# Einzelne Kalziumionen in einem optischen Resonator

Dreidimensionale Vermessung der Feldverteilung

Dissertation der Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München

> vorgelegt von Gerhard Robert Guthöhrlein aus Langenhagen

München, den 24.9.2001

1. Gutachter: Prof. Dr. H. Walther

2. Gutachter: Prof. Dr. D. Habs

Tag der mündlichen Prüfung: 19.12.2001

#### Zusammenfassung

Ziel der hier vorliegenden Arbeit war es, ein einzelnes in einer Ionenfalle gespeichertes Kalziumion als Meßsonde für das elektromagnetische Feld eines optischen Resonators zu verwenden. Bei einer Anregungswellenlänge von 397 nm konnte das Feld mit einer Auflösung von 60 nm unterhalb der Beugungsgrenze vermessen werden. Die untere Grenze der Auflösung wird bei Verwendung eines gespeicherten Ions nur durch die Ausdehnung der Wellenfunktion des Ions im Schwingungsgrundzustand des Fallenpotentials bestimmt und kann bei Kühlung des Ions in den Schwingungsgrundzustand weniger als 10 nm betragen. Die Auflösungsgrenze von 60 nm war aufgrund der Doppler-Kühlung durch die Restbewegung des Ions bestimmt.

Auflösungen unterhalb der Beugungsgrenze werden auch bei der Nahfeld-Mikroskopie erreicht, wobei die Auflösung durch die Größe der Meßsonde gegeben ist. Durch die Verwendung einzelner Moleküle als Meßsonde wurden Auflösungen unter 100 nm erzielt. Gemessen wird die Intensitätsverteilung des optischen Nahfeldes durch Detektion des Fluoreszenzlichtes, das vom Molekül in Abhängigkeit seiner Position emittiert wird. Um die Position des Moleküls relativ zur Probe kontrollieren zu können, muß das Molekül in einer Kristallmatrix oder auf einem Substrat fixiert werden mit dem Nebeneffekt, daß das zu messende Feld verändert wird. Diese unerwünschte Beeinflussung der Meßgröße durch die Messung wird bei der Vermessung des Feldes mit einem einzelnen Ion in einer Ionenfalle vermieden. Das zu diesem Zweck entwickelte System aus linearer Ionenfalle und optischem Resonator ermöglicht es, die relative Position zwischen Ion und elektromagnetischem Feld auf Bruchteile der Wellenlänge des Feldes festzulegen und so die unverfälschte Feldverteilung mit hoher Auflösung dreidimensional zu vermessen. Die genaue relative Positionierung von Ion und Resonatormode impliziert dabei die präzise Kontrolle der Kopplung zwischen einem einzelnen Ion und dem elektromagnetischen Feld einer Resonatormode. Das hier vorgestellte System bietet demzufolge auch ideale Voraussetzungen, um Resonator-Quantenelektrodynamik mit einzelnen Ionen durchzuführen.

Experimente, die die Wechselwirkung einzelner Atome mit dem elektromagnetischen Feld einer Resonatormode untersuchen, verwenden bis heute Atome, die den Resonator durchqueren oder im Umkehrpunkt eines atomaren Springbrunnens für wenige Millisekunden im Resonatorfeld verweilen. Diese Messungen beinhalten also immer eine Mittelung über die tatsächlich im Resonatorfeld befindlichen Atome und ihre unterschiedliche Kopplung an das Resonatorfeld. Die Atomstatistik zerstört in diesen Experimenten im allgemeinen nichtklassische Effekte, die in einem idealen System aus einzelnem Atom und Resonatorfeld theoretisch erwartet werden. Die hier beschriebene Anordnung erlaubt dagegen, wie die dreidimensionale Vermessung einer Feldmode zeigt, daß eine exakte Kontrolle über die Ion-Feld Kopplung bei nahezu unbegrenzter Speicherzeit des Ions im Resonatorfeld erreicht wird. Auf den erzielten Ergebnissen aufbauend können Experimente im Bereich der starken Ion-Feld Kopplung durchgeführt werden, bei denen die oben erwähnten Nachteile bisheriger Experimente nicht mehr vorhanden sind. Erstmals eröffnet sich die Möglichkeit der deterministischen Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen und der Konstruktion eines Lasers, der mit nur einem einzigen Ion als aktivem Medium betrieben werden kann.

Zur Lokalisierung eines einzelnen Kalziumions im Resonatorfeld, wurde eine lineare Falle vom Typ eines Quadrupol-Massenfilters konstruiert. Entlang ihrer Achse ist diese Falle in mehrere Speicherzonen unterteilt, in denen jeweils ein einzelnes Kalziumion oder auch eine Kalziumionenwolke gespeichert werden kann. In einer Speicherzone wird die Falle geladen, während die Experimente in einer 2,5 cm entfernten Zone durchgeführt werden, die zwischen den Spiegeln eines Resonators liegt. Auf diese Weise wird eine Aufladung der Spiegel und eine Bedampfung der hochreflektierenden Beschichtung während des Ladens verhindert. Durch die Anordnung mehrerer Gleichspannungselektroden entlang der Fallenachse können Ionenwolken mit hoher Effizienz von der Laderegion in den Bereich zwischen den Resonatorspiegeln verschoben werden. Das Anlegen von Spannungspulsen an die Speicherelektroden der Falle ermöglicht es, die Ionenzahl auf die gewünschte Anzahl zu reduzieren. Die Kühlung der Ionen erfolgt über Dopplerkühlung auf dem  ${}^{2}S_{1/2} \leftrightarrow {}^{2}P_{1/2}$  Übergang bei der Wellenlänge  $\lambda = 397$  nm. Ein einzelnes Ion läßt sich nun im Minimum des Fallenpotentials auf besser als  $\lambda/10$  lokalisieren.

Der optische Resonator besteht aus sphärischen Spiegeln, die eine für 397 nm hochreflektierende dielektrische Beschichtung besitzen. Mit einer Finesse von 3000 und einem Spiegelabstand von 6 mm, lassen sich mit diesem Resonator Experimente im Bereich der schwachen Kopplung durchführen. Für die Durchführung der zuvor erwähnten Experimente im Bereich der starken Kopplung muß ein Resonator verwendet werden, dessen Spiegel bei 866 nm beschichtet sind und der eine Finesse von 30000 bis 300000 aufweist.

Die Resonatorlänge wird aktiv stabilisiert, so daß die Transmission für einen eingekoppelten Laser bei 397 nm maximal wird. Auf diese Weise kann ein im Resonatorfeld befindliches Ion über die Resonatormode angeregt werden und das Fluoreszenzlicht des Ions, das den Resonator seitlich verläßt, kann zur Bestimmung der Ion-Feld Wechselwirkung gemessen werden. Die Intensität der detektierten Fluoreszenz ist direkt proportional zur Intensität des Resonatorfeldes, d. h. aus ihr kann die Intensität des optischen Feldes und die Position des Ions im Resonatorfeld bestimmt werden.

Die Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld läßt sich auf zwei Weisen einstellen. Zum einen kann das Ion durch das Anlegen einer Gleichspannung entlang der mikrobewegungsfreien Fallenachse verschoben werden. Die Verschiebung läßt sich reproduzierbar einstellen, so daß die Lokalisierung des Ions auf besser als  $\lambda/10$  während des Verschiebevorgangs erhalten bleibt. Zum anderen ist der Resonator auf einem Piezotisch positioniert, so daß bei räumlich fest lokalisiertem Ion jeder Punkt der Intensitätsverteilung im Resonator mit dem Ort des Ions zum Überlapp gebracht werden kann. Eine Positionierung des Resonators relativ zum Ion ist nötig, da bei Ionenverschiebungen senkrecht zur Fallenachse die Lokalisierung des Ions auf besser als  $\lambda/10$  aufgrund der Mikrobewegung im Fallenpotential nicht mehr erreicht werden kann.

Die experimentelle Realisierung einer vollständigen Kontrolle über die Ion-Feld Kopplung wird eindrucksvoll demonstriert durch die Verwendung eines einzelnen Ions als nanoskopische Meßsonde zur Vermessung der Intensitätsverteilung verschiedener Resonatormoden. Sowohl die Stehwellenverteilung entlang der optischen Achse als auch die transversale Verteilung einiger TEM Moden konnte mit hoher Auflösung vermessen werden.

Neben der Kontrolle der Kopplung eines einzelnen Ions ist es auch möglich, einen Ionenkristall entlang der Achse durch die Resonatormode zu schieben. Hierzu wurde ein Zwei-Ionen-Kristall transversal durch eine TEM01 Mode geschoben. Die gemessene Flureszenzrate als Funktion der Schwerpunktsposition des Ionenkristalls zeigt, daß beide Ionen in je einem der Maxima der TEM01 Mode gleichzeitig lokalisiert werden können. Diese Kombination eröffnet Anwendungen im Bereich der Quanteninformation. Realisierbar ist die Verschränkung von Ionen, die Übertragung eines Quantenzustandes von einem Ion auf das andere und die Ausführung eines 2-Bit-Quanten-Gatters. Darüber hinaus ist es aufgrund der in dieser Arbeit erzielten Ergebnisse vorstellbar, eine Ionenkette Ion für Ion durch die TEM00 Mode zu schieben und so Quantenzustände von einem Ion auf ein anderes zu übertragen. Ebenso ist eine Übertragung von Quantenzuständen über große Entfernungen, d. h. von einem Resonator zu einem anderen, in den Bereich des Möglichen gerückt.

## Inhaltsverzeichnis

Ei	nleit	ung	1
1	Ion	enspeicherung in elektrischen Quadrupolfeldern	5
	1.1	Dynamische Speicherung	6
<b>2</b>	Opt	tische Resonatoren	13
	2.1	Passive Resonatoren und ihre transversale Modenstruktur	13
	2.2	Resonanzeigenschaften optischer Resonatoren $\ldots \ldots \ldots \ldots$	17
3	Kal	ziumionen in einer Quadrupolfalle	21
	3.1	Das Spektrum von ${}^{40}Ca^+$	21
	3.2	Laserkühlung	23
4	Exp	perimenteller Aufbau	<b>25</b>
	4.1	Die lineare Quadrupolfalle	26
	4.2	Spannungsversorgung der Falle	27
	4.3	Optischer Resonator	29
	4.4	Lasersystem und Stabilisierung	31
		4.4.1 Titan-Saphir Laser und Frequenzverdopplung	32
		4.4.2 Diodenlaser	33
		4.4.3 Driftstabilisierung	34
	4.5	Ionennachweis	37

<b>5</b>	Exp	erime	ntelle Ergebnisse und Diskussion	39		
	5.1	Charakterisierung der linearen Quadrupolfalle				
	5.2	Ionens	speicherung	43		
		5.2.1	Verschiebung der Ionen entlang der Achse	43		
		5.2.2	Speicherung einer definierten Anzahl von Ionen	44		
	5.3	5.3 Verschieben und Speichern mit Spiegeln				
		5.3.1	Simulation des Pseudopotentials	46		
		5.3.2	Verschiebung der Ionenwolke durch den Spiegel	48		
	5.4	Optise	cher Resonator	50		
		5.4.1	Bestimmung von Finesse, Transmission und Absorption	50		
		5.4.2	Mechanische Frequenzstabilität	52		
	5.5	Komp	ensation der Mikrobewegung	53		
	mensionale Vermessung verschiedener Moden	58				
6	$\operatorname{Res}$	onator	-QED: Anwendungen der entwickelten Anordnung	69		
	6.1 Theoretische Grundlagen					
		6.1.1	Atom-Feld-Wechselwirkung ohne Dämpfung	69		
		6.1.2	Atom-Feld-Wechselwirkung mit Dämpfung	71		
	6.2	Erzeug	gung von Ein-Photonen-Pulsen	75		
	6.3	Der Io	onenfallenlaser	78		
Sc	hluß	bemer	kung	83		
Li	terat	urverz	zeichnis	84		

\_\_\_\_\_

## Einleitung

Eine Vielzahl von Arbeiten wurden in den vergangenen Jahrzehnten auf dem Gebiet der Resonator-Quantenelektrodynamik (Resonator-QED) [1] veröffentlicht. Effekte wie die Verstärkung und Reduzierung der Spontanemission [2], die Linienverschiebung von Rydbergniveaus zwischen parallelen Metallplatten durch den Casimir-Polder Effekt [3], die Realisierung des Ein-Atom-Masers und das Auftreten von quantisierten Rabi-Oszillationen in nichtklassischen Feldern [4, 5] und die Vakuum Rabi Aufspaltung [6, 7] wurden theoretisch vorhergesagt und experimentell bestätigt.

Die oben genannten Effekte der Resonator-QED lassen sich an einem fundamentalen System beobachten, einem einzelnen Atom, das sich in zeitlich konstanter Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Feld einer Resonatormode befindet. In diesem System lassen sich quantenelektrodynamische Effekte am einfachsten beschreiben und verstehen.

Erklärtes Ziel aller Experimentatoren im Gebiet der Resonator-Quantenelektrodynamik ist es, ein oder mehrere gut lokalisierte Atome in Wechselwirkung mit dem Resonatorfeld zu bringen und diese Kopplung über einen möglichst großen Zeitraum konstant zu halten. Ein solches System bietet eine Vielzahl von Anwendungsmöglichkeiten in den Bereichen Quanteninformation, Quantenkommunikation, Quantenkryptographie und Erzeugung von nichtklassischem Licht. Im Folgenden werden einige der Anwendungen aufgeführt:

- Die Konstruktion eines Lasers, der mit einem einzigen Atom als aktivem Medium betrieben wird
- Die deterministische Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen
- Die Verschränkung mehrerer Atome durch das Resonatorfeld
- Die Realisierung eines 2-Bit-Quanten-Gatters

- Die Übertragung eines Quantenzustandes zwischen zwei Atomen in einer Mode oder auch zwischen Atomen, die sukzessive durch die Mode geschoben werden.
- Die Übertragung eines Quantenzustandes zwischen zwei Resonatoren im Zusammenhang mit Quanteninformationsverarbeitung

Alle bisher durchgeführten Experimente verwenden jedoch Atome, die entweder den Resonator durchqueren [8] oder im Umkehrpunkt eines atomaren Springbrunnens für nur wenige Mikrosekunden im optischen Potential des Resonators gespeichert werden können [9]. Im ersten Fall kann bestenfalls davon gesprochen werden, *im Mittel* ein Atom im Resonatorfeld zu untersuchen. Hierbei ist jedoch gleichzeitig über die Kopplung aller zu diesem Mittelwert beitragenden Atome zu mitteln. Betrachtet wird also eine mittlere Atomzahl mit einer mittleren Kopplung. Exakte Resonator-QED Experimente wie beispielsweise die <u>deterministische</u> Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen sind so nicht möglich. Gleiches gilt für Experimente mit einem atomaren Springbrunnen. Hier hat der Atomstrahl ebenfalls Poisson-Statistik und selbst bei der oben angeführten Speicherung eines einzelnen Atoms im optischen Potential des Resonators bewegt sich dieses Atom auf einer ausgedehnten Bahn durch das Resonatorpotential, so daß nur eine mittlere Kopplung wirksam wird.

Ionenfallen bieten die Möglichkeit, einzelne Ionen auf besser als ein Zehntel der Anregungswellenlänge zu lokalisieren, sind also eine Quelle gut lokalisierter Teilchen, die überdies für die Dauer von Stunden gespeichert werden können. Die Verwendung eines in einer Ionenfalle gespeicherten einzelnen Ions als das mit einem Resonatorfeld wechselwirkende Teilchen bietet ideale Voraussetzungen, um mit einer über Stunden konstanten Ion-Feld Kopplung die oben aufgezählten Experimente durchzuführen.

In dieser Arbeit wurde ein einzelnes Ion als Meßsonde für das elektromagnetische Feld einer Resonatormode verwendet. Unter Ausnutzung der hervorragenden Lokalisierung eines einzelnen Ions in einer Ionenfalle, wurde die bisher präziseste dreidimensionale Vermessung eines optischen Feldes durchgeführt.

Auch auf dem Gebiet der Nahfeld-Mikroskopie [10] lassen sich Auflösungen weit unterhalb der Beugungsbegrenzung erreichen und einzelne Moleküle [11] untersuchen. Mit einzelnen Molekülen als Nahfeldsonden [12] wurde bereits eine Auflösung eines optischen Feldes von etwa 100 nm [13, 14, 15, 16] gemessen. Die einzelnen Probe-Moleküle müssen zur Fixierung ihrer Position in eine Kristallmatrix eingebettet oder auf einem Substrat aufgebracht werden. Sowohl die Kristallmatrix als auch das Substrat führen allerdings zu einer Veränderung des zu messenden Feldes. Dieser Einfluß der Kristallmatrix bzw. des Substrats wird durch die Verwendung eines einzelnen, in einer Ionenfalle gespeicherten Ions vermieden. Gleichzeitig zeigt die dreidimensionale Vermessung des Resonatorfeldes wie sie in dieser Arbeit demonstriert wird, daß es mit dem entwickelten Aufbau möglich ist, die Kopplung zwischen einem einzelnen Ion und dem elektromagnetischen Feld einer einzelnen Resonatormode präzise zu kontrollieren.

Im ersten Kapitel werden die Grundlagen der Ionenspeicherung in Radiofrequenzfeldern vermittelt, während Kapitel 2 und 3 die Eigenschaften optischer Resonatoren beschreiben bzw. die wichtigsten Daten des hier verwendeten Kalziumions angeben. Nach der Beschreibung des experimentellen Aufbaus, d. h. insbesondere der Ionenfalle, des Lasersystems und des Resonatoraufbaus, in Kapitel 4, werden in Kapitel 5 die experimentellen Ergebnisse vorgestellt. Für einige TEM Moden wurde die Feldverteilung im Resonator mit einem einzelnen Ion vermessen. Hieraus ist ersichtlich, wie perfekt sich die Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld kontrollieren läßt. Kapitel 6 bietet schließlich eine kurze theoretische Einführung in die Resonator-QED und ist gleichzeitig ein Ausblick auf Experimente, die aufbauend auf den in dieser Arbeit erzielten Ergebnissen künftig in Angriff genommen werden können.

## Kapitel 1

## Ionenspeicherung in elektrischen Quadrupolfeldern

Die Speicherung einzelner geladener Teilchen in Ionenfallen und ihre spektroskopische Untersuchung eröffnet zahlreiche Möglichkeiten, Experimente durchzuführen, die die Quantennatur unserer Welt eindrucksvoll demonstrieren. Bis heute wurde – eingeleitet durch die Arbeiten von W. Paul [17,18] zum Quadrupol-Massenfilter und der Quadrupolfalle – eine Vielzahl unterschiedlicher Ionenfallen entwickelt, deren Funktionsweise jedoch immer auf der gleichen Grundidee beruht. Die Speicherung erfolgt entweder mit einer Kombination aus statischen elektrischen und magnetischen Feldern (Penning-Falle) [19,20] oder in einem oszillierenden inhomogenen elektrischen Feld (Paul-Falle). Bis zur Entwicklung von leistungsstarken und abstimmbaren Lasern dienten die Fallen als Massenspektrometer.

Die Möglichkeit, Ionen in einer Paul-Falle mit Hilfe von Laserlicht zu kühlen [21], gab den Anstoß zu zahlreichen neuen Experimenten.

Aufgrund der starken Reduzierung der thermischen Linienverbreiterung durch die Laserkühlung und die nahezu unbegrenzte Speicherzeit in einer Ionenfalle eignen sich Ionenfallen hervorragend zur Entwicklung neuer Frequenzstandards [22, 23] und zur Untersuchung der Resonanzfluoreszenz [24]. Die Quantennatur der Fluoreszenzstrahlung ("Antibunching") [25], Quanten-Sprünge [26, 27] sowie Interferenzen zwischen zwei Ionen [28] ließen sich bereits beobachten.

Ionenfallen stellen ein ideales System zur Realisierung eines Quantencomputers dar [29], da einerseits die einzelnen Ionen als Träger der Quantenbits ideal von der Umgebung isoliert sind und andererseits untereinander stark gekoppelt werden können. Mit einer Koaxial-Falle [30] wurde das erste Quantengatter mit einem einzelnen Ion realisiert [31]. Neueste Experimente demonstrieren die quantenmechanische Verschränkung von vier Ionen [32].

#### 1.1 Dynamische Speicherung

Aus der Poisson-Gleichung folgt, daß in einem rein statischen elektrischen Feld beliebiger Elektrodengeometrie kein dreidimensionales Potentialminimum erzeugt werden kann. In einem oszillierenden, inhomogenen elektrischen Quadrupolfeld hingegen kann im zeitlichen Mittel ein in allen drei Raumrichtungen speicherndes Potential entstehen. Anschaulich läßt sich dies am Beispiel eines Sattelpotentials (Quadrupol) erklären (siehe dazu die Abbildungen 1.1 und 1.2):

Während der einen Halbperiode des oszillierenden Feldes wirkt bezüglich des Fallenzentrums in den radialen Raumrichtungen (Koordinate  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ) eine anziehende Kraft, während in der dritten Richtung (Koordinate z) eine abstossende Kraft wirkt. In der anderen Halbperiode ist die Situation genau umgekehrt und somit entsteht im zeitlichen Mittel eine speichernde Wirkung in allen drei Raumrichtungen.



Abbildung 1.1: Elektrodenkonfiguration und Beschaltung einer Paulfalle.



Abbildung 1.2: Momentaufnahmen des Sattelpotentials einer Paulfalle zu Beginn der Halbperioden (siehe Text).

Im elektrischen Quadrupolpotential wird auf ein geladenes Teilchen eine der Auslenkung proportionale Kraft ausgeübt. In seiner allgemeinsten Form ist dieses Potential gegeben durch

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(t) \cdot (ax^2 + by^2 + cz^2).$$
(1.1)

Im ladungsfreien Raum muß  $\phi$  der Laplace-Gleichung  $\Delta \phi = 0$  gehorchen. Daraus ergibt sich a + b + c = 0. Durch geeignete Wahl der Parameter läßt sich sowohl drei- wie auch zweidimensionale Speicherung erreichen. Für die dreidimensionale Speicherung wird a = b > 0 und c = -(a + b) gewählt (Paul-Falle). Bei zweidimensionaler Speicherung wie im Fall eines Quadrupol-Massenfilters (a > 0, b = -a, c = 0) sind geladene Teilchen senkrecht zur feldfreien Achse harmonisch gebunden. Durch eine Lokalisierung der Ionen in einem statischen Potential entlang der vormals feldfreien Achse mittels zusätzlicher Elektroden an den Enden dieser Achse, wird aus dem Quadrupol-Massenfilter eine lineare Ionenfalle.

Mit einer Fallengeometrie wie in Abbildung 1.3 wird in radialer (x,y) Richtung ein axialsymmetrisches Potential erzeugt:

$$\phi(x, y, z, t) = \phi(t) \frac{x^2 - y^2}{2 \cdot r_0^2}.$$
(1.2)

Mit  $r_0$  wird der Abstand der Elektroden vom Fallenzentrum bezeichnet und

$$\phi(t) = U_{DC} - U_{RF} \cdot \cos \Omega t \tag{1.3}$$

beschreibt das an den Elektroden anliegende Potential, das im allgemeinen Fall auch einen Gleichspannungsanteil  $U_{DC}$  enthalten kann.



Abbildung 1.3: (a) Schnitt durch die Feldelektroden des linearen Quadrupol-Massenfilters; (b) Potentialverlauf in beiden radialen Richtungen zum Zeitpunkt maximaler Potentialdifferenz.

Die Bewegungsgleichungen eines einzelnen geladenen Teilchens ergeben sich zu:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{e(U_{DC} - U_{RF} \cdot \cos\Omega t)}{r_0^2} x = 0$$
 (1.4)

$$m\frac{d^2y}{dt^2} - \frac{e(U_{DC} - U_{RF} \cdot \cos\Omega t)}{r_0^2}y = 0$$
(1.5)

$$m\frac{d^2z}{dt^2} = 0 \tag{1.6}$$

Gleichung 1.6 beschreibt die freie Bewegung entlang der z-Achse, während Gleichungen 1.4 und 1.5 die Form der aus der Mathematik bekannten Mathieuschen Differentialgleichung haben und die Bewegung in x- bzw. y-Richtung beschreiben.

Eine Einführung der dimensionslosen Parameter

$$a = \frac{4 \, e U_{DC}}{m \, \Omega^2 r_0^2} \qquad q = \frac{2 \, e U_{RF}}{m \, \Omega^2 r_0^2} \qquad \xi = \frac{1}{2} \Omega t \tag{1.7}$$

führt zu

$$\frac{d^2\rho}{d\xi^2} + (a - 2q\cos 2\xi)\rho = 0, \tag{1.8}$$

wobei  $\rho$  für x bzw. y steht. a und q werden als *Stabilitätsparameter* bezeichnet. Mit Hilfe des Floquet-Theorems kann die Mathieusche Differentialgleichung vollständig gelöst werden.

Die allgemeine Lösung ergibt sich zu

$$\rho(\xi) = A e^{\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{2in\xi} + B e^{-\mu\xi} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} C_n e^{-2in\xi},$$
(1.9)

wobei die Konstanten A und B von den Anfangsbedingungen abhängen. Eine stabile Lösung existiert, wenn die Amplitude  $\rho(\xi)$  für alle Werte von  $\xi$  beschränkt bleibt. Dies ist der Fall, wenn  $\mu$  rein imaginär ist. Da sowohl die Koeffizienten  $C_n$  wie der charakteristische Exponent  $\mu$  nur von a und q abhängen, ist die Stabilität der Lösung für wohl definierte Werte von a und q gegeben und hängt weder vom Startpunkt noch von der Richtung des Geschwindigkeitsvektors des Teilchens ab. Die Bereiche stabiler Lösungen sind in Abbildung 1.4 dargestellt. Experimentell sind die Parameter a und q so zu wählen, daß eine stabile Lösung gleichzeitig für x und y existiert. Der am besten zugängliche Bereich ist der unmittelbar an a = q = 0 anschließende. Dieser Bereich ist in Abbildung 1.5 vergrößert dargestellt. Für  $a, q \ll 1$  gilt nach [19] die adiabatische Näherungslösung der Bewegungsgleichung (1.8):

$$\rho(t) \approx \rho_0 \cos(\omega_{s\ddot{a}k} t) \left(1 + \frac{q}{2} \cos(\Omega t)\right), \qquad (1.10)$$

Die Bewegung eines einzelnen Ions in der Falle setzt sich zusammen aus einer schnellen Bewegung mit der Fallenfrequenz  $\Omega$  (der Mikrobewegung) und einer langsameren Bewegung, der Säkularbewegung, für die gilt:

$$\omega_{s\ddot{a}k}^{x,y} = \frac{1}{2} \Omega \sqrt{\frac{q^2}{2} \pm a} .$$
 (1.11)

Das Pluszeichen definiert die Säkularfrequenz in x-Richtung, das Minuszeichen die Säkularfrequenz in y-Richtung.

Die Säkularbewegung entsteht durch die Bewegung des Ions in einem Pseudopotential, das sich durch die zeitliche Mittelung der Fallenkraft über eine Periode der Fallenfrequenz ergibt. Im zeitlichen Mittel entsteht aufgrund der Inhomogenität des Speicherfeldes eine harmonische, auf die Fallenachse gerichtete Kraft.

Beim Anlegen einer Gleichspannung ergeben sich unterschiedliche Säkularfrequenzen in x- und y-Richtung, da das Säkularpotential dann unterschiedliche Tiefe in den beiden Richtungen aufweist.



Abbildung 1.4: Stabilitätsdiagramm der Mathieu-Funktionen. Die schraffierten Bereiche kennzeichnen die stabilen Lösungen in x- bzw. y-Richtung. Dort wo sich der x- und y-Bereich schneidet, gibt es einen radialen Einschluß der Teilchen.



Abbildung 1.5: Niedrigster Stabilitätsbereich der Mathieuschen Differentialgleichung für a > 0.

Das Säkular- oder auch Pseudopotential ergibt sich zu:

$$\phi(x,y) = \phi_0 \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} + \frac{1}{2} U_{DC} \frac{x^2 - y^2}{r_0^2}, \qquad (1.12)$$

wobei sich  $\phi(x, y)$  bei verschwindender Gleichspannung  $U_{DC}$  auch durch den elektrischen Feldvektor ausdrücken läßt.

$$\phi(x,y) = \frac{e\left|\overrightarrow{E_0}(x,y)\right|^2}{4m\Omega^2} = \frac{e\left|\nabla\Phi\right|^2}{4m\Omega^2}$$
(1.13)

$$= \phi_0 \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} \tag{1.14}$$

Hier bei ist  $\Phi$  das echte Fallenpotential und  $\phi_0$  die Potentialtiefe des Pseudopotentials, für die gilt:

$$\phi_0 = \frac{eU_{RF}^2}{4m\Omega^2 r_0^2} = \frac{1}{8}qU_{RF} \tag{1.15}$$

Da die adiabatische Näherung nur für  $\omega_{s\ddot{a}k} \ll \Omega$  gilt, muß bei a = 0 der Parameterbereich von q auf  $0 \le q \le 0, 5$  beschränkt werden. Durch diese Einschränkung liegen die Abweichungen von der exakten Lösung unterhalb von 5%.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß diese Ergebnisse streng nur für einzelne Ionen gelten. Für mehrere Ionen müsssen die Coulomb-Wechselwirkungen berücksichtigt werden.

## Kapitel 2

## **Optische Resonatoren**

Dieses Kapitel stellt das Basiswissen und die wichtigsten Formeln zusammen, die zum Umgang mit dem hier verwendeten optischen Resonator nötig sind. Eine detailliertere Beschreibung optischer Resonatoren findet sich z. B. in den Lehrbüchern [33], [34] oder [35].

#### 2.1 Passive Resonatoren und ihre transversale Modenstruktur

Ein passiver Resonator besteht aus zwei Spiegeln  $S_1$  und  $S_2$  mit Krümmungsradien  $R_1$  und  $R_2$  im Abstand L. Im Gegensatz zum aktiven Resonator gibt es zwischen den Spiegeln kein Medium, das die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen beeinflußt.

Strahlengeometrische Überlegungen geben die Bedingungen an, unter denen solch ein Resonator stabil ist. Stabil bedeutet hier, daß jeder Strahl, unter der Annahme idealer Spiegel, zwischen den Spiegeln hin und her reflektiert wird, ohne den Resonator seitlich zu verlassen. Ein stabiler Resonator erfüllt die Bedingung:

$$0 \le g_1 g_2 \le 1$$
, (2.1)

wobei gilt

$$g_1 = 1 - \frac{L}{R_1}$$
 (2.2)

$$g_2 = 1 - \frac{L}{R_2}.$$
 (2.3)

Zwischen den Spiegeln eines Resonators können also elektromagnetische Wellen hin und her reflektiert werden und im Fall einer stabilen Lösung (Eigenmode) als stehende Welle gespeichert werden. Damit eine Welle verformungsfrei reflektiert werden kann, muß der Krümmungsradius der Wellenfronten auf den Spiegeln dem Krümmungsradius des jeweiligen Spiegels entsprechen. Die einfachste Lösung, die diese Bedingung erfüllt, ist ein Gaußscher Strahl mit folgenden Eigenschaften:

$$z_R^2 = \frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} L^2$$
(2.4)

$$w_0^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2}}$$
(2.5)

mit  $z_R$  der Rayleighlänge und  $w_0$  der Strahltaille.

Abbildung 2.1 zeigt die Notation und ein Modell eines einfachen, stabilen Resonators mit zwei Spiegeln.



Abbildung 2.1: Notation und einfaches Model eines stabilen Resonators mit zwei Spiegeln.

Neben der Grundmode oder auch Gaußmode können auch Moden höherer Ordnung (d. h. mit Knoten in der transversalen Feldverteilung) im Resonator auftreten. In Kreissymmetrie wird die Feldverteilung auf dem Spiegel i (mit i = 1, 2) durch die Laguerre-Gauß Moden beschrieben [36]:

$$E_{pl}^{i}(r,\phi) = E_0 \cdot \left(\frac{\sqrt{2} r}{w_i}\right)^l \cdot L_p^l \left(\frac{2r^2}{w_i^2}\right) e^{-\frac{r^2}{w_i^2}} \begin{cases} \cos(l\phi) \\ \sin(l\phi) \end{cases}$$
(2.6)

mit  $L^l_p$  dem Laguerre-Polynom der Ordnung  $p,l\in\mathbb{N}$  und  $r,\phi$  der Radial- bzw. Azimutalkoordinate. Der Index i bezieht sich auf die Resonatorspiegel  $R_1$  und  $R_2$  und hat somit den Wert 1 oder 2.

Mit  $\omega_i$  wird die Ausdehnung der Grundmode auf den Resonatorspiegeln bezeichnet. Sie ist gegeben durch die Resonatorgeometrie:

$$w_i^2 = \frac{\lambda L}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{g_j}{g_i(1 - g_1 g_2)}}; \qquad i, j = 1, 2; \ i \neq j$$
 (2.7)

Bei Rechteckgeometrie werden Hermite-Gauß Moden erhalten:

mit

$$E_{mn}^{i}(x,y) = E_0 \cdot e^{-\frac{x^2 + y^2}{w_i^2}} \cdot H_m\left(\frac{\sqrt{2} x}{w_i}\right) \cdot H_n\left(\frac{\sqrt{2} y}{w_i}\right)$$
(2.8)

mit  $H_m, H_n$  dem Hermite-Polynomen der Ordnung  $m, n \in \mathbb{N}$  und x, y den kartesischen Koordinaten.

In Abbildung 2.2 sind einige Intensitätsverteilungen höherer Laguerre-Gauß Moden dargestellt. Zum Vergleich zeigt Abbildung 2.3 die Intensitätsverteilung höherer Hermite-Gauß Moden. Die Berechnungen wurden für gleiche Gaußstrahlradien  $w_i$  und gleiche transversale Ordnungen p,l bzw. m,n durchgeführt.

Allgemein läßt sich der Strahlverlauf einer Mode in Kreissymmetrie beschreiben durch:

Strahlradius 
$$w_{pl}(z) = w_{pl} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$$
 (2.9)

us 
$$w_{pl}(z) = w_{pl} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{z_R}{z_R}\right)}$$
 (2.9)

$$w_{pl} = w_0 \cdot \sqrt{2p + l} + 1 \tag{2.10}$$

wobei z die Koordinate entlang der optischen Achse bezeichnet (Ursprung am Ort der Strahltaille).

Der Öffnungswinkel, der als der Winkel der Asymptote mit der z-Achse definiert ist berechnet sich zu:

$$\theta_{pl} = \theta_0 \cdot \sqrt{2p + l + 1} \tag{2.11}$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \left( \frac{\lambda}{\pi w_0} \right). \tag{2.12}$$



Abbildung 2.2: Intensitätsverteilung von in Kreissymmetrie berechneten Transversalmoden. Für alle Verteilungen wurde der gleiche Gaußstrahlradius  $w_i$  verwendet.

Die Formeln für Rechteckgeometrie ergeben sich durch Ersetzen von 2p + l + 1 durch 2m + 1 bzw. 2n + 1.

Zur Charakterisierung des stationären Strahlungsfeldes im Resonator werden 3 Indizes m, n, q bzw. p, l, q verwendet. Die ersten beiden Indizes geben die Anzahl der Knotenlinien der Intensitätsverteilung der entsprechenden Raumrichtung an. In Rechtecksymmetrie hat die Intensitätsverteilung m Knotenlinien in der x-Richtung und n Knotenlinien in der y-Richtung, während in Kreissymmetrie pradiale und l azimutale Knotenlinien existieren. Der Index q ist die Ordnungszahl der axialen Mode und gibt an, wie oft die halbe Wellenlänge in die Resonatorlänge paßt. Bezeichnet werden die Moden mit  $\text{TEM}_{plq}$  bzw.  $\text{TEM}_{mnq}$ . Die Abkürzung TEM steht für Transversal-Elektro-Magnetisch und besagt, daß elektrisches und magnetisches Feld senkrecht zueinander und zur Ausbreitungsrichtung schwin-



Abbildung 2.3: Intensitätsverteilung von in Rechtecksymmetrie berechneten Transversalmoden. Es wurde der gleiche Gaußstrahlradius  $w_i$  wie in Abbildung 2.2 verwendet.

gen. Dies ist nur näherungsweise gültig, da das elektrische Feld aufgrund der Beugung auch eine Komponente in Ausbreitungsrichtung besitzt. Nur für große Strahldurchmesser ist das Feld im Resonator rein transversal.

#### 2.2 Resonanzeigenschaften optischer Resonatoren und ihre longitudinale Modenstruktur

Damit sich in einem optischen Resonator ein stationäres Strahlungsfeld ausbilden kann, müssen sich sowohl Amplitude als auch Phase des elektromagnetischen Feldes nach jedem Umlauf auf den Spiegeloberflächen reproduzieren. Dies kann nur erfüllt sein, wenn die Resonatorlänge ein ganzzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge beträgt. Eine stationäre Feldverteilung existiert also für Wellenlängen  $\lambda_q$  für die gilt:

$$\lambda_q = \frac{2L}{q} \tag{2.13}$$

Ein Resonator hat also eine periodische Folge von Resonanzfrequenzen  $\nu_q = c_0/\lambda_q$ , die einen Frequenzabstand oder auch freien Spektralbereich von

$$\Delta \nu_{axial} = \frac{c_0}{\lambda_{q+1}} - \frac{c_0}{\lambda_q} = \frac{c_0}{2L}$$
(2.14)

mit  $c_0$  der Vakuumlichtgeschwindigkeit haben.



Abbildung 2.4: Stehwellenfeld für q = 1 und q = 10 in einem planparallelen Resonator ( $g_1 = g_2 = 1$ ) und schematische Darstellung der Resonanzfrequenzen

Die Resonanzfrequenzen ergeben sich allgemein zu:

$$\nu_{plq} = \frac{c_0}{2L} \cdot \left( q + \frac{2p+l+1}{\pi} \arccos \sqrt{g_1 g_2} \right)$$
(2.15)

Für Rechteckgeometrie ist 2p + l + 1 durch m + n + 1 zu ersetzen.

Zur vollständigen Beschreibung von Resonatoren müssen Mechanismen, die eine Verstärkung oder eine Schwächung des Feldes bewirken können berücksichtigt werden. Hierzu zählen die Transmission durch die nicht perfekte Reflektivität der Spiegel, sowie Verluste durch Streuung und Absorption an den Spiegeln. Befindet sich ein aktives Medium im Resonator, muß eine Verstärkung des Feldes einbezogen werden. Die gesamte Leistungsverstärkung pro Umlauf eines Resonators mit internen Verlusten  $\delta_0$  und einer internen Verstärkung von  $\delta_m$  kann geschrieben werden als [33]

$$\left|\tilde{g}_{rt}^{2}\right| = R_{1}R_{2} \cdot e^{\delta_{m}-\delta_{0}} = e^{\delta_{m}-\delta_{0}-\delta_{1}-\delta_{2}},\tag{2.16}$$

wobei definiert wurde

$$R_1 \equiv e^{-\delta_1} \tag{2.17}$$

$$R_2 \equiv e^{-\delta_2}. \tag{2.18}$$

In (2.16)-(2.18) bezeichnen  $R_1$  und  $R_2$  die Reflektivitäten der Spiegel. Die Verluste lassen sich zusammenfassen zu

$$\delta_c \equiv \delta_0 + \delta_1 + \delta_2, \tag{2.19}$$

so daß die Leistungsverstärkung pro Umlauf sich kürzer schreiben läßt:

$$\left|\tilde{g}_{rt}^{2}\right| = e^{\delta_{m} - \delta_{c}} \approx 1 + \delta_{m} - \delta_{c} \quad \text{falls} \quad \left|\delta_{m} - \delta_{c}\right| \ll 1.$$
(2.20)

Mit Hilfe dieser "Delta-Notation" lassen sich nun einige interessante Größen sehr einfach ausdrücken. In Resonanz gilt für die Überhöhung der Leistung in einem rein passiven Resonator ( $\delta_m = 0$ ), also das Verhältnis von umlaufender zu eingestrahlter Leistung:

$$\left. \frac{I_{uml}}{I_{ein}} \right|_{\omega = \omega_q} \approx \frac{4\delta_1}{\delta_c^2}.$$
(2.21)

Die transmittierte Leistung kann geschrieben werden als:

$$\frac{I_{trans}}{I_{ein}}\Big|_{\omega=\omega_q} \approx \frac{4\delta_1}{\delta_c^2} \cdot \delta_2. \tag{2.22}$$

Für die reflektierte Feldstärke gilt folgender Zusammenhang:

$$\frac{E_{refl}}{E_{ein}}\Big|_{\omega=\omega_q} \approx \frac{\delta_2 + \delta_0 - \delta_1}{\delta_2 + \delta_0 + \delta_1} \quad \text{falls alle} \quad \delta_j \ll 1 \quad (j = 1, 2, 3).$$
(2.23)

Neben dem oben bereits erwähnten freien Spektralbereich ist bei einem Resonator die Breite der Transmissionsmaxima ein wichtiges Charakteristikum. Die volle Breite bei halber Höhe berechnet sich zu:

$$\Delta\omega_{resonator} \approx \left[\frac{1 - g_{rt}}{\pi\sqrt{g_{rt}}}\right] \cdot \Delta\omega_{axial},\tag{2.24}$$

mit der Annahme, daß  $g_{rt}$  nahe bei 1 liegt. Die Breite der Transmissionsmaxima ist nur ein kleiner Bruchteil des freien Spektralbereiches. Sie werden immer schmaler je näher die Verstärkung pro Umlauf an 1 kommt. Formt man diese Beziehung um, so erhält man:

$$\frac{\Delta\omega_{axial}}{\Delta\omega_{resonator}} \approx \frac{\pi\sqrt{g_{rt}}}{1 - g_{rt}} \equiv F \tag{2.25}$$

F, die sogenannte Finesse, ist ein Maß für die Auflösung des Resonators, wenn man diesen als Frequenzfilter einsetzt. Unter der weiteren Annahme kleiner Verluste, ist  $\sqrt{g_{rt}} \approx 1$  und die Finesse läßt sich in guter Näherung schreiben als:

$$F \equiv \frac{\pi \sqrt{g_{rt}}}{1 - g_{rt}} \approx \frac{2\pi}{\delta_c - \delta_m} \tag{2.26}$$

## Kapitel 3

## Kalziumionen in einer Quadrupolfalle

Aufgrund seiner für die Laserangregung günstigen Übergangsfrequenzen wurde <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> als idealer Kandidat ausgewählt. Dieses Kapitel gibt einen Überblick über die spektroskopischen Eigenschaften von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> und erläutert den verwendeten Kühlmechanismus für die eingefangenen Ionen.

#### 3.1 Das Spektrum von ${}^{40}Ca^+$

Kalzium gehört zu den Erdalkalimetallen und besitzt 6 stabile Isotope mit den Massenzahlen 40,42,43,44,46 und 48. Von allen Isotopen besitzt <sup>40</sup>Ca mit 97% die größte Häufigkeit. Alle Isotope außer <sup>43</sup>Ca haben Kernspin Null und somit keine Hyperfeinstruktur. Die Elektronenkonfiguration des Kalziumions entspricht der von Argon mit einem zusätzlichen Valenzelektron. Abbildung 3.1 zeigt einen Ausschnitt aus dem Niveauschema des Kalzium-Ions mit den niedrigsten Energieniveaus. Eingezeichnet sind nur die Übergänge, die für dieses Experiment und für mögliche Folgeexperimente von Bedeutung sind. Tabelle 3.1 zeigt die Übergangswellenlängen in Luft und die Lebensdauern der jeweiligen angeregten Zustände. Der Vollständigkeit halber sind auch die Werte der metastabilen D-Niveaus in Tabelle 3.2 aufgeführt.

Am Niveauschema von Abbildung 3.1 läßt sich deutlich erkennen, warum Kalzium der ideale Kandidat für Experimente in Ionenfallen ist.

Für alle relevanten Übergangswellenlängen stehen Diodenlaser als kleine, kompakte und stabile Lichtquellen zur Verfügung. Bereits seit Ende 1999 ist auch

	$^{2}S_{1/2} \leftrightarrow ^{2}P_{1/2}$	$^{2}S_{1/2} \leftrightarrow ^{2}P_{3/2}$	$^{2}D_{3/2}$ $\leftrightarrow$ $^{2}P_{1/2}$	$^{2}D_{3/2} \leftrightarrow ^{2}P_{3/2}$	$^{2}D_{5/2} \leftrightarrow ^{2}P_{3/2}$
$\lambda_{Luft}$ / nm	396,847	393,366	866,214	849,802	854,209
$\tau$ / ns	7,7	7,4	94,3	901	101

Tabelle 3.1: Übergangswellenlängen in Luft und Lebensdauern der angeregten Zustände von  ${}^{40}Ca^+$  [37]

	${}^2S_{1/2} \leftrightarrow {}^2D_{5/2}$	$^{2}S_{1/2} \leftrightarrow ^{2}D_{3/2}$
$\lambda_{Luft}$ / nm	$729,\!147$	732,389
$\tau / s$	1,045	1,080

Tabelle 3.2: Übergangswellenlängen in Luft und Lebensdauern der metastabilen  ${}^{2}D$ -Niveaus von  ${}^{40}Ca^{+}$  [37]

eine Laserdiode verfügbar, die den ultravioletten Spektralbereich von 390 nm bis 420 nm abdeckt. Ausgangsleistungen bis zu 25 mW lassen sich hier im Einmodenbetrieb erreichen.

Der Übergang bei 866 nm liegt in einem Bereich, in dem sich qualitativ hochwertige Spiegel hergestellen lassen (Erreicht wurde eine Finesse von 2 Millionen). Zum anderen ist das Übergangsmatrixelement hinreichend groß, um in Kombination mit einer Finesse F > 30000 sowohl Experimente zur Einzelphotonenerzeugung wie den Aufbau eines Ein-Ionen-Lasers zu ermöglichen (siehe Kapitel 6).



Abbildung 3.1: Ausschnitt aus dem Niveauschema mit den niedrigsten Energieniveaus von  $^{40}Ca^+$ 

#### 3.2 Laserkühlung

Im Fall schwacher Bindung des Ions, das heißt, wenn die Säkularfrequenz deutlich kleiner ist als die Linienbreite des zur Kühlung verwendeten Überganges  $(\omega_{s\ddot{a}k} \ll \Gamma)$ , kann die Laserkühlung analog zur Kühlung freier Atome beschrieben werden. Erste Vorschläge zur Laserkühlung freier Atome wurden 1975 von Hänsch und Schawlow [38] vorgestellt. Im gleichen Jahr wurde die Laserkühlung gespeicherter Ionen von Wineland und Dehmelt vorgeschlagen und drei Jahre später experimentell nachgewiesen [39, 40]. Die Speicherung und Kühlung neutraler Atome in einer magnetooptischen Falle gelang Ashkin 1985 [41].

Ein gegenüber dem Kühlübergang rotverstimmter Laser wird eingestrahlt, so daß aufgrund des Dopplereffektes nur Ionen, die sich auf den Laserstrahl zubewegen resonant angeregt werden. Durch den Impulsübertrag  $\hbar k$  kommt es zu einer Abbremsung der Ionenbewegung in Richtung des Laserstrahls, während bei der Abstrahlung der Fluoreszenz in eine beliebige Raumrichtung der Rückstoß im Mittel verschwindet. Die Kühlung des Ions erhält jedoch, da der Rückstoß eine Diffusion des Ions im Impulsraum hervorruft, eine untere Grenze. Bei kleiner Laserleistung gilt für die Gleichgewichtstemperatur:

$$k_B T = \frac{\hbar\Gamma}{4} \left( \frac{\Gamma}{2 \mid \Delta \mid} + \frac{2 \mid \Delta \mid}{\Gamma} \right)$$
(3.1)

Das Minimum, das sogenannte Doppler-Limit, wird erreicht für eine Verstimmung von  $\Delta = -\Gamma/2$  [42]

$$T_{Doppler} = \frac{\hbar\Gamma}{2k_B}.$$
(3.2)

Im Fall von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> eignet sich der Übergang  ${}^{2}S_{1/2} \leftrightarrow {}^{2}P_{1/2}$  zur Dopplerkühlung. Da der 4 ${}^{2}P_{1/2}$ -Zustand mit einer Wahrscheinlichkeit von 6% in den metastabilen 3 ${}^{2}D_{3/2}$ -Zustand zerfallen kann, muß optisches Pumpen durch gleichzeitiges Einstrahlen eines Rückpumplasers auf dem  ${}^{2}D_{3/2} \leftrightarrow {}^{2}P_{1/2}$  Übergang verhindert werden. Zur Dopplerkühlung ist der Laser bei 397 nm um etwa  $\Gamma/2 \approx 10$  MHz rotverstimmt, während der Rückpumplaser auf der Resonanz gehalten wird. Aufgrund der geringen Zerfallswahrscheinlichkeit in den metastabilen Zustand, wird das Ion auf dem  ${}^{2}S_{1/2} \leftrightarrow {}^{2}P_{1/2}$  Übergang gekühlt mit einer nur geringen Beeinflussung durch den  ${}^{2}D_{3/2} \leftrightarrow {}^{2}P_{1/2}$  Übergang. Die Dopplertemperatur liegt somit nahe der Dopplertemperatur eines idealen Zwei-Niveau Systems und beträgt 0,5 mK bei einer mittleren Schwingungsquantenzahl von 10 bei einer Säkularfrequenz von 1,1 MHz.

Dopplerkühlung ist ausreichend für die hier durchgeführten Experimente. Es sei jedoch darauf hingewiesen, daß sich <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> auch in den Grundzustand der Säkularbewegung kühlen läßt. Hierzu bedient man sich der Seitenbandkühlung auf dem  ${}^{2}S_{1/2} \leftrightarrow {}^{2}D_{5/2}$  Übergang. Eine Ausführliche Beschreibung der Seitenbandkühlung findet sich in [43, 44, 45]. Die Kühlung von Kalzium in den Grundzustand der Säkularbewegung ist für die Realisierung eines Quantencomputers von Bedeutung [46].

## Kapitel 4 Experimenteller Aufbau

In diesem Kapitel werden die Komponenten, die zur Durchführung der Experimente benötigt werden, in ihrem Aufbau und ihren Eigenschaften beschrieben. Im einzelnen handelt es sich um eine lineare Ionenfalle, einen optischen Resonator sowie das zur Anregung der Ionen verwendete Lasersystem. Abbildung 4.1 zeigt ein Schema des gesamten experimentellen Aufbaus.



Abbildung 4.1: Schema des experimentellen Aufbaus

#### 4.1 Die lineare Quadrupolfalle

Die Falle, die in diesem Experiment Verwendung findet, ist vom Typ des Quadrupol-Massenfilters. Hierbei wird der radiale Einschluß (x,y) durch das Anlegen eines elektrischen Wechselfeldes an vier stabförmige Elektroden gewährleistet. Die offene Geometrie dieser Falle ermöglicht zum einen guten Zugang mit den Lasern und zum anderen einen sehr kleinen Spiegelabstand von minimal 0,5 mm. Die lineare Symmetrie der Falle hat zur Folge, daß in axialer Richtung kein Einschluß durch das RF-Feld besteht. Aus diesem Grund befinden sich Innenelektroden zwischen jeweils zwei Außenelektroden. Durch Anlegen einer Gleichspannung an die Innenelektroden wird für den axialen Einschluß gesorgt.

Betrieben wird die Falle bei einer Frequenz von 12,7 MHz und einer Scheitelspannung von 400 V. Für diese Parameter ergibt sich eine Säkularfrequenz von 1,1 MHz und eine axiale Schwingungsfrequenz von 300 kHz in der Lade- und Resonatorregion bei einem DC-Einschluß von 20 V. Abbildung 4.2 zeigt die Seitenansicht und einen Querschnitt der Fallengeometrie.



Abbildung 4.2: Seitenansicht und Querschnitt der linearen Quandrupolfalle. Die Anschlüsse der Elektrodenpaare DC2, DC3 und DC4 sind nicht gezeichnet. Eine genaue Darstellung der elektrischen Anschlüsse findet sich in Abbildung 4.3.

Entlang der Fallenachse sind fünf Gleichspannungselektroden DC1 bis DC5 (siehe Abbildung 4.3) angeordnet. Auf diese Weise lassen sich die Ionen in verschiedenen Segmenten der Falle speichern. Dies ist notwendig, um sowohl ein Bedampfen mit Kalzium als auch ein Aufladen der Spiegel zu verhindern. Ein Bedampfen der dielektrischen Spiegelbeschichtung würde die Güte des Resonators erheblich vermindern, während eine Aufladung der Spiegel zu einer Verschiebung der Ionen aus dem Potentialminimum und somit zu einer erhöhten Mikrobewegung führen würde.

Die hier vorgestellte Geometrie bietet optimale Voraussetzungen für Experimente mit optischen Resonatoren und exakt lokalisierten Ionen.

Geladen wird die Falle mittels eines Miniaturofens und einer kleinen Elektronenkanone. Atom- und Elektronenstrahl sind so justiert, daß sie im Zentrum der Laderegion überlappen.

Der Ofen besteht aus einem Tantalröhrchen, dessen eines Ende zugequetscht wurde. Durch die verbleibende Öffnung kann der Ofen mit Kalziumpulver befüllt werden. Bei Erhitzung des Ofens durch einen Heizdraht (Strom 2.6 A) wird ein Atomstrahl erzeugt.

Die Elektronenkanone besteht aus einem zu einer Spitze geformten Wolframdraht. Sie wird mit einer Beschleunigungsspannung von 80 V bei einem Strom vom 1.6 A betrieben.

#### 4.2 Spannungsversorgung der Falle

Zur Erzeugung hoher RF-Spannungen bei Frequenzen im MHz-Bereich wird ein Resonanztransformator verwendet. Die von einem Synthesizer generierte Wechselspannung von 12,7 MHz wird über einen Hochfrequenzverstärker in einen Resonanzschwingkreis eingekoppelt. Der Schwingkreis besteht aus einer Spule (1  $\mu$ H) und einer Kapazität, die durch die Falle (ca. 25 pF), die Durchführung ins Vakuumsystem und weitere Streukapazitäten gebildet wird. Die Spule besteht aus einem 2 mm dicken, versilberten Kupferdraht, der mit 6 Windungen auf einen Teflonhohlzylinder mit 27 mm Durchmesser gewickelt ist. Eingekoppelt wird über eine Primärspule mit einer einzigen Windung, die in der Mitte des Teflonhohlzylinders plaziert ist. Die Primärspule bildet gleichzeitig den 50  $\Omega$  Abschluß des vom Synthesizer erzeugten RF-Signals. Es wird eine Einkopplung von bis zu 99% erreicht, wobei die gesamte Güte des Schwingkreises den Wert 80 hat. Je zwei diagonal gegenüberliegende RF-Elektroden sind an ein Ende der Sekundärspule angeschlossen, während die Gleichspannungselektroden in der Mitte der Se-



Abbildung 4.3: Mit einem Resonanzkreis wird das RF-Signal verstärkt und auf die Fallenelektroden gegeben. Mit entkoppelten Gleichspannungsquellen können alle Elektroden auf unabhängige Potentiale gesetzt werden. Im Axialschnitt sind die Anschlüsse der jeweils unteren Elektrode der Elektrodenpaare DC1, DC2, DC3, DC4 und DC5 nicht eingezeichnet.

kundärspule, wo die Amplitude des RF-Feldes verschwindet, angeschlossen sind. Auf diese Weise wird die Symmetrie des RF-Felds sichergestellt. Eine Messung der Genauigkeit des Abgleichs der RF-Amplituden an den Elektroden ergab eine Abweichung von weniger als 1%.

Das Anlegen unterschiedlicher Gleichspannungen an einzelne Fallenelektroden ist sowohl zur Kompensation der Mikrobewegung als auch zur effizienten Verschiebung der Ionen von der Lade- in die Beobachtungsregion nötig. Aus diesem Grund sind alle Elektroden über Koppelkondensatoren (6,8 nF) voneinander getrennt. Zur Entkopplung der Gleichspannungsquellen von der RF-Spannung wurden spezielle Tiefpässe verwendet (siehe Abbildung 4.3 unterer Teil), die, um einen möglichst symmetrischen Aufbau des Resonanztransformators zu gewährleisten, sowohl bei den RF-Elektroden als auch bei den Gleichspannungselektroden ein-
gebaut wurden. Die Amplitude der an den Elektroden anliegenden RF-Spannung wird über einen Monitorsignal kontrolliert, das hinter einem kapazitiven Spannungsteiler abgegriffen wird.

### 4.3 Optischer Resonator

Für die Experimente zur Untersuchung der optischen Felder wurde ein Resonator mit einer Finesse von etwa 3000 bei einer Wellenlänge von 397 nm und einem Spiegelabstand von 6 mm gewählt. Der freie Spektralbereich beträgt 24 GHz bei einer Breite der Transmissionsmaxima von 8 MHz. Der Resonatorzerfall dominiert damit die im System erreichbare Atom-Feld Kopplung (siehe Kapitel 6.1.1), so daß sich in diesem Parameterbereich Einzelionenexperimente im Bereich schwacher Kopplung durchführen lassen. Ziel dieses Aufbaus ist es, das Verhalten eines Einzelions in einem optischen Resonator zu untersuchen, Erfahrungen bei der Integration von Resonator und Ionenfalle zu sammeln und die Feldverteilung des Resonators mit dem Ion dreidimensional zu vermessen.

Aufbauend auf diese Ergebnisse sind weitere Experimente zur Realisierung einer Photonenpistole und eines Ionenfallenlasers denkbar(siehe Kapitel 6.2 und 6.3). Die Finesse muß für diese Experimente zwischen 30000 und 300000 bei einem Spiegelabstand von etwa 1 mm liegen.

Der mechanische Aufbau des Resonators ist in Abbildung 4.4 wiedergegeben.



Abbildung 4.4: Seitenansicht des optischen Resonators mit Falle (Blick entlang der Fallenachse)

Um möglichst hohe mechanische Resonanzfrequenzen zu erreichen, sitzen die Spiegel zentrisch in einer Hülse, die wiederum zentrisch auf einem Niedervolt-Ringpiezo sitzt. Der Piezo ist metallisch gekapselt. Kapsel und Hülse sind zur Gewichtsreduzierung aus Aluminium gefertigt (Abbildung 4.5).

Da beide Spiegel möglichst exakt aufeinander ausgerichtet sein müssen, muß die Halterung feinmechanisch höchste Ansprüche erfüllen. Die Spiegel sitzen bis auf 0,03 mm zentrisch in der Kapsel, deren Durchmesser auf 0,01 mm genau angefertigt ist. Durch die Auflage beider Kapseln in einer präzise gefrästen Rille ist eine Justage der Spiegelmitten auf 0,04 mm gewährleistet. So läßt sich immer eine optische Achse finden, die durch das Röhrchen verläuft. Eine zusätzliche Justagemöglichkeit der Spiegel zueinander ist nicht nötig.



Abbildung 4.5: Schnitt durch den Spiegelhalter mit Ringpiezo. Deckel 1 klemmt Hülse 1 in Hülse 2 und fixiert so den Spiegel. Mit Deckel 2 wird der Ringpiezo an Hülse 2 gepreßt und im Außenzylinder eingeschlossen. Das Anlegen einer Spannung an den Ringpiezo verschiebt nun Hülse 2 und somit den Spiegel relativ zum Außenzylinder.

Der gesamte Resonatoraufbau ist auf einem Piezotisch montiert, der in x,y und z um jeweils  $\pm 50 \ \mu m$  verfahren werden kann. Damit kann innerhalb eines Volumens von  $100 \times 100 \times 100 \ \mu m^3$  ein beliebiger Punkt der Feldverteilung an den Ort des Ions gebracht werden. Zur Vermessung der Feldverteilung im Resonator muß das Ion optimal gespeichert sein, d. h. es muß sich im Minimum des Speicherpotentials befinden. Jede Verschiebung des Ions aus dem Potentialminimum führt zu einer Mikrobewegung des Ions, die wiederum die Auflösung der Feldmessung verschlechtert. Mikrobewegung entsteht bei einer Verschiebung des Ions senkrecht zur Fallenachse und ist proportional zu dieser Verschiebung. Entlang der Fallenachse erfolgt das Festhalten ausschließlich über Gleichspannungsfelder und eine Verschiebung des Ions erzeugt daher in dieser Richtung keine Mikrobewegung. Die kontrollierte Positionierung der Modenverteilung relativ zum Ion bedeutet auch, daß die Wechselwirkung zwischen Feld und Ion beliebig eingestellt werden kann.

Die Spiegel haben eine Länge von 10 mm und einen Durchmesser von 3 mm der sich zur Spitze hin konisch auf 1 mm verjüngt. Der Krümmungsradius liegt mit 10 mm beim Minimum des bei diesem Durchmesser möglichen Wertes. Auf der planen Seite ist der Spiegel antireflexbeschichtet, um keine Verluste beim Einund Auskoppeln des Feldes zu verursachen. Die gekrümmte Fläche besitzt eine hochreflektierende Schicht, die eine Transmission von etwa 100 ppm sicherstellt. Unter Vernachlässigung von Absorptionsverlusten läßt sich die maximale Finesse bei 397 nm zu etwa 10000 abschätzen.

Günstigere Bedingungen finden sich im infraroten Spektralbereich. So gelang es, bei 850 nm Spiegel mit einer Finesse von über 2 Millionen herzustellen [47]. Im Hinblick auf die Beschichtungstechnik sind somit keine Probleme bei der Konstruktion von Resonatoren mit einer Finesse zwischen 30000 und 300000 zu erwarten. Hier werden die Schwierigkeiten hauptsächlich in der mechanischen Stabilität liegen. Bereits kleine Schwankungen der Resonatorlänge ändern die Resonanzfrequenz erheblich. Resonatoren hoher Finesse müssen also sehr gut gegen mechanische Schwingungen abgeschirmt werden. Ebenso sind höchste Ansprüche an die elektronische Stabilisierung des Resonators auf eine feste Resonanzfrequenz zu stellen. Um beispielsweise einen Resonator bei 866 nm mit einer Finesse von 30000 auf 10% der Linienbreite zu stabilisieren, muß die Resonatorlänge auf 1,4 pm konstant sein.

### 4.4 Lasersystem und Stabilisierung

Im Folgenden wird das Lasersystem, das zur Kühlung der Kalziumionen sowie für nachfolgende Experimente verwendet wird, beschrieben.

Zur Kühlung mit Hilfe des Dopplereffekts werden Laser bei 397,21 nm und 866,421 nm benötigt (siehe Abbildung 3.1). Das Schema des Aufbaus des Lasersystems wurde bereits in Abbildung 4.1 vorgestellt.

### 4.4.1 Titan-Saphir Laser und Frequenzverdopplung

Zur Erzeugung von Licht der Wellenlänge 397,21 nm eignet sich hervorragend ein Titan-Saphir Laser, gekoppelt mit einer externen Frequenzverdopplung (Abbildung 4.6).



Abbildung 4.6: Schematischer Aufbau des Titan-Saphir Lasers und des Verdopplungsresonators

Verwendet wird das Modell 899-21 der Firma Coherent. Bei einer Pumpleistung von 5 W, für die ein diodengepumpter Festkörperlaser (Millenia X) benutzt wird, werden bis zu 800 mW bei 794,42 nm im Einzelmodenbetrieb erreicht. Der Titan-Saphir Laser läßt sich modensprungfrei über 10 GHz durchstimmen und hat durch die Stabilisierung auf einen temperaturstabilisierten Referenzresonator eine Linienbreite von etwa 500 kHz.

Zur Frequenzverdopplung dient einen Verdopplungsresonator in Doppel-Z-Geometrie mit einem LBO-Kristall. Mit diesem nach dem Hänsch-Couillaud-Verfahren auf den Titan-Saphir-Laser stabilisierten Resonator wird eine Ausgangsleistung von bis zu 20 mW erzielt. Die Linienbreite von 1 MHz ergibt sich aus der Stabilität des Titan-Saphir-Lasers. Mittels eines anamorphotischen Prismenpaares wird das elliptische Profil des verdoppelten Strahls in ein rundes umgewandelt. Nach Raumfilterung mit einer Blende (Durchmesser 25  $\mu$ m) erhält man ein gaußförmiges Strahlprofil.

#### 4.4.2 Diodenlaser

Wie aus dem Niveauschema des Kalziumions (siehe Abbildung 3.1) ersichtlich, werden mehrere Laser im infraroten Spektralbereich benötigt. Um optisches Pumpen in das  $3^2D_{3/2}$ -Niveau während des Dopplerkühlens mit 397 nm zu vermeiden, muß mit einem Laser bei 866 nm aus dem  $3^2D_{3/2}$ -Niveau zurück in das  $4^2P_{1/2}$ -Niveau gepumpt werden. Für Einzelphotonenexperimente und zur Realisierung eines Ionenfallenlasers muß die Entleerung des  $3^2D_{3/2}$ -Niveaus dagegen über das  $4^2P_{3/2}$ -Niveau gewährleistet sein. Hierzu wird ein Laser der Wellenlänge 850 nm benötigt. Da vom Zustand  $3^2P_{3/2}$  aus auch ein Zerfall in das  $3^2D_{5/2}$ -Niveau möglich ist, muß auch für diesen Übergang ein Rückpumplaser eingesetzt werden (854 nm).

Als Laserquellen im infraroten Spektralbereich eignen sich Diodenlaser. Der Aufbau ist für alle Wellenlängen gleich und in Abbildung 4.7 dargestellt. Die Diodenlaser sind in Littrow-Konfiguration aufgebaut und befinden sich temperaturstabilisiert (Schwankung: 5 mK) in einem Gehäuse, das vor akustischen Schwingungen schützt. Zur zusätzlichen Schwingungsisolation ist das Gehäuse auf Gummifüßen gelagert.

Das Licht der Laserdiode wird kollimiert auf ein Gitter mit 1200 Strichen/mm gelenkt. Die nullte Beugungsordnung wird ausgekoppelt und im Experiment verwendet. Die erste Beugungsordnung wird in die Laserdiode zurückreflektiert und erhöht so je nach Winkel des Gitters für eine wohl definierte Frequenz die op-



Abbildung 4.7: Aufbau der Diodenlaser in Littrow Konfiguration

tische Rückkopplung im Laserresonator. Der Laser wird so dazu gezwungen auf einer Mode nahe dieser Frequenz zu emittieren. Eine Feingewindeschraube dient der Grobjustage des Gitters, während die Feinabstimmung mit einem Stapelpiezo erfolgt. Die Kurzzeitlinienbreite liegt bei etwa 500 kHz.

### 4.4.3 Driftstabilisierung

Die hier durchgeführten Experimente stellen nur geringe Anforderungen an die Stabilisierung der Laser. Die von den oben beschriebenen Lasersystemen gelieferte Linienbreite von etwa 1 MHz ist ausreichend. Lediglich die Drift der Laserfrequenz muß kompensiert werden. Hierzu wird ein Aufbau verwendet (siehe dazu Abbildung 4.8), der es ermöglicht, die Frequenz mehrerer Laser computergesteuert zu kontrollieren [48]. Mit der vorgestellten Methode wird die Langzeitfrequenzstabilität eines Referenzlasers auf die anderen Laser übertragen.

Der für die Stabilisierung der Laser eingesetzte Resonator hat eine Länge von 25 cm und einen freien Spektralbereich  $\nu_{\text{FSB}}$  von 300 MHz. Seine breitbandbeschichteten Spiegel mit einer Reflektivität von  $R \approx 0,998$  werden in einem Stahlzylinder gehaltert, der zur Schwingungsdämpfung in einem Schaumstoffzylinder sitzt. Zur weiteren Abschirmung ist das System in einem Aluminiumzylin-



Abbildung 4.8: Zur Kompensation der Langzeitdrift werden der Titan-Saphir Laser und der Rückpumplaser bei 866 nm auf einen Referenzresonator stabilisiert.

der mit Glasfenstern untergebracht und auf einer Kombination aus Stahlplatten und Gummidämpfern gelagert.

Durch die Verwendung eines konfokalen Resonators sind die transversalen Moden entartet. Dadurch können leicht Laser verschiedener Wellenlängen eingekoppelt werden. Als Referenzlaser dient ein Diodenlaser bei 852 nm der mittels dopplerfreier Sättigungsspektroskopie auf die D2-Linie von Cäsium stabilisiert wird.

Mit Hilfe eines Piezos, auf den einer der Spiegel montiert ist, wird der Resonator soweit durchgestimmt, daß zwei benachbarte Transmissionsmaxima des Referenzlasers durchlaufen werden. Bei gleichzeitiger Einkopplung der zu stabilisierenden Laser finden sich deren Transmissionsmaxima zwischen denen des Referenzlasers (siehe Abbildung 4.9).

Durch Anlegen einer Sägezahnrampe wird das Transmissionssignal des Resonators periodisch aufgenommen und nach Digitalisierung zur weiteren Verarbeitung an ein Computerprogramm übergeben. Das Programm steuert die Rückkopplung auf die zu stabilisierenden Laser derart, daß der Quotient  $\Delta L/L$  konstant gehalten wird. Die Stabilisierung auf ein konstantes  $\Delta L/L$  und nicht auf  $\Delta L$  trägt Nichtlinearitäten des Piezos und thermischen Schwankungen des Resonators Rechnung. Gleichzeitig wird die Rampe an die Position des ersten Transmissionsmaximums des Referenzlasers angepaßt, um die Auswirkung der thermischen Drift des Resonators klein zu halten.

Ohne Stabilisierung weisen der Diodenlaser und der Titan-Saphir Laser eine Drift von etwa 1 MHz/min aus. Mit der Stabilisierung gelingt es, beide Laser in einem



Abbildung 4.9: Bei der Durchstimmung des Referenzresonators über einen freien Spektralbereich wird die Lage der Transmissionsmaxima der zu stabilisierenden Laser bezüglich der des Cs-Lasers konstant gehalten.



Abbildung 4.10: Driftverhalten der auf den Referenzresonator stabilisierten Laser.

Bereich von  $\pm 500$  kHz relativ zum Referenzlaser zu halten (siehe Abbildung 4.10).

Das hier beschriebene Verfahren bietet nicht die Möglichkeit die Frequenz der Laser absolut zu stabilisieren. Aus diesem Grund erfolgt eine Abstimmung der Laser auf die richtige Wellenlänge mit Hilfe eines Wellenlängenmeßgeräts vor der Stabilisierung der Drift.

Für Experimente im Bereich starker Kopplung wird eine wesentlich bessere Kurzzeitstabilität der Laser benötigt. Hierzu können die Laser zusätzlich auf Resonatoren hoher Güte stabilisiert werden unter Verwendung der Methode der Radiofrequenzstabilisierung nach Pound, Drever und Hall [49,50].

### 4.5 Ionennachweis

Der Nachweis der Ionen erfolgt über die Fluoreszenz auf dem Übergang bei 397 nm. Der Aufbau ist in Abbildung 4.11 dargestellt.



Abbildung 4.11: Durch die Verwendung zweier Photomultiplier lassen sich die Ionen sowohl in der Lade- wie in der Resonatorregion detektieren.

Die Verwendung zweier Photomultiplier ermöglicht den Nachweis sowohl in der Lade- wie in der Resonatorregion über die in Richtung der Fallenachse emittierte Fluoreszenz. Gesammelt werden die Photonen mit einer Linse (Brennweite f = 50 mm, numerische Apertur A= 0,17). Durch eine Lochblende im Zwischenfokus (Durchmesser 1 mm) wird das Steulicht reduziert. Bei einem Abbildungsmaßstab von etwa 10 wurde für ein Einzelion ein Blendendurchmessser von 100 µm gewählt. Die Pulse des Photomultipliers werden durch eine in das Gehäuse integrierte Schaltung verstärkt und mit einem Photonenzähler ausgewertet. Die gemessene Zählrate wird an den das Experiment steuernden Computer übergeben. Die gesamte Nachweiswahrscheinlichkeit dieses Systems liegt bei  $\eta \approx 10^{-4}$ .

4. Experimenteller Aufbau

# Kapitel 5

# Experimentelle Ergebnisse und Diskussion

# 5.1 Charakterisierung der linearen Quadrupolfalle

Durch die Geometrie der Falle ergibt sich ein Potential, das nur näherungsweise dem eines Quadrupols entspricht. Der Abweichung des Potentials vom dem eines idealen Quadrupols wird durch Einführung eines Spannungsverlustfaktors L Rechnung getragen. Für die reale Falle sind die dimensionslosen Parameter a und q, die den Parameterbereich stabiler Speicherung bestimmen, neu zu definieren:

$$a' = \frac{a}{L} = \frac{4 e U_{DC}}{m \Omega^2 r_0^2 L} \tag{5.1}$$

$$q' = \frac{q}{L} = \frac{2 \, e U_{RF}}{m \, \Omega^2 r_0^2 L}$$
 (5.2)

Für die Säkularfrequenzen gilt somit:

$$\omega'_{s\ddot{a}k}^{x,y} = \frac{1}{2} \Omega \sqrt{\frac{q'^2}{2} \pm a'} .$$
 (5.3)

Zur Charakterisierung der Falle wurde die Abhängigkeit der Säkularfrequenzen vom a-Wert bestimmt. Die Ergebnisse, die mit q = 0,25 erhalten wurden, sind exemplarisch in Abbildung 5.1 dargestellt.

Zur Bestimmung der an der Falle anliegenden Wechselspannung  $U_{RF}$  dient der Monitorausgang des Resonanztransformators, der durch direktes Messen der Fallenspannung geeicht wurde. Hierzu wurde die Spannung an den Elektroden direkt



Abbildung 5.1: Bestimmung der Säkularfrequenzen in Abhängigkeit vom a-Wert. Gezeigt sind die Frequenzen in Richtung der beiden transversalen Hauptachsen der Falle. Bei den Dreiecken handelt es sich um die gemessenen Frequenzen. Die durchgezogenen Kurven stellen einen Fit nach Gleichung 5.3 dar.

mit einem Tastkopf gemessen, während gleichzeitig die Monitorspannung abgelesen wurde. Der Tastkopf ist geeicht und im Verhältnis 1:1000 dimensioniert, so daß der Resonanzkreis der Falle nicht verändert wird. Für die Wechselspannung an der Falle gilt also:

$$U_{RF} = X \cdot U_{Mon} \tag{5.4}$$

Durch einen Fit der Meßdaten aus Abbildung 5.1 unter Verwendung von Gleichung 5.3 lassen sich der Spannungsverlustfaktor und der Eichfaktor des Resonanztransformators auf eine zweite Weise ermitteln.

Hier zeigt sich eine gute Übereinstimmung des durch Simulationen berechneten Spannungsverlustfaktors mit dem experimentellen Wert. Ebenso ist der Eichfaktor der Monitorspannung in exzellenter Übereinstimmung mit dem Wert, der aus der direkten Messung der Fallenspannung folgt.

Angeregt wurden die Säkularfrequenzen durch Aufmodulieren einer Wechselspannung auf zwei gegenüberliegende Außenelektroden. Hierbei wird bevorzugt parametrisch angeregt (die in Abbildung 5.1 dargestellten Frequenzen entsprechen daher dem Doppelten der Säkularfrequenzen). Die Abhängigkeit der axialen Schwingungsfrequenz von der angelegten Gleichspannung wurde ebenfalls untersucht. Auch hier wurde bevorzugt parametrisch angeregt. Die Messung bestätigt die Theorie.



Abbildung 5.2: Bestimmung der axialen Frequenzen in Abhängigkeit von der einschließenden Gleichspannung. Die blauen Kreise stellen die Meßpunkte dar, während die rote Kurve an die Meßpunkte angepaßt wurde und die Proportionalität der axialen Frequenzen zur Wurzel der einschließenden Gleichspannung belegt.

Die in dieser Arbeit verwendete Falle ist der linearen Endkappenfalle [51] sehr ähnlich. Bei der linearen Endkappenfalle wird jedoch das Wechselfeld an die inneren Elektroden angelegt. Die lineare Endkappenfalle wurde konstruiert, um schon bei kleinen Spannungen ein steiles Potential zu erreichen. Berechnungen der in diesem Experiment verwendeten linearen Quadrupolfalle haben jedoch gezeigt, daß das Potential hier sogar noch steiler ist, bezogen auf den inneren Bereich der Falle, der zur Ionenspeicherung verwendet wird. Das Potential ist im Bereich von  $\pm 400 \mu m$  in radialer Richtung steiler und besitzt keine größeren Anharmonizitäten als das der linearen Endkappenfalle. In Abbildung 5.3 sind die mit Hilfe der Methode der finiten Elemente berechneten Potentiale von realer linearer Quadrupolfalle, linearer Endkappenfalle und idealer linearer Quadrupolfalle zum Vergleich dargestellt.



Abbildung 5.3: Vergleich zwischen realer linearer Quadrupolfalle, linearer Endkappenfalle und idealer linearer Quadrupolfalle

Das Potential wurde auf die angelegte Wechselspannungsamplitude  $U_0$  normiert, während die radiale Koordinate auf den Abstand  $x_0$  zwischen Fallenzentrum und Außenelektrode normiert wurde.

Am kleineren Spannungsverlustfaktor läßt sich erkennen, daß die reale lineare Quadrupolfalle einem idealen Quadrupol sogar näher kommt als die lineare Endkappenfalle. Zusätzlich bietet die Quadrupolfalle den Vorteil, mehr Ionen speichern zu können, da das Speichervolumen größer ist. Mit der linearen Quadrupolfalle konnte auch eine stabilere Speicherung als mit der linearen Endkappenfalle erreicht werden. So traten Platzwechsel von Ionen in längeren Ketten deutlich seltener auf. Beobachtet wurden sie bei Anwesenheit von fremden Ionen als "wandernde" Lücken in der Ionenkette. Die Platzwechsel wurden senkrecht zur Fallenachse mit einer Kamera beobachtet.

Die lineare Quadrupolfalle ist mit insgesamt fünf Gleichspannungselektrodenpaaren ausgestattet, um eine sichere Verschiebung der Ionenwolke aus der Laderegion in die Beobachtungsregion zu gewährleisten.

# 5.2 Ionenspeicherung

#### 5.2.1 Verschiebung der Ionen entlang der Achse

Wie bereits im Kapitel 4.1 erwähnt, sind bei der linearen Quadrupolfalle Ladeund Beobachtungsregion getrennt, um ein Bedampfen der Spiegel mit Kalzium zu verhindern und eine Aufladung möglichst gering zu halten.

Beim Ladevorgang wird an die Elektroden DC1, DC2 und DC5 jeweils eine Spannung von 20 V angelegt. Nach dem Abschalten der Elektronenkanone und des Atomofens wird die Spannung an DC2 auf 0 V gesetzt und anschließend die Spannung an DC1 bis DC3 sukzessiv auf 400 V hochgefahren. DC4 wird nur auf 20 V gesetzt, um eine symmetrische Speicherung sicherzustellen. Vier Momentaufnahmen der Lade- und Schiebepotentiale sind in Abbildung 5.4 skizziert.



Abbildung 5.4: Qualitative Darstellung der Gleichspannungspotentiale entlang der Fallenachse während des Ladens und Verschiebens einer Ionenwolke. Die Potentiale an DC1, DC2 und DC3 sind aus Gründen der Übersichtlichkeit der Darstellung für die Zeiten  $t_2$  bis  $t_5$  um einen Faktor 20 zu klein aufgetragen.

Auf diese Weise lassen sich Ionenwolken mit hoher Effizienz in die Beobachtungsregion verschieben.

### 5.2.2 Speicherung einer definierten Anzahl von Ionen

Zum Experimentieren mit einzelnen Ionen sollte bereits beim Laden der Falle nur eine kleine Wolke oder möglichst nur ein einzelnes Ion gespeichert und anschliessend verschoben werden. Zu diesem Zweck muß die Ladezeit minimiert werden.

Ein typischer Ladevorgang hat folgenden Verlauf:

Der Atomofen wird bei einem Strom von 2,6 A 30 Sekunden lang vorgeheizt. Das Zuschalten der Elektronenkanone erfolgt dann für 5 bis 15 Sekunden.

Nach dem Verschieben finden sich so in der Regel zwischen 1 und 5 Ionen in der Beobachtungsregion. Größere Ionenzahlen werden nur zum Justieren der Photomultiplier und der Laserstrahlen gespeichert.

In der Beobachtungsregion wird die Ionenwolke durch das kurzzeitige Anlegen eines erhöhten a-Wertes auf die gewünschte Anzahl reduziert. Hierzu wird an zwei diagonal gegenüberliegenden Außenelektroden für 5 Sekunden eine Gleichspannung von etwa 25 V angelegt. Die Spannung wird solange bis knapp unterhalb der Stabilitätsgrenze erhöht (siehe Kapitel 1), bis Ionen die Falle verlassen, was einen Abfall der Fluoreszenzrate bewirkt. Durch das wiederholte Anlegen solcher Spannungspulse läßt sich die Fluoreszenzrate und somit die Zahl der Ionen bis hin zu einem einzelnen Ion reduzieren.

Zur Kontrolle der Zahl der Ionen wird ein Laser bei 850 nm eingestrahlt. Dieser Laser ist resonant mit dem Übergang  $3^2D_{3/2} \rightarrow 4^2P_{3/2}$  (siehe Kapitel 3). Das Niveau  $4^2P_{3/2}$  zerfällt sowohl in den Grundzustand  $4^2S_{1/2}$  wie in das metastabile Niveau  $3^2D_{5/2}$ , dessen Lebensdauer etwa 1 s beträgt. Ionen im  $3^2D_{5/2}$ -Niveau tragen also bezogen auf die Zerfallszeit von  $4^2P_{1/2} \rightarrow 4^2S_{1/2}$  (7,7 ns) für längere Zeit nicht mehr zur Fluoreszenz bei 397 nm bei. Für kleine Ionenzahlen von bis zu 5 Ionen lassen sich mit kleiner Laserleistung bei 850 nm einzelne Ionen stochastisch "schalten". In der Fluoreszenzrate beobachtet man Quantensprünge, die jeweils das Anschalten oder Ausschalten eines einzelnen Ions markieren (Abbildung 5.5).

Ist nur ein einzelnes Ion gespeichert, läßt sich auch nur eine einzige Stufe in den Quantensprüngen beobachten. In diesem Fall ist es natürlich immer noch möglich, daß sich ein dunkles Ion – ein Fremdatom oder Isotop – das nicht mit den Lasern resonant ist, in der Falle befindet. Dies läßt sich nur bei der Kompensation der Mikrobewegung anhand der Breite der Spektren und im Verhalten der Korrelationsmethode feststellen (siehe Kapitel 5.5). Bei Anwesenheit eines dunklen Ions



Abbildung 5.5: Wahlweise werden ein, zwei oder kein Ion in das metastabile  $3^{2}D_{5/2}$  gepumpt und tragen also nicht mehr zur Fluoreszenz bei.

ist es nicht möglich, das Kalziumion im Fallenzentrum zu lokalisieren. Es bleibt daher immer eine Restmikrobewegung, die sich durch ein breiteres Spektrum und durch ein nicht verschwindendes Korrelationssignal bemerkbar macht.

# 5.3 Einfluß der Spiegel auf das Verschieben und Speichern von Ionen

Wie bereits im vorausgehenden Abschnitt beschrieben, ist das Laden und Verschieben von Ionenwolken und Einzelionen sowie die gezielte Erzeugung einzelner Ionen in der Beobachtungsregion problemlos möglich, solange kein Resonator in der Beobachtungsregion aufgebaut ist.

Erste Versuche, eine Ionenwolke aus der Laderegion ins Innere des Resonators zu verschieben, verliefen dagegen zunächst erfolglos. Trotz Optimierung des Verschiebeprozesses war es nicht möglich, ein Ion zwischen die Spiegel zu schieben. Es mußte daher untersucht werden, in wie weit eine asymmetrische Justage oder ein Aufladen der Spiegel durch die Elektronenkanone den Verschiebeprozeß beeinflussen. Hierzu wurde das Pseudopotential für verschiedene Abstände eines Spiegels zur Fallenmitte berechnet. Experimentell wurde die Verschiebung der Ionenwolke aus der Fallenmitte in Abhängigkeit vom Spiegelabstand betrachtet. Ein Spiegel wurde dazu an einer Lineardurchführung befestigt und die Position einer Ionenwolke in Abhängigkeit vom Spiegelabstand zur Fallenmitte untersucht.

#### 5.3.1 Simulation des Pseudopotentials

Zur Simulation des Pseudopotentials wurde die vollständige Fallengeometrie mit der Methode der finiten Elemente untersucht. Die Berechnungen wurden mit dem Statikmodul von MAFIA<sup>1</sup> für eine Amplitude der Fallenspannung von 400 V durchgeführt. Das Volumen, in das die Fallengeometrie eingebettet ist wird für die Berechnungen von MAFIA in ein dreidimensionales Punktraster unterteilt. Durch Angabe der Materialeigenschaften der Falle und des Spiegels sowie der Angabe der angelegten Spannung, kann MAFIA für jeden Punkt des Rasters Potential und Feldvektor berechnen. Zur Kontrolle der Genauigkeit der Berechnungen wird überprüft wie gut die Bedingung div D = 0 erfüllt wird. Mit einem Wert kleiner als  $10^{-15}$  war diese Bedingung in allen Simulationen hinreichend gut erfüllt. Als Maß für das Pseudopotential wurde das Betragsquadrat des elektrischen Feldvektors ausgelesen und zur Analyse verwendet.



Abbildung 5.6: Falschfarbendarstellung des Pseudopotentials in einer Ebene, deren Normale die Fallenachse ist und die den Mittelpunkt der Spiegelfläche enthält. Das Potentialminimum liegt im Zentrum der blauen Färbung. Der Spiegelabstand zur Fallenachse beträqt -3mm.

Abbildung 5.7: Falschfarbendarstellung des Pseudopotentials wie in 5.6. Das Potentialminimum ist deutlich aus dem Fallenzentrum verschoben. Der Spiegelabstand zur Fallenachse beträgt -0,5 mm.

Abbildungen 5.6 und 5.7 zeigen das Betragsquadrat des elektrischen Feldvektors in einer Ebene, deren Normale die Fallenachse ist und die den Mittelpunkt der

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>MAFIA ist ein Softwarepacket, das entwickelt wurde, um alle Arten von elektromagnetischen Problemen zu lösen. Es wird vertrieben von der Firma CST GmbH (Computer Simulation Technology), Büdinger Str. 2a, 64289 Darmstadt.

Spiegelfläche enthält. Die Spiegelmitte befindet sich bei z = 0 und y = -3 mm bzw. y = -0, 5 mm. Die Fallenachse liegt senkrecht zur Papierebene und geht durch den Punkt z = 0 und y = 0.

Bei einem Spiegelabstand von 3 mm (Abbildung 5.6) zeigt das Pseudopotential die radial zur Fallenachse erwartete Rotationssymmetrie. Ein Einfluß des Spiegels ist nicht zu beobachten. Deutlich hingegen ist die Verschiebung des Potentialminimums aus der Fallenachse in Richtung des Spiegels für einen Spiegelabstand von 0,5 mm zu erkennen (Abbildung 5.7. Eindrucksvoll bestätigt sich dieses Bild in Abbildungen 5.8 und 5.9, die das Pseudopotential in einer durch die von Fallenachse und optischer Achse aufgespannten Ebene zeigen.



Abbildung 5.8: Falschfarbendarstellung des Pseudopotentials in einer Ebene aufgespannt durch die optische Achse und die Fallenachse. Kleine Potentialwerte sind blau, große Potentialwerte rot dargestellt. Die Spiegelmitte liegt bei x = -11,55 mm und y = -3 mm.



Zur qualitativen Untersuchung der Verschiebung des Pseudopotentialminimums aus der Fallenachse wurde diese Verschiebung in Richtung der optischen Achse des Spiegels für mehrere Spiegelabstände zum Fallenzentrum berechnet. Dargestellt ist diese Verschiebung in Abbildung 5.10. Die an die berechneten Punkte angepaßte Kurve zeigt näherungsweise eine  $1/r^2$  Abhängigkeit.



Abbildung 5.10: Das Potentialminimum wird bei Anwesenheit eines einzelnen Spiegels aus dem Fallenzentrum verschoben. Die angepaßte Kurve deutet die zu erwartende  $1/r^2$  Abhängigkeit der Verschiebung vom Spiegelabstand an.

### 5.3.2 Verschiebung der Ionenwolke durch den Spiegel

Die Ergebnisse der Messung in Abbildung 5.11 und der Simulation in Abbildung 5.10 zeigen dasselbe  $1/r^2$ -Verhalten. Die Verschiebung der Ionen hängt ausschließlich von der Position des Spiegels ab. Zwei Ursachen kommen in Frage:

 Das Potential wird bei den Versuchen mit einem einzelnen Spiegel durch den Einfluß des Dielektrikums asymmetrisch verformt und das Potentialminimum somit vom Spiegel aus der Fallenachse herausgedrängt. Bei Verwendung zweier Spiegel sollte dieser Effekt nicht auftreten, vorausgesetzt sie sind so gut justiert, daß sie symmetrisch zur Fallenachse sitzen. Andernfalls kommt es auch hier zu einer Verschiebung des Potentialminimums.

Die Verschiebung kann so groß werden, daß die Ionen außerhalb der Beobachtungsregion des Photomultipliers liegen und deshalb nicht mehr nachgewiesen werden können. In diesem Fall muß die Position der Irisblende angepaßt werden. Festzustellen ist, daß die Justage der Spiegelposition umso kritischer ist, je kleiner der Spiegelabstand gewählt wird. Die Verschiebung der Ionenwolke kann auch auf der Wechselwirkung mit Ladungen auf der Spiegeloberfläche beruhen. Dieser Effekt der Spiegelaufladung sollte sich bei der Verwendung von zwei Spiegeln ebenfalls teilweise ausgleichen, wenn man davon ausgeht, daß sich beide Spiegel gleichsinnig aufladen. Um jedoch kein Risiko einzugehen, ist es ratsam, die Spiegel künftig an den Stellen des Substrats, die nicht dem optischen Feld ausgesetzt sind metallisch zu beschichten und zu erden. Eine Aufladung wäre somit dauerhaft ausgeschlossen.



Abbildung 5.11: Experimentelle Bestimmung der Verschiebung einer Ionenwolke. Bei Anwesenheit eines einzelnen Spiegels wird die Ionenwolke aus dem Fallenzentrum verschoben. Die angepaßte Kurve deutet wie in Kapitel 5.3.1 erläutert die zu erwartende  $1/r^2$  Abhängigkeit der Verschiebung vom Spiegelabstand zur Fallenachse an.

Vergleicht man die Ordinaten der Abbildungen 5.10 und 5.11 so wird deutlich, daß im Experiment eine deutlich größere Verschiebung beobachtet wird, als durch die Wechselwirkung mit dem Dielektrikum erklärbar ist. Die Meßergebnisse zeigen andererseits aber, daß der Atomofen und die Elektronenkanone nicht zu einer Aufladung und somit zu einer Änderung der Ionenverschiebung führen. Das Einschalten der Elektronenkanone und des Atomofens und beider zusammen nach der Verschiebung sowie das Laden der Falle bei kleinen Spiegelabständen zur Fallenmitte hat keinen Einfluß auf die Verschiebung der Ionenwolke. Für die größere Verschiebung der Ionenwolke im Experiment müssen also Ladungen verantwortlich sein, die aus anderen Quellen stammen.

Für die Experimente wurde zunächst auf die metallische Beschichtung der Spiegel verzichtet. Durch die Wahl des Spiegelabstandes zur Fallenachse von 3 mm (d. h. einer Resonatorlänge von 6 mm) konnte der Einfluß der oben beschriebenen Faktoren soweit minimiert werden, daß es tatsächlich gelang, erstmals ein einzelnes Ion in die Mode eines optischen Resonators einzubringen und mittels der seitlich emittierten Fluoreszenz zu detektieren. In Abbildung 5.12 ist exemplarisch die Fluoreszenz einer Ionenwolke in Abhängigkeit von der Relativposition von Ionenwolke und Resonatormode dargestellt.



Abbildung 5.12: Die zweidimensionale Verschiebung einer Ionenwolke relativ zur Resonatormode nachgewiesen durch Detektion der seitlichen Fluoreszenz bestätigt das erstmalige Einbringen einer Ionenwolke in das elektromagnetische Feld des Resonators.

Hierfür wurde die Ionenwolke durch das Anlegen von Gleichspannungen an die Außenelektroden und an die axial einschließenden Elektroden zweidimensional und senkrecht zur optischen Achse verschoben.

## 5.4 Optischer Resonator

### 5.4.1 Bestimmung von Finesse, Transmission und Absorption

Die für die Experimente verwendeten Spiegel besitzen eine dielektrische Beschichtung für den 4 $^2S_{1/2} \rightarrow$ 4 $^2P_{1/2}$ Übergang bei 397,21 nm. Aus der Halbwertsbreite

der Transmissionmaxima (Abbildung 5.13) und dem freien Spektralbereich wurde die maximale Finesse zu 4000 bestimmt. Bei gleichzeitiger Messung der transmittierten und reflektierten Leistung, lassen sich die Absorptionsverluste und die Transmission mit den im folgenden beschriebenen Gleichungen bestimmen [33].



Laserfrequenz (willk. Einheiten)

Abbildung 5.13: Transmission und Reflexion des Resonators mit 1mm Spiegelabstand bei optimaler Einkopplung.

Die Verluste des Resonators sind in der  $\delta$ -Notation gegeben durch (siehe Kapitel 2):

$$\delta_c = \delta_0 + \delta_1 + \delta_2$$

Hieraus läßt sich die Finesse berechnen zu:

$$F = \frac{2\pi}{\delta_c}$$

Dies entspricht einer Linienbreite von

$$2\kappa = \frac{c \cdot \delta_c}{2L} \tag{5.7}$$

mit L der Resonatorlänge, c<br/> der Lichtgeschwindigkeit und  $\kappa$  der Zerfallsrate des Resonatorfeldes.

Für die transmittierte Intensität gilt:

$$I_{trans} = \frac{4\delta_1 \delta_2}{\delta_c^2} \cdot \eta \tag{5.8}$$

Die reflektierten Intensitäten der beiden Spiegel sind gegeben durch:

$$I_{refl1} = \frac{(\delta_2 + \delta_0 - \delta_1)^2}{\delta_c^2} \cdot \eta + (1 - \eta)$$
(5.9)

$$I_{refl2} = \frac{(\delta_1 + \delta_0 - \delta_2)^2}{\delta_c^2} \cdot \eta + (1 - \eta)$$
(5.10)

mit der Modenanpassungseffizienz  $\eta$ .

Wie bereits in der Diplomarbeit von D. Schaudel [52] dargestellt, wird im optimalen Fall eine Modenanpassungseffizienz von  $\eta \approx 83\%$  bei einer Transmission von  $\delta_{1,2} \approx 100$  ppm und Verlusten von  $\delta_{1,2} \approx 600$  ppm pro Spiegel erreicht.

Die hier vorgestellten Ergebnisse repräsentieren die Eigenschaften des Resonators unter optimalen Bedingungen bei einem Spiegelabstand von etwa 1 mm. Aufgrund der Ergebnisse in Kapitel 5.3.2 wurde der Spiegelabstand bei den Experimenten mit Ionen im Resonator zu 6 mm gewählt. So ist gewährleistet, daß Ionen in die Feldmode verschoben werden können. Der zur Vermessung der Modenstruktur verwendete Resonator hatte, wie bereits erwähnt, eine Finesse von 3000. Die Linienbreite ist hier aufgrund der größeren Länge des Resonators kleiner als in Abbildung 5.13 ( $2\kappa = 52$  MHz).

#### 5.4.2 Mechanische Frequenzstabilität

Zur Stabilisierung des Resonators auf den eingekoppelten Laser, ist einer der Resonatorspiegel auf einen Röhrenpiezo montiert. Durch Modulation der Piezospannung und somit der Resonatorlänge ist das mittels einer Photodiode detektierte Transmissionssignal ebenfalls mit derselben Frequenz moduliert. Ein Lock-In Verstärker erzeugt aus dem modulierten Transmissionssignal ein Regelsignal, das die Resonatorlänge auf das Maximum der Transmission stabilisiert. Bereits bei einer von außen eingestrahlten Laserleistung von 1  $\mu$ W führt die große Leistungsüberhöhung im Resonator zu starken Sättigungseffekten. Für Experimente mit einzelnen Ionen darf die eingestrahlte Leistung nicht größer als einige hundert Nanowatt sein. Für Experimente im Bereich der starken Kopplung liegen die Leistungen im Pikowattbereich.

Bei Eingangsleistungen kleiner als 1  $\mu$ W ist aufgrund der Absorptionsverluste die transmittierte Intensität zu klein, um mit einer Photodiode nachgewiesen zu werden. Deshalb wird zur Durchführung von Messungen bei kleiner Intensität eine periodisch unterbrochene Stabilisierung verwendet:

Ein relativ starker Laserstrahl zur Stabilisierung (ca. 2  $\mu$ W) und ein schwacher Anregungslaser für die Experimente (ca. 300 nW).



Abbildung 5.14: Photodiodensignal bei einer periodischen Unterbrechung der Stabilisierung mit 140 Hz

In Abbildung 4.1 ist der Strahlengang des unterbrochenen Stabilisierungslasers und des schwächeren Anregungslasers eingezeichnet. Beide Laser haben gleiche optische Weglängen bis zum Resonator und somit gleiche Strahleigenschaften. Sie können deshalb mit der gleichen Abbildungsoptik eingekoppelt werden. Daniel Schaudel hat bereits in seiner Diplomarbeit [52] gezeigt, daß bei Unterbrechungsfrequenzen zwischen 60 Hz und 200 Hz keine meßbare Frequenzdrift des

Resonators auftritt und daß die Stabilisierung keine Schwankungen im transmittierten Stabilisierungslaser zeigt (siehe dazu Abbildung 5.14).

## 5.5 Kompensation der Mikrobewegung

Zur dreidimensionalen Vermessen der Feldverteilung einer Resonatormode dient ein einzelnes Ion, das gut lokalisiert sein muß. Hierzu ist zunächst die thermische Bewegung des Ions zu minimieren. Dies wird in unseren Experimenten durch Dopplerkühlung des Ions auf bis zu 0,5 mK erreicht. Gleichzeitig ist es jedoch unabdinglich, auch die durch das RF-Potential angeregte Mikrobewegung zu minimieren. Durch Kontaktpotentiale auf den Elektroden wird das Ion aus dem Minimum des Fallenpotentials verschoben und somit der Mikrobewegung ausgesetzt. Durch Anlegen von Gleichspannungen an die Außenelektroden kann das Ion aber in das RF-Potentialminimum zurückgeschoben werden. Dort hat das Ion keine Mikrobewegung.

Zur Bestimmung der optimalen Gleichspannungen können verschiedene Methoden verwendet werden:

### Minimierung der Seitenbänder

Durch die Bewegung des Ions mit der Fallenantriebsfrequenz entstehen durch den Dopplereffekt Seitenbänder im Fluoreszenzspektrum bei den Frequenzen  $\pm n \cdot \Omega$ , wobei  $\Omega$  die Fallenantriebsfrequenz darstellt. Befindet man sich im Bereich der starken Kopplung, das heißt ist  $\Omega >> \Gamma$  mit  $\Gamma$  der Zerfallsrate des Übergangs, können diese Seitenbänder aufgelöst werden. Durch Minimierung der Seitenbänder läßt sich nun das Ion in das Potentialminimum verschieben (siehe dazu Abbildung 5.15). Im Fall der Anregung von <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> bei 397 nm ist diese Methode nicht anwendbar, da hier  $\Omega = 2\pi \cdot 1$  MHz und  $\Gamma = 2\pi \cdot 22$  MHz sind.



Abbildung 5.15: Die Mikrobewegung des Ions mit der Fallenfrequenz  $\Omega$ führt zu Seitenbändern im Anregungsspektrum. Exemplarisch sind hier das erste rote Seitenband und das erste blaue Seitenband dargestellt.

### Minimierung der Linienbreite

Falls  $\Omega \ll \Gamma$  sind die Seitenbänder nicht aufgelöst. Die Mikrobewegung macht sich als Verbreiterung des Spektrums bemerkbar. In diesem Fall muß das Ion so verschoben werden, daß die Linienbreite minimal wird.

Nach einer ersten Grobjustage der Verschiebespannungen, die bereits ein relativ schmales Spektrum ermöglicht, wird die Laserverstimmung so eingestellt, daß die Fluoreszenzrate die Hälfte des Maximalwertes beträgt (Anfang des roten Pfeils in Abbildung 5.16). Die Verschiebespannungen sind nun so feinzuoptimieren, daß die Fluoreszenzrate minimal wird. Durch mehrfaches Wiederholen dieser Prozedur läßt sich das Optimum der Mikrobewegungskompensation finden.



Abbildung 5.16: Durch Änderung der Ionenposition im Fallenpotential, kann bei fester Laserverstimmung die Fluoreszenzzählrate miminiert werden. Die Mikrobewegung ist nun besser kompensiert und das Ion zeigt ein schmaleres Spektrum.

### Radiofrequenzkorrelationsmethode

Die Methode, die im folgenden beschrieben wird und die in dieser Arbeit angewendet wurde, erreicht die größte Genauigkeit bei der Einstellung der Kompensation der Mikrobewegung.

Aufgrund der Mikrobewegung oszilliert das Ion mit der Fallenfrequenz. Bei der Wechselwirkung zwischen Ion und Laserlicht ist daher der Doppler-Effekt zu berücksichtigen. Betrachtet man die Laseranregung im Ruhesystem des Ions, so ist das Ion Laserlicht ausgesetzt, das mit der Fallenantriebsfrequenz frequenzmoduliert ist. Diese Frequenzmodulation macht sich als Intensitätsmodulation des Fluoreszenzlichtes bemerkbar (Abbildung 5.17).



Abbildung 5.17: Die Mikrobewegung eines Ions führt in Folge der sich im Ruhesystems des Ions periodisch ändernden Laserverstimmung zu einer Intensitätsmodulution des Fluoreszenzlichtes

Mit Hilfe eines Zeit-zu-Digital-Konverters läßt sich die Zeit  $\delta t$  zwischen der Ankunft eines Photons und einer festen Phase des RF-Feldes messen. Die Anzahl der in einem Zeitintervall  $\Delta T$  mit der Zeitdifferenz  $\delta t$  detektierten Photonen hängt aufgrund der Intensitätsmodulation des Fluoreszenzlichtes mit der Fallenfrequenz von der Phase des RF-Feldes bei der Photonenemission ab. In Abbildung 5.18 ist über mehrere Zyklen des RF-Feldes die Anzahl der Zählpulse aufgetragen, die Photonen zuzuordnen sind, die bei einer bestimmten Phase des RF-Feldes emittert wurden, d. h. mit einer festen Zeitdifferenz  $\delta t$  gemessen wurden.

Die größte Empfindlichkeit dieser Meßmethode wird erreicht, wenn die Laserverstimmung so groß ist, daß die Fluoreszenz des Ions bei der Hälfte des Maximalwertes liegt. Die Laserfrequenz liegt nun auf der Flanke des Fluoreszenzspektrums und bereits kleine Bewegungsamplituden führen zu meßbaren Modulationen der Fluoreszenzintensität. Eine geeignete Wahl der Kompensationsspannungen ermöglicht es, die Modulationstiefe und somit die Mikrobewegung zu



Abbildung 5.18: Die Wahl günstiger Kompensationsspannungen ermöglicht die Minimierung der Mikrobewegungsamplitude auf weniger als 10% der Anregungswellenlänge (rechte Kurve). Bei bekannter Verstimmung des Anregungslasers aus der Resonanz kann die Mikrobewegungsamplitude aus der in dieser Abbildung ablesbaren Amplitude der Anzahl der Zählpulse berechnet werden.

minimieren.

Da über den Doppler-Effekt jeweils nur eine Komponente der Bewegung untersucht werden kann, erfordert die Mikrobewegungskompensation zwei Laser, für die gleichzeitig die Modulationstiefe minimiert werden muß.

In der hier vorgestellten Falle läßt sich die Mikrobewegung auf diese Weise so gut kompensieren, daß das Ion besser lokalisiert werden kann als ein Zehntel der Anregungswellenlänge  $\lambda = 397$  nm.

Abbildung 5.19 zeigt das Spektrum eines optimal mikrobewegungskompensierten Ions. Die volle Breite bei halber Höhe *w* ergibt sich durch Anpassung eines Lorentzprofils zu 29 MHz. Aufgrund von Sättigungsverbreiterung liegt sie leicht über der natürlichen Linienbreite von 22 MHz. Der scharfe Abfall des Fluoreszenzspektrums entsteht durch Aufheizung des Ions bei blauer Laserverstimmung. Das aufgeheizte Ion ist aufgrund des Dopplereffektes nicht mehr resonant mit dem anregenden Laser und somit ist auch keine Fluoreszenz mehr zu beobachten.



Abbildung 5.19: Fluoreszenzspektrum eines mikrobewegungskompensierten Ions. Die rote Kurve stellt ein an die Meßdaten angepaßtes Lorentzprofil mit einer vollen Breite bei halber Höhe von 29 MHz dar.

# 5.6 Dreidimensionale Vermessung verschiedener Moden

Das in dieser Arbeit aufgebaute Experiment ermöglicht erstmalig das Vermessen einer beliebigen Feldverteilung mit einem einzelnen Kalziumion als Meßsonde. Die erreichte Auflösung ist nur begrenzt durch die Restamplitude der Ionenbewegung, die bei den hier vorgestellten Ergebnissen durch Kompensation der Mikrobewegung und Kühlung auf einen Wert von 60 nm gebracht wurde. Die maximal erreichbare Auflösung ist durch die Breite des Grundzustandes der harmonischen Schwingung im Pseudopotential der Falle gegeben. Bei Kühlung in den Grundzustand über Seitenbandkühlung [46] oder elektromagnetisch induzierte Transparenz [53] ließe sich mit dieser Falle eine Auflösung von etwa 8 nm erreichen. Für eine noch bessere Auflösung müßte die Fallenelektronik umgebaut werden, um die Falle bei einer größeren Frequenz betreiben zu können und so ein steileres Fallenpotential zu erreichen. Mit einer Fallenfrequenz von 100 MHz ließe sich beispielsweise eine Auflösung von 3 nm erreichen.

Auf dem Gebiet der Nahfeld-Mikroskopie [10] wurden bereits optische Felder mit einer Auflösung gemessen, die weit unterhalb der Beugungsgrenze liegt. Die Auflösung ist bei diesen Messungen nur durch die Größe der Probe bestimmt. Nachdem anfänglich Experimente mit optischen Fasern durchgeführt wurden, ließ sich eine weit bessere Auflösung durch die Verwendung einzelner Moleküle als Probe erreichen [11, 12]. Damit wurden Auflösungen eines optischen Feldes von etwa 100 nm demonstriert [13, 14, 15, 16]. Ein Nachteil dieser Methode liegt in der Fixierung des Moleküls in einer Kristallmatrix oder auf einem Substrat. Hierdurch kommt es zu Absorption, Beugung, Streuung und Störung der Phase des zu messenden optischen Feldes.

Die Speicherung eines einzelnen Ions in einem elektrischen Wechselfeld hingegen, hat keinen Einfluß auf das zu messende optische Feld. Die vorangegangenen Überlegungen zeigen also deutlich, daß ein einzelnes Ion sowohl in Bezug auf seine Größe als auch in Bezug auf die Störung des zu messenden optischen Feldes der ideale Meßsensor für Messungen mit Auflösungen im Bereich einiger Nanometer ist.

Ausgemessen wurden in dieser Arbeit die  $\sin^2$ -Abhängigkeit der Intensitätsverteilung entlang der optischen Achse und die Intensitätsverteilung einiger Transversalmoden senkrecht zur optischen Achse des in 5.4 beschriebenen optischen Resonators. Die Länge des Resonators wurde hierzu aktiv auf die jeweilige Mode stabilisiert, die mit einem mit dem Übergang  $4^2S_{1/2} \rightarrow 4^2P_{1/2}$  resonanten Laser bei 397 nm angeregt wurde. Die Fluoreszenz des über die Mode angeregten Ions ist proportional zur lokalen Dichte des optischen Feldes und dient als Maß für die Intensitätsverteilung im Resonator. Generell ermöglicht dieser Versuchsaufbau, ein einzelnes Ion zur Vermessung einer beliebigen optischen Feldverteilung zu verwenden.

Um die Intensitätsverteilung entlang der optischen Achse des Resonators zu bestimmen, darf das Ion nicht von der Fallenachse weg verschoben werden, da sonst die erhöhte Mikrobewegung die Auflösung stören oder sogar die gesamte Messung verhindern würde. Aus diesem Grund ist der Resonator (siehe Kapitel 4.3) auf einem Piezotisch montiert, wodurch die Feldverteilung relativ zur Falle verschoben werden kann.

Während das Ion nur über die in den Resonator eingekoppelte Mode angeregt wird – der Rückpumplaser bei 866 nm wird seitlich zwischen den Spiegeln durchjustiert – kann der Resonator über die Distanz mehrerer Wellenlängen entlang der optischen Achse gefahren werden. Gleichzeitig wird mit dem senkrecht zur Achse orientierten Photomultiplier die Fluoreszenzrate gemessen.



Abbildung 5.20: Vermessung der longitudinalen Feldverteilung durch Verschieben des Resonators entlang der Resonatorachse bei festlokalisiertem Ion. Der Sättigungsparameter beträgt hier etwa 1,7.  $P_L = 2 \ \mu W$ 



Abbildung 5.21: Vermessung der longitudinalen Feldverteilung durch Verschieben des Resonators entlang der Resonatorachse bei festlokalisiertem Ion. Der Sättigungsparameter beträgt nur noch 0,25.  $P_L = 300 \ nW$ 

In den Abbildungen 5.20 und 5.21 ist die longitudinale Feldverteilung für zwei verschiedene Leistungen des Anregungslasers dargestellt. Die Meßkurve mit dem kleineren Kontrast von 27% wurde mit einer Leistung von  $2\mu$ W aufgenommen, während der die Meßkurve mit einem Kontrast von 40% mit einer Leistung von 300 nW ausgemessen wurde. Zu diesen Leistungen, die jeweils vor dem Resonator gemessen wurden, gehören Sättigungsparameter von 1,7 beziehungsweise 0,25. Starke Sättigung verringert den Kontrast so stark, daß bei zu großen Leistungsdichten in der Resonatormode die Modenstruktur nicht mehr aufgelöst werden kann. Alle Messungen der longitudinalen wie der transversalen Modenstrukturen, die mit einer Leistung des Anregungslasers kleiner als  $1\mu$ W durchgeführt wurden, sind mit der in Kapitel 5.4.2 beschriebenen Methode der periodisch unterbrochenen Stabilisierung aufgenommen.

Aus der Beziehung

$$\Delta x \approx \frac{\lambda}{4\pi \cdot K \cdot S/R} \tag{5.11}$$

mit  $\Delta x$  der räumlichen Lokalisierung des Schwerpunktes des Ions,  $\lambda$  der Anregungswellenlänge, K dem Kontrast und S/R dem Signal zu Rausch Verhältnis, erhält man für starke Sättigung einen Wert von  $\Delta x \approx 23$  nm  $\approx \lambda/17$ . Im Fall kleiner Sättigung (S=7) wird die Lage des Schwerpunktes der Wellenfunktion des Ions am Punkt maximaler Steigung des Stehwellenfeldes bis auf  $\Delta x \approx 16$  nm  $\approx \lambda/25$  bestimmt. Zwar läßt sich theoretisch das Signal zu Rausch Verhältnis durch eine immer größere Integrationszeit beliebig vergrößern und somit eine im Grenzwert unendliche Lokalisierung erreichen, aber dennoch liegt hier keinesfalls eine Verletzung des Heisenbergschen Unschärfe Prinzips vor, da nicht der Ort des Ions sondern nur der zeitliche Mittelwert der Lage des Schwerpunktes beliebig genau bestimmbar ist.

Zur Vermessung der transversalen Intensitätsverteilung der Resonatormode, d. h. in axialer Richtung der Falle ist es aufwendig, den Resonator zu verschieben, da er entsprechend seiner Strahltaille um mehr als 24  $\mu m$  verschoben werden müßte. Bei einer so großen Verschiebung des Resonators relativ zum einzukoppelnden Strahl, müßte die Strahllage des Lasers synchron mit der Resonatorverschiebung nachgeführt werden, um während der gesamten Messung die gleiche Einkopplung des Lasers zu gewährleisten. Ein einfacheres Verfahren zur transversalen Modenvermessung nutzt die Fallengeometrie. Eine lineare Falle hat im Idealfall keine Mikrobewegung entlang der Fallenachse. Auch die für diese Arbeit konstruierte lineare Quadrupolfalle ist so gut justiert, daß im Bereich der für die hier beschriebene Messung notwendigen Verschiebung keine Mikrobewegung entlang der Achse zu beobachten ist. Überprüfen läßt sich die Qualität der Justage durch die Untersuchung der Abhängigkeit der Mikrobewegungskompensationsspannungen von der Position des Ions auf der Fallenachse. Im Rahmen einer Verschiebung von  $\pm 30 \ \mu m$  konnte keine signifikante Veränderung der Kompensationsspannungen festgestellt werden.

Verschoben wird das Ion durch eine Spannungsrampe an der Gleichspannungselektrode DC4 (siehe Abbildung 4.2). Abbildungen 5.22 und 5.24 zeigen die gemessene Intensitätsverteilung der TEM00 Mode und das an die Meßdaten angepaßte Gaußprofil. In Abbildung 5.23 ist eine Simulation einer Gaußmode und die Orientierung des Positionierungsweges des Ions relativ zur Resonatormode dargestellt.



Abbildung 5.22:Vermessung dertransversalen Feldverteilung derTEM00durchMode Verschiebung eines einzelnen Ions entlang derFallenachse. Der Sättigungsparameter beträgt hier etwa 60.



Abbildung 5.23: Simulation der TEM 00 Mode. Der Pfeil zeigt die Orientierung des Positionierungsweges des Ions relativ zur Resonatormode.

Zur Anpassung des Gaußprofils an die Meßdaten müssen folgende Faktoren berücksichtigt werden:

• Der Zusammenhang zwischen angelegter Spannung und der axialen Position des Ions ist nicht linear, da das Minimum des axialen Potentials bei starker Asymmetrie der Spannungen nicht direkt proportional zur variierten Spannung ist.

- Die Intensität ist bei allen Messungen so groß, daß Sättigung berücksichtigt werden muß.
- Durch ungenügende Kühlung vertikal zur Verschiebung verbleibt im Fall starker Sättigung eine thermische Restbewegung, die das Meßergebnis verschmiert.



Abbildung 5.24: Vermessung der TEM00 Mode bei einem Sättigungsparameter von 0,7.

Die thermische Restbewegung muß nur für die Messungen im Bereich starker Sättigung berücksichtigt werden, da für die Messungen bei kleiner Sättigung das Ion mit einem zusätzlichen schwachen Laser gekühlt wurde, der seitlich zwischen den Resonatorspiegeln eingestrahlt wurde. Ein Beitrag der thermischen Restbewegung zur beobachteten Modenstruktur ist dann nicht mehr festzustellen. Es zeigt sich sowohl für starke wie schwache Sättigung eine hervorragende Übereinstimmung mit der Theorie. Bei der Anpassung der höheren Hermite-Gauß Moden wurden daher nur noch die Sättigung und die Nichtlinearität der Ionenposition berücksichtigt.

Die Abbildungen 5.25, 5.27, 5.28, 5.30 und 5.32 zeigen die Intensitätsverteilungen verschiedener höherer Moden, die bei fester Laserfrequenz aber bei unterschiedlichen Resonatorlängen angeregt werden. Die Messungen wurden für alle Moden außer der TEM02 Mode für je zwei verschiedene Sättigungsparameter durchgeführt.



Abbildung 5.25:Vermessung derFeldverteilung transversalen derTEM01Mode durchVerschiebung eines einzelnen Ions entlang derFallenachse. Der Sättigungsparameter beträgt etwa 60.



Abbildung 5.26: Simulation der TEM 01 Mode. Der Pfeil zeigt die Orientierung des Positionierungsweges des Ions relativ zur Resonatormode.

Alle Moden außer der TEM11 Mode sind in der Terminologie der Rechteckgeometrie beschrieben, da eine leichte Neigung des Lasersstrahls gegen die optische Achse die Rotationssymmetrie bricht. Moden in Rechteckgeometrie werden durch Hermite-Gauß Polynome beschrieben. Die Messung der TEM11 Mode wurde mit einem gut auf die optische Achse justierten Laser angeregt und wird daher in Kreisgeometrie durch Laguerre-Gauß Polynome beschrieben. Aufgrund der relativ großen Resonatorlänge von 6 mm ist es nicht leicht, den Laserstrahl sehr gut zur optischen Achse zu justieren. Daher werden fast ausschließlich Feldverteilungen in Rechteckgeometrie beobachtet.

Die Anregung höheren Moden ist möglich, da der einfallende Gaußstrahl nicht exakt an die Grundmode des Resonators angepaßt ist. Die maximal mögliche Modenanpassung ist hier sowohl durch die Genauigkeit der Linsenpositionen als auch durch das Profil des Laserstrahls bestimmt. Experimentell konnten bis zu 83% in die Grundmode des Resonators eingekoppelt werden (siehe Kapitel 5.4). Die restlichen 17% entsprechen Beiträgen höherer Ordnung, die die Anregung höherer Moden ermöglichen. Die Intensität der höheren Moden läßt sich im Experiment sehr gut durch Variation des Einfallswinkels des Lasers und des Fokus einer der beiden Einkoppellinsen beeinflussen.


Abbildung 5.27: Vermessung der transversalen Feldverteilung der TEM01 Mode mit einem schwachen Teststrahl bei einem Sättigungsparameter von etwa 2.



Abbildung 5.28: Vermessung der transversalen Feldverteilung der TEM02 Mode mit einem kleinen Sättigungsparameter von etwa 1,2

Abbildung 5.29: Simulation der TEM 02 Mode. Der Pfeil zeigt die Orientierung des Positionierungsweges des Ions relativ zur Resonatormode.

Zur zweidimensionalen Vermessung der Transversalmoden muß die Feldverteilung zusätzlich zur axialen Richtung der Falle auch in radialer Richtung untersucht werden. Mit radial wird hier eine Richtung senkrecht zur optischen Achse und zur Fallenachse bezeichnet. Hierzu kann wiederum nicht das Ion verschoben werden, da die dadurch angeregte Mikrobewegung die Messung beeinträchtigen



Abbildung 5.30: Vermessung der transversalen Feldverteilung der TEM11 Mode durch Verschiebung eines einzelnen Ions entlang der Fallenachse. Der Sättigungsparameter beträgt etwa 60.



Abbildung 5.32: Vermessung der transversalen Feldverteilung der TEM03 Mode mit einem kleinen Sättigungsparameter von etwa 0,03



Abbildung 5.31: Simulation der TEM11 Mode. Der Pfeil zeigt die Orientierung des Positionierungsweges des Ions relativ zur Resonatormode.



Abbildung 5.33: Simulation der TEM03 Mode. Der Pfeil zeigt die Orientierung des Positionierungsweges des Ions relativ zur Resonatormode.

würde. Ein Verschieben des Resonators in radialer Richtung bedeutet allerdings, wie bereits für eine Verschiebung entlang der Fallenachse erläutert, daß sich die optimale Einkopplung des Laserstrahls nicht aufrechterhalten ließe, ohne gleichzeitig die Strahllage des eingekoppelten Laserstrahls nachzuführen. Dies geschieht durch Parallelversatz des Laserstrahls mittels einer drehbaren, dicken Glasscheibe. Abbildung 5.34 zeigt die so vermessene zweidimensionale Feldverteilung der TEM01 Mode.

Mit der präzisen Kontrolle der Position des Ions in der Feldmode eröffnet



Abbildung 5.34: Zweidimensionale Vermessung der TEM01 Mode. Die schwarzen Linien beschreiben die theoretische Form einer TEM01 Mode.

sich erstmals die Möglichkeit, die Wechselwirkung zwischen Ion und elektrischem Feld exakt und zeitlich konstant festzulegen. Auf diese Weise werden einzigartige Rahmenbedingungen für Experimente im Bereich der Resonator-Quantenelektrodynamik geschaffen (siehe Kapitel 6). Experimente auf diesem Gebiet waren bisher durch mehrere Nachteile gekennzeichnet:

Durch den Resonator fallende oder nur schlecht lokalisierte und zugleich extrem kurz gespeicherte Atome übertragen ihre Statistik auf die zu messenden Größen. Gemittelt werden muß über die zeitliche Änderung der Kopplung zwischen Atom und elektrischem Feld aufgrund der Bewegung der Atome durch die Mode. Ebenso muß über die Atomzahl und die unterschiedliche Kopplung der Atome an die Mode gemittelt werden, da schließlich jedes Atom das Stehwellenfeld an einer anderen Stelle durchquert. Zwar konnte die Bewegung kurz gespeicherter Atome in der Mode und der Einfluß dieser Bewegung auf die Transmission des Resonators äußerst erfolgreich zur Rekonstruktion der Atomtrajektorien ausgenutzt werden [54, 9], aber letztlich verhindert diese Bewegung die kontrollierte Durchführung der in Kapitel 6 beschriebenen Experimente.

Die Ergebnisse dieser Arbeit stellen nicht allein für Experimente auf dem Gebiet der Resonator-Quantenelektrodynamik einen Durchbruch dar, sondern ermöglichen auch Anwendungen im Bereich des Quantencomputers. In den Abbildungen 5.35 und 5.36 wurden zwei Ionen mit konstantem Abstand durch die TEM01 Mode geschoben. Erwartungsgemäß entsteht nun ein Bild der Mode, das drei Maxima aufweist. Die seitlichen Maxima sind verbunden mit der Positionierung jeweils eines der Ionen in einem Maximum der Feldverteilung während das zentrale Maximum entsteht, wenn sich beide Ionen in je einem Maximum befinden. Der Abstand der Ionen beträgt 33  $\mu$ m und entspricht somit etwa dem Abstand der beiden Maxima.



Abbildung 5.35: Beim Positionieren zweier Ionen in einer TEM01 Mode entsteht ein Abbild der Mode mit drei Maxima, die der relativen Positionierung der Ionen in den Maxima der Mode zuzuordnen sind. Die farbigen Pfeile entsprechen den Positionen der bunten Kugeln in Abbildung 5.36.



Abbildung 5.36: Simulation der Positionierung zweir Ionen in der TEM01 Mode. Die farbigen Kugeln symbolisieren die Ionen an verschiedenen Positionen.

Das kontrollierte, zeitgleiche Positionieren zweier Ionen im elektrischen Feld des Resonators, ermöglicht nun, die beiden Ionen über das Feld miteinander zu verschränken [55, 56]. Desweiteren kann auch daran gedacht werden, die in einem Quantencomputer gespeicherte Information entweder auf ein anderes Ion in der gleichen Falle zu übertragen oder sogar ein Quantennetzwerk zu konstruieren, indem die Quanteninformation über die Resonatortransmission auf einen räumlich weit entfernten Resonator optisch transferiert und von dort wieder auf die Ionen eines zweiten Quantencomputers übertragen wird [57].

### Kapitel 6

# Resonator-QED: Anwendungen der entwickelten Anordnung – Ein Ausblick

Im folgenden Kapitel sollen neue Möglichkeiten für die Resonator-Quantenelektrodynamik diskutiert werden, die sich durch die in dieser Arbeit beschriebene Anordnung eröffnet haben. Die Messung eines optischen Feldes mit Hilfe eines gespeicherten Ions hat gezeigt, daß diese Experimente nunmehr durchgeführt werden können. Zu Beginn dieses Kapitel werden die Grundlagen der Wechselwirkung eines einzelnen Atoms oder Ions mit dem elektromagnetischen Feld einer einzelnen Mode eines optischen Resonators behandelt. Als Ausblick werden zwei interessante Anwendungen vorgestellt.

### 6.1 Theoretische Grundlagen

#### 6.1.1 Atom-Feld-Wechselwirkung ohne Dämpfung

Betrachtet man den Idealfall eines einzelnen Zwei-Niveau-Atoms, das mit einer einzelnen Mode eines elektromagnetischen Feldes (z. B. eines Resonators) wechselwirkt, so ist der Hamiltonoperator des Systems gegeben durch:

$$H_{ges} = H_a + H_r + H_{ww} \tag{6.1}$$

mit

$$H_a = \frac{1}{2}\hbar\omega_a \sigma_z \tag{6.2}$$

$$H_r = \hbar \omega_r a^{\dagger} a \tag{6.3}$$

$$H_{ww} = \hbar g(\vec{r})[a^{\dagger}\sigma_{-} + a\sigma_{+}]. \qquad (6.4)$$

 $H_a$ ,  $H_r$  und  $H_{ww}$  sind die Hamiltonoperatoren des Atoms, des Resonators und der Wechselwirkung zwischen Atom und Feld, wobei die Dipolnäherung und die Näherung des rotierenden Feldes verwendet wurden.  $H_a$  gibt die Energie des Atoms mit den Eigenwerten  $\pm \hbar \omega_a/2$  und  $H_r$  die Energie des Feldes an. Die Erzeugungsund Vernichtungsoperatoren des Feldes sind  $a^{\dagger}$  und a;  $\sigma_+$  und  $\sigma_-$  sind die atomaren Auf- und Absteigeoperatoren und  $\sigma_z$  der Operator der atomaren Inversion.  $\omega_a$  ist die atomare Übergangsfrequenz und  $\omega_r$  die Frequenz des Resonatorfeldes. Die Kopplungsstärke zwischen Atom und Feld ist gegeben durch die Kopplungskonstante g am Ort  $\vec{r}$  und es gilt mit  $\omega_a = \omega_r \equiv \omega$ :

$$g(\vec{r}) = \sqrt{\frac{\omega\mu^2}{2\hbar\epsilon_0 V}} \cdot u(\vec{r})$$
(6.5)

Der Faktor  $u(\vec{r})$  beschreibt die räumliche Variation der Feldamplitude,  $\mu$  das elektrische Dipolmoment und V das Modenvolumen. V ist definiert durch

$$V = \int |u(\vec{r})|^2 d^3r .$$
 (6.6)

Das Modell wurde erstmals von Jaynes und Cummings behandelt [58]. Die Energieeigenwerte dieses Systems (siehe Abbildung 6.1) sind gegeben durch:

$$E_n^{\pm} = n\hbar\omega \pm \hbar g(\vec{r})\sqrt{n} \tag{6.7}$$

n bezeichnet die Anzahl der Photonen im Feld.

Sind n Photonen im Feld, so oszilliert das System mit der n-Photonen-Rabifrequenz

$$\Omega_n = 2g(\vec{r})\sqrt{n+1} \tag{6.8}$$

zwischen dem Grundzustand und dem angeregten Zustand.



Abbildung 6.1: Die Jaynes-Cummings Leiter des gekoppelten Atom-Feld Systems. Die Kopplung führt zu einer Aufspaltung der Energieniveaus, die proportional zur Kopplungsstärke und zur Wurzel aus der Photonenzahl plus 1 ist.

#### 6.1.2 Atom-Feld-Wechselwirkung mit Dämpfung

Ein reelles System ist an seine Umgebung gekoppelt, so daß für das Atom-Feld System auch Dämpfung berücksichtigt werden muß. Betrachtet sei im folgenden die Wechselwirkung eines einzelnen Atoms mit einer einzelnen Mode eines Resonators bei gleichzeitiger Einstrahlung eines schwachen externen Feldes  $\epsilon$ . Die Kopplung an die Umgebung erfolgt über den Zerfall des Resonatorfeldes durch einen der Spiegel mit der Rate  $\kappa$  und über den spontanen Zerfall des Atoms mit der Zerfallsrate  $\gamma_{||} \equiv A$ , mit A dem Einstein A-Koeffizienten. Für ein schwaches Feld im Resonator ist der Erwartungswert der atomaren Inversion  $\langle \sigma_z \rangle \approx -1$ , das Atom befindet sich nahezu immer im Grundzustand. Die Heisenbergschen Bewegungsgleichungen für den Erwartungswert des Feldoperators  $\langle a \rangle$  und des Atomoperators  $\langle \sigma_{-} \rangle$  lauten [59]:

$$\langle \dot{a} \rangle = -(\kappa + i\Theta) \langle a \rangle + g \langle \sigma_{-} \rangle + \epsilon \tag{6.9}$$

$$\langle \dot{\sigma}_{-} \rangle = -(\gamma_{\perp} + i\Delta) \langle \sigma_{-} \rangle - g \langle a \rangle$$
 (6.10)

Die Gleichungen sind in einem mit der Frequenz  $\omega_{ext}$  des externen Feldes rotierenden Bezugssystem notiert.  $\Theta = \omega_r - \omega_{ext}$  ist die Verstimmung des Resonators,  $\Delta = \omega_a - \omega_{ext}$  ist die Verstimmung des Atoms und  $\gamma_{\perp}$  ist die Zerfallsrate der atomaren Polarisation. Ist Strahlung der einzige Zerfallsprozeß, so gilt  $\gamma_{\perp} = \gamma_{\parallel}/2$ . Im stationären Fall ist  $\langle \dot{a} \rangle = \langle \dot{\sigma}_{-} \rangle = 0$  und mit  $\kappa = \kappa_{abs} + \kappa_{trans}$  und  $\omega_a = \omega_r \equiv \omega$  ist die Transmission des Resonators:

$$T(\Omega) = \left| \frac{\langle a \rangle \kappa_{trans}}{\epsilon} \right|^2 = \left| \frac{\kappa_{trans}(\gamma_{\perp} + i\Omega)}{g^2 + [\gamma_{\perp} + i\Omega][\kappa + i\Omega]} \right|^2$$
(6.11)

Es wurde verwendet:  $\Theta = \Delta = \omega - \omega_{ext} \equiv \Omega$ ;  $\kappa_{abs}$  steht für die absorbierte und  $\kappa_{trans}$  für die transmittierte Leistung.

Für den Fall, daß kein Feld in den Resonator eingekoppelt wird ( $\epsilon = 0$ ), ergeben sich die Eigenwerte des aus den Gleichungen 6.9 und 6.10 gebildeten Gleichungssystems als Lösungen der Gleichung:

$$0 = [\lambda + (\kappa + i\Theta)][\lambda + (\gamma_{\perp} + i\Delta)] + g^2$$
(6.12)

Abbildung 6.2 zeigt das Verhalten des Atom-Resonator Systems als Funktion der Kopplung g. Die Eigenwerte sind für  $\omega_a = \omega_r = \omega_{ext}$  gegeben durch:

$$\lambda_{\pm} = -\left(\frac{\kappa + \gamma_{\perp}}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa - \gamma_{\perp}}{2}\right)^2 - g^2} \tag{6.13}$$



Abbildung 6.2: Real- und Imaginärteil der Eigenwerte des gekoppelten Atom-Resonator Systems ( $\Theta = \Delta = 0$ ) als Funktion der Kopplung g. Alle Größen sind in den gleichen willkürlichen Einheiten dargestellt.

Der Imaginärteil Im $(\lambda)$  repräsentiert die Oszillationsfrequenz, also die energetische Struktur des Systems, während der Realteil Re $(\lambda)$  die Zerfallsraten beschreibt. Für  $g \to 0$  ist  $\lambda$  reell und  $-\lambda_+ = \gamma_\perp$  und  $-\lambda_- = \kappa$ . Mit wachsender Kopplung g zeigt sich in Im $(\lambda)$  eine Aufspaltung der Energieeigenwerte, die sich in ihrem Verhalten asymptotisch dem linearen Verlauf der Energieeigenwerte  $E_1^{\pm}$  des Jaynes-Cummings-Modells annähert. Der oszillatorische Energieaustausch zwischen Atom und Resonatorfeld manifestiert sich für zunehmende Kopplung in einer gemeinsamen Zerfallsrate des Systems, die mit  $(\kappa + \gamma_{\perp})/2$  gerade dem Mittelwert der Zerfallsraten entspricht.

In Abbildung 6.3 und 6.4 ist zur Veranschaulichung des Verhaltens des gekoppelten Atom-Resonator Systems die Transmission in zwei Bereichen stark unterschiedlicher Kopplungsstärke jeweils als Funktion eines schwach anregenden Feldes dargestellt.



Abbildung 6.3: Transmissionsspektrum des schwach angeregten Atom-Resonator Systems im Bereich des "schlechten" Resonators. Es ist  $\gamma_{\perp} = 1$ ,  $\kappa = 30$  und g = 4. Die gestrichelte rote Kurve stellt die Transmission ohne Kopplung (g = 0) dar.

Der Bereich des sogenannten "schlechten" Resonators (bad-cavity limit) ist gegeben, wenn  $\kappa \gg g^2/\kappa \gg \gamma_{\perp}$  gilt. In diesem Fall können Atom und Resonator noch

als einzelne Komponenten des Systems identifiziert werden. So ist die Breite der Transmission in Abbildung 6.3 gegeben durch  $\operatorname{Re}(\lambda_{-}) \approx \kappa$ , während das Atom als Absorber den Einbruch in der Transmission bewirkt. Die Breite des Einbruchs entspricht der durch den Resonator verstärkten Spontanemissionrate des atomaren Übergangs.

Im Bereich der starken Kopplung (strong-coupling limit) ist die Bedingung  $g \gg (\kappa, \gamma_{\perp})$  erfüllt.



Abbildung 6.4: Transmissionsspektrum des schwach angeregten Atom-Resonator Systems im Bereich der starken Kopplung. Es ist  $\gamma_{\perp} = 1$ ,  $\kappa = 30$  und g = 50. Die gestrichelte rote Kurve stellt die Transmission ohne Kopplung (g = 0) dar.

In Abbildung 6.4 zeigt sich aufgrund des oszillatorischen Energieaustauschs zwischen Atom und Resonatorfeld die Aufspaltung der Transmission in zwei getrennte Maxima (Normalmoden Aufspaltung oder auch Vakuum-Rabi Aufspaltung [7]). Die Breite der Maxima ist gegeben durch den Mittelwert der einzelnen Zerfallsraten  $(\kappa + \gamma_{\perp})/2$ . Der Abstand der Maxima entspricht dem zweifachen der Rabifrequenz g.

#### 6.2 Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen

In Analogie zu den Bits herkömmlicher Computer spricht man beim Quantencomputer von Quantenbits (Q-bits). Diese Q-bits werden aus Atomen, Ionen oder Photonen in einer Überlagerung verschiedener Zustände gebildet und sind die Grundbausteine der Quanteninformationsverarbeitung, der Quantenkommunikation und der Quantenkryptographie. Zur Ausführung einfacher quanten-logischer Operationen und zur Übertragung der Quanteninformation, müssen verschiedene Q-bits verschränkt werden. In einem Quantennetzwerk müssen einzelne Atome oder Ionen über große Distanzen verschränkt werden. Diese Verschränkung kontrolliert herzustellen, erfordert eine deterministische Quelle für einzelne Photonen [60, 61, 62]. Weitere Anwendungen von Ein-Photonen-Pulsen sind die Quantenkryptographie [63] und die Realisierung von Quantengattern mit linearen optischen Elementen [64].

Zur Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen werden einzelne Atome oder Moleküle benötigt, die gepulst angeregt werden müssen. Die Photonenstatistik solcher Quellen zeigt Antibunching, d. h. für die Photonenkorrelationsfunktion gilt  $g^2(0) = 0$ , die Wahrscheinlichkeit zwei Photonen gleichzeitig zu detektieren ist Null. Experimentell wurde Antibunching in der Photonenstatistik der Resonanzfluoreszenz eines einzelnen gespeicherten Ions demonstriert [25]. Auch einzelne Moleküle in einem Festkörper wurden optisch detektiert und spektroskopiert [65] und in der Fluoreszenz in Diamant eingelagerter Farbzentren konnte ebenfalls Antibunching nachgewiesen werden [66]. Weitere Quellen einzelner Photonen sind Quantendots [67] und durch einen Resonator hoher Güte fallende Atome [8]. Allerdings ist im Falle der Quantendots die Ausbeute sehr gering und bei durch den Resonator fallenden Atomen ist die Photonenemission nicht deterministisch.

Ein einzelnes gespeichertes Ions stellt eine ideale Quelle für Pulse einzelner Photonen dar. Die Emission der Photonenpulse erfolgt jedoch bei einem einzelnen Ion unter einem Raumwinkel von  $4\pi$  und ermöglicht daher keine gezielte Verwendung der Photonen für Folgeexperimente. Durch die Kombination des Ions mit einem optischen Resonator werden Ein-Photonen-Pulse in die Resonatormode emittiert. Die Richtung der Auskopplung der Ein-Photonen-Pulse aus dem Resonator ist durch die Resonatormode definiert und die Ein-Photonen-Pulse lassen sich gut in weiteren Anwendungen einsetzen.

Die Erzeugung einzelner Photonen mit <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> funktioniert nach dem in [62] vor-

gestellten Prinzip des adiabatischen Transfers, das im Folgenden kurz erläutert wird. Abbildung 6.5 zeigt das Niveauschema des <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ions mit dem für den adiabatischen Transfer benötigten Pumppuls und den Rückpumppulsen, die die Generierung einer Folge von Ein-Photonen-Pulsen ermöglichen. Der Resonator ist resonant mit dem Übergang von  $4^{2}P_{1/2} \rightarrow 3^{2}D_{3/2}$  bei 866nm.



Abbildung 6.5: Für das  ${}^{40}Ca^+$ -Ion sind die Energieniveaus und Pumpfelder dargestellt, die zur Erzeugung einer Folge von Ein-Photonen-Pulsen benötigt werden.

Das System Ion-Resonator wird zu Beginn der Einzelphotonenerzeugung im Zustand  $|g,0\rangle$  präpariert. Das Ion ist also im Grundzustand während sich kein Photon im Resonatorfeld befindet. Durch eine sich zeitlich ändernde Kopplung g zwischen Ion und Resonatorfeld und einen ebenfalls zeitabhängigen Pumppuls auf dem Übergang von  $|g,0\rangle$  nach  $|e,0\rangle$  (siehe Abbildung 6.6), wird das System ohne den Zustand  $|e,0\rangle$  anzuregen adiabatisch in den Zustand  $|m,1\rangle$  transferiert. Das Ion befindet sich nun im metastabilen  $3^{2}D_{3/2}$ -Niveau und ein Photon wurde stimuliert in das Resonatorfeld emittiert. Unter Emission dieses einzelnen Photons aus dem Resonator geht das System schließlich in den Zustand  $|m,0\rangle$  über. Für <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> ergibt sich mit einem Resonator der Finesse 300000 und einer Länge von 0,5 mm eine Emissionswahrscheinlichkeit für ein einzelnes Photon aus dem Resonator heraus von 96,7%. Lediglich mit 3,3% Wahrscheinlichkeit kommt es zu einer Emission des Photons seitlich aus dem Resonator. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, daß bei 866 nm die Absorbtionsverluste der Spiegel mit etwa 1 ppm deutlich kleiner sind als bei 397 nm. Die Außenseite der Spiegel sollte zur Realisierung kleiner Spiegelabstände mit einer metallischen Beschichtung versehen werden, um so eine Aufladung der Spiegel zu verhindern. Durch die Wahl von Resonatorspiegeln unterschiedlicher Reflektivität wird sichergestellt, daß die Emission des Ein-Photonen-Pulses bevorzugt aus dem Spiegel mit der höheren Transmission heraus erfolgt. Abbildung 6.6 zeigt die zeitliche Abfolge der Pumppulse des adiabatischen Transfers und die Zeitabhängigkeit der Emission eines Ein-Photonen-Pulses bzw. der Emission eines Fluoreszenzphotons.



Abbildung 6.6: Dargestellt ist das zeitliche Verhalten der Kopplung g und des Pumppulses  $\Omega$  und die daraus resultierenden Zeitabhängigkeit der gerichteten Emission eines Ein-Photonen-Pulses durch einen Resonatorspiegel bzw. die Zeitabhängigkeit der Fluoreszenzemission seitlich aus dem Resonator.

Das Maximum der Kopplung muß vor dem Maximum des Anregungspulses erreicht werden. Dieses Verfahren ist bekannt als STIRAP (stimulated Raman scattering involving adiabatic passage) [68,69]. Simulationen der Emissionswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Laserverstimmung und der Resonatorverstimmung finden sich in [62,8]. Zur Erzeugung einer Folge von Ein-Photonen-Pulsen, muß das System vom  $|m, 0\rangle$ Zustand wieder in den Anfangszustand transferiert werden. Hierzu dienen die Rückpumplaser  $\Gamma_1$  und  $\Gamma_2$  (siehe Abbildung 6.5). Mit diesen Lasern wird das Ion in den 4<sup>2</sup>P<sub>3/2</sub> Zustand angeregt, aus dem es wieder in den Zustand  $|g, 0\rangle$  zerfällt. Der Laser  $\Gamma_2$  stellt sicher, daß das metastabile Niveau 3<sup>2</sup>D<sub>5/2</sub> nicht besetzt werden kann. Die mittlere Erzeugungzeit für einen Ein-Photonen-Puls kann für <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup> zu etwa 1,9  $\mu$ s abgeschätzt werden. Die Wiederholrate der Ein-Photonen-Pulse liegt bei etwa 200 kHz und ist hauptsächlich durch die Dauer des Pumppulses  $\Omega$ bestimmt, da die zum Zurückpumpen in den Grundzustand  $|g, 0\rangle$  benötigte Zeit nur Bruchteile der Pumppulsdauer beträgt.

Die Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen mit einem gut lokalisierten und über lange Zeiträume gespeicherten Ion stellt einen großen Fortschritt im Vergleich mit bisherigen System dar. Während bei Quantendots die Emission in zufällige Richtungen erfolgt, ist bei der Verwendung eines Resonators die Emissionsrichtung fest vorgegeben. Im Vergleich zu durch einen Resonator fallenden Atomen zeigt das hier vorgeschlagenen System gleich zwei Verbesserungen:

1) Die Emissionswahrscheinlichkeit ist höher und entspricht der theoretisch erwarteten, da hier nicht über die unterschiedliche Kopplung der einzelnen, durch den Resonator fallenden Atome gemittelt werden muß. Aufgrund dieser Mittelung beträgt die in [8] gemessene Emissionswahrscheinlichkeit nur 37% anstelle der in diesem Experiment theoretisch möglichen 90%.

2) Die Erzeugung der Photonenpulse ist streng deterministisch. Das Ion ist permanent in der Ionenfalle gespeichert, so daß auf jeden adiabatischen Transferzyklus auch mit der in Abbildung 6.6 aufgetragenen Wahrscheinlichkeit nach der Zeit  $\Delta t$  ein Ein-Photonen-Puls emittiert wird. Im Fall den Resonator durchquerender Atome ist der Zeitpunkt des Durchquerens jedoch nicht festlegbar sondern rein statistisch.

### 6.3 Der Ionenfallenlaser

Im Rahmen seiner Dissertation entwickelte G. M. Meyer ein Verfahren, um die Jaynes-Cummings-Dynamik mit Dämpfung und externer Anregung in einem Mehrniveau-System numerisch zu lösen [70,71]. Mit Hilfe dieses Verfahrens konnte gezeigt werden, daß die Realisierung eines Ein-Atom-Lasers durch die Kombination eines optischen Resonators mit einem in einer Ionenfalle gespeicherten Ion möglich ist. Das Laserverhalten wurde für die einfach positiv geladenen Ionen der Erdalkalielemente Kalzium, Magnesium, Barium und Strontium berechnet, wobei besonders gute Lasereigenschaften am <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ion erhalten wurden. Ein großer Vorteil des <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ions liegt neben den guten Lasereigenschaften in den experimentell leicht durch Diodenlaser anzuregenden Pumpübergängen. Alle für das <sup>40</sup>Ca<sup>+</sup>-Ion relevanten Wellenlängen können mit kommerziell vertriebenen Laserdioden erreicht werden. Darüber hinaus liegt der Laserübergang mit 866 nm in dem Bereich, in dem die hochwertigsten dielektrischen Spiegelbeschichtungen angefertigt werden können. Experimentell wurde bereits eine Finesse von 2 Millionen bei einer Wellenlänge von 850 nm nachgewiesen [47].



Abbildung 6.7: Für das  ${}^{40}Ca^+$ -Ion sind die Energieniveaus und Pumpfelder dargestellt, die beim Betrieb eines Ionenfallenlasers zum Tragen kommen.

Abbildung 6.7 zeigt den für den Ionenfallenlaser relevanten Teil des Niveauschemas von  ${}^{40}\text{Ca}^+$ . Mit  $\Omega$  wird die kohärente Pumprate bei einer Wellenlänge von 397 nm in das obere Laserniveau  $4 {}^2P_{1/2}$  bezeichnet. Die stimulierte Emission in die Resonatormode erfolgt auf dem Übergang von  $4 {}^2P_{1/2} \rightarrow 3 {}^2D_{3/2}$  bei einer Wellenlänge von 866 nm, wobei die Kopplungskonstante g die Kopplungsstärke zwischen Ion und Resonatorfeld beschreibt. Laser bei den Wellenlängen von 850 nm und 854 nm erzeugen das kohärente Pumpfeld  $\Omega_1$  und das inkohärente Pumpfeld  $\Gamma$ . Diese Pumpfelder entvölkern die metastabilen Niveaus  $3 {}^2D_{3/2}$  und $3 {}^2D_{5/2}$ und schließen somit den Pumpzyklus. Für die Simulationen wurde die Zerfallsrate des Resonatorfeldes  $\kappa$  zu 0,5 MHz und die Kopplungskonstante g zu 14,8 MHz gewählt. Diese Parameterwahl entspricht einem Modenvolumen V von  $0, 5 \cdot 10^{-12}$  m<sup>3</sup> und läßt sich mit einem symmetrischen Resonator mit L = 1 mm,  $w_0 = 25 \ \mu$ m und einer Finesse F von  $10^6$ erreichen. Ein solcher Resonator ist zwar technisch anspruchsvoll aber realisierbar und kann in Kombination mit der in dieser Arbeit verwendeten linearen Quadrupolfalle zur Überprüfung der theoretischen Berechnungen eingesetzt werden.



Abbildung 6.8: Mittlere Photonenzahl  $\langle a^{\dagger}a \rangle$  und Fanofaktor F als Funktion der Pumprate  $\Omega$ . Die Parameter sind  $\kappa = 0,5$  MHz, g = 14,8MHz,  $\Omega_1 = 80$  MHz und  $\Gamma = 30$  MHz. Der Einsatz zeigt die Photonenverteilung P(n) für  $\Omega = 80$  MHz.

In Abbildung 6.8 ist die mittlere Photonenzahl  $\langle a^{\dagger}a \rangle$  sowie der Fanofaktor dargestellt. Der Einsatz zeigt die Photonenverteilung für  $\Omega = 80$  MHz. Der Fanofaktor ist die auf die mittlere Photonenzahl normierte Varianz der Photonenverteilung.

$$F = \frac{\left\langle \left(a^{\dagger}a - \left\langle a^{\dagger}a\right\rangle\right)^{2}\right\rangle}{\left\langle a^{\dagger}a\right\rangle} \tag{6.14}$$

Er ist ein Maß für die relative Breite der Photonenverteilung und damit für die Intensitätsfluktuationen. Für einen klassischen Laser, der weit oberhalb der Schwelle betrieben wird, ist die Photonenverteilung eine Poissonverteilung und F = 1.

Wie in Abbildung 6.8 ersichtlich, besitzt der Ionenfallenlaser zwei Schwellen. Die

erste Schwelle (bei  $\Omega \approx 40$  MHz) entspricht dem ersten Maximum in den Photonenzahlfluktuationen und kennzeichnet das Einsetzen der Lasertätigkeit. Mit zunehmender Pumprate  $\Omega$  erreicht die mittlere Photonenzahl im Resonator ein Maximum von 10 Photonen. Bei einer Zerfallsrate der Intensität von  $\kappa = 0, 5$ MHz entspricht dies einem Photonenfluß von 6 MHz aus dem Resonator. Der Fanofaktor durchläuft gleichzeitig ein Minimum, das der im Einsatz dargestellten Photonenverteilung zuzuordnen ist. Für weiter wachsende Werte von  $\Omega$  wird die zweite Schwelle erreicht, die durch ein zweites Maximum in den Photonenzahlfluktuationen deutlich wird. Aufgrund des dynamischen Starkeffektes, der das obere Laserniveau in ein Autler-Townes-Dublett [72] aufspaltet, wird die Kopplung des Laserübergangs an die Resonatormode zunehmend schwächer und der Laser erlischt (bei  $\Omega \approx 130$  MHz).

Durch Variation der Pumprate aus dem unteren Laserniveau  $\Omega_1$  kann sogar erreicht werden, daß die Photonenzahlstatistik einer Subpoisson-Verteilung entspricht, während das Laserverhalten gleichzeitig schwellenlos eintritt. Erwähnenswert ist auch, daß der Ionenfallenlaser in bestimmten Parameterbereichen ohne Besetzungsinversion betrieben werden kann. Im Bereich der Lasertätigkeit ist die Besetzung des unteren Laserniveaus dann größer als die Besetzung des oberen Laserniveaus. In dem Bereich in dem wie oben beschrieben der Laser erlischt, läßt sich genau das umgekehrte Phänomen beobachten. Die Besetzung des oberen Laserniveaus ist größer als die des unteren Laserniveaus. Der Ionenfallenlaser zeigt also *lasing without inversion* und *inversion without lasing* je nach Wahl der Pumpraten [73].

Wichtigste Grundvoraussetzung um Laserverhalten mit einem einzelnen Ion zu erreichen, ist, daß sich das System im Bereich starker Kopplung befindet. Um dies zu erreichen ist insbesondere eine möglichst große Kopplungskonstante g nötig, die für den Dauerstrichbetrieb zusätzlich zeitlich konstant sein muß. Hierzu ist es erforderlich, das Ion im Bauch des Stehwellenfeldes zu lokalisieren.

Das in dieser Arbeit vorgestellte System aus Ionenfalle und Resonator ist bislang das erste, das in der Lage ist, diese Randbedingungen zu erfüllen.

## Schlußbemerkung

Die dreidimensionale Vermessung der Feldverteilung eines optischen Resonators und die damit einhergehende vollständige Kontrolle über die Kopplung zwischen Ion und Resonatorfeld stellt einen bedeutenden Fortschritt auf dem Gebiet der Resonator-QED dar. Nicht allein die exemplarisch beschriebene Erzeugung von Ein-Photonen-Pulsen und die Konstruktion eines Lasers, dessen aktives Medium von einem einzelnen Ion gebildet wird sind mögliche Anwendungen. Darüber hinaus ist das System Ion-Resonator prädestiniert für den Einsatz in der Quanteninformationsverarbeitung, der Quantenkryptographie und der Quantenkommunikation. Viele interessante Experimente sind jetzt möglich geworden und ihre Durchführung wird in dieser Arbeitsgruppe bereits mit großen Schritten vorangetrieben.

## Literaturverzeichnis

- [1] Cavity quantum electrodynamics, P. R. Berman, Hrsg., (Advances in atomic, molecular and optical physics, supplement 2, Academic Press, Boston, 1994).
- S. Haroche, in Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches, Session LIII, 1990, J. Dalibard, J. Raimond und J. Zinn-Justin, Hrsg., (Elsevier, Amsterdam, 1991).
- [3] M. Marrocco, M. Weidinger, R. T. Sang und H. Walther, "Quantum electrodynamic shifts of Rydberg energy levels between parallel metal plates", Phys. Rev. Lett. 81(26), 5784–5787 (1998).
- [4] D. Meschede, H. Walther und G. Müller, "One-atom maser", Phys. Rev. Lett. 54, 551–554 (1985).
- [5] G. Rempe, H. Walther und N. Klein, "Observation of quantum collapse and revival in a one-atom maser", Phys. Rev. Lett. 58, 353–356 (1987).
- [6] J. J. Sanchez-Mondragon, N. B. Narozhny und J. H. Eberly, "Theory of spontaneous-emission line shape in an ideal cavity", Phys. Rev. Lett. 51(7), 550–553 (1983).
- [7] R. J. Thompson, G. Rempe und H. J. Kimble, "Observation of Normal-Mode Splitting for an Atom in an Optical Cavity", Phys. Rev. Lett. 68(8), 1132 (1992).
- [8] M. Hennrich, T. Legero, A. Kuhn und G. Rempe, "Vacuum-stimulated Raman scattering based on adiabatic passage in a high-finesse optical cavity", Phys. Rev. Lett. 85, 4872–4875 (2000).
- [9] P. W. H. Pinkse, T. Fischer, P. Maunz und G. Rempe, "Trapping an atom with single photons", Nature 404, 365–368 (2000).

- [10] D. W. Pohl, W. Denk und M. Lanz, "Optical stethoscopy: image recording with resolution  $\lambda/20$ ", Appl. Phys. Lett. 44, 651–653 (1984).
- [11] E. Betzig und R. J. Chichester, "Single molecules observed by near-field scanning optical microscopy", Science 262, 1422–1425 (1993).
- [12] J. Michaelis, C. Hettich, J. Mlynek und V. Sandoghdar, "Optical microscopy using a single-molecule light source", Nature 405, 325–328 (2000).
- [13] J. A. Veerman, M. F. Garcia-Parajo, L. Kuipers und N. Van Hulst, "Single molecule mapping of the optical field distribution of probes for near-field microscopy", J. Microsc. 194, 477–482 (1999).
- [14] J. Michaelis, C. Hettich, A. Zayats, B. Eiermann, J. Mlynek und V. Sandoghdar, "A single molecule as a probe of optical intensity distribution", Opt. Lett. 24, 581–583 (1999).
- [15] S. Gotzinger, S. Demmerer, O. Benson und V. Sandoghdar, "Mapping and manipulating whispering gallery modes of a microsphere resonator with a near-field probe", J. Microsc. 202, 117–121 (2001).
- [16] B. Sick, B. Hecht, U. P. Wild und L. Novotny, "Probing confined fields with single molecules and vice versa", J. Microsc. 202, 365–373 (2001).
- [17] W. Paul und M. Raether, "Das elektrische Massenfilter", Z.Phys. 140, 262– 273 (1955).
- [18] W. Paul, O. Osberhaus und E. Fischer, "Ein Ionenkäfig", Forschungsberichte des Wirtschafts- und Verkehrsministeriums von Nordrhein-Westfalen 415 (1958).
- [19] H. Dehmelt, "Radiofrequency spectroscopy of stored ions", Adv. At. Mol. Phys. 3, 53 (1967).
- [20] G. Gräff und E. Klempt, "Messung der Zyklotronfrequenz freier Elektronen im Vierpolkäfig", Z. Naturforschung 22a, 1960 (1967).
- [21] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek und H. Dehmelt, "Localized visible Ba<sup>+</sup> mono-ion oscillator", Phys. Rev. A 22, 1137–1140 (1980).
- [22] E. Peik, G. Hollemann und H. Walther, "Double-resonance spectroscopy of a single trapped indium ion", Phys. Scr. **T59**, 403 (1995).

- [23] D. J. Berkeland, J. D. Miller, J. C. Bergquist, W. M. Itano und D. J. Wineland, "Laser-cooled mercury ion frequency standard", Phys. Rev. Lett. 80, 2089–2092 (1998).
- [24] J. T. Höffges, H. W. Baldauf, T. Eichler, S. R. Helmfrid und H. Walther, "Heterodyne measurement of the fluorescent radiation of a single trapped ion", Opt. Commun. 133, 170–174 (1997).
- [25] F. Diedrich und H. Walther, "Nonclassical radiation of a single stored ion", Phys. Rev. Lett. 58, 203–206 (1987).
- [26] W. Nagourney, J. Sandberg und H. Dehmelt, "Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps", Phys. Rev. Lett. 56, 2797–2799 (1986).
- [27] E. Peik, G. Hollemann und H. Walther, "Laser cooling and quantum jumps of a single indium ion", Phys. Rev. A 49, 402–408 (1994).
- [28] U. Eichmann, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, W. M. Itano, D. J. Wineland und M. G. Raizen, "Young's interference experiment with light scattered from two atoms", Phys. Rev. Lett. **70**, 2359–2362 (1993).
- [29] J. I. Cirac und P. Zoller, "Quantum computations with cold trapped ions", Phys. Rev. Lett. 74, 4091–4094 (1995).
- [30] S. R. Jefferts, C. Monroe, E. W. Bell und D. J. Wineland, "Coaxialeresonator-driven rf (Paul) trap for strong confinement", Phys. Rev. A 51(4), 3112 (1995).
- [31] C. Monroe, D. M. Meekhof, B. E. King, W. M. Itano und D. J. Wineland, "Demonstration of a fundamental quantum logic gate", Phys. Rev. Lett. 75, 4714–4717 (1995).
- [32] C. A. Sackett, D. Kielpinski, B. E. King, C. Langer, V. Meyer, C. J. Myatt, M. Rowe, Q. A. Turchette, W. M. Itano, D. J. Wineland und C. Monroe, "Experimental entanglement of four particles", Nature 404, 256–259 (2000).
- [33] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, California, 1986).

- [34] O. Svelto, in *Principles of Lasers*, 3. Aufl., D. C. Hanna, Hrsg., (Plenum Press, New York, 1993).
- [35] W. Lange, *Einführung in die Laserphysik*, 2. Aufl. (Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt, 1994).
- [36] N. Hodgson und H. Weber, in Optische Resonatoren, G. Herziger und H. Weber, Hrsg., (Springer Verlag, Berlin, 1992).
- [37] D. F. V. James, "Quantum dynamics of cold trapped ions with application to quantum computation", Appl. Phys. B 66, 181 (1998).
- [38] T. W. Hänsch und A. L. Schawlow, "Cooling of gases by laser radiation", Opt. Commun. 13, 68 (1975).
- [39] D. J. Wineland, R. E. Drullinger und F. L. Walls, "Radiation-pressure cooling of bound resonant absorbers", Phys. Rev. Lett. 40, 1639–1642 (1978).
- [40] W. Neuhauser, M. Hohenstatt, P. Toschek und H. Dehmelt, "Opticalsideband cooling of visible atom cloud confined in parabolic well", Phys. Rev. Lett. 41, 233–236 (1978).
- [41] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable und A. Ashkin, "Threedimensional viscous confinement and cooling of atoms by resonance radiation pressure", Phys. Rev. Lett. 55, 48–51 (1985).
- [42] W. D. Phillips, in Fundamental Systems in Quantum Optics, Les Houches, Session LIII, 1990, J. Dalibard, J. Raimond und J. Zinn-Justin, Hrsg., (Elsevier, Amsterdam, 1991).
- [43] S. Stenholm, "The semiclassical theorie of laser cooling", Rev. Mod. Phys. 58(3), 699 (1986).
- [44] D. J. Wineland und W. M. Itano, "Laser cooling of atoms", Phys. Rev. A 20(4), 1521 (1979).
- [45] J. I. Cirac, R. Blatt, P. Zoller und W. D. Phillips, "Laser cooling of trapped ions in a standing wave", Phys. Rev. A 46(5), 2668 (1992).
- [46] F. Schmidt-Kaler et al., "Ground state cooling, quantum state engineering and study of decoherence of ions in Paul traps", J. Mod. Opt. 47, 2573 (2000).

- [47] G. Rempe, R. J. Thompson, H. J. Kimble und R. Lalezari, "Measurement of ultralow losses in an optical interferometer", Optics Letters 17, 363 (1992).
- [48] W. Z. Zhao, J. E. Simsarian, L. A. Orozco und G. D. Sprouse, "A computerbased digital feedback control of frequency drift of multiple lasers", Rev. Sc. Instr. 69(11), 3737–3740 (1998).
- [49] R. V. Pound, "Electronic frequency stabilization of microwave oscillators", Rev. Sci. Instr. 17(11), 490–505 (1946).
- [50] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley und H. Ward, "Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator", Appl. Phys. B **31**, 97–105 (1983).
- [51] H. Baldauf, "Aufbau einer linearen Quadrupolfalle zur Beobachtung von Quantenphänomenen gespeicherter Ionen", Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität, München, 1998.
- [52] D. Schaudel, "Ionenfallen-Laser Aufbau eines UV-Resonators", Diplomarbeit, Ludwig-Maximilians-Universität, München, 1999.
- [53] C. Roos, D. Leibfried, A. Mundt, F. Schmidt-Kaler, J. Eschner und R. Blatt, "Experimental demonstration of ground state laser cooling with electromagnetically induced transparency", Phys. Rev. Lett. 85, 5547 (2000).
- [54] C. J. Hood, T. W. Doherty, A. S. Parkins und H. J. Kimble, "The atomcavity microscope: Single atoms bound in orbit by single photons", Science 287, 1447–1453 (2000).
- [55] T. Pellizzari, S. A. Gardiner, J. I. Cirac und P. Zoller, "Decoherence, continuous observation, and quantum computing – a cavity QED model", Phys. Rev. Lett. 75, 3788–3791 (1995).
- [56] S. B. Zheng und G. C. Guo, "Efficient scheme for two-atom entanglement and quantum information processing in cavity QED", Phys. Rev. Lett. 85, 2392–2395 (2000).
- [57] J. I. Cirac, S. J. van Enk, P. Zoller, H. J. Kimble und H. Mabuchi, "Quantum communication in a quantum network", Phys. Scripta T76, 223–232 (1998).

- [58] E. T. Jaynes und F. W. Cummings, "Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to beam maser", Proc. IEEE 51(1), 89 (1963).
- [59] R. J. Thompson, Q. A. Turchette, O. Carnal und H. J. Kimble, "Nonlinear spectroscopy in the strong-coupling regime of cavity QED", Phys. Rev. A 57(4), 3084–3104 (1998).
- [60] C. K. Law und J. H. Eberly, "Arbitrary control of a quantum electromagnetic field", Phys. Rev. Lett. 76(7), 1055–1058 (1996).
- [61] C. K. Law und H. J. Kimble, "Deterministic generation of a bit-stream of single-photon pulses", J. Mod. Opt. 44, 2067–2074 (1997).
- [62] A. Kuhn, M. Hennrich, T. Bondo und G. Rempe, "Controlled generation of single photons from a strongly coupled atom-cavity system", Appl. Phys. B 69, 373–377 (1999).
- [63] C. H. Bennett und G. Brassard, "Proc. IEEE International Conference on Computers, Systems and Signal Processing", IEEE Press, Los Alamitos, Calif. p. 175 (1984).
- [64] E. Knill, R. Laflamme und G. J. Milburn, "A scheme for efficient quantum computation with linear optics", Nature 409, 46–52 (2001).
- [65] W. E. Moerner und L. Kador, "Optical detection and spectroscopy of single molecules in a solid", Phys. Rev. Lett. 62, 2535–2538 (1989).
- [66] C. Kurtsiefer, S. Mayer, P. Zarda und H. Weinfurter, "Stable solid-state source of single photons", Phys. Rev. Lett. 85(2), 290–293 (2000).
- [67] J. Kim, O. Benson, H. Kan und Y. Yamamoto, "A single-photon turnstile device", Nature 397, 500 (1999).
- [68] K. Bergmann und B. W. Shore, Molecular dynamics and stimulated emission pumping (H. L. Dai and R. W. Fields, World Scientific, Singapore, 1995).
- [69] A. Kuhn, S. Steuerwald und K. Bergmann, "Coherent population transfer in NO with pulsed lasers: the consequences of hyperfine structure, doppler broadening and electromagnetically induced absorption", Eur. Phys. J. D 1, 57–70 (1998).

- [70] G. M. Meyer, "Der Ionenfallenlaser: Einfluß von Dissipation und Pumpdynamik in mikroskopischen Vielniveausystemen", Dissertation, Ludwig-Maximilians-Universität, München, 1997.
- [71] G. M. Meyer, H. J. Briegel und H. Walther, "Ion-trap laser", Europhys. Lett. 37, 317–322 (1997).
- [72] S. H. Autler und C. H. Townes, "Stark effect in rapidly varying fields", The Physical Review 100, 703 (1955).
- [73] M. O. Scully, S.-Y. Zhu und A. Gavrielides, "Degenerate quantum-beat laser: Lasing without inversion and inversion without lasing", Phys. Rev. Lett. 62, 2813 (1989).

# Danksagung

An erster Stelle gilt mein besonderer Dank meinen Eltern, die mich zu jeder Zeit mit Rat und Tat unterstützt haben und mit deren Hilfe ich sicherlich noch viele Jahre rechnen kann. Danke Mama und Papa!

Prof. Dr. H. Walther danke ich für die Möglichkeit, diese interessante Arbeit anfertigen zu dürfen und ich danke ihm insbesondere für die Voraussicht mit der er mir dieses Experiment bei meinem Vorstellungsgespräch empfahl:

Prof. Walther bemerkte meine Bedenken, ob dieses Experiment das Richtige für mich wäre – schließlich war es bei meiner Ankunft nur auf dem Papier existent und die Entwicklung daher für mich nur bedingt abschätzbar – und zerstreute alle Zweifel mit dem Satz:

"Herr Guthöhrlein, dies ist sicher das anspruchsvollste, aber auch das interessanteste Experiment, das ich Ihnen anbieten kann."

Mein Ehrgeiz war geweckt und ich kann rückblickend bestätigen, daß dieses Experiment in der Tat sowohl anspruchsvoll als auch höchst interessant war. Danke Herr Walther!

Nicht zu vergessen ist die Unterstützung meiner Kollegen am Experiment. Daniel Schaudel und Wolfgang Alt waren zwar nur kurze Zeit am Institut, konnten aber das Experiment durch gute Ideen weit voranbringen. Besonders froh war ich über die Hilfe, die mit Matthias Keller im Januar 2000 ins Labor hineingeschneit kam. Anfangs gab es zwar noch eine kleine Sprachbarriere, da meine nordischen Ohren einfach kein Schwäbisch verstehen wollten, aber nach wenigen Wochen hatten wir uns soweit aneinander gewöhnt, daß die ersten zusammenhängenden Sätze ausgetauscht werden konnten. Mit viel Engagement und experimentellem Geschick hat Matthias in der heißen Phase zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Danke Matze!

Besonders hervorheben muß ich den unermüdlichen Einsatz von Dr. Wolfgang Lange. Zwischen all den zeitraubenden Konferenzen und Besprechungen, dem Erstellen von Postern und Hunderten von Folien hat er immer ein offenes Ohr für jeden, der an seine Tür klopft. Wann immer seine Erfahrung im Labor gebraucht wird, läßt er alles stehen und liegen bis eine Lösung gefunden ist. Dies hat insbesondere zur Folge, daß Wolfgang meistens bis 3 oder 4 Uhr morgens arbeitet, da er seine Sachen erst erledigen kann, wenn alle Anderen das Institut verlassen haben. Seine große experimentelle Erfahrung und sein umfangreiches theoretisches Wissen machen Wolfgang zur Stütze dieses Experimentes und ich kann sagen, daß ich ohne Zweifel viel von ihm gelernt habe. Danke Wolfgang!

Viel Spaß hatte ich mit meinem alten Bürokollegen Dirk Welge-Lüssen. Neben einigen fachlichen Gesprächen haben wir viele Sprüche geklopft und dabei herzhaft gelacht. Sowohl bei der Arbeit wie im Privaten habe ich Dirks freundliche und ehrliche Art schätzen gelernt. Danke Dirk!

Eine Bereicherung für meine Diskussionsfähigkeit stellt Steffen Köhler dar. Er ist zwar eine "grüne Socke" ;-) und offiziell Vegetarier, aber… das ist auch gut so. Wir haben viele konstruktive Diskussionen zu aktuellen Themen geführt und trotz unterschiedlicher Standpunkte doch immer auch Übereinstimmungen gefunden. Spaß haben diese Gespräche gemacht und meinen Horizont erweitert. Steffen gehört zu den Menschen, die (fast) immer gute Laune haben und die andere damit anstecken können. Seine positive Ausstrahlung hat sehr zu dem angenehmen Arbeitsklima beigetragen, das in unserem Institut herrscht. Danke Steffen!

Danken möchte ich auch all den anderen Kollegen der Arbeitsgruppe von Prof. Walther, die meinen Weg begleitet haben und mit denen ich eine schöne und prägende Zeit am MPQ verbracht habe. Nur aus Platzgründen verzichte ich darauf, jedem einen eigenen Absatz zu widmen:

Achim Abel, Gunther Antesberger, Heinrich Baldauf, Thomas Becker, Christof Bodendorf, Simon Brattke, Sang-Kyung Choi, Mario Eichenseer, Felix Grasbon, Herman Held, Jürgen Höffges, Wolfgang Krieger, Volker Ludstek, Michele Marrocco, Georg Meyer, Alexander Nevsky, Gerhard Paulus, Ekkehard Peik, Gerhard Rösel, Robert Sang, Stefan Schlipf, Christian Schwedes, Elisabeth Soergel, Gernot Stania, Gerald Uhlenberg, Benjamin Varcoe, Philip Wenzel, Felix Zacher und Joachim von Zanthier

Bewunderung und Dankbarkeit empfinde ich für die Jungs in der Werkstatt, die mit großer Präzision zahlreiche Werkstücke für mich angefertigt haben, manche davon mehrmals, da ich immer wieder neue Änderungswünsche hatte. Ohne ihre Geschicklichkeit hätte diese Apparatur nie gebaut werden können. Namentlich möchte ich Thomas Strobel, Uwe Langenegger und Andreas Widhopf danken.

Für die technische Unterstützung im Labor danke ich Herrn Schönauer und Herrn Käsbauer. Verantwortlich für elektronische Arbeiten waren Herr Horn und von

Zeit zu Zeit auch Herr Brückner.

Zuletzt danke ich der wichtigsten Person, meiner Freundin Laure, die bereits seit mehr als drei Jahren meine Arbeit unterstützt und die ohne zu murren erträgt, daß sie mich unter der Woche nur wenig zu sehen bekommt. Auch in den nächsten 60 Jahren wird sie sicherlich oft Geduld mit mir haben müssen. Für ihr Verständnis und ihre Liebe bin ich dankbar und glücklich. Merci Chérie!

# Lebenslauf

Gerhard Guthöhrlein

geb. 26.08.1970 in Langenhagen

Vater:	Prof. Dr. Günter Guthöhrlein
Mutter:	Ingrid Guthöhrlein, geb. Ruster
1976-1980	Grundschule in Hamburg-Volksdorf
1980-1989	Gymnasium in Hamburg-Volksdorf
1989	Abitur
1989-1990	Grundwehrdienst in Neumünster und Hamburg
1990-1996	Studium der Physik an der Universität Hamburg
	Diplomarbeit am Deutschen Elektronen Synchrotron (DESY)
Juni 1996	Diplom der Physik
seit Juli 1996	Promotion am Max-Planck-Institut für Quantenoptik