApJ*, **395** (1992) 612.
- L. ROSENFELD, in “*Astrophysics and Gravitation*”, *Proceedings of the the 16th Solvay Conference on Physics*, p. 174, Editions de l’Université de Bruxelles, Brussels, Belgium, 1974.
- C. SCHAAB, “*Struktur und thermische Entwicklung von Neutronensternen und Strange Sternen*”, Ph.D. thesis, GCA-Verlag (Herdecke), ISBN 3-928973-53-3, 1999.
- C. SCHAAB, B. HERMANN, F. WEBER & M. K. WEIGEL, *ApJ*, **480** (1997a) L111.
- C. SCHAAB, D. VOSKRESENSKY, A. D. SEDRAKIAN, F. WEBER & M. K. WEIGEL, *A&A*, **321** (1997b) 591.
- C. SCHAAB, F. WEBER, M. K. WEIGEL & N. K. GLENDENNING, *Nucl. Phys. A*, **605** (1996) 531.
- C. SCHAAB & M. K. WEIGEL, *M.N.R.A.S.*, **308** (1999) 718.
- A. SCHÄFER, “*Eigenschaften der Materie heißer Protoneutronensterne*”, Master’s thesis, Universität München, unpublished, 1997.
- J. SCHAFFNER & I. N. MISHUSTIN, *Phys. Rev. C*, **53** (1996) 1416.
- B. D. SEROT & J. D. WALECKA, *Adv. Nucl. Phys.*, **16** (1986) 1.
- R. G. SEYLER & C. H. BLANCHARD, *Phys. Rev.*, **124** (1961) 227.
- R. G. SEYLER & C. H. BLANCHARD, *Phys. Rev.*, **131** (1963) 355.
- S. L. SHAPIRO & S. A. TEUKOLSKY, “*Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*”, John Wiley & Sons, New York, 1983.
- S. L. SHAPIRO, S. A. TEUKOLSKY & T. NAKAMURA, *ApJ*, **357** (1990) L17.
- M. SHIBATA, T. W. BAUMGARTE & S. L. SHAPIRO, *ApJ*, **542** (2000) 453.
- K. STROBEL, “*Infinite Kern- und Neutronenstern-Materie im Thomas-Fermi-Modell bei endlichen Temperaturen*”, Master’s thesis, Universität München, unpublished, 1996.

- K. STROBEL, C. SCHAAB & M. K. WEIGEL, *A&A*, **350** (1999a) 497.
- K. STROBEL, F. WEBER, C. SCHAAB & M. K. WEIGEL, *Int. J. Mod. Phys. E*, **6** (1997) 669.
- K. STROBEL, F. WEBER & M. K. WEIGEL, *Z. Naturforsch.*, **54a** (1999b) 83.
- K. STROBEL & M. K. WEIGEL, *A&A*, **367** (2001) 582.
- T. STROBEL, preprint, unpublished, 2000.
- K. SUMIYOSHI, H. SUZUKI & H. TOKI, *A&A*, **303** (1995) 475.
- T. TAKATSUKA, *Nucl. Phys. A*, **588** (1995) 365.
- T. TAKATSUKA, *Prog. Theo. Phys.*, **95** (1996) 901.
- T. TAKATSUKA, S. NISHIZAKI & J. HIURA, *Prog. Theo. Phys.*, **92** (1994) 779.
- J. TAYLOR, A. G. LYNE & R. N. MANCHESTER, *Princeton-Pulsar-Catalogue*, (1995) .
- B. TER HAAR & R. MALFLIET, *Phys. Rep.*, **149** (1987) 207.
- L. H. THOMAS, *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, **23** (1926) 542.
- S. E. THORSETT & D. CHAKRABARTY, *ApJ*, **512** (1999) 288.
- F. X. TIMMES, S. E. WOOSLEY & T. A. WEAVER, *ApJ*, **457** (1996) 834.
- R. C. TOLMAN, *Phys. Rev.*, **55** (1939) 364.
- S. TSURUTA & A. G. W. CAMERON, *Can. J. Phys.*, **44** (1966) 1863.
- V. URPIN & D. KONENKOV, *M.N.R.A.S.*, **292** (1997) 167.
- M. VAN DER KLIS, *ARA&A*, **38** (2000) 717.
- K. A. VAN RIPER, B. LINK & R. I. EPSTEIN, *ApJ*, **448** (1995) 294.
- T. A. WEAVER, G. B. ZIMMERMAN & S. E. WOOSLEY, *ApJ*, **225** (1978) 1021.
- F. WEBER, “*Pulsars as Astrophysical Laboratories for Nuclear and Particle Physics*”, High Energy Physics, Cosmology and Gravitation Series, IOP Publishing, Bristol, 1999.
- F. WEBER & N. K. GLENDENNING, in D. Feng, G. He & X. Li (eds.), *Proceedings of the Nankai Summer School, “Astrophysics and Neutrino Physics”, Tanjin, China, June 17-27, 1991*, p. 64, World Scientific, Singapore, 1993a.
- F. WEBER & N. K. GLENDENNING, in M. W. Guidry & M. R. Strayer (eds.), *Proceedings of the First Symposium on “Nuclear Physics in the Universe”, Oak Ridge, TN, 1992*, p. 127, IOP, Bristol, UK, 1993b.

- F. WEBER, N. K. GLENDENNING & S. PEI, in B. C. Sinha, D. K. Srivastava & V. P. Vivogi (eds.), *Proceedings of the 3rd International Conference on Physics and Astrophysics of Quark-Gluon Plasma, March 17–21, 1997, Jaipur, India*, Naroso Publ. House, 1998.
- F. WEBER & M. K. WEIGEL, *Nucl. Phys. A*, **495** (1989) 363c.
- F. WEBER & M. K. WEIGEL, *Bild der Wissenschaft*, “Atome – so groß wie ein Stern”, *Neutronen- und Quarksterne*, (August 1994) .
- C. WEINHEIMER ET AL., *Phys. Lett. B*, **460** (1999) 219.
- R. WIRINGA, V. FIKS & A. FABROCINI, *Phys. Rev. C*, **38** (1988) 1010.
- S. E. WOOSLEY & E. BARON, *ApJ*, **391** (1992) 228.
- S. E. WOOSLEY & T. A. WEAVER, *ApJS*, **101** (1995) 181.
- T. ZWERGER & E. MÜLLER, *A&A*, **320** (1997) 209.

Danksagung

Ich möchte mich besonders bei Herrn Prof. Dr. Manfred K. Weigel und Herrn Prof. Dr. Fridolin Weber für die interessante Themenstellung und die Diskussion vieler Fragen bedanken.

Mein spezieller Dank gilt meinen Kollegen Christoph Schaab und Axel Schäfer dafür, daß sie mir ihre Computerprogramme überlassen haben und daß sie mir jederzeit für Fragen zur Verfügung standen.

Meinen Kollegen Hans Huber, H.-Thomas Janka, Wolfgang Keil und Thomas Strobel danke ich für ihre Bereitschaft als Diskussionspartner zu dienen. Thomas von Chossy und Theodoros Gaitanos danke ich für die Unterstützung bei der Lösung von Computerproblemen.

Dem Land Bayern danke ich für finanzielle Unterstützung während meiner Promotion.

Schließlich bedanke ich mich bei meinen Eltern für ihre Unterstützung, durch die sie mir das Studium und die Promotion ermöglicht haben.

Lebenslauf

Klaus Strobel, geboren am 8. März 1966 in Kulmbach.
Eltern: Reinhold Strobel und Elfriede Strobel, geb. Bär.

- 9/72 - 8/78:** Grund- und Hauptschule in Thurnau
- 9/78 - 7/81:** Hauptschule in Kasendorf
Abschluß: Qualifizierender Hauptschulabschluß
- 8/81 - 2/85:** Berufsausbildung zum Technischen Zeichner bei
Fa. Schwender in Thurnau
Abschluß: Gesellenbrief
- 2/85 - 7/86:** Berufsaufbauschule in Kulmbach
Abschluß: Fachschulreife
- 9/86 - 6/88:** Berufsoberschule in Bayreuth
Abschluß: Fachgebundene Hochschulreife
- 7/88 - 9/89:** Grundwehrdienst
- 11/89 - 6/96:** Diplomstudienfach Physik an der Ludwig-
Maximilians-Universität München
Abschluß: Diplom im Fach Physik
- 8/96 - 6/01:** Promotionsstudienfach Physik an der Ludwig-
Maximilians-Universität München
Abschluß: Promotion
- 3/00 - 8/00:** Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität
der Bundeswehr in München
Fakultät für Elektrotechnik
Institut für Physik
- 9/00 - 3/01:** Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der Universität
der Bundeswehr in München
Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
Institut für Nukleare Festkörperphysik
- 4/01 - . . . :** Max-Planck-Institut für Astrophysik in Garching
Schloessmann Stipendium der Max-Planck-Gesellschaft