

Präzisionsspektroskopie an Wasserstoff und Deuterium

Test der Quantenelektrodynamik
gebundener Zustände

Dissertation

an der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München



von Peter Fendel
aus Essen
München, im Juni 2005

1. Gutachter: Prof. T. W. Hänsch
2. Gutachter: Prof. D. Habs

Tag der mündlichen Prüfung: 25. Juli 2005

Zusammenfassung

Eine erstmals durchgeführte optische Messung der Hyperfeinaufspaltung des $2s$ -Zustandes in Deuterium und die Beschreibung eines Aufbaus zur Messung der $1s$ - $3s$ -Frequenz in Wasserstoff durch Anregung mit einem Frequenzkamm erwarten den Leser dieser Arbeit. Beide Experimente haben das Ziel, die Quantenelektrodynamik (QED) gebundener Zustände mit hoher Präzision zu testen.

Die Messung der Hyperfeinaufspaltung dient dabei der Verbesserung der Genauigkeit der sog. $D_{21} = 8E_{\text{HFS}}(2s) - E_{\text{HFS}}(1s)$ Differenz. Da D_{21} weitgehend unabhängig von der Kernstruktur ist, kann trotz nicht akkurat bekanntem Protonenladungsradius QED auf einem Niveau von 10^{-7} getestet werden. Im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit wurde der Fehler dieser Größe um einen Faktor drei reduziert. Das Ergebnis für die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung lautet: $f_{\text{HFS}}^D(2s) = 40\,924\,454(7)$ Hz. Durch eine neue, geschicktere Art der Datenaufnahme konnten außerdem viele systematische Fehler, insbesondere nichtlineare Driften des Referenzresonators, im Vergleich zu einer ähnlichen Messung an Wasserstoff reduziert werden.

Der zweite Teil der Arbeit beschreibt die Anstrengungen, die unternommen wurden und werden, um QED anhand ihrer Vorhersage der $1s$ -Lambverschiebung zu prüfen. Dazu soll die Frequenz des $1s$ - $3s$ -Übergangs in Wasserstoff erstmals absolut gemessen werden. Ein weiteres Novum ist, daß hierzu ein frequenzvervierfacher, modengekopplter Laser zum Einsatz kommen soll. Im einzelnen wird der Aufbau und die Stabilisierung eines ps-Lasers, der Aufbau zweier Frequenzverdopplungs-Stufen, der Aufbau zur Messung der Absolutfrequenz des Spektroskopielasers, der Umbau des bestehenden $1s$ - $2s$ -Vakuumsystems und die Entwicklung der Meß-Software beschrieben. Erste, von mir durchgeführte Versuche mit diesem neuen Spektrometer die Resonanz zu finden, blieben allerdings bislang erfolglos. Abschließend werden daher eine Reihe von Verbesserungen vorgeschlagen, die das Experiment mit hoher Wahrscheinlichkeit doch noch zum Erfolg führen werden.

Zusätzlich wird in dieser Arbeit die Theorie zur Zweiphotonen-Frequenzkammspektroskopie weiterentwickelt. Es werden konkrete Ausdrücke für die erwartete Linienform und den Einfluß von Chirp auf die Anregungsrate angegeben.


Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	7
2.1	Wasserstoff	7
2.1.1	Lamb-Verschiebung	8
2.1.2	Hyperfeinaufspaltung	15
2.1.3	Aufspaltung in Magnetfeldern	17
2.2	Frequenzkamm	20
2.3	Kammspektroskopie	24
2.3.1	Der Zweiphotonen-WW-Operator & die ac-Stark-Verschiebung . . .	26
2.3.2	Linienform der Zweiphotonenresonanz	32
2.3.3	Zu erwartende Zählrate	36
2.3.4	Einfluß von Chirp auf die Anregungsrate	37
2.3.5	Zu erwartendes Spektrum	39
3	Hyperfeinaufspaltung in Deuterium	43
3.1	Meßmethode	43
3.2	Experimenteller Aufbau	45
3.2.1	Lasersystem	46
3.2.2	Vakuumsystem	48
3.3	Fehlerdiskussion	51
3.3.1	Drift der Laserfrequenz	51
3.3.2	Verschiebung durch Magnetfelder	52
3.3.3	Druckverschiebung	53
3.3.4	Doppler-Effekt zweiter Ordnung	54
3.3.5	ac-Stark-Effekt	55
3.4	Ergebnis	56
3.5	Ausblick	57
4	1s-3s-Absolutfrequenz	59
4.1	Experimenteller Aufbau	60
4.1.1	Lasersystem	60
4.1.2	Vakuumanlage	68
4.1.3	fs-optisches-Uhrwerk	71
4.2	Stand des Experimentes & Ausblick	75
	Literaturverzeichnis	79
	Symbolverzeichnis	88

1 Einleitung

To understand hydrogen is to understand all of physics.

Viktor Weisskopf

asserstoff gehört mit zu den ältesten Elementen und ist zugleich das am häufigsten vorkommende unseres Universums. Seit je her hat die Erklärung seines Spektrums eine mit nichts zu vergleichende, stimulierende Wirkung auf die Entwicklung der Physik gehabt. Bemerkenswerterweise war es jedoch ein Mathematiker und kein Physiker, der den Grundstein der modernen Atomphysik legte. 1885, also vor genau 120 Jahren, veröffentlichte Johann Jakob Balmer die heute nach ihm benannte Formel. Balmer hatte mittels einer mathematischen, also nicht physikalischen Überlegung, versucht die von Anders Jonas Ångström vermessenen Linien des Wasserstoffspektrums durch einen mathematischen Zusammenhang darzustellen. Dadurch wurde erstmals eine Ordnung in den bis dahin undurchsichtig und willkürlich erscheinenden Wald von unendlich vielen Spektrallinien gebracht.

Der Rest ist Geschichte und für Einzelheiten sei an dieser Stelle auf das Buch von John S. Riegen „Hydrogen – the Essential Element“ [Rig02] verwiesen. Der Weg zum heutigen Verständnis führte über das Bohr'sche Atommodell (1913) [Boh13], die Wellen- bzw. Matrizenmechanik Schrödingers und Heisenbergs (1926) [Sch26, Hei25], die Dirac-Formel (1928) [Dir28] bis zur Formulierung der Quantenelektrodynamik durch Feynman, Schwinger und Tomonaga [Fey48, Sch48, TO48].

Bohr legte 1913 mit dem ersten von drei Artikeln, in denen er das H-Spektrum erklären wollte, den Grundstein für die moderne Quantenmechanik, indem er schrieb: „Whatever the alteration in the laws of motion of the electron may be, it seems necessary to introduce [...] the elementary quantum of action“ [Boh13]. Und es war wiederum die Möglichkeit mit der Theorie Schrödingers, das Wasserstoffspektrum zu berechnen, was die Gemeinschaft der Physiker von der Richtigkeit seines Ansatzes überzeugte. Nachdem die theoretischen Physiker in der Lage waren das Wasserstoffspektrum mit immer höherer Genauigkeit zu berechnen, wollten ihre Kollegen in der Experimentalphysik dem natürlich nicht nachstehen und versuchten die Linien mit immer größerer Auflösung zu vermessen. Wurde eine Diskrepanz beobachtet, führte dies meistens zur einer Erweiterung der bestehenden oder sogar zur Einführung einer völlig neuen Theorie.

Nachdem Dirac 1928 einen Artikel mit dem klangvollen Namen „The Quantum Theory of the Electron“ [Dir28] veröffentlichte und damit die Feinstruktur erklären

Abbildung 1.1: Willis Lamb. Durch seine Messung der $2s_{1/2}$ - $2p_{1/2}$ -Aufspaltung wurden die Zweifel an der Vollständigkeit der Dirac'schen Theorie 1947 eindrucksvoll bestätigt.



konnte, dachte man viele Jahre, daß dies die richtige Theorie war. Es gab zwar bereits 1937/38 erste Experimente [Hou36, Wil38], die durch ein genaues Studium der $n = 3$ nach $n = 2$ Emissionslinie (Balmer- α) einer Wasserstoff-Entladung glaubten, eine Abweichung von der Dirac'schen Theorie gefunden zu haben, allerdings gab es ähnliche Experimente, die sich im völligem Einklang mit der Theorie befanden. Der zweite Weltkrieg stoppte weitere Untersuchungen und die Entscheidung ob die Dirac'sche Theorie alle Einzelheiten des H-Spektrum beschreibt wurde um viele Jahre vertagt.

Erst als 1947 ein Experiment von Lamb und Retherford [LR47] die physikalische Welt in Aufregung versetzte, wurde diese Frage schließlich beantwortet: Begünstigt durch die rasche Entwicklung der Mikrowellentechnik während des zweiten Weltkrieges war es den beiden zweifelsfrei gelungen, einen Frequenzunterschied zwischen dem $2s_{1/2}$ und dem $2p_{1/2}$ Zustand in Wasserstoff nachzuweisen. Laut der Dirac'schen Theorie sollten die beiden Zustände energetisch entartet sein.

Dieser kleiner Unterschied war der Anstoß zur Entwicklung einer Theorie, von der wir bis zum heutigen Tage ausgehen, daß sie die Wahrheit ist. Keine andere Theorie wurde auf so vielfältige Weise und mit solch hoher Genauigkeit getestet wie diese. Ihre Veranschaulichung mittels einfacher Strichzeichnungen durch Feynman gehört ohne Zweifel zu den Sternstunden der Physik nach 1945. Die Rede ist natürlich von der Quantenelektrodynamik.

In der langen und ehrenvollen Tradition der QED-Tests stehen auch die nun seit mehr als 30 Jahren in der Gruppe von Prof. Hänsch durchgeführten Untersuchungen an Wasserstoff bzw. Deuterium, als auch diese Arbeit. Der Beginn der Erfolgsgeschichte „Laserspektroskopie an Wasserstoff“ geht auf das Jahr 1971 zurück als es Prof. Hänsch und seinen Mitarbeitern in Stanford zum ersten mal überhaupt gelang die Lamb-Verschiebung durch Sättigungsspektroskopie des Balmer- α -Übergangs optisch aufzulösen [HSS72]. Bereits vier Jahre später erfolgte dann erstmalig eine Anregung des $1s$ - $2s$ Übergangs durch das Licht eines frequenzverdoppelten Farbstofflasers mittels Zweiphotonenabsorption. Es wurde allerdings sehr schnell erkannt, daß die intrinsische spektrale Breite des Laserpulses, es wurde ein ns-Laser verwendet, eine Obergrenze für die erreichbare Genauigkeit festlegt. Der logische Schritt bestand demnach in dem Wechsel zu einem Dauerstrich-Lasersystem. Dessen Entwicklung

machte in den achtziger Jahren große Fortschritte, so daß zehn Jahre nach der ersten gepulsten die erste cw¹-Anregung stattfand [FCBH85]. Weitere Verbesserungen am Lasersystem, maßgeblich die Stabilisierung auf immer bessere Referenzresonatoren, der Übergang zur Anregung in einem ca. 4 K kalten Atomstrahl und schließlich die Erfindung der Frequenzkamm-Technologie, welche den direkten Vergleich der Wasserstofffrequenz mit einem primären Frequenzstandard erlaubt, trieben die Genauigkeit bis in den 40 Hz Bereich hinauf [N⁺00]. Im Zuge dieser Messungen konnte der genaueste Wert für die Rydbergkonstante, die 1s-Lamb-Verschiebung und, wenn QED als richtig angenommen wird, den Protonenladungsradius [MT05] und den Strukturradius des Deuteron [HUG⁺98] bestimmt werden.

Zuletzt konnten diese Messungen nicht nur als Test des Standardmodells herangezogen werden, sondern Fischer et al. waren auch in der Lage, eine Obergrenze für die zeitliche Veränderung der Feinstrukturkonstante, welche von manchen vereinheitlichenden Theorie vorhergesagt wird [CF02], anzugeben [F⁺04].

Im Rahmen *dieser* Arbeit soll die Aussagekraft der QED an zwei Vorhersagen gemessen werden: (i) der sog. $D_{21} = 8f_{\text{HFS}}^D(2s) - f_{\text{HFS}}^D(1s)$ Differenz der Hyperfeinaufspaltung im 1s-, respektive 2s-Zustand und (ii) der 1s-Lambverschiebung. Dabei kommen zwei völlig neue Methoden die jeweiligen Übergänge zu spektroskopieren, zum Einsatz. Bevor diese aber beschrieben werden, möchte ich die beiden Messungen in die aktuelle Forschungslandschaft der Präzisionmessungen und QED-Tests einordnen:

Der vielleicht bekannteste QED-Test ist das $g - 2$ Experiment. Gemäß der Dirac'schen Theorie sollte der g -Faktor des Elektrons, also das Verhältnis zwischen magnetischem Moment und Drehimpuls für das Elektron exakt zwei sein. Bereits 1947 wurde jedoch die erste Abweichung gemessen [NNR47, KF47] und wenig später auch berechnet [Sch48]. Die zuletzt veröffentlichte $g - 2$ Messung des freien Elektron wurde 1987 von van Dyck mit einer Präzision von 4×10^{-9} [RSVDS87] durchgeführt. In diesem Experiment wurde einzelne Elektronen und Positronen in einer Penning-Falle gefangen und der Frequenzunterschied zwischen der Zyklotron- und der Larmor-Bewegung gemessen. Die Messungen von Dycks stellen nicht nur die bisher genaueste $g - 2$ Messung, sondern, da Elektronen und Positronen verwendet wurden, auch einen Test des CPT-Theorems² auf einem 10^{-12} Level dar.

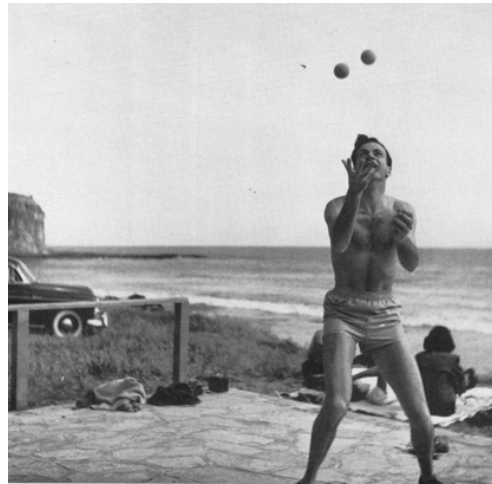
Neben den Messungen des Elektron- g -Faktors gibt es auch Experimente am Myon. Wenn diese auch nicht mit der Genauigkeit durchgeführt werden können wie am Elektron (das Myon lebt nur $2.2 \mu\text{s}$), so sind sie dennoch von besonderer Wichtigkeit, da sie äußerst sensitiv auf Physik jenseits des Standardmodells sind [HK99].

Während diese Experimente QED in ungebunden Systemen testen, prüfen Messungen der Lamb-Verschiebungen, der Hyperfeinaufspaltung oder von D_{21} die QED gebundener Zustände. Tatsächlich geht das erste Indiz auf einen von zwei verschiedenen g -Faktor auf eine genaue Messung der 1s-Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff zurück. Nafe, Nelson und Rabi stellten 1947 fest, daß diese ca. ein in 10^3

¹cw Abkürzung für continuous wave, also Dauerstrich

²Charge-Parity-Time-Conjugation: Eines der fundamentalsten Symmetrie-Prinzipien der Physik, welches z. B. besagt, daß die g -Faktoren vom Elektronen und Positronen identisch sein sollten.

Abbildung 1.2: Richard Feynman um 1950. Als Mitberünder der QED gehört er zu den bedeutendsten Physikern nach 1945.



Teilen [NNR47] größer war als von der Fermi-Formel mit $g = 2$ vorausgesagt. In den darauf folgenden Jahren wurden die Methoden, die berühmte 21-cm-Linie zu vermessen immer ausgefeilter und gipfelten schließlich in der Entwicklung des Masers [GKR60, Ram93]. Für lange Zeit war die so auf 6×10^{-13} genau bestimmte Frequenz der Grundzustands-Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff, die am besten vermessende physikalische Größe überhaupt.

QED-Berechnungen der Hyperfeinaufspaltung sind gegenwärtig jedoch durch den nur unzureichend bekannten Protonladungsradius auf 10^{-6} limitiert. Die QED ist als Theorie der Wechselwirkung zwischen Leptonen nicht dafür bestimmt, Eigenschaften des Kerns, wie eben seinen Ladungsradius, auszurechnen. Nichtsdestotrotz hat dieser einen gewichtigen Einfluß auf Energieniveaus im Wasserstoff, insbesondere der s -Zustände. Theoretische Vorhersagen leiden daher unter dem nur auf 2% genau bekannten Protonenladungsradius. Abhilfe soll hier jedoch in naher Zukunft ein Experiment am myonischen Wasserstoff schaffen, das gegenwärtig am Paul-Scherrer-Institut in der Schweiz unter der Federführung von Franz Kottman und Randolf Pohl vorbereitet wird.

Betrachtet man jedoch anstelle der einzelnen Hyperfeinstruktur-Aufspaltungen im $1s$ - bzw. $2s$ - Zustand die folgende Kombination

$$D_{21} = 8f_{\text{HFS}}^D(2s) - f_{\text{HFS}}^D(1s),$$

so heben sich alle Kernstruktureffekte in führender Ordnung heraus. Die ersten Arbeiten dazu erschienen bereits Anfang der sechziger Jahre [Zwa61, Ste63] aber erst kürzlich wurde die Theorie dazu substanziell verbessert [YS01, KI02]. Heute kann D_{21} bis einschließlich Terme der Ordnung α^4 , $(Z\alpha)^3 m_e/m_N$ und „next-to-leading“-Kerneffekte berechnet werden. Die Vorhersagegenauigkeit für D_{21} übersteigt damit momentan die experimentell ermittelten Werte um nahezu eine Größenordnung.

Um D_{21} experimentell zu bestimmen, muß neben der Maser-Linie auch die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung bestimmt werden. Messungen dazu wurden mittels Radiofrequenz-Methoden an Wasserstoff [HRK56, RH00], Deuterium [RHK56] und am ${}^3\text{He}^+$ -Ion [SFD69] durchgeführt. Für Wasserstoff wurde dabei die genaueste Radiofrequenz-

Messung von Eric Hessels im Jahre 2000 durchgeführt. In einem durch Elektronenstoß angeregten Atomstrahl aus metastabilen $2s$ -Atomen präparierten Hessels und Mitarbeiter zuerst alle Atome im $F = 0$ - Zustand. Anschließend wurden mittels Radiofrequenz Übergänge zwischen den Hyperfeinniveaus induziert und nachfolgend die Atome gezählt, die einen Übergang vollzogen haben. An Genauigkeit wurde diese Messung erst kürzlich durch die erste optische Messung der Hyperfeinaufspaltung meiner Vorgänger Nikolai Kolachevsky und Marc Fischer [KFSH04] übertroffen.

Die letzte Messung an Deuterium geht auf das Jahr 1957 [RHK56] zurück. Im Gegensatz zu Wasserstoff sind die Kerneffekte in Deuterium nicht nur durch die endliche Größe des Kerns, sondern auch durch seine Polarisierbarkeit bestimmt [LR95]. Zur Überprüfung des Ergebnisses von Kusch et al. und zur Erprobung einer verbesserten Meßmethode wurde im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit erstmals eine optische Messung der Hyperfeinaufspaltung an Deuterium durchgeführt. Dazu wird in schneller Folge zwischen der Duplet- und Quadruplet-Komponente des $1s$ - $2s$ -Übergangs in kleinen Magnetfeldern hin- und hergewechselt. Aus der Differenzfrequenz, die relativ zu einem hochstabilen optischen Resonator gemessen wird, läßt sich so die Frequenz der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung extrahieren. Einzelheiten hierzu finden sich im Kapitel 3.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß es auch Messungen der Hyperfeinaufspaltung an rein leptonischen Systemen wie Myonium [L⁺99] und Positronium [APM83, REHW84] gibt. Bemerkenswert sei noch, daß im Falle des Positronium es derzeit eine Diskrepanz von ungefähr drei kombinierten Standardabweichungen zwischen Theorie und Experiment gibt, was weitere Untersuchungen erfordert.

Um QED mittels Lamb-Shift-Messungen zu testen, bedarf es leider etwas größerer Anstrengungen. Da die Genauigkeit, die bei der Messung der „klassischen“ Lamb-Verschiebung, also des $2s_{1/2}$ - $2p_{1/2}$ Übergangs, erreicht werden konnte, schon früh nicht mehr die Erwartungen der Theoretiker befriedigen konnte, versuchte man bereits vor zehn Jahren die $1s$ -Lamb-Verschiebung durch optische Spektroskopie zu vermessen. Wie in Kapitel 2.1.1 ausführlich beschrieben wird, müssen dazu mindestens zwei Frequenzen in Wasserstoff gemessen werden. Das eine Standbein all dieser Bemühungen, die sowohl in Garching als auch in Paris unternommen werden, ist die mit extrem hoher Präzision vermessene $1s$ - $2s$ -Frequenz. Da dieses Experiment später noch in aller Ausführlichkeit beschrieben wird, möchte ich an dieser Stelle nur „in brevi“ auf die Experimente eingehen, die versuchen andere Übergänge in Wasserstoff zu vermessen:

In einer von Martin Weitz geleiteten Untersuchung wurde der $2s$ - $4s$ -Übergang simultan zum $1s$ - $2s$ -Übergang spektroskopiert. Aus der Abweichung des Frequenzverhältnis des $1s$ - $2s$ - und des $2s$ - $4s$ -Lasers von einem rationalen Verhältnis konnte die $1s$ -Lamb-Verschiebung extrahiert werden. Der Vorteil bei diesem Experiment war, daß keine der beiden Frequenzen absolut gemessen werden mußte, was im Zeitalter prae-Frequenzkamm noch äußerst aufwendig war.

In Paris unterwarf man sich dennoch der Mühe und vermaß die Frequenzen des $2s$ - $8s$ -, $2s$ - $8d$ - und des $2s$ - $12s$ -Übergangs absolut. Dank der Zusammenarbeit der École Normale Supérieure (ENS) des Bureau National de Métrologie (BNM) und

des MPQs kann die $1s$ -Lamb-Verschiebung damit heute auf drei Teile in 10^6 bestimmt werden. Experimentelle und theoretisch erreichte Genauigkeit halten sich so momentan die Waage.

Sobald jedoch der Protonenladungsradius am PSI vermessen wurde, wird der theoretisch vorhergesagte Wert um einen Faktor zehn genauer sein. Deswegen ist sowohl in Paris als auch in Garching die Motivation groß, den Fehler in der Bestimmung der Lamb-Verschiebung weiter zu reduzieren. Beide Experimente wollen dazu den $1s$ - $3s$ -Übergang (2×205 nm) spektroskopieren und sich dabei zu Nutze machen, daß die Zahl der Atome im Grundzustand um viele Größenordnungen größer ist als jene, die bisher für Spektroskopie aus dem $2s$ -Zustand zu Verfügung stand. Während in Paris dies mit traditionellen Mitteln versucht wird, haben wir uns in Garching dazu entschieden einen neuen Weg zu beschreiten: Statt auf Anregung durch einen kontinuierlichen Laser setzten wir auf Anregung durch einen Frequenzkamm. Die Vorteile modengekoppelter Laser liegen auf der Hand: Durch ihre hohe Spitzenleistung begünstigen sie die Erzeugung von Harmonischen und öffnen so die Tür für hochauflösende Spektroskopie in Wellenlängenbereichen, die bislang in der Präzisionspektroskopie nicht zugänglich waren. Der auf den ersten Blick erscheinende Widerspruch zwischen Kurz-Puls-Lasern und hochauflösender Spektroskopie wird in den Kapiteln 2.2 und 2.3 aufgelöst.

Die Idee, kohärente Lichtpulse für die Spektroskopie zu verwenden, geht auf Baklanov und Chebotaev zurück [BCD76, BC77]. Dabei entwickelten sie konsequent die Idee, der bis dato nur aus der Radiofrequenzspektroskopie bekannten Technik der sog. Ramsey-Spektroskopie [Ram50] weiter. Erste experimentelle Ergebnisse wurden kurz darauf von Hänsch und Mitstreitern veröffentlicht [TEH76, EFH78]. Nachdem Snadden und Ferguson dann Mitte der neunziger Jahre [SBRF95] in einer kalten Rubidium-Wolke die Zwei-Photonen-Frequenzkamm-Spektroskopie zu ihren theoretischen Grenzen getrieben hatten, wurde es lange Zeit ruhig um diese Art der Spektroskopie. Erst die Verbindung zwischen der Möglichkeit, hohe Harmonische zu erzeugen, die Phase jeder Mode des Frequenzkamms zu kontrollieren und gleichzeitig hochauflösend spektroskopieren zu können, brachte dieser Technik eine Renaissance. Kürzlich veröffentlichten Jun Ye [MSL⁺04] und Kjeld Eikema [WZU⁺05] erste Ergebnisse hierzu. Während Jun Ye mehr die Kontrolle der Phasen der Moden ausnutzt, macht sich Eikema die gute Effizienz bei der Erzeugung von Harmonischen zunutze, indem er Krypton bei 212 nm untersucht.

Um das Potential dieses neuen Ansatzes aufzuzeigen sei erwähnt, daß in der Gruppe von Prof. Hänsch neben den Vorbereitungen zum $1s$ - $3s$ -Experiment gleichzeitig Überlegungen angestellt werden, mit eben jener neuen Methode der Spektroskopie zum ersten Mal die $1s$ - $2s$ -Frequenz in He^+ zu bestimmen. Die dazu notwendige Laserstrahlung bei 60 nm kann als dreizehnte Harmonische eines Titan:Saphir-Lasers innerhalb eines Überhöhungsresonators in einem Xe-Gasstrahl erzeugt werden [JMTY05, G⁺05].

Mit der Hoffnung, dem Leser nun einen kleinen Einblick in die interessante und aufregende Welt der Präzisionsmessungen und der damit einhergehenden Tests einer der fundamentalsten Theorien gewährt und gleichzeitig das Interesse an einer neuen Art der hochauflösenden Spektroskopie geweckt zu haben, schließe ich hiermit die Einleitung und öffne den Vorhang für den eigentlichen Teil dieser Schrift.

2 Theorie

2.1 Wasserstoff

Um das zentrale Thema dieser Arbeit, den Vergleich zwischen gemessen und berechneten Wasserstoffspektren, besser zu verstehen sind ein paar Worte über die Theorie des atomaren Wasserstoff nötig. Da es sich aber um eine experimentelle Arbeit handelt, werde ich mich kurz fassen und verweise auf die vielfältige Literatur zu diesem Thema.

Nachdem in der Einleitung ein wenig die Geschichte des Wasserstoffspektrums ausgeleuchtet wurde nun zu dem, was man heute über das H-Spektrum weiß: Die Energieniveaus lassen sich als Summe von drei Beiträgen schreiben:

$$E = R_\infty E_{\text{DR}}(n, j) + E_{\text{HFS}}(n, j, l, F) + L(n, j, l) \quad (2.1)$$

Für die Definitionen von n, j, l, F sei auf Seite 88 verwiesen. $E_{\text{DR}}(n, j)$ steht für die Dirac-Energie einschließlich Korrekturen bis zur Ordnung $(Z\alpha)^2$, die durch die endliche Kernmasse m_N verursacht werden [MES01]:

$$E_{\text{DR}}(n, j) = m_R [f(n, j) - 1] - \frac{m_R^2}{2(m_e + m_N)} [f(n, j) - 1]^2$$

mit $f(n, j) = \left[1 + \frac{(Z\alpha)^2}{\left(\sqrt{(j + \frac{1}{2})^2 - (Z\alpha)^2} + n - j - \frac{1}{2} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}$ (2.2)

und $m_R = \frac{m_e m_N}{m_e + m_N}$

Z ist hier das Symbol für die Kernladungszahl und α für die Feinstrukturkonstante. Die Dirac-Gleichung beschreibt die Bewegung eines relativistischen Elektrons im Feld eines unendlich schweren und spinlosen Kerns. Die im Falle der nichtrelativistischen Schrödinger-Gleichung mögliche Berücksichtigung der endlichen Kernmasse durch Einsetzen der reduzierten Masse, ist bei der relativistischen Dirac-Gleichung nicht möglich, da Kern und Elektron verschiedene Eigenzeiten besitzen. Da die Angabe einer geschlossenen Lösung nicht möglich ist, werden die Korrekturen in dem kleinen Parameter $(Z\alpha)$ entwickelt.

Der Spin des Kerns ist für die Hyperfeinaufspaltung verantwortlich. Sie wurde bereits 1930 von Fermi [Fer30] berechnet. Heute wird sie im Wasserstoffspektrum über

folgende Formel berücksichtigt [BS77]:

$$E_{\text{HFS}}(n, j, l, F) = \frac{E_F}{n^3} \frac{F(F+1) - I(I+1) - j(j+1)}{j(j+1)(2l+1)} \left(\frac{m_N}{m_e + m_N} \right)^3 (1 + \delta_n)$$

mit $E_F = \frac{3}{8}(Z\alpha)^2 R_\infty \frac{\mu_N}{\mu_B}$
 $\delta_n = \text{QED-Terme}$

(2.3)

Hierbei steht δ_n für eine Vielzahl von Korrekturen, die zur einfachen, sich aus der nichtrelativistischen Quantenmechanik ergebenden Formel angebracht werden müssen. Beispielhaft sei für relativistische Effekte die Breit-Korrektur $\delta_{\text{Breit}} = 3/2 \cdot (Z\alpha)^2$ [Bre30] oder für einen klassischen QED-Term das anomale magnetische Moment des Elektrons, welches in der Zweischleifen-Korrektur durch den berühmten Schwinger-Beitrag $a_e = \alpha/2\pi$ [Sch48] gegeben ist, genannt.

Der in Gleichung (2.1) mit $L(n, j, l)$ abgekürzte Term faßt alle übrigen Korrekturen zusammen und wird als Lamb-Verschiebung bezeichnet. Diese Korrekturen tragen allesamt zur Aufhebung der Entartung der Dirac-Niveaus mit gleichem j bei. Beiträge zur Lamb-Verschiebung lassen sich in Form von Reihenentwicklungen in den drei kleinen Parametern α , $Z\alpha$ und m_e/m_N angeben. Jeder dieser Parameter steht für eine eigene Klasse von Korrekturen: Potenzen von α ergeben sich durch reine QED-Beiträge und verschwinden auch für einen unendlich schweren Kern nicht. Terme, welche ausschließlich von $(Z\alpha)$ abhängen, stehen immer in Verbindung mit einer relativistischen Erweiterung der Theorie. Beiträge, in denen Produkte von α mit $(Z\alpha)$ vorkommen, werden als Strahlungs-Korrekturen bezeichnet. Sie hängen nicht vom Rückstoßfaktor m_e/m_N ab und können im geschlossenen Rahmen der QED berechnet werden. Auf der anderen Seite gibt es Korrekturen, die mit m_e/m_N und $(Z\alpha)$ skalieren und demzufolge für $m_N \rightarrow \infty$ verschwinden. Solche Beiträge nennt man Rückstoß-Korrekturen. Die Beiträge in führender Ordnung zur Lamb-Shift sind die Selbstenergie und die Vakuumpolarisation des Elektrons, genauer gesagt die Differenz der Energien zwischen dem gebunden und dem ungebunden Elektron.

Hinzu kommen Einflüsse durch die schwache und starke Wechselwirkung. So zählen z. B. Einflüsse bedingt durch die endliche Kerngröße zu dem Beitrag der starken Wechselwirkung.

Da sich diese Arbeit der Bestimmung der Lamb-Verschiebung in Wasserstoff und der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung in Deuterium widmet, soll die Theorie zu diesen zwei Punkten in den nächsten Kapitel vertieft werden.

2.1.1 Lamb-Verschiebung

Alle Beiträge, die die Energieentartung von Zuständen mit gleichem j aufheben, werden, wie bereits erwähnt, zur Lamb-Shift gezählt. Die Berechnung all dieser Beiträge ist seit vielen Jahren ein Gebiet intensiver theoretischer Forschung, siehe

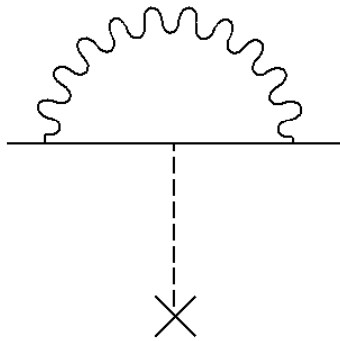


Abbildung 2.1: Beitrag führender Ordnung zum Elektron-Radius. Häufig auch als Selbstenergie des Elektrons bezeichnet.

z. B. [MES01] und Referenzen darin. Neuste Berechnung erlaubten eine Bestimmung der $1s$ -Lamb-Shift mit einer Genauigkeit von 10^{-7} [PJ03], wenn die Unsicherheit im Protonenladungsradius nicht wäre [Kar99], welche eine theoretische Vorhersage auf 10^{-6} limitiert.

Wie bereits angedeutet lassen sich die Beiträge zur Lamb-Shift in Gruppen (Strahlungs-, Rückstoß-, . . . -korrekturen) aufteilen. Den mit Abstand größten Beitrag liefern die sog. Strahlungskorrekturen, die z. B. in [Pac01] aufgelistet sind. In ihnen wiederum schlagen die Selbstenergie des Elektrons und die Vakuumpolarisation am stärksten zu Buche. Beide Beiträge sollen nun genauer beschrieben werden:

Eine anschauliche Erklärung der Selbstenergie lautet, daß das Elektron, laut QED, kontinuierlich virtuelle Photonen absorbiert und emittiert. Daraus resultiert eine Ladungsverteilung des Elektrons mit endlichem Durchmesser. Das nur für punktförmige Ladungen geltende Coulomb-Gesetz muß deswegen durch den Term

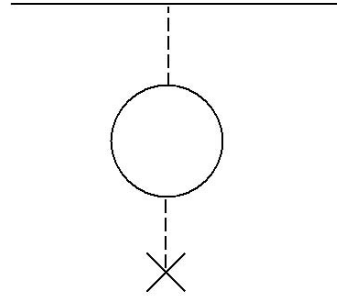
$$\delta V = \frac{1}{6} \langle r^2 \rangle \nabla^2 V_{\text{Coul}}(\mathbf{r}) \propto (Z\alpha) \langle r^2 \rangle \delta(\mathbf{r}) \quad (2.4)$$

ergänzt werden. Da der Beitrag δV nur für $\mathbf{r} = 0$ von Null verschieden ist, ist es einleuchtend, daß insbesondere Zustände mit nicht verschwindender Wellenfunktion im Ursprung, also s -Zustände, von der Korrektur betroffen sind. Auch das Vorzeichen der Verschiebung läßt sich durch eine einfache Überlegung klären: Nimmt man die Quelle des Potentials weiterhin als punktförmig an, so kann die Ladungsverteilung des Elektrons darin eintauchen, was effektiv zu einer schwächeren Bindung, also zu energetisch höher gelegenen Zuständen führt. Formal läßt sich die Größe der Energieverschiebung durch

$$\Delta E_{\text{SE}} = \frac{\alpha (Z\alpha)^4}{\pi n^3} m_e c^2 F(Z\alpha) \quad (2.5)$$

angeben [JMS99]. F steht hier eine dimensionslose Funktion, die für einen bestimmten Zustand nur von der Kopplung ($Z\alpha$) abhängt und mit hoher Genauigkeit berechnet werden kann. Für den $1s$ -Zustand ergibt sich $\Delta E_{\text{SE}}/h$ zu ungefähr 8 396 MHz [JMS99] und ist damit um mehr als eine Größenordnung größer als alle anderen Beiträge zur Lamb-Shift.

Abbildung 2.2: Beitrag führender Ordnungen zur Vakuumpolarisation



Der zweitgrößte Term in dem Ausdruck für die Lamb-Verschiebung ist bestimmt durch die Vakuumpolarisation. Gemäß der in der QED gebräuchlichen Renormierung ist die elektrische Ladung eines Objektes definiert, als die Ladung die in einer sehr großen Entfernung beobachtet wird. Durch den *endlichen* Abstand zwischen Elektron und Kern kommt es nun zu einer Änderung dieser so definierten Ladung und demnach auch zu einer Änderung im Coulomb-Potential. Die Änderung der Ladung kann anschaulich so beschrieben werden: Austauschphotonen zwischen Elektron und Kern erzeugen virtuelle Elektron-Positron-Paare. Diese wiederum richten sich wie Dipole im Coulomb-Feld aus und verursachen so eine teilweise Abschirmung desselben. Befindet sich das Elektron sehr nahe am Kern, was also wiederum hauptsächlich *s*-Zustände betrifft, kann es in diese Wolke eintauchen und sieht somit mehr von der „nackten“ Kernladung. Das Elektron erfährt daher eine stärkere Anziehung und somit liegen die Energiezustände tiefer. Die experimentelle Beobachtung dieses Beitrags spielte eine wichtige Rolle in der Entwicklung der modernen Quantenmechanik, da sie doch die Existenz von geschlossenen Elektronen-Schleifen-Korrekturen beweist. Mathematisch gesprochen muß das klassische Kern-Potential durch den Term

$$-\frac{4}{15} \frac{\alpha(Z\alpha)}{m_e^2} \delta(\mathbf{r}) \quad (2.6)$$

ergänzt werden. Angewendet auf *s*-Zustände ergibt das eine Korrektur von:

$$\Delta E_{VP} = -\frac{4m_e(Z\alpha)^4}{n^3} \frac{\alpha}{15\pi}. \quad (2.7)$$

Besonders sei darauf hingewiesen, daß auch dieser Beitrag wieder mit $1/n^3$ skaliert.

Da sie in der Entwicklung der modernen Physik im allgemeinen und insbesondere in der Entwicklung von Quantenfeldtheorien eine große Rolle spielte, möchte ich an dieser Stelle das bereits im letzten Absatz erwähnte Stichwort „Renormierung“ aufgreifen und versuchen in wenigen Sätzen zu erklären, was damit gemeint ist. Ende der dreißiger Jahre stand man vor dem mathematischen Problem, daß Terme, welche beispielsweise die Selbstenergie des Elektrons oder die Vakuumpolarisation beschrieben für hohe Energien, also auf kurzen Längenskalen, divergieren. Der Grund hierfür ist, daß in lokalen Quantenfeldtheorien virtuelle Prozesse bis hin zu beliebig hohen Energien berücksichtigt werden müssen, auch wenn kein empirischer Beweis dafür existiert, daß die Theorie auf ultra relativistischen Energieskalen richtig ist. Schwinger, Tomonaga und Feynman fanden schließlich – wenn auch unterschiedliche

– Wege dieses Problem zu umgehen. Schwinger and Tomanaga waren z. B. in der Lage die divergenten Terme in ihren Rechnungen in einer gegenüber der ursprünglich angenommenen veränderten Masse und Ladung des Elektrons zu absorbieren. Mit dieser geänderten oder im Sprachgebrauch der Quantenfeldtheorien *renormalisierten* Masse bzw. Ladung ergaben sich nicht nur endliche Resultate, sondern diese befanden und befinden sich auch in exzellenter Übereinstimmung mit Experimenten. Heute ist Renormierung ein akzeptiertes Hilfsmittel nicht nur im Bereich der Quantenfeldtheorien sondern spielt beispielsweise auch bei der Theorie der Phasenübergänge zweiter Ordnung eine wichtige Rolle. Einen heuristischen Zugang zum Thema Renormierung findet man in dem Buch von Scheber [Sch94], während der mathematisch orientierte Leser vielleicht lieber auf [Kak93] zurückgreift.

Ein gegenwärtig den Theorie-Experiment Vergleich limitierender Effekt, wird durch die endliche Größe des Kerns bestimmt. Im Rahmen der nur für Leptonen geltenden QED ist es nicht möglich, die Eigenschaften des Kerns zu berechnen. Um die Einflüsse der Kernstruktur auf das H-Spektrum zu bestimmen, ist die QED auf extern bestimmte Parameter oder auf Ergebnisse der Quantenchromodynamik angewiesen. Die Kernstruktureffekte summieren sich zu einer Korrektur von ca. 1 MHz. Die größte Unsicherheit kommt zur Zeit durch mangelnde Kenntnis des mittleren quadratischen Protonenladungsradius: er ist momentan mit einer nur verblüffend kleinen Genauigkeit von 2% bekannt ($r_p = 0.895(18)$ fm [Ros00]), was eine Unsicherheit in der Lamb-Shift in der Größenordnung von 30 kHz bedingt. Erwähnt sei auch noch, daß es neben dem Mainzer Wert [Ros00] des Protonenladungsradius einen ganze Hand voll weiterer Werte gibt, die teilweise um mehr als zwei Standardabweichung vom Mainzer Wert abweichen (z.B. [HMW63]). Eine ausführliche Diskussion dieser Problematik findet sich in [Kar99]. In [PLW⁺96] wird die notwendige Korrektur mit

$$\Delta E_{\text{Nuc}} = \frac{2}{3} \frac{(Z\alpha)^4}{n^3} m_R^3 r_p + \frac{4m_R^3}{3\pi n^3 m_N^2} (Z^2\alpha)(Z\alpha)^4 \left[\ln \left(\frac{m_N}{m_r(Z\alpha)^2} \right) - \ln k_0(n) \right] \quad (2.8)$$

angegeben, wobei der zweite Term die Selbstenergie des Protons beschreibt und nur eine kleine Korrektur von 4.6 kHz für den 1s-Zustand in Wasserstoff liefert. $\ln k_0(n)$ ist der Bethe-Logarithmus.

Zur Zeit wird am Paul-Scherrer-Institut (PSI) in der Schweiz versucht durch Laserspektroskopie die 2s-2p-Lamb-Verschiebung im myonischen Wasserstoff, die im Bereich von 6 μm liegt, zu bestimmen. Aus Gleichung (2.8) ist zu lernen, daß die Korrektur aufgrund der Kernstruktur mit m_R^3 skaliert. Für myonischen Wasserstoff ist m_R 186 mal größer als für normalem Wasserstoff. Dies bedingt ein ca. sechs Millionen mal größeres E_{Nuc} und macht den Einfluß der Kernstruktur deswegen experimentell leichter zugänglich. Aus der Lamb-Verschiebung läßt sich dann mittels QED ein Wert für den Ladungsradius ermitteln, der ca. 20 mal genauer als der bisherige ist [K⁺01].

Da ein Ziel dieser Arbeit die Bestimmung der 1s- Lamb-Verschiebung ist, soll nun kurz beschreiben werden, wie dies geschehen kann: Im Gegensatz zu der 2s- läßt sich die 1s-Lamb-Verschiebung nicht mit Radiofrequenzmethoden messen, da es keinen benachbarten p -Zustand gibt. Viele Jahre wurde daher die 1s-Lamb-Verschiebung

aus einer Kombination von $2s$ -Lamb-Verschiebung, $1s$ - $2s$ -Frequenz und Hyperfeinaufspaltung errechnet. Leider ist die $2s$ -Lamb-Shift nur mit einer Genauigkeit von 8.5×10^{-6} [LP86] bekannt. Die Genauigkeit ist hier durch die kurze Lebensdauer des $2p_{1/2}$ -Zustandes ($\tau = 1.6$ ns) begrenzt. Aus diesem Grund werden heute Kombinationen aus der $1s$ - $2s$ -Linie und weiteren möglichst schmalen Zweiphotonen-Übergängen gebildet, um die $1s$ -Lamb-Verschiebung experimentell zu bestimmen. Neben den experimentellen gibt es dabei aber auch ein prinzipielles Problem, namentlich daß in den Übergangsfrequenzen immer eine Kombination aus den Lamb-Verschiebungen der beiden beteiligten Zustände auftritt. Kombiniert man aber die gemessenen Frequenzen auf eine bestimmte Weise, so kann QED die Summe verschiedener Lamb-Verschiebung deutlich genauer vorhersagen, als sie dies für die einzelnen Summanden könnte. Das gleichzeitige Verwenden von experimentellen und theoretischen Ergebnissen widerspricht dabei nicht dem Grundgedanken der Messung, nämlich QED testen zu wollen, da die zur Bestimmung der Summe relevante Genauigkeit auf einem Niveau liegt, auf dem die QED längst als richtig angesehen wird.

Eine nochmalige Betrachtung der Gleichungen (2.5) und (2.7) hilft die gewünschte Kombination zu finden: Die Skalierung der Terme führender Ordnung in der Lamb-Verschiebung mit $1/n^3$ ist nämlich kein Zufall sondern liegt in der Abhängigkeit der Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Elektrons im Ursprung von n , nämlich $|\Psi(\mathbf{r} = 0)|^2 \propto 1/n^3$ begründet [MES01]. Die beteiligten Lamb-Verschiebungen müssen nun so addiert werden, daß sich alle Terme, die mit $1/n^3$ skalieren, herausheben. Kombiniert man beispielsweise die gemessenen $1s$ - $2s$ - und $1s$ - $3s$ -Frequenzen mit theoretischen Daten für die $3s$ -, $2s$ und $1s$ -Lamb-Verschiebung auf nachfolgende Weise

$$\begin{aligned} \text{LS}(1s) = 16 \left[\frac{27}{32} \nu(1s - 3s) - \nu(1s - 2s) \right]_{\text{exp}} \\ - \left[\frac{27}{2} \text{LS}(3s) + 16 \text{LS}(2s) - \frac{3}{2} \text{LS}(1s) \right]_{\text{theo}} \end{aligned} \quad (2.9)$$

so kann damit die $1s$ -Lamb-Verschiebung mit einer Genauigkeit von 1 kHz [PLW+96] bestimmt werden, obwohl die einzelnen theoretischen Werte an sich nur mit einer Genauigkeit von 30 kHz bekannt sind.

Bisherige Messungen der Lamb-Verschiebung

Mit den immer genaueren Berechnungen des Wasserstoff-Termschemas durch die theoretische Physik verlagerte sich das Interesse der Experimentalphysiker schnell von der „klassischen“ Radiofrequenz-Messung der $2s$ - $1s$ zur einer optischen Messung der $1s$ -Lambverschiebung. Der Grund hierfür ist, daß die kurze Lebensdauer des $2p$ -Zustandes von lediglich 1.6 ns und die damit verbundene Linienbreite von 100 MHz die Genauigkeit dieser Messung beschränkt.

¹Genau genommen wird in diesem Experiment eine Kombination der $2s_{1/2}$ und der $2p_{1/2}$ -Lamb-Shift gemessen. Die Lamb-Verschiebung der p -Zustände ist aber um Größenordnungen kleiner und, da Kerneffekte eine untergeordnete Rolle spielen, auch unter guter theoretischer Kontrolle.

Aktuelle Bestimmungen der Lamb-Verschiebung beruhen im wesentlichen auf den Ergebnissen dreier Experimente, die zum einen in Paris in der Gruppe um Francois Biraben, zum anderen an der Yale University von Ed Hinds und Mitarbeitern und in Garching gemacht wurden. Neben der von Prof. Hänsch mit extrem hoher Genauigkeit gemessenen $1s$ - $2s$ -Frequenz ist dazu, wie bereits erklärt, noch die Messung einer weiteren Frequenz nötig. Da aber die Bestimmung absoluter Frequenzen bis zur der Erfindung des fs-Frequenzkamms nur mittels sehr aufwendiger Frequenzketten, die oft ganze Hallen füllten, nur einen sehr kleinen „Duty-Cycle“ hatten, und obendrein nur die Referenz für eine bestimmte Frequenz lieferten, möglich war, versuchte man statt dessen Frequenzdifferenzen zu messen. Laut der Bohr'schen Theorie sollten sich Frequenzverhältnisse aus Übergängen zwischen verschiedenen Hauptquantenzahlen als rationale Zahlen schreiben lassen. Wird die Abweichung von diesem Verhältnis gemessen und triviale Korrekturen wie endliche Kernmasse berücksichtigt, kann die Lamb-Verschiebung der beteiligten Zustände berechnet werden. Die Bestimmung von Frequenzdifferenzen ist nun aber ungleich einfacher als die absolute Bestimmung der einzelnen.

Mitte der 90er Jahre wurde von M. Weitz in Garching die $2s$ - $4s(d)$ -Frequenz mit der $1s$ - $2s$ -Frequenz verglichen. Dazu wurde das Licht des Farbstofflasers ($\lambda_{\text{Dye}} = 486 \text{ nm}$), dessen zweite Harmonische zur Anregung des $1s$ - $2s$ -Übergangs benutzt wurde, mit dem frequenzverdoppeltem Licht eines Ti:Sa-Lasers ($\lambda_{\text{Ti:Sa}} = 972 \text{ nm}$) zur Schwebung gebracht, der den $2s$ - $4s$ -Übergang trieb. Die $2s$ -Atome wurden dabei durch Anregung mit einem Elektronenstrahl erzeugt [WSKH94, WSKH95]. Durch eine genaue Analyse der Schwebungsfrequenzen waren Weitz und Kollegen in der Lage, die Grundzustands-Lamb-Verschiebung mit einer Genauigkeit von 7.5 Teilen in 10^6 für Wasserstoff und 1.0 Teilen in 10^5 für Deuterium anzugeben.

In einer Gruppe an der Yale University wurde von M. Boshier ein ähnliches Experiment durchgeführt. Dort verglich man jedoch den $1s$ - $2s$ -Zweiphotonen-Übergang mit dem $2s_{1/2}$ - $4p_{3/2}$ -Einphotonen-Übergang [BHB95]. Außerdem wurden an zwei unterschiedlichen Atomstrahl-Apparaturen gemessen, sodaß die Messung der $1s$ - $2s$ -Linie nicht durch die beinahe gleichzeitige Messung der $2s$ - $4p$ -Linie gestört wurde. Die $1s$ -Lamb-Verschiebung ergab sich durch die Auswertung des Schwebungssignal eines Spektroskopielasers, der nacheinander über beide Resonanzen gestimmt wurde, mit einem auf Tellur stabilisierten Referenzlaser. Mit dieser Methode konnte der Fehler leicht gegenüber der Weitz'schen Messung auf 5 in 10^6 Teilen gedrückt werden.

An der École Normale dagegen wurde das Verhältnis der $1s$ - $3s$ und der $2s$ - $6s$ Frequenz bestimmt [BdBN⁺96]. Wichtigstes Instrument bei dieser Messung war ein hochstabiler Ti:Sa-Laser bei 820 nm. Während mit der Fundamentalen die $2s$ - $6s$ -Linie angeregt wird, kann mit der vierten Harmonischen der $1s$ - $3s$ -Übergang getrieben werden. Im Gegensatz zu den Messungen in Garching wurden in Paris die Linien nacheinander gemessen. Als Referenz während des Umschaltens zwischen den Übergängen dienten die Linien eines hochstabiles Fabry-Perot-Interferometers. Mit dieser Methode bestimmten Biraben und Kollegen das Frequenzverhältnis auf 9.8 kHz, was einer relativen Genauigkeit von 2×10^{-6} entspricht. Die Hauptschwierigkeit lag in der genauen Bestimmung der Linienschwerpunkte. Die von Biraben

Tabelle 2.1: Vergleich der $1s$ - $3s$ -Frequenz mit der $2s$ - $6s/d$ -Frequenz aus der Gruppe von F. Biraben [dBSA⁺00]. Alle Angaben sind in MHz. Ein große Unsicherheit ist durch den Doppler-Effekt zweiter Ordnung bedingt, da in Paris an einem heißen Atomstrahl spektroskopiert wird.

Schwebung $1s$ - $3s$ mit	$2s_{1/2}$ - $6d_{1/2}$	$2s_{1/2}$ - $6s_{1/2}$
Schwebung	2370.1140 (44)	2120.188 (10)
Schwebung $\times 2$	4740.2280 (88)	4240.377 (20)
$1s$ - $3s$ 2.-Ord. Doppler	-0.031 (25)	-0.031 (25)
Hyperfeinaufspaltung	-41.0981	42.7421
$\nu(2s - 6s) - \nu(1s - 3s)/4$	4699.099 (11)	4197.604 (21)
$6s_{1/2}$ - $6d_{5/2}$		501.5051
$\nu(2s_{1/2} - 6d_{5/2}) - \nu(1s - 3s)/4$	4999.099 (11)	4699.109 (21)
Mittelwert		4699.1006 (98)

erzielten Ergebnisse und die größten Korrekturen sind in Tabelle 2.1 zusammengefaßt.

Der Vollständigkeit halber soll nun noch kurz auf zwei Absolutfrequenz-Messungen in Paris eingegangen werden. Diese wurden von Biraben in Zusammenarbeit mit dem Bureau National de Métrologie (BNM) gemacht [dBNJ⁺97, SJdB⁺99]. Dabei wurde die Frequenzen der $2s$ - $8s$, $8d$ und $12d$ Übergänge vermessen. Eckpfeiler der Messungen ist eine Laserdiode bei 778 nm, die auf den $5S_{1/2}$ - $5D_{5/2}$ Zweiphotonenübergang in Rubidium stabilisiert ist. Diese Frequenzreferenz erreicht eine Stabilität von $4 \times 10^{-13} \tau^{-\frac{1}{2}}$ für einen Zeitraum von 1000 Sekunden und eine Tag-zu-Tag Reproduzierbarkeit von 400 Hz. Die absolute Frequenz der Laserdiode wurde am BNM mittels einer aufwendigen Frequenzkette, die einen auf Osmiumtetroxid stabilisierter CO_2 -Laser enthält, auf eine Cs-Atomuhr zurückgeführt [CDA⁺88]. Um die Frequenzen in Wasserstoff auf diesen Standard zurückführen zu können, mußten in Paris Schwebungssignale bei bis zu 144 GHz detektiert bzw. optische Frequenzteiler [TMH90] aufgebaut werden.

In einer komplexen Ausgleichsrechnung, die auf allen genauen Messungen von Wasserstoff und Deuterium und dem $1/n^3$ -Skalierungsgesetz beruht, hat de Beauvoir [dBSA⁺00] Werte für die Rydbergkonstante und die $1s$ -Lamb-Verschiebung bestimmt. Das von ihr ermittelte Ergebnis lautet:

$$\begin{aligned} R_\infty &= 109\,737.315\,685\,50 (84) \text{ cm}^{-1} \\ L_{1s} &= 8\,172.840(22) \text{ MHz} \end{aligned}$$

Der Wert für die Rydbergkonstante ist damit in guter Übereinstimmung mit jenem Wert, der vom *Committee on Data for Science and Technology*, oder auch kurz CODATA, momentan empfohlen wird: $R_\infty = 109\,737.315\,685\,25 (73) \text{ cm}^{-1}$. Neben den experimentellen fließen bei CODATA auch theoretische Erkenntnisse in die Bestimmung von R_∞ ein.

Tabelle 2.2: Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff, Deuterium und ${}^3\text{He}_3^+$

Spezies	Zustand	ν_{HFS} [kHz]		rel. Genauigkeit	Quelle
H	1s	1420405.751768	(1)	7×10^{-13}	[GKR60]
	2s	177556.860	(50)	3×10^{-7}	[KFSH04]
D	1s	327384.352522	(2)	6×10^{-12}	[WR72]
	2s	40924.439	(20)	5×10^{-7}	[KFKH04]
${}^3\text{He}_3^+$	1s	-8665649.867	(10)	1×10^{-9}	[SFD69]
	2s	-1083354.981	(9)	8×10^{-9}	[PW77]

K. Pachucki und U. Jentschura gelang es kürzlich, den Fehler in der Bestimmung der Lamb-Verschiebung, wenn man vom Protonenladungsradius absieht, deutlich zu reduzieren [PJ03]. Ihr Wert von 8 172.811(32)(2) MHz (die 32 kHz beziehen sich auf den Fehler, der durch die Unsicherheit im Protonenladungsradius bedingt ist, während die 2 kHz aus der Unsicherheiten in den Rechnungen stammen) ist in guter Übereinstimmung mit dem in Paris berechneten Wert.

2.1.2 Hyperfeinaufspaltung

Die Hyperfeinaufspaltung des Wasserstoff-Grundzustandes, die berühmte 21-cm-Linie, die auch bei vielen astronomischen Beobachtungen eine wichtige Rolle spielt, wurde schon vor langer Zeit mit extrem hoher Genauigkeit bestimmt. Ramsey und Kleppner vermaßen die Frequenz mittels eines Masers auf mHz-Niveau, was einer relativen Genauigkeit von 6×10^{-13} [Ram93] entspricht. Für lange Zeit war dies die genaueste Frequenzmessung überhaupt.

Die Aufspaltung des 2s-Zustandes wurde mit Radiofrequenz-Methoden ermittelt und die Unsicherheit in der bestimmten Frequenz liegt mit einigen Hertz deutlich höher als für den Grundzustand. Tabelle 2.2 faßt den momentanen Stand der Experimente zusammen.

Andere für QED-Tests relevante Systeme, an denen die Hyperfeinaufspaltung von Grund- und erstem angeregten Zustand gemessen wurde, sind Deuterium und ${}^3\text{He}^+$. Diese Werte finden sich ebenfalls in besagter Tabelle. Die QED könnte die Aufspaltung mit hoher Genauigkeit berechnen, wenn sie nicht auf Meßdaten für die Kernstruktur angewiesen wäre. Auch hier läßt sich jedoch der Trick anwenden, daß sich eine bestimmte Kombination aus 1s und 2s-Aufspaltung mit weitaus geringerer Unsicherheit berechnen läßt als die Einzelterme. Bildet man folgende Kombination

$$D_{21} = 8E_{\text{HFS}}(2s) - E_{\text{HFS}}(1s) \quad (2.10)$$

kompensieren sich die Kernstruktureffekte in führender Ordnung. Die QED-Beiträge zu dieser Differenz wurden bis zur vierten Ordnung erst kürzlich von Karshenboim und Ivanov berechnet [KI02]. Ohne auf die einzelnen Terme eingehen zu wollen,

Tabelle 2.3: Theoretische Werte für $D_{21}(\text{theo})$, aufgeteilt nach QED Beiträgen und durch den Kern verursachte Effekte. Alle Werte sind [KI02] entnommen.

	H [kHz]	D [kHz]	${}^3\text{He}^+$ [kHz]
$D_{21}(\text{QED})$	48.955(3)	11.3099(5)	-1190.400(53)
$D_{21}(\text{Kern})$	-0.002	0.0026(2)	0.332(36)
$D_{21}(\text{theo})$	48.953(3)	11.3125(5)	-1190.067(64)

seien sie hier der Vollständigkeit halber und um den Leser die Komplexität dieser Rechnungen näher zu bringen, genannt:

$$\begin{aligned}
D_{21}(\text{QED}) = (Z\alpha)^2 E_F & \left\{ \frac{5}{8} + \frac{177}{128} (Z\alpha)^2 \right. \\
& + \frac{\alpha}{\pi} \left[\left(\frac{16}{3} \ln(2) - 7 \right) \ln(Z\alpha) - 5.221 \dots + \frac{8}{15} \ln(2) - \frac{7}{10} \right] \\
& + \frac{\alpha^2}{2\pi^2} \left(\frac{16}{3} \ln(2) - 7 \right) \ln(Z\alpha) \\
& + \frac{m_e}{m_N} \left[-\frac{9}{8} + \left(\frac{\ln(2)}{2} - \frac{7}{32} \left(1 - \frac{1}{\eta} \right) \right) - \left(\frac{145}{128} - \frac{7}{8} \ln(2)\eta \right) \right] \\
& + \frac{\alpha 2m_e}{\pi m_N} \left(\frac{16}{3} \ln(2) - 7 \right) \ln(Z\alpha) \\
& + \frac{Z\alpha m_e}{\pi m_N} \left(\frac{4}{3} \ln(2) - 2 \right) \ln(Z\alpha) \\
& \left. + \alpha(Z\alpha) (C_{SE} + C_{VP}) \right\} \quad (2.11)
\end{aligned}$$

mit $\eta = \frac{\mu_e m_N}{\mu_B m_e} \frac{1}{ZI}$

$C_{SE} + C_{VP}$ stehen für Selbstenergie bzw. Vakuumpolarisations-Beiträge. Sie werden in [KI02] und den dort angegebenen Referenzen diskutiert und berechnet. Als Endergebnis ergibt sich: $C_{SE} = 2.07(25)$ und $C_{VP} = 0.74$.

Durch die Kombination (2.10) heben sich allerdings die Kerneffekte nur in führender Ordnung heraus. Beiträge der Kernstruktur in höherer Ordnung liefern weiterhin einen kleinen, aber nicht vernachlässigbaren Beitrag zu D_{21} und werden in $D_{21}(\text{Kern})$ zusammengefaßt. Eine ausführliche Diskussion der verbleiben Kerneffekte findet sich [KI02] und [MES01]. Tabelle 2.3 gibt den augenblicklichen Stand der Theorie wieder.

Bevor wir das Kapitel Kerneffekte schließen, möchte ich noch kurz auf die Besonderheiten von Deuterium gegenüber Wasserstoff eingehen. Das Deuteron ist ein schwach gebundener, polarisierbarer Kern und deswegen können die Rückstoß- und Struktureffekte nicht einfach von Wasserstoff auf Deuterium übertragen werden, wie das

bei den Nicht-Rückstoß-Korrekturen der Fall ist. Diese müssen einer völlig neuen Betrachtung unterworfen werden, was erst vor wenigen Jahren [MKP96] gelang. Während keine der früheren Betrachtungen in der Lage war, den großen Unterschied

$$D_{21}^D(\text{exp}) - D_{21}^D(\text{non recoil}) = 45.2 \text{ kHz} \quad (2.12)$$

zwischen der Summe aller Nicht-Rückstoß-Korrekturen und dem experimentellen Ergebnis zu erklären, konnten Milshtein und Mitstreiter in einer analytischen Rechnung Rückstoß-, Struktur- und Polarisierbarkeits-Beiträge erfassen. Zahlenmäßig erhalten sie einen Wert von 44 kHz, welcher im Rahmen der Genauigkeit ihrer Betrachtung perfekt mit (2.12) übereinstimmt.

RF-Messungen der 2s-Hyperfeinaufspaltung

Das Prinzip der nicht optischen Messungen der 2s-Hyperfeinaufspaltung beruht auf durch Radiofrequenz-Strahlung bei 177 MHz in Wasserstoff oder 41 MHz in Deuterium induzierten Übergängen zwischen den Hyperfeinkomponenten des 2s-Zustandes. In Wasserstoff wurden diese Untersuchungen bereits 1956 von Kusch et al. [HRK56] und 2000 noch einmal von E. Hessels und Kollegen [RH00] durchgeführt. Für Deuterium gibt es nur eine Messung aus dem Jahre 1956, ebenfalls von der Gruppe um Kusch veröffentlicht [RHK56].

In den 1956 an der Columbia University gemachten Experimenten wurde zuerst durch Elektronenstrahl-Anregung ein Strahl aus metastabilen 2s-Atomen erzeugt. Die Atome wurden anschließend in den $|2s, F = 1, m_F = +1\rangle$ -Zustand präpariert. In einer Ramsey-Anordnung mit einem Abstand der Wechselwirkungszone von ungefähr 40 cm wurde dann der $F = 1$ nach $F = 0$ Übergang getrieben. Abschließend wurden Atome, die einen Übergang vollzogen hatten, aus dem Atomstrahl entfernt und nur die verbleibenden gezählt. Die Resonanz zeigt sich durch einen Einbruch in der Zählrate. Auf diese Weise konnte die 2s-Hyperfeinstrukturaufspaltung für Wasserstoff auf 50 Hz, was einer relativen Genauigkeit von 3×10^{-7} entspricht, bestimmt werden. Im Falle von Deuterium gelang dies etwas besser, nämlich auf 20 Hz genau.

Im Jahre 2000 veröffentlichten N. Rothery und E. Hessels von der York University in Kanada einen auf 30 Hz genau ermittelten Wert für die 2s-Hyperfeinstruktur in Wasserstoff. Ein wesentlicher Unterschied zu Kusch et. al. war, daß nicht mit einer Ramsey-Anordnung, sondern mit einer nahezu ein Meter langen Interaktionszone zwischen Rf-Feld und Atomen gearbeitet wurde.

Bemerkenswert ist, daß der von Rothery und Hessels ermittelte Wert, eingesetzt in D_{21} , um beinahe zwei Standardabweichungen vom theoretischen Wert abweicht.

2.1.3 Aufspaltung in Magnetfeldern

Sowohl für die Messung der 1s-3s-Absolutfrequenz und damit für die Bestimmung der Lamb-Verschiebung, als auch für die Ermittlung der 2s-Hyperfeinaufspaltung ist

es notwendig zu wissen, wie sich die beteiligten Niveaus in Magnetfeldern verhalten. Schließlich besitzt allein das Erdmagnetfeld eine Stärke von 300 bis 600 mG.

Im allgemeinen kann keine geschlossene Lösung für das Verhalten der Wasserstoff-Niveaus in äußeren Magnetfeldern angegeben werden. Nutzt man jedoch aus, daß bei den in dieser Arbeit beteiligten Übergängen ausschließlich s -Zustände involviert sind, kann deren Verhalten durch die berühmte Breit-Rabi-Formel, die für alle $j = 1/2$ -Zustände gilt, vorhergesagt werden [BR38]:

$$E(F = I \pm 1/2, m_F) = -\mu_N g_I \cdot B \pm \frac{\Delta E}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F}{2I+1}x + x^2} \quad (2.13)$$

mit $x = \frac{(\mu_B g_j - \mu_N g_I) \cdot B}{\Delta E}$

Hierin bezeichnen ΔE die Hyperfeinaufspaltung des n s -Niveaus für $B = 0$, $\mu_{B,N}$ das Bohr- bzw. Kernmagneton und I den Kernspin. g_I ist eine für jeden Kern gegebene Konstante. E gibt die Energie des Zustandes relativ zur mittleren Energie im feldfreien Fall an.

Für Zustände mit der Quantenzahl $m_F = \pm F = \pm(I+1/2)$ vereinfacht sich Gleichung (2.13) zu:

$$E(F = I + 1/2, m_F \pm F) = -\mu_N g_I B + \frac{\Delta E}{2} \sqrt{(1 \pm x)^2}. \quad (2.14)$$

Daraus folgt unmittelbar:

$$E(I + 1/2, \pm F) = \frac{\Delta E}{2} + \begin{cases} \frac{1}{2}(\mu_B g_j - \mu_N g_I)B & \text{wenn } m_F = +F \\ -\frac{1}{2}(\mu_B g_j - 3\mu_N g_I)B & \text{wenn } m_F = -F \end{cases} \quad (2.15)$$

Die Energieänderung mit dem Magnetfeld der angesprochenen Zustände ist demnach unabhängig von ΔE und damit von der Hauptquantenzahl n . Frequenzen der Übergänge von $(ns, F, m_F = \pm F)$ nach $(n's, F' = F, m'_F = m_F)$ sind deswegen keine Funktion des Magnetfeldes im Wechselwirkungsbereich. Da eine μ -Metall-Abschirmung der Wechselwirkungszone im Falle des $1s$ - $3s$ -Experimentes durch die Anordnung der Photomultiplier zur Detektion des Fluoreszenzlichtes nicht möglich ist, erlaubt die Beobachtung solcher Übergänge trotzdem eine verlässliche Bestimmung der Frequenz. Nicht berücksichtigt wurde allerdings, daß g_J gemäß $g_J \approx 2 - \alpha^2/3n^2$ [Sch48] eine Funktion von n ist. Dies verursacht eine schwache lineare B -Feld Abhängigkeit der beschriebenen Übergänge. Glücklicherweise resultiert dies aber nur in einer Verbreiterung der Linie und nicht in einer Verschiebung des Linienschwerpunktes.

Da die Linienbreite des $1s$ - $3s$ -Übergangs mit 1 MHz relativ groß ist, muß mindestens ein Magnetfeld von 28 G angelegt werden, damit die magnetfeldabhängigen Übergänge von den magnetfeldunabhängigen getrennt werden können.

Die Messungen zur Hyperfeinaufspaltung des $2s$ -Niveaus in Deuterium ($I = 1$) wurden im Gegensatz zur Absolutfrequenzmessung in sehr kleinen ($B \leq 1$ mG) Feldern durchgeführt. Dadurch sind die m_F -Zustände nahezu entartet. Mit Hilfe einer Entwicklung von Gleichung (2.13) bis zur Ordnung $\mathcal{O}(B^3)$ läßt sich die Verschiebung

des Duplet- ($[n = 1, F = 1/2, m_F = \pm 1/2]$ nach $[n = 2, F = 1/2, m_F = \pm 1/2]$) und Quadruplet-Übergangs ($[n = 1, F = 3/2, m_F = \pm 1/2, \pm 3/2]$ nach $[n = 2, F = 3/2, m_F = \pm 1/2, \pm 3/2]$) durch ein Magnetfeld berechnen. Nach kurzer Rechnung und unter Vernachlässigung von μ_N gegenüber μ_B gibt sich die folgende B -Feld-Abhängigkeit der einzelnen Übergänge:

$$\begin{aligned}
& E(n = 2, F = 1/2, m_F = \pm 1/2) - E(1, 1/2, \pm 1/2) - E_0 = \\
& \quad \frac{(\Delta E_{\text{HFS}}(1s) - \Delta E_{\text{HFS}}(2s))}{2} - \frac{2(\mu_B g_J)^2}{9} \left(\frac{1}{\Delta E_{\text{HFS}}(2s)} - \frac{1}{\Delta E_{\text{HFS}}(1s)} \right) B^2 \\
& E(2, 3/2, \pm 1/2) - E(1, 3/2, \pm 1/2) - E_0 = \\
& \quad \frac{(\Delta E_{\text{HFS}}(2s) - \Delta E_{\text{HFS}}(2s))}{2} + \frac{2(\mu_B g_J)^2}{9} \left(\frac{1}{\Delta E_{\text{HFS}}(2s)} - \frac{1}{\Delta E_{\text{HFS}}(1s)} \right) B^2 \\
& E(2, 3/2, \pm 3/2) - E(1, 3/2, \pm 3/2) - E_0 = \frac{(\Delta E_{\text{HFS}}(2s) - \Delta E_{\text{HFS}}(2s))}{2}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Die Differenz der Linienschwerpunkte des Duplet- und des Quadruplet-Übergangs, die ja letztendlich unter Einbeziehung der $1s$ -HFS die $2s$ -HFS liefert, erfährt demnach eine Verschiebung im B -Feld gemäß:

$$\begin{aligned}
\Delta \nu_{\text{HFS}}(B) &= -\frac{1}{3} \frac{(\mu_B g_J)^2}{h} \left(\frac{1}{\Delta E_{\text{HFS}}(2s)} - \frac{1}{\Delta E_{\text{HFS}}(1s)} \right) B^2 + \mathcal{O}(B^3) \\
&\approx 56 \text{ kHz/G}^2
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Eine ausführliche Diskussion der systematischen Verschiebungen findet sich im Kapitel 3.3.

2.2 Frequenzkamm

Modengekoppelte Laser sind ein integraler Bestandteil dieser Arbeit. Einerseits werden sie zur Spektroskopie selbst andererseits zur gleichzeitigen Messungen der Übergangsfrequenz verwendet. In diesem Kapitel möchte ich daher den Zusammenhang zwischen modengekoppelten Lasern und Frequenzkämmen erklären. Dabei fasse ich mich jedoch kurz und gebe dem Leser nur das essentielle Rüstzeug an die Hand, das er zum Verständnis der Arbeit benötigt. Eine ausführliche, mathematisch stringente Beschreibung findet der interessierte Leser z. B. in [Ude04]. Die nachfolgenden Erklärungen orientieren sich ebenfalls an dieser Arbeit.

Titan:Saphir-Laser sind heutzutage die Arbeitspferde auf dem Feld der modengekoppelten Laser. Durch aktives (z.B. mittels eines AOMs) oder durch passives (z. B. Kerr-Lensing oder durch Einbau eines sättigbaren Absorbers) Modenkoppeln wird zwischen den vielen, von der großen Verstärkungsbandbreite des Ti:Sa-Kristalls unterstützten, longitudinalen Moden eine feste Phasenbeziehung hergestellt. Dadurch können Pulse von nur wenigen Femtosekunden Länge erzeugt werden.

Da in dieser Arbeit häufig zwischen dem Bild eines modengekoppelten Lasers im Zeit- und Frequenzraum hin und her gewechselt wird möchte ich nun kurz zeigen, daß dies nur die zwei Seiten der selben Medaille sind. Angenommen, ein Laser emittiert Pulse alle T Sekunden mit immer der selben Pulseinhüllenden $A(t)$. Mit anderen Worten: $A(t) \equiv A(t - T)$. Das elektrische Feld des Lasers an einem beliebigen aber festen Ort läßt sich als

$$E(t) = A(t)C(t) + c.c. \quad (2.18)$$

schreiben, wobei $C(t)$ die Trägerwelle beschreibt. Das elektrische Feld E andererseits ist nicht streng periodisch mit T . Während $C(t)$ mit der Phasengeschwindigkeit ω/k im Resonator umläuft, tut dies $A(t)$ nur mit der Gruppengeschwindigkeit $d\omega/dk$. Die Folge ist eine Verschiebung $\Delta\phi$ der Einhüllenden im Vergleich zur Trägerwelle von Puls zu Puls. Das Spektrum des Pulszuges ergibt sich durch Fouriertransformation:

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t)e^{i\omega t} dt. \quad (2.19)$$

Nutzt man das Faltungstheorem der Fouriertransformation in der Form

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}(F * G)(x) = \mathcal{FT}[f(y) \cdot g(y)] \quad (2.20)$$

können aus $E(\omega)$ die Fouriertransformierten der einzelnen Faktoren berechnet werden:

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega')C(\omega - \omega') d\omega' + c.c. \quad (2.21)$$

Da $A(t)$ periodisch mit T ist, kann die Fouriertransformierte als

$$A(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m \delta(\omega - \omega_r) \quad \text{mit} \quad \omega_r = \frac{2\pi}{T} \quad (2.22)$$

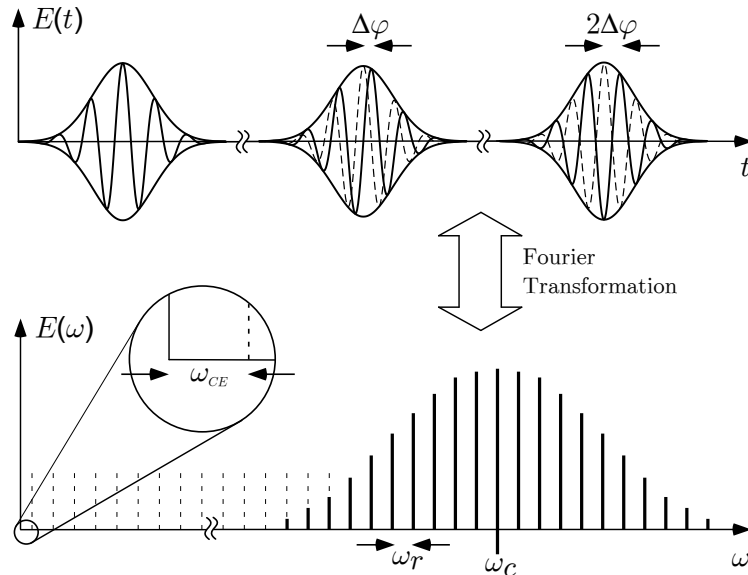


Abbildung 2.3: Auf Grund von Dispersion im Laserresonator ($v_{ph} \neq v_{gr}$), verschiebt sich die Einhüllende des Pulses gegenüber der Trägerwelle nach jedem Umlauf um $\Delta\phi$. In der Fourier-Transformierten schlägt sich dies in einer Offsetfrequenz des Frequenzkamms nieder.

geschrieben werden. Einsetzen in Gleichung (2.21) führt dann zu

$$E(\omega) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m C(\omega - m\omega_r) + c.c. \quad (2.23)$$

Setzt man noch voraus, daß das Spektrum der Trägerwelle schmaler als ω_r ist, beschreibt Gleichung (2.23) einen Kamm im Frequenzraum.

Dies Ergebnis ist von so fundamentaler Wichtigkeit, daß ich es noch einmal zusammenfassen möchte: Ausgehend von der Annahme eines *äquidistanten* Pulszuges im Zeitraum wurde abgeleitet, daß das dazugehörige Spektrum eine Anordnung *äquidistanter* Moden im Frequenzraum ist. Der Abstand der Moden ist durch die Pulswiederholrate gegeben.

Im allgemeinen ist die Trägerfrequenz aufgrund von Dispersion im Laser kein vielfaches der Repetitionsrate. Anders ausgedrückt: Die Phasengeschwindigkeit mit der sich die Trägerfrequenz ausbreitet ist ungleich der Gruppengeschwindigkeit mit der der Puls im Laserresonator propagiert. Welche Bedeutung dies hat soll nun am Beispiel eines Pulszuges mit konstanter Trägerfrequenz ω_c erarbeitet werden.

Konstante Trägerfrequenz bedeutet, daß $C(\omega) = \delta(\omega - \omega_c)$ ist. Dies in Gleichung (2.23) eingesetzt und rücktransformiert ergibt

$$E(t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m e^{i(m\omega_r + \omega_c)t} \quad (2.24)$$

O.b.d.A. darf man folgendermaßen unnummerieren: $m'\omega_r + \omega_{ce} = m\omega_r + \omega_c$, wobei gefordert wird, daß $\omega_{ce} < \omega_r$ sein soll. Jede Mode des Frequenzkamms läßt sich

also durch ein Vielfaches der Pulswiederholfrequenz und eine Offset-Frequenz ω_{ce} darstellen. Welche physikalische Bedeutung kommt ω_{ce} zu? Dazu soll das elektrische Feld zur Zeit $t + T$ betrachtet werden:

$$E(t + T) = A(t + T)e^{-i\omega_c(t+T)} \quad (2.25)$$

Nutzt man nun aus, daß $A(t + T) = A(t)$ ist und daß man ω_c als $m\omega_r + \omega_{ce}$ schreiben kann ergibt sich:

$$\begin{aligned} E(t + T) &= A(t)e^{-i(m\omega_r + \omega_{ce})t}e^{-i(m\omega_r + \omega_{ce})T} \\ &= A(t)e^{-i(m\omega_r + \omega_{ce})t}e^{-i\omega_{ce}T} \\ &= E(t)e^{-i\omega_{ce}T} \end{aligned} \quad (2.26)$$

Bis auf eine Phasenverschiebung $\omega_{ce}T$ ist das Feld zum Zeitpunkt $(t + T)$ also identisch mit dem Feld zum Zeitpunkt t . Anders gesagt, die Trägerwelle hat sich gegenüber der Einhüllenden um $\Delta\varphi$ verschoben. Daher ergibt sich auch der Name: **Carrier-Envelope-Offset-Frequency**.

Bisher wurde implizit angenommen, daß der betrachtete Pulszug unendlich lang ist. Wie sieht aber das Spektrum aus, wenn der Pulszug nur eine endliche Länge N/f_{rep} hat? Zur Klärung dieser Frage sei ein elektrisches Feld $E_{ges}(T)$, welches aus N Pulsen besteht die den Abstand T zueinander haben betrachtet:

$$E_{ges}(t) = \frac{E_0}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} E(t - mT). \quad (2.27)$$

Um das Spektrum zu erhalten, muß wieder die Fouriertransformierte $E_{ges}(\omega)$ von $E_{ges}(t)$ gebildet werden. Nützlich ist dabei folgendes Lemma:

$$\mathcal{FT}[f(t - \tau)] = e^{-i\omega\tau} \mathcal{FT}[f(t)]. \quad (2.28)$$

Ausführen der Summation führt dann letztendlich zu:

$$E_{ges}(\omega) = \frac{E_0}{\sqrt{N}} \frac{1 - e^{-iN\omega T}}{1 - e^{-i\omega T}} E(\omega). \quad (2.29)$$

Das meßbare Intensitätsspektrum $I_{ges}(\omega)$ erhält man durch Bilden des Betrags-Quadrats. Es ergibt sich schließlich:

$$I_{ges}(\omega) = \frac{1 - \cos(N\omega T)}{N(1 - \cos(\omega T))} I(\omega). \quad (2.30)$$

$I(\omega)$ ist dabei das Intensitätsspektrum eines Pulses und bildet die Einhüllende über den Modenkamm. In Zeichnung 2.4 kann man gut erkennen, wie der Pulszug mit steigender Modenzahl immer stärker durchmoduliert wird. Als nächstes soll der Grenzfall $N \rightarrow \infty$ betrachtet werden:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1 - \cos(N\omega T)}{N(1 - \cos(\omega T))} \right] \xrightarrow{\omega T \approx 2\pi n} 2 \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1 - \cos(N\omega T)}{N(\omega T)^2} \right] = \delta(\omega T - 2\pi n) \quad (2.31)$$

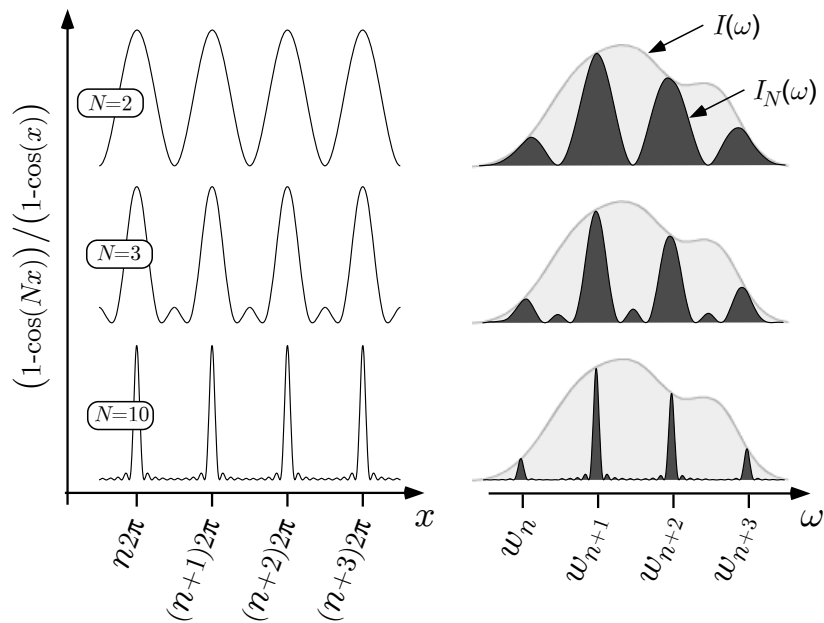


Abbildung 2.4: Ausprägung eines Frequenzkamms bei Überlagerung von 2, 3 oder 10 Moden. Ähnliches Verhalten ist aus dem Phänomen der Vielstrahlinterferenz bekannt.

Damit kann Gleichung (2.30) für große N in der Form

$$I_{\text{ges}}(\omega) = I(\omega) \sum_n \delta(\omega T - 2\pi n) \quad (2.32)$$

geschrieben werden. Da die Pulswiederholrate bei dem hier verwendeten Laser im Bereich von 80 MHz liegt, wird die Bedingung $N \gg 1$ bereits bei sehr kurzen Beobachtungszeiten erreicht.

Für eine große Anzahl von Pulsen kann aus Gleichung (2.30) die spektrale Breite einer Mode näherungsweise zu

$$\frac{\sqrt{24}}{2\pi} \frac{1}{TN}$$

bestimmt werden. Konkret bedeutet dies, daß für $N = 1 \text{ sec}/T$ die Breite einer Mode lediglich ca. 1 Hz beträgt und damit unabhängig von der Pulswiederholrate ist (Obacht: gilt aber nur, wenn $N \gg 1$).

2.3 Zweiphotonenspektroskopie mit Frequenzkämmen

Im Gegensatz zu den in der Präzisionsspektroskopie üblichen „single mode“ Lasern kommt im $1s$ - $3s$ -Experiment ein modengekoppelter Laser und damit, wie im vorherigen Kapitel gezeigt wurde, ein Frequenzkamm, zum Einsatz. In diesem Kapitel wird daher die Technik der Zweiphotonen-Spektroskopie mit Frequenzkämmen mathematisch beschrieben. Im Verlauf dieser Rechnungen wird gezeigt werden, daß die Anregungsrate vergleichbar mit der eines Dauerstrich-Lasers mit gleicher mittlerer Leistung ist. Gleichzeitig wird sich herausstellen daß die Linienbreite durch die Breite einer Mode des Frequenzkamms und *nicht* durch die Breite eines Pulses des Pulszuges gegeben ist. Daß Kapitel endet mit einer Formel für die Linienform und die ac-Stark-Verschiebung.

Die Rechnungen stützen sich auf die Näherungen, daß ein effektives Zwei-Niveau-System betrachtet wird und keine Besetzung in andere Zustände gelangen kann. Ausgehend davon werden die optischen Bloch-Gleichungen aufgestellt, wobei die Besonderheiten der Zweiphotonenanregung in dem Wechselwirkungsoperator V_{ab} zusammengefaßt werden. Die Bloch-Gleichungen werden dann mittels Störungsrechnung bis zur zweiten Ordnung in V_{ab} gelöst. Die Rechnungen orientieren sich dabei zum Teil an der ausgezeichneten Arbeit von Raymond G. Beausoleil [Bea86].

Ausgangspunkt der Untersuchung ist ein Zwei-Niveau-System mit dem Grundzustand $|b\rangle$ und dem angeregtem Zustand $|a\rangle$. Die Wechselwirkung des Atoms mit dem Lichtfeld sei durch den Operator V_{ab} beschrieben. Ausgehend von der Wellenfunktion $\Psi = c_a\Psi_a + c_b\Psi_b$, wobei die Zustandsvektoren Ψ_a und Ψ_b zeitunabhängig sind und nur den räumlichen Anteil der Wellenfunktion enthalten, lassen sich im Ruhesystem des Atoms die Bewegungsgleichungen im Schrödinger-Bild aufstellen:

$$\dot{c}_a = -i[\omega_a + \Delta\omega_a(t)]c_a(t) - \frac{i}{\hbar}V_{ab}c_b(t) \quad (2.33)$$

$$\dot{c}_b = -i[\omega_b + \Delta\omega_b(t)]c_b(t) - \frac{i}{\hbar}V_{ba}c_a(t). \quad (2.34)$$

Dabei soll ausdrücklich eine Verschiebung der Bohrfrequenzen $\hbar\omega_i = E_i$ durch die Wechselwirkung um $\Delta\omega_i$ zugelassen werden.

Für die folgenden Rechnungen, und vor allen Dingen um Dämpfung der Besetzungen und der Kohärenzen zu berücksichtigen, ist es von Vorteil, in den Dichtematrixformalismus zu wechseln. Der Dichteoperator ist durch $\rho_{nm} = \langle n|\rho(t)|m\rangle$ definiert und seine Zeitentwicklung folgt der Liouville-Gleichung:

$$i\hbar\dot{\rho} = [\mathbf{H}, \rho] - i\hbar\mathbf{\Gamma} \quad (2.35)$$

Mit dem Ansatz für den Wechselwirkungsoperator V

$$V(t) = \begin{pmatrix} \hbar\Delta\omega_a & V_{ab} \\ V_{ba} & \hbar\Delta\omega_b \end{pmatrix},$$

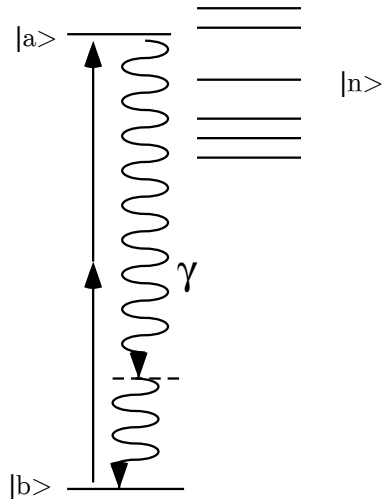


Abbildung 2.5: Erklärung der Bezeichnungen, wie sie in diesem Kapitel benutzt werden. $|n\rangle$ bezeichnet beliebige Zwischenzustände, die von $|b\rangle$ aus mit einem Einphotonenübergang erreicht werden können. γ ist dabei die einfache Linienbreite in Winkelfrequenzen.

und für die Dämpfungsmatrix Γ

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma\rho_{aa} & \frac{\gamma}{2}\rho_{ab} \\ \frac{\gamma}{2}\rho_{ba} & \gamma\rho_{bb} \end{pmatrix}$$

ergeben sich daraus die optischen Bloch-Gleichungen wie folgt:

$$\dot{\rho}_{ab}(t) = - \left[i(\omega_{ab} + \Delta\omega_{ab}) + \frac{\gamma}{2} \right] \rho_{ab}(t) + \frac{i}{\hbar} V_{ab} [2\rho_{aa}(t) - 1] \quad (2.36)$$

$$\dot{\rho}_{aa}(t) = - \gamma\rho_{aa}(t) - \frac{i}{\hbar} [V_{ab}\rho_{ba}(t) - \text{c.c.}] \quad (2.37)$$

Die Symbole und Abkürzungen sind in Zeichnung 2.5 erklärt. Berücksichtigt wurde bei der Aufstellung der Gleichungen, daß es sich um ein geschlossenes System handelt, also daß $\rho_{aa} + \rho_{bb} = 1$ gilt. Außerdem wurden dephasierende Prozesse wie z. B. Stöße, die auch zur Dämpfung der Kohärenz ρ_{ab} führen könnten, nicht berücksichtigt.

Als Anfangsbedingung soll angenommen werden, daß sich die gesamte Population im unteren Zustand $|b\rangle$ befindet, d.h. daß $\rho_{aa} \rightarrow 0$ und $\rho_{bb} \rightarrow 1$ wenn $t \rightarrow -\infty$ und daß es anfänglich auch keine Kohärenz zwischen $|a\rangle$ und $|b\rangle$ gibt. Die störungstheoretische Lösung der Bloch-Gleichungen ist in vielen Lehrbüchern ausführlich beschrieben und deswegen soll hier nur das Ergebnis bis zur ersten Ordnung in V_{ab} angegeben werden:

$$\rho_{ab}^{(1)}(t) = -i e^{-i(\omega_{ab} + \gamma/2)t - i \int_{-\infty}^t dt' \Delta\omega_{ab}(t')} \int_{-\infty}^t dt' \frac{V_{ab}}{\hbar} e^{i(\omega_{ab} + \gamma/2)t' + i \int_{-\infty}^{t'} dt'' \Delta\omega_{ab}(t'')} \quad (2.38)$$

Soweit unterscheidet sich die Zweiphotonen- noch nicht von Einphotonenspektroskopie. Dies verwundert insofern nicht, da doch zu Beginn die Besonderheiten des hier betrachteten Systems samt und sonders in dem Wechselwirkungsoperator V_{ab} und in der ac-Stark-Verschiebung $\Delta\omega_{ab}$ absorbiert wurden. Im folgenden Abschnitt sollen beide Größen störungstheoretisch bestimmt werden.

2.3.1 Der Zweiphotonen-WW-Operator & die ac-Stark-Verschiebung

In diesem Abschnitt wird mittels zeitabhängiger Störungstheorie ein Ausdruck für den Zweiphotonen-WW-Operator V_{ab} und die ac-Stark-Verschiebung $\Delta\omega_{ab}$ hergeleitet.

Die generelle Lösung der Schrödinger-Gleichung $\Psi(t)$ für ein zeitabhängiges, gestörtes System kann, da die Lösung der ungestörten, zeitunabhängigen Gleichung ein vollständiges Orthonormalsystem bildet, als

$$\Psi(t) = \frac{i}{\hbar} \sum_n c_n(t) e^{-i\omega_n t} \Psi_n^{(0)} \quad (2.39)$$

geschrieben werden. Zu beachten ist, daß die $c_n(t)$ explizit zeitabhängig sind und im Gegensatz zur Schreibweise im vorherigen Kapitel der schnell oszillierende Term $e^{-i\omega_n t}$ abgespalten wurde. Dies wird später bei einem Vergleich der Ergebnisse dieser Rechnung mit den Ergebnissen des vorherigen Kapitels noch wichtig und sei deswegen bereits an dieser Stelle erwähnt.

Wenn der Störungsoperator $H_1(t)$ genannt sei, ergibt sich folgende Bewegungsgleichung für ein c_k

$$\dot{c}_k(t) = -\frac{i}{\hbar} \sum_n \langle k | H_1(t) | n \rangle e^{i\omega_{kn} t} c_n(t). \quad (2.40)$$

ω_{kn} steht dabei abkürzend für $\omega_k - \omega_n$ und summiert wird über alle gebundenen und ungebunden Zustände $|n\rangle$. Für den WW-Operator können wir in Dipol-Näherung [BJ89] schreiben: $H_1(t) = ea_0 \mathbf{d} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$. e steht hier für die Elementarladung, a_0 für den Bohr'schen Radius und der gesamte Ausdruck $ea_0 \mathbf{d}$ für den Dipol-Operator. $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ beschreibt das elektrische Feld. Dem vorgebildetem Leser mag an dieser Stelle einfallen, daß Zweiphotonenübergänge dipolmäßig verboten sind und sich deshalb fragen: „Was soll der Dipoloperator hier?“. Darauf ließe sich dann erwidern, daß dies nur in erster Ordnung Störungstheorie richtig ist. In zweiter Ordnung ergibt sich nämlich, wie man später sehen wird, eine von Null verschiedene Anregungsrate. Die natürliche Linienbreite des im Experiment betrachteten Übergangs beträgt ungefähr 1 MHz. Die Laserstrahlung, die zur Anregung benutzt wird, setzt sich, wenn das Atom genügend viele einzelne Pulse sieht, wovon wir hier ausgehen, aus vielen, verglichen mit der 1 MHz Linienbreite, monochromatischen Moden zusammen. Deswegen darf in guter Näherung für das Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ geschrieben werden:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (\mathbf{E}_m(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_m t} + \text{c.c.}) \quad (2.41)$$

Betrachtet werden soll nun ein System aus den schon bekannten Zuständen $|a\rangle$ und $|b\rangle$ und einer Reihe von „Hilfzuständen“ (alle übrigen) $|n\rangle$. Aus Gleichung (2.40) erhält man dann folgende Bewegungsgleichungen:

$$\dot{c}_l(t) = -i \frac{ea_0}{2\hbar} \sum_m \sum_{\substack{n \\ \text{auch } a,b}} \langle l | \mathbf{d} | n \rangle \cdot (\mathbf{E}_m e^{i(\omega_{ln} - \omega_m)t} + \mathbf{E}_m^* e^{i(\omega_{ln} + \omega_m)t}) c_n(t) \quad (2.42)$$

mit $l = a, b$ oder $l \in \{|n\rangle\}$

Das nächste Ziel besteht darin, eine Lösung für die c_k zu finden, um diese dann in eine der Gleichungen für c_a oder c_b einzusetzen. Dazu muß man sich überlegen, welche Terme in der Summe über die n den größten Beitrag ausmachen. Da wir nur in $|a\rangle$ und $|b\rangle$ nennenswert Besetzung erwarten sind c_a und c_b die einzigen beiden Koeffizienten unter den c_n die, verglichen mit typischen Beobachtungszeiten, langsam variieren. Als erste Näherung werden im folgenden also alle übrigen c_n in der Summe vernachlässigt und Gleichung (2.42) vereinfacht sich daher zu:

$$\begin{aligned} \dot{c}_k(t) = & -i \frac{ea_0}{2\hbar} \sum_m \langle k | \mathbf{d} | a \rangle \cdot (\mathbf{E}_m e^{i(\omega_{ka} - \omega_m)t} + \mathbf{E}_m^* e^{i(\omega_{ka} + \omega_m)t}) c_a \\ & + \text{Terme, in denen } a \text{ durch } b \text{ vertauscht ist.} \end{aligned} \quad (2.43)$$

Es sei noch einmal betont, daß sowohl \mathbf{E}_m als auch c_a und c_b zeitabhängig sind. Partielle Integration von $t' = -\infty$ bis $t' = t$ dieser Gleichung unter der Annahme, daß das Feld für $t \rightarrow -\infty$ verschwindet und Umbenennung von k durch n und $\langle n | \mathbf{d} | a \rangle$ zu \mathbf{d}_{na} führt einen daher zu:

$$\begin{aligned} c_n(t) = & -i \frac{ea_0}{2\hbar} \sum_m \mathbf{d}_{na} \cdot \left[\frac{1}{i(\omega_{na} - \omega_m)} \mathbf{E}_m c_a e^{i(\omega_{na} - \omega_m)t} \right. \\ & \left. - \frac{1}{i(\omega_{na} - \omega_m)} \int_{-\infty}^t dt' \frac{d}{dt'} (\mathbf{E}_m c_a) e^{i(\omega_{na} - \omega_m)t'} \right] \\ & + \text{gleiche Terme mit } (\omega_{na} + \omega_m) \text{ und } (a \rightarrow b). \end{aligned} \quad (2.44)$$

Als nächstes wird die zweite Zeile von Gleichung (2.44) ein weiteres mal partiell integriert:

$$\begin{aligned} c_n(t) = & -i \frac{ea_0}{2\hbar} \sum_m \mathbf{d}_{na} \cdot \left[\frac{1}{i(\omega_{na} - \omega_m)} \mathbf{E}_m c_a e^{i(\omega_{na} - \omega_m)t} \right. \\ & - \frac{1}{i^2(\omega_{na} - \omega_m)^2} \frac{d}{dt} (\mathbf{E}_m c_a) e^{i(\omega_{na} - \omega_m)t} \\ & \left. + \frac{1}{i^2(\omega_{na} - \omega_m)^2} \int_{-\infty}^t dt' \frac{d}{dt'^2} (\mathbf{E}_m c_a) e^{i(\omega_{na} - \omega_m)t'} \right] \\ & + \text{gleiche Terme mit } (\omega_{na} + \omega_m) \text{ und } (a \rightarrow b). \end{aligned} \quad (2.45)$$

Nimmt man nun an, daß

$$|(\omega_{na} - \omega_m)(\mathbf{E}_m c_a)| \gg \left| \frac{d}{dt} (\mathbf{E}_m c_a) \right| \quad (2.46)$$

gilt, kann der Term proportional zu $\frac{d}{dt} (\mathbf{E}_m c_a)$ in Gleichung (2.45) vernachlässigt werden. Physikalisch bedeutet diese als adiabatische Näherung [Cri73] bekannte Approximation, daß sowohl die Amplitude des Feldes als auch die Besetzung in $|a\rangle$ langsam verglichen mit $(\omega_{na} - \omega_m)$ oszillieren. Da im hier vorliegenden Fall alle Lasermoden

ω_m fernab einer Einphotonenresonanz ω_{na} sind, ist diese Annahme gerechtfertigt. Die gleiche Technik läßt sich nun wieder auf das Integral in (2.45) anwenden und somit kann eine Argumentationskette aufgebaut werden, die es erlaubt, alle Terme bis auf den ersten in Gleichung (2.45) zu vernachlässigen.

Nach dieser Näherung und mit allen vier Termen ergibt sich c_n zu:

$$c_n(t) = -i \frac{ea_0}{2\hbar} \sum_m \left[\frac{\mathbf{d}_{na} \mathbf{E}_m e^{i(\omega_{na} - \omega_m)t}}{i(\omega_{na} - \omega_m)} + \frac{\mathbf{d}_{na} \mathbf{E}_m^* e^{i(\omega_{na} + \omega_m)t}}{i(\omega_{na} + \omega_m)} \right] c_a + \left[\frac{\mathbf{d}_{nb} \mathbf{E}_m e^{i(\omega_{nb} - \omega_m)t}}{i(\omega_{nb} - \omega_m)} + \frac{\mathbf{d}_{nb} \mathbf{E}_m^* e^{i(\omega_{nb} + \omega_m)t}}{i(\omega_{nb} + \omega_m)} \right] c_b \quad (2.47)$$

Setzt man jenen Ausdruck für c_n in Gleichung (2.42) mit $l = a$ ein, was faktisch zur zweiten Ordnung Störungstheorie führt, erhält man:

$$\begin{aligned} \dot{c}_a(t) = & \left(i \frac{ea_0}{2\hbar} \right)^2 \sum_{m,m'} \sum_n \left[\frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m \mathbf{d}_{na} \mathbf{E}_{m'} e^{-i(\omega_m + \omega_{m'})t}}{i(\omega_{na} - \omega_m)} + \frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m^* \mathbf{d}_{na} \mathbf{E}_{m'} e^{i(\omega_m - \omega_{m'})t}}{i(\omega_{na} - \omega_m)} \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m \mathbf{d}_{na} \mathbf{E}_{m'}^* e^{-i(\omega_m - \omega_{m'})t}}{i(\omega_{na} + \omega_m)} + \frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m^* \mathbf{d}_{na} \mathbf{E}_{m'} e^{i(\omega_m + \omega_{m'})t}}{i(\omega_{na} + \omega_m)} \right] c_a(t) \\ & + \left[\frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m \mathbf{d}_{nb} \mathbf{E}_{m'} e^{i(\omega_{ab} - (\omega_m + \omega_{m'})t)}}{i(\omega_{nb} - \omega_m)} + \frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m^* \mathbf{d}_{nb} \mathbf{E}_{m'} e^{i(\omega_{ab} + (\omega_m - \omega_{m'})t)}}{i(\omega_{nb} - \omega_m)} \right. \\ & \left. + \frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m \mathbf{d}_{nb} \mathbf{E}_{m'}^* e^{i(\omega_{ab} - (\omega_m - \omega_{m'})t)}}{i(\omega_{nb} + \omega_m)} + \frac{\mathbf{d}_{an} \mathbf{E}_m^* \mathbf{d}_{nb} \mathbf{E}_{m'} e^{i(\omega_{ab} + (\omega_m + \omega_{m'})t)}}{i(\omega_{nb} + \omega_m)} \right] c_b(t) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Die Terme proportional zu c_b sind für den Zweiphotonen-Übergang von $|a\rangle$ nach $|b\rangle$ verantwortlich. Dies läßt sich leicht daran sehen, daß sie jeweils ein Produkt aus Dipolmatrixelementen von $|a\rangle$ nach $|n\rangle$ und $|n\rangle$ nach $|b\rangle$ enthalten. Auf der anderen Seite verursachen die Terme proportional zu c_a eine ac-Stark-Verschiebung des Zustandes $|a\rangle$. Die Beeinflussung von $|b\rangle$ um $\Delta\omega_b$ durch das Lichtfeld erhält man analog, wenn man Gleichung (2.42) mit $l = b$ verwendet.

In Gleichung (2.48) läßt sich nun der Term, der eine Zweiphotonen-Resonanz beschreibt eindeutig ausmachen und durch Anwendung der Rotating-Wave-Approximation [Sho90] können alle Terme bis auf den proportional zu $e^{i(\omega_{ab} - (\omega_m + \omega_{m'})t)}$ vernachlässigt werden. Zur Berechnung der ac-Stark-Verschiebung brauchen nur die Terme proportional $e^{i(\omega_m - \omega_{m'})t}$ berücksichtigt werden. Transformiert man nun wieder zurück ins Schrödinger-Bild, d.h. multipliziert man c_a mit $e^{i\omega_a t}$ und c_b mit $e^{i\omega_b t}$, kann dieses Resultat mit Gleichung (2.33) verglichen und durch Analogie-Schluß V_{ab} und

$\Delta\omega_a$ bestimmen werden. Daraus ergibt sich:

$$\frac{V_{ab}}{\hbar} = \sum_{m,m'} K_{m,m'} e^{-i(\omega_m + \omega_{m'})t} \quad \text{mit} \quad (2.49)$$

$$K_{m,m'} = \left(i \frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \sum_n \frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{E}_m \mathbf{d}_{nb}\mathbf{E}_{m'}}{\omega_{nb} - \omega_m}$$

und

$$\Delta\omega_a = \left(i \frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \sum_{m,m'} \sum_n \left[\frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{E}_m^* \mathbf{d}_{na}\mathbf{E}_{m'}}{\omega_{na} - \omega_m} e^{+i(\omega_m - \omega_{m'})t} \right. \quad (2.50)$$

$$\left. + \frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{E}_m \mathbf{d}_{na}\mathbf{E}_{m'}^*}{\omega_{na} + \omega_m} \right] e^{-i(\omega_m - \omega_{m'})t}$$

Nun wird es Zeit, einen konkreteren, einen mehr an das Experiment angepaßten Ausdruck für das elektrische Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ einzusetzen. Der Spektroskopielaser ist ein modengekoppelter ps-Laser mit einer Repitionsrate von ungefähr $f_{rep} = 80$ MHz und einer Pulsdauer von ca. $\Delta\tau = 1.5$ ps. Aus dem bekannten Zusammenhang zwischen Pulslänge im Zeit- und Pulsbreite im Frequenzraum (z.B. [Rul98]) und unter Annahme eines Gauß'schen Pulses² ergibt sich eine spektrale Breite des Pulses von ca. 50 GHz. Die Trägerfrequenz, die der 1s-3s-Zweiphotonen-Übergangsfrequenz entspricht, beträgt $\nu_0 = 1.5 \times 10^{15}$ Hz. Da außerdem keine Nähe zu Einphotonenresonanzen besteht, darf in guter Näherung an allen Stellen in $K_{m,m'}$ an den keine Differenzen der Form $(\omega_m - \omega_{m'})$ erscheint ω_m durch ω_0 ersetzt werden.

Außerdem soll nun berücksichtigt werden, daß das Experiment mit zwei gegenläufigen Laserstrahlen durchgeführt wird. Da nur bei Absorption von jeweils *einem* Photon aus einem Strahl die Spektroskopie quasi dopplerfrei in erster Ordnung ist werden für die Zukunft auch nur solche Terme berücksichtigt, die eben die Absorption aus beiden Strahlen beschreiben. Das Wort *quasi* wurde dabei mit Bedacht gewählt: Während bei Verwendung von single-mode Lasern der Doppler-Effekt erster Ordnung identisch Null wird, wird er bei der Kammspektroskopie, da der Betrag der Wellenvektoren der absorbierten Photonen nicht gleich ist, nur reduziert.

Den gegenläufigen Laserstrahlen wird Rechnung getragen, indem man für das Feld folgenden Ausdruck einsetzt:

$$\mathbf{E}_m(\mathbf{r}) = A_m U(\mathbf{r}) [\mathbf{P}_1 e^{i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}} + \mathbf{P}_2 e^{-i\mathbf{k}_m \cdot \mathbf{r}}]. \quad (2.51)$$

\mathbf{P} ist dabei der Polarisationsvektor mit Betrag 1, $U(\mathbf{r})$ beschreibt das räumliche Strahlprofil und A_m die Amplitude des Feldes. Implizit angenommen wurde an dieser Stelle, daß hin- und rücklaufender Strahl die gleiche Intensität haben. Mit dieser Wahl des elektrischen Feldes wurde auch festgeschrieben, daß sich die Laserpulse

²Realistischer wäre die Annahme eines sech-Pulses, aber ein Gauß-Puls läßt sich mathematisch viel leichter handhaben und deswegen sei diese Näherung hier erlaubt.

bei $\mathbf{r} = 0$ treffen³. Hat der Laser die Intensität $I(\mathbf{r}, t)$, verteilt sich diese, wenn wir ein Gauß-förmiges Spektrum annehmen gemäß⁴

$$I_m = \frac{I}{\sqrt{\pi}N} e^{-\frac{m^2}{N^2}} \quad (2.52)$$

auf die einzelnen Moden, wobei N die $1/e$ -Breite des Frequenzkamms in Moden mißt. Mit dem Zusammenhang $I = \frac{1}{2}\epsilon_0 c A^2$ erhält man somit für die Amplitude der m -ten Mode den Ausdruck:

$$A_m = \left(\frac{1}{2}\epsilon_0 c\right)^{-1/2} \sqrt{\frac{I}{\sqrt{\pi}N}} e^{-\frac{m^2}{2N^2}} \quad (2.53)$$

Im Vakuum läßt sich der Betrag des Wellenvektors als

$$\begin{aligned} |\mathbf{k}_m| &= \frac{\omega_0 + m\omega_{rep}}{c} \\ &= k_0 + m\Delta k \end{aligned} \quad (2.54)$$

schreiben. ω_0 ist die zentrale Mode und ω_{rep} der Abstand der Moden im Frequenzkamm. Unter Berücksichtigung der oben gerechtfertigten Näherung $\omega_m \approx \omega_0$, ergibt sich für $K_{m,m'}$ folgender Ausdruck:

$$\begin{aligned} K_{m,m'} &= \left(i\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \sum_n A_m U_m A_{m'} U_{m'} \\ &\times \left[\frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{P}_1 \mathbf{d}_{nb}\mathbf{P}_2 e^{i(\mathbf{k}_m - \mathbf{k}_{m'})\cdot\mathbf{r}} + \mathbf{d}_{an}\mathbf{P}_2 \mathbf{d}_{nb}\mathbf{P}_1 e^{-i(\mathbf{k}_m - \mathbf{k}_{m'})\cdot\mathbf{r}}}{\omega_{nb} - \omega_0} \right. \\ &\quad \left. + \frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{P}_1 \mathbf{d}_{nb}\mathbf{P}_1 e^{i(\mathbf{k}_m + \mathbf{k}_{m'})\cdot\mathbf{r}} + \mathbf{d}_{an}\mathbf{P}_2 \mathbf{d}_{nb}\mathbf{P}_2 e^{-i(\mathbf{k}_m + \mathbf{k}_{m'})\cdot\mathbf{r}}}{\omega_{nb} - \omega_0} \right] \end{aligned} \quad (2.55)$$

Der nicht dopplerfreie Anteil der Anregung wird dabei durch Terme der Form $e^{i(\mathbf{k}_m + \mathbf{k}_{m'})\cdot\mathbf{r}}$ beschreiben. Er soll für alle weiteren Überlegungen nicht berücksichtigt werden.

Der Modenkamm sei im Folgenden so abgestimmt, daß zwei Photonen aus der zentralen Mode ω_0 der atomaren Resonanz am nächsten kommen. Falls die zu erwartende Linienbreite kleiner als die Pulswiederholrate ist, tragen nur Moden mit $\omega_m + \omega_{m'} = 2\omega_0$ zur Anregung bei. Unter diesen Bedingungen kann die Doppelsumme in Gleichung (2.49) mit der Bedingung $\omega_m + \omega_{m'} = 2\omega_0$ verkürzt werden und man erhält so schließlich unter Verwendung von (2.54) für V_{ab} den Ausdruck:

$$\boxed{\frac{V_{ab}}{\hbar} = \left(i\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \frac{M_{ab}}{3\pi R_\infty} \sum_m A_m^2 U(\mathbf{r})^2 e^{i(2m\Delta k\cdot\mathbf{r} - 2\omega_0 t)}} \quad (2.56)$$

³Eigentlich gibt es einen Punkt alle $|\mathbf{r}| = \frac{2\pi}{\Delta k}n$ Meter, an dem sich zwei Laserpulse treffen, aber nur der bei $n = 0$ ist hier von Belang.

⁴Dazu nehmen wir an, daß $N \gg 1$ und wir deswegen in guter Näherung die Summe durch ein Integral über die Moden ersetzen können.

M_{ab} bezeichnet hierin das Zweiphotonenmatrixelement in atomaren Einheiten und R_∞ die Rydberg-Frequenz. Der Zusammenhang zwischen den Gleichung (2.49), (2.55) und (2.56) stellt

$$\frac{M_{ab}}{3\pi R_\infty} = \sum_n \frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{P}_1 \mathbf{d}_{nb}\mathbf{P}_2}{\omega_{nb} - \omega_0} + \frac{\mathbf{d}_{an}\mathbf{P}_2 \mathbf{d}_{nb}\mathbf{P}_1}{\omega_{nb} - \omega_0} \quad (2.57)$$

her. Der Faktor $1/3\pi R_\infty$ wurde eingeführt, um das Matrixelement auf Literaturwerte, die meist in atomaren Einheiten gegeben sind, zurückführen zu können (z.B. [BFQ77, QBC82]). Diese Formel wird in den nächsten beiden Kapitel benutzt werden, um die Linienform und die zu erwartende Anregungsrate auszurechnen.

Als nächstes soll jedoch der Ausdruck für die dynamische Stark-Verschiebung noch weiter ausgeführt werden. Einsetzen von (2.51) in Gleichung (2.50) führt zu

$$\begin{aligned} \Delta\omega_a &= \left(i\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \sum_{m,m'} \sum_n \omega_{rep} A_m A_{m'} U(\mathbf{r})^2 \\ &\times \left[\frac{\mathbf{d}_{an}(\mathbf{P}_1^* e^{-i\mathbf{k}_m \mathbf{r}} + \mathbf{P}_2^* e^{i\mathbf{k}_m \mathbf{r}}) \mathbf{d}_{na}(\mathbf{P}_1 e^{i\mathbf{k}_{m'} \mathbf{r}} + \mathbf{P}_2 e^{-i\mathbf{k}_{m'} \mathbf{r}})}{\omega_{na} - \omega_0} e^{i(m-m')t} \right. \\ &\left. + \frac{\mathbf{d}_{an}(\mathbf{P}_1 e^{i\mathbf{k}_m \mathbf{r}} + \mathbf{P}_2 e^{-i\mathbf{k}_m \mathbf{r}}) \mathbf{d}_{na}(\mathbf{P}_1^* e^{-i\mathbf{k}_{m'} \mathbf{r}} + \mathbf{P}_2^* e^{i\mathbf{k}_{m'} \mathbf{r}})}{\omega_{na} + \omega_0} e^{-i(m-m')t} \right]. \end{aligned} \quad (2.58)$$

Bei Mittelungszeiten, die deutlich länger als $1/\omega_{rep} \approx 10$ ns sind, wird $e^{i(m-m')\omega_{rep} t}$ zu $\delta_{m,m'}$. Außerdem müssen Terme der Form $e^{i2\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$, die durch Interferenzen der hin- und rücklaufenden Laserstrahlen verursacht werden, nicht berücksichtigt werden, da sich diese herausmitteln, wenn das Atom durch seine Bewegung über das Stehwellenfeld mittelt. Mit diesen Annahmen vereinfacht sich (2.58) zu:

$$\Delta\omega_a = \left(i\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \sum_m \sum_n \left[\frac{|\mathbf{d}_{na}\mathbf{P}_1|^2}{\omega_{na} - \omega_0} + \frac{|\mathbf{d}_{na}\mathbf{P}_1^*|^2}{\omega_{na} + \omega_0} \right] A_m^2 U(\mathbf{r})^2 + \text{Terme } 1 \rightarrow 2. \quad (2.59)$$

Die durch das Lichtfeld verursachte Verschiebung von $|b\rangle$ erhält man, indem in Gleichung (2.59) a durch b ersetzt wird.

Ausführen der Summe über m und Vernachlässigung des räumlichen Strahlprofils $U(\mathbf{r})$ ergibt:

$$\boxed{\Delta\omega_a = \left(i\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^2 \sum_n \left[\frac{|\mathbf{d}_{na}\mathbf{P}_1|^2}{\omega_{na} - \omega_0} + \frac{|\mathbf{d}_{na}\mathbf{P}_1^*|^2}{\omega_{na} + \omega_0} \right] \frac{2I}{\epsilon_0 c} + \text{Terme } 1 \rightarrow 2.} \quad (2.60)$$

Damit ist klar, daß die ac-Stark-Verschiebung proportional zur *mittleren* und nicht zu Spitzenleistung des Lasers ist.

2.3.2 Linienform der Zweiphotonenresonanz

In diesem Kapitel sollen die Ergebnisse der vorherigen Rechnungen benutzt werden, um die genaue Linienform bei der Frequenzkamm-Spektroskopie in Abhängigkeit von der natürlichen Linienbreite und der Geschwindigkeit der Atome zu berechnen. Diese unterscheidet sich im wesentlichen durch einen nicht vollständig unterdrückten Doppler-Effekt erster Ordnung von der Linienform, die man bei der Verwendung von single-mode Lasern erwartete. Der Grund hierfür ist, daß die Summe aus einer Moden vom blauen mit einer Mode vom roten Ende des Kamms ebenso zur Anregung beiträgt wie zweimal die zentrale Mode. Dadurch kann zwar die *gesamte* Leistung des Frequenzkamms ausgenutzt werden doch, weil nun $\mathbf{k}_1 \neq -\mathbf{k}_2$ ist, bleibt ein residueller Doppler-Effekt erster Ordnung übrig. Dies läßt sich leicht aus der Formel für den nichtrelativistischen Doppler-Effekt ableiten: Die Frequenz die ein Atom in seinem Ruhesystem, das sich mit der Geschwindigkeit \mathbf{v} gegenüber dem Laborsystem bewegt, wahrnimmt ist durch

$$\omega_{\text{Atom}} = \omega_{\text{Labor}} + \mathbf{k} \cdot \mathbf{v} \quad (2.61)$$

gegeben. Bei dopplerfreier Zweiphotonenspektroskopie ist der Wellenvektor \mathbf{k} des von „links“ kommenden Photons gleich dem negativen Wellenvektor des von „rechts“ kommenden Photons. Somit hebt sich der von \mathbf{v} abhängige Term in Gleichung (2.61) heraus. Ist die Differenz der Wellenvektoren dagegen $\Delta\mathbf{k}$ ergibt sich eine rest oder auch residuelle Doppler-Verschiebung der Form $\Delta\omega = \Delta\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$.

Eine obere Grenze für die Doppler-Verbreiterung einer atomaren Resonanz in der Frequenzkamm-Spektroskopie ergibt sich, wenn man $\Delta\mathbf{k}$ gleich der Breite des Modenkamms setzt. Im Zuge der kommenden Rechnungen wird jedoch gezeigt werden, daß dies den Einfluß des Dopplereffekts auf die Linienform stark überschätzt.

Für die weiteren Rechnungen ist es notwendig, die bisherigen Resultate, die im Ruhesystem des Atoms berechnet wurden, in das Laborsystem zu transformieren.

Dazu soll noch einmal Gleichung (2.37) betrachtet werden:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{aa}(t) &= -\gamma\rho_{aa}(t) - \frac{i}{\hbar} [V_{ab}\rho_{ba}(t) - \text{c.c.}] \\ &= -\gamma\rho_{aa}(t) + \frac{2}{\hbar} \text{Re}[V_{ab}\rho_{ba}] \end{aligned}$$

Der zweite Term beschreibt hier offensichtlich die Rate, mit der der Zustand $|a\rangle$ besetzt wird. ρ_{ab} ist aus Gleichung (2.38) bekannt. Die Formel (2.60) für den ac-Stark-Effekt enthält keine starke Frequenzabhängigkeit in Form eines Resonanz-Nenners und hat somit hat der ac-Stark-Effekt auch keinen Einfluß auf die Linienform sondern führt nur zu einer Verschiebung der Linienmitte. Bei der Bestimmung der Linienform darf man ihn daher vernachlässigen und man erhält durch Einsetzen von (2.38) in den zweiten Term auf der rechten Seite von (2.37) für die Anregungsrate im Ruhesystem des Atoms:

$$R_a(t) = 2 \text{Re} \left[e^{(i\omega_{ab} + \frac{\gamma}{2})t} \frac{V_{ab}(\mathbf{r}(\mathbf{v}, t), t)}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' \frac{V_{ba}(\mathbf{r}(\mathbf{v}, t'), t')}{\hbar} e^{-(i\omega_{ab} + \frac{\gamma}{2})t'} \right] \quad (2.62)$$

Der Wechselwirkungsoperator V_{ab} hängt implizit von der relativ Geschwindigkeit \mathbf{v} zwischen dem Ruhesystem des Atoms und dem Laborsystem ab.

Im nächsten Schritt wird vom Ruhesystem des Atoms ins Laborsystem transformiert. Wohlwissend um relativistische Effekte wie z.B. den Doppler-Effekt zweiter Ordnung sollen diese jedoch in der weiteren Betrachtung vernachlässigt werden. Deshalb wird auf eine Lorentz-Transformation verzichtet und stattdessen nur mit einer Galilei-Transformation gerechnet. Wenn das Kreuz \dagger das Ruhesystem kennzeichnet gilt:

$$\mathbf{r}^\dagger = \mathbf{r} - \mathbf{v}t \quad \text{und} \quad t^\dagger = t. \quad (2.63)$$

Mit Hilfe dieser Transformation erhält man:

$$V_{ab}^\dagger(\mathbf{r}^\dagger, t^\dagger) = V_{ab}(\mathbf{r}, t) = V_{ab}(\mathbf{r}^\dagger + \mathbf{v}t^\dagger, t^\dagger) \quad (2.64)$$

Dies in Gleichung (2.62) eingesetzt und gleichzeitig noch die Integrationsvariable von t' nach τ mit $\tau = t - t'$ geändert ergibt:

$$R_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau \frac{V_{ab}(\mathbf{r}, t) V_{ba}(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau, t - \tau)}{\hbar} e^{i(\omega_{ab} - \frac{\gamma}{2})\tau}. \quad (2.65)$$

Mit dem Ergebnis (2.49) des vorherigen Abschnitts erhält man folgenden Ausdruck für die Anregungsrate eines Atoms, das sich an der Stelle \mathbf{r} befindet und die Geschwindigkeit \mathbf{v} hat:

$$R_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = 2 \operatorname{Re} \left[\left(\frac{ea_0}{2\hbar} \right)^4 \left(\frac{|M_{ab}|}{3\pi R_\infty} \right)^2 \sum_m A_m^2 U(\mathbf{r})^2 e^{i2m\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \right. \\ \left. \times \sum_l \int_0^\infty d\tau A_l^2 U(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau)^2 e^{i2l\Delta\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{v}\tau)} e^{i(\omega_{ab} - 2\omega_0 - \frac{\gamma}{2})\tau} \right] \quad (2.66)$$

O.B.d.A. darf man annehmen, daß die Laserstrahlen entlang der z -Achse ausgerichtet sind. Der Einfachheit halber sollen beide Summen über die Moden durch das Integral über die Moden ersetzt werden. Der Einfluß des Strahlprofils soll im folgenden nicht bedacht werden und deswegen wird $U(\mathbf{r}) \equiv 1$ gesetzt. Außerdem soll nur die Anregungsrate am Ort $\mathbf{r} = 0$ betrachtet werden⁵.

An dieser Stelle seien ein paar Worte über die Geschwindigkeitsverteilung der Atome erlaubt. In einem thermalisierten Gas sind die Geschwindigkeiten Maxwell-verteilt, d.h.

$$n(v_i) = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_0} e^{-\frac{v_i^2}{v_0^2}}, \quad (2.67)$$

wobei $v \in (-\infty, \infty)$. Nun werden in dieser Arbeit jedoch nicht Atome in einem thermalisierten Gas sondern in einem Atomstrahl spektroskopiert. Der Atomstrahl wird gewissermaßen dadurch erzeugt, daß Atome mit einer Geschwindigkeit $v_z >$

⁵Eine komplette analytische Lösung war leider nicht möglich.

0 aus einem Gasreservoir durch eine Öffnung, die sich in der x - y -Ebene befindet, austreten. Die Rate mit der die Atome das Reservoir verlassen ist proportional zu ihrer Geschwindigkeit in z -Richtung. In einem Volumen außerhalb der Düse lautet demnach die Verteilung der Geschwindigkeit in z -Richtung:

$$n(v_z) = \frac{2}{v_0^2} v_z e^{-\frac{v_z^2}{v_0^2}}, \quad (2.68)$$

wobei v_z nun positiv sein muß.

Um die Linienform zu erhalten, muß nun die Integration über m, l und v_z ausgeführt werden. Gleichzeitige Substitution von τ durch $u = \frac{\gamma}{2}\tau$ führt letztendlich zu

$$R_a = \left(\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^4 \left(\frac{|M_{ab}|}{3\pi R_\infty \epsilon_0 c} \frac{2I}{\gamma}\right)^2 \frac{4}{\gamma} \times \operatorname{Re} \left[\int_0^\infty du \frac{e^{-u}}{1 + \left(\frac{2N\Delta kv_0}{\gamma}\right)^2 u^2} e^{-2i\frac{\Delta\omega}{\gamma}u} \right], \quad (2.69)$$

wobei $\Delta\omega = \omega_{ab} - 2\omega_0$ die Verstimmung von der Zwei-Photonen-Resonanz angibt. R_a beschreibt die Anregungswahrscheinlichkeit eines Atoms an der Stelle $\mathbf{r} = 0$ gemittelt über die Geschwindigkeitsverteilung $n(v_z)$. Dieser komplexe Ausdruck kann nur in Grenzfällen durch bekannte Linienformen angenähert werden. Gilt z.B. $\gamma \gg N\Delta kv_0$, d.h. ist die natürliche Linienbreite viel größer als die maximale residuelle Dopplerbreite, ergibt sich aus (2.69), wie man es auch erwarten würden, eine Lorentz-förmige Linie:

$$\int_0^\infty du \frac{e^{-u}}{\sqrt{1 + \left(\frac{2N\Delta kv_0}{\gamma}\right)^2 u^2}} e^{-2i\frac{\Delta\omega}{\gamma}u} \xrightarrow{\gamma \gg N\Delta kv_0} \frac{(\gamma/2)^2}{(\gamma/2)^2 + \Delta\omega^2}. \quad (2.70)$$

Die allgemeine Lösung des Integrals wurde mit Hilfe eines Computer-Algebra Programms bestimmt und lautet:

$$R_a = \left(\frac{ea_0}{2\hbar}\right)^4 \left(\frac{|M_{ab}|}{3\pi R_\infty \epsilon_0 c} \frac{2I}{\gamma}\right)^2 \frac{1}{\Delta\omega_{cb}v_0\gamma} \times \operatorname{Re} \left[2 \operatorname{Ci} \left(\frac{\frac{\gamma}{2} + 2i\Delta\omega}{\Delta\omega_{cb}v_0} \right) \sin \left(\frac{\frac{\gamma}{2} + 2i\Delta\omega}{\Delta\omega_{cb}v_0} \right) + \cos \left(\frac{\frac{\gamma}{2} + 2i\Delta\omega}{\Delta\omega_{cb}v_0} \right) \left(\pi - 2 \operatorname{Si} \left(\frac{\frac{\gamma}{2} + 2i\Delta\omega}{\Delta\omega_{cb}v_0} \right) \right) \right] \quad (2.71)$$

mit $\operatorname{Si}(z)$: Sin-Integral: $\int_0^z \frac{\sin(t)}{t} dt$

$\operatorname{Ci}(z)$: Cos-Integral: $-\int_z^\infty \frac{\cos(t)}{t} dt$

$\Delta\omega_{cb} = N\Delta k$: Breite des Frequenzkamms

Eine numerische Auswertung der Formel für ein v_0 von 350 m/s bzw. 1000 m/s ist in Abbildung 2.6 zu sehen. Dabei wurde eine Breite des Modenkamms von $\Delta N\Delta k =$

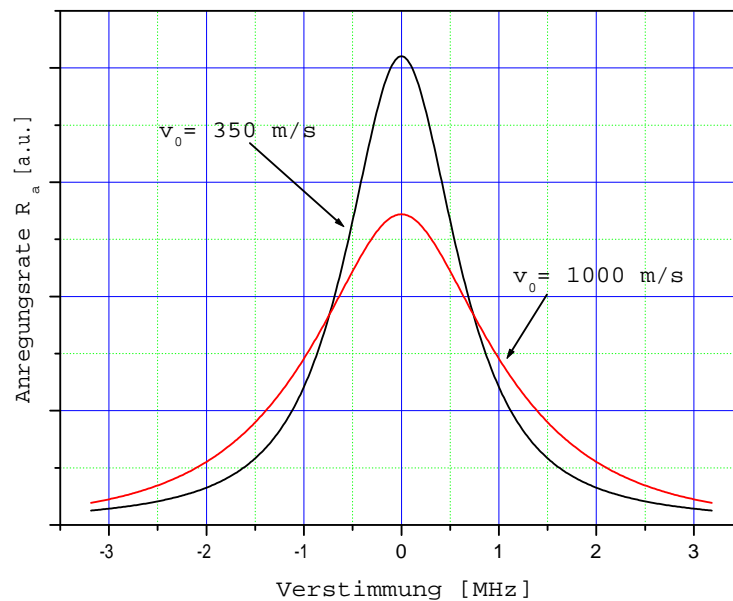


Abbildung 2.6: Theoretisch bestimmte Linienform der $1s$ - $3s$ -Resonanz für mittlere Geschwindigkeiten von 350 m/s bzw. 1000 m/s.

8000 rad/m und eine natürliche Linienbreite von 1 MHz, angenommen. In Abbildung 2.7 wurde dagegen die Breite der Linie bei fester mittleren Geschwindigkeit von $v_0 = 350$ m/s gegen verschiedene Pulslängen aufgetragen. Bei einer natürlichen Linienbreite von 1 MHz und Pulslängen im Bereich einer Pikosekunde spielt der residuelle Doppler-Effekt keine Rolle!

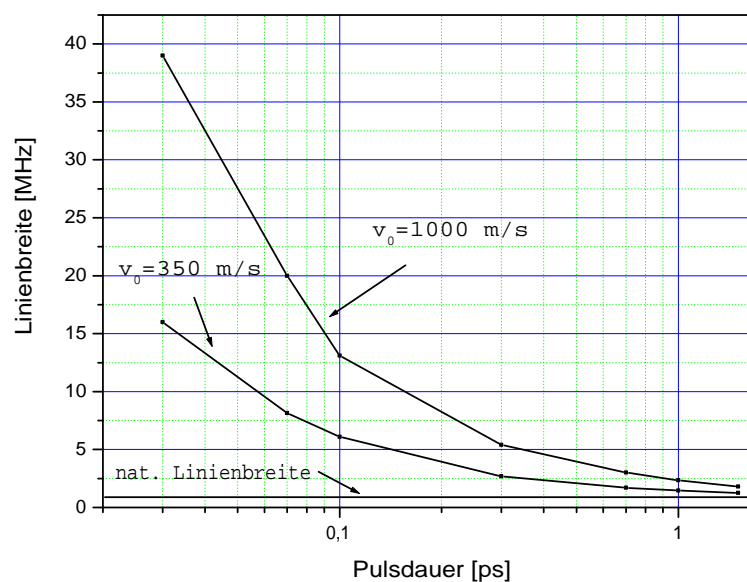


Abbildung 2.7: Theoretisch bestimmte Halbwertsbreite (FWHM) des beobachteten Überganges als Funktion der Pulsdauer respektive der Breite des Spektrums, das zur Anregung verwendet wird. Als mittlere Geschwindigkeit der Atome wurde 350 m/s bzw. 1000 m/s angenommen.

2.3.3 Zu erwartende Zählrate

In diesem Kapitel wird die zu erwartende Anregungsrate bzw. die Zählrate abgeschätzt. Dabei greifen wir auf die Ergebnisse der vorherigen Kapitel zurück und nehmen bereits einige experimentelle Parameter, welche erst im nächsten Kapitel geschildert werden, vorweg.

Basis der Abschätzung ist Gleichung (2.37)

$$\dot{\rho}_{aa}(t) = -\gamma\rho_{aa}(t) - \frac{i}{\hbar} [V_{ab}\rho_{ba}(t) - \text{c.c.}].$$

Der zweite Term wurde im letzten Kapitel u. a. auf das Zweiphotonen-Matrixelement, die zur Verfügung stehende Intensität und die Linienform zurückgeführt. Im folgenden soll $\rho_{aa}(T)$, also die Besetzung im angeregten Zustand, zu dem Zeitpunkt berechnet werden, wenn das Atom gerade durch den Überlappbereich zweier Laserpulse hindurchgeflogen ist. Dieser soll der Einfachheit halber als Rechteck-Profil in z -Richtung angesehen werden. Die Länge des Rechtecks ist dabei durch die Länge eines Lichtpulses $c \cdot \Delta\tau$ im Ortsraum gegeben. Die Anregungsrate innerhalb des Rechtecks wird als konstant angenommen und ist durch Gleichung (2.71) gegeben.

Mit der Anfangsbedingung, daß $\rho_{aa}(t=0) = 0$ lautet dann die Lösung der Differentialgleichung (2.37) für den Zeitraum, in dem sich das Atom innerhalb des Rechtecks befindet:

$$\rho_{aa}(t) = \frac{R_a}{\gamma} (1 - e^{-\gamma t}). \quad (2.72)$$

Die zeitliche Entwicklung von $\rho_{aa}(t)$ während es das Laserfeld „sieht“, ist in Abbildung 2.8 skizziert. Hat das Atom die Anregungszone verlassen, zerfällt $\rho_{aa}(T)$ mit der Zeitkonstante γ exponentiell.

Für Abschätzung von $\rho_{aa}(T)$ soll die Linienform vernachlässigt und als Matrixelement für den $1s$ - $3s$ -Übergang in atomaren Einheiten 2.14 [TTSC86, Haa] angenommen werden. Des weiteren soll $\gamma = 2\pi \times 1$ MHz gesetzt und mit einer gesamt zur Verfügung stehenden Leistung von fünf Milliwatt gerechnet werden. Im Idealfall werden diese auf einen Fokus der Länge eines Pulses (0.5 mm) fokussiert, was einer Intensität von 100 MW/m^2 entspricht. Bei einer mittleren Geschwindigkeit der Atome von ca. 350 m/s (entspricht einer Temperatur von ≈ 5 K) und einer Interaktionslänge zwischen Licht und Atomen von dem besagten halben Millimeter ergibt sich eine Wechselwirkungszeit von $1.5 \mu\text{s}$. Einsetzen aller Werte in die Gleichungen (2.69) und (2.72) resultiert in einer Anregungswahrscheinlichkeit pro Atom von 5.8×10^{-6} .

Um von der Anregungswahrscheinlichkeit pro Atom auf die Zählrate im Experiment schließen zu können, ist noch die Kenntnis der Zahl der Atome, die pro Sekunde durch den Laserfokus fliegen und die Detektionseffizienz erforderlich. Pro Sekunde treten ungefähr 10^{17} Wasserstoffmoleküle in den Topf ein. Davon werden ungefähr 10% in der Entladung dissoziiert und in einer pessimistischen Schätzung gehen 90% [Zitat] davon auf dem Weg zur Düse und in der Düse durch Rekombination verloren.

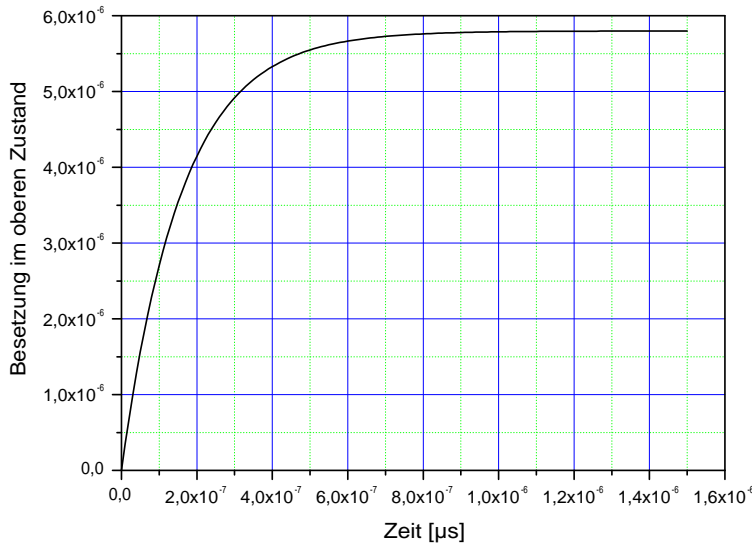


Abbildung 2.8: Zeitliche Entwicklung von ρ_{aa} . Bereits nach ca. $1\ \mu\text{s}$ befindet sich die Anregung in Sättigung. Die im Experiment realisierte Wechselwirkungszeit von $1.5\ \mu\text{s}$ ist also mehr als hinreichend. Rabi-Oszillation sind nicht zu sehen, da sie vom störungstheoretischen Ansatz nicht beschrieben werden.

Mit diesen Zahlen ergibt sich ein Wasserstofffluß von 3×10^{20} Atomen pro Sekunde und Quadratmeter. Durch den Laserfokus fliegen daher ca. 1.5×10^{10} Atomen pro Sekunde. Mit einer realistischen Detektionseffizienz von 5×10^{-3} errechnet sich daraus eine Zählrate von 450 Ereignissen in der Sekunde.

2.3.4 Einfluß von Chirp auf die Anregungsrate

Bei den bisherigen Betrachtungen wurde von sog. bandbreitenbegrenzten Pulsen ausgegangen. Explizit ausgenutzt wurde dies in Gleichung (2.51), als A_m als rein reell angenommen wurde. Für nicht bandbreitenbegrenzte Pulse ist A_m komplex:

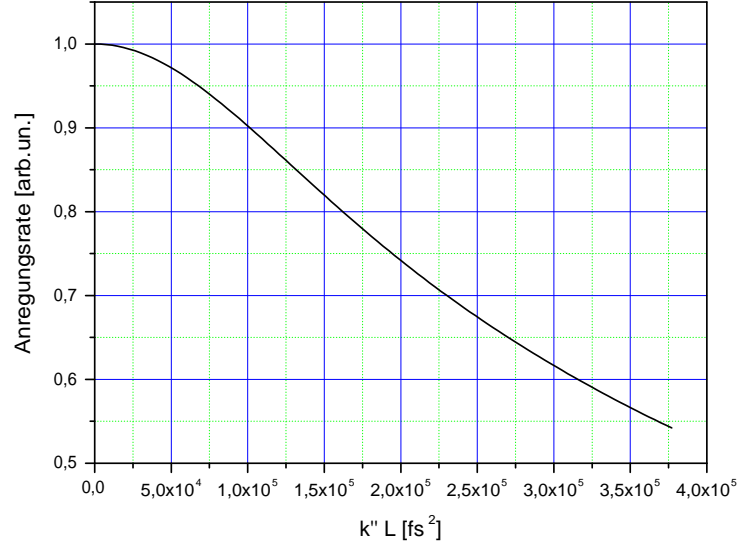
$$A_m = \tilde{A}_m e^{i\varphi(\omega - \omega_0)} \quad \text{mit } A_m \in \mathbb{R} \quad (2.73)$$

$\varphi(\omega)$ wird als spektrale Phase bezeichnet. Terme linear in ω verursachen lediglich eine zeitliche Verschiebung des Pulses. Eine quadratische Abhängigkeit in $\varphi(\omega)$ von ω resultiert in einem linearen Chirp, das heißt, die instantane Frequenz des Lasers steigt (fällt) linear unter der Pulseinhüllenden an (ab). Mit dem neuen Ausdruck für A_m wird Gleichung (2.66) zu:

$$\begin{aligned} R_a(\mathbf{r}, \mathbf{v}) = & 2 \operatorname{Re} \left[\left(\frac{ea_0}{2\hbar} \right)^4 \left(\frac{|M_{ab}|}{3\pi R_\infty} \right)^2 \right. \\ & \times \sum_m \tilde{A}_m^2 U(\mathbf{r})^2 e^{i2m\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{i[\varphi(m\omega_{rep}) + \varphi(-m\omega_{rep})]} \\ & \left. \times \sum_l \tilde{A}_l^2 e^{i[\varphi(l\omega_{rep}) + \varphi(-l\omega_{rep})]} \int_0^\infty d\tau U(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau)^2 e^{i2l\Delta\mathbf{k}\cdot(\mathbf{r} - \mathbf{v}\tau)} e^{i(\omega_{ab} - 2\omega_0 - \frac{\gamma}{2})\tau} \right] \end{aligned} \quad (2.74)$$

Bereits hieraus kann man lernen, daß alle zur zentralen Mode ω_0 des Kamms antisymmetrischen Teile in $\varphi(\omega)$ keinen Einfluß auf die Anregungsrate haben. Um

Abbildung 2.9: Anregungsrate als Funktion des Chirps auf dem Puls. Für einen ps-Laserpuls spielt Chirp keine Rolle, da ein $k''L$ von 10^5 fs^2 erst nach knapp 3 m (!) Glas erreicht wird.



den Ausdruck (2.74) etwas übersichtlicher zu gestalten werden folgende Näherung gemacht: Als erstes wird nur eine quadratische Abhängigkeit der spektralen Phase von ω angenommen:

$$\varphi(\omega) = k''L(m\omega_{rep})^2. \quad (2.75)$$

k'' steht hier abkürzend für die Gruppengeschwindigkeitsdispersion⁶, also $d^2k/d\omega^2$. Die GVD verursacht ein Zerfließen des Pulses. Außerdem soll ein Atom mit Geschwindigkeit $\mathbf{v} = 0$ im Feld einer ebenen Welle $U(\mathbf{r}) \equiv 1$ betrachtet werden. Mit diesen Annahmen und Konzentration auf das Wesentliche folgt:

$$R_a \propto \text{Re} \left[\sum_m \left(\tilde{A}_m^2 e^{i2m\Delta\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} e^{ik''L\omega_{rep}^2 m^2} \right)^2 \right] \quad (2.76)$$

Nähert man wieder die Summe durch das Integral über alle Moden und setzt für \tilde{A}_m den selben Ausdruck wie in Gleichung (2.53) ein, ergibt sich:

$$R_a \propto \text{Re} \left[\left(\frac{e^{\left[\frac{2(\Delta k z)^2}{2ik''L\omega_{rep}^2 - 1/N^2} \right]}}{(1 - 2ik''L\omega_{rep}^2 N^2)} \right)^2 \right]. \quad (2.77)$$

Um nun den Einfluß von Chirp auf die Anregungsrate zu quantifizieren, muß berücksichtigt werden, daß dieser zwar den Puls verlängert und damit die Spitzenintensität absenkt, gleichzeitig dadurch aber auch das Wechselwirkungsvolumen vergrößert wird. Berücksichtigt werden kann dies, indem nicht die Anregungsrate bei beispielsweise $\mathbf{r} = 0$ sondern vielmehr das Integral der Anregungsrate über die Wechselwirkungslänge betrachtet wird. Als Wechselwirkungslänge soll der b -Parameter angenommen werden. Im Experiment wird ein b -Parameter von 0.5 mm angestrebt. Das

⁶im engl. auch oft als group-velocity-dispersion oder auch GVD genannt.

Verhalten von

$$\operatorname{Re} \left[\int_{-b/2}^{b/2} dz \left(\frac{e^{\left[\frac{2(\Delta k z)^2}{2ik''L\omega_{rep}^2 - 1/N^2} \right]}}{(1 - 2ik''L\omega_{rep}^2 N^2)} \right)^2 \right]$$

als Funktion von $k''L$ ist in Abbildung 2.9 zu sehen. Konkret wurden dabei für $\omega_{rep} = 2\pi \cdot 80 \text{ MHz}$ und als $N = 4000$ angenommen.

Ein $k''L$ von 10^5 fs^2 entspricht beispielsweise einem BK7-Glasblock ($360 \text{ fs}^2/\text{cm}$) mit einer Länge von knapp drei Metern. Mit anderen Worten: Der Chirp den ein ps-Laserpuls auf seinem Weg in die Wechselwirkungszone aufsammelt, typisch sind vielleicht 5 bis 10 cm Glas, hat einen vernachlässigbaren Einfluß auf die Anregungsrate.

Ganz anderes hingegen sieht die Situation aus, wenn man anstatt des ungefähr 1 ps langen einen 5 fs kurzen Puls betrachtet. Hier zeigt sich, daß bereits ein halber Zentimeter Glas soviel Chirp erzeugt, daß die Anregungsrate anschließend nur noch halb so groß ist.

2.3.5 Zu erwartendes Spektrum

Durch die Verwendung eines Frequenzkamms für die Spektroskopie wird selbst für Wasserstoff das beobachtete Spektrum komplizierter als man es von cw-Lasern gewohnt ist. Dies liegt daran, daß jeder Linienabstand, solange er sich in der spektralen Breite des Frequenzkamms befindet, mit der Repetitionsrate „herruntergemischt“ wird und sich so in einem Frequenzbereich von 0 bis $f_{rep}/2$ wiederfinden läßt. Im folgenden wird unter Berücksichtigung der Zweiphotonen-Auswahlregeln das theoretisch zu erwartende Spektrum abgeleitet.

Bei einer Zentralwellenlänge von 205 nm und einer Breite von ca. 2 nm liegen Übergänge von $1s$ nach $3s$, $3p$ und $3d$ im Bereich der Anregungsbandbreite. Berücksichtigt man zusätzlich noch die Hyperfeinaufspaltung in Grund- und angeregtem Zustand ergäbe sich ein ganzer Wald von Linien. Dank der Auswahlregeln und der relativ kurzen Lebensdauern der Niveaus läßt sich dieser Wald jedoch lichten.

Der Vollständigkeit halber seien alle Auswahlregeln für Zwei-Photonenübergänge einmal in Tabelle 2.4 genannt [BM84]. Die offensichtlichste Konsequenz der Auswahlregeln ist, daß der $3p$ Zustand nicht angeregt werden kann, weil s - und p -Zustände nicht die gleiche Parität besitzen. Da die Anregung im $1s$ - $3s$ -Experiment mit linearer Polarisation erfolgt gelten insbesondere folgende Regeln:

- Übergänge von $F = 0$ nach $F = 1$ sind verboten.
- Nur Übergänge mit gleichem m_F sind erlaubt.
- Ist $\Delta F = 1$ dann ist der Übergang von $m_F = 0 \rightarrow m'_F = 0$ verboten.

Tabelle 2.4: Zweiphotonen-Auswahlregeln. Hierin bezeichnet F den Gesamtdrehimpuls des Atoms, also die Summe aus Kernspin I und Hüllendrehimpuls. m_F ist die Komponente von F entlang der Quantisierungsachse.

Allgemeingültige Regeln		
$\Delta F \leq 2$	gleiche Parität	$F_i + F_f = \text{ganzzahlig}$
Regeln für bestimmte Polarisierungen		
Polarisation		Verbotene Übergänge
ω_1	ω_2	
σ^+	σ^-	$\Delta m \neq 0$
σ^+	π	$\Delta F : 0 \rightarrow 0$ $\Delta m \neq -1$
σ^-	π	$\Delta F : 0 \rightarrow 0$ $\Delta m \neq 1$
π	σ	$\Delta F : 0 \rightarrow 0$ $\Delta m \neq \pm 1$
π	π	$\Delta F : 0 \leftrightarrow 1$ $\Delta m \neq 0$
σ^+	σ^+	$\Delta F : 0 \leftrightarrow 1, 0 \rightarrow 1, 1/2 \rightarrow 1/2$ $\Delta m \neq -2$
σ^-	σ^-	$\Delta F : 0 \leftrightarrow 1, 0 \rightarrow 1, 1/2 \rightarrow 1/2$ $\Delta m \neq 2$
zusätzliche Regeln für Photonen mit gleicher Farbe		
$\Delta F : 0 \leftrightarrow 1$	verboten für alle Polarisierungen	
$ \Delta F = 1$	$\Delta m \rightarrow 0$	verboten für alle Polarisierungen

Als nächstes soll geklärt werden, welche der vielen Übergänge zusammengefaßt werden können, da sie z. B. in der natürlichen Linienbreite der Niveaus untergehen.

Die Lebensdauern des $3s$ und des $3d$ Niveaus betragen 158 ns bzw. 15.5 ns [WSG66]. Dies entspricht einer natürlichen Linienbreite von 1 bzw. 10 MHz. Die Hyperfeinaufspaltung läßt sich gemäß folgender Gleichung (vergl. Gleichung (2.3)) grob abschätzen:

$$E_{HFS}(n, j, l, F) = \frac{E_F}{n^3} \frac{F(F+1) - I(I+1) - j(j+1)}{j(j+1)(2l+1)} \left(\frac{m_N}{m_e + m_N} \right)^3 \quad (2.78)$$

mit $E_F = \frac{3}{8} (Z\alpha)^2 R_\infty \frac{\mu_N}{\mu_B}$

Demnach ist Hyperfeinaufspaltung der $3d$ -Zustände kleiner als deren natürliche Lebensdauer und kann daher nicht einzeln aufgelöst werden.

Obwohl die d -Zustände wegen ihrer kurzen Lebensdauern keine Rolle bei der hochauflösenden Spektroskopie spielen, so haben sie doch einen entscheidenden Einfluß auf das Spektrum, das wir erwarten. Die Auswahlregeln schließen die Übergänge von $F = 0$ nach $F' = 1$ bzw. umgekehrt und von $F = 0$ nach $F' = 3$ aus. Von den vier aus kombinatorischer Sicht möglichen Komponenten des $1s$ - $3s$ -Übergangs bleiben demnach nur zwei übrig. Das gleiche Argument reduziert die Anzahl der Komponenten

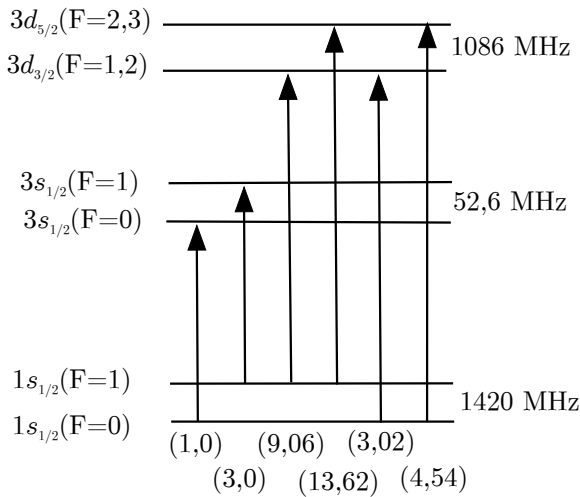


Abbildung 2.10: Zustände im atomaren Wasserstoff und Zweiphotonen-Übergänge, die für diese Arbeit von Bedeutung sind. Die Werte in Klammern geben die relativen Linienstärken an. Die Zahlen rechts geben den Energieabstand zwischen der Hyperfeinaufspaltung für die s -Zustände bzw. für die Feinstruktur bei den d -Zuständen an. Die Hyperfeinaufspaltung ist hier kleiner als die natürliche Linienbreite.

beim $1s$ - $3d$ -Übergang von sechs auf vier. Insgesamt enthält das Spektrum also sechs Linien. Die möglichen Übergänge und die Frequenzunterschiede zwischen ihnen sind in Abbildung 2.10 zusammengefaßt. Das Verhältnis der Linienstärken wurde dabei der Arbeit von Rahn [GR90] entnommen und bezieht sich auf Anregung mit linear polarisiertem Licht.

Die an sich wohl separierten Linien werden durch die Frequenzkamm-Spektroskopie auf ein Intervall von 0 bis $f_{rep}/2$ zusammengefaltet. Im Experiment wird die Laser-

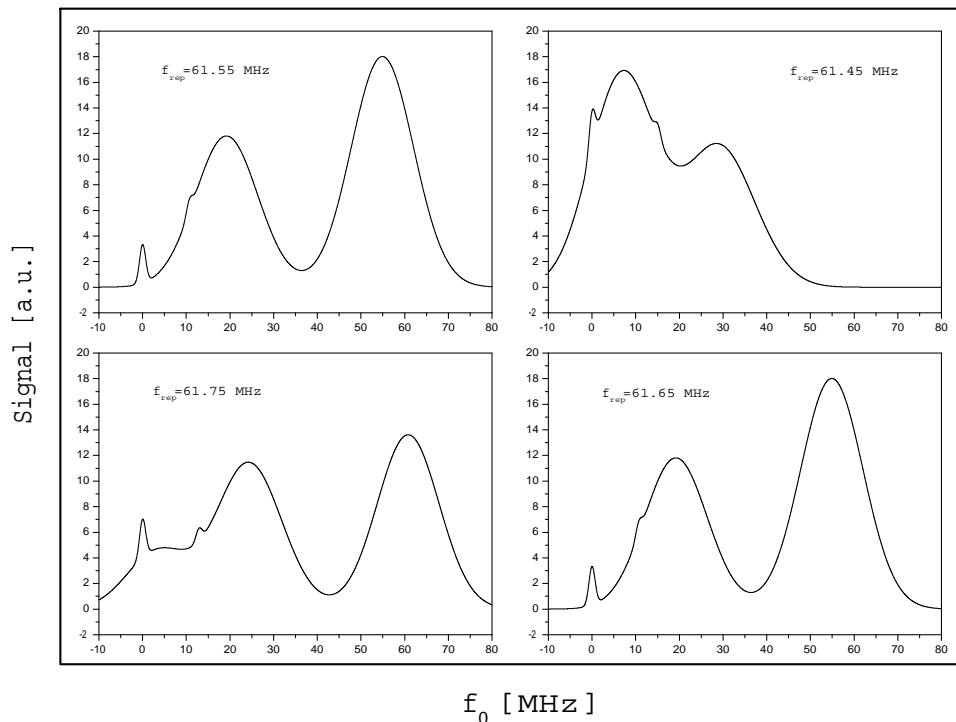


Abbildung 2.11: Alle Linien innerhalb der spektralen Breite des Frequenzkamms werden auf ein Intervall von 0 bis $3/2\nu_{rep}/2 \approx 60$ MHz zusammengefaltet. Gezeigt sind Beispiele für jeweils um 100 kHz veränderte Pulswiederholraten ausgehend von 61.45 MHz.

strahlung in einem Überhöhungsresonator mit einem Freien-Spektral-Bereich überhöht, der $3/2$ mal so groß ist wie die Pulswiederholrate. Die Atome sehen somit einen Modenkamm, dessen einzelne Komponenten einen Abstand von in diesem Falle $120 \text{ MHz} = 3/2 \cdot f_{rep}$ haben. Damit wiederholt sich das Spektrum alle 60 MHz . Einige Spektren für verschiedene Pulswiederholraten sind in Abbildung 2.11 dargestellt.

Deutlich ist zu erkennen, wie sehr die Form des Spektrums von der Repetitionsrate abhängt. Während es Bereiche gibt, in den nahezu alle sechs Linien aufgelöst werden können, gibt es andere in den beinahe alle Übergänge auf die selbe Offsetfrequenz f_0 entfallen.

Dieses interessante Detail kann zu Bestimmung der Absolutfrequenz benutzt werden. Verändert man in einem „2-D“-Scan sowohl die Offset- als auch die Pulswiederholrate, ergibt sich eine deutlich strukturierte Fläche, wenn die Zählrate über einer Ebene $f_0 \times f_{rep}$ aufgetragen wird. Durch Anpassung einer theoretisch berechneten an die gemessene Fläche ließen sich die Frequenzen der einzelnen Komponenten mit hoher Genauigkeit extrahieren.

Will man diesen Weg nicht beschreiten und stattdessen die d -Übergänge unterdrücken, so ist dies durch die Verwendung von zirkular polarisiertem Licht möglich. Wird z.B. mit σ^+/σ^- -Licht angeregt, sind nur Übergänge mit gleichem Gesamtdrehimpuls erlaubt. Drei der vier d -Linien könnten so von der Anregung ausgeklammert werden.

3 2s-Hyperfeinaufspaltung und D_{21} in Deuterium

In diesem Kapitel wird die Messung der 2s-Hyperfeinaufspaltung in Deuterium beschrieben und mit den Ergebnissen aus anderen experimentellen Arbeiten und theoretischen Berechnungen verglichen. Die Motivation für diese Messung ist ausführlich in Kapitel 2.1.2 beschrieben worden und deswegen gebe ich nur eine Kurzfassung: Ein Prüfstein der Quantenelektrodynamik ist die in der Literatur unter D_{21} bekannte Differenz der Hyperfeinaufspaltungen des 1s bzw. 2s Zustandes: $D_{21} = 8E_{\text{HFS}}(2s) - E_{\text{HFS}}(1s)$. Die 1s-Hyperfeinaufspaltung ist sowohl für Wasserstoff als auch für Deuterium dank [Ram93, WR72] auf Millihertz genau bekannt. Der Fehler in der 2s-Frequenz ist gegenwärtig das schwächste Glied in der Kette Theorie – 1s-HFS – 2s-HFS. Eine genauere Bestimmung der 2s-Hyperfeinaufspaltung resultiert also unmittelbar in einer Verbesserung des Vergleichs $D_{21}(\text{theo})$ mit $D_{21}(\text{exp})$. Im Rahmen dieser Arbeit wurde erstmals diese Messung mit optischen Methoden an Deuterium durchgeführt. Die dadurch um den Faktor drei genauer bekannte Frequenz der 2s-HFS lautet:

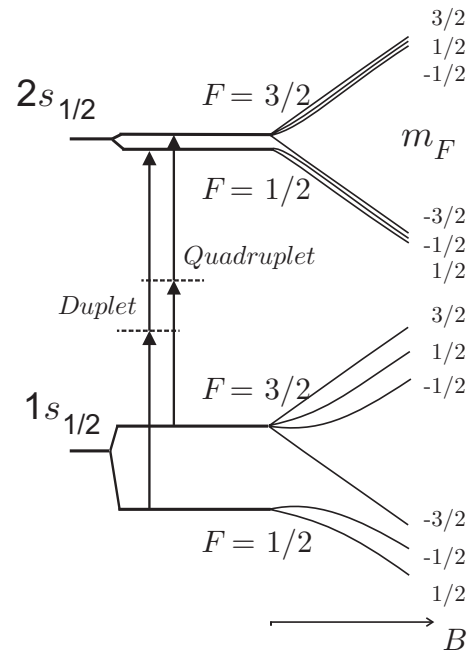
$$f_{\text{HFS}}^{(D)}(2S) = 40\,924\,454(7) \text{ Hz}$$

In den folgenden Kapiteln werden zuerst die verwendete Meßmethode und deren Vorteile erklärt. Dabei wird auch auf die „wunden Punkte“ einer ähnlichen Messung in Wasserstoff eingegangen und dargestellt, wie diese im Rahmen der hier vorliegenden Arbeit verbessert wurden. Daran schließt sich eine Beschreibung des experimentellen Setups und eine Diskussion der wichtigsten systematischen Fehler an. Abschließend wird das Ergebnis dieser Messung präsentiert und mit Literaturwerten verglichen.

3.1 Meßmethode

Um es gleich vorweg zu nehmen: Natürlich wäre eine Messung der 2s-HFS auch im Rahmen einer Absolutfrequenzmessung möglich und vielleicht sogar besser. Der Nachteil ist leider, daß eine solche Messung viel aufwendiger ist als die im folgenden beschriebene, da sie neben dem Wasserstoffspektrometer außerdem noch auf den Frequenzkamm und auf eine Cs-Fontänen-Uhr angewiesen ist. Dank des äußerst stabilen Referenzresonators für das 1s-2s-Experiment kann aber sowohl auf den Frequenzkamm als auch die Fontänen-Uhr verzichtet werden, da nur die Differenz

Abbildung 3.1: Zwei-Photonen-Übergänge zwischen den verschiedenen Hyperfeinniveaus in Deuterium. Rechts zu sehen ist das qualitative Verhalten bei größer werdendem Magnetfeld, was ausschlaggebend für die Namensgebung „Duplet“ und „Quadruplet“ war. Die Messungen hingen wurden in einem sehr kleinen Magnetfeld gemacht, weswegen die Zustände entartet waren.



zweier optischer Frequenzen, welche in diesem Fall im Radiofrequenz-Bereich liegt, ermittelt werden muß.

Wie funktioniert dies im Prinzip? Ein auf ein Referenzresonator stabilisierter Farbstofflaser wird als erstes über die $|1s, F=0\rangle$ - $|2s, F=0\rangle$ -Linie, im nachfolgenden als Duplet-Übergang bezeichnet, der $1s$ - $2s$ -Resonanz gestimmt (siehe Abbildung 3.1). Das Wort Duplet ist eigentlich etwas verwirrend, da die Messungen in einem sehr kleinen Magnetfeld durchgeführt werden und die magnetischen Unterzustände daher entartet sind. Dennoch hat sich der Sprachgebrauch eingebürgert und soll deswegen auch im Rahmen dieser Arbeit beibehalten werden. Ist die Duplet-Linie aufgenommen, wird die Frequenz des Farbstofflasers um einen festen Betrag geändert, um den Laser auf eine Frequenz nahe des $|1s, F=1\rangle$ - $|2s, F=1\rangle$ Übergangs (nachfolgend: Quadruplet-Übergang) zu stimmen. Dies geschieht über die Änderung einer Radiofrequenz und wird später genau erklärt. Wichtig an dieser Stelle ist nur, daß die optische Frequenz sich linear mit der Radiofrequenz ändert. Anschließend wird die Quadruplet-Linie aufgenommen. Der Farbstofflaser bleibt dabei die ganze Zeit auf ein und dieselbe Mode des Referenzresonators stabilisiert. Der Referenzresonator fungiert dabei als „Schwungrad“ während des Umschaltens zwischen den beiden Linien. Ähnlich wie bei einer Fontänen-Uhr ein hochstabiler Quarz benutzt wird, um die Zeit zwischen den einzelnen Zyklen der Uhr zu halten, nutzen wir einen optische Resonator, um die Frequenz des Lasers zwischen den Messungen konstant zu halten.

Wenn die im folgenden beschriebenen Voraussetzungen gälten, könnte man direkt aus den zu den Linienmitten von Duplet- und Quadruplet gehörenden Radiofrequenzen und der über jeden Zweifel erhabene Hyperfeinaufspaltung des $1s$ -Zustandes über

$$f_{\text{HFS}}^D(2s) = f_{\text{HFS}}^D(1s) + f_{F=3/2} - f_{F=1/2} \quad (3.1)$$

die $2s$ -HFS bestimmen. Die Voraussetzung hierfür sind:

1. Die Frequenz des Referenzresonator ändert sich zwischen den Messungen des Duplet-Übergangs $f_{F=1/2}$ und der Quadruplet-Übergangs $f_{F=3/2}$ nicht.
2. Alle systematischen Effekte heben sich bei der Differenzbildung heraus.

Eine Änderung der Resonatorlänge kann durch Temperaturänderung oder durch eine Alterung des Spacer-Materials verursacht werden. Beides sind Effekte, die für kleine Zeiten verschwinden sollten. Es war daher ein Ziel dieser Arbeit die Zeit zwischen der Aufnahme der beiden Resonanzen so kurz wie möglich zu halten, um den Fehler durch eine Änderung der Resonatorfrequenz zu minimieren. Während der Messung der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung in Wasserstoff wurden immer zuerst 3 oder 4 Spektren der einen und anschließend 3 oder 4 Spektren der anderen Komponente aufgenommen. Dazu waren etwa 10 bis 15 Minuten notwendig. Da in der Auswertung anschließend nur für eine lineare Drift des Resonators korrigiert wurde, sind wir darauf angewiesen, daß nichtlineare Driften in dieser Zeit klein sind.

Eine Verbesserung gegenüber der Messung in Wasserstoff ist, daß durch eine Veränderung des Meßschemas nun beide Linien quasi gleichzeitig aufgenommen werden können. Dies geschieht dadurch, daß immer abwechselnd ein Punkt der Doublet- und Quadruplet-Linie aufgenommen wird. Dazu wird während der Messung der Synthesizer, welcher die Frequenz des Farbstofflasers kontrolliert, rasch von einer zur anderen Linie verstimmt, ohne daß der Laser dabei die Stabilisierung auf den Resonator verliert. Nach jeder Änderung der Frequenz wird eine halbe Sekunde gewartet, bevor mit der Datenaufnahme begonnen wird, damit alle Regelkreise (Intensitätsstabilisierung, Lock der SHG- und des Überhöhungsresonators im Vakuumtopf — Einzelheiten finden sich in Kapitel 3.2.1) Zeit haben sich einzuschwingen. Das Zeitintervall zwischen der Aufnahme zweier Linienmitten konnte somit von vielen *Minuten* auf wenige *Sekunden* reduziert werden. Durch die neue Meßmethode wird außerdem einer Reihe von anderen Fehler vorgebeugt. So spielen z. B. langsame Driften der Laserleistung oder des Stabilisierungspunktes keine Rolle mehr.

Nun zur zweiten Voraussetzung: Ganz allgemein ist ein großer Vorteil von Differenzmessungen, daß viele systematische Fehler sowohl für die eine als auch für die andere Messung gleich sind und sich deswegen bei der Berechnung des Endergebnisses kompensieren. Selbstverständlich muß dies für jeden einzelnen Fehler verifiziert werden und selbst wenn sich nicht alle Fehler kompensieren, so kann der Gesamtfehler meistens dennoch deutlich unter den einer Absolutfrequenzmessung gedrückt werden. Ein ausführliche Diskussion der Fehler findet sich im Kapitel 3.3.

Nachdem nun die Meßmethode und die Voraussetzungen für eine genaue Messung beschreiben wurden, kommen wir nun zu den experimentellen Details, die zur Ausführung nötig sind.

3.2 Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel wird der erhebliche experimentelle Aufwand, der heutzutage nötig ist, um Präzisionsmessungen an vorderster Front zu machen, beschrieben. Der Aufbau zur Messung der $1s$ - $2s$ -Frequenz läßt sich in zwei große Bereiche teilen:

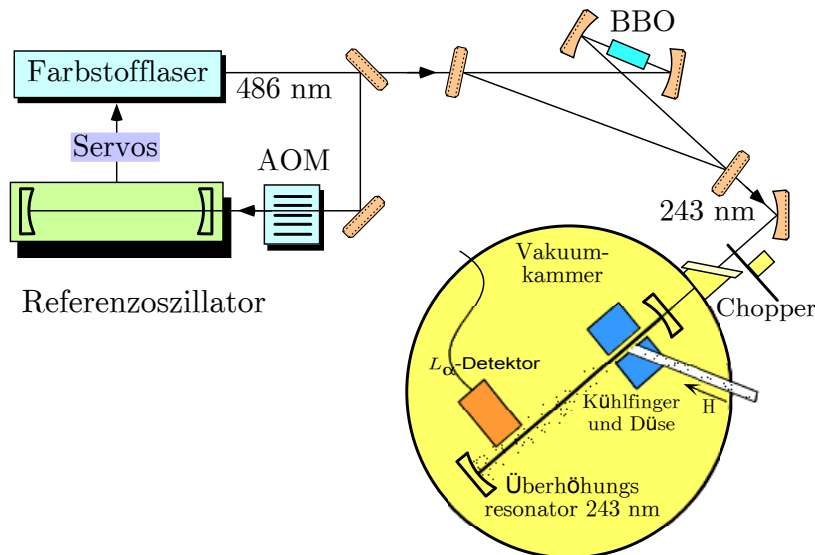


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau, wie er zur Messung der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung verwendet wird.

- das Lasersystem zur Anregung des $1s$ - $2s$ -Zweiphotonen-Übergangs, bestehend aus Farbstofflaser, Referenzresonator und Frequenzverdopplung
- das Vakuumsystem, welches den Atomstrahl, die magnetisch abgeschirmte Wechselwirkungszone und die Detektion enthält

Im nachfolgenden sollen nun beide Teile beschrieben werden. Bei der Beschreibung des Teils des Aufbaus, den ich von meinen Vorgängern übernommen haben, werde ich mich kurz fassen und auf das beschränken, das der Leser zum Verständnis der Arbeit benötigt. Ausführlicher werden dagegen die von mir selbst aufgebaut bzw. modifizierten Teile geschildert.

Eine detaillierte Beschreibung des Lasersystems findet sich in der Dissertation von M. Fischer [Fis04]. Dieser baute während seiner Zeit am MPQ einen neuen Referenz-Resonator auf und ermöglichte damit die Messung der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung ohne den Einsatz einer Cs-Fontänen-Uhr. Detaillierte Beschreibungen der Sättigungsspektroskopie an Tellur, der Frequenzverdopplung, des Vakuumsystems mit Überhöhungsresonator, der Quelle für atomaren Wasserstoff und der Detektionseinheit für metastabile $2s$ -Atome können in den Arbeiten von D. Leibfried [Lei95] oder M. Niering [Nie00] nachgelesen werden.

3.2.1 Lasersystem

Das Herz des $1s$ - $2s$ Experimentes ist ein frequenzstabilisierter Farbstofflaser, der spektral schmales Licht bei $\lambda = 486 \text{ nm}$ erzeugt. Die 243 nm , die zur Anregung des Zweiphotonen-Übergangs notwendig sind, werden in einem passiven Überhöhungsresonator durch Frequenzverdopplung erzeugt.

Die natürliche Linienbreite des $1s$ - $2s$ Übergangs beträgt lediglich 1.3 Hz. Will man aus der außerordentlich hohen Güte $Q = \Delta\nu/\nu \approx 10^{-15}$ dieses Übergangs Kapital schlagen, ist ein Laser nötig, dessen spektrale Breite vergleichbar mit der Linienbreite ist. Kommerziell erhältliche Farbstofflaser bestechen leider mit einer spektralen Breite von einigen MHz pro Sekunde und Frequenzdrifts im Bereich von 100 kHz/s nicht gerade durch ihre Frequenzstabilität. Abhilfe kann jedoch durch Stabilisierung auf einen hochstabilen Referenzresonator geschaffen werden. B. C. Young und Mitarbeiter am NIST in Boulder, Colorado reduzieren so das Spektrum ihres Farbstofflasers in den Subhertz-Bereich [YCIB99] bei Mittelungszeiten bis zu 32 Sekunden. Dazu ist neben dem hochstabilen Resonator allerdings auch noch ein Regelement im Laser nötig, das mit hoher Bandbreite angesteuert werden kann. In diesem Falle wird ein elektrooptischer Modulator, oder auch kurz EOM, benutzt. Die Regelbandbreite des EOMs beträgt ca. 1 MHz, während der sog. Tweeter (kleiner Spiegel auf Piezokeramik, der standardmäßig in dem verwendeten Coherent-Laser eingebaut ist) lediglich Längenänderung auf einer 1/10 kHz-Zeitskala akzeptiert.

Regelemente einzubauen und zu betreiben ist ein Handwerk, wohingegen der Bau eines stabilen Referenzresonators, obwohl ein solcher Resonator im Prinzip nichts anderes als ein Farby-Perot-Interferometer darstellt, eine Kunst ist. Er besteht aus zwei gekrümmten Spiegeln und einem Abstandshalter, im allgemeinen als Spacer bezeichnet. Sowohl Spacer als auch Spiegelsubstrate sind aus einer speziellen Glas-keramik namens ULE – Ultra-Low-Expansion¹– gefertigt. ULE zeichnet sich durch einen sehr kleinen oder bei einer bestimmten Temperatur sogar verschwindenden linearen thermischen Ausdehnungskoeffizienten aus. Leider kann diese Temperatur nicht exakt von der Firma Corning kontrolliert werden und so ist es einem glücklichen Umstand zu verdanken, daß dieser in unserem Falle bei knapp unter 30° C liegt. Ein weiterer Vorteil gegenüber einem ähnlichen Produkt der Firma Schott namens Zerodur liegt in dem stetigen Alterungsprozeß von ULE. Zerodur dagegen altert quasi in Stufen. Um die passive Stabilität zu erhöhen ist der Resonator durch eine Vielzahl von Isolierungen von der Umwelt entkoppelt worden. Die Früchte der vielen Mühen sind eine spektrale Breite des Farbstofflasers von ca. 30 Hz in einer Sekunde und eine Drift, also die Verschiebung des Linienschwerpunktes mit der Zeit, von lediglich 0.5 Hz pro Sekunde.

Es läßt sich einfach zeigen das zwischen Frequenz- und Längenänderung des Resonators folgende Beziehung besteht:

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta L}{L} \quad (3.2)$$

Eine Änderung in der Frequenz um 1 Hz bei $\lambda = 486$ nm entspricht bei einer Resonatorlänge von 15 cm einer Längenänderung von nur unglaublichen 2×10^{-16} m. Zum Vergleich: Der Durchmesser eines Protons ist 10^{-15} m. Die geringe Drift des Resonators ist notwendige Voraussetzung für die Technik, die zur Bestimmung der $2s$ -HFS eingesetzt wurde. Um nicht absolut messen zu müssen, wurde hier nämlich immer nur relativ zu ein und der selben Mode des Resonators gemessen.

¹Markenname der Firma Corning, die ein Patent auf dieses Material besitzt.

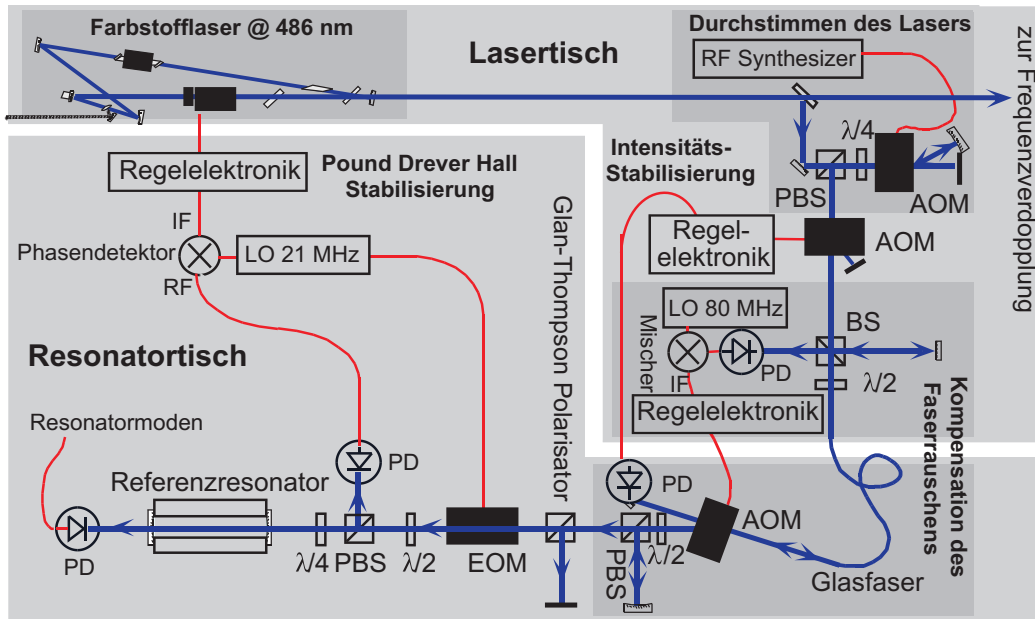


Abbildung 3.3: Kompletter Aufbau, wie er zum Lock des Farbstofflasers gebraucht wird. Die drei AOMs dienen zum Durchstimmen des Lasers, zur Stabilisierung der Intensität, die in den Resonator eingekoppelt wird und um das Faserrauschen zu kompensieren.

Um die Frequenz des Lasers gegenüber der feststehenden Mode des Resonators zu verschieben, befindet sich zwischen Laser und Resonator ein akustooptischer Modulator (AOM) in sog. double-pass-Konfiguration (siehe Abbildung 3.3). Eine Änderung der Treiberfrequenz um Δf resultiert somit in einer Frequenzänderung des Lasers von $-2\Delta f$. Die beiden anderen in Abbildung 3.3 eingezeichneten AOMs dienen der Intensitätsstabilisierung und der Kompensation des sog. Faserrauschens. Die Faser, die den Farbstofflaser mit dem Referenzresonator verbindet, ist ungefähr 5 m lang und reagiert wie ein Mikrofon auf Schall und Erschütterung, indem sie diese Vibrationen dem Licht aufprägt. Ohne die Stabilisierung war das Schwebungssignal zwischen dem Licht das zweimal bzw. keinmal durch die Faser geleitet wurde einige Kilohertz breit, mit Stabilisierung dagegen nur 10 Hz.

3.2.2 Vakuumsystem

Die Wechselwirkungszone zwischen Licht und Atomen befindet sich in einem Vakuumpfäß mit ungefähr einem Meter Durchmesser. Dieses beherbergt die Quelle für den atomaren Wasserstoff, einen Überhöhungsresonator für das frequenzverdoppelte Licht des Farbstofflasers, eine Detektionszone mit elektrischem Quenchfeld und Photomultiplier für die Detektion des Fluoreszenzlichtes bei der Lyman- α Linie. Das Vakuumpfäß wird mit einer Turbomolekularpumpe auf 10^{-5} mbar evakuiert. Im Meßbetrieb wird zusätzlich der Bereich der Wechselwirkungszone durch eine Kryopumpe mit einem Saugvermögen von 10 000 l/s gepumpt. Der Hintergrundgasdruck in diesem Bereich liegt bei einigen 10^{-8} mbar. Mit einer freien Weglänge von ca. 3 m

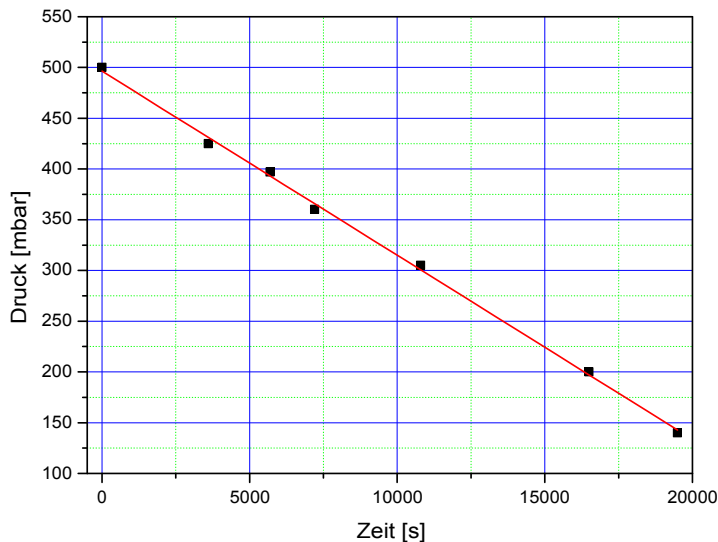


Abbildung 3.4: Um den Wasserstofffluß zur Düse zu bestimmen wurde die Druckänderung in einem Wasserstoff-Reservoir ($V=860\text{ cm}^3$), aus welchem die Gasentladung gespeist wird, gemessen. Der Druck in der Gasentladung wurde währenddessen konstant auf 1 mbar gehalten. Bei einer Druckänderung von 1.8 Pa/s im Reservoir ergibt sich ein Teilchenfluß zur Düse von ca. 10^{17} Teilchen pro Sekunde.

wird so garantiert, daß die H-Atome ungestört in den Detektionsbereich gelangen können. Man bedenke jedoch, daß der Druck im Strahl deutlich höher sein kann. Der Teilchenfluß zur Düse wurde mit 10^{17} Teilchen bestimmt (siehe Abbildung 3.4). Bei einem Durchmesser der Düse von 1 mm^2 und einer Düsentemperatur von ca. 5 K entspricht dies einem Fluß von 10^{20} Teilchen pro m^2 und Sekunde. Durch die Expansion nach der Düse nimmt die Dichte jedoch rasch ab. Da die genaue Art der Expansion nicht bekannt ist, kann leider kein exakter Verlauf der Dichte respektive des Druckes im Atomstrahl über das Anregungsvolumen angegeben werden.

Der atomare Wasserstoff entsteht in einer Mikrowellengasentladung, die bei 2.45 GHz und 15 W betrieben wird. Die Gasentladung dissoziiert maximal 10% [Hub97] des molekularen zu atomarem Wasserstoff. Zur Reduktion der Rekombination zu vermeiden, wird nach der Gasentladung der Gasstrom in Teflonschläuchen geführt. Um die Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Lichtfeld zu maximieren und den Doppler-Effekt zweiter Ordnung zu reduzieren müssen die Atome möglichst kalt sein. Deshalb werden die Atome bevor sie mit dem Licht in Wechselwirkung treten können, an einer Kupferdüse auf ca. fünf Kelvin abgekühlt. Die Düse selbst ist mit dem Kaltkopf eines He-Durchflußkryostaten verbunden. Die Düse hat eine Länge von vier und einen Durchmesser von zwei Millimetern. Dabei gilt es immer, einen Kompromiß zwischen Thermalisierung und Rekombination des Wasserstoffs zu finden.

Einer der wichtigsten systematischen Effekte in der Zweiphotonen-Spektroskopie an Wasserstoff ist der Doppler-Effekt zweiter Ordnung. Durch die gegenläufigen Strahlen in dem Überhöhungsresonator innerhalb des Vakuumgefäßes wird nur der Doppler-Effekt erster Ordnung unterdrückt. Der Doppler-Effekt zweiter Ordnung ist proportional zu v^2 und kann deswegen nicht kompensiert werden. Die v^2 -Abhängigkeit führt auch zu einer Verschiebung der Linie, was sozusagen der schlimmste Fall für einen Spektroskopiker ist. Selbst bei Gastemperaturen im Bereich von 5 K ist atomarer Wasserstoff mit 350 m/s immer noch erstaunlich schnell und deswegen kann

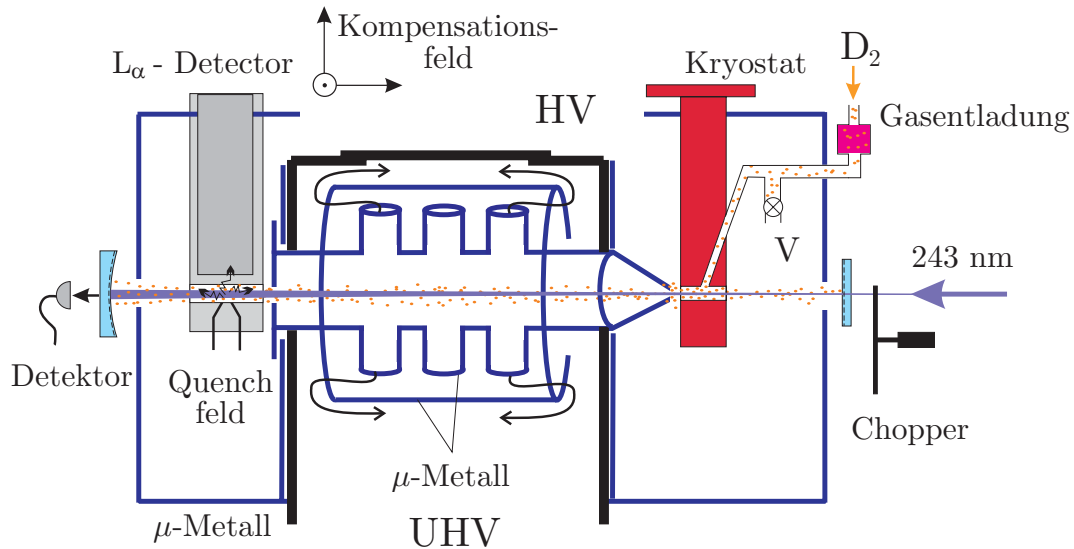


Abbildung 3.5: Schematischer Aufbau des Vakuumsystems, wie es für die Messung der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung verwendet wurde. Verbessert gegenüber der Messung in Wasserstoff wurde vor allen Dingen die magnetische Abschirmung.

der Doppler-Effekt zweiter Ordnung nicht vernachlässigt werden. Die Düsentemperatur deutlich unter 5 K abzusenken würde einen massiven Umbau der Apparatur, namentlich den Einbau einer He-Misch-Kryostaten, erfordern. Auf Kosten der Zählrate gibt es jedoch noch einen anderen Weg, um langsame Atome zu „erzeugen“: Das Anregungslicht wird mit 160 Hz und einem Tastverhältnis von 50:50 ein- und ausgeschaltet. Sobald das Licht geblockt ist, beginnt eine zeitaufgelöste Detektion des Fluoreszenzlichtes. Werden anschließend nur die Spektren ausgewertet, dessen Licht erst nach $\tau = v/(20 \text{ cm})$ registriert wurde², haben nur Atome mit einer maximalen Geschwindigkeit von $v = \tau/(20 \text{ cm})$ zum Signal beigetragen. Kurz gesagt schaut man nur auf einen bestimmten Teil, nämlich den Teil mit kleinem v , der Verteilung. Wie aber schon erwähnt bedeutet dies natürlich, daß man einen großen Teil des Signal nicht betrachtet. Vermindert wird das Signal außerdem noch durch den Zacharias-Effekt [For85, Ram90], der die Zahl langsamer Atome noch weiter reduziert, sowie durch Ionisation. Gerade langsame Atome sind sehr lange im Lichtfeld und damit steigt die Wahrscheinlichkeit für Ionisation, nachdem sie bereits in den $2s$ -Zustand angeregt wurden.

Für die $2s$ -Hyperfeinmessung, die ja eine Differenzmessung ist, ist der Doppler-Effekt zweiter Ordnung weitaus weniger wichtig als für eine absolute Bestimmung der $1s$ - $2s$ -Frequenz. Von besonderer Wichtigkeit für die Messung der Hyperfeinaufspaltung ist jedoch das Magnetfeld im Bereich der Wechselwirkungszone. Idealerweise sollte diese Messung bei $B = 0 \text{ G}$ erfolgen. Deswegen wurde die magnetische Abschirmung, verglichen mit der früheren Messung in Wasserstoff, noch einmal verbessert. Die Randbedingungen bei der Konstruktion waren eine möglichst hohe Abschirmung bei gleichzeitigen guten Abpumpeigenschaften, um die Gefahr einer Druckverschiebung zu minimieren. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.5 dargestellt. Innerhalb der

²20 cm entsprechen dem Abstand Düse – Detektor

äußeren Abschirmung und mit eingeschaltetem Kompensationsfeld konnte der Betrag des Magnetfeldes auf ca. 10-20 mG reduziert werden. Die innere Abschirmung, die ungefähr neun zehntel der Wechselwirkungszone abdeckt, sollte theoretisch das Feld auf der Achse um einen weiteren Faktor 20 reduzieren.

3.3 Fehlerdiskussion

In diesem Teil der Arbeit werden die Fehler mit der größten Signifikanz bei der Messung der $1s$ - $2s$ -Frequenz besprochen. Besonderer Wert wird dabei darauf gelegt, wie sich diese Fehler bei Bildung der Differenz der Doublet- und der Quadruplet-Frequenz verhalten. Beginnen möchte ich mit dem wichtigsten möglichen Fehler.

3.3.1 Drift der Laserfrequenz

Wie bereits oben beschrieben, ist der wichtigste Pfeiler für das Gelingen der Messung eine stabile Referenz. Jede nicht in der Auswertung berücksichtigte Änderung dieser Frequenz führt 1:1 zu einem Fehler im Ergebnis. Diese Fehlerquelle wurde von zwei Seiten bekämpft: Als erstes wurde die Messung so konzipiert, daß die Zeit zwischen der Aufnahme der beiden Übergänge so kurz wie möglich gehalten wurde (siehe Beschreibung der Meßmethode auf Seite 43). In einem zweiten Schritt wurde während der Auswertung eine lineare Drift des Resonators kompensiert. Dazu wurde jedes Linienprofil einmal gegenüber dem Zeitpunkt der Messung, als auch gegenüber der AOM-Frequenz mit einem Lorentz-Profil gefittet. So konnte für jede Linie bestimmt werden, wann und bei welcher AOM-Frequenz das Maximum auftrat (siehe Abbildung 3.6). Aufgetragen in einem Zeit vs. AOM-Frequenz Diagramm wurden anschließend immer 3 Datensätze (z.B. zwei Duplet- und ein Quadruplet) gleichzeitig linear gefittet. Aus dieser Ausgleichsrechnung ergibt sich dann letztendlich eine

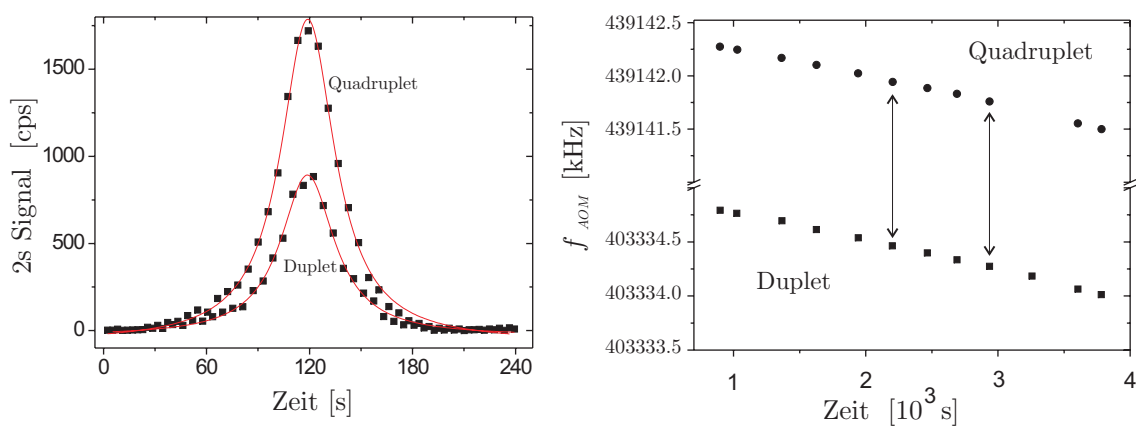


Abbildung 3.6: Simultane Aufnahme der Duplet- bzw. Quadruplet-Linie. Rechts sind die zu den Linienmittelpunkten korrespondierenden AOM-Frequenzen gezeigt. Ursache für die unterschiedlichen Frequenzen ist der Drift des Referenzresonators.

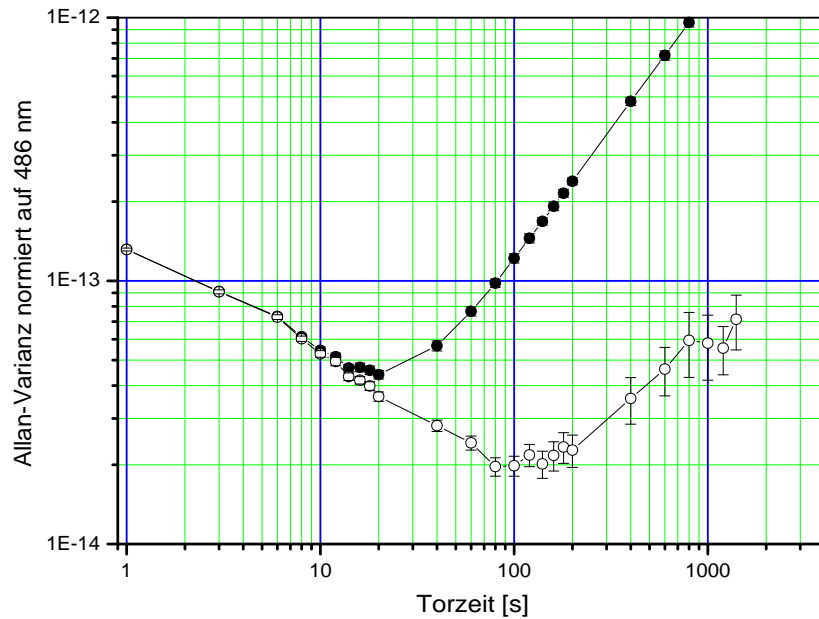


Abbildung 3.7: Normierte Allan-Varianz der Frequenz des Farbstoff-Lasers gemessen gegen eine Cs-Fontänen-Uhr. Die vollen Punkte entsprechen den Roh-Daten und die Kreise geben die Allan-Varianz an, wenn für eine lineare Drift des Referenzresonators korrigiert wurde.

Zahl für die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung, die *unabhängig* von einer linearen Drift des Referenzresonators ist.

Was hat sonst noch einen Einfluß auf die Laserfrequenz? Ein Kandidat sind nicht-lineare Driften des Resonators. Durch die kurze Zeit zwischen dem Aufnehmen der Linienmitten sind diese jedoch so klein, daß sie vernachlässigt werden können (siehe Abbildung 3.7). Auch eine Verschiebung des Lock-Punktes ist auf einer Zeitskala von einigen zehn Sekunden nicht relevant.

Die im Experiment verwendeten Synthesizer bezogen allesamt ihr Referenzsignal von einer Cs-Atom-Uhr. Deren Genauigkeit beträgt laut Datenblatt 5×10^{-13} Hz. Typische mit den Synthesizern generierte Frequenzen sind im Bereich 100 MHz. Der sich daraus ergebende Fehler ist also bar jeder Diskussion.

Summa summarum können wir feststellen, daß es keine nenneswerte systematische Verschiebung der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung bedingt durch eine Drift der Laserfrequenz gibt.

3.3.2 Verschiebung durch Magnetfelder

Laut der in Kapitel 2.1.3 vorweggenommen Rechnung verschiebt sich die $2s$ -Hyperfeinfrequenz mit 56 kHz/G^2 . Rund 90% der Wechselwirkungszone zwischen Licht und Atomen sind von einer doppelten μ -Metall-Abschirmung umgeben. Mit eingeschalteten Kompensationsfeld konnte das B-Feld innerhalb der ersten Abschirmung zu

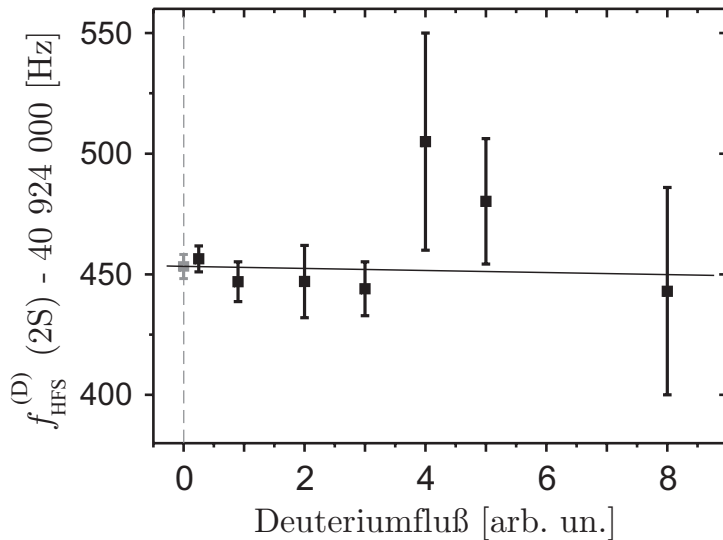


Abbildung 3.8: Abhängigkeit der 2s-HFS vom Deuteriumfluß. Ausgewertet wurden Spektren mit einer Verzögerungszeit von $410\ \mu\text{s}$. Zu Null hin wurde linear extrapoliert.

weniger als 10 mG bestimmt werden. Die innere Abschirmung hat einen berechneten Abschirmungsfaktor von 20, womit sich das Feld auf weniger als 1 mG reduziert. Werden die Atome innerhalb dieses Bereiches der WW-Zone angeregt, ergibt sich keine nennenswerte Frequenzverschiebung. Die verbleibenden 10% werden nur von einer einfachen Abschirmung geschützt. Das Feld beträgt hier, wie bereits erwähnt, maximal 10 mG. Dies führt zu einem Fehler von 5.6 Hz. Nun wird aber der weitaus größte Teil der Atome in der doppelt abgeschirmten Zone angeregt. Konservativ schätzen wir die Frequenzverschiebung zu $0.5(1)$ Hz ab.

3.3.3 Druckverschiebung

Eine wichtige mögliche Fehlerquelle sind Druckverschiebungen, verursacht durch Stöße der Atome im Strahl untereinander oder mit dem Hintergrundgas. Aus Messungen ist bekannt, daß sich die Frequenz der H-Maser-Linie um ca. $1\ \text{Hz}/\text{mbar}$ [APB60, ME73] ändert. In Anbetracht eines Hintergrundgasdrucks von 10^{-8} mbar und einem Druck im Atomstrahl von maximal 1 mbar (Druck in der Gasentladung), muß man sich um den Grundzustand nicht sorgen. Unglücklicherweise liegen keine verlässlichen Daten für die Druckverschiebung des 2s-Zustandes vor. Als oberes Limit kann aber sicherlich die Druckverschiebung angesehen werden, die die 1s-2s-Linie erfährt, welche zu $-8(2)\ \text{MHz}/\text{mbar}$ [KFW⁺98] bestimmt wurde. Unter Berücksichtigung der theoretischen Arbeiten beschrieben in [Dav69, RLD68] gibt es jedoch keinen plausiblen Grund, weshalb die Druckverschiebung für den 2s-Zustand um viele Größenordnungen größer sein soll, als für den Grundzustand. Dank der neuen simultanen Meßmethode konnte der Einfluß einer Druckverschiebung auch experimentell untersucht werden. Der bei weitem größte Teil der Stöße findet in dem Atomstrahl selbst unter den einzelnen Wasserstoffatomen statt. In einer Testreihe wurde der Druck in der Gasentladung zwischen 0.8 mbar und 8 mbar variiert und zusätzlich der Gasfluß zur Düse über einen Bypass um einen Faktor zwei verändert. Das Ergebnis ist in Abbildung 3.8 zu sehen. Jeder Punkt ist das Ergebnis einer Mit-

telung über eine Vielzahl von Messungen an verschiedenen Tagen. Bei erhöhtem Druck, normalerweise wurde bei einem Druck von einem Millibar gemessen, werden viele langsame Atome durch den Zacharias Effekt beschleunigt oder ganz aus dem Strahl katapultiert. Dies führt zu einer Verringerung der Zählrate bei langen Verzögerungszeiten und demnach zu wachsender Unsicherheit in der Angabe der Frequenz. Für die alte Methode war eine Messung für Drücke größer als 2 mbar ausgeschlossen, da die Wasserstoffdüse bei größeren Flüssen schneller zufriert als das Aufnehmen beider Linien dauert. Zusammenfassend können wir sagen, daß im Rahmen unserer Meßgenauigkeit kein Einfluß einer Druckverschiebung detektiert werden konnte.

3.3.4 Doppler-Effekt zweiter Ordnung

Wenn von Doppler-freier Zweiphotonen-Spektroskopie gesprochen wird, so ist das nicht ganz korrekt. Durch die Absorption zweier gegenläufiger Photonen wird nämlich nur der Doppler-Effekt erster Ordnung unterdrückt. Der Doppler-Effekt zweiter Ordnung (proportional zu v^2), der nicht nur zu einer Verbreiterung sondern auch zu einer Verschiebung der Linie (ca. 0.1 bis 1 kHz) führt, kann nur durch eine Verringerung der Geschwindigkeit der Atome reduziert oder durch ein Linienformmodell [HGWH99] korrigiert werden. Beides wird für die Absolutfrequenz-Bestimmung gemacht. Im Falle der hier vorliegenden Messungen wurde jedoch auf die Verwendung des nicht unproblematischen Linienformmodells verzichtet. Untermauert wird diese Entscheidung von zwei Argumenten: Erstens werden beide Übergänge in ein und demselben Atomstrahl angeregt und so sollte sich der Fehler, der durch die Anpassung einer Lorentz-Kurve an eine nicht exakt Lorentz-förmige Linienform entsteht, bei der Differenzbildung herausheben, da die Asymmetrie der Linie unabhängig vom Spin ist. Zweitens: Für Verzögerungszeiten von mehr als $410 \mu\text{s}$ ist die gemessene Linienform praktisch nicht mehr von einem Lorentz-Profil zu unterscheiden. Um dies zu überprüfen und evtl. Einflüsse der Signalintensität oder der Geschwindigkeit der

Abbildung 3.9: Zur Unterdrückung des Doppler-Effekt zweiter Ordnung, wird nicht nur der Atomstrahl auf wenige Kelvin abgekühlt, sondern zusätzlich noch das Fluoreszenzlicht zeitaufgelöst detektiert. Zur Bestimmung der Hyperfeinaufspaltung wurden die Daten ausgewertet, die bei einer Verzögerung von $\tau \geq 410 \mu\text{s}$ aufgenommen wurden.

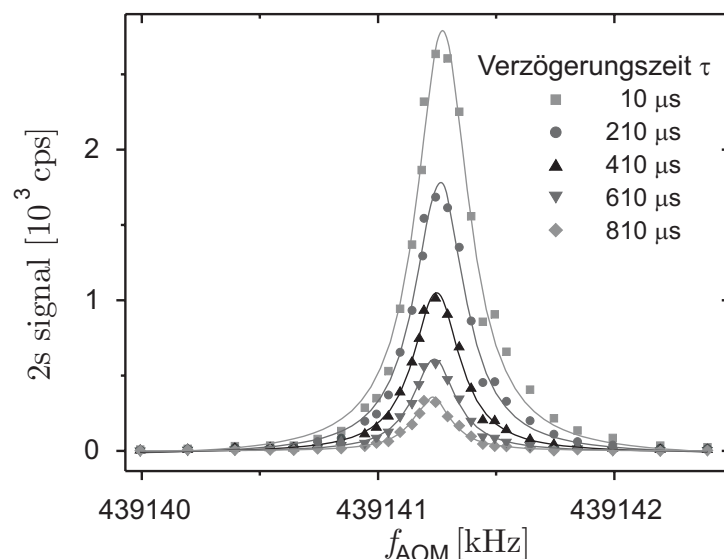


Tabelle 3.1: $2s$ -HFS für verschiedene Verzögerungszeiten. v_{\max} ist die maximale Geschwindigkeit der Atome, die zum Signal beitragen können. Der Koeffizient k gibt die Steigung der Ausgleichsgeraden für die Extrapolation zu verschwindendem Druck hin an.

τ , [μs]	v_{\max} , [m/s]	$f_{\text{HFS}}^{(D)}(2S)$ [Hz]	k [Hz/arb. unit]
10	—	40 924 452 (7)	4 (4)
210	1000	40 924 454 (3)	0.6 (2.0)
410	510	40 924 453 (5)	−0.4 (3.0)
610	340	40 924 448(10)	0.3 (6.0)
810	260	40 924 446(15)	−5 (9)

Atome ausfindig zu machen, wurde die $2s$ -HFS für verschiedene Verzögerungszeiten bestimmt. Jeder Wert wurde dazu zuerst gemäß der im nächsten Abschnitt beschriebenen Weise für eine ac-Stark-Verschiebung korrigiert und anschließend nach $P = 0$ mbar extrapoliert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3.1 zu finden. Alle Ergebnisse stimmen innerhalb der Fehler überein. Somit kann ein Einfluß der Signalhöhe auf den Fehler beim Anpassen eines Lorentz-Profiles ausgeschlossen werden.

3.3.5 ac-Stark-Effekt

Vereinfacht gesprochen bedeutet eines der fundamentalen Gesetze der Physik, daß beobachten immer auch mit stören einhergeht. Eine Auswirkung dieses fundamentalen Prinzips zeigt sich in dem sogenannten ac-Stark-Effekt. Das Laserlicht, welches den $1s$ - $2s$ -Übergang treibt, verursacht außerdem auch eine Verschiebung der ungestörten Übergangsfrequenz. Dabei ist zu beachten, daß diese, da die Frequen-

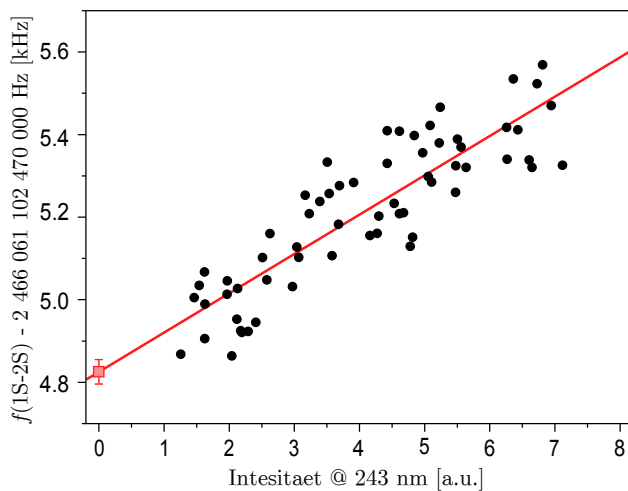


Abbildung 3.10: Abhängigkeit der $1s$ - $2s$ -Frequenz von der Laserleistung. Glücklicherweise wird ein Großteil der ac-Stark-Verschiebung durch die Bildung der Differenzfrequenz kompensiert.

zen für den Duplet- bzw. Quadruplet-Übergang nicht genau gleich sind, sich nicht vollständig bei der Differenzbildung heraushebt.

Aus Gleichung (2.60) aber auch aus [BH86] ist bekannt, daß die ac-Stark-Verschiebung umgekehrt proportional zu Verstimmung zu den zwischen Niveaus $|n\rangle$ skaliert. Dies bedeutet hier konkret, daß die Laserfrequenz sowohl für den $1s$ - als auch für den $2s$ -Zustand ca. 1200 THz verstimmt ist. Der Unterschied der Übergangsfrequenzen zwischen Doublet- und Quadruplet-Linie beträgt ungefähr 300 MHz. Demnach unterscheidet sich die ac-Stark-Verschiebung beider Übergänge lediglich auf einer Skala von $\approx 2.5 \times 10^{-7}$. Für die Intensitäten im Überhöhungsresonator des Vakuumgefäßes von ca. 100 W/cm^2 beträgt die ac-Stark-Verschiebung 500 Hz. Somit ist der Unterschied zwischen beiden vernachlässigbar.

Dies ist allerdings nur richtig, wenn sich die Intensitäten beim Aufnehmen der Spektren nicht ändern. Um dies sicherzustellen, wurde das Licht, welches von dem linearen Überhöhungsresonator in der Wasserstoff-Apparatur transmittiert wird, beobachtet und so konstant wie möglich gehalten. Auf den Einbau einer Intensitätsstabilisierung wurde jedoch verzichtet. Verbleibende Schwankungen werden mit der von Niering berechneten Korrektur von 2.6 Hz/mW [Nie00] nachkorrigiert. Konkret bedeutet dies eine Korrektur von einem halben Herz, welche damit dank der neuen Methode um einen Faktor 4 kleiner ist als für die Messung in Wasserstoff. Zusätzlich zu der Korrektur erhöhen wir das Fehler-Budget um 0.5 Hz.

3.4 Ergebnis

Insgesamt wurde an sieben Tagen mit der neuen und an sechs Tagen mit der alten Methode über 1000 Spektren gemessen. Das daraus resultierende Ergebnis für die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung in Deuterium lautet

$$\boxed{f_{\text{HFS}}^D(2s) = 40\,924\,454 (7) \text{ Hz.}} \quad (3.3)$$

Es ist damit in guter Übereinstimmung mit dem Wert, der durch die Radiofrequenzmessung³ ermittelt wurde, jedoch dreimal genauer.

Zur Berechnung dieses Ergebnisses wurden lediglich die Daten für eine Verzögerungszeit von $\tau \geq 410 \mu\text{s}$ herangezogen. Die $410 \mu\text{s}$ sind ein Kompromiß aus Signal-zu-Rausch-Verhältnis, welches bei langem τ sehr schnell sehr klein wird, und einer möglichst Lorentz-förmigen Linie. Außerdem wurden nur Messungen verwendet, die bei kleinem Deuteriumfluß (0.2 bis 1.5 Einheiten in Abbildung 3.8) gemacht wurden. In Tabelle 3.2 sind noch einmal alle Beiträge, die zur Angabe des Ergebnis beigetragen haben aufgeführt. Besonders hervorheben möchte ich, daß die Ergebnisse der neuen und alten Methode völlig konsistent sind. Um das Endresultat zu erhalten, wurden beide Ergebnisse als statistisch unabhängig betrachtet. Alle systematischen

³40 924 439 (20) Hz [RHK56]

Tabelle 3.2: Aufstellung aller systematischer Unsicherheiten und Ergebnis für die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung in Deuterium. Angegeben sind jeweils die Daten für die neue simultane und die alte Methode.

	Verschiebung [Hz]	Fehler [Hz]
„Simultane Methode“	40 924 453	5
ac-Stark-Verschiebung		0.5
dc-Stark-Verschiebung	-0.3	0.5
Zeemann-Verschiebung	0.5	1.0
Druck-Verschiebung		0.3
„Alte Methode“	40 924 462	15
ac-Stark-Verschiebung		2
dc-Stark-Verschiebung	-0.3	0.5
Zeemann-Verschiebung	0.5	1.0
Druck-Verschiebung		1
Ergebnis	40 924 454	7

Unsicherheiten wurden linear addiert. Ebenfalls hervorzuheben ist, daß das Verhältnis der gemittelten Amplituden des Duplet- und des Quadruplet-Übergangs gemäß den theoretischen Erwartungen 2.00 (2) ist.

Die vom Proton-Ladungsradius weitgehend unabhängige und deswegen zum Test der QED gebundener Zustände bestens geeignete Differenz D_{21} errechnet sich aus Gleichung (3.3) zu:

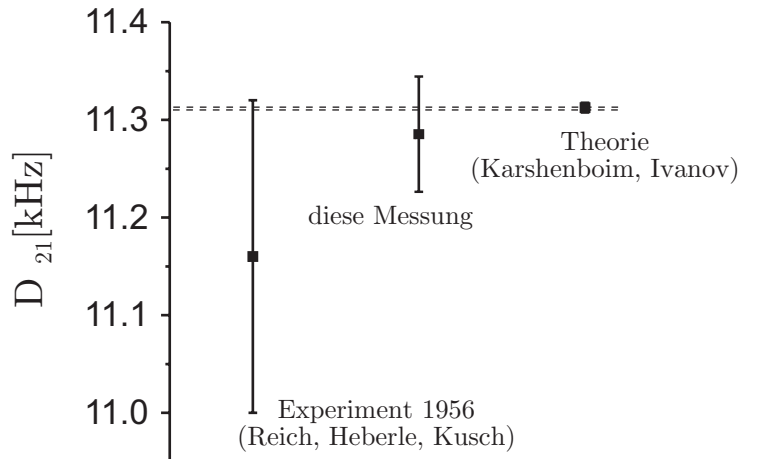
$$D_{21} = 8f_{\text{HFS}}^D(2s) - f_{\text{HFS}}^D(1s) = 11\,280(56) \text{ Hz} \quad (3.4)$$

Der Wert für das $1s$ -HFS-Intervall wurde dabei [WR72] entnommen. Alle zur Zeit verfügbaren Daten, sowohl theoretische als auch experimentelle, sind in Abbildung 3.11 zusammengefaßt. Die hier präsentierte Messung erlaubt einen QED-Test auf einem Level von 0.2 ppm. Die absolute Genauigkeit übersteigt dabei sogar die Werte, die für Wasserstoff oder ${}^3\text{He}^+$ erreicht wurden. Die relative Genauigkeit der Messung in Deuterium liegt hingegen knapp über denen den angesprochenen Messungen, da sie durch die relativ kleine Fermi-Energie in Deuterium benachteiligt wird.

3.5 Ausblick

Die an Deuterium erprobte Methode der simultanen Aufnahme der einzelnen Hyperfeinkomponenten kann natürlich auch bei Wasserstoff angewendet werden. Durch die größere $2s$ -Hyperfeinaufspaltung muß hier die Frequenz des Farbstofflasers zwar über ein größeres Intervall verstimmt werden, dies liegt jedoch noch immer im Abstimmbereich des verwendeten AOMs. Mit Hilfe der neuen Methode könnte auch

Abbildung 3.11: Theoretische und experimentelle Werte für die D_{21} . Die gestrichelte Linie gibt den Fehler des theoretischen Werts an.




für Wasserstoff der durch den Drift des Referenzresonators bedingte systematische Fehler minimiert, und die Druckverschiebung genauer untersucht werden.

Einen weitere interessante Möglichkeit die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung zu ermitteln wäre eine CPT⁴-Messung zwischen den beiden Hyperfeinkomponenten des $2s$ -Zustandes. Dazu würden $2s$ -Atome mittels Zweiphotonen-Anregung erzeugt, anschließend würden zwei Laserfelder nahe bei 486 nm und um $\Delta\omega$ verstimmt eingestrahlt. Entspricht $\Delta\omega$ der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung sollte sich eine CPT-Resonanz zeigen. Diese Messung wäre völlig von dem Referenzresonator und der Stabilität der Laser bei 486 nm entkoppelt. Ein Nachteil dieser Methode wäre allerdings, daß der Doppler-Effekt erster Ordnung nicht exakt kompensiert ist, da die gegenläufig eingestrahlt Laser bei 486 nm um den Betrag der $2s$ -Hyperfeinaufspaltung verstimmt sind und deswegen $\mathbf{k}_1 \neq -\mathbf{k}_2$ ist. Im Falle von Wasserstoff beträgt die $2s$ -Hyperfeinaufspaltung ca. 177 MHz. Bei einer mittleren Geschwindigkeit von ungefähr 350 m/s kann der Doppler-Effekt erster Ordnung gemäß $\Delta\nu = \nu_0 v_0/c$ abgeschätzt werden. Für eine CPT-Messung ergäbe sich demnach ein Fehler von ca. 200 Hz. Vertauschen von \mathbf{k}_1 und \mathbf{k}_2 resultiert allerdings in einem entgegengesetzt großen Fehler. Beide Messungen zusammen sollten eine zuverlässige Bestimmung der $2s$ -HFS erlauben.

⁴CPT: Coherent-Population-Trapping

4 1s-3s-Absolutfrequenz

ur Bestimmung der Lamb-Verschiebung reicht, wie in den Grundlagen beschrieben, die Messung *einer* Frequenz nicht aus. Deswegen gab und gibt es neben dem 1s-2s weitere Experimente, die versuchen andere Übergänge in Wasserstoff zu vermessen. Einige dieser Experimente sind in Kapitel 2.1.1 beschrieben worden.

Eine Anregung aus dem Grundzustand ist u. a. wegen der vergleichsweise hohen Dichte einer Anregung aus höher gelegenen Zuständen vorzuziehen. Außerdem leiden die Experimente, die zu sehr hohen n-Zuständen anregen, unter der starken Wirkung elektrischer Felder auf diese. Experimentelle Schwierigkeiten, die im einzelnen weiter unten aufgeführt werden, machen die Verwendung von cw Lasern für diese Experimente jedoch fast unmöglich und mahnen eigentlich wieder zur Verwendung gepulster Laser. Jedoch bedeutet dies heute nicht mehr unmittelbar eine Einschränkung für die Genauigkeit. Die Verwendung modengekoppelter, hochreplizierender Festkörperlaser erlaubt eine ähnlich hochauflösende Spektroskopie wie mit kontinuierlichen Lasern.

Weil die Probleme bei der 1s-3s-Spektroskopie, wie sie in Paris angegangen wird ([HBN⁺02] und Referenzen hierin) mit ein Anlaß für unsere Messung war, soll hier ein wenig ausführlicher auf jene Schwierigkeiten eingegangen werden und gleichzeitig die Vorteile unseres Ansatzes beschrieben werden:

An der ENS wird die 1s-3s-Linie zusätzlich zu der schon relativ großen natürlichen Linienbreite von 1 MHz noch durch ein technisches Problem um weitere 500 kHz verbreitert: Um die notwendige Laserstrahlung bei 205 nm zu Verfügung zu stellen wird ein Ti:Sa-Laser zweimal frequenzverdoppelt. Zuerst von 820 nm nach 410 nm in LBO und anschließend von 410 nm zu 205 nm in BBO. Beide Schritte müssen, da mit dauerstrich Lasers gearbeitet wird, in Überhöhungsresonatoren vollzogen werden. Während der erste Schritt problemlos ist, kann die zweite Cavity nicht auf Dauer betrieben werden. Die harte UV-Strahlung zerstört den BBO und führt außerdem zu photorefraktiven Effekten, welche ein Locken des Überhöhungsresonators unmöglich machten. Die Länge des Überhöhungsresonators wird daher mit 15 kHz moduliert, sodas 3 μ s lange Pulse mit einer Pulswiederholrate von 30 kHz entstehen. Streng genommen benutzen Biraben und Mitarbeiter also auch ein gepulsten Laser für ihre Spektroskopie, können jedoch keine Vorteile aus der Kammstruktur ziehen, da die Pulswiederholrate deutlich kleiner als die Linienbreite ist. Hinzu kommt obendrein noch, daß durch die ständige Änderung der Cavity-Länge dem Licht eine Doppler-Verschiebung aufgeprägt wird. Erst unter der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeit mit der einer der Resonatorspiegel oszilliert in beiden Richtungen

gleich ist, mittelt sich die Doppler-*Verschiebung* zu einer Doppler-*Verbreiterung* von den oben angesprochenen 500 kHz [HNB02]. Durch die Verwendung eines Frequenzkamms mit hoher Pulswiederholrate, der außerdem noch auf „natürliche“ Weise im Laseroszillator entsteht, umgehen wir all diese Probleme. Mehr noch: Weil die Leistung in kurzen Pulsen konzentriert ist, sind die nötigen nicht-linearen Schritte effektiver.

Ein weiterer Nachteil dem man in Paris gegenübersteht ist, daß mit mit einem Wasserstoffstrahl bei Raumtemperatur gearbeitet wird. Der Doppler-Effekt zweiter Ordnung ist deswegen mit -124(10) kHz relativ groß. Für den Frequenzvergleich schlägt seine Unsicherheit immerhin noch mit 2.5 kHz zu Buche. In Garching dagegen ist es uns möglich, den Wasserstoffstrahl auf vier Kelvin abzukühlen. Dies reduziert die mittlere Geschwindigkeit der Atome annähernd um einen Faktor zehn und die Doppler-Verschiebung zweiter Ordnung ($\propto v^2$) um beinahe zwei Größenordnungen. Für zukünftige Messungen plant man in Paris durch den Einsatz eines homogenen Magnetfeldes senkrecht zu dem Atomstrahl, den Doppler-Effekt zweiter Ordnung zumindest teilweise zu kompensieren [HBN⁺02].

Im folgenden wird der Aufbau beschrieben, mit dem wir hoffen einen Großteil der oben beschriebenen Probleme überwinden zu können. Im Anschluß daran wird über den Stand des Experiments berichtet.

4.1 Experimenteller Aufbau

Der Aufbau für die Messung der 1s-3s Frequenz in Wasserstoff mittels eines modengekoppelten Lasers läßt sich grob in drei Teile gliedern:

- das Lasersystem selbst mit Referenzresonator und zwei Frequenzverdopplungseinheiten
- die Vakuumapparatur, die den kalten Atomstrahl, die Wechselwirkungszone zwischen Licht und Atomen und die Detektionsoptik enthält
- der Frequenzkammgenerator zur Messung der Absolutfrequenz.

Da dieser Aufbau ausschließlich durch meine Hand entstanden ist, werden im folgenden die experimentellen Details etwas ausführlicher, als dies für die 1s-2s-Messung geschah, vorgestellt.

4.1.1 Lasersystem

Der Abschnitt über das Lasersystem gliedert sich in zwei Unterkapitel. Zuerst soll der ps-Laser selbst und die Stabilisierung seiner zwei Freiheitsgrade (f_0 und f_{rep}) beschrieben werden. Im Anschluß wird dann die Erzeugung der vierten Harmonischen erläutert.

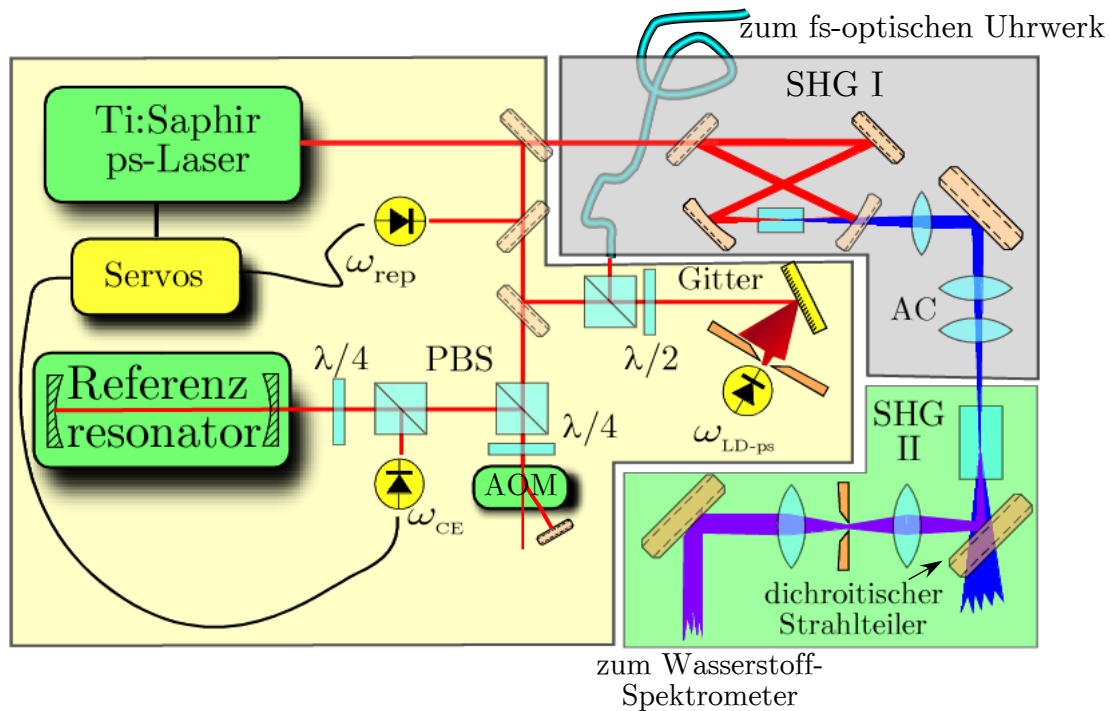


Abbildung 4.1: Skizze des Laser-Setups für die Messung der $1s$ - $3s$ -Absolutfrequenz. PBS: Polarisations-Strahlteiler, AC: Astigmatismus-Kompensation

Der ps-Laser

Das Lasersystem besteht aus einem aktiv modengekoppeltem Ti:Sa-Laser¹, der von einem Diodenlaser-gepumpten, intracavity frequenzverdoppelten Nd : YVO₄-Laser² gepumpt wird. Bei einer Pumpleistung von 10 W bei 532 nm erzeugt der Ti:Sa-Laser 1.8 W bei 820 nm.

Um den Modenkamm spektral zu fixieren ist es notwendig ihn an *zwei* Punkten im Frequenzraum festzuhalten [JDJR00]. Das kann z.B. durch Stabilisieren der Carrier-offset-Frequenz und der Repetitionsrate oder durch zwei beliebige Kombinationen dieser geschehen. Die Anforderungen an die Stabilität des Lasers sind dabei wie folgt: Die natürliche Linienbreite des Übergangs beträgt 1 MHz bei 102.5 nm. Da mit der achten Harmonischen des Lasers spektroskopiert wird und zu einer sicheren Bestimmung der Linienmitte mindestens drei Punkte symmetrisch auf dem Linienprofil verteilt werden sollten, muß die Frequenz einer Mode des Lasers auf weniger als 50 kHz festgehalten werden. Diese Linienbreite muß sowohl für kurze Zeiten (< 1 s) als auch für lange Zeiten (> 30 s) eingehalten werden, da wegen des schlechten Signal-zu-Rausch Verhältnisses lange Integrationszeiten nötig sind.

Die Repetitionsrate läßt sich einfach mittels einer schnellen Photodiode detektieren und auf einen Synthesizer phasenstabilisieren. Das Fehlersignal wird hierzu durch

¹TSUNAMI, Spectra Physics

²VERDI V10, Coherent Inc.

Heruntermischen des Signals der Photodiode mit dem Signal des Synthesizers, welcher auf eine Cs-Atomuhr referenziert ist, erzeugt. Besonders zu beachten bei der Stabilisierung der Pulswiederholrate ist der hohe Multiplikator mit dem diese in die optische Frequenz eingeht: Die Pulswiederholrate liegt mit 100 MHz im Radiofrequenzbereich und kann leicht auf mHz genau gehalten werden. Die optische Frequenz setzt sich aber aus n mal der Repetitionsrate zusammen, wobei n im Bereich 10^6 liegt. Eine Änderung von f_{rep} um 1 mHz ändert also die Frequenz einer Mode im optischen um ca. 1 kHz!

Als Stellelement im Laser dient das integrierte Gires-Tournois-Interferometer (GTI) [GT64]. Dieses Interferometer geringer Güte wird eigentlich verwendet, um die negative Gruppengeschwindigkeitsdispersion zu erzeugen, die nötig ist um ein Zerfließen des Pulses bedingt durch die positive GVD des Ti:Sa-Kristalls zu verhindern. Einer der Spiegel des GTI befindet sich auf einer Piezokeramik. Durch einen kleinen Umbau am Laser gelang es diesen Piezo extern anzusteuern und damit die Pulswiederholrate zu stabilisieren. Eine Änderung der Spannung am Piezo führt zu einer Änderung der netto Dispersion im Laser und damit zur Änderung der Gruppengeschwindigkeit. Die Regelbandbreite für das GTI ist auf Grund seiner Größe eher klein. Die geringe Regelbandbreite ist in diesem Fall jedoch nicht *un-* sondern *erwünscht*. Für kurze Zeiten (oberhalb der Frequenzen akustischer Schwingungen) ist der Laserresonator nämlich deutlicher stabiler als der Synthesizer. Bei einem Phasenregelkreis hoher Bandbreite prägte man das Phasenrauschen der Radiofrequenz-Referenz dem Laser auf, welches sich noch mit einem Faktor 10^6 multipliziert auf dem optischen Kamm wiederfände. Bei einem schwachen Lock hingegen wird der Laser für kurze Zeiten sich selbst überlassen und erst bei längeren Zeiten greift der Regelkreis ein.

Neben der Stabilisierung der Pulswiederholrate auf einen Quarz werden *optische* Moden des Frequenzkamms auf einen Referenz-Resonator fixiert. Dies hat den Vorteil, daß der Modenkamm auch auf Zeitskalen von unter einer zehntel Sekunde stabil ist. Für kurze Zeitskalen ist ein optischer Resonator um zwei bis drei Größenordnungen stabiler als ein Quarz.

Dadurch daß der Freie-Spektral-Bereich (FSR) der Cavity an die Pulswiederholrate angepaßt wurde, kann man den modengekoppelten Laser quasi als viele cw Laser betrachten. Daher können auch die gleichen, sehr erprobten, Stabilisierungstechniken wie für dauerstrich Laser verwendet werden. Das in diesem Fall verwendete Pound-Drever-Hall Verfahren [DH⁺83] stabilisiert die Mittelfrequenz [JD01] des Lasers auf den Referenzresonator.

Der hier verwendete Referenzresonator muß für die erste Phase des Experiments, sprich die Resonanz zu finden, weit geringere Anforderungen erfüllen als der für das 1s-2s Experiment. Da der 1s-3s Übergang ca. 1 MHz breit ist, ist es ausreichend, den Laser sagen wir auf 50 kHz in einer Sekunde zu stabilisieren. Berücksichtigt werden muß allerdings noch ein Faktor 8, der sich aus der Zwei-Photonen-Anregung und den zwei Frequenzverdopplungen ergibt. Demzufolge resultiert eine Änderung in der Fundamentalen in der achtfachen Änderung bei der atomaren Frequenz. Der Aufbau und die Eigenschaften des Resonators sollen im folgenden kurz beschrieben werden.

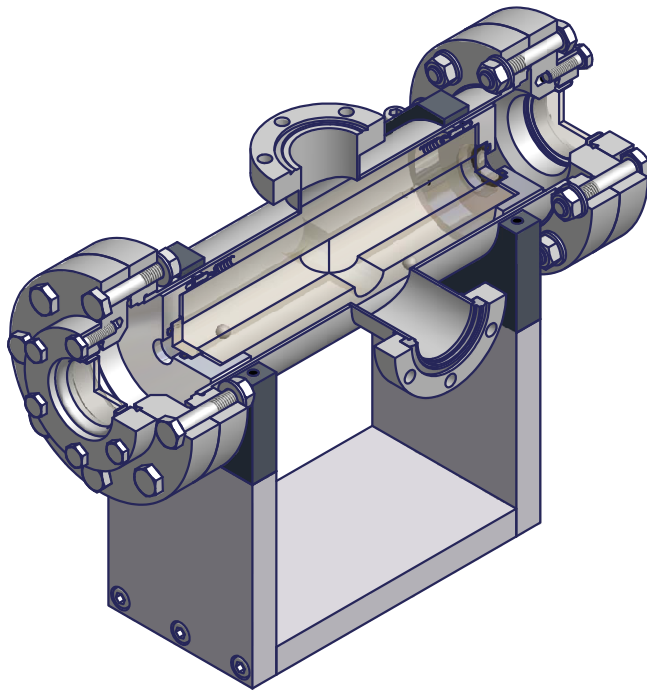


Abbildung 4.2: Schematischer Aufbau des Referenzresonators. Der Vakuumtank wird von einer Ionengetterpumpe auf 10^{-8} mbar evakuiert. Die Hohlspiegel ($R=1$ m) werden durch eine Konstruktion aus Endkappen und Federn am ULE-Spacer fixiert.

Auch für diesen Resonator wurde ein Spacer aus ULE verwendet. Im Gegensatz zu dauerstrich Lasern ist bei modengekoppelten Lasern die Länge des Spacers jedoch nicht beliebig. Da die Leistung in einer einzelnen Modes des Frequenzkamms sehr klein ist (ca. $180 \mu\text{W}$), ist es vorteilhaft, möglichst viele Moden des Kamms für die Stabilisierung zu nutzen. Um dies zu tun, muß der Freie-Spektral-Bereich (und damit die Länge) des Referenzresonators ein rationales Vielfaches der Pulswiederholrate sein. Aus praktischen Gründen wurde die Resonatorlänge so gewählt, daß jede zehnte Mode resonant ist. Bei einer Repetitionsrate von ca. 82 MHz ergibt sich daraus eine Resonatorlänge von ungefähr 18 cm.

Wählt man die Länge des Resonators kürzer als die des Laserresonators, wie in diesem Fall geschehen, ist zu bedenken, daß sich die Breite einer Resonanz des Referenzresonators um den Faktor f_{rep}/FSR gegenüber der im cw-Betrieb $\Delta f_{1/2} = \frac{\text{FSR}}{\pi}(1-R)$ vergrößert wird, wobei R die Reflektivität der Spiegel bezeichnet. Aus Arbeiten von [Fis04] oder [YCIB99] ist bekannt, daß sich der Laser leicht auf ein Prozent der Linienbreite des Referenzoszillators stabilisieren läßt. Bei einer angestrebten Breite von 50 kHz (dies alles gilt jetzt nur für Zeitskalen, auf den Driften der Referenz vernachlässigbar sind), ergibt sich somit insgesamt eine anzustrebende Finesse von 1600. Eine solche moderate Finesse läßt sich mit Spiegeln erreichen, die lediglich eine Reflektivität von $R = 99.8\%$ aufweisen.

Um den Resonator von äußeren Einflüssen, insbesondere Temperaturschwankungen, Luftströmungen und Schall, zu isolieren befindet er sich in einem Vakuumtank. Eine Lagerung des Spacers auf Edelmetallkugeln reduziert die Wärmeankopplung des Spacers an den Tank. Der Vakuumtank selbst wird mit einer Ionengetterpumpe auf einem Druck von 10^{-8} mbar gehalten. Umgeben wird der Vakuumtank von einer Schall und wärmeisolierenden Kiste aus Holz, Steinwolle und Styropor.

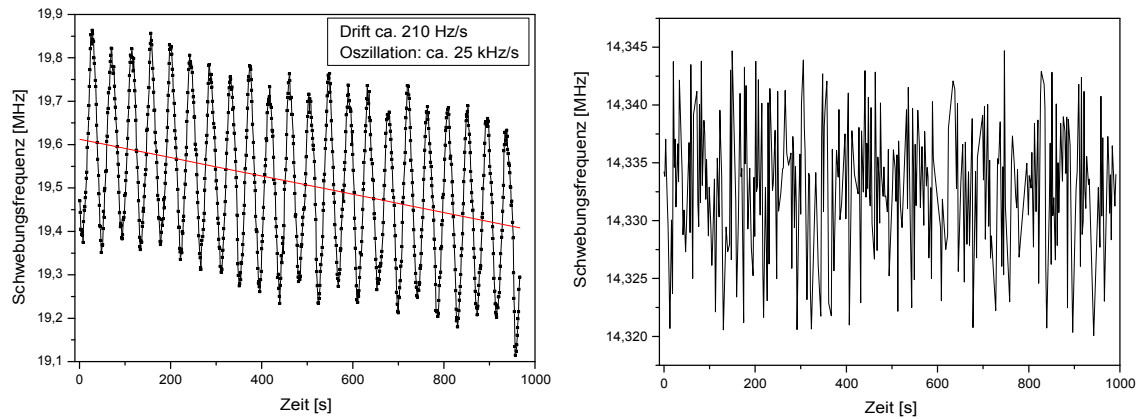


Abbildung 4.3: Schwebungsfrequenz bei 820 nm zwischen einer Mode des Ti:Sa-Lasers und einer auf die Atomuhr referenzierte Laserdiode vor (links) und nach (rechts) der Optimierung des Systems. Die Oszillationen konnten auf Fehler bei der Temperatursteuerung für den Referenzresonator zurückgeführt werden. Man achte auf die unterschiedlichen Frequenzskalen links und rechts.

Obwohl ULE sich durch einen verschwinden oder zumindest sehr geringen ($< 10^{-8}$) linearen Temperaturschwankungskoeffizienten auszeichnen sollte, reagiert der aufgebauete Resonator leider, wie Schwebungsmessungen zeigten, trotzdem sehr sensitiv auf Temperaturschwankungen. Es wurde daher viel Zeit darauf verwendet, das bestehende System bezüglich Temperaturstabilität zu optimieren. Im Zuge diese Maßnahmen mußte der in früheren Aufbauten verwendete 6-Kanal-Zwei-Punkt-Regler [Nie01, Fis04] modifiziert werden. Die Schaltpunkte des Reglers sollten nur 1 mK auseinander und die Stabilität bei wenigen μK pro Tag liegen. Durch eine nicht saubere galvanische Trennung zwischen der Meß- und der Leistungselektronik, kam es jedoch im 10 mK-Bereich zu einem Übersprechen der einzelnen Kanäle, was die Leistung des Reglers um eine Größenordnung verschlechterte. Erst eine vollständige optoelektronische Trennung der Schaltungen konnte dies verhindern und erlaubt nun, den Regler mit seinem vollen Potential zu nutzen.

Selbst mit einem perfekt arbeitenden Regler wird die bestmögliche Stabilität nur dann erreicht, wenn die Heizleistungen so gewählt sind, daß die Solltemperatur gerade noch erreicht werden kann. Ist die Heizleistung viel größer, kommt es wegen der Zeit, die die Wärme braucht, um von den Heizelementen zu dem Temperaturfühler zu gelangen, zu einem starken Überschießen der Temperatur, wenn der Regler einschaltet. Die Auswirkungen sind exemplarisch in Abbildung 4.3 links zu sehen. Hier wurde eine Mode des ps-Lasers gegen die Cs-Atomuhr gemessen. Offensichtlich ist die Temperatur des Spacers nur von einem Regler bestimmt, der außerdem noch zu stark heizt, da die Amplitude einer Temperaturänderung von 10 mK entspricht. Aus diesem Grund wurde die Heizleistung jeder einzelnen Heizung in langwierigen Messungen individuell angepaßt. Abbildung 4.4 zeigt das Endresultat. Der nicht geregelte Temperatursensor zeigt über einen Zeitraum von vielen Stunden nur Temperaturänderungen in der Größenordnung ein bis zwei Millikelvin. Das zugehörige Spektrum (siehe Abbildung 4.3 rechts) besteht nun nur noch aus „Rauschen“ und

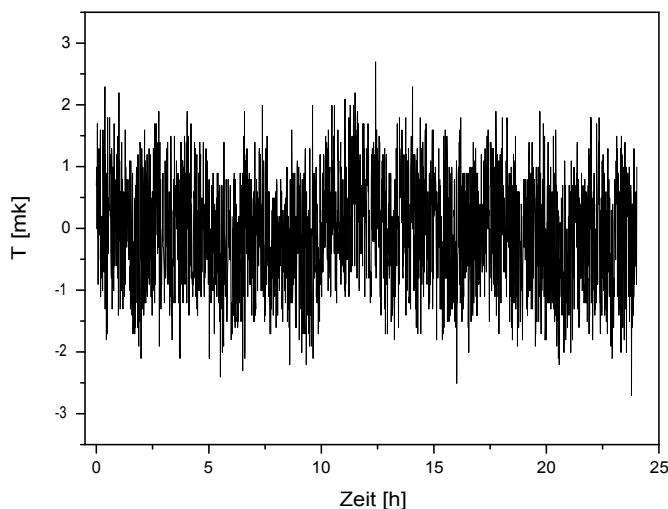


Abbildung 4.4: Temperaturverlauf am Vakuumtank, der den Referenzresonator enthält, über knapp 24 Stunden, nach einer Optimierung des Systems. An dem Vakuumtank befinden sich insgesamt sieben Sensoren vom Typ AD590. Auf sechs der sieben Sensoren wird geregelt. Die vom siebten Sensor gemessene Temperatur ist hier dargestellt.

die Amplitude ist von 100 kHz auf ca. 10 kHz reduziert worden.

Um den Laser für lange Zeiten bei einer Frequenz festzuhalten, reicht jedoch die Stabilisierung auf den Referenzresonator nicht aus. Es wurde daher zusätzlich ein digitaler Regelkreis programmiert, der die Absolutfrequenz einer Mode des Lasers mit Hilfe eines fs-optischen Uhrwerks mißt und konstant hält. Einzelheiten hierzu finden sich im Kapitel 4.1.3.

In dieser Konfiguration ist die Stabilität des Lasers bestimmt worden (Abbildung 4.5). Bei Mittelungszeiten von einer Sekunde schwankt die Laserfrequenz um ca. 3 kHz. Für Zeitintervalle von größer als 60 s wird die digitale Stabilisierung wichtig. Nach 100 s hat diese die Durchschnittsfrequenz des Laser auf 500 Hz genau gehalten.

Das langfristige Ziel für das 1s-3s-Experiment ist eine Bestimmung der Übergangsfrequenz mit einer Genauigkeit von einem Kilohertz, was ein Promille der Linienbreite entspricht. Gelingt dies kann der Fehler in der 1s-Lamb-Verschiebung halbiert

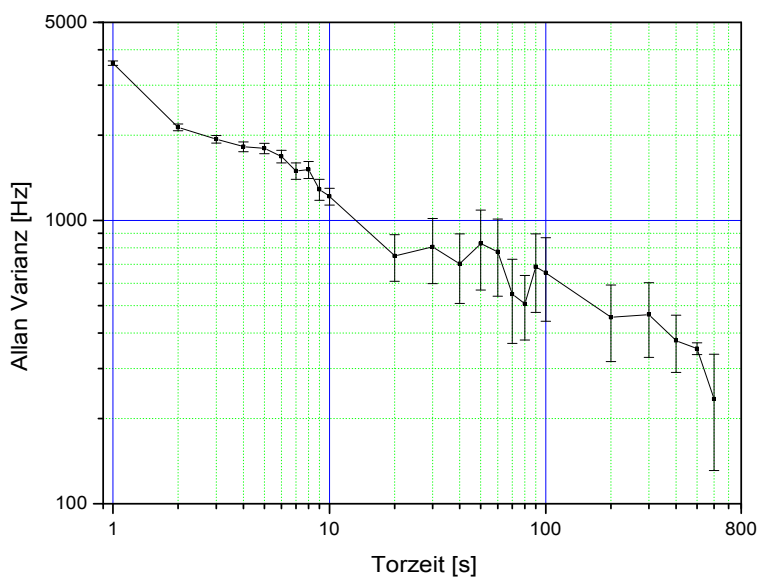


Abbildung 4.5: Allan-Varianz des ps-Lasers. Gemessen wurde das Schwebungssignal einer Mode des ps-Lasers mit einer auf eine Cs-Atom stabilisierte Laserdiode bei 820 nm. Nach etwas über 100 s ist die Allan-Varianz auf 500 Hz abgesunken.

werden. Ein Kiloherz bei der atomaren Frequenz bedeutet aber, daß die Frequenz des Ti:Sa-Lasers auf ca. 100 Hz genau bekannt sein sollte. Soll die Meßzeit im Rahmen bleiben, erfordert dies eine Verbesserung des bisherigen Resonators.

Erzeugung der zweiten und vierten Harmonischen

Der große Vorteil gepulster Laser gegenüber dauerstrich Lasern ist die hohe Spitzenleistung. Nichtlinear von der Intensität abhängige Prozesse wie z. B. die Erzeugung von Harmonischen werden dadurch begünstigt.

Für den 1s-3s Zweiphotonenübergang ist intensive Laserstrahlung bei 205 nm erforderlich. Diese wird durch zweimaliges Frequenzverdoppeln der Ti:Sa-Laserstrahlung erzeugt. Um dem Leser die Notwendigkeit, die erste Frequenzverdopplung so aufzubauen, wie dies dann auch geschehen ist, klar zu machen, möchte ich, entgegen der Reihenfolge im Experiment, den zweiten Schritt vor dem ersten tun, also die Erzeugung von 205 nm aus 410 nm beschreiben:

Der einzige kommerziell erhältliche nichtlineare Kristall der in diesem Wellenlängenbereich noch transparent ist, ist β -Barium-Borat (BBO)³. BBO ermöglicht eine Phasenanpassung für die Erzeugung der zweiten Harmonischen bis 204.9 nm. Der nichtlineare Koeffizient d_{eff} bei Typ I Phasenanpassung (also ooe⁴), der die Kopplung zwischen der Fundamentalen und der zweiten Harmonischen beschreibt, hängt über

$$d_{\text{eff}} = d_{31} \sin(\theta) - d_{22} \cos(\theta) \sin(3\phi) \quad (4.1)$$

mit den Nichtlinearen-Koeffizienten zusammen. θ und ϕ beschreiben in dem einachsigen Kristall in Polarkoordinaten die Orientierung des Polarisations-Einheitsvektors, des einfallenden Lichts, relativ zu den Hauptachsen des Kristalls. Die optische Achse ist dabei entlang der z -Koordinate ausgerichtet. Aus Roberts [Rob92] erhält man:

$$\begin{aligned} d_{22}(1064 \text{ nm}) &= \pm 2.3 \text{ pm/V} \\ d_{31}(1064 \text{ nm}) &= \mp 0.16 \text{ pm/V} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Nähert man sich nun der Grenze der Phasenanpassung, geht θ also gegen 90° , so verschwindet der zweite Term, der den größten d -Koeffizienten d_{22} enthält. Der Phasenanpassungswinkel bei der 1s-3s Frequenz beträgt ca. 87° bei Raumtemperatur. Mit einem Wert von ungefähr 0.28 pm/V ist d_{eff} verglichen mit den möglichen 2.3 pm/V verschwindend klein und damit die Effizienz der SHG gering.

Die Effizienz kann jedoch gesteigert werden, indem die Temperaturabhängigkeit der Brechungsindizes von BBO ausgenutzt wird. Kühlt man den Kristall, verschiebt sich der Phasenanpassungswinkel zu kleineren Winkel hin, was die Effizienz steigert. Zu diesem Zweck wurde ein spezieller Kristallhalter entworfen der es ermöglicht den

³Es existiert ein neuartiger Kristall names SBBO, der sowohl bis 155 nm transparent ist, als auch Phasenanpassung bis unter 200 nm für SHG zulassen soll [CWW⁺95]. Er konnte jedoch bei keinem Händler erstanden werden.

⁴o – ordentliche, e – außerordentliche Polarisation

Kristall mittels Peltier-Elementen auf ca. -10°C abzukühlen, ihn zu verdrehen und der ihn gleichzeitig vor Luftfeuchtigkeit schützt.

Trotz all dieser Maßnahmen konnte mit den ca. 150 mW Laserleistung, die zu diesem Zeitpunkt bei den 410 nm zur Verfügung standen, nur Licht relativ geringer Leistung bei 205 nm erzeugt werden. Da aber die Anregung des Wasserstoffs quadratisch mit der Intensität des eingestrahnten Lichts skaliert, war klar, daß soviel Leistung wie möglich bei 205 nm zur Verfügung stehen sollte. Der einfachste Weg dieses zu erreichen schien zu sein, mit intensiverem Licht bei 410 nm zu starten. Deswegen entschied ich mich, die erste Frequenzverdopplung von 820 nm nach 410 nm innerhalb eines Überhöhungsresonators zu realisieren. Dadurch werden Konversionsraten von bis zu 60% möglich.

Um die volle Leistung des Ti:Sa-Lasers bei der Erzeugung der 410 nm ausnutzen zu können, muß – im Frequenzraum betrachtet – jede Mode des Lasers resonant mit einer Mode des Überhöhungsresonator sein. Mit anderen Worten: der FSR der Überhöhungs-cavity muß genau auf die Pulswiederholrate angepaßt werden. Im Zeitraum bedeutet dies, daß der n -te Puls nach einem Umlauf in der Cavity sich genau mit dem $(n + 1)$ -ten Puls auf dem Einkoppelspiegel konstruktiv überlagert. Da die Pulse des Ti:Sa-Lasers einen zeitlichen Abstand von ca. $\Delta\tau = 12\text{ ns}$ haben, bedeutet dies, daß der Überhöhungsresonator $L = c \cdot \Delta\tau \approx 3.6\text{ m}$ lang sein muß.

Als nichtlineares Medium wird in diesen Fall Lithium Triborat, kurz LBO, eingesetzt. LBO hat zwar einen kleineren Nichtlinearen-Koeffizienten als z. B. BBO, aber auch, unter diesen Umständen, den wesentlich kleineren Walk-Off-Winkel. Ein großer Walk-Off-Winkel verschlechtert einerseits die Frequenzkonversionseffizienz [BK68] und führt andererseits zu einem stark astigmatischen Strahl in der zweiten Harmonischen. Eine schlechte Strahlqualität in der zweiten Harmonischen wirkt sich wiederum negativ auf die Erzeugung der vierten Harmonischen aus. Ein kleiner Walk-Off-Winkel ist also im doppelten Sinne von Vorteil und veranlaßte mich, LBO zu verwenden. Die leicht geringere Konversionseffizienz kann außerdem durch einen richtig abgestimmten Überhöhungsresonator ausgeglichen werden.

Die Überhöhung im Resonator ist durch folgende Formel gegeben:

$$\ddot{U} = \frac{1 - R}{(1 - \sqrt{RV})^2}. \quad (4.3)$$

R beschreibt hierin die Reflektivität des Einkoppelspiegels und V faßt alle Verluste im Resonator zusammen. Aus Gleichung (4.3) folgt, daß die maximale Überhöhung erreicht wird, wenn der $R = V$ ist. Die Transmission des Einkoppelspiegels muß also so gewählt werden, daß sie die Verluste im Resonator ausgleicht. Ist dies der Fall spricht man in Anlehnung an die Elektrotechnik, von einem „impedanzangepaßten“ Resonator.

Schwierig wird es hier dadurch, daß die Verluste, welche nahezu ausschließlich durch den (erwünschten) Energietransfer von der Fundamentalen in die zweite Harmonische entstehen, selbst von der Überhöhung abhängen. Nach Boyd [Boy92] besteht bei

fester Kristalllänge zwischen der Leistung in der Fundamentalen und in der zweiten Harmonischen der Zusammenhang:

$$P_{2\omega} \propto \tanh^2 \left(\eta \sqrt{P_\omega} \right). \quad (4.4)$$

η ist ein Maß für die Konversionseffizienz bei einfachem Durchgang, die experimentell bestimmt werden kann. Wenn $R = V$, ist die Leistung in der Cavity

$$P = \frac{1}{1 - R} P_0 \quad (4.5)$$

Nimmt man nun an, daß die Verluste nur durch die SHG entstehen, folgt aus den Gleichungen (4.3), (4.4) und (4.5) nach einigen Umformungen:

$$\left[\frac{\tanh^{-1}(\sqrt{1 - R})}{\eta} \right]^2 = \frac{P_0}{1 - R}. \quad (4.6)$$

Die Gleichung läßt sich schnell mittels eines Computer-Algebra-Programms numerisch lösen. Setzt man die aus dem Experiment bekannten Werte von $P_0 = 1.8 \text{ W}$ und $\eta = 10\%$ ein, so ergibt sich ein optimales R von 75%.

Nach Optimierung aller Parameter konnten im Experiment schließlich 65% der Leistung von 820 nm nach 410 nm konvertiert werden. Ein Teil dieser Leistung wird jedoch direkt an der Kristalloberfläche, welche im Brewsterwinkel für die Fundamentalwelle geschnitten (o-polarisiert) ist, reflektiert (s-polarisiert). Die Fresnel-Verluste betragen hier ca. 15%. Hinzu kommen außerdem noch Verluste im Prozent-Bereich durch den Auskoppelspiegel. Zur Verfügung stehen so im Endeffekt durchschnittlich 800 mW bei 410 nm.

Aus den 800 mW können dann im zweiten Verdopplungsschritt, der oben beschrieben wurde, maximal 40 mW bei 205 nm erzeugt werden. In dem in Paris durchgeführten, vergleichbaren Experiment steht dagegen nur ein Milliwatt zur Anregung zur Verfügung.

4.1.2 Vakuumapparatur

Die Wechselwirkungszone zwischen Licht und Atomen befindet sich in dem selben Vakuumgefäß, welches auch für die 1s-2s-Spektroskopie benutzt wurde. In diesem Falle wurde jedoch auf das differentielle Pumpen verzichtet und auch der Überhöhungsresonator wurde, da seine Länge nicht passend war, entfernt. Innerhalb des Vakuumtopfes befinden sich stattdessen nun ein Newton'sches 1:1 Teleskop und zwei Photomultiplier (PMT) für die Detektion des Fluoreszenzlichtes. Die zwei Freiheitsgrade des Teleskops (Abstand der Linsen und Mittelpunkt bezogen auf die Düse) lassen sich mittels elektrischer Stellmotoren von außen verändern.

Die Detektion des Signals erfolgt in drei Kanälen. Der erste Kanal zählt die Ereignisse des PMT, der den Zerfall vom 3s in den 2p-Zustand detektiert. In Anlehnung

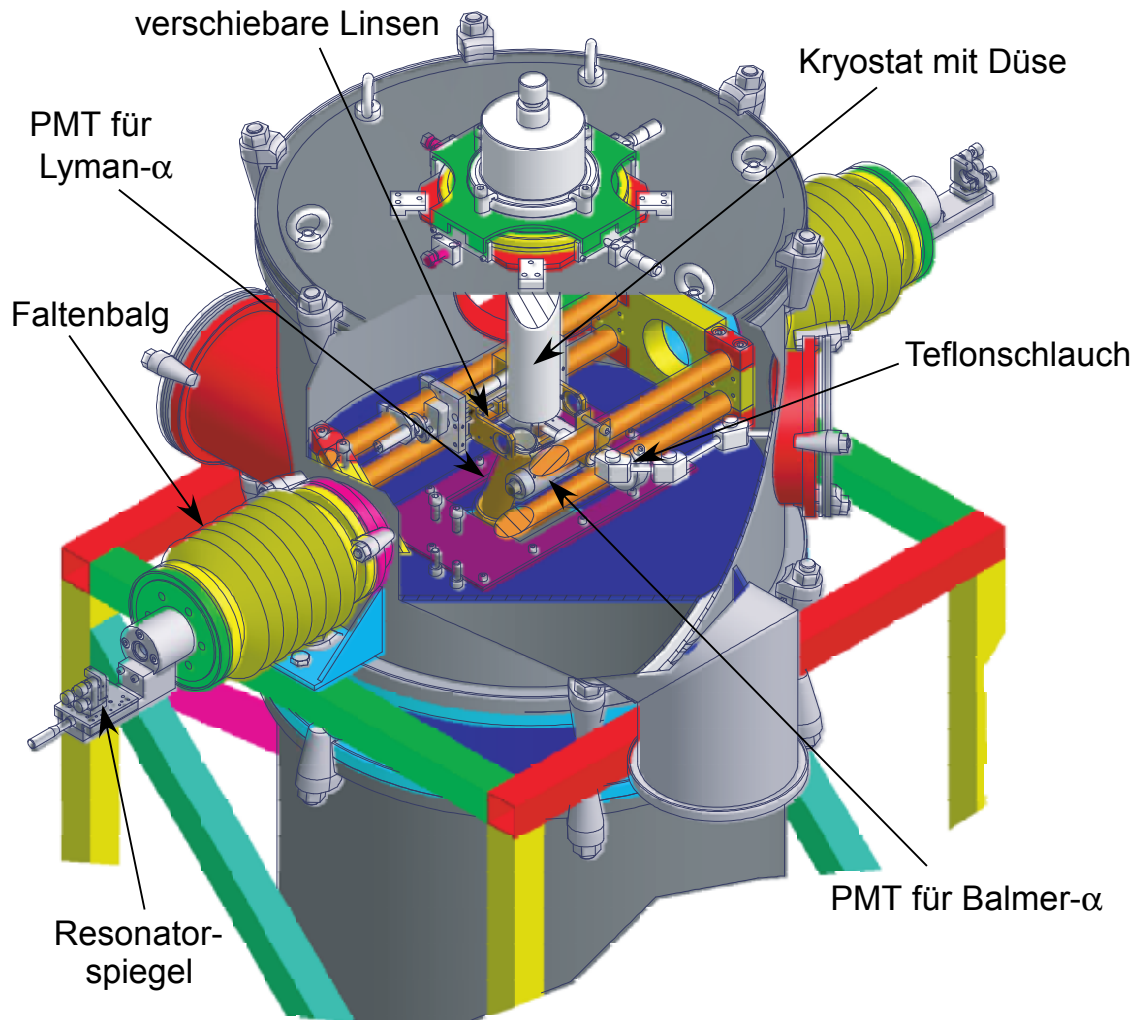


Abbildung 4.6: Schnitt durch den Vakuumtopf, so wie er für die Messung der $1s-3s$ -Frequenz benötigt wird. Die Spiegel an den Enden der Faltenbälge bilden zusammen mit den Linsen innerhalb des Topfes den Überhöhungsresonator für die 205 nm. Der Resonator ist mechnisch durch die Faltenbälge vom Rest des Topfes entkoppelt und direkt mit dem optischen Tisch verbunden.

an die Farbe des Fluoreszenzlichtes im folgenden als „roter“ PMT bezeichnet. Befindet sich das Atom im $2p$ -Zustand zerfällt es quasi instantan ($\tau_{2p} = 1.6$ ns) unter Emission eines Lyman- α -Photons in den Grundzustand. Diese Photonen werden vom zweiten (blauen) PMT „gesehen“ und im zweiten Kanal gezählt. Interferenzfilter der entsprechenden Wellenlängen befinden sich vor beiden PMTs.

Die Quanteneffizienz des blauen ist nur ca. halb so groß wie für den roten PMT, aber auch die Untergrundzählrate sollte deutlich geringer sein. Der rote PMT zählt nämlich leider auch alle Balmer- α -Photonen, die in der Gasentladung erzeugt werden und über den Teflonschlauch, der die Gasentladung mit der Düse verbindet, in den Bereich der PMT geleitet werden. Die Lyman- α -Photonen können hingegen das Teflon nicht als Lichtleiter nutzen.

Im dritten Kanal wird die Koinzidenz der beiden Kanäle gezählt, um so den Untergrund noch weiter zu unterdrücken.

Die Düse, an der der Wasserstoff auf nahezu flüssig-Helium-Temperatur abgekühlt wird, befindet sich in Mitten des Resonators für 205 nm. Dieser soll einerseits den zeitlichen und räumlichen Überlapp des vor- und rücklaufenden Strahl sicherstellen und andererseits die Intensität des Lichts bei 205 nm erhöhen. Der Wechselwirkungsbereich, der zum dopplerfreien Signal beiträgt, ist durch den Überlappbereich des hin- bzw. des rücklaufenden Pulses bestimmt. Die Pulse haben eine Dauer von $\Delta\tau = 1.5$ ps, was einer Länge von ungefähr 0.5 mm entspricht. Nur in diesem Bereich funktioniert die Anregung gemäß dem in den Grundlagen beschriebenen Schema. Es macht daher keinen Sinn, einen größeren b -Parameter als 0.5 mm zu wählen. Mathematisch kann dies durch folgende einfache Überlegung nachgewiesen werden: Die Anzahl der angeregten Atome ist bei konstanter Dichte proportional zu

$$N_{ex} \propto \int_0^\infty \rho^2 d\rho \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-l/2}^{l/2} dz I^2(\rho, z). \quad (4.7)$$

Wobei $l = c\Delta\tau$ die räumliche Länge eines Pulses ist. Nimmt man für $I(\rho, z)$ eine Verteilung gemäß einer Gauß'schen TEM₀₀-Mode, also

$$I(\rho, z) = I_0 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-2\left(\frac{\rho(z)}{w(z)}\right)^2} \quad (4.8)$$

mit $w(z)^2 = w_0^2 \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right)$ und $z_0 = \frac{b}{2}$

an, läßt sich das Integral leicht berechnen und führt zu dem Ergebnis

$$N_{ex} \propto \arctan \left(\frac{l}{b} \right). \quad (4.9)$$

Man sieht sofort, daß l und b in der gleichen Größenordnung sein müssen um den arctan in die Nähe von eins zu bringen.

Alles in allem ergaben sich für den Resonator bei 205 nm folgende Randbedingungen:

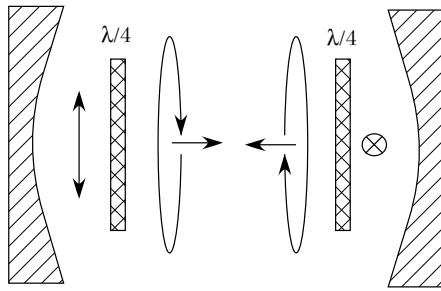


Abbildung 4.7: Um die Anregung in d -Zustände zumindest teilweise zu unterdrücken, muß mit σ^+/σ^- -Licht angeregt werden. Gleichzeitig ist darauf zu achten, daß sich das Licht am Einkoppelspiegel (hier links) wieder konstruktiv überlagern muß.

- b -Parameter in der WW-Zone ungefähr 0.5 mm
- möglichst wenige Spiegel, da die besten Spiegel, die bestellt werden konnten, eine maximale Reflektivität von 98,5% besitzen
- die Länge des Resonators muß vergleichbar mit der Länge des Lasers sein, da sonst ein Großteil der Moden nicht eingekoppelt werden kann
- jeweils zwei Pulse müssen sich in der Mitte des Resonators treffen

Um die Quadratur des Kreises zu vollziehen, wurde um das Vakuumgefäß ein 1.2 m langer Überhöhungsresonator konstruiert, der aus zwei planen Spiegel außerhalb und zwei Linsen ($f=50$ mm) innerhalb des Vakuumgefäßes besteht. Um einen kleinen b -Parameter trotz der großen Resonatorlänge zu erzielen, muß der Resonator am Rande des Stabilitätsbereiches betrieben werden. Der Spiegelabstand von 1.2 m entspricht einem Freien-Spektralbereich von 120 MHz ($= 3/2$ Pulswiederholrate) und gewährleistet, daß sich die Pulse exakt in der Mitte des Resonators treffen.

Falls, zur Unterdrückung der $1s$ - $3d$ -Linien, eine Anregung mit σ^+/σ^- -Licht erwogen wird, ist eine Änderung der Polarisation im Resonator erforderlich. Ein möglicher Weg dies zu erreichen ist in Abbildung 4.7 gezeigt.

Da der $3s$ -Zustand nur eine Lebensdauer von $1 \mu s$ hat, zerfallen die Atome nahezu an der Stelle, an der sie auch angeregt wurden ($\bar{v} \approx 350 \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta s = 1 \mu s \cdot 350 \frac{m}{s} = 0.3$ mm). Die Photomultiplier, die das Fluoreszenzlicht, welches beim Zerfall des $3s$ in den $2p$ bzw. vom $2p$ in den $1s$ -Zustand entsteht, detektieren, befinden sich demnach direkt auf Höhe der Wechselwirkungszone. Eine technischer Zeichnung des gesamten „Wasserstoff-Topfes“ mit Resonator und Photomultipliern ist in Abbildung 4.6 zu bewundern.

4.1.3 fs-optisches-Uhrwerk

Um die Frequenz des $1s$ - $3s$ -Übergangs zu bestimmen, muß die optische Frequenz, die bei ca. 3×10^{15} Hz liegt, mit einem primärem Frequenzstandard, der im Radiofrequenzbereich liegt, verglichen werden. Optische Frequenzen sind aber so hoch, daß sie nicht ohne weiteres elektronisch gezählt werden können. Es wird also ein Gerät benötigt, das optische Frequenzen in Radiofrequenzen umwandelt ohne Informationen wie z. B. die Phase zu verlieren. Ein solches Gerät ist der optische Frequenzkammgenerator. Das hier verwendete System wurde von Ronald Holzwarth während

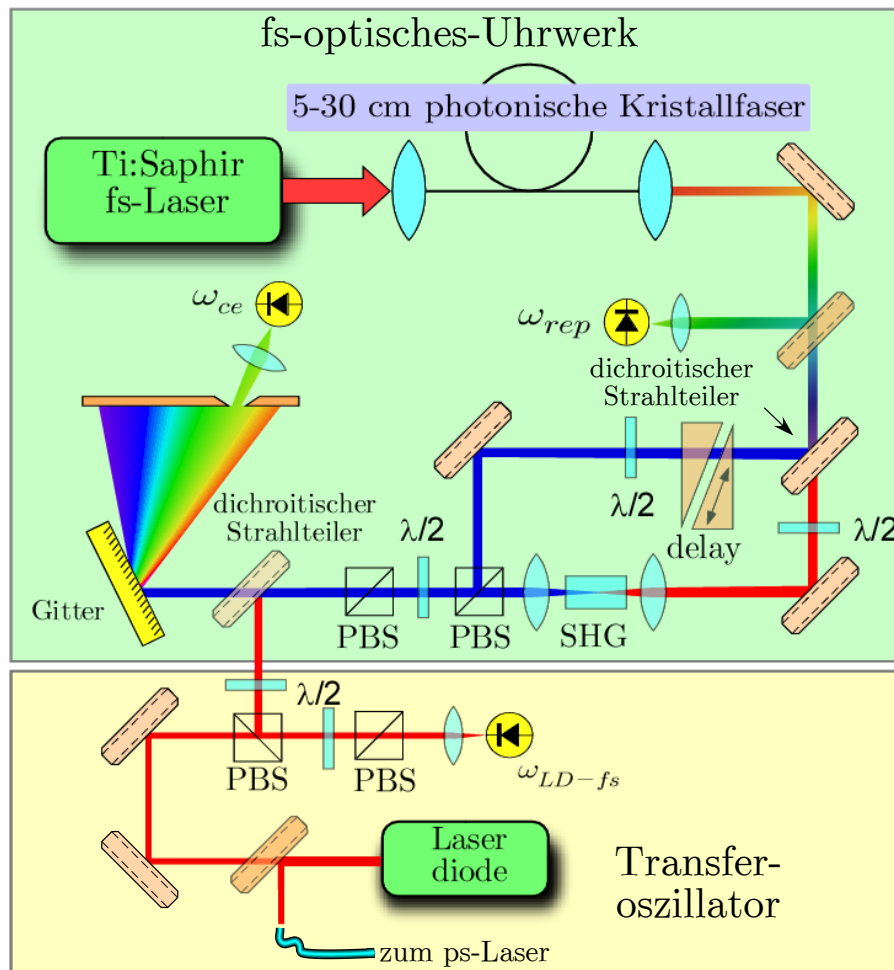


Abbildung 4.8: Schematischer Aufbau der Frequenzkamm-Generators, wie er zur Messung der Absolutfrequenz verwendet wird. Die Laserdiode dient als Transferoszillator zwischen dem fs- und dem ps-Laser.

seiner Doktorarbeit aufgebaut. Es wurden jedoch für diese Messung einige Veränderungen vorgenommen, die erstens eine effizientere Detektion der Offsetfrequenz und außerdem eine weniger intensive Betreuung des Systems erlauben. Im folgenden soll das System kurz beschrieben werden. Eine ausführlichere Beschreibung findet sich z. B. in [Hol01, Ude04].

Das Herz des optischen Frequenzkammgenerators ist ein modengekoppelten fs-Laser, der Pulse in *regelmäßigen* zeitlichen Abständen emittiert. Der Laser besteht aus einem Ringresonator mit sechs geschirpten Spiegeln, und hat lediglich eine Länge von 37.5 cm. Innerhalb des Resonators befindet sich neben dem Ti:Sa-Kristall außerdem noch ein neu eingebauter motorisierter Quarzkeil im Brewster-Winkel, der eine Änderung der Offset-Frequenz über einen weiten Bereich erlaubt.

In den Grundlagen wurde gezeigt, daß sich aus der regelmäßigen zeitlichen Abfolge der Pulse ein Kamm aus äquidistanten Moden im Frequenzraum ergibt. Wie wird nun aber die Verbindung zwischen diesen Moden und einem Frequenzstandard, wie z.B. eines Cs-Atomuhr, hergestellt? Ein Frequenzkamm besitzt zwei spektra-

le Freiheitsgrade, nämlich die Pulswiederholrate und die Carrier-Envelope-Offset-Frequenz, welche sich beide im Radiofrequenzbereich befinden. Können beide *phasenstarr* auf die Referenz einer Atomuhr zurückgeführt werden, hat man einen Frequenz-„meterstab“ im optischen geschaffen, dessen Markierungen so genau bekannt sind wie die Frequenz der Referenz.

Die Pulswiederholrate bei 800 MHz läßt sich nahezu mit beliebigem Signal-zu-Rausch-Verhältnis detektieren und phasenstarr auf eine Referenz stabilisieren. Das Regelsignal verstellt mittels einer Piezokeramik die Länge des Laserresonators und erlaubt daher eine Regelbandbreite von ungefähr 10 kHz.

Deutlich schwieriger zugänglich ist die Offset-Frequenz f_0 . Deren Stabilisierung gelang erstmals 1999 Reichert und Udem [RNH⁺00]. War dies aber noch mit großen experimentellen Schwierigkeiten verbunden, vereinfachte sich der Aufwand dramatisch mit der Entwicklung eines Frequenzkamms, dessen Spektrum eine Oktave umfaßte. Dies bedeutet, daß sowohl f als auch $2 \times f$ im Spektrum enthalten sind. Das eine Oktave breite Spektrum wird jedoch nicht direkt im Laserresonator erzeugt. Die Laserpulse werden vielmehr in einer Photonischen-Kristall-Faser⁵ extern verbreitet. Durch die spezielle Strukturierung zerfließt der Puls innerhalb dieser Faser langsamer als in einer „single-mode“-Faser. Durch die hohen Leistungsdichten werden nichtlineare Prozesse wie Vier-Wellen-Mischen möglich und so kann das Spektrum von vorher weniger als 20 nm auf weit über 650 nm verbreitert werden. Einer der Veränderungen gegenüber dem Originalsystem betrifft diese Faser. Anstelle der „nackten“ PCF kam hier eine sog. „Pig-Tail-Fibre“ zum Einsatz: An die PCF wurde zur stabileren und effizienteren Einkopplung ein Stück Single-Mode-Faser angeschweißt. Die gesamte Faser wurde anschließend in einen speziell angefertigten Halter eingegossen und erlaubt nun einen nahezu wartungsfreien Betrieb über viele Stunden.

Ist das Spektrum eine Oktave breit, läßt sich f_0 durch eine Schwebungsmessung bestimmen. Dazu wird das „rote Ende“ des Kamms frequenzverdoppelt und anschließend mit dem „blauen Ende“ auf einer Photodiode überlagert, die bei f_0 ein Schwebungssignal zeigt. Warum dies so ist, soll exemplarisch an einem Modenpaar gezeigt werden. Aus den Grundlagen ist bekannt, daß sich jede Kammode als $f_n = n f_{rep} + f_0$ schreiben läßt. Bildet man nun in einem nichtlinearen Kristall – meistens wird Kaliumniobat verwendet – die zweite Harmonische, läßt sich diese Frequenz als $f_{SHG} = 2n f_{rep} + 2f_0$ schreiben. Die Frequenz f_{SHG} ist, sofern der Kamm eine Oktave breit ist, aber auch im ursprünglichen Frequenzkamm enthalten und läßt sich daher auch als $f_m = m f_{rep} + f_0$ darstellen. Bei der Überlagerung auf einer Photodiode schweben diese beide Frequenzen gegeneinander. Setzt man $m = 2n$ ergibt sich eine Schwebungsfrequenz bei genau f_0 . Was für die n -te Mode gilt, gilt natürlich auch für die $n + 1$ und viele weitere Moden. In Wahrheit werden ungefähr 1000 Moden frequenzverdoppelt und die Summe aus den Signalen benutzt, um das Schwebungssignal bei f_0 zu detektieren. Als Stellelement im Laser dient die Pumpleistung, die mittels eines EOMs und eines Polarisationsstrahlteilers verändert werden kann. Eine Variation in der Pumpleistung ändert leicht die Dispersion im Laserkristall und damit auch das f_0 [H⁺00, HI01].

⁵Im Englischen photonic crystal fibre oder auch kurz PCF genannt

Um die Frequenz einer Mode des ps-Lasers zu bestimmen, muß diese Mode zusammen mit einer Mode des Frequenzkammgenerators auf einer Photodiode überlagert werden. Dies ist nur dann möglich, wenn die Pulswiederholrate des einen ein ganzzahliges Vielfaches des anderen Lasers ist und beide aufeinander phasenstabilisiert sind. Um die Pulswiederholraten anzugleichen, wäre ein Umbau des im fs-optischen Uhrwerks arbeitenden Lasers nötig gewesen. Eine weitere Schwierigkeit besteht in der Tatsache, daß die Pulse des fs-Lasers nur wenige $10\ \mu\text{m}$ im Ortsraum lang sind. Da beide Pulse gleichzeitig auf die Photodiode treffen müssen, stellt dies hohe Anforderung an die gesamte Stabilität des Aufbaus. Deswegen entschloß ich mich den Umweg über einen dauerstrich Laser zu beschreiten. Der Phase eines cw Laser, in diesem Fall eine Laserdiode, wird dazu auf eine Mode des Frequenzkammgenerators stabilisiert. Anschließend wird der Frequenzunterschied zwischen der Frequenz der Laserdiode und einer Mode des ps-Lasers bestimmt. Bei der Laserdiode handelt es sich um eine auf ein Gitter stabilisierte Laserdiode (Design gemäß [RWE⁺95]), die speziell für diese Messung aufgebaut wurde. Das Licht des Halbleiterlasers wird mit einer Glasfaser zu dem optischen Tisch, auf dem der ps-Laser steht, geführt. Dort wird das Schwebungssignal zwischen Laserdiode und ps-Laser aufgenommen, was durch die vergleichsweise hohe Leistung in jeder einzelnen Mode des ps-Lasers mit gutem Signal-zu-Rausch-Verhältnis ($> 50\ \text{dB}$) geschehen kann.

Sind die Repetitionsrate f_{rep} und die Offsetfrequenz f_0 des fs-Lasers und die beiden Schwebungsfrequenzen, der Schwebungen zwischen Laserdiode und Frequenzkamm $f_{\text{LD-fs}}$ und zwischen Laserdiode und ps-Laser $f_{\text{LD-ps}}$ bekannt, ergibt sich die Frequenz der betrachteten Mode des ps-Lasers zu:

$$f_{\text{ps-Laser}} = n f_{\text{rep}} \pm f_0 \pm f_{\text{LD-fs}} \pm f_{\text{LD-ps}} \quad (4.10)$$

n läßt sich leicht mit einem Wavemeter bestimmen. Die Frequenz des Lasers muß dafür nur besser als 800 MHz bekannt sein, wozu handelsübliche Wavemeter, z. B. das HighFinesse WS7 mit einer absoluten Bestimmung der Frequenz auf besser als 100 MHz [Hig] ausreichen. Die Vorzeichen können durch Beobachten der Schwebungsfrequenzen bei Änderungen der Laser-Frequenzen bestimmt werden.

Der beschriebene Frequenzmeßlink ermöglicht es auch den ps-Laser für lange Zeiten ($t > 60\ \text{s}$) bei einer Frequenz festzuhalten. Dies geschieht folgendermaßen: Als erstes werden drei Kontroll-Zähler ausgelesen und entschieden, ob die Laserdiode noch auf ihrer Soll-Frequenz last. Anschließend wird das Schwebungssignal zwischen Laserdiode und ps-Laser ausgelesen. Weicht es vom Sollwert ab, verändert der Computer die Frequenz des ps-Lasers, indem er die Frequenz des AOMs zwischen Laser und Referenzresonator ändert, derart, daß der Sollwert wieder erreicht wird. Durch die gleichzeitige Stabilisierung des ps-Lasers auf eine Cavity und die Atomuhr werden die Vorteile der beiden Systeme optimal genutzt. Die Cavity bietet für kurze Zeiten eine hohe Stabilität und ermöglicht so die Aufnahme schmaler Linien. Die Atomuhr andererseits garantiert zusammen mit dem Frequenzkamm Langzeitstabilität und damit lange Mittelungszeiten für eine Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses.

4.2 Stand des Garchinger Experimentes & Ausblick

Um dem Leser keine falschen Hoffnungen zu machen, das Wichtigste gleich vorweg: Während der zwei Jahre, die ich an diesem Projekt gearbeitet habe, ist es mir nicht gelungen ein Signal zu detektieren, geschweige denn die $1s$ - $3s$ -Frequenz absolut zu messen. In diesem Kapitel wird daher nur beschrieben, wie der augenblickliche Stand des Experiments ist, welche Probleme einen erfolgreichen Abschluß des Experiments bisher verhinderten und wie diese vielleicht behoben werden könnten.

In der Version 0 war das Experiment im Sommer letzten Jahres fertig aufgebaut. Es bestand aus einem auf einen Referenzresonator stabilisierten ps-Laser, den zwei Frequenzverdopplungen und dem Wasserstoffatomstrahl. In diesem befand sich ein 1:1 Teleskop mit zwei $f = 50$ mm Linsen und ein Photomultiplier, um die Fluoreszenz bei Balmer- α zu detektieren. In einem Abstand von $\frac{c}{f_{rep}/2} \approx 1.8$ m hinter der Wechselwirkungszone befand sich ein Spiegel, der das Licht in sich selbst zurückreflektiert hat. In einem vierwöchigen Anlauf wurde versucht, die Resonanz zu finden. Während dieses Versuches wurde der Abstand des hinteren Spiegel und die Frequenz des Lasers variiert. Das neu geschriebene, LabView-basierte Programm zur Datenerfassung und Steuerung des Experimentes funktionierte zwar reibungslos, eine Resonanzkurve wollte sich in den Daten jedoch nicht zeigen. Ein wesentlicher Schwachpunkt in dieser Konfiguration war, daß trotz aller Bemühungen bei der Justage nicht sicher gestellt werden konnte, daß sich hin- und rücklaufender Puls sowohl räumlich als auch zeitlich im Fokus überlappen.

Nach reiflicher Überlegung beschloß ich daher, daß 205 nm-Laserlicht resonant zu überhöhen. Dies versprach erstens mehr Lichtleistung (zur Erinnerung: die Zählrate wächst quadratisch mit der Intensität) und zweitens, und dies war und ist der eigentliche Grund für diesen Zug, konnte ich so bei richtig gewählter Symmetrie sicherstellen, daß sich die Pulse in der Mitte des Resonators treffen.

Während der sich zwangsweise ergebenden Wartezeit auf die nötigen optischen und mechanischen Komponenten zog ich den Frequenzkamm aus dem „Nachbarlabor“ in das Wasserstofflabor um. Nach einigen Umbauten an dem System war ich so in der Lage, sowohl den Spektroskopie-Laser wie auch den Frequenzkamm gleichzeitig zu betreiben. Mit Hilfe der sich so ergebenden Möglichkeit, die Absolutfrequenz des Spektroskopielasers quasi in „real time“ zu messen, konnte ich einen weiteren Freiheitsgrad bei der Signalsuche eliminieren. Simultan erweiterte ich die Software derart, daß die Frequenz des ps-Lasers auf die Atom-Uhr stabilisiert werden konnte. Somit wurden Mittelungszeiten von beliebiger Dauer möglich.

Als dann schließlich die benötigte Optik/Mechanik zur Verfügung stand begann der Aufbau des Resonators für die 205 nm. Nach vielen vergeblichen Versuchen den Resonator auf eine hohe Finesse zu justieren maß ich, um die letzte und unwahrscheinlichste Möglichkeit für die Probleme auszuschließen, die Absorption der Linsen, welche sich in dem Resonator befanden, aus. Unwahrscheinlich deshalb, weil spezielle, laut Hersteller „deep-uv“-fähige, Linsen aus Quarz beschafft worden waren. Zur allgemeinen Verblüffung absorbierte eine Linse jedoch 15% (gemeint ist hier Volumen-Absorption und nicht etwa Fresnel-Reflexion an der Linsenoberfläche).

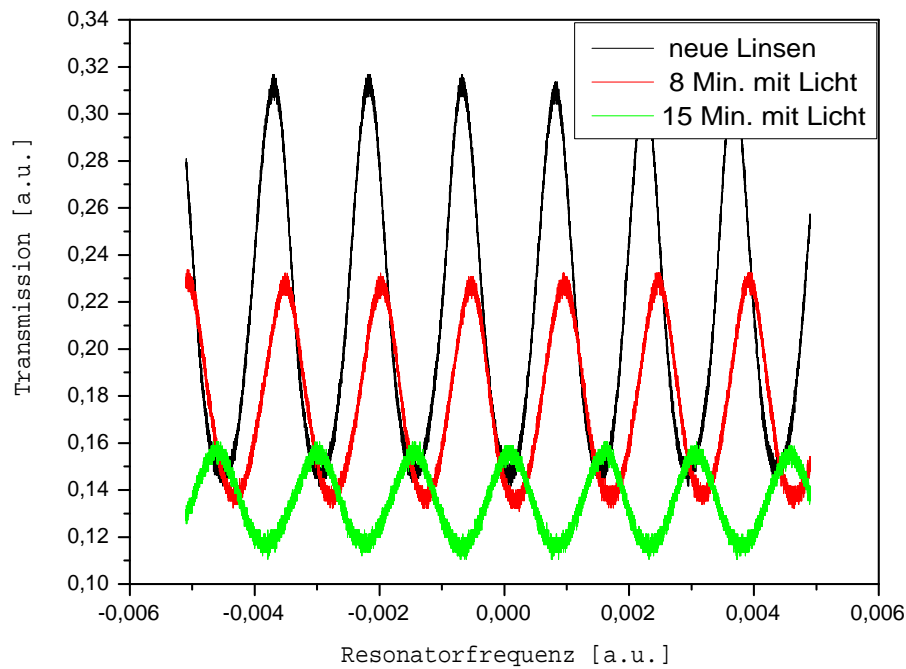


Abbildung 4.9: Transmissionsignal durch den 205-Resonator. Gesamt wurde die Länge der Cavity bei fester Laserfrequenz. Bereits nach 15 Minuten ist der Kontrast auf 25% des ursprünglichen Wertes zurückgegangen.

Mit zwei Linsen innerhalb des Resonators und doppeltem Durchgang summierten sich so die Verluste auf 50%.

Sprichwörtlich mit der „Faust in Tasche“ bestellte ich bei vier verschiedenen Herstellern wiederum Quarz-Linsen und schickte diese erneut zur Antireflex-Beschichtung an die Firma „Laseroptik“ in Garbsen.

Zwischenzeitlich baute ich neben den Photomultiplier für das Blamer- α -Licht auch noch eine Detektion für das kurz nach dem „roten“ entstehende „blaue“-Photon auf. Zusätzlich wurde mittels NIM-Elektronik ein Koinzidenz-Zähler Schema realisiert.

Anfang März diesen Jahres schien letztendlich alles für eine erfolgreiche Messung beisammen zu sein. Der Resonator bei 205 nm funktionierte hinreichend gut, Spektroskopielaser, Frequenzverdopplungstufen, Frequenzkamm, Laserdiode, Vakuumsystem mit Entladung und „Data-Acquisition-Software“ waren online.

Zu meinem großen Entsetzen verringerte sich die Finesse des 205 nm-Resonators jedoch unter Vakuum auf einer Minuten-Skala (siehe Abbildung 4.9). Nach einigen Untersuchungen konnten Justage-Probleme ausgeschlossen und das Problem auf die Anti-Reflexschicht der Linsen zurückgeführt werden. Diese scheint unter Vakuum und UV-Licht ihren Dienst zu verweigern. Bereits nach einer viertel Stunde ist die Finesse des Resonators auf ein zehntel seines ursprünglichen Wertes gefallen.

Den erschwerten Umständen trotzend, entschloß ich mich einen weiteren Anlauf zur Signalsuche zu unternehmen. Ungeachtet langer Integrationszeiten, Koinzidenz-Zählung und Absolutfrequenz-Kalibrierung gelang mir es nicht ein Signal vom Un-

tergrund zu isolieren, obwohl nicht nur bei der $1s-3s$ sondern auch bei der beinahe sechs mal stärkeren $1s-3d$ -Linie (vgl. Abbildung 2.10) gesucht wurde.

Die nicht funktionierende AR-Beschichtung reduziert nämlich nicht nur die Überhöhung im Resonator, sondern erhöhte auch die Dunkelzählrate des Lyman- α -PMT dramatisch. Dieser ist zwar „solar blind“ und außer dem durch einen Interferenzfilter für 121.6 nm vor Streulicht geschützt, zählte allerdings trotzdem noch etwa 15 000 Klicks in der Sekunde. Der PMT für das entstehende rote Licht sieht zwar nicht das Streulicht des Lasers, dafür aber die Gasentladung, die selbstverständlich auch bei Balmer- α Licht erzeugt. Die Gasentladung befindet sich zwar außerhalb der Vakuumkammer aber sichtbares Licht kann den Teflonschlauch der benutzt wird, um den atomaren Wasserstoff möglichst verlustfrei von zu leiten, als Lichtleiter benutzen. So gelangt relativ viel rotes Licht von der rund 30 cm entfernten Entladung in die Nähe des PMT und erzeugt so ca. 2 000 „Dunkel-Counts“ in der Sekunde. Mit diesen Zählraten und einem Koinzidenz-Fenster von 100 ns ergab sich so eine Koinzidenzrate von immerhin noch einigen 10 pro Sekunde.

Ausgehend von der in Kapitel 2.3.3 abgeschätzten Zählrate von 450 pro Sekunde, hätte sich das Signal jedoch trotz der hohen Zahl an Hintergrundereignissen zeigen müssen. Die 450 stimmen allerdings nur bei einer Intensität im Fokus von 100 MW/m^2 . Sollte z.B. durch eine schlechtere Fokussierung oder durch die hohen Verluste in der Cavity die Intensität auf 20 MW/m^2 abfallen, führt dies zu einer drastisch reduzierten Eventrate von nur noch 15 Hz, welche sich nur sehr schwer vom Untergrund trennen ließe. Erschwerend hinzu kommt noch, daß der Untergrund nicht nur den normalen statistischen Schwankungen des Schrot-Rauschens unterworfen ist, sondern der gesamte Aufbau „zu atmen“ scheint. So ändert sich der Untergrund den die Entladung verursacht auf Minutenskala, obwohl die Temperatur der Entladungskammer stabilisiert ist und außerdem auf konstanten Druck und konstante eingekoppelte Leistung in die Entladung geachtet wurde.

Was kann man tun?

Eine Verbesserung des 205 nm-Resonators spielt meiner Meinung nach eine Schlüsselrolle für das zukünftige Gelingen des Experimentes. Wie bereits oben beschrieben, beeinflusste dies die Anregungsrate und die Dunkel-Zählrate gleichermaßen positiv. Linsen aus Fluorid-Substraten und AR-Beschichtungen, die den, zugegeben, harten experimentellen Bedingungen wie Hoch-Vakuum, kalte Temperaturen und UV-Bestrahlung standhalten, wären eine nicht zu überschätzenden Verbesserung.

Weitere sinnvolle Evolutionsstufen wären z.B:

- Eine Abbildung des Wechselwirkungsvolumen auf die Photomultiplier. Mit Hilfe geeigneter Optik könnte so der Raumwinkel der Detektion vergrößert und außerdem die Dunkel-Zählrate weiter reduziert werden. Der Einbau eines Blendensystems zur Unterdrückung von Streulicht, welches vom Laser selbst und von der Gasentladung verursacht wird, wäre ebenfalls empfehlenswert.

- Eine Lock-In-Messung um den Untergrund, insbesondere das langsame „Atmen“ des Aufbaus zu unterdrücken. Moduliert werden könnte beispielsweise die Laserfrequenz: Datenaufnahme auf der Resonanz, anschließend schnelles Verstimmen des Laserfrequenz um einen festen Betrag dann Aufnahme des Untergrunds. Diese Schritte könnten dann so häufig wiederholt werden bis die gewünschte Integrationszeit erreicht wurde und würde sowohl Schwankung der Dunkelzählrate bedingt durch Änderung der Laserleistung als auch zeitliche Variationen der Gasentladung eliminieren.
- Denkbar wäre auch, eine völlig andere Hauptstoßrichtung bei der Detektion des Signals einzuschlagen: Der hohe Untergrund, der auf beiden PMT zusehen ist, motiviert eigentlich dazu, nicht Photonen sondern Ionen zu zählen. Dazu müßten die in den $3s$ -Zustand angeregten Wasserstoffatome durch einen zweiten, leistungsstarken Laser ionisiert werden. Dieser Laser könnte z. B. die Fundamentale des ps-Lasers selbst sein. Die 820 nm entsprechen genau der Energiedifferenz zwischen dem $|n = 3\rangle$ -Zustand und dem Kontinuum. Der maximale Wirkungsquerschnitt für die Ionisierung des $3s$ -Zustandes beträgt $2.521 \times 10^{-17} \text{ cm}^2$ [Haa]. Um den Zustand mit Wahrscheinlichkeit nahe eins innerhalb seiner Lebensdauer zu ionisieren ist demnach eine Intensität von ca. 9 kW/cm^2 erforderlich. Nimmt man an, daß 1 W bei 820 nm zur Verfügung stehen, müßten diese auf einen Fokus der Länge von 27 mm ($w_0 \approx 60 \mu\text{m}$) fokussiert werden. Bei einer Lebensdauer von 158 ns und einer mittleren Geschwindigkeit von 350 m/s ergibt sich eine mittlere Flugstrecke von $55 \mu\text{m}$, welche verglichen mit der Länge des Fokus klein ist.

Die erzeugten Ionen müßten dann zuerst, um einen systematischen Fehler durch eine dc-Stark-Verschiebung vorzubeugen, durch ein schwaches elektrisches Feld aus der Wechselwirkungszone abgesaugt werden, bevor sie anschließend auf Kiloelektronenvolt nachbeschleunigt werden könnten. Ionen mit solcher Energie lassen sich einer Quanteneffizienz von nahe 100% nachgewiesen werden. Nicht die 100% sind aber das Entscheidende, sondern vielmehr, daß so der Untergrund bis auf die Dunkelzählrate des Chaneltrons reduziert werden kann.

Literaturverzeichnis

- [APB60] L. W. Anderson, F. M. Pipkin, and J.C. Baird. Precision determination of the hyperfine structure of the groundstate of atomic hydrogen, deuterium and tritium. *Phys. Rev. Lett.*, 4:69, 1960.
- [APM83] Jr Allen P. Mills. Line-shape effects in the measurement of the positronium hyperfine interval. *Phys. Rev. A*, 27:262, 1983.
- [BC77] E.V. Baklanov and V. P. Chebotaev. Two-photon absorption of ultrashort pulses in a gas. *Sov. J. Quantum Electron.*, 7:1252, 1977.
- [BCD76] E.V. Baklanov, V. P. Chebotaev, and B. Ya. Dubetskii. The resonance of two-photon absorption in separated optical fields. *Applied Physics*, 11:201, 1976.
- [BdBN⁺96] S. Bourzeix, B. de Beauvoir, F. Nez, M. D. Plimmer, F. de Tomasi, L. Julien, and F. Biraben. High resolution spectroscopy of the hydrogen atom: Determination of the 1s lamb shift. *Phys. Rev. Lett.*, 76:384, 1996.
- [Bea86] Raymond Gerad Beausoleil. *Continuous Measurement of the 1s-2s Transition Frequency in Atomic Hydrogen*. PhD thesis, Stanford University, 1986.
- [BFQ77] F. Bassani, J. J. Forney, and A. Quattropiani. Choice of gauge in two-photon transitions: 1s-2s transition in atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 39(17):1070, 1977.
- [BH86] R. G. Beausoleil and T. W. Hänsch. Ultrahigh-resolution two-photon optical ramsey spectroscopy of an atomic fountain. *Phys. Rev. A*, 33:1661, 1986.
- [BHB95] D. J. Berkeland, E. A. Hinds, and M. G. Boshier. Precise optical measurement of lamb shifts in atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 75:2470, 1995.
- [BJ89] B.H. Bransden and C.J. Joachain. *Introduction to Quantum Mechanics*. Longman, 1989.
- [BK68] G. D. Boyd and D. A. Kleinman. Parametric interaction of focused gaussian light beams. *J. of Appl. Phys.*, 39:3597, 1968.

- [BM84] Keith D. Bonin and Thomas J. McIlrath. Two-photon electric-dipole selection rules. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1(1):52, 1984.
- [Boh13] Niels Bohr. On the constitution of atoms and molecules. *Philosophical Magazine*, 26:1, 1913.
- [Boy92] Robert W. Boyd. *Nonlinear Optics*. Academic Press, 1992.
- [BR38] G. Breit and I. Rabi. Measurement of nuclear spin. *Phys. Rev.*, 38:2082, 1938.
- [Bre30] G. Breit. Possible effects of nuclear spin on x-ray terms. *Phys. Rev.*, page 1447, 1930.
- [BS77] Hans A. Bethe and Edwin E. Salpeter. *Quantum Mechanics of One- and Two-Electron Atoms*. Plenum Publishing Corp., 1977.
- [CDA⁺88] A. Clairon, B. Dahmani, O. Acef, M. Granveaud, Yu S. Dornin, S. B. Pouchkine, V. M. Tatarenkov, and R. Felder. Recent experiments leading to the characterization of the performance of portable (he-ne)/ch4 lasers: Part ii: Results of the 1986 lptf absolute frequency measurements. *Metrologia*, 25:9, 1988.
- [CF02] Xavier Calmet and Harald Fritzsch. Symmetry breaking and time variation of gauge couplings. *Phys. Lett. B*, 540:173, 2002.
- [Cri73] M.D. Crisp. Adiabatic-following approximation. *Phys. Rev. A*, 8(4):2128, 1973.
- [CWW⁺95] Chuangtian Chen, Yebin Wang, Baichang Wu, Keche Wu, Wenlun Zeng, and Linhua Yu. Design and synthesis of an ultraviolet-transparent nonlinear optical crystal $Sr_2Be_2B_2O_7$. *Nature*, 373:322, 1995.
- [Dav69] W. D. Davison. 2s. *J. Phys. B*, 2:1110, 1969.
- [dBNJ⁺97] B. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, B. Cagnac, and F. Biraben. Absolute frequency measurement of the 2s-8s/d transitions in hydrogen and deuterium: New determination of the rydberg constant. *Phys. Rev. Lett.*, 78:440, 97.
- [dBSA⁺00] B. de Beauvoir, C. Schwob, O. Acef, L. Jozefowski, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, A. Clairon, and F. Biraben. Metrology of the hydrogen and deuterium atoms: Determination of the rydberg constant and lamb shifts. *Eur. Phys. J. D*, 12:61, 2000.
- [DH⁺83] R. Drever, J. Hall, et al. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Appl. Phys. B*, 31:97, 1983.
- [Dir28] P.A.M. Dirac. The quantum theory of the electron, i. *Proceedings of the Royal Society (London)*, page 610, 1928.

- [EFH78] J. N. Eckstein, A. I. Ferguson, and T. W. Hänsch. High-resolution two-photon spectroscopy with picosecond light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 40:847, 1978.
- [F⁺04] Marc Fischer et al. New limits on the drift of fundamental constants from laboratory measurements. *Phys. Rev. Lett.*, 92:230802, 2004.
- [FCBH85] C. J. Foot, B. Couillaud, R. G. Beausoleil, and T. W. Hänsch. Continuous-wave two-photon spectroscopy of the 1s-2s transition in hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 54:1913, 1985.
- [Fer30] E. Fermi. *Z. f. Physik*, 60:320, 1930.
- [Fey48] R. P. Feynman. A relativistic cut-off for classical electrodynamics. *Phys. Rev.*, 74:939, 1948.
- [Fis04] Marc Fischer. Höchstauflösende Spektroskopie an atomaren Wasserstoff. Dissertation, LMU, 2004.
- [For85] P. Forman. *Proc. IEEE*, 73:1181, 1985.
- [G⁺05] Christoph Gohle et al. A frequency comb in the extreme ultraviolet. *Nature*, to be published, 2005.
- [GKR60] H. M. Goldenberg, D. Kleppner, and N. F. Ramsey. Atomic hydrogen maser. *Phys. Rev. Lett.*, 5:361, 1960.
- [GR90] J.E.M. Goldsmith and L.A. Rahn. Doppler-free two-photon excited fluorescence spectroscopy of atomic hydrogen in flames. *Optics Letters*, 15(14):814, 1990.
- [GT64] F. Gires and P. Tournois. Interferometre utilisable pour la compression d'impulsions lumineuses modulees en frequence. *COMPTES RENDUS HEBDOMADAIRES DES SEANCES DE L ACADEMIE DES SCIENCES*, 258:6112, 1964.
- [H⁺00] R. Holzwarth et al. Optical frequency synthesizer for precision spectroscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 85:2264, 2000.
- [Haa] Martin Haas. private communication.
- [HBN⁺02] G. Hagel, R. Battesti, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben. Observation of a motional stark effect to determine the second-order doppler effect. *Phys. Rev. Lett.*, 82:203001, 2002.
- [Hei25] Werner Heisenberg. Matrizenmechanik. *Zeitschr. f. Phys.*, 33:879, 1925.
- [HGWH99] A. Huber, B. Gross, M. Weitz, and T. W. Hänsch. High-resolution spectroscopy of the 1s-2s transition in atomic hydrogen. *Phys. Rev. A.*, 59:1844, 1999.

- [HI01] H.A. Haus and E.P. Ippen. Group velocity of solitons. *Opt. Lett.*, 26(21):1654, 2001.
- [Hig] HighFinesse.com. *Wavelength Meter WS7*.
- [HK99] V. W. Hughes and T. Kinoshita. Anomalous g-values of the electron and muon. *Rev. Mod. Phys.*, 71:133, 1999.
- [HMW63] L. N. Hand, D. G. Miller, and Richard Wilson. Electric and magnetic form factors of the nucleon. *Rev. Mod. Phys.*, 35:335, 1963.
- [HNB02] G. Hagel, F. Nez, and F. Biraben. Analysis and observation, on an atomic resonance, of the frequency shift due to the length modulation of an optical cavity. *Appl. Optics*, 41:7702, 2002.
- [Hol01] Ronald Holzwarth. Measuring the frequency of light using femtosecond laser pulses. Dissertation, LMU, 2001.
- [Hou36] W. V. Houston. A new method of analysis of the structure of h_α and d_α . *Phys. Rev.*, 51:446, 1936.
- [HRK56] Juergen W. Heberle, Haskell A. Reich, and P. Kusch. Hyperfine structure of the metastable hydrogen atom. *Phys. Rev.*, 101:612, 1956.
- [HSS72] T. W. Hänsch, I.S. Shahin, and A. L. Schawlow. Optical resolution of the lamb shift in atomic hydrogen by laser saturation spectroscopy. *Nature Phys. Sc.*, 235:63, 1972.
- [Hub97] Andreas Huber. Höchstauflösende Präzisionspektroskopie am atomaren Wasserstoff, 1997.
- [HUG⁺98] A. Huber, Th. Udem, B. Gross, J. Reichert, M. Kourogi, K. Pachucki, M. Weitz, and T. W. Hänsch. Hydrogen-deuterium 1s-2s isotope shift and the structure of the deuteron. *Phys. Rev. Lett.*, 80:468, 1998.
- [JD01] R. Jason Jones and Jean-Claude Diels. Stabilization of femtosecond lasers for optical frequency metrology and direct optical to radio frequency synthesis. *Phys. Rev. Lett.*, 86:3288, 2001.
- [JDJR00] R. Jason Jones, Jean-Claude Diels, Jayesh Jasapara, and Wolfgang Rudolph. Stabilization of the frequency, phase, and repetition rate of [...] to a reference cavity. *Optics Com.*, 175:409, 2000.
- [JMS99] Ulrich D. Jentschura, Peter J. Mohr, and Gerhard Soff. Calculation of the electron self-energy for low nuclear charge. *Phys. Rev. Lett.*, 82(1):53, 1999.
- [JMTY05] R. Jason Jones, Kevin D. Moll, Michael J. Thorpe, and Jun Ye. Phase-coherent frequency combs in the vacuum ultraviolet via high-harmonic generation inside a femtosecond enhancement cavity. *Phys. Rev. Lett.*, page 193201, 2005.

- [K⁺01] Franz Kottmann et al. The muonic hydrogen lamb shift experiment at psi. *Hyperfine Interact.*, 138:55, 2001.
- [Kak93] Michio Kaku. *Quantum Field Theory – A Modern Introduction*. Oxford University Press, 1993.
- [Kar99] Savely G. Karshenboim. What do we actually know about the proton radius? *Can. J. Phys.*, 77:241, 1999.
- [KF47] P. Kusch and H. M. Foley. Precision measurement of the ratio of the atomic g-values in the p-2(3/2) and p-2(1/2) states of gallium. *Phys. Rev.*, 72:1256, 1947.
- [KFKH04] N. Kolachevsky, P. Fendel, S. G. Karshenboim, and T. W. Hänsch. 2s hyperfine structure of atomic deuterium. *Phys. Rev. A*, 70:062503, 2004.
- [KFSH04] N. Kolachevsky, M. Fischer, G. Karshenboim S. and T.W. Hänsch. High-precision optical measurement of the 2s hyperfine interval in atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 92:033003, 2004.
- [KFW⁺98] Thomas C. Killian, Dale G. Fried, Lorenz Willmann, David Landhuis, Stephen C. Moss, Thomas J. Greytak, and Daniel Kleppner. Cold collision frequency shift of the 1s- 2s transition in hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 81:3807, 1998.
- [KI02] S. G. Karshenboim and V. G. Ivanov. Hyperfine structure of the ground and first excited states in light hydrogen-like atoms and high-precision qed. *Eur. Phys. J. D*, 19:13, 2002.
- [L⁺99] W. Liu et al. High precision measurements of the ground state hyperfine structure interval of muonium and of the muon magnetic moment. *Phys. Rev. Lett.*, 822:711, 1999.
- [Lei95] Diedrich Leibfried. Präzisionsspektroskopie an atomarem Wasserstoff. Dissertation, LMU, 1995.
- [LP86] S. R. Lundeen and F.M. Pikin. *Metrologia*, 22(1):9, 1986.
- [LR47] W.E. Lamb and R.C. Retherford. Fine structure of the hydrogen atom by a microwave method. *Phys. Rev.*, 72:241, 1947.
- [LR95] W. Leidemann and R. Rosenfelder. Deuteron nuclear polarization shifts with realistic potentials. *Phys. Rev. C*, 51:427, 1995.
- [ME73] C.L. Morgen and E. S. Ensborg. Precise hyperfine pressure-shift measurements for hydrogen isotopes in argon. *Phys. Rev. A*, 7:1494, 1973.
- [MES01] H. Grotch M. Eides and V. Shelyuto. Theory of light hydrogenlike atoms. *Phys. Rep.*, 342:63, 2001.

- [MKP96] A. I. Milshtein, I. B. Khriplovich, and S. S. Petrosyan. Recoil d. *JETP*, 82:616, 1996.
- [MSL⁺04] Adela Marian, Matthew C. Stowe, John R. Lawall, Daniel Felinto, and Jun Ye. United time-frequency spectroscopy for dynamics and global structure. *Science*, 306:2063, 2004.
- [MT05] Peter J. Mohr and Barry N. Taylor. Codata recommended values of the fundamental physical constants: 2002. *Rev. Mod. Phys.*, 2005.
- [N⁺00] M. Niering et al. Measurement of the hydrogen 1s-2s transition frequency by phase coherent comparison with a microwave cesium fountain clock. *Phys. Rev. Lett.*, 84:5496, 2000.
- [Nie00] Markus Niering. Doppler-freie Zweiphotonen-Spektroskopie an atomarem Wasserstoff. Dissertation, LMU, 2000.
- [Nie01] Claudia B. T. Niesel. Ultrastabiler Resonator für die höchstauflösende Wasserstoffspektroskopie. Diplomarbeit, TU München, 2001.
- [NNR47] J. E. Nafe, E. B. Nelson, and I. I. Rabi. The hyperfine structure of atomic hydrogen and deuterium. *Phys. Rev.*, 71:914, 1947.
- [Pac01] Krzysztof Pachucki. Logarithmic two-loop corrections to the lamb shift in hydrogen. *Phys. Rev. A.*, 63:042503, 2001.
- [PJ03] Krzysztof Pachucki and Ulrich D. Jentschura. Two-loop bethe-logarithm correction in hydrogenlike atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 91(11):113005, 2003.
- [PLW⁺96] K. Pachucki, D. Leibfried, M. Weitz, A. Huber, W. König, and T. W. Hänsch. Theory of the energy levels and precise two-photon spectroscopy of atomic hydrogen and deuterium. *J. Phys. B*, 29:177, 1996.
- [PW77] M. H. Prior and E. C. Wang. Hyperfine structure of the 2s state of ³He⁺. *Phys. Rev. A*, 16:6, 1977.
- [QBC82] A. Quattropani, F. Bassani, and Sandra Carillo. Two-photon transitions to excited states in atomic hydrogen. *Phys. Rev. A*, 25(6):3079, 1982.
- [Ram50] Norman F. Ramsey. A molecular beam resonance method with separated oscillating fields. *Phys. Rev.*, 78:695, 1950.
- [Ram90] Norman F. Ramsey. Experiments with separated oscillatory fields and hydrogen masers. *Rev. Mod. Phys.*, 62:541, 1990.
- [Ram93] Norman F. Ramsey. Experiments with trapped hydrogen atoms and neutron. *Hyperfine Interact.*, 81:97, 1993.

- [REHW84] M. W. Ritter, P. O. Egan, V. W. Hughes, and K. A. Woodle. Precision determination of the hyperfine-structure interval in the ground state of positronium. *Phys. Rev. A*, 30:1331, 1984.
- [RH00] N. E. Rothery and E. A. Hessels. Measurement of the 2s atomic hydrogen hyperfine interval. *Phys. Rev. A*, 61:044501, 2000.
- [RHK56] Haskell A. Reich, Juergen W. Heberle, and P. Kusch. Hyperfine structure of the metastable deuterium atom. *Phys. Rev.*, 104:1585, 1956.
- [Rig02] John S. Rigden. *Hydrogen – The Essential Element*. Harvard Univ. Press, 2002.
- [RLD68] S. Ray, J.D. Lyons, and T. P. Das. Hyperfine pressure shift and van der waals interactions. i. hydrogen-helium system. *Phys. Rev.*, 174:104, 1968.
- [RNH⁺00] J. Reichert, M. Niering, R. Holzwarth, M. Weitz, Th. Udem, and T.W. Hänsch. Phase coherent vacuum-ultraviolet to radio frequency comparison with a mode-locked laser. *Phys. Rev. Lett.*, 84:3232, 2000.
- [Rob92] D. A. Roberts. *IEEE J.*, 28:2057, 1992.
- [Ros00] R. Rosenfelder. Coulomb corrections to elastic electron proton scattering and the proton charge radius. *Phys. Lett. B*, 479:381, 2000.
- [RSVDS87] Jr. Robert S. Van Dyck, Paul B. Schwinberg, and Hans G. Dehmelt. New high-precision comparison of electron and positron g factors. *Phys. Rev. Lett.*, 59:26, 1987.
- [Rul98] C. Rullière, editor. *Femtosecond Laser Pulses*. Springer, 1998.
- [RWE⁺95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König, and T. W. Hänsch. A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics. *Optics Com.*, 117:541, 1995.
- [SBRF95] M. J. Snadden, A. S. Bell, E. Riis, and A. I. Ferguson. Two-photon spectroscopy of laser-cooled rb using a mode-locked laser. *Optics Comm.*, 125:70, 1995.
- [Sch26] Erwin Schrödinger. An undulatory theory of the mechanics of atoms and molecules. *Phys. Rev.*, 28:1049, 1926.
- [Sch48] Julian Schwinger. On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron. *Phys. Rev.*, 73:416, 1948.
- [Sch94] Silvan S. Schweber. *QED and the men who made it*. Princeton University Press, 1994.

- [SFD69] H. A. Schüssler, E.N. Forton, and H.G. Dehmelt. Hyperfine structure of the ground state of 3He^+ by the ion-storage exchange-collision technique. *Phys. Rev.*, 187:5, 1969.
- [Sho90] Bruce W. Shore. *The Theory of coherent atomic excitation*. John Wiley & Sons, 1990.
- [SJdB⁺99] C. Schwob, L. Jozefowski, B. de Beauvoir, L. Hilico, F. Nez, L. Julien, and F. Biraben. Optical frequency measurement of the 2s-12d transitions in hydrogen and deuterium: Rydberg constant and lamb shift determinations. *Phys. Rev. Lett.*, 82:4960, 1999.
- [Ste63] Morton M. Sternheim. State-dependent mass corrections to hyperfine structure in hydrogenic atoms. *Phys. Rev.*, 130:211, 1963.
- [TEH76] R. Teets, J. Eckstein, and T. W. Hänsch. Coherent two-photon excitation by multiple light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 38:760, 1976.
- [TMH90] H. R. Telle, D. Meschede, and T. W. Hänsch. Realization of a new concept for visible frequency division: phase locking of harmonic and sum frequencies. *Optics Letters*, 15:532, 1990.
- [TO48] Sin-Itiro Tomonaga and J. R. Oppenheimer. On infinite field reactions in quantum field theory. *Phys. Rev.*, 74:224, 1948.
- [TTSC86] J. H. Tung, A. Z. Tang, G. J. Salamo, and F. T. Chan. Two-photon absorption of atomic hydrogen from two light beams. *J. Opt. Soc. Am. B.*, 3:837, 1986.
- [Ude04] Thomas Udem. *Die Messung der Frequenz von Licht mit modengekoppelten Lasern*. MPQ Report 293, 2004.
- [WHSK⁺95] M. Weitz, A. Huber, F. Schmidt-Kaler, D. Leibfried, W. Vassen, C. Zimmermann, K. Pachucki, and T. W. Hänsch. Precision measurement of the 1s ground-state lamb shift in atomic hydrogen and deuterium by frequency comparison. *Phys. Rev. A*, 52(4):2664, 1995.
- [Wil38] Robley C. Williams. The fine structures of h_α and d_α under varying discharge conditions. *Phys. Rev.*, 54:558, 1938.
- [WR72] D. J. Wineland and N.F. Ramsey. Atomic deuterium maser. *Phys. Rev. A*, 5:821, 1972.
- [WSG66] W.L. Weise, M.WE. Smith, and B.M. Glennon. *Atomic Transition Probabilities Volume I*. Natl. Stand. Ref. Data Ser. Natl. Bur. Stand., 1966.
- [WSKH94] M. Weitz, F. Schmidt-Kaler, and T.W. Hänsch. Precision measurement of the hydrogen and deuterium 1s ground state lamb shift. *Phys. Rev. Lett.*, 72(3):328, 1994.

- [WZU⁺05] Stefan Witte, Roel Th. Zinkstok, Wim Ubachs, Wim Hogervorst, and Kjeld S. E. Eikema. Deep-ultraviolet quantum interference metrology with ultrashort laser pulses. *Science*, 307:400, 2005.
- [YCIB99] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist. Visible lasers with subhertz linewidths. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3799, 1999.
- [YS01] V. A. Yerokhin and V. M. Shabaev. One-loop self-energy correction to the 1s and 2s hyperfine splitting in h-like systems. *Phys. Rev. A*, 64:012506, 2001.
- [Zwa61] Daniel E. Zwanziger. α^3 corrections to hyperfine structure in hydrogenic atoms. *Phys. Rev.*, 121:1128, 1961.

Symbole und Abkürzungen

Symbol	Bedeutung
a_0	Bohr'scher Radius
$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$	Magnetische Induktion
c	Lichtgeschwindigkeit
e	Elementarladung
E_F	Fermienrgie
$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$	Elektrisches Feld
$F = j + I$	Gesamtdrehimpuls
g_I	Kern g-Faktor
g_J	Elektron g-Faktor
\hbar	Planck'sches Wirkungsquantum/ 2π
I	Kernspin
$j = l + s$	Hüllendrehimpuls
l	Bahndrehimpuls
m_e	Elektronmasse
m_N	Kernmasse
μ_B	Bohr'sches Magneton
μ_N	Kernmagneton
n	Hauptquantenzahl
\mathbf{P}	Polarisations-Einheits-Vektor
R_∞	Rydberg-Konstante
ω_{an}	$\omega_a - \omega_n$
ω_{ce}	Carrier-Envelope-Offset-Frequenz
ω_{rep}	Pulswiederholrate

Danke!

Bevor ich das Kapitel „Doktorarbeit“ schlieÙe, ist es gleichermaßen meine Pflicht und Schuldigkeit wie mein Privileg, mich bei den Menschen zu bedanken, ohne die diese Arbeit nicht möglich gewesen wäre:

Als erstes ist natürlich Prof. Hänsch zu nennen, der mich als einfachen „Jungen aus dem Pott“ in seine renommierte Arbeitsgruppe aufnahm und mir damit eine einmalige Chance bot. Ich danke ihm auch dafür, daß er mir den Freiraum ließ, den ich bei der Gestaltung der Arbeit brauchte und trotzdem immer wußte was ich gerade anstellte und mich so vor manchem Irrweg bewahren konnte.

„The one and only“ Thomas Udem, der mir in Zeiten „rauhes Meer“, als ich die Orientierung verloren hatte, ein neues Experiment anbot und mir so die Rückkehr auf den richtigen Kurs ermöglichte danke ich aufrichtig. Über das hinaus stand er immer für Fragen und Diskussionen bereit und ließ mich stets von seinem umfangreichen Wissen über die Physik im allgemeinen und speziell über Frequenzkämme, Phasenlocks und Frequenzmessungen profitieren.

Prof. Habs sei für die Übernahme des Zweitgutachtens, für sein nie endenwollendes Interesse an Wasserstoff und die wirklich unkomplizierte Art der Zusammenarbeit gedankt.

Mein ganz besonderer Dank gilt Wolfgang Simon und Karl Linner. Beide haben mich weit über das ihnen die Pflicht gebietende Maß hinaus unterstützt. Ohne ihre Hilfe wäre diese durch den kompletten Neubau eines Experimentes geprägte Arbeit nicht möglich gewesen. Wolfgang – herausragender Konstrukteur und Feinmechaniker – bei der Arbeit zu beobachten ist jedem, der nur ein bißchen Gefühl für Technik hat, eine wahre Freude. Charly stand mir immer hilfsbereit und ansprechbar zur Seite, wenn es um konstruktive Probleme oder auch mal einen konkreten Tip beim Drehen oder Fräsen ging. Ebenso wichtig war natürlich auch Helmut Brückner. Als Meister der Temperaturregelungen und Ansprechpartner bei aller Art von elektronischen Problemen war er stets eine große Hilfe. Neben der vielen technischen Unterstützung, die mir die drei gewährten, bleiben aber auch die manch aufmunternden Worte, die über viele Durststrecken während dieser Arbeit hinweghalfen, unvergessen.

Nikolai Kolachevsky spielte ebenfalls eine entscheidene Rolle in dem „Stück“ Doktorarbeit. Er wies mich in die Geheimnisse des legendären $1s$ - $2s$ -Experiments ein und war durch seine reichhaltigen Erfahrung und sein tiefgehendes Wissen ein immer geschätzter Diskussionspartner. Ohne ihn wäre die Messung an Deuterium nicht möglich gewesen.

Birgit Henrich sei verziehen, daß sie sich mich zum „Kaffee-Süchtigen“ machte und herzlich für ihre Unterstützung gedankt. Selbst von Problemen und Sorgen nicht verschont, hatte sie dennoch immer ein offenes Ohr für die meinen.

Ein großes Danke geht an das gesamte Frequenz-Ketten-Team: Christoph Gohle, Maximilian Herrmann, Ronald Holzwarth und Marcus Zimmermann. Jeder einzelne hat zu dieser Arbeit beigetragen. Marcus überließ mir „seinen“ Frequenzkamm und unterwies mich in seiner Handhabung. Christoph und Max waren stets Kandidaten, die ich mit kniffligen Problemen belästigen konnte. Der Menlo-CEO war immer hilfsbereit und unterstützte mich aktiv, als es um den Umbau des Frequenzkamms ging.

Meinem Leidensgenossen Randolf Pohl möchte ich besonders danken. Wie ich, nicht gerade vom Erfolg verwöhnt, brachte er dennoch Anfang diesen Jahres viel neue Zuversicht mit ins Wasserstofflabor und war trotz der kurzen „warm-up-time“ eine wahre Hilfe.

Ein herzliches „Vergelts Gott!“ möchte ich den Werkstätten am MPQ sagen. Tom Strobl und Simon Trinkgeld, mit den ich persönlich zu tun hatte, aber auch alle anderen Mitarbeiter der Werkstatt haben meine zahlreichen Aufträge immer in vorbildlicher Qualität fertiggestellt und wenn es „brannte“ ging dies oft sogar von einem Tag zum anderen! Gedankt sei auch Herrn Brandl, der mir zahlreiche Spiegel bedampfte und dies teilweise sogar für tiefes UV.

In guter Erinnerung werde ich auch die vielen gemeinsamen „außerlehrpalnmäßigen“ Aktivitäten behalten. Angefangen vom gemeinsamen Grillen am MPQ, über zahl- und ereignisreiche Rad- und Bergtouren im Sommer und Boarden im Winter bis hin zum Frühstückskino, haben diese oft für den nötigen „freien Kopf“ gesorgt. Danke Marcus, Max, Thomas, Tobi und Cristina!

Lebenslauf

8. Februar 1975	geboren in Essen
1985 - 1994	Don-Bosco-Gymnasium in Essen
Juli 1994	Abitur
1994 - 1995	Offizierschule der Luftwaffe in Fürstenfeldbruck
1995 - 2000	Studium der Physik an der Universität Essen
1999 - 2000	Diplomarbeit in der Arbeitsgruppe von Prof. H. F. Döbele Thema: Spektroskopische Untersuchungen von Fluor-Verbindungen in einer RF-Entladung
August 2000	Diplom in Physik
2000 - 2001	„Invited Scholar“ an der Ohio State University in Columbus, Ohio, USA
Juni 2001	„Preis für herausragende Studienleistung“ verliehen durch die Universität Essen
2001 - 2005	Doktorarbeit am Max-Planck-Institut für Quantenoptik, bei Prof. T. W. Hänsch