

Atomlaser und Phasenkohärenz atomarer Bose-Einstein-Kondensate

Dissertation der Fakultät für Physik
der
Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von
Immanuel Felix Bloch
aus Fulda

München, den 27.1.2000

1. Gutachter: Prof. T. W. Hänsch
 2. Gutachter: Prof. W. Zwirger
- Tag der mündlichen Prüfung: 27. April 2000

Zusammenfassung

In der vorliegenden Arbeit wird über die erstmalige kontinuierliche Auskopplung von Atomen aus einem atomaren Bose-Einstein-Kondensat berichtet. Es wurde so eine kohärente Strahlquelle für Materiewellen entwickelt, die aufgrund ihrer Analogie zu der Erzeugung von Licht in einem Laser als Atomlaser bezeichnet wird. In einer neu entwickelten magnetischen Ioffe-Falle mit einem äußerst stabilen Fallenpotential wurden dazu Bose-Einstein-Kondensate aus ^{87}Rb Atomen erzeugt. Mit Hilfe von kontinuierlich eingestrahlenen Radiofrequenzwellen konnte das gefangene kohärente Materiefeld eines Bose-Einstein-Kondensats lokal an die frei propagierenden Eigenzustände des Gravitationspotentials angekoppelt werden. Es wurde außerdem gezeigt, daß mit Hilfe dieser Meßmethode eine räumliche Spektroskopie und Manipulation der Kondensatwellenfunktion auf einer μm -Skala möglich ist.

Mit dem Atomlaser wurden fundamentale Kohärenzeigenschaften eines Bose-Gases am Phasenübergang zur Bose-Einstein-Kondensation untersucht. Aus zwei Raumbereichen des gefangenen atomaren Gases wurden dazu Materiewellen ausgekoppelt und zur Überlagerung gebracht. Sind die von den beiden Raumbereichen ausgesandten Materiewellen phasenkohärent, so ergibt sich ein Materiewellen-Interferenzmuster. Aus dem Kontrast des Interferenzsignals konnten die Kohärenzeigenschaften des gefangenen Gases quantitativ bestimmt werden. Die Meßmethode läßt sich dabei in einer weitgehenden Analogie zu der räumlichen Kohärenzmessung von Licht in einem Doppelspalt-Experiment verstehen.

In der Mitte des letzten Jahrhunderts wurde in der Theorie erkannt, daß die fundamentale Eigenschaft makroskopischer Quantenphänomene wie z. B. der Suprafluidität oder der Supraleitung eine langreichweitige Phasenkohärenz in den zugrundeliegenden Quantenfeldern ist. Nahezu 50 Jahre nach dieser Erkenntnis wurden die dramatischen Änderungen in den Kohärenzeigenschaften eines makroskopischen Quantensystems am Phasenübergang hier erstmals in einem Experiment quantitativ nachgewiesen.

Für die zukünftige Anwendbarkeit des Atomlasers sind kohärenzerhaltende atomoptische Elemente wichtige Grundbausteine. Im letzten Teil der Arbeit werden neuere Messungen vorgestellt, bei denen mit Hilfe von Hyperfein-Raman-Übergängen in einem magnetischen Fallenpotential ein Spiegel, ein Strahlteiler und ein Resonator für den Atomlaser entwickelt wurden.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	1
1. Bose-Einstein-Kondensation in harmonischen Fallen	5
1.1. Ideales Bose-Gas in einer harmonischen Falle	6
1.2. Schwach wechselwirkendes Bose-Gas	7
1.2.1. Gross-Pitaevskii-Gleichung	10
1.2.2. Anregungsspektrum in semiklassischer Näherung	11
1.3. Off-Diagonal-Long-Range-Order	12
1.3.1. ODLRO und Phasenkohärenz	12
1.3.2. Spontane Symmetriebrechung	14
2. Bose-Einstein-Kondensation von ⁸⁷Rb	17
2.1. Experimenteller Aufbau	18
2.1.1. Laser	18
2.1.2. Vakuumkammer	19
2.1.3. Magnetooptische Fallen	21
2.1.4. Magnetische Falle - die QUIC Falle	23
2.1.5. Transfer in die Magnetfalle	30
2.1.6. Verdampfungskühlen	32
2.1.7. Abbildungssystem	33
2.1.8. Temperatur- und Atomzahlbestimmung	38
2.1.9. Zeitsteuerungssystem	43
2.2. Experimenteller Ablauf zur Bose-Einstein-Kondensation	44
3. Vom Bose-Einstein-Kondensat zum Atomlaser	47
3.0.1. Vergleich zwischen einem Laser und dem Atomlaser	47
3.1. Theorie der Radiofrequenzaukopplung	50
3.1.1. Gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen	50
3.1.2. Ratenmodell	52
3.1.3. Auskopplung im dreidimensionalen Fall	55
3.2. Experimentelle Ergebnisse	56
3.2.1. Radiofrequenz	56
3.2.2. Auskopplung aus dem $ F = 2, m_F = 2\rangle$ Grundzustand	56
3.2.3. Abhängigkeit von der Auskoppelrate	58
3.2.4. Spektroskopie am Bose-Einstein-Kondensat	59
3.2.5. Auskopplung aus dem $ F = 1, m_F = -1\rangle$ Grundzustand	60

4. Räumliche Kohärenz eines Bose-Gases am Phasenübergang	63
4.1. Prinzip der Messung	65
4.1.1. Bestimmung der Off-Diagonal-Long-Range-Order	67
4.2. Messung der räumlichen Kohärenz erster Ordnung	68
4.2.1. Messung der räumlichen Kohärenz in Abhängigkeit der Temperatur	68
4.2.2. Messung der räumlichen Kohärenz in Abhängigkeit des Spaltabstands	70
4.2.3. Reproduzierbarkeit des Interferenzmusters	72
5. Bausteine der kohärenten Atomoptik	73
5.1. Prinzip der Messung	73
5.1.1. Raman-Übergänge	73
5.1.2. Stimulierte Raman-Übergänge in der Ioffe-Falle	75
5.1.3. Landau-Zener-Übergänge	77
5.2. Experimentelle Realisierung	79
5.2.1. Raman-Laser	79
5.3. Experimentelle Ergebnisse	82
Ausblick	87
A. Rubidium Daten	89
B. Zustandsaufspaltung im Magnetfeld	91

Einleitung

Mit der Verwirklichung der Bose-Einstein-Kondensation in atomaren Gasen [1, 2, 3, 4] ist ein jahrzehntelanger Traum der Physik in Erfüllung gegangen und gleichzeitig ein perspektivenreiches, neues Forschungsgebiet eröffnet worden. Zum ersten Mal steht ein schwach wechselwirkendes Bose-Gas zur Verfügung, in dem eine makroskopische Anzahl von Atomen den Grundzustand des Systems besetzt. Die Faszination atomarer Bose-Einstein-Kondensate liegt zum einen an der Tatsache, daß mit ihnen fundamentale Fragestellungen der Vielteilchenphysik erstmals experimentell überprüft werden können. Zum anderen ist es mit Bose-Einstein-Kondensaten gelungen, eine größtmögliche Kontrolle über die Bewegung und die Position von Atomen an der Grenze der Heisenberg'schen-Unschärferelation zu erreichen.

Diese außergewöhnliche Kontrolle über die Atome läßt sich ausnutzen, um eine Quelle für kohärente Materiewellen, den Atomlaser [5, 6, 7, 8], zu schaffen. In dieser Arbeit wird über die erstmalige Verwirklichung eines solchen Atomlasers mit einem kontinuierlichen Ausgangssignal über bis zu 100 ms berichtet. Aus einem magnetisch gefangenen Bose-Einstein-Kondensat werden dazu Atome mit Hilfe von monochromatischen Radiofrequenzwellen lokal angekoppelt. Das hierbei erzeugte frei propagierende Materiefeld besitzt dabei Eigenschaften, die denen von Laserlicht ähneln. Die makroskopische Anzahl von Atomen in einem solchen Atomlaserstrahl kann dabei durch eine einzige Wellenfunktion beschrieben werden, ähnlich dem elektrischen Feldvektor kohärenten Laserlichts. Die Realisierung dieser Atomlaser und deren Beschreibung durch eine einzige makroskopische Wellenfunktion geht dabei weit über die ursprünglichen Ideen von Bose und Einstein [9, 10] zur Kondensation eines idealen Gases hinaus und eröffnet vielversprechende Perspektiven für eine Vielzahl von wissenschaftlichen Gebieten.

Für die Vielteilchenphysik ist das Bose-Einstein-Kondensat eines atomaren Gases das erste System, an dem fundamentale Theorien schwach wechselwirkender Bose-Gase überprüft werden können. Diese mikroskopischen Theorien [11, 12, 13] wurden bereits in der Mitte des vorigen Jahrhunderts zur Erklärung makroskopischer Quantenphänomene in suprafluidem ^4He entwickelt, konnten jedoch nicht zu einem exakten mikroskopischen Verständnis in diesem stark wechselwirkenden System führen. Obwohl schon kurz nach der Entdeckung der Suprafluidität von ^4He vermutet wurde, daß dieses Phänomen eng mit der Bose-Einstein-Kondensation zusammenhängen könnte [14, 15], so ist die fundamentale Verbindung zwischen diesem stark wechselwirkenden Quantensystem und der Bose-Einstein-Kondensation erst in der Mitte des vorigen Jahrhunderts erkannt worden. Penrose und Onsager [16, 17] konnten zeigen, daß das grundlegende Kriterium für die Existenz eines Bose-Einstein-Kondensats – auch für stark wechselwirkende Systeme – eine langreichweitige Phasenkohärenz in den zugrundeliegenden Quantenfeldern ist. Yang [18] erkannte kurz darauf, daß diese langreichweitige Phasenkohärenz eine weite Klasse von makroskopischen

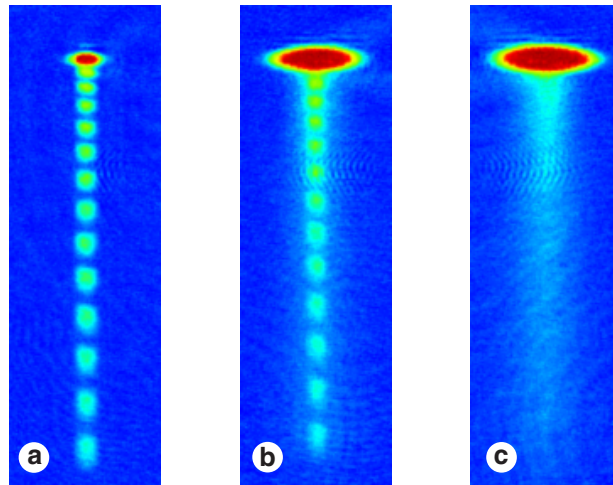


Abbildung 0.1.: Materiewellen-Interferenzmuster, aus denen die Phasenkohärenz des magnetisch gefangenen atomaren Gases bestimmt werden kann. Aus zwei Raumbereichen werden Materiewellen ausgekoppelt und zur Überlagerung gebracht. Sind die beiden ausgesandten Wellen phasenkohärent, so zeigt sich ein Interferenzmuster mit hohem Kontrast **(a)**. Sind die Wellen teilkohärent, so ergibt sich ein reduzierter Kontrast **(b)**, und liegt keinerlei Kohärenz mehr zwischen den beiden ausgesandten Materiefeldern vor, so verschwindet das Interferenzmuster **(c)**. Siehe auch Kapitel 4.

Quantensystemen charakterisiert und z. B. auch in der Supraleitung auftritt. Diese Phasenkohärenz bildet die Grundlage aller makroskopischen Interferenzphänomene, wie z. B. dem Josephson-Effekt [19] und den Interferenzexperimenten atomarer Bose-Einstein-Kondensate [20].

Nahezu 50 Jahre nach der Einführung des Penrose-Onsager-Kriteriums ist es in dieser Arbeit zum ersten Mal gelungen, die Phasenkohärenz eines Bose-Gases oberhalb und unterhalb der kritischen Temperatur der Bose-Einstein-Kondensation direkt zu vermessen. Das durchgeführte Experiment kann dabei in einer weitgehenden Analogie zur Kohärenzmessung eines Lichtfeldes mit Hilfe des Young'schen-Interferenzmusters eines Doppelspalt verstanden werden. Aus einem magnetisch gefangenen atomaren Bose-Gas werden mit Hilfe von Radiofrequenzwellen an zwei verschiedenen Orten Atome ausgekoppelt und überlagert. Sind die beiden ausgekoppelten Materiefelder phasenkohärent, so zeigt sich ein Materiewellen-Interferenzmuster, aus dessen Kontrast direkt die Phasenkohärenz des gefangenen atomaren Ensembles bestimmt werden kann. Quantitativ wird diese Phasenkohärenz durch die räumliche Korrelationsfunktion erster Ordnung angegeben. Oberhalb der kritischen Temperatur T_c der Bose-Einstein-Kondensation fällt die Korrelationsfunktion dabei auf der Längenskala der thermischen de Broglie-Wellenlänge auf einen verschwindenden Wert hin ab. Unterhalb der kritischen Temperatur ergibt sich ein fundamental anderes Verhalten. Die Korrelationsfunktion fällt hier für große Abstände zwischen den beiden Auskoppelorten auf einen konstanten Wert hin ab. Dieser konstante Wert charakterisiert den kondensierten Anteil an Atomen

in den Auskoppelbereichen und beschreibt die langreichweitige Phasenkohärenz des Bose-Einstein-Kondensats.

Für die Zukunft ist nicht nur die weitere Untersuchung des Bose-Einstein-Kondensats von Interesse, sondern auch die Anwendbarkeit der Bose-Einstein-Kondensate und der Atomlaser für weiterführende, interdisziplinäre Experimente ist von zentraler Bedeutung. Dazu werden atomoptische Elemente wie Linsen, Spiegel und Strahlteiler notwendig, die die Kohärenzeigenschaften der neuen Materieform nicht beeinträchtigen. Im letzten Teil der Arbeit werden neue Experimente vorgestellt, bei denen mit Hilfe von Hyperfein-Raman-Übergängen in einem magnetischen Feld Spiegel, Strahlteiler und Resonatoren für Atomlaser entwickelt wurden.

Gliederung der Arbeit

Das erste Kapitel der Arbeit befaßt sich mit den theoretischen Grundlagen der Bose-Einstein-Kondensation in harmonischen Fallen. Dabei wird die Theorie schwach wechselwirkender Bose-Gase knapp wiederholt, aus der das Anregungsspektrum eines kondensierten Systems bestimmt werden kann. Außerdem wird das fundamentale Konzept der langreichweitigen Phasenkohärenz in Bose-Einstein-kondensierten Systemen erläutert.

Im zweiten Kapitel wird der hier verwendete experimentelle Aufbau zur Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb vorgestellt. Die einzelnen experimentellen Schritte auf dem Weg zum Bose-Einstein-Kondensat und verschiedene Abbildungsmethoden des atomaren Gases werden diskutiert und der gesamte zeitliche Ablauf des Experiments wird zusammengefaßt.

Der dritte Teil der Arbeit behandelt die kontinuierliche Radiofrequenzaukoppelung aus einem magnetisch gefangenen Bose-Einstein-Kondensat. Es wird experimentell gezeigt, daß sich die gefangenen Atome in eine frei propagierende Materiewelle umwandeln lassen und daß sich so ein erster Atomlaser mit einem kontinuierlichen Ausgangssignal über eine Dauer von bis zu 100 ms erzeugen läßt. Die Abhängigkeiten des Auskoppelprozesses von der Feldstärke und der Frequenz der Radiofrequenzwellen wurde dabei genau vermessen.

Im vierten Kapitel werden die erstmaligen Messungen zur Phasenkohärenz eines Bose-Gases oberhalb und unterhalb der kritischen Temperatur T_c dargestellt. Der Zusammenhang der experimentell bestimmten Meßgrößen zu der räumlichen Korrelationsfunktion erster Ordnung wird erläutert und die Unterschiede der Korrelationsfunktion oberhalb und unterhalb von T_c werden diskutiert.

Das letzte Kapitel stellt neuere Experimente dar, in denen mit Hilfe von Hyperfein-Raman-Übergängen in einem Magnetfeld ein Spiegel, ein Strahlteiler und ein Resonator für den Atomlaserstrahl verwirklicht wurden.

Veröffentlichungen

Im Rahmen dieser Doktorarbeit sind folgende Veröffentlichungen entstanden:

- *Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition*,
I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger,
Nature, **403** (2000), 166
- *An Atom Laser with a cw Output Coupler*,
I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger,
Physical Review Letters, **82** (1999), 3008
- *Bose-Einstein Condensation in a Quadrupole-Ioffe-Configuration Trap*,
T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch,
Physical Review A, **58** (1998), R2664
- *The QUIC-trap: A Simple Magnetic Trap for Bose-Einstein Condensation*,
T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch,
Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Bose-Einstein Con-
densation in Atomic Gases, IOS Press (1999)
- *Materiewellen im Gleichschritt*,
I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger,
Physik in unserer Zeit, **3** (1999), 131
- *From Novel Magnetic Traps to Atom Lasers*,
T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch,
Proceedings of the 14th International Conference on Laser Spectroscopy (1999)
- *Generating and Manipulating Atom Laser Beams*,
T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch,
Proceedings of the International School of Quantum Electronics, Bose Einstein Con-
desates and Atom Lasers (October 1999) (im Druck)
- *Atomlaser*,
T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch,
Physikalische Blätter, (im Druck)

1. Bose-Einstein-Kondensation in harmonischen Fallen

Durch die experimentelle Verwirklichung der Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten atomaren Gasen ist zum ersten Mal ein System eines nahezu idealen Bose-Gases experimentell zugänglich geworden. Gegenüber bislang erforschten makroskopischen Quantensystemen, wie z.B. suprafluidem ^4He oder Supraleitern, zeichnet sich dieses System durch seine schwachen Wechselwirkungen, seine endliche Größe und seine Inhomogenität aus.

Die Wechselwirkung zwischen den hier untersuchten ultrakalten Atomen wird durch binäre Stöße dominiert. Für $T \rightarrow 0$ können diese Stöße durch eine reine s -Wellen Streuung beschrieben und durch die Streulänge a charakterisiert werden. In den bislang untersuchten Bose-Einstein-Kondensaten ist die Streulänge immer wesentlich kleiner als der mittlere Abstand zwischen den Atomen, so daß die Gase als verdünnt angesehen werden können. Für den Gasparameter na^3 , der sich aus der Dichte der Atome n und der Streulänge a zusammensetzt, bedeutet dies, daß $na^3 \ll 1$ ist. Im Experiment können heute Kondensatdichten von $10^{11} \text{ cm}^{-3} - 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ erreicht werden, so daß der Gasparameter bei typischen Streulängen von einigen Nanometern zwischen $10^{-4} - 10^{-6}$ liegt. Obwohl das Gas stark verdünnt ist, spielen die Wechselwirkungen doch eine entscheidende Rolle für die Form des Kondensats und das zugehörige Anregungsspektrum.

Bislang wurden Bose-Einstein-Kondensate von 100 Atomen [21] bis hin zu 10^9 Atomen [22] erzeugt. Streng genommen befindet man sich also nicht im thermodynamischen Limes, der erst für eine unendliche Teilchenzahl bei einer konstanten mittleren Dichte eintritt. Es hat sich jedoch gezeigt, daß nennenswerte Effekte aufgrund der endlichen Größe des Systems erst bei Atomzahlen $< 10^4$ auftreten. Das Verhalten größerer Systeme kann deshalb in den meisten Fällen sehr gut durch Verwendung des großkanonischen Ensembles wiedergegeben werden.

Aufgrund der Inhomogenität des Systems kann die Bose-Einstein-Kondensation sowohl in der atomaren Geschwindigkeitsverteilung als auch im Ortsraum direkt abgebildet werden. Die Inhomogenität führt zu einer starken lokalen Abhängigkeit des Anregungsspektrums und außerdem dazu, daß Kondensat und thermischer Anteil nicht vollständig überlappen.

Die folgenden Abschnitte sollen die elementaren Eigenschaften der Bose-Einstein-Kondensation in harmonischen Fallen kurz wiederholen. Für genauere Informationen zu der theoretischen Beschreibung von Bose-Einstein-Kondensaten sei der Leser auf einige Zusammenfassungen verwiesen [23, 24, 25, 26].

1.1. Ideales Bose-Gas in einer harmonischen Falle

Das Energiespektrum eines Atoms in einem axialsymmetrischen harmonischen Fallenpotential

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m \{ \omega_{\perp}^2 (x^2 + y^2) + \omega_z^2 z^2 \} \quad (1.1)$$

wird nach Vernachlässigung der interatomaren Wechselwirkungen durch drei Quantenzahlen $\{n\} = \{n_x, n_y, n_z\}$ beschrieben

$$\epsilon_{\{n\}} = \left(n_x + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{\perp} + \left(n_y + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{\perp} + \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_z. \quad (1.2)$$

Die mittlere Besetzung eines solchen Energiezustandes $\epsilon_{\{n\}}$ ist durch die Bose-Einstein-Verteilung gegeben

$$N(\epsilon_{\{n\}}) = \frac{1}{\exp\{(\epsilon_{\{n\}} - \mu)/k_B T\} - 1}, \quad (1.3)$$

in der k_B die Boltzmann-Konstante, μ das chemische Potential und T die Temperatur ist. Um negative Besetzungszahlen auszuschließen, muß für das chemische Potential $\epsilon_{\{n\}} - \mu > 0$ gelten. Das chemische Potential ergibt sich aus der Normierungsbedingung an die Gesamtteilchenzahl N

$$N = \sum_{\{n\}} \frac{1}{\exp\{(\epsilon_{\{n\}} - \mu)/k_B T\} - 1}. \quad (1.4)$$

In der quasiklassischen Approximation kann diese Summe durch ein Integral ausgedrückt werden

$$N = \int \frac{d^3 r d^3 p}{h^3} \frac{1}{\exp\{(\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) - \mu)/k_B T\} - 1} + N_c \quad (1.5)$$

$$= \int dE \frac{\rho(\epsilon)}{\exp\{(\epsilon - \mu)/k_B T\} - 1} + N_c, \quad (1.6)$$

in dem $\epsilon(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + V(\mathbf{r})$ ist und $\rho(\epsilon)$ die Zustandsdichte des Systems angibt. Die durch das Integral nicht erfaßte Besetzung des Grundzustands wird durch N_c ausgedrückt. Wertet man Gleichung 1.6 für das harmonische Fallenpotential $V(\mathbf{r})$ aus Gleichung 1.1 aus, so ergibt sich folgende Bedingung an das chemische Potential:

$$N - N_c = g_3 \left(e^{\mu/k_B T} \right) \left(\frac{T}{\hbar \omega} \right)^3 \quad (1.7)$$

mit $\omega = (\omega_{\perp}^2 \omega_z)^{1/3}$. Die Funktion $g_3(z)$ ist hierbei ein Spezialfall der allgemeinen Bose-Einstein-Funktion $g_j(z)$ [27]:

$$g_j(z) = \sum_{\alpha=1}^{\infty} \frac{z^{\alpha}}{\alpha^j}. \quad (1.8)$$

Da die Funktion $g_3(z)$ in ihrem Wertebereich zwischen 0 und 1 beschränkt ist, läßt sich Gleichung 1.7 bei verschwindendem Kondensatanteil $N_c \rightarrow 0$ nur für Temperaturen größer als die kritische Temperatur T_c

$$k_B T_c = \hbar\omega \left(\frac{N}{g_3(1)} \right)^{1/3} \approx 0.94 \hbar\omega N^{1/3} \quad (1.9)$$

lösen. Diese Temperatur T_c stellt die kritische Temperatur im System dar, unterhalb der es zum Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat kommt. Die Interpretation der Besonderheiten des Phasenübergangs bei T_c fällt leicht, wenn man den mittleren interatomaren Abstand l mit der thermischen de Broglie-Wellenlänge $\lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$ vergleicht. Die Ausdehnung des atomaren Gases bei einer Temperatur T beträgt $\sigma_r = \sqrt{k_B T/(m\omega^2)}$, der mittlere Abstand l somit $l = (\sigma_r^3/N)^{1/3}$. Vergleicht man die de Broglie-Wellenlänge an der kritischen Temperatur T_c mit dem interatomaren Abstand, so sieht man, daß hier beide ungefähr übereinstimmen. Bei T_c beginnen die atomaren Wellenpakete, deren Ausdehnung durch λ_T beschrieben wird, zu überlappen und die Ununterscheidbarkeit der Teilchen macht sich in dramatischer Weise durch den Phasenübergang bemerkbar.

Unterhalb der kritischen Temperatur gehen alle Atome, die nicht mehr über die Funktion $g_3(z)$ auf die thermischen Zustände verteilt werden können, in den Grundzustand des Systems über. Für fallende Temperaturen wird der Grundzustand des Systems so immer stärker bevölkert. Mit Hilfe der Gleichungen 1.7 und 1.9 läßt sich der Kondensatanteil in Abhängigkeit der Temperatur bestimmen:

$$\frac{N_c}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^3. \quad (1.10)$$

1.2. Schwach wechselwirkendes Bose-Gas

Ein schwach wechselwirkendes Bose-Gas kann in einer Mean-Field-Näherung beschrieben werden. Ausgangspunkt hierfür ist der großkanonische Hamiltonoperator [23, 25, 28, 29]

$$\begin{aligned} \hat{K} = \hat{H} - \mu\hat{N} &= \int d^3r \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) - \mu \right) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \\ &+ \frac{1}{2} \int d^3r d^3r' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}). \end{aligned} \quad (1.11)$$

Die bosonischen Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Atome sind dabei durch $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ bzw. $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$, der Hamiltonoperator des Systems durch \hat{H} und der Teilchenzahloperator durch $\hat{N} = \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ gegeben. Das interatomare Wechselwirkungspotential V kann bei dominierender s -Wellen Streuung durch ein Kontaktpotential beschrieben werden $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = U\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$. Die Kopplungskonstante U ist hierbei durch

$$U = 4\pi\hbar^2 \frac{a}{m} \quad (1.12)$$

gegeben.

Bogoliubov schlug zur Berechnung des Anregungsspektrums im kondensierten System eine Ersetzung des Feldoperators $\hat{\Psi}$ durch eine komplexwertige Funktion ψ und einen fluktuierenden Feldoperator $\delta\hat{\Psi}$ vor [11]

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) + \delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}); \quad (1.13)$$

$\psi(\mathbf{r}) = \langle \hat{\Psi} \rangle$ sollte dabei den Kondensatanteil beschreiben, während der Erwartungswert des fluktuierenden Feldoperators verschwinden sollte $\langle \delta\hat{\Psi} \rangle = 0$. Implizit wurde hier schon eine spontane Symmetriebrechung vorgenommen, da dem Kondensat eine Wellenfunktion mit einer Phase zugeordnet wurde. Eine genauere Diskussion dieser Symmetriebrechung soll in Abschnitt 1.3.2 erfolgen.

Setzt man die Bogoliubov-Zerlegung in Gleichung 1.11 ein und ersetzt die Terme in dritter und vierter Ordnung in $\delta\hat{\Psi}$ und $\delta\hat{\Psi}^\dagger$ durch eine Mean-Field-Näherung, so ergibt sich die sogenannte Hartee-Fock-Bogoliubov (HFB) Näherung. Vernachlässigt man anomale thermische Dichten der Art $\langle \delta\hat{\Psi}\delta\hat{\Psi} \rangle$, so erhält man die Popov-Näherung, die das Verhalten des Kondensats und seines Anregungsspektrums bis zu Temperaturen von etwa $0,7 \cdot T_c$ gut beschreibt [30]. In der Bogoliubov-Näherung werden außerdem noch alle thermischen Dichten $\langle \delta\hat{\Psi}^\dagger\delta\hat{\Psi} \rangle$ vernachlässigt. Dies kann dann nur für $T \ll T_c$ eine gute Näherung des Systems sein.

Im folgenden soll weiter in der Popov-Näherung gearbeitet werden. Der resultierende Hamiltonoperator läßt sich dann einfach durch die Bogoliubov-Transformation

$$\begin{aligned} \delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}) &= \sum_j \left(u_j(\mathbf{r}) \hat{\alpha}_j + v_j^*(\mathbf{r}) \hat{\alpha}_j^\dagger \right) \\ \delta\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) &= \sum_j \left(u_j^*(\mathbf{r}) \hat{\alpha}_j^\dagger + v_j(\mathbf{r}) \hat{\alpha}_j \right) \end{aligned} \quad (1.14)$$

diagonalisieren. Die Modenfunktionen $u(\mathbf{r})$ und $v(\mathbf{r})$ sind dabei noch zu bestimmen und $\hat{\alpha}_i$ und $\hat{\alpha}_i^\dagger$ sind die Vernichtungs- und Erzeugungsoperatoren bosonischer Quasiteilchen. Diese Quasiteilchen beschreiben korrelierte lokale Fluktuationen der Kondensatwellenfunktion. Der diagonalisierte großkanonische Hamiltonoperator ergibt sich dann zu

$$\begin{aligned} \hat{K} &= \int d^3r \psi^*(\mathbf{r}) \left\{ \frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) - \mu + \frac{1}{2} U |\psi(\mathbf{r})|^2 \right\} \psi(\mathbf{r}) \\ &\quad - \sum_j E_j \int d^3r |v_j(\mathbf{r})|^2 + \sum_j E_j \hat{\alpha}_j^\dagger \hat{\alpha}_j. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Die Kondensatwellenfunktion $\psi(\mathbf{r})$ muß dabei aus

$$\begin{aligned} \left\{ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + U(n_c(\mathbf{r}) + 2n_T(\mathbf{r})) \right\} \psi(\mathbf{r}) &= \mu \psi(\mathbf{r}) \\ \Leftrightarrow \{ \mathcal{L} - U n_c(\mathbf{r}) \} \psi(\mathbf{r}) &= 0 \end{aligned} \quad (1.16)$$

bestimmt werden, während die Modenfunktionen $u_j(\mathbf{r})$ und $v_j(\mathbf{r})$ der Quasiteilchen durch die Bogoliubov-de Gennes Gleichungen [11, 23, 31] gegeben sind

$$\begin{aligned}\mathcal{L}u_j(\mathbf{r}) + Un_c(\mathbf{r})v_j(\mathbf{r}) &= E_ju_j(\mathbf{r}) \\ \mathcal{L}v_j(\mathbf{r}) + Un_c(\mathbf{r})u_j(\mathbf{r}) &= -E_jv_j(\mathbf{r}),\end{aligned}\quad (1.17)$$

mit dem hermiteschen Operator

$$\mathcal{L} = -\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) - \mu + 2U(n_c(\mathbf{r}) + n_T(\mathbf{r})).\quad (1.18)$$

Zur Lösung der Kondensatwellenfunktion wird sowohl die Kondensatdichte $n_c(\mathbf{r}) = |\psi(\mathbf{r})|^2$ als auch die Dichte des thermischen Anteils $n_T(\mathbf{r})$ benötigt. Letztere ist durch die thermische Besetzung der Quasiteilchenzustände gegeben

$$\begin{aligned}n_T(\mathbf{r}) &= \langle \delta\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle \\ &= \sum_j (|u_j(\mathbf{r})|^2 + |v_j(\mathbf{r})|^2) \frac{1}{\exp\{E_j/k_B T\} - 1} + |v_j(\mathbf{r})|^2.\end{aligned}\quad (1.19)$$

Der letzte Term in Gleichung 1.19 gibt eine nichtverschwindende thermische Dichteverteilung selbst bei $T = 0$ an und wird als Quantum-Depletion bezeichnet. Er kommt durch die Wechselwirkung der Atome miteinander zustande, durch deren Stöße auch bei $T = 0$ Atome aus dem Kondensat herausgestreut werden und thermische Zustände besetzen. Für schwach wechselwirkende, homogene Systeme ist die Quantum-Depletion von der Größenordnung [32]

$$\frac{N - N_c}{N}(T = 0) = \frac{8}{3} \left(\frac{na^3}{\pi} \right)^{1/2}.\quad (1.20)$$

Bei den hier untersuchten atomaren Gasen bedeutet dies eine Kondensatentvölkerung von weniger als einem Prozent, was auch in numerischen Berechnungen [32, 33] bestätigt werden konnte. Mehr als 99% aller Atome können sich so theoretisch im Kondensat befinden, anders als bei suprafluidem ^4He , bei dem die Quantum-Depletion den Kondensatanteil auf weniger als 10% begrenzt [34, 35].

Zur Berechnung der Kondensatwellenfunktion $\psi(\mathbf{r})$ in Gleichung 1.16 wird die thermische Dichteverteilung $n_T(\mathbf{r})$ benötigt, die jedoch wiederum von der Kondensatdichteverteilung abhängig ist. Die drei gekoppelten Gleichungssysteme 1.16 und 1.17 müssen also selbstkonsistent gelöst werden, was bislang nur für kleine Atomzahlen numerisch durchgeführt werden konnte [33, 36, 37, 38]. Mit Hilfe von weiteren Vereinfachungen läßt sich jedoch eine Vielzahl von sehr guten Vorhersagen über die Kondensatwellenfunktion und ihr Anregungsspektrum erzielen.

1.2.1. Gross-Pitaevskii-Gleichung

Vernachlässigt man in Gleichung 1.16 den thermischen Anteil, so erhält man eine der Schrödinger-Gleichung ähnliche Differentialgleichung, die jedoch zusätzlich einen nichtlinearen Wechselwirkungsterm enthält. In der Literatur wird diese Differentialgleichung nach ihren Entdeckern auch als stationäre Gross-Pitaevskii-Gleichung (GPE) [39, 40] bezeichnet:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + U|\psi(\mathbf{r})|^2 \right\} \psi(\mathbf{r}) = \mu \psi(\mathbf{r}). \quad (1.21)$$

Der nichtlineare Term beschreibt hierbei die Wechselwirkung zwischen den Atomen mit der in Gleichung 1.12 gegebenen Kopplungskonstanten $U = 4\pi\hbar^2 a/m$. Im folgenden sollen nur Fälle mit positiver Streulänge betrachtet werden, wie sie bei den hier durchgeführten Experimenten mit ^{87}Rb vorliegt.

Obwohl wir es mit einem verdünnten Gas $na^3 \ll 1$ zu tun haben, so spielen die Wechselwirkungen in der GPE doch eine bedeutende Rolle. Um dies zu veranschaulichen, vergleichen wir die mittlere Wechselwirkungsenergie $E_{int} = Ng\bar{n}$ mit der Grundzustandsenergie des harmonischen Oszillators $N\hbar\omega$ für N Atome. Die mittlere Dichte schätzen wir dabei mit Hilfe der harmonischen Oszillatorlänge $a_{ho} = \sqrt{\hbar/m\omega}$ über $\bar{n} \approx N/a_{ho}^3$ ab. Für das Verhältnis der Wechselwirkungsenergie und Grundzustandsenergie des harmonischen Oszillators erhält man dann

$$\frac{E_{int}}{N\hbar\omega} \approx N \frac{a}{a_{ho}}. \quad (1.22)$$

In typischen Experimenten beträgt $a/a_{ho} = 10^{-3}$ und die Anzahl der Atome in bislang realisierten Experimenten liegt zwischen 100 und 10^8 Atomen. Die Wechselwirkungen spielen also nicht nur eine wichtige Rolle, sondern dominieren ab etwa 10^4 Atomen die Gross-Pitaevskii-Gleichung.

In der Thomas-Fermi-Näherung wird genau dies ausgenutzt, um den kinetischen Anteil in Gleichung 1.21 zu vernachlässigen, um so eine direkte Lösung für die Kondensatwellenfunktion zu erhalten

$$\psi(\mathbf{r}) = \max \left(\sqrt{\frac{1}{U}(\mu - V(\mathbf{r}))}, 0 \right). \quad (1.23)$$

Das chemische Potential ergibt sich dann aus der Normierungsbedingung der Kondensatwellenfunktion an die Atomzahl N :

$$\mu = \frac{\hbar\omega}{2} \left(15N \frac{a}{a_{ho}} \right)^{2/5}. \quad (1.24)$$

Abbildung 1.1 zeigt den Einfluß der Wechselwirkungen auf das Dichteprofil des Bose-Einstein-Kondensats am Beispiel von 10^6 ^{87}Rb Atomen. Entlang der axialen Richtung ist die Breite der Dichteverteilung um nahezu einen Faktor 20 gegenüber der harmonischen Oszillatorlänge des Grundzustands $a_{ho} \approx 2,4 \mu\text{m}$ angewachsen. Die interatomare Wechselwirkung bringt das Kondensat auf eine Größenskala, in der es nicht nur besser beobachtet, sondern auch wesentlich einfacher mit optischen Mitteln manipuliert werden kann.

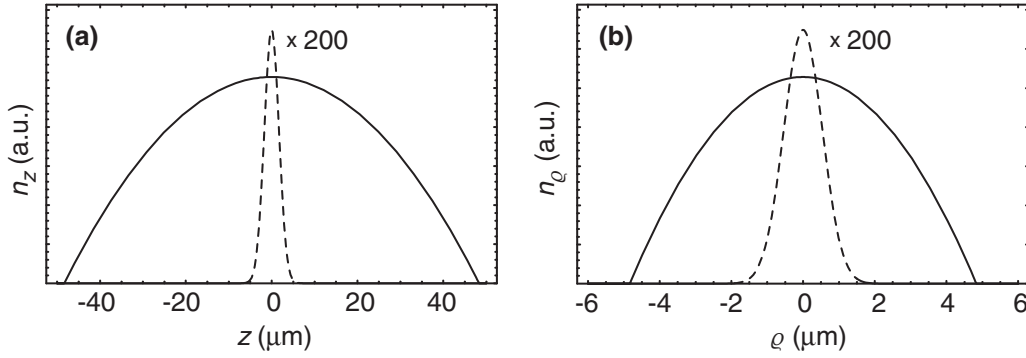


Abbildung 1.1.: Einfluß der interatomaren Wechselwirkungsstärke auf die Dichteverteilung des Bose-Einstein-Kondensats. Axiales **(a)** und radiales **(b)** Dichteprofil von 10^6 ^{87}Rb Atomen für eine Streulänge von $a = 106 a_0$ in der Thomas-Fermi-Näherung (durchgezogene Linie) und ein ideales Gas im Grundzustand des harmonischen Oszillators (unterbrochene Linie). Es wurden Fallenfrequenzen von $\omega_{\perp} = 2\pi \times 200$ Hz und $\omega_z = 2\pi \times 20$ Hz angenommen. Die Dichten des idealen Gases wurden um einen Faktor 200 herunterskaliert.

Abschließend soll noch die zeitabhängige Form der GPE vorgestellt werden, mit der auch das dynamische Verhalten des Kondensats erfaßt werden kann:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left\{ -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + U|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right\} \psi(\mathbf{r}, t). \quad (1.25)$$

1.2.2. Anregungsspektrum in semiklassischer Näherung

Wendet man die von Giorgini et al. [25, 41] vorgeschlagene semiklassische Näherung von Anregungen mit einem festen lokalen Impuls \mathbf{p} an, so läßt sich das Anregungsspektrum durch

$$E(\mathbf{p}, \mathbf{r}) = \sqrt{\left(\frac{p^2}{2m} + V(\mathbf{r}) - \mu + 2Un(\mathbf{r}) \right)^2 - U^2 n_c^2(\mathbf{r})} \quad (1.26)$$

ausdrücken. Hierbei werden jedoch insbesondere die energetisch niedrig liegenden Anregungen vernachlässigt, für deren Bestimmung man die gekoppelten Gleichungen 1.16 und 1.17 voll lösen muß. Innerhalb des Kondensats führt dies zu einem Anregungsspektrum, welches dem des homogenen Systems sehr ähnlich ist:

$$E_{in} = \frac{p}{2m} \sqrt{p^2 + 4Um n_c(\mathbf{r})}. \quad (1.27)$$

Dieses Anregungsspektrum weist zwei Grenzbereiche auf. Für kleine Impulse erhält man ein phononenartiges Spektrum mit einer lokalen Schallgeschwindigkeit $c(\mathbf{r}) = \sqrt{Un_c(\mathbf{r})/m}$

$$E_{in} \approx c(\mathbf{r})p \quad \text{für } p \ll \frac{\hbar}{\xi(\mathbf{r})}. \quad (1.28)$$

1. Bose-Einstein-Kondensation in harmonischen Fallen

$\xi(\mathbf{r}) = (8\pi na)^{-1/2}$ kennzeichnet hierbei die sogenannte Healing-length¹, die ein Maß für die Länge ist, auf der die Wellenfunktion des Kondensats nach einer Störung auf ihren ursprünglichen Wert ansteigt.

Im Falle großer Impulse geht das Anregungsspektrum in das freier Teilchen über und man erhält:

$$E_{in} \approx \frac{p^2}{2m} \quad \text{für } p \gg \frac{\hbar}{\xi(\mathbf{r})}. \quad (1.29)$$

1.3. Off-Diagonal-Long-Range-Order

Das Konzept der Off-Diagonal-Long-Range-Order (ODLRO) ist grundlegend für das Verständnis makroskopischer Quantenphänomene. Dieses von Penrose und Onsager [16, 17] eingeführte verallgemeinerte Kriterium für die Existenz eines Bose-Einstein-Kondensats erlaubt es den fundamentalen Zusammenhang zwischen makroskopischen Quantenphänomenen wie der Suprafluidität oder Supraleitung und der Bose-Einstein-Kondensation herzustellen. Es besagt, daß das Vorliegen eines Bose-Einstein-Kondensats durch einen makroskopischen Eigenwert N_c der Einteilchendichtematrix

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle = N_c f^*(\mathbf{r}) f(\mathbf{r}') \quad \text{für } |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty \quad (1.30)$$

gekennzeichnet ist. Der Eigenwert N_c gibt hierbei den globalen Anteil der kondensierten Teilchen an und $f(\mathbf{r})$ ist die zu diesem Eigenwert gehörende Eigenfunktion. Mit Hilfe dieses Kriteriums gelang es Penrose und Onsager bereits 1956 den Anteil der kondensierten Atomen in suprafluidem ^4He auf etwa 8% abzuschätzen, erstaunlich nahe an dem durch neuere numerische Simulationen berechneten Anteil von 9-10% [34].

Durch die ODLRO werden Korrelationen im zugrundeliegenden Quantenfeld beschrieben. Diese Art von Korrelationen sind reine makroskopische Quanteneffekte und unterscheiden sich grundlegend von den klassischen Dichtekorrelationen wie sie z. B. in der kristallinen Anordnung eines Festkörpers vorliegen.

Die weitreichende Bedeutung dieses Kriteriums wurde als erstes von Yang [18] erkannt, während Beliaev das Penrose-Onsager-Kriterium auf den Formalismus der Greens-Funktionen in der Quantenfeldtheorie ausdehnen konnte [12].

1.3.1. ODLRO und Phasenkohärenz

Das Vorliegen von ODLRO nach Gleichung 1.30 ist gleichbedeutend zu einer langreichweitigen Phasenkohärenz, die durch die räumliche Korrelationsfunktion erster Ordnung $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ beschrieben wird

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle}{\sqrt{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle} \sqrt{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle}}. \quad (1.31)$$

¹In der Literatur zu suprafluidem ^4He wird die Healing-length oft auch als Kohärenzlänge bezeichnet. In dieser Arbeit soll der Begriff der Kohärenzlänge jedoch für eine Längenskala stehen, auf der die räumlichen Korrelationen erster Ordnung abfallen.

Ist die Bedingung 1.30 zur ODLRO erfüllt, so nimmt $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ für große Abstände $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty$ im homogenen System einen konstanten Wert an, der durch den globalen Anteil an kondensierten Teilchen gegeben ist

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow \frac{N_c}{N} \quad \text{für } |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty. \quad (1.32)$$

Im inhomogenen System ist die räumliche Kohärenzfunktion $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ für große Abstände durch den lokalen Kondensatanteil an den Orten \mathbf{r} und \mathbf{r}' bestimmt:

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow N_c \frac{f^*(\mathbf{r})f(\mathbf{r}')}{\sqrt{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})\hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle} \sqrt{\langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}')\hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle}} = \frac{\sqrt{N_c(\mathbf{r})}\sqrt{N_c(\mathbf{r}')}}{\sqrt{N(\mathbf{r})}\sqrt{N(\mathbf{r}')}} \quad \text{für } |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty. \quad (1.33)$$

Für kleine Abstände wird die Phasenkohärenz des Systems sowohl durch den kondensierten Anteil der Teilchen als auch durch die Phasenkorrelationen im thermischen Anteil $g_T^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ bestimmt. Für beliebige Abstände $|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ kann die Korrelationsfunktion dann als Summe langreichweitiger Korrelationen des Kondensatanteils und Korrelationen endlicher Reichweite für den thermischen Anteil zusammengesetzt werden

$$g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\sqrt{N_c(\mathbf{r})}\sqrt{N_c(\mathbf{r}')}}{\sqrt{N(\mathbf{r})}\sqrt{N(\mathbf{r}')}} + g_T^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \\ \text{mit } g_T^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \rightarrow 0 \quad \text{für } |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \rightarrow \infty. \quad (1.34)$$

In dem in dieser Arbeit untersuchten inhomogenen System eines Bose-Einstein-Kondensats in einer harmonischen Falle ist die Phasenkohärenz des kondensierten Anteils für endliche Temperaturen durch die endliche Größe des Kondensats räumlich begrenzt. Naraschewski und Glauber [42] konnten zeigen, daß die Kohärenzlänge des thermischen Anteils $g_T^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ nach einer Volumenmittelung in der Größenordnung der thermischen de Broglie-Wellenlänge λ_T liegt und somit wesentlich kleiner ist als die Ausdehnung des Kondensats². Für die Korrelationsfunktion erwartet man daher auf der Längenskala von λ_T einem dem homogenen System sehr ähnlichen Verlauf (siehe Abbildung 1.2). Für einen verschwindenden Abstand $\Delta r \rightarrow 0$ liegt eine vollständige Korrelation der Quantenfelder vor, während die Korrelationsfunktion für große Abstände auf einen konstanten Wert ≤ 1 hin abfällt. Dieser konstante Wert beschreibt die langreichweitigen Phasenkorrelationen und damit die ODLRO durch ein Bose-Einstein-Kondensat.

²Für das hier untersuchte System ist λ_T am Phasenübergang etwa 30 mal kleiner als die radiale Ausdehnung eines Kondensats mit 10^6 Atomen

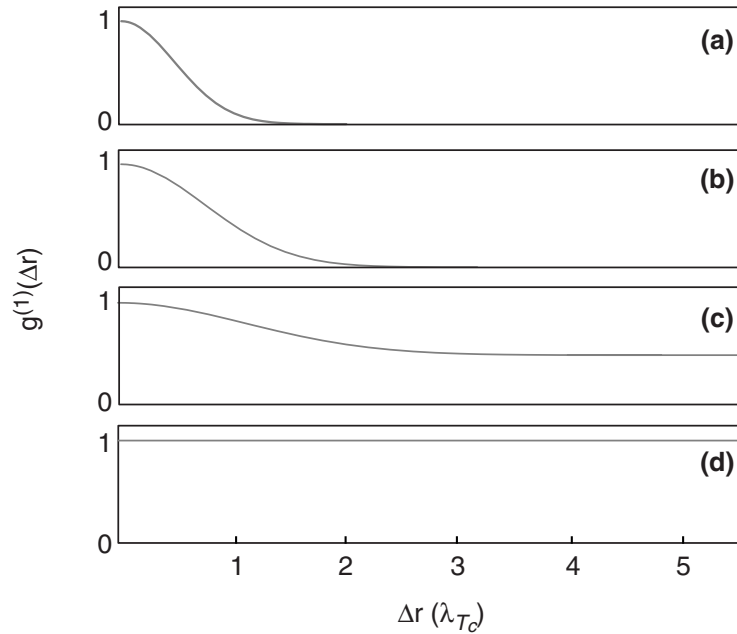


Abbildung 1.2.: Schematischer Verlauf der räumlichen Korrelationsfunktion $g^{(1)}(\Delta r)$ für ein ideales Bose-Gas bei verschiedenen Temperaturen. Die Abstände Δr sind in Einheiten der thermischen de Broglie-Wellenlänge am Phasenübergang angegeben. **(a)** $T > T_c$. Die Phasenkohärenz wird allein durch die Phasenkohärenz des thermischen Anteils beschrieben. **(b)** $T \approx T_c$. Die Kohärenzlänge des thermischen Anteils vergrößert sich aufgrund der niedrigeren Temperatur des Systems und durch die bevorzugte Besetzung der energetisch niedrig liegenden Zustände aufgrund der Bose-Einstein-Statistik. **(c)** $T < T_c$. Das nun vorliegende Bose-Einstein-Kondensat besitzt eine langreichweite Phasenkohärenz. $g^{(1)}(\Delta r)$ fällt daher für Abstände größer als die thermische Kohärenzlänge auf den lokalen Kondensatanteil ab. **(d)** $T = 0$. Das vollständig kondensierte System besitzt nun eine perfekte Phasenkohärenz für beliebige Abstände.

1.3.2. Spontane Symmetriebrechung

Das Konzept der spontanen Symmetriebrechung bietet einen intuitiven Zugang für das Verständnis vieler Interferenzphänomene in makroskopischen Quantensystemen. Es geht davon aus, daß der Feldoperator $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ einen nicht verschwindenden Erwartungswert

$$\langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle = \psi(\mathbf{r}) = \sqrt{N_c} \varphi(\mathbf{r}) \quad (1.35)$$

besitzt.

Dieser Erwartungswert $\psi(\mathbf{r})$ wird auch als Ordnungsparameter oder makroskopische Wellenfunktion des kondensierten Vielteilchensystems bezeichnet. In der Bogoliubov-Ersetzung (Gleichung 1.13) und der Gross-Pitaevskii-Gleichung (siehe Abschnitt 1.2.1) ist

diese Annahme bereits verwendet worden. Das kondensierte System wird hierbei durch eine einzige Wellenfunktion beschrieben, die eine feste Amplitude und eine feste Phase aufweist. Da der großkanonische Hamiltonoperator jedoch invariant unter einer skalaren $U(1)$ Eichtransformation ist, muß dieser Erwartungswert im Ensemblemittel verschwinden. Nur für die Einzelrealisierung eines Experiments hat er eine Bedeutung, mit einer zufälligen Phase des Ordnungsparameters von Experiment zu Experiment.

Die im Kondensat vorhandene Teilchenzahl N kann im Prinzip exakt vermessen werden. Die Teilchenzahl N und die Phase ϕ der Wellenfunktion sind jedoch konjugierte Variablen und unterliegen damit der Unschärferelation

$$\Delta N \Delta \phi \geq 1, \quad (1.36)$$

so daß sich keine exakte Phase für die Vielteilchenwellenfunktion festlegen ließe. Die Frage entsteht also, ob zwei unabhängige Kondensate miteinander interferieren können. Nimmt man eine spontane Symmetriebrechung an, so läßt sich dies sofort bejahen, wobei die Phase des Interferenzmusters aufgrund der zufälligen Phasen der Kondensatwellenfunktionen von Experiment zu Experiment zufällig verteilt ist. Im Falle zweier Zustände mit fester Teilchenzahl konnten mehrere Autoren zeigen, daß auch hier ein zufälliges Interferenzmuster [43, 44, 45] entsteht. Die relative Phase zwischen den Kondensaten wird dabei während des Nachweises erzeugt, da bei der Detektion eines Atoms nicht bekannt ist, aus welchem Kondensat dieses detektiert wurde und so eine Unsicherheit in der relativen Teilchenzahl hergestellt wurde. Im Falle einer Rabikopplung zwischen zwei Zuständen konnte gezeigt werden, daß ein Kondensat, das sich anfänglich in einem Fockzustand befindet und z. B. einem $\pi/2$ -Puls ausgesetzt wird, sich danach in einem sogenannten Phasenzustand [45] mit einer festen relativen Phase befindet. Im Rahmen der spontanen Symmetriebrechung ergibt sich diese feste Phase trivial aus der Rabikopplung der zwei Ordnungsparameter. Für den Ausgang des Experiments zeichnet sich also bislang kein Unterschied bei der Interpretation mit Hilfe der spontanen Symmetriebrechung oder durch Zustände fester Teilchenzahl ab. Aus pragmatischer Sicht läßt sich die spontane Symmetriebrechung daher, obwohl nicht zwangsläufig notwendig, zur Erklärung makroskopischer Interferenzeffekte einsetzen.

Liegt eine spontane Symmetriebrechung vor, so ist automatisch auch das Penrose-Onsager-Kriterium der ODLRO erfüllt, denn

$$\begin{aligned} \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle &= \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \rangle \langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle + \langle \delta \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \delta \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle \\ &= \psi^*(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') + \langle \delta \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \delta \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle. \end{aligned} \quad (1.37)$$

Hierbei wurde wiederum die Bogoliubov-Zerlegung des Feldoperators $\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r}) + \delta \hat{\Psi}(\mathbf{r})$ angewandt mit $\langle \delta \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle = 0$.

Liegt andererseits eine ODLRO vor, so kann umgekehrt noch nicht auf eine spontane Symmetriebrechung geschlossen werden. Die Off-Diagonal-Long-Range-Order stellt damit ein grundlegendes Kriterium dar, wenngleich die spontane Symmetriebrechung der räumlichen Korrelationsfunktion $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ eine anschauliche Bedeutung zukommen läßt. Sie beschreibt in diesem Sinne die räumlichen Phasenfluktuationen des Ordnungsparameters durch thermische Anregungen.

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

Der Weg zur Bose-Einstein-Kondensation in verdünnten atomaren Gasen ist von einem beeindruckenden Aufbau der Phasenraumdichte $n\lambda_T^3$, um nahezu 20 Größenordnungen geprägt (siehe Abbildung 2.1). Ausgehend von einem thermischen Rubidium-Hintergrundgas bei Raumtemperatur wird mit Hilfe der Laserkühlung die anfängliche Phasenraumdichte um 14 Größenordnungen erhöht. Der restliche Phasenraumaufbau bis zur Bose-Einstein-Kondensation wird mit Hilfe der Verdampfungskühlung in einer magnetischen Falle erreicht.

Dazu wird hier eine neuartige magnetische Falle mit kompakten Abmessungen und einer niedrigen dissipierten Wärmemenge (QUIC-Trap) eingesetzt. Die Falle zeichnet sich außerdem durch ein äußerst stabiles Fallenpotential aus, das eine Grundvoraussetzung für die durchgeführten Präzisionsmessungen am Bose-Einstein-Kondensat war.

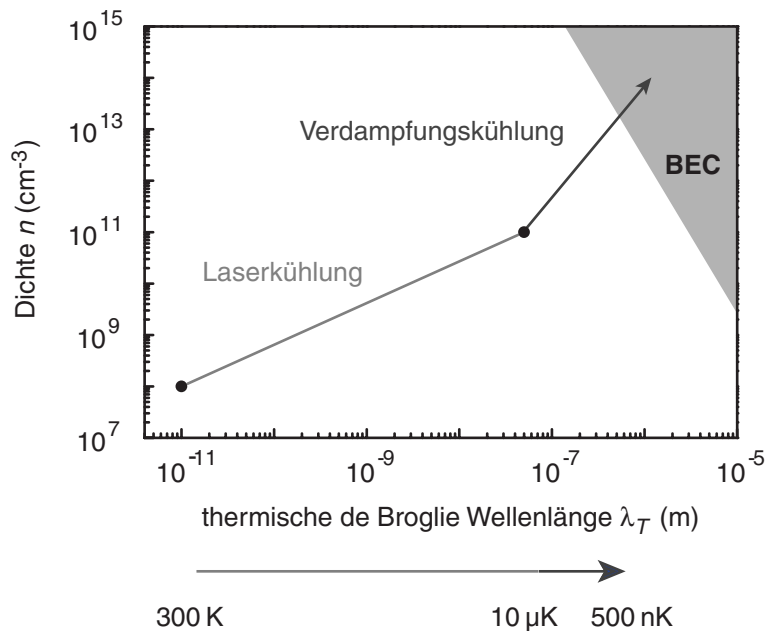


Abbildung 2.1.: Weg durch den Phasenraum, um zur Bose-Einstein-Kondensation in einem verdünnten Gas aus Rubidium Atomen zu gelangen. Der graue Bereich markiert dabei den Phasenraum, in dem ein Bose-Einstein-Kondensat vorliegt. Vom thermischen Rubidium-Gas bei Zimmertemperatur, bis zum Bose-Einstein-Kondensat werden dabei nahezu 20 Größenordnungen in der Phasenraumdichte $n\lambda_T^3$ gewonnen.

Im Experiment werden Rubidium Atome aus dem Hintergrundgas in einer ersten magneto-optischen Falle (MOT) gefangen und dann in eine zweite MOT in einem Ultrahochvakuum

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

überführt. Dieser Prozeß wird mehrmals wiederholt, bis etwa 10^9 Atome in dieser zweiten MOT gefangen werden. Durch optisches Pumpen werden die Atome in einen magnetisch fangbaren Zustand spinpolarisiert. Nach dem Anschalten der Magnetfalle wird mit Hilfe von Radiofrequenzwellen ein Verdampfungskühlprozeß bis zur Bose-Einstein-Kondensation durchgeführt. Die atomare Dichteverteilung kann wahlweise durch eine Absorptionsabbildung oder eine Phasenkontrastabbildung auf einer CCD-Kamera aufgenommen werden.

2.1. Experimenteller Aufbau

2.1.1. Laser

Als Lichtquellen dienen im Experiment ausschließlich Halbleiter Laserdioden. Zur Frequenzsteuerung wird der in der Arbeitsgruppe entwickelte Aufbau [46] verwendet, bei dem ein holographisches Gitter in Littrow-Anordnung als frequenzselektives Element dient. Zusammen mit der Rückfacette der Laserdiode bildet es einen externen Resonator, der die Linienbreite der Laserdiode auf etwa 1 MHz einengt. Im Experiment werden hauptsächlich Laserdioden vom Typ Hitachi 7851G eingesetzt, die eine nominelle Ausgangsleistung von 50 mW besitzen. Aufgrund der externen Rückkopplung mit Hilfe des holographischen Gitters stehen typischerweise jedoch nur etwa 30 mW an Ausgangsleistung zur Verfügung. Um in einigen Fällen höhere Ausgangsleistungen zu erzielen, wird dazu eine Sanyo Laserdiode Typ DL 7140-201 von einem gitterstabilisierten Diodenlaser injiziert, bei der die vollen 70 mW an Ausgangsleistung dann zur Verfügung stehen. Zur Frequenzstabilisierung der Diodenlaser werden verschiedene dopplerfreie Spektroskopietechniken eingesetzt.



Abbildung 2.2.: Aufbau der Optik zur Bose-Einstein-Kondensation. Die im Experiment verwendeten Laserdioden sind an der hinteren Tischkante zu sehen.

2.1.2. Vakuumkammer

Das Vakuumsystem besteht aus drei Teilen:

- Einem Rubidium Reservoir, das mit einer 1 g Ampulle Rubidium bestückt ist und über einen Heizdraht erhitzt werden kann.
- Einer oktagonalen Edelstahlkammer für die erste magnetooptische Falle, die mit dem Rubidium Reservoir direkt verbunden ist. Diese erste Kammer wird von einer Ionenpumpe (Perkin Elmer Modell 2020.125 2l/s) gepumpt und befindet sich bei einem Druck von $\approx 10^{-8}$ mbar, der durch den Partialdruck des Rubidium Hintergrundgases dominiert wird. Der relativ hohe Rubidium Partialdruck erlaubt es, Atome in dieser Kammer in wenigen Sekunden zu fangen. Er verhindert jedoch die für das Verdampfungskühlen notwendige lange Lebensdauer der kalten Atome aufgrund von Stößen der gefangenen Atome mit dem Hintergrundgas.
- Einer Ultrahochvakuumkammer, die aus einer speziell gehaltenen Glasküvette (3 cm \times 3 cm \times 11,5 cm) der Firma Helma besteht. Sie ist über ein differentielles Pumpröhrchen mit der ersten MOT Kammer verbunden und wird von einer magnetgelagerten Turbomolekular- (Leybold Turbovac 340M) und einer Titansublimationspumpe evakuiert. Mit dieser Pumpenkombination wird ein Enddruck von $\leq 2 \times 10^{-11}$ mbar in

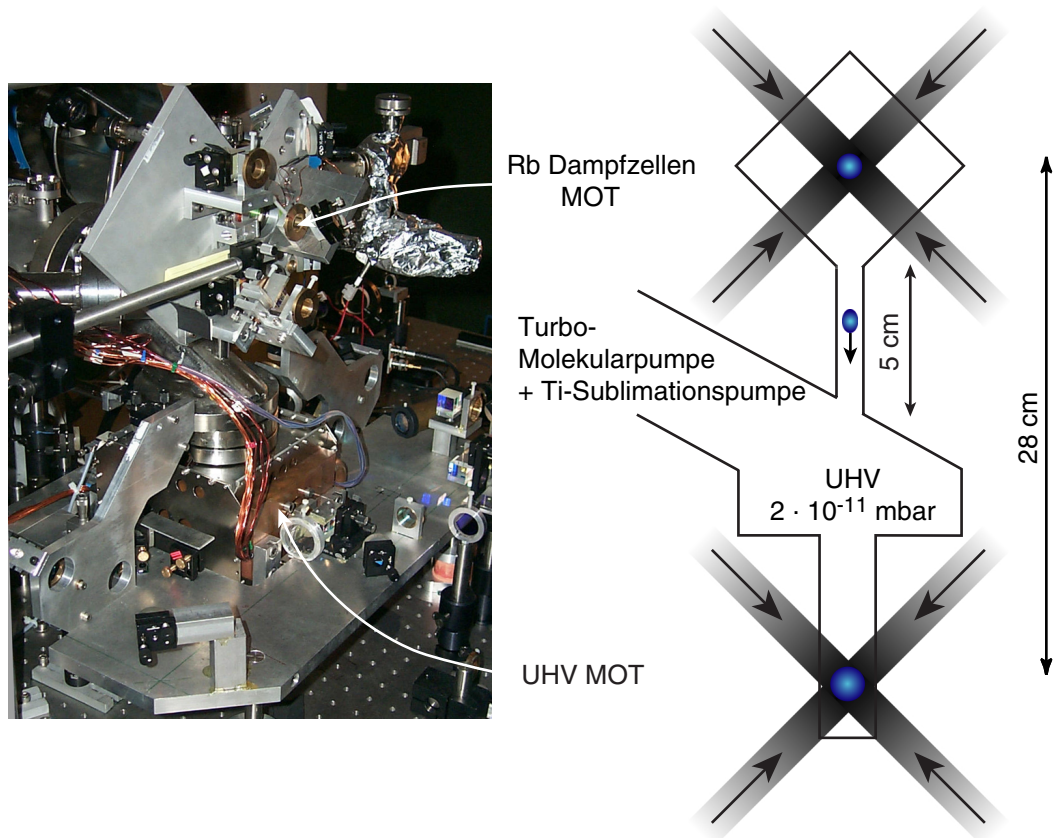


Abbildung 2.3.: Doppel MOT System zum Einfangen von bis zu 10^9 Atomen in einer UHV Experimentierkammer. Rubidium Atome werden zunächst aus dem Hintergrundgas in einer Dampfzellen MOT eingefangen und mit Hilfe einer bewegten optischen Melasse in die UHV MOT transferiert. Dieser Prozeß wird so lange wiederholt, bis sich 10^9 Atome in der UHV MOT angesammelt haben.

der Experimentierkammer erreicht. Erst dieser niedrige Enddruck realisiert die für das Verdampfungskühlen benötigte lange Lebensdauer der kalten Atome von bis zu zwei Minuten.

Die Glasküvette bietet zwei Vorteile als UHV Experimentierkammer: Zum einen ist die optische Qualität der Glaszelle gut (die Wellenfrontdeformationen sind $\leq \lambda/2$) und der optische Zugang ist bei kompakten Abmessungen der Kammer maximal. Sie ist außerdem an zwei gegenüberliegenden äußeren Glasflächen mit einer Antireflexbeschichtung für 780 nm versehen, um störende Lichtreflexe bei den Abbildungen der atomaren Dichteverteilung zu unterdrücken.

2.1.3. Magnetooptische Fallen

Zum Einfangen und Kühlen der Rubidiumatome werden zwei magnetooptische Fallen [47, 48, 49, 50] verwendet.

Zwei sich entgegengerichtete Laserstrahlen, deren Frequenz rot zu einer atomaren Übergangsfrequenz verstimmt ist, sorgen für eine Reibungskraft, da Atome, die sich auf einen Laserstrahl zubewegen, aufgrund des Dopplereffekts in Resonanz mit diesem Laserstrahl geraten. Es werden dadurch mehr Photonen aus diesem Laserstrahl am Atom gestreut und es erfährt aufgrund des Photonenrückstoßes eine bremsende, geschwindigkeitsabhängige Kraft [51].

Um dieser Kraft eine räumliche Abhängigkeit auf ein Fallenzentrum hinzuzufügen, wird den Laserstrahlen ein Quadrupolmagnetfeld überlagert und die Polarisation der Laserstrahlen jeweils entgegengesetzt zirkular ($\sigma^+ - \sigma^-$) gewählt. Diese wird so eingestellt, daß ein Atom, welches sich vom Fallenzentrum wegbewegt, aufgrund der Zeeman-Verschiebung in Resonanz mit dem auf ihn zugerichteten Laserstrahl gerät. Es werden so mehr Photonen aus diesem Laserstrahl am Atom gestreut, so daß das Atom auf das Fallenzentrum zurückgetrieben wird.

In der einfachen Doppler-Theorie ist die in einer MOT erreichbare Temperatur durch die zufällige Richtung der spontan emittierten Photonen auf die sogenannte Doppler-Temperatur $T_D = \hbar\Gamma/2k_B \approx 140 \mu\text{K}$ nach unten begrenzt. Zusätzliche sogenannte Subdoppler-Laserkühlmechanismen [52] sorgen in dieser Anordnung dafür, daß diese Temperatur, auch bei hohen Atomzahlen, typischerweise um einen Faktor 3-4 unterschritten werden kann. Die Dichte der gefangenen Atome bleibt dabei bei Alkalimetallen auf etwa 10^{11} cm^{-3} begrenzt, da von den Atomen gestreute Photonen wieder reabsorbiert werden können und zu einem repulsiven, mit der Dichte der Atome und der Intensität des Lichtfeldes ansteigenden Druck führen [53].

Dampfzellen MOT und Transfer in die UHV MOT

Die erste magnetooptische Falle dient als Quelle kalter Atome. Sie ist dazu direkt mit dem Rubidiumreservoir verbunden und wird bei einem relativ hohen Rubidiumdampfdruck von ca. 10^{-8} mbar betrieben. Dies erlaubt ein schnelles Laden von Atomen aus dem Hintergrundgas [54]. Bei den hier verwendeten Strahldurchmessern von 1,2 cm und einer Leistung von 2 mW pro Laserstrahl können so mehrere 10^7 Atome in wenigen Sekunden eingefangen werden.

Um die Atome aus dieser Kammer in die UHV MOT zu transferieren, werden die Atome in einer bewegten optischen Melasse in ein sich mit etwa 10 m/s abwärts bewegendes Bezugssystem gekühlt. Dazu wird das magnetische Quadrupolfeld der MOT ausgeschaltet und die oberen diagonalen Laserstrahlen der MOT werden näher an die atomare Resonanz verstimmt als die unteren diagonalen Strahlen. Dies führt zu einem erhöhten Strahlungsdruck in die abwärts zeigende Richtung und beschleunigt die Atome aus der MOT heraus in Richtung der UHV MOT. Eine genaue Beschreibung dieser Quelle für kalte Atome findet sich in [55].

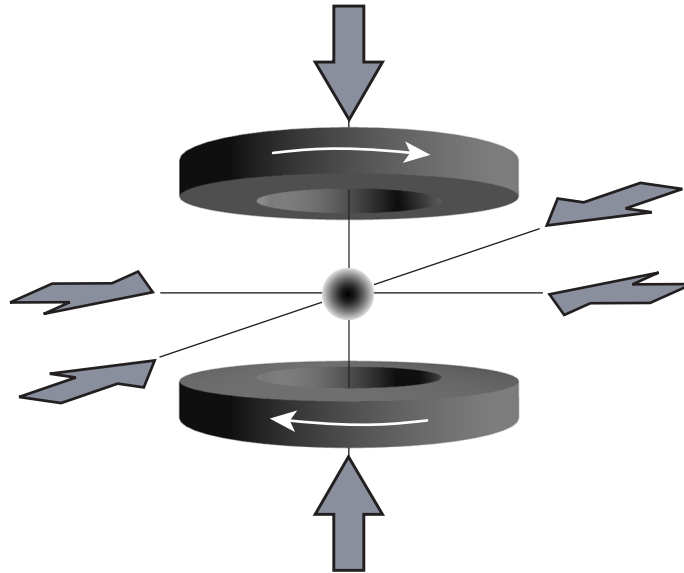


Abbildung 2.4.: Prinzipskizze einer magnetooptischen Falle (MOT). Ein Spulenpaar wird von entgegengesetzten Strömen durchflossen und erzeugt das notwendige magnetische Quadrupolfeld. Die entgegenlaufenden Laserstrahlen werden durch die Pfeile gekennzeichnet.

Ultrahochvakuum MOT

In der magnetooptischen Falle im Ultrahochvakuum werden die kalten Atome aus der Dampfzellen MOT wiederaufgefangen, angesammelt und vorgekühlt.

Die sechs MOT Laserstrahlen werden aus einer von einem Gitterlaser injizierten Sanyo Laserdiode erzeugt, wobei nach einer räumlichen Filterung der Lasermode noch 15 mW Laserleistung eingesetzt werden. Diese Leistung wird gleichmäßig auf die sechs Laserstrahlen aufgeteilt, die durch die eingesetzten Spiegel auf einen Strahldurchmesser von $d=1,5$ cm begrenzt sind. Die Frequenz des Lasers wird um 10 MHz rot gegenüber dem $|5s\ S_{1/2}(F = 2)\rangle \rightarrow |5p\ P_{3/2}(F = 3)\rangle$ Übergang abgestimmt, und auf der horizontalen MOT Achse wird zusätzlich noch ein Rückpumplaser auf dem $|5s\ S_{1/2}(F = 1)\rangle \rightarrow |5p\ P_{3/2}(F = 2)\rangle$ eingesetzt. Er verhindert, daß angeregte Atome, die spontan in den $|5s\ S_{1/2}(F = 1)\rangle$ Grundzustand zerfallen, aus dem Kühlzyklus entfernt werden.

Um die Ultrahochvakuum MOT zu laden, wird der im vorherigen Abschnitt beschriebene Transferprozeß aus der Dampfzellen MOT etwa 60 mal bei einer Wurfrate von einem Hertz wiederholt. Die Anzahl der Atome steigt dadurch von Wurf zu Wurf in der UHV MOT an, bis die Verlustrate der UHV MOT der Laderate aus der Dampfzellen MOT gleicht. Effizient können so in einer Minute 10^9 Atome angesammelt werden.

Komprimierte magnetooptische Falle

Die maximal erreichbare Dichte in einer MOT ist durch Reabsorption mehrfach gestreuter Photonen begrenzt. Diese repulsive Lichtkraft ist sehr von der Verstimmung Δ_L des MOT Kühllasers gegenüber der atomaren Resonanz abhängig und skaliert wie $1/\Delta_L^4$, wobei sich die Federkonstante der MOT im Inneren nur wie $1/\Delta_L$ ändert [56]. Durch eine zusätzliche Verstimmung der Kühllaserstrahlen kann man deshalb erreichen, daß der repulsive Strahlungsdruck stärker abnimmt, als die Federkonstante der MOT abgeschwächt wird. Die atomare Wolke erreicht dadurch kurzzeitig eine höhere Dichte. Diese höhere Dichte verstärkt jedoch auch die lichtinduzierten Verlusten, so daß die Lebensdauer dieser komprimierten MOT auf einige 100 ms absinkt [56]. Kurzzeitig läßt sich die Dichte in der MOT so um einen Faktor 3-5 erhöhen. Eine solche Kompressionsphase der MOT läßt sich deshalb gut an den langen Ladeprozeß anschließen, ohne daß es zu nennenswerten Verlusten in der Zahl der gefangenen Atome kommt.

Optische Melasse

Die höheren Dichten in der komprimierten magnetooptischen Falle lassen die Temperatur des atomaren Gases jedoch um bis zu einen Faktor 5 gegenüber der Temperatur der Atome in der MOT anwachsen. Zur Kühlung der Atome wird deshalb nach der komprimierten magnetooptischen Falle das Magnetfeld der MOT ausgeschaltet, und die Atome werden nur dem $\sigma^+ - \sigma^-$ polarisierten Laserfeld ausgesetzt. Diese Lichtfeldanordnung bildet eine optische Melasse [52], in der die Atome mit Hilfe von Sub-Doppler-Kühlmechanismen auf etwa $40 \mu\text{K}$ wieder abgekühlt werden. Die in einer Melasse erreichbare minimale Endtemperatur ist durch das Verhältnis aus der Laserintensität und der Verstimmung I/Δ_L bestimmt, während die Kühlrate wie I/Δ_L^2 skaliert. Um eine hohe Kühlrate am Beginn der Melassen-Phase einzusetzen und gleichzeitig eine minimale Endtemperatur zu erreichen, wird die Frequenz der Kühllaser innerhalb von 8 ms von 16 MHz auf etwa 45 MHz gegenüber der atomaren Resonanz rot verstimmt.

2.1.4. Magnetische Falle - die QUIC Falle

Magnetische Fallen für Atome

Ein ungeladenes Objekt mit einem magnetischen Moment μ besitzt in einem Magnetfeld \mathbf{B} eine Energie E :

$$E = -\mu \cdot \mathbf{B}. \quad (2.1)$$

In einem inhomogenen Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ führt diese Wechselwirkung zu einer Kraft, die je nach Orientierung des magnetischen Moments auf das Feldmaximum bzw. Feldminimum ausgerichtet ist.

Bei Neutralatomen mit einem magnetischen Moment läßt sich diese Wechselwirkung zur Speicherung von Atomen in geeigneten magnetischen Feldkonfigurationen nutzen [57, 58, 59]. Dies ermöglicht es, eine nahezu vollständige thermische Isolierung zwischen der Wand der Vakuumkammer und dem Ensemble kalter Atome herzustellen, ohne daß zusätzliche

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

Lichtkräfte benötigt werden. Die Beschränkungen in der Dichte und Temperatur in einer MOT durch das vorhandene Lichtfeld können somit elegant umgangen werden.

Ein Atom, welches sich durch das magnetische Feld bewegt, behält seine Winkeleinrichtung relativ zur Feldrichtung aufgrund der Larmorpräzession bei, solange die Änderung der Magnetfeldrichtung klein gegenüber der Larmorfrequenz $\omega_L = \mu B/\hbar$ ist, d. h.:

$$\mathbf{v} \cdot \nabla \left(\frac{\mathbf{B}}{B} \right) \ll \omega_L, \quad (2.2)$$

wobei \mathbf{v} die lokale Geschwindigkeit des Atoms ist. Für einen Hyperfeinzustand F mit der magnetischen Quantenzahl m_F ist die Energie eines Atoms im Magnetfeld dann nur noch vom lokalen Betrag des magnetischen Feldes abhängig:

$$E(\mathbf{r}) = -g_F m_F \mu_B B(\mathbf{r}), \quad (2.3)$$

wobei g_F der Landé g-Faktor des Hyperfeinzustands F und μ_B das Bohr'sche-Magneton ist. Zustände, bei denen das Produkt aus $g_F \cdot m_F$ negativ ist, erniedrigen ihre Energie, je schwächer das vorhandene Magnetfeld ist. Sie können deshalb in einem Minimum des magnetischen Feldes gefangen werden, während Zustände, bei denen $g_F \cdot m_F$ positiv ist, immer auf ein Magnetfeldmaximum zugetrieben werden. Da die Maxwell'schen Gleichungen jedoch keine Magnetfelder mit einem lokalen Maximum erlauben [60], können sich für diese Zustände keine Fallenpotentiale verwirklichen lassen.

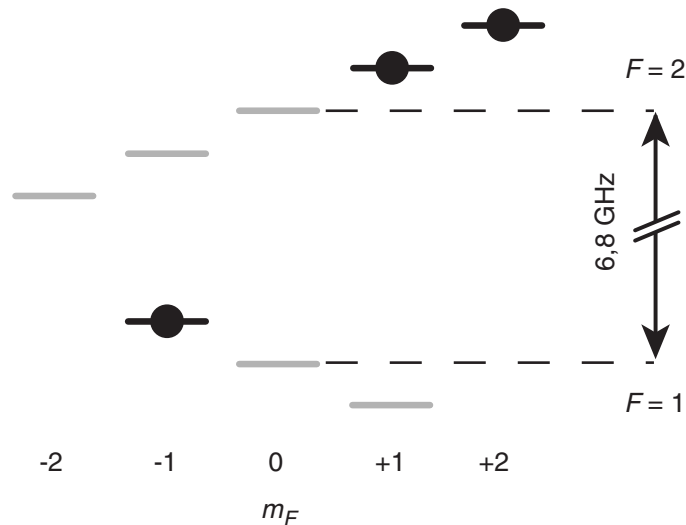


Abbildung 2.5.: Hyperfeingrundzustand von ^{87}Rb bei angelegtem Magnetfeld. Die Entartung der magnetischen Unterniveaus ist aufgrund der linearen Zeeman-Verschiebung aufgehoben. Die schwarz mit Kreisen markierten Zustände sind Schwachfeldsucher und können in einem magnetischen Feldminimum eingefangen werden. Für den Hyperfeinzustand $|F = 1\rangle$ ist $g_F = 1/2$ und für den Hyperfeinzustand $|F = 2\rangle$ ist $g_F = -1/2$.

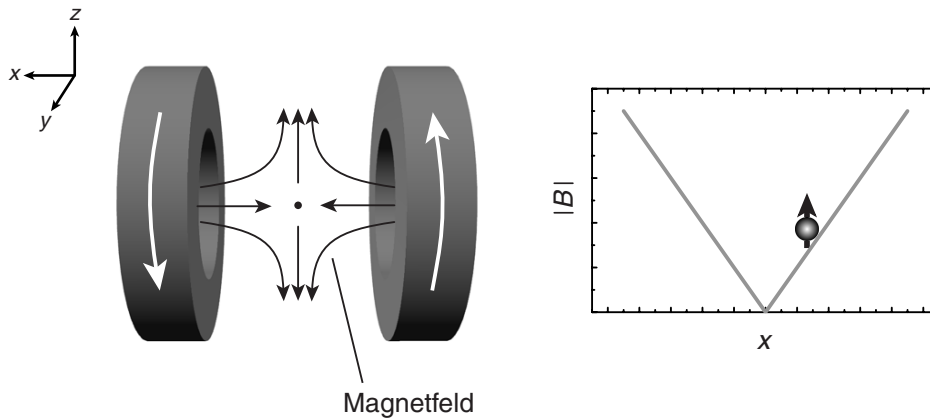


Abbildung 2.6.: Spulenpaar zur Erzeugung eines magnetischen Quadrupolfeldes. Die Spulen werden von entgegengesetzten Strömen durchflossen und erzeugen ein lineares Potential für die Atome. Im Zentrum der Falle verschwindet das Magnetfeld.

Von der magnetischen Quadrupolfalle zur QUIC-Falle

Die einfachste Anordnung von Spulen zur Erzeugung eines magnetischen Fallenpotentials wird durch ein Paar gegenüberliegender Spulen realisiert, die von einem entgegengesetzt gerichteten Strom durchflossen werden. Das so erzeugte **sphärische Quadrupolfeld** besitzt einen linearen Anstieg auf allen drei Raumachsen $B(\mathbf{r}) \propto \sqrt{4x^2 + y^2 + z^2}$ mit einem verschwindenden Magnetfeld im Zentrum der Falle.

Dieses verschwindende Magnetfeld sorgt dafür, daß das Adiabasiekriterium aus Gleichung 2.2 im Zentrum der Falle nicht eingehalten werden kann. Dort kommt es zu sogenannten Majorana-Übergängen [61] in nicht gefangene magnetische Unterzustände, die zu einer Verlustrate an Atomen führen [62, 63]. Je kälter die atomare Verteilung ist, desto länger halten sich die Atome in dem Bereich verschwindenden Magnetfeldes auf und desto stärker wird diese Verlustrate [62]. Sie macht einen Phasenübergang zum Bose-Einstein-Kondensat in der magnetischen Quadrupolfalle unmöglich.

Benutzt man jedoch eine magnetische Falle, die ein nichtverschwindendes Magnetfeld im Ursprung besitzt, so kann das Adiabasiekriterium aus Gleichung 2.2 auch für kalte atomare Ensembles mit einer kleinen Ausdehnung eingehalten werden. Die Majorana-Verlustrate ist dann stark unterdrückt.

Hierzu wurden verschiedene magnetische Fallentypen entwickelt. In der **Time-Orbiting-Potential-Falle (TOP-Trap)** von Eric Cornell und Carl Wieman wird die magnetische Null der Quadrupolfalle durch ein in der $y - z$ -Ebene rotierendes homogenes Feld permanent auf einem Kreis so schnell bewegt, daß die Atome dieser Bewegung nicht folgen können [62]. Sie sehen daher im Zeitmittel ein nichtverschwindendes Magnetfeld im Zentrum der Falle. Die TOP-Falle ist jedoch in ihrer Potentialtiefe beschränkt und das rotierende Magnetfeld

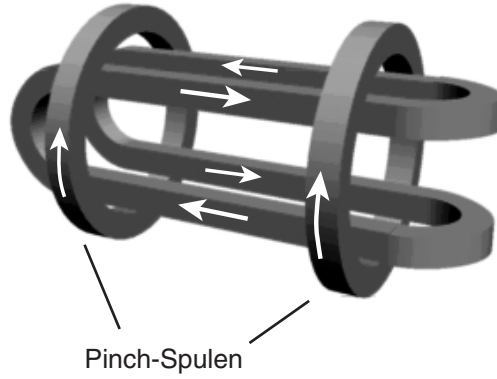


Abbildung 2.7.: Klassische Ioffe-Falle zur Erzeugung eines magnetischen Fallenpotentials mit nichtverschwindendem Magnetfeld im Fallenzentrum. Die Pfeile geben die Stromrichtung an. Der radiale Einschluß der Falle gelingt durch die vier Barren, während der axiale Einschluß durch das *Pinch*-Spulenpaar erzeugt wird.

führt zu störenden Effekten in vielen Experimenten.

In der Mehrzahl der heute existierenden BEC-Experimente kommen deshalb Fallen vom Ioffe-Typ zum Einsatz, deren Verwendung zur Speicherung neutraler Atome von Pritchard [64] vorgeschlagen wurde. Die klassische Anordnung ist in Abbildung 2.7 zu sehen. Vier Drähte mit jeweils wechselnden Stromrichtungen erzeugen einen radialen Einschluß durch ein zweidimensionales Quadrupolfeld $B_\rho(\rho) = B'\rho$. Der wesentlich schwächere Einschluß entlang der langen Achse wird durch die zwei sogenannten *Pinch*-Spulen verwirklicht, die mit gleicher Stromrichtung betrieben werden. Bewegt sich ein Atom auf eine der beiden Spulen zu, so sieht es ein anwachsendes Magnetfeld und wird auf die Mitte zwischen den beiden Spulen zurückgetrieben. Um die Fallenmitte läßt sich die axiale Komponente des Magnetfeldes durch $B_z(z) = B_0 + 1/2B''z^2$ nähern [65] und man erhält für den Betrag des magnetischen Feldes in niedrigster Ordnung in z und ρ

$$B(\rho, z) = B_0 + \frac{1}{2}B''z^2 + \frac{B'^2}{2B_0}\rho^2. \quad (2.4)$$

Die Atome sind im Zentrum der Falle also einem harmonischen Potential ausgesetzt, das eine radiale und eine axiale Fallenfrequenz von

$$\begin{aligned} \omega_\perp &= \sqrt{\frac{-g_F m_F \mu_B}{m_{Rb}}} \cdot \frac{B'}{\sqrt{B_0}} \\ \omega_z &= \sqrt{\frac{-g_F m_F \mu_B}{m_{Rb}}} \cdot \sqrt{B''} \end{aligned} \quad (2.5)$$

aufweist.

Die radiale Fallenfrequenz kann unabhängig von der axialen Fallenfrequenz über das Offset-Feld B_0 verändert werden. Dazu wird ein weiteres, in Abbildung 2.7 nicht eingezeich-

netes, Spulenpaar eingesetzt. Das Offset Feld B_0 kann jedoch nicht zu klein gewählt werden, da es sonst wieder zu Majorana-Verlusten kommt. Im Experiment liegt B_0 typischerweise zwischen ein und zwei Gauß und $\omega_{\perp} \approx 10 \omega_z$, d. h. die Ioffe-Falle weist eine starke, zigarrenförmige Asymmetrie auf.

Bislang wurde eine Vielzahl von Variationen dieses klassischen Aufbaus in Experimenten zur Bose-Einstein-Kondensation verwirklicht. Um jedoch die nötigen Feldgradienten B' und Feldkrümmungen B'' zu erzeugen, müssen in den herkömmlichen Anordnungen Ströme von 100 A bis zu 1000 A eingesetzt werden. Die dabei in den Spulen dissipierte Wärmemenge von mehreren 10 kW führt zu nichttrivialen Problemen in der Wärmeabfuhr und zu unerwünschten zeitlichen Veränderungen des Fallenpotentials. Für die Erzeugung des magnetischen Quadrupolfeldes in der magnetooptischen Falle muß außerdem noch ein zusätzliches Spulenpaar eingesetzt werden, dessen Zentrum nicht mit dem Fallenzentrum der Ioffe-Falle übereinstimmt. Dies erschwert das Umladen aus der MOT in die magnetische Falle.

Die QUIC-Falle

Die hier eingesetzte und von Tilman Esslinger konzeptionierte **Quadrupol-Ioffe-Configurations-Falle** vereinigt die Vorteile einer magnetischen Quadrupolfalle mit der einer Ioffe-Falle. Sie besteht nur aus drei Spulen: einem Spulenpaar, das ein magnetisches Quadrupolfeld erzeugt, und einer dritten Spule, der sogenannten Ioffe-Spule, die im rechten Winkel zwischen den beiden Spulen sitzt (vgl. Abbildung 2.8).

Atome werden zunächst mit Hilfe der Quadrupol-Spulen in einem magnetischen Quadrupolfeld eingefangen. Der Strom in der Ioffe-Spule wird dann kontinuierlich auf den gleichen Strom der Quadrupolspulen erhöht. Dabei erzeugt die Ioffe-Spule ein zweites Quadrupolfeld in ihrer Nähe, welches sich bei steigender Stromstärke mit dem ursprünglichen Quadrupolfeld vereinigt und ein harmonisches Ioffe-Fallen-Potential bildet (siehe Abbildung 2.9). Das Offset-Feld B_0 kann dann durch die Gesamtstromstärke in den Spulen eingestellt werden.

Dieser Umwandlungsprozeß bietet mehrere Vorteile:

- Da die Spulen zur Erzeugung des Quadrupolfeldes in der magnetooptischen Falle dieselben Spulen sind, wie sie für die magnetische Quadrupolfalle verwendet werden, stimmt das Zentrum der beiden Fallentypen intrinsisch überein. Die Symmetrie der magnetischen Quadrupolfalle ist außerdem gut an die Symmetrie der MOT angepaßt, so daß ein effizienter Transfer von Atomen zwischen diesen Fallen möglich ist.
- Die am Ende der Umformung gebildete Ioffe-Falle sitzt mit ihrem Zentrum nahe an der Ioffe-Spule. Dies ermöglicht es, einen relativ kleinen Spulenradius R für diese Spule zu wählen, so daß die Magnetfeldkrümmung B'' , die wie I/R^3 skaliert, schon bei kleinen Strömen von $I \approx 20$ A ausreichend groß ist. Die dabei dissipierte Leistung beträgt weniger als 600 W, so daß keine aufwendige Kühlung der Spulen mit hohem Wasserdruck notwendig ist.
- Die wenigen eingesetzten Spulen, die alle in Serie geschaltet sind und daher vom gleichen Strom durchflossen werden, erzeugen ein äußerst stabiles Fallenpotential, das einfach experimentell zu realisieren ist.

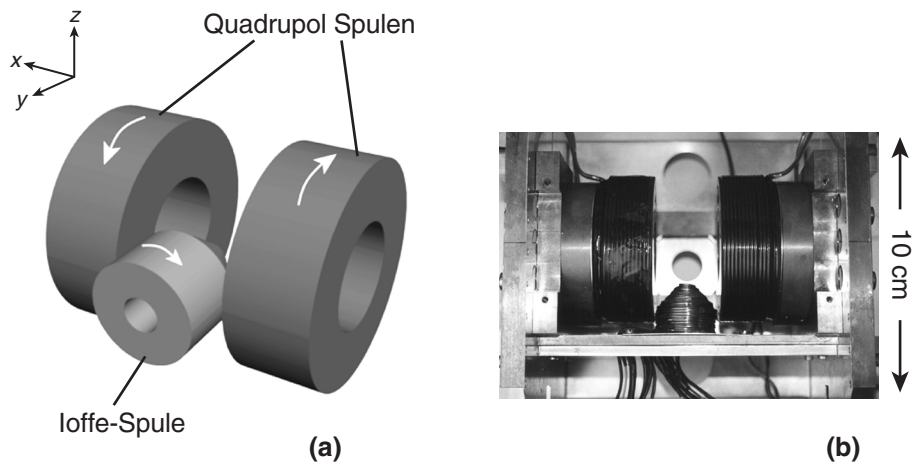


Abbildung 2.8.: (a) QUIC-Falle schematisch: Die im Experiment eingesetzte neuartige Magnetfalle verbindet die Vorzüge einer Quadrupol- mit der einer Ioffe-Falle und besteht aus insgesamt nur drei Spulen. Die weißen Pfeile geben die Stromrichtung in den Spulen an. (b) Experimentelle Realisierung der QUIC-Falle. Die drei Spulen sitzen auf wasserdurchflossenen Kupferblöcken, die für eine Kühlung der Spulen sorgen. Die im Bild nicht zu sehende Glasküvette der UHV Experimentierkammer paßt mit einem Millimeter Abstand zwischen die Spulen. Die Ioffe-Spule ist an der Spitze konisch geformt, um die diagonalen MOT Laserstrahlen passieren zu lassen.

Zur Untersuchung der Effizienz des Umwandlungsprozesses wurde mit Hilfe von Absorptionsabbildungen (siehe Abschnitt 2.1.7) die Anzahl der Atome vor und nach der Umwandlung gemessen [66]. Innerhalb der Meßgenauigkeit von etwa 10% konnte ein vollständiger Transfer der Atome ermittelt werden. Wichtig war auch festzustellen, ob die Atome während des Transfers aufgeheizt wurden. Dazu wurde die magnetische Quadrupolfalle in eine Ioffe-Falle und wieder zurück in eine Quadrupolfalle umgewandelt und vor und nach dem Transferprozeß die Temperatur der Atome gemessen. Auch hier konnten wir innerhalb unserer Meßgenauigkeit von etwa 10% in der Temperatur keine Erwärmung feststellen [66].

Für einen Strom von 25 A durch alle drei Spulen ergeben sich ein radialer Magnetfeldgradient von $B' = 220 \text{ G/cm}$ bei einem Offset-Feld von $B_0 = 2 \text{ G}$ und eine axiale Feldkrümmung von $B'' = 260 \text{ G/cm}^2$. Die Fallenfrequenzen für den magnetisch gefangenen $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand betragen dabei $\omega_{\perp} = 2\pi \times 200 \text{ Hz}$ und $\omega_{ax} = 2\pi \times 20 \text{ Hz}$.

Ansteuerung der QUIC-Falle

Als Stromquelle für die magnetische Falle dient ein rauscharmes Netzteil (fug Typ NTN 1400-35). Dieses bietet einen maximalen Strom von 40 A bei einer Spannung von 35 V und wird im programmierbaren Strommodus betrieben ($\Delta I/I \leq 10^{-4}$). Ein externer Funktionsgenerator kann so den Soll-Strom einstellen und beliebige Stromkurven verwirklichen. Dabei ist die minimale Anschaltzeit auf etwa 50 ms beschränkt. Zum Anschalten der Magnetfalle

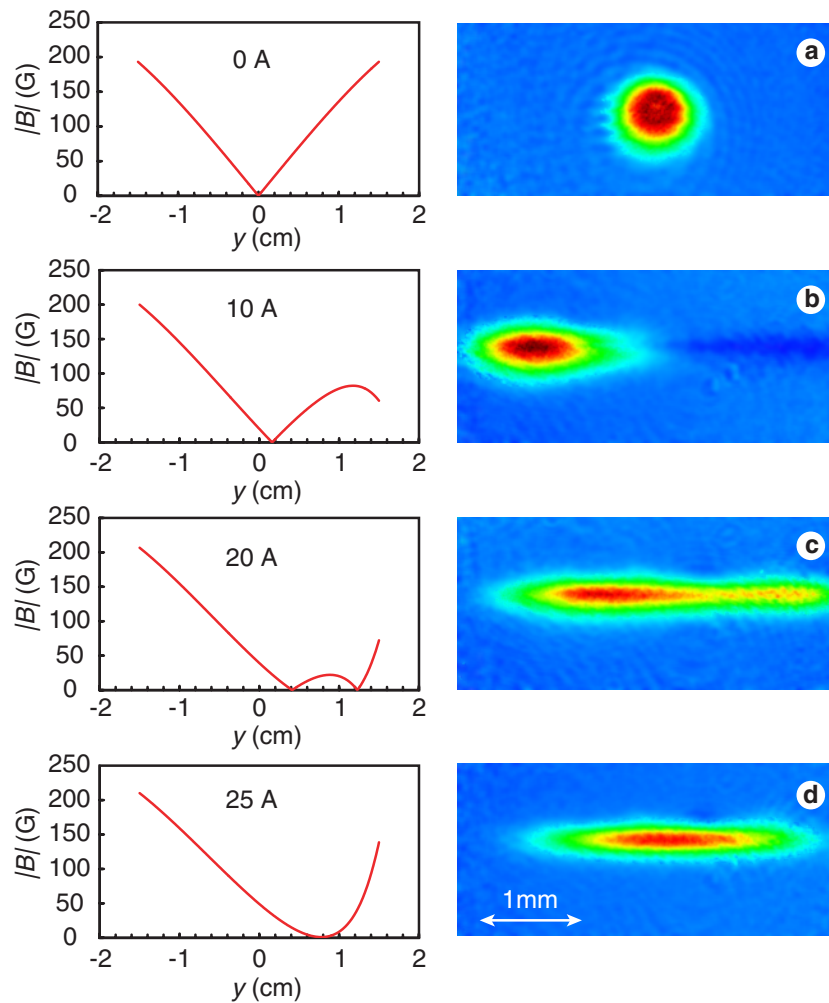


Abbildung 2.9.: Umwandlung der magnetischen Quadrupolfalle in eine Ioffe-Falle bei einem festen Strom von 25 A durch die Quadrupolspulen und einem stetig steigenden Strom durch die Ioffe-Spule. Die linke Spalte zeigt den berechneten Betrag des magnetischen Feldes entlang der Ioffe-Spulen-Achse. Experimentelle Abbildungen der atomaren Dichteverteilung sind in der rechten Spalte zu sehen. Die Aufnahmen entstanden mit Hilfe einer Absorptionsabbildung entlang der Quadrupolachse. Zwischen der Abbildung (a) und den Abbildungen (b), (c) und (d) wurde das Blickfeld der CCD-Kamera um 7 mm verschoben. (a) $I_{\text{Ioffe}} = 0$ A. Die Quadrupolspulen alleine erzeugen ein lineares Magnetfeld. (b) $I_{\text{Ioffe}} = 10$ A. Das Quadrupolfeld verschiebt sich aufgrund des Feldes der Ioffe-Spule auf diese hin, ist aber ansonsten im wesentlichen nur leicht deformiert. (c) $I_{\text{Ioffe}} = 20$ A. Ein weiteres Quadrupolfeld entsteht in der Nähe der Ioffe-Spule und die Atome laufen in dieses zweite Potential hinüber. (d) $I_{\text{Ioffe}} = 25$ A. Die beiden Quadrupolfallen haben sich zu einem harmonischen Potential der entstandenen Ioffe-Falle vereinigt. Die atomare Dichteverteilung weist nun die für Ioffe-Fallen typische zigarrenförmige Asymmetrie auf.

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

wird jedoch eine Zeitkonstante von < 1 ms benötigt. Hierzu dienen vier Kondensatoren mit einer Kapazität von $C = 60$ mF, die mit den Quadrupolspulen und einem zusätzlichen Widerstand einen überdämpften LRC -Schwingkreis bilden. Das dynamische Verhalten dieses Schwingkreises beim Anschalten wird durch zwei Zeitkonstanten bestimmt. Die Anschlagzeit τ_{short} ist durch die Induktivität der Magnetfeldspulen L und den Widerstand R bestimmt $\tau_{\text{short}} = L/R \approx 600 \mu\text{s}$, während die Haltezeit τ_{long} durch $\tau_{\text{long}} = RC \approx 600$ ms gegeben ist und die Zeitkonstante bis zum $1/e$ -Zerfall des Einschaltstroms $I = U(0)/R$ angibt. Während der UHV-MOT Ladephase ist dieser Stromkreis durch einen MOSFET-Schalter von dem Hauptstromkreis getrennt. Dieser Schalter wird beim Anschalten der Spulen für die Quadrupolfalle geschlossen, so daß die Kondensatoren sich über den Spulen entladen.

2.1.5. Transfer in die Magnetfalle

Optisches Pumpen

Nach dem Ende der Laserkühlung in der optischen Melasse befinden sich die Atome in verschiedenen magnetischen Unterzuständen, von denen nur drei magnetisch fangbar sind. Durch optisches Pumpen kann eine Mehrzahl der Atome in einem definierten magnetischen Unterzustand präpariert werden und so die Phasenraumdicke des atomaren Ensembles weiter erhöht werden.

Zum Verdampfungskühlen in der Magnetfalle wird von den magnetisch fangbaren Zuständen entweder der $|F = 1, m_F = -1\rangle$ oder der $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand verwendet. Für beide Zustände werden leicht unterschiedliche optische Pumpzyklen eingesetzt.

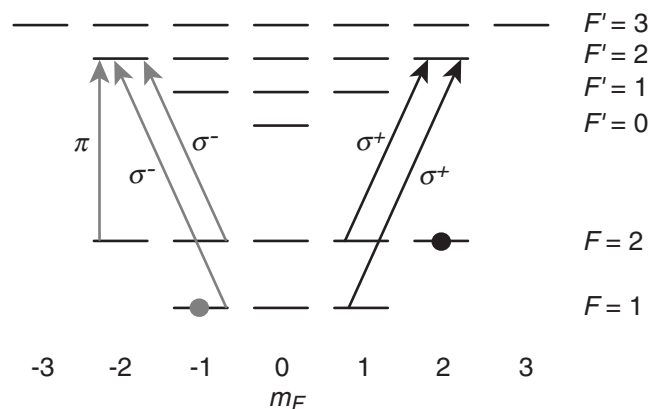


Abbildung 2.10.: Laserfrequenzen und Polarisierungen, die zum optischen Pumpen eingesetzt werden. Um in den $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand zu gelangen, werden zwei σ^+ -polarisierte Übergänge eingesetzt (schwarze Pfeile), für die der $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand ein Dunkelzustand ist. Für den $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand werden σ^- -polarisierte Übergänge eingestrahlt, die die Atome in den $|F = 2, m_F = -2\rangle$ Zustand pumpen. Danach sorgt π -polarisiertes Licht dafür, daß die Atome in den gewünschten $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand fallen (siehe Text).

Dazu wird der $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ Kühllaser $200 \mu\text{s}$ vor dem Rückpumplaser auf dem $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ Übergang am Ende der Melassensequenz ausgeschaltet. Die Atome sind dadurch im $|F = 2\rangle$ Hyperfeingrundzustand angesammelt. Etwa $100 \mu\text{s}$ später wird ein homogenes Magnetfeld von einigen wenigen Gauß Feldstärke in vertikaler Richtung angelegt, damit die Spinpolarisierung aufrecht erhalten werden kann.

Um in den $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand zu gelangen, werden in vertikaler Richtung zwei retroreflektierte σ^+ -polarisierte Laserstrahlen auf dem $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ Übergang und dem Rückpumpübergang $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ für ca. $300 \mu\text{s}$ eingestrahlt. Die Atome streuen nur einige wenige Photonen aus diesem Licht, bis sie sich im gewünschten Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ angesammelt haben. In der $\sigma^+ - \sigma^+$ Lichtfeldanordnung koppelt dieser Zustand nicht mehr an das Lichtfeld, d. h. die Atome streuen keine weiteren Photonen mehr und werden nicht unnötig aufgeheizt.

Folgende Vorgehensweise hat sich für das optische Pumpen in den $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand als sehr effektiv herausgestellt: In vertikaler Richtung werden wieder die gleichen Pump- und Rückpumplaserübergänge verwendet wie beim $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Pumpzyklus. Beide Laserstrahlen sind diesmal jedoch σ^- -polarisiert, so daß sich die Atome im $|F = 2, m_F = -2\rangle$ Zustand ansammeln. Danach wird nur der Rückpumplaser ausgeschaltet und zusätzlich π -polarisiertes Licht auf dem $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ Übergang eingestrahlt. Dieses π -polarisierte Licht regt die Atome in den $|F' = 2, m_{F'} = -2\rangle$ Zustand an, aus dem sie nur in drei Zustände zerfallen können: in den gleichen Zustand $|F = 2, m_F = -2\rangle$, in den Zustand $|F = 2, m_F = -1\rangle$ und in den gewünschten Zustand $|F = 1, m_F = -1\rangle$. Im zweiten Fall wechselwirken die Atome wieder mit dem σ^- -polarisierten Licht und werden wieder in den $|F = 2, m_F = -2\rangle$ Zustand zurückgeworfen. Im letzten Fall verbleiben die Atome im gewünschten Zustand, da kein Rückpumplicht mehr vorhanden ist. Nach einigen wenigen gestreuten Photonen kann man so erreichen, daß sich fast alle Atome im $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand angesammelt haben.

Die Effizienz der beiden Pumpzyklen liegt bei etwa 75%. Begrenzend für beide Prozesse sind nichtperfekte Lichtfeldpolarisationen und die Reabsorption gestreuter Photonen mit undefinierter Polarisation.

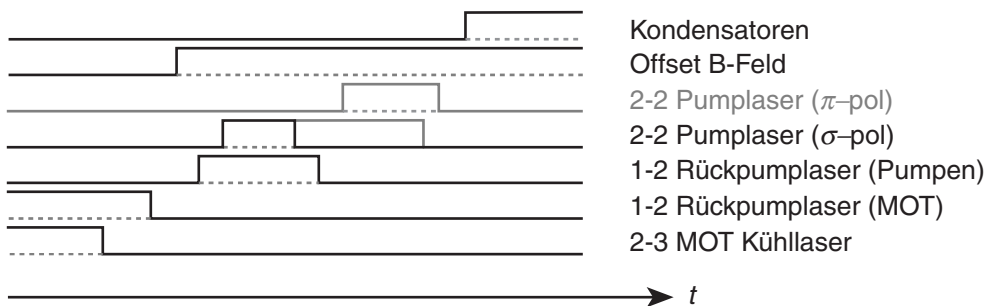


Abbildung 2.11.: Zeitliche Sequenz des optischen Pumpens in den $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand. Die Veränderungen im Zeitablauf für das optische Pumpen in den $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand sind in grau dargestellt.

2.1.6. Verdampfungskühlen

Nachdem die Atome im magnetischen Fallenpotential gefangen sind, werden mit Hilfe der Verdampfungskühlung [67, 68, 69] die restlichen sechs Größenordnungen in der Phasenraumdichte überwunden, um zum Phasenübergang der Bose-Einstein-Kondensation zu gelangen. Dazu werden energiereiche Atome aus dem Gas entfernt, so daß elastische Stöße zwischen den restlichen Atomen eine Rethermalisierung des Gases bei einer niedrigeren Temperatur ermöglichen. Die elastische Stoßrate Γ_{el} begrenzt daher fundamental die Zeitkonstante des Kühlprozesses. Sie ist durch die Dichte der atomaren Wolke n , den elastischen Streuquerschnitt $\sigma_{el} = 8\pi a^2$ und die mittlere relative Geschwindigkeit zweier Atome $\sqrt{2}\bar{v}$ bestimmt:

$$\Gamma_{el} = \sqrt{2}n\sigma_{el}\bar{v} \propto n\sqrt{T}. \quad (2.6)$$

Gelingt es während des Verdampfungskühlens, die Dichte schneller anwachsen zu lassen, als die Temperatur sinkt, so erhöht sich die elastische Stoßrate stetig [69].

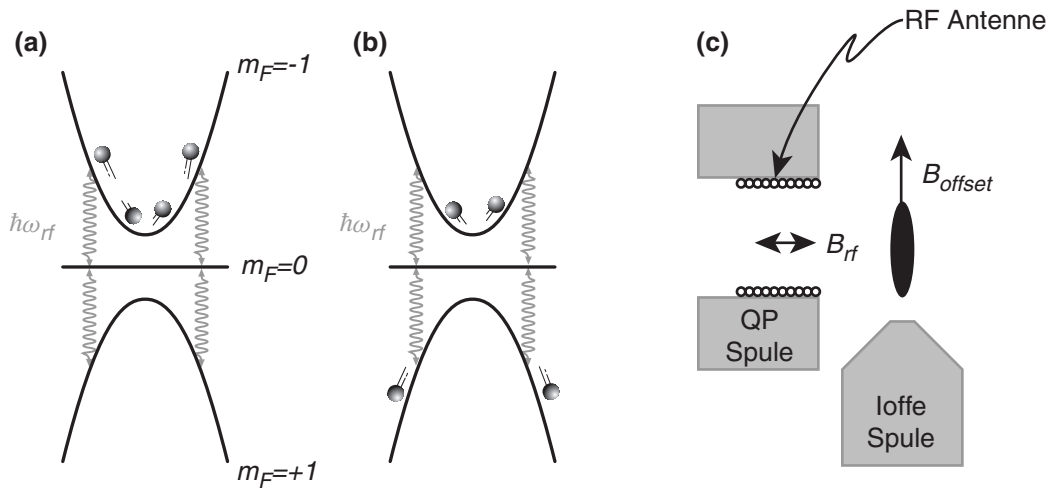


Abbildung 2.12.: Verdampfungskühlen mit Hilfe von Radiofrequenzwellen. Die Radiofrequenz induziert an der Resonanzstelle Übergänge vom magnetisch gefangenen Zustand in den ungefangenen Zustand und begrenzt somit die Falltiefe (a). Nachdem heiße Atome entfernt worden sind, stellt sich ein neues thermisches Gleichgewicht durch elastische Stöße bei einer niedrigeren Temperatur ein (b). (c) Um eine möglichst hohe Kopplungsstärke zu realisieren, wird die RF-Antenne so angebracht, daß das lokale magnetische Wechselfeld B_{rf} orthogonal zum statischen Offsetfeld B_{offset} ausgerichtet ist.

In der Praxis kann das Verdampfungskühlen realisiert werden, indem die Falltiefe variabel begrenzt wird. Atome mit einer höheren Energie als die Potentialtiefe verlassen so nach und nach die Falle. Bei magnetischen Fallen werden dazu Radiofrequenzwellen eingesetzt. Diese bewirken auf den durch die Elektronenspinresonanzbedingung $\hbar\omega_{rf} =$

$1/2\mu_B B(\mathbf{r})$ festgelegten Schalen Übergänge in magnetisch nicht gefangene Zustände. Mit Hilfe eines Radiofrequenzsynthesizers kann somit die Falltiefe durch die Radiofrequenz ω_{rf} auf einfache und reproduzierbare Weise kontinuierlich abgesenkt werden. Hierzu wird im Experiment ein Synthesizer der Firma Stanford Research Systems (Typ DRS-345) eingesetzt, in den beliebige Funktionsformen für eine Frequenzmodulation einprogrammiert werden können. Dieser ist nach mehreren Radiofrequenzschaltern direkt mit der RF-Antenne verbunden. Die Antenne besteht aus einer selbstgewickelten Spule mit zehn Windungen und einem Durchmesser von $d = 2,5$ cm. Die Spule befindet sich in einer der Quadrupolspulen nur wenige Millimeter von der Glaszelle entfernt (siehe Abbildung 2.12). Um eine möglichst hohe Übergangsrate zu gewährleisten, wurde darauf geachtet, daß das magnetische Wechselfeld der Radiofrequenz orthogonal zum statischen Offsetfeld B_{offset} ausgerichtet ist¹.

2.1.7. Abbildungssystem

Zur Bestimmung der atomaren Dichteverteilung werden im Experiment zwei Abbildungsverfahren angewandt. Bei der Absorptionsabbildung wird der Schattenwurf in einem auf die atomare Wolke gerichteten nahresonanten Laserstrahl auf eine CCD-Kamera (Theta Systems Slow Scan CCD System) abgebildet. Mit Hilfe des Absorptionsgesetzes kann dann die Flächendichte des atomaren Gases bestimmt werden. Diese Abbildungsart ist destruktiv, da sie auf der inkohärenten Streuung von Photonen an Atomen beruht und das atomare Ensemble dadurch stark aufgeheizt wird. Bei der nichtdestruktiven Phasenkontrastabbildung [70, 71] wird die dem Lichtfeld aufgeprägte Phasenverschiebung durch den Brechungsindex der atomaren Wolke ausgenutzt, um bei der Interferenz mit einem Referenzstrahl die atomare Flächendichte wiederzugeben.

Wechselwirkung von Licht mit dem atomaren Ensemble

Wird eine nahresonante ebene Lichtwelle $\mathbf{E}(z, t) = \mathbf{E}_0 e^{i(kz - \omega_L t)}$ auf eine Wolke von Atomen gerichtet, so wird sie in zweierlei Hinsicht verändert. Durch inkohärente Rayleigh- und Ramanstreuung von Photonen wird die Welle geschwächt, und aufgrund des Brechungsindex des atomaren Gases erfährt sie eine Phasenverschiebung. Beide Effekte lassen sich in einer komplexwertigen, ortsabhängigen Transmissionsfunktion $\mathcal{T}(x, y)$ zusammenfassen, so daß für das Lichtfeld nach dem Durchgang durch die atomare Wolke gilt:

$$\mathbf{E}'(x, y, z, t) = \mathcal{T}(x, y) \mathbf{E}(z, t) = e^{i\beta(x, y)} \mathbf{E}(z, t) \quad (2.7)$$

$$\text{mit } \beta(x, y) = \sigma_0 \left(\frac{1}{1 + I/I_{\text{sat}} + 4\Delta^2/\Gamma^2} \right) \left\{ i - \frac{2\Delta}{\Gamma} \right\} \int n(\mathbf{r}) dz. \quad (2.8)$$

Hierbei ist σ_0 der resonante Streuquerschnitt für das Lichtfeld, I die Intensität des Lichtfeldes, I_{sat} die Sättigungsintensität des Übergangs, $\Delta = \omega_L - \omega_0$ die Verstimmung der Lichtwelle mit Frequenz ω_L gegenüber der atomaren Resonanzfrequenz ω_0 und Γ die Linienbreite

¹Für kalte Atome wird die lokale Magnetfeldrichtung durch B_{offset} dominiert, so daß die Magnetisierung der Atome auch entlang dieser Achse ausgerichtet ist.

des Übergangs. Die atomare Dichte $n(\mathbf{r})$ geht hier nur als Integral über die Ausbreitungsrichtung des Lasers in Form einer Flächendichte ein.

Der imaginäre Anteil von $\beta(x, y)$ gibt die für die Absorptionsabbildung relevante Abschwächung der Lichtwelle an. Man bezeichnet ihn auch als optische Dichte $\mathcal{O}(x, y) = 2\Im[\beta(x, y)]$. Die Intensität des Lichtfeldes direkt nach der atomaren Wolke ist dann durch

$$I(x, y) = I_0(x, y)e^{-\mathcal{O}(x, y)} \quad (2.9)$$

gegeben. Dem Laserstrahl wurde also ein räumlich abhängiges Schattenprofil aufgeprägt. Dieses Schattenprofil $I(x, y)$ wird auf eine CCD-Kamera abgebildet und aufgenommen. Kurz darauf wird ein Bild des Intensitätsprofils des Lasers $I_0(x, y)$ ohne die atomare Wolke aufgenommen. Aus dem Verhältnis dieser beiden Bilder kann nach Logarithmierung direkt die optische Dichte $\mathcal{O}(x, y)$ ermittelt werden² und so mit den Laserparametern aus Gleichung 2.8 die atomare Flächendichte $\tilde{n}(x, y) = \int n(x, y, z) dz$ bestimmt werden.

Für die Phasenkontrastabbildung wird der Abbildungslaser so weit gegenüber der natürlichen Linienbreite verstimmt, daß die Abschwächung der Lichtwelle vernachlässigt werden kann. Dann ist nur noch die räumlich abhängige Phasenverschiebung $\phi(x, y) = \Re[\beta(x, y)]$ von Bedeutung. Mit einer großen Verstimmung Δ läßt sich diese Phasenverschiebung durch

$$\phi(x, y) = \sigma_0 \frac{\Gamma}{2\Delta} \int n(\mathbf{r}) dz \quad (2.10)$$

nähern. Dieses Phasenmuster ist in der Intensitätsverteilung des Lichtfeldes nicht sichtbar und kann nur bei Überlagerung mit einer Referenzwelle dargestellt werden. Hierzu dient die einfallende ebene Welle selber, die als nullte Beugungsordnung bei der Abbildung der atomaren Wolke auftritt. Diese muß jedoch zunächst um $\pm\pi/2$ phasenverschoben werden, um eine Interferenzfähigkeit mit den höheren Beugungsordnungen der Abbildung sicherzustellen [70]. Im Falle kleiner Phasenverschiebungen ϕ erhält man dann:

$$E \approx \pm i + i\phi(x, y) \quad (2.11)$$

Der erste Term gibt hierbei die um $\pm\pi$ phasenverschobene nullte Beugungsordnung an. Für die Intensitätsverteilung auf der Kamera ist das Phasenmuster nun direkt sichtbar geworden:

$$I(x, y) \propto |E|^2 = 1 \pm 2\phi(x, y) + \mathcal{O}(\phi^2). \quad (2.12)$$

Optischer Aufbau des Abbildungssystems

Im Experiment sind zwei Abbildungsachsen vorgesehen. Entlang der ersten kann die lange Achse der magnetisch gefangenen Atome in der Ioffe-Falle abgebildet werden. Die zweite Abbildungsachse eröffnet zusätzlich die Möglichkeit, ein radiales Profil der Atomwolke zu erhalten.

²In der Praxis wird vorher noch von den beiden Intensitätsprofilen ein Dunkelrauschbild der CCD-Kamera abgezogen.

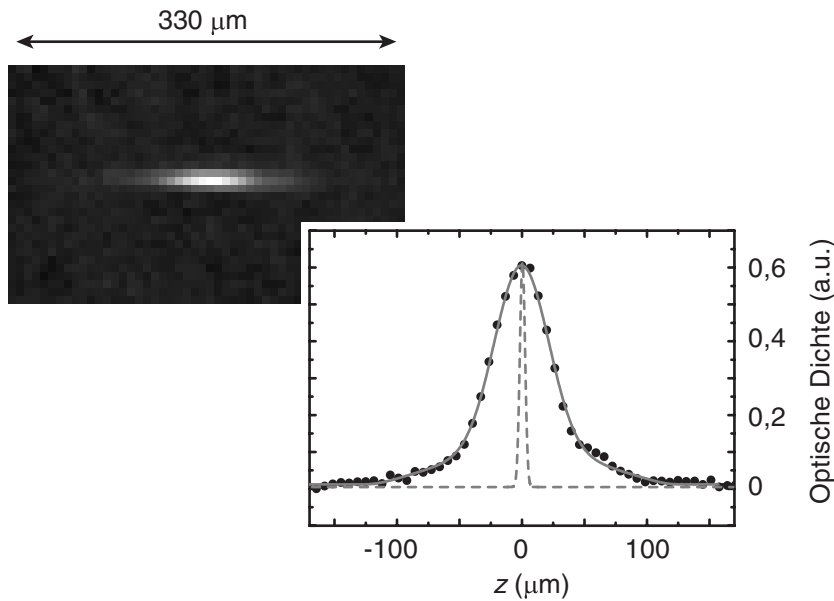


Abbildung 2.13.: Phasenkontrastabbildung einer teilkondensierten Wolke von ^{87}Rb Atomen und horizontales Profil durch die Aufnahme. Die durchgezogene Linie ist eine numerische Anpassung unter Annahme einer Thomas-Fermi-Verteilung für das Kondensat und einer Gauß-Verteilung für den thermischen Anteil. Die gestrichelte Linie zeigt zum Vergleich den Grundzustand des harmonischen Oszillators und illustriert den Einfluß der interatomaren Wechselwirkungen auf die Form des Bose-Einstein-Kondensats (vgl. Abschnitt 1.2.1).

Bei der axialen Abbildung wird der Absorptionslaserstrahl mit einem Durchmesser von $d = 5 \text{ mm}$ und einer Intensität von $I = 0,1 I_{\text{sat}}$ über die p -Polarisationsöffnung eines Linearpolarisators eingekoppelt und durch ein $\lambda/4$ -Plättchen zirkular polarisiert. Nach Wechselwirkung mit den Atomen wird der Schatten im Laserstrahl durch eine achromatisches Linsendublett ($f = 11,5 \text{ cm}$) in einem Abstand von 15 cm zum Objekt auf eine Slow-Scan CCD-Kamera abgebildet. Die eingestellte Vergrößerung beträgt dabei etwa $3:1^3$. Die Auflösung dieser Abbildung ist beugungsbegrenzt auf $7 \mu\text{m}$ beschränkt.

Auf dieser Abbildungsachse wird außerdem noch eine Phasenkontrastabbildung eingesetzt. Dazu wird in der Fourier-Ebene der Abbildungslinse ein auf einem Mikrometertisch montiertes Phasenplättchen eingebracht. Nur die Beugungsordnung nullter Ordnung, also die einfallende ebene Lichtwelle selber, wird in dieser Ebene auf die optische Achse fokussiert. Bringt man das Phasenplättchen genau in diesen Fokus, so wird die einfallende ebene Welle um $\pi/2$ -phasenverschoben, so daß man auf der CCD-Kamera das dem Lichtstrahl aufgeprägte Phasenmuster als Intensitätsmodulation direkt sehen kann (siehe Gleichung 2.12). Das von Markus Greiner hergestellte und genau vermessene Phasenplättchen [72] besteht

³Die vollflächensensitiven quadratischen Pixel der CCD Kamera besitzen eine Kantenlänge von $23 \mu\text{m}$ und der genaue Abbildungsmaßstab beträgt $1 \text{ Pixel} = 7 \mu\text{m} \pm 0,2 \mu\text{m}$.

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

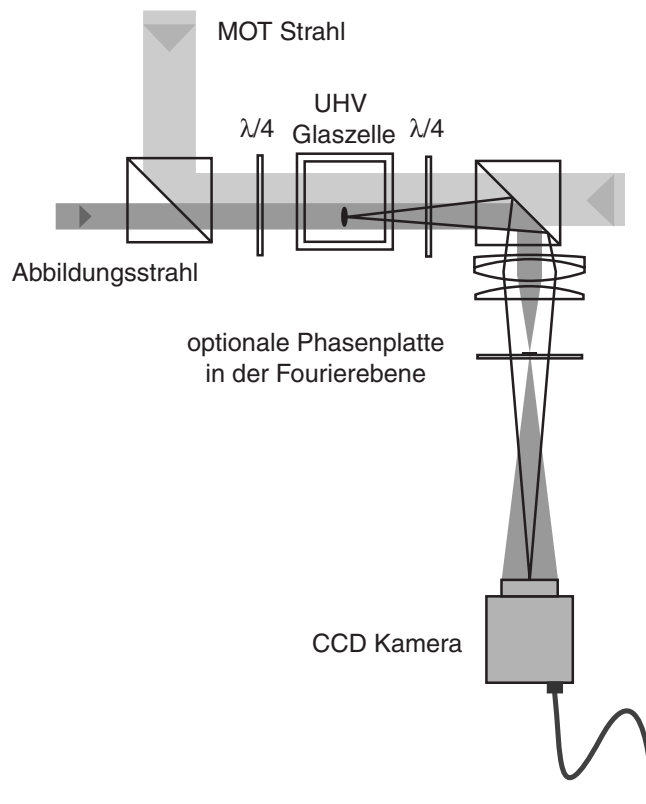


Abbildung 2.14.: Axiale Abbildungsoptik mit Blick auf die lange Achse der magnetisch gefangenen Atome in der Ioffe-Falle. Der Abbildungslaserstrahl wird auf die gleiche Achse eingekoppelt, auf der sich auch die MOT-Laserstrahlen befinden. Um dennoch getrennte Strahlengänge zu verwenden, besitzt er eine gegenüber den MOT-Laserstrahlen orthogonale Polarisation. Für die Phasenkontrastabbildung wird zusätzlich noch ein Phasenplättchen in die Fourier-Ebene des Abbildungssystem eingebracht werden.

aus einer auf einem Glassubstrat aufgedampften SiO_2 Schicht mit einer Dicke von 425 nm und einem Durchmesser von $100\ \mu\text{m}$. Für eine Wellenlänge von $\lambda = 780\ \text{nm}$ wird so im Fokus genau eine Phasenverschiebung von $\pi/2$ erreicht.

Bei der radialen Abbildungsoptik (Abbildung 2.15) wird mit Hilfe eines achromatischen Dubletts ($f = 100\ \text{mm}$, $d = 40\ \text{mm}$) und einer langbrennweitigen Plankonvexlinse ($f = 300\ \text{mm}$) zunächst ein Zwischenbild mit einer Vergrößerung von 2:1 erzeugt. Dieses wird mit Hilfe einer Zwischenbildlinse auf die CCD-Kamera abgebildet. Die Plankonvexlinse dient im wesentlichen nur dazu, die Lage des Zwischenbildes zu verändern, um so bei einem Austausch der Zwischenbildlinse die gleiche Position der CCD-Kamera beibehalten zu können. Für die Zwischenbildlinse setzen wir typischerweise ein achromatisches Dublett ($f = 60\ \text{mm}$) mit einer zweifachen Vergrößerung ein, so daß die Gesamtvergrößerung des Abbildungssystems bei etwa 4:1 liegt. Die Abbildungsleistung ist hier – beugungsbegrenzt

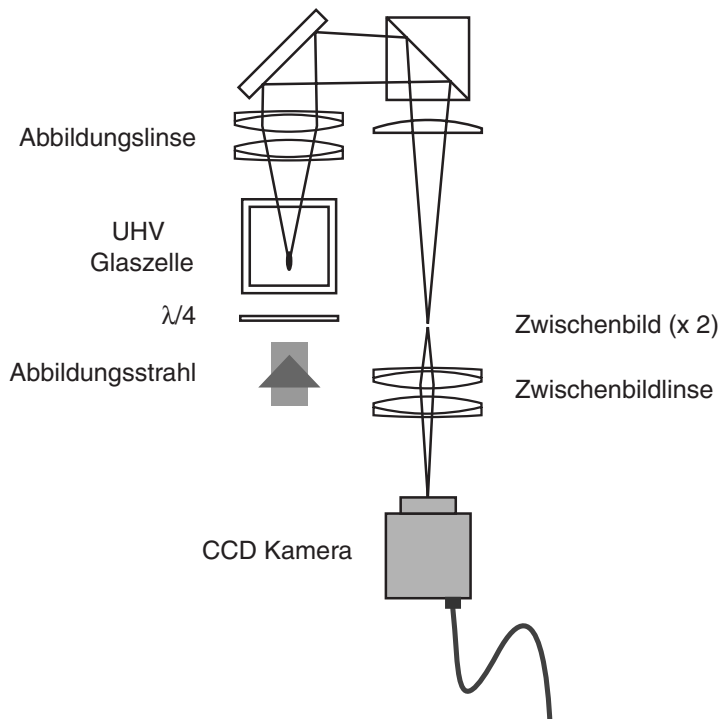


Abbildung 2.15.: Radiale Abbildungsoptik mit Blick auf die radiale Dichteverteilung der Atome in der Ioffe-Falle. Ein Zwischenbild mit einer zweifachen Vergrößerung kann durch die Zwischenabbildungslinse noch einmal weiter vergrößert werden.

durch die nutzbare Apertur der ersten Abbildungslinse – auf $5\ \mu\text{m}$ beschränkt. Für diese Abbildungsachse ist bislang nur eine Absorptionsabbildung in Benutzung.

Laser der Abbildungsoptik

Die genaue Kontrolle der Laserparameter ist entscheidend für die quantitative Verwertbarkeit der aufgenommenen Absorptions- und Phasenkontrastabbildungen (siehe Gleichung 2.8). Für die Absorptionsabbildung werden etwa $500\ \mu\text{W}$ aus dem MOT-Kühlaser auf dem $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ Übergang abgezweigt. Die Frequenz dieses Lasers kann auf etwa $0,5\ \text{MHz}$ genau aus einem Schwebungssignal mit einem Referenzlaser bestimmt werden. Um die Laserfrequenz unabhängig von der MOT-Kühlaserfrequenz einstellen zu können und den Nachweislaser innerhalb von wenigen μs schalten zu können, werden zwei aufeinanderfolgende akustooptische Modulatoren verwendet. Der erste wird bei einer festen Frequenz von $80\ \text{MHz}$ betrieben. Der zweite wird bei einer von einem Frequenzsynthesizer frei einstellbaren Frequenz von $80\ \text{MHz} \pm x\ \text{MHz}$ eingesetzt. Verwendet man vom ersten Modulator die -1te Beugungsordnung und vom zweiten die $+1\text{te}$ Beugungsordnung, so ist die resultierende Laserfrequenz um $\pm x\ \text{MHz}$ verschoben worden (siehe Abbildung 2.16). Die Nachweislaserfrequenz läßt sich so innerhalb von etwa $20\ \text{MHz}$ unabhängig von der MOT-

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

Kühlaserfrequenz einstellen. Außerdem lassen sich durch eine Schaltung der den AOM's zugeführten Radiofrequenzen Lichtpulse von einigen wenigen μs Länge erzeugen.

Nach den akustooptischen Modulatoren wird der Nachweislaser mit Hilfe einer Lochblende räumlich gefiltert, um ein möglichst homogenes Intensitätsprofil zu erhalten. Ein $\lambda/4$ -Phasenplättchen sorgt dafür, daß der Laserstrahl zirkular polarisiert wird. Atome im $|F = 2\rangle$ Hyperfeingrundzustand werden so bereits nach einigen wenigen gestreuten Photonen in den $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand gebracht, von dem aus der geschlossene Übergang $|F = 2, m_F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3, m'_F = 3\rangle$ mit einer definierten Linienstärke und einem resonanten Streuquerschnitt von $\sigma_0 = 3\lambda^2/(2\pi)$ getrieben wird. Typische Belichtungszeiten mit dem Nachweislaser betragen $t = 50 - 100 \mu\text{s}$, so daß ein Schnappschuß der atomaren Dichteverteilung aufgenommen wird. Sollen alternativ Atome im $|F = 1\rangle$ Zustand nachgewiesen werden, wird $50 \mu\text{s}$ vor der Belichtung mit dem Nachweislaser ein Rückpumpulaser auf dem $|F = 1\rangle \rightarrow |F = 2\rangle$ Übergang eingestrahlt, der dafür sorgt, daß alle Atome vor der Belichtung mit dem Nachweislaser sich im $|F = 2\rangle$ Hyperfeingrundzustand befinden.

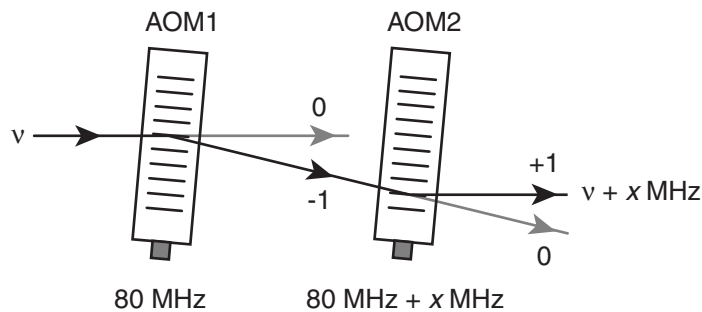


Abbildung 2.16.: Anordnung zweier akustooptischer Modulatoren (AOM's) zum schnellen Schalten und Frequenzversatz des Abbildungslasers. Die -1te Beugungsordnung nach AOM1 ist um -80 MHz gegenüber der Laserfrequenz ν verschoben. Die +1te Beugungsordnung nach AOM2 ist um die einstellbare Frequenz $80 \text{ MHz} \pm x \text{ MHz}$ verschoben. Das aus der AOM Anordnung austretende Laserlicht besitzt dann eine am RF-Synthesizer einstellbare Frequenz von $\nu \pm x \text{ MHz}$.

2.1.8. Temperatur- und Atomzahlbestimmung

Die Temperatur und die Anzahl der gefangenen Atome können sowohl aus den Phasenkontrastbildern als auch aus den Absorptionsabbildungen gewonnen werden. In unserem Experiment wurde hauptsächlich die Absorptionsabbildung für quantitative Messungen eingesetzt, und die weitere Diskussion beschränkt sich deshalb auf die Auswertung dieser Aufnahmen.

Ein gefangenes Bose-Einstein-Kondensat besitzt typische resonante optische Dichten von bis zu $\mathcal{O} \approx 300$, so daß nur der e^{-300} te Teil des Lichts transmittiert wird. Dies kann jedoch von keinem Detektor mehr nachgewiesen werden. Verstimmt man den Nachweislaser von der Resonanz, um so die optische Dichte zu verringern, so wirkt das Kondensat als Linse und man erhält starke Abbildungsfehler, die sich als Beugungsmuster um die atomare

Wolke äußern und eine quantitative Auswertung der Aufnahmen verhindern. Um dennoch Rückschlüsse auf die Temperatur und die Anzahl der Atome zu ziehen, schaltet man das magnetische Fallenpotential nichtadiabatisch ab und läßt das atomare Gas ballistisch expandieren, bis die optische Dichte auf $\mathcal{O} \approx 2 - 3$ gesunken ist. Dann lassen sich aus der Größe der atomaren Wolke nach einer bekannten Expansionszeit die Temperatur und aus der integralen Absorption die Anzahl der Atome bestimmen. Sind die Laserparameter aus Gleichung 2.8 bekannt, so kann aus den optischen Dichten direkt die Flächendichte \tilde{n} bestimmt werden. An diese gemessenen Flächendichten werden 2-dimensionale numerische Anpassungen von Modellfunktionen der atomaren Flächendichte vorgenommen. Diese Modellfunktionen unterscheiden sich danach, ob eine thermische Wolke, ein Bose-Einstein-Kondensat oder ein Gemisch aus beiden untersucht werden soll.

Dichteverteilung einer thermischen Atomwolke nach ballistischer Expansion

Um die Dichte einer thermischen Atomwolke n_{TOF} nach einer Expansionszeit t an einem Ort \mathbf{r} zu messen, mittelt man die Ausgangsverteilung in der Falle über alle Anfangspunkte \mathbf{r}_0 , an denen die Teilchen einen Impuls von $\mathbf{p} = m(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)/t$ besitzen

$$\begin{aligned} n_{TOF}(\mathbf{r}, t) &= \int \frac{d^3p d^3r_0}{h^3} \frac{1}{e^{(H(\mathbf{r}_0, \mathbf{p}) - \mu)/k_B T} - 1} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0 - \mathbf{p}t/m) \\ &= \frac{1}{\lambda^3} \prod_{i=1}^3 \left(\frac{1}{1 + \omega_i^2 t^2} \right) \\ &\quad \times g_{3/2} \left(\exp \left[\left\{ \mu - \frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 x_i^2 \left(\frac{1}{1/\omega_i^2 + t^2} \right) \right\} / k_B T \right] \right). \end{aligned} \quad (2.13)$$

Für große Zeiten $t \gg \max(1/\omega_i)$ sieht man, daß die expandierte Dichteverteilung isotrop wird und durch

$$n_{TOF}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\lambda^3} g_{3/2} \left(\exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \frac{m r^2}{t^2} \right) / k_B T \right\} \right) \quad (2.14)$$

beschrieben werden kann. Für hohe Temperaturen, bei denen $\mu \ll 0$ ist oder in den Flügeln der Dichteverteilung $r \gg 1$, kann die Bose-Funktion durch $g_{3/2}(z) \approx z + O(z^2)$ linear genähert werden, und man erhält dort eine gaußförmige Dichteverteilung

$$n_{TOF}(\mathbf{r}, t) = n_0 \exp \left\{ -\frac{m}{2} \sum_{i=1}^3 x_i^2 \left(\frac{1}{1/\omega_i^2 + t^2} \right) / k_B T \right\} \quad (2.15)$$

mit $n_0 = e^{\frac{\mu}{k_B T}}$. Die Flächendichte \tilde{n} dieser Dichteverteilung, die der experimentell angepaßten Modellfunktion entspricht, ergibt sich dann durch Integration über die Beobachtungsachse

$$\tilde{n} = \sqrt{\pi} n_0 \frac{2k_B T (1/\omega_z^2 + t^2)}{m} \exp \left\{ -\frac{m}{2} \sum_{i=1}^2 x_i^2 \left(\frac{1}{1/\omega_i^2 + t^2} \right) / k_B T \right\}. \quad (2.16)$$

2. Bose-Einstein-Kondensation von ^{87}Rb

Für eine numerische Anpassung an die optische Dichte mit einer Gauß'schen Modellfunktion

$$\mathcal{O}(x, y) = \mathcal{O}_0 e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2}{\sigma_x^2} + \frac{y^2}{\sigma_y^2}\right)} \quad (2.17)$$

erhält man die Temperatur T und die Anzahl der Atome N mit Hilfe der Gleichungen 2.8, 2.15 und 2.17 aus

$$T = \frac{m\sigma_i^2}{k_B} \frac{1}{1/\omega_i^2 + t^2} \quad (2.18)$$

$$N = \frac{2\pi\sigma_x\sigma_y}{\sigma_0} \left(1 + \frac{I}{I_{sat}} + \frac{4\Delta^2}{\Gamma^2}\right) \mathcal{O}_0, \quad (2.19)$$

wobei angenommen wurde, daß der Nachweislaser sich entlang der z -Achse ausbreitet.

Dichteverteilung eines reinen Bose-Einstein-Kondensats nach ballistischer Expansion

Im Falle einer hohen Wechselwirkungsenergie der Atome wird die Dichteverteilung des Bose-Einstein-Kondensats in der magnetischen Falle durch die Thomas-Fermi-Lösung 1.23 beschrieben

$$\begin{aligned} n_c(\mathbf{r}) &= \frac{1}{U} (\mu - V_{ho}(\mathbf{r})) \\ &= \frac{15}{8\pi} \frac{N_c}{\prod_i \alpha_i} \left(1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{\alpha_i^2}\right), \end{aligned} \quad (2.20)$$

mit Halbachsen $\alpha_i = \sqrt{2\mu/m\omega_i^2}$. Mehrere Autoren konnten zeigen [73, 74], daß im Falle einer ballistischen Expansion die Dichteverteilung ihre parabolische Form beibehält und die radialen Halbachsen α_ρ und die axiale Halbachse α_{ax} einem einfachen Skalenverhalten gehorchen:

$$\alpha_\rho(t) = \alpha_\rho(0) \sqrt{1 + \tau^2} \quad (2.21)$$

$$\alpha_{ax}(t) = \alpha_{ax}(0) \left(1 + \epsilon^2 [\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2}]\right), \quad (2.22)$$

wobei $\tau = \omega_\rho t$ und $\epsilon = \omega_{ax}/\omega_\rho$ ist. Die Expansion läßt sich dabei in drei Phasen einteilen: (1) Für ($\tau < 1$), also für Zeiten, die klein gegenüber der inversen radialen harmonischen Oszillatorfrequenz sind, wird die Wechselwirkungsenergie der Atome μ in radiale kinetische Energie umgewandelt. (2) Für Zeiten ($1 < \tau < \epsilon^{-2}$) findet hauptsächlich eine radiale Expansion des Kondensats statt. Die Umwandlung von Wechselwirkungsenergie in radiale kinetische Energie $1/2mv_\rho^2 = \mu$ ist dabei im wesentlichen abgeschlossen. (3) Danach findet für ($\tau > \epsilon^{-2}$) eine radiale und axiale Expansion mit einem asymptotischen Apspektverhältnis von $\alpha_\rho/\alpha_{ax} = \pi\epsilon^2/2$ statt.

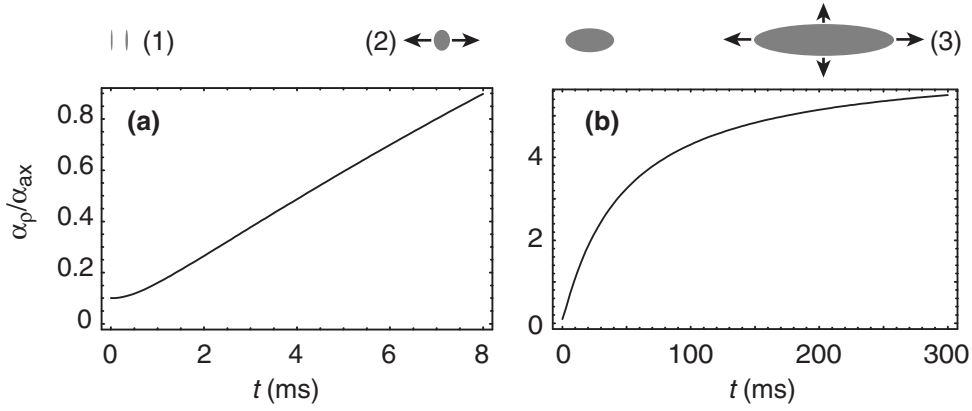


Abbildung 2.17.: Aspektverhältnis eines Bose-Einstein-Kondensats in Thomas-Fermi-Näherung nach ballistischer Expansion. Es wurden typische Fallenfrequenzen von $\omega_\rho = 2\pi \times 200$ Hz und $\omega_{ax} = 2\pi \times 20$ Hz angenommen. (a) Für kurze Expansionszeiten (1) wird die Wechselwirkungsenergie in radiale kinetische Energie umgesetzt und führt zu einer stark anisotropen radialen Expansion des Kondensats (2). Für lange Expansionszeiten (b) strebt das expandierende Kondensat ein festes Aspektverhältnis an (3) (siehe Text).

Die rasche Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in radiale kinetische Energie während der ballistischen Expansion bewirkt eine anisotrope Ausdehnung der atomaren Dichteverteilung. Die anfängliche parabolische Dichteverteilung mit der langen Halbachse entlang der vorher schwach gebundenen Achse geht dabei in eine parabolische Dichteverteilung mit der langen Halbachse entlang der vorher stark gebundenen Achse über (siehe Abbildungen 2.17 und 2.18). Dieses Expansionsverhalten steht im völligen Gegensatz zu dem einer thermischen Wolke und ist eine wichtige Nachweismöglichkeit eines Bose-Einstein-Kondensats.

Die zur Thomas-Fermi-Lösung gehörende Flächendichte \tilde{n} ergibt sich zu

$$\tilde{n}_c = \frac{5}{2\pi} \frac{N}{\alpha_{ax}\alpha_\rho} \left(1 - \frac{y_\rho^2}{\alpha_\rho^2(t)} - \frac{z_{ax}^2}{\alpha_{ax}^2(t)} \right)^{3/2}, \quad (2.23)$$

wobei eine Ausbreitung des Nachweislasers entlang der radialen x -Achse des Kondensats angenommen wurde. Diese Funktionsform wird zur Parametrisierung der Modellfunktion der optischen Dichte herangezogen:

$$\mathcal{O}(y, z) = \mathcal{O}_0 \left(1 - \frac{y^2}{\alpha_y^2} - \frac{z^2}{\alpha_z^2} \right)^{3/2}. \quad (2.24)$$

Die Anzahl der Atome läßt sich dann mit den Gleichungen 2.23, 2.24 und 2.8 durch

$$N_c = \frac{2\pi}{5} \frac{\alpha_y\alpha_z}{\sigma} \left(1 + \frac{I}{I_{sat}} + \frac{4\Delta^2}{\Gamma^2} \right) \mathcal{O}_0 \quad (2.25)$$

bestimmen.

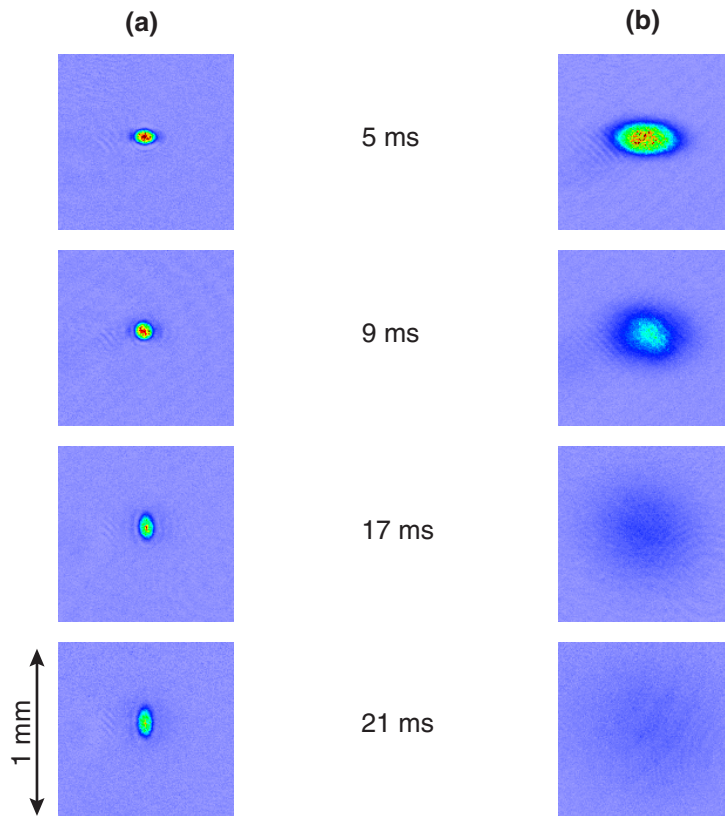


Abbildung 2.18.: Absorptionsabbildungen während der ballistischen Expansion eines nahezu reinen Kondensats **(a)** und einer thermischen Wolke bei einer Temperatur von $T = 1,2 \mu\text{K}$ **(b)**. Die Atome befinden sich im $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand bei Fallenfrequenzen vor der Expansion von $\omega_z = 2\pi \times 20 \text{ Hz}$ und $\omega_\perp = 2\pi \times 200 \text{ Hz}$. Die schwach gebundene Achse zeigt hierbei entlang der horizontalen Richtung.

Dichteverteilung von Atomen mit Kondensat und thermischer Wolke

Sollen atomare Flächendichten modelliert werden, die sowohl thermische Atome als auch einen Kondensatanteil beinhalten, stehen dazu verschiedene 2-dimensionale Modellfunktionen zur Verfügung. Zum einen kann die Verteilung als Summe zweier Gaußfunktionen (Gleichung 2.17) beschrieben werden oder als Summe einer Gaußfunktion für den thermischen Anteil und einer parabolischen Flächendichte (Gleichung 2.24) für den Kondensatanteil.

Eine präzise Methode zur Bestimmung der Temperatur einer teilkondensierten Wolke besteht in der Anpassung einer Gaußfunktion weit außen in den Flügeln der atomaren Dichteverteilung. Dort ist der thermische Anteil vom Kondensatanteil räumlich deutlich getrennt und die verstärkte Besetzung der energetisch niedrig liegenden Zustände durch die Bose-Statistik kann vernachlässigt werden. Auch bei niedrigen Temperaturen stellen Gaußfunktionen dort eine gute Näherung an die thermische Dichteverteilung dar.

2.1.9. Zeitsteuerungssystem

Für die komplexe zeitliche Abfolge der einzelnen Schritte zur Bose-Einstein-Kondensation setzen wir eine exakte, reproduzierbare und übersichtliche Zeitsteuerung ein. Diese Aufgabe wird von zwei PC-TIO Timer/Counter und zwei analogen AO-10 Ausgabekarten der Firma National Instruments wahrgenommen, die in einen Computer eingebaut sind. Die Ansteuerung erfolgt über ein in C++ selbst entwickeltes Programm, das eine übersichtliche Darstellung der einzelnen Schaltzeitpunkte und der dazugehörigen Ausgangskanäle gewährleistet (siehe Abbildung 2.19). Mit dem System können 20 analoge Ausgangskanäle zu 20 Schaltzeitpunkten programmiert werden. Dabei wurde darauf geachtet, daß der Zeitablauf völlig unabhängig von den jeweiligen Aktionen am Computer selber ist. So können bereits während eines Zyklus zur Bose-Einstein-Kondensation neue Änderungen programmiert werden, ohne den aktuellen Zyklus zu stören. Viele der Ausgangskanäle steuern weitere unabhängige Timer-Boxen an, die die Zeitsteuerung individueller Funktionsgruppen, z. B. des optischen Pumpens, übernehmen.

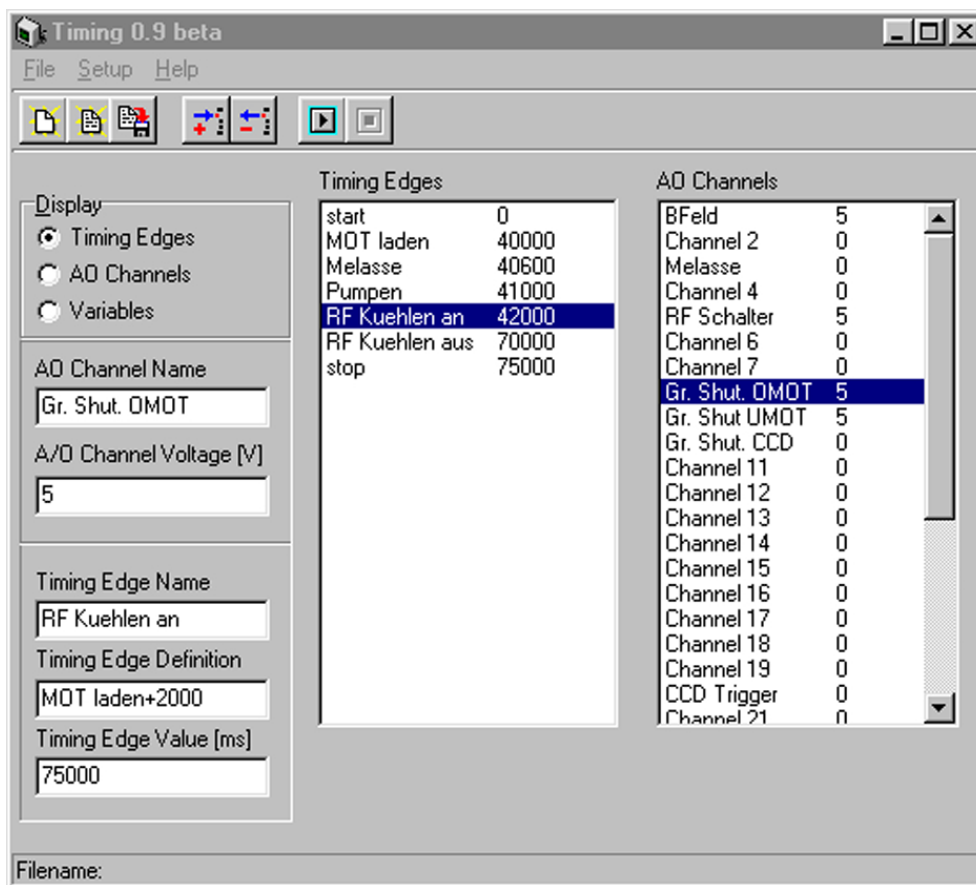


Abbildung 2.19.: Zeitsteuerungsprogramm, mit dem der gesamte zeitliche Ablauf des Experiments vom Computer aus kontrolliert wird.

2.2. Experimenteller Ablauf zur Bose-Einstein-Kondensation

Nachdem in den vorigen Abschnitten die einzelnen Schritte zur Bose-Einstein-Kondensation vorgestellt wurden, soll am Ende dieses Kapitels ein typischer Ablauf zusammengefasst werden. Die Zeitdauer der einzelnen Abschnitte kann je nach verwendetem Grundzustand oder geplante anschließendem Experiment variieren, was in der entsprechenden Spalte vermerkt wurde. Ein solcher Ablauf wurde für die zuletzt durchgeführten Experimente eingesetzt. Der gesamte Ablauf hat sich während der zwei Jahre immer wieder leicht verändert, als es zu Verbesserungen und Änderungen am System gekommen ist. Bei den Optimierungen wurde versucht, eine möglichst hohe Anzahl von Atomen im Kondensat zu erzielen, aber gleichzeitig auch eine maximale Stabilität der Apparatur in Bezug auf die Reproduzierbarkeit der experimentellen Ergebnisse zu erreichen.

Intervall	Ereignis	Dauer
UHV-MOT Ladephase	Doppel-MOT System wird zum Laden der UHV-MOT ($B' = 5 \text{ G/cm axial}$) betrieben bis ca. 10^9 Atome gefangen wurden.	40-80 s
Komprimierte MOT (CMOT)	Magnetfeldgradienten der MOT werden auf 10 G/cm (axial) erhöht und der Kühllaser wird innerhalb von 40 ms auf $\Delta = -16 \text{ MHz}$ gegenüber der Resonanz verstimmt und für weitere 50 ms bei dieser Verstimmung gehalten.	90 ms
Optische Melasse	MOT Magnetfeld abgeschaltet und die Verstimmung des Kühllasers innerhalb von 8 ms auf $\Delta = -45 \text{ MHz}$ erhöht.	8 ms
Optisches Pumpen	Optisches Pumpen in den Zustand $ F = 1, m_F = -1\rangle$ oder $ F = 2, m_F = 2\rangle$.	$500 \mu\text{s}$
Quadrupolmagnetfalle	Anschalten der Quadrupolmagnetfalle und Hochrampen der Magnetfelder auf 130 G/cm	2 s
Ioffe-Transfer	Transfer in Ioffe-Falle. Innerhalb von 200 ms wird die Ioffe-Spule hinzugeregelt und der Gesamtstrom auf 23 A erhöht, so daß sich die Ioffe-Falle bildet.	1,2 s
Verdampfungskühlen	Radiofrequenzrampe zur Verdampfungskühlung.	20-30 s
Detektion	Detektion des Gases durch Absorptionsabbildung nach einer ballistischen Expansion oder durch Phasenkontrastabbildung in der magnetischen Falle.	$40-100 \mu\text{s}$

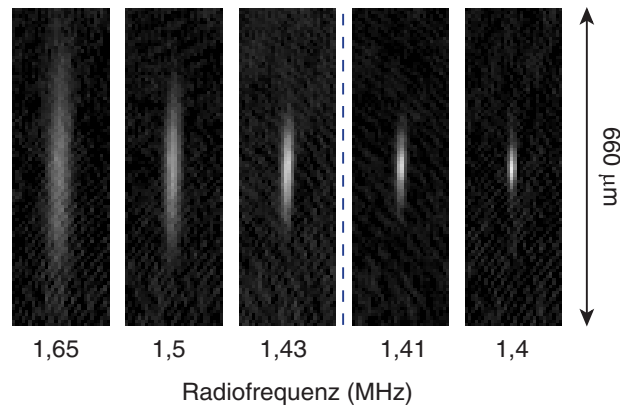


Abbildung 2.20.: In Situ Phasenkontrastaufnahmen eines sich bildenden Bose-Einstein-Kondensats. Die Radiofrequenz gibt die zuletzt eingesetzte Frequenz beim Verdampfungskühlen an. Niedrige Frequenzen bedeuten dabei auch niedrigere Temperaturen. Die gestrichelte Linie kennzeichnet das Einsetzen der Bose-Einstein-Kondensation, die durch eine bimodale Verteilung in den Profilen der Bilder erkannt werden kann (vgl. Abbildung 2.13).

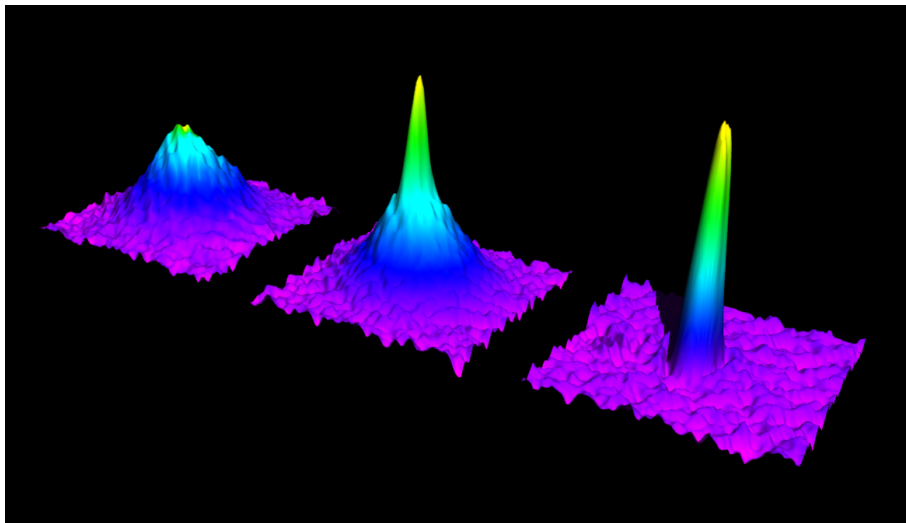


Abbildung 2.21.: Absorptionsabbildungen des Phasenübergangs zum Bose-Einstein-Kondensat bei fallender Temperatur des gefangenen Gases von ^{87}Rb Atomen. Das linke Bild zeigt eine Aufnahme knapp oberhalb der kritischen Temperatur T_c , das mittlere eine Aufnahme knapp unterhalb von T_c und das rechte eine Aufnahme eines nahezu reinen Kondensats weit unterhalb der kritischen Temperatur T_c . Die Aufnahmen entstanden bei abgeschaltetem magnetischem Fallenpotential nach einer ballistischen Expansionszeit von 17 ms und sind ein Maß für die Geschwindigkeitsverteilung der atomaren Wolke. Jeder Bildausschnitt hat dabei eine Größe von $600 \times 600 \mu\text{m}$.

3. Vom Bose-Einstein-Kondensat zum Atomlaser

Vor mehr als 40 Jahren gelang mit der Entwicklung des Lasers [75, 76, 77] ein wissenschaftlicher Durchbruch. Erstmals wurde eine größtmögliche Kontrolle über Licht bis an die Quantengrenze erreicht. Diese außergewöhnliche Kontrolle über die Frequenz, die Ausbreitungsrichtung und die Intensität von Licht sicherten dem Laser ein breites Anwendungsfeld in den verschiedensten wissenschaftlichen Gebieten.

In der Atomphysik ist man schon seit langem auf der Suche nach einer Quelle von Atomen, die solche laserähnlichen Eigenschaften aufweist. Mit der ultimativen Kontrolle über die Bewegung von Atomen, die durch die Bose-Einstein-Kondensation gelungen ist, läßt sich dieses Ziel einer laserähnlichen Quelle von Atomen erstmals erreichen. Um die Analogie zum Laser zu verdeutlichen, wird eine solche Quelle als Atomlaser bezeichnet [5, 6, 7, 8, 78].

In den bisher realisierten Atomlasern wird die im Fallenpotential gespeicherte Materiewelle durch verschiedene Methoden aus dem Potential ausgekoppelt. Wolfgang Ketterle konnte mit seiner Gruppe am MIT zeigen, daß eine solche Auskopplung mit Hilfe von kurzen Radiofrequenzpulsen möglich ist, und so den ersten gepulsten Atomlaser realisieren [5]. Brian Anderson und Mark Kasevich an der Yale Universität demonstrierten einen weiteren gepulsten Atomlaser, bei dem der Auskoppelprozeß durch Tunneln eines in einer vertikalen optischen Stehwelle gefangenen Bose-Einstein-Kondensats in ungebundene Zustände verwirklicht wurde [6]. Einen quasi-kontinuierlichen Atomlaser konnte die Gruppe des Nobelpreisträgers William Phillips am NIST erzielen, in dem Materiewellenpulse mit einer so hohen Rate durch Ramanübergänge ausgekoppelt werden konnten, daß diese überlappten und so einen quasi-kontinuierlichen Strahl von Atomen bildeten [7].

In dieser Arbeit wird die erstmalige kontinuierliche Auskopplung von Atomen aus einem Bose-Einstein-Kondensat vorgestellt [8]. Die Atome werden dazu mit Hilfe von monochromatischen Radiofrequenzwellen über bis zu 100 ms in magnetisch nicht gefangene Zustände überführt. Unter dem Einfluß der Gravitation fließen diese dann aus dem Bose-Einstein-Kondensat hinaus und formen eine kollimierte, monochromatische Materiewelle. Mit Hilfe des Auskoppelprozesses kann das Kondensat außerdem spektroskopisch vermessen und auf einer μm Skala manipuliert werden.

3.0.1. Vergleich zwischen einem Laser und dem Atomlaser

In einem Atomlaser wird eine Materiewelle mit laserartigen Eigenschaften erzeugt. Er zeichnet sich gegenüber gewöhnlichen thermischen Atomstrahlen durch seine außergewöhnlich hohe Brillanz, seine Kohärenzeigenschaften und seine hohe Modenbesetzung aus. Die meisten der im Laser vorhandenen Bauelemente lassen sich auch beim Atomlaser wiederfinden [79] (siehe Abbildung 3.1).

Im Resonator des Lasers wird eine diskrete Modenstruktur für das Lichtfeld erzeugt, von der eine Mode als Lasermode dient. Im Atomlaser wird der Resonator durch das Fallenpo-

3. Vom Bose-Einstein-Kondensat zum Atomlaser

tential realisiert, in dem diskrete Zustände des Materiefeldes vorliegen. Als Lasermode dient hierbei der am niedrigsten liegende Zustand, im Unterschied zum Laser, bei dem meistens eine hochliegende Lichtmode als Lasermode dient¹.

Damit ein Laserstrahl aus dem Resonator entweichen kann, setzt man einen Auskoppler ein. Dieser besteht meistens aus einem teildurchlässigen Spiegel des Resonators. Er koppelt die gespeicherte Lasermode an die externen Zustände außerhalb des Resonators. Beim Atomlaser ist eine solche Kopplung der gespeicherten Materiewelle an die externen Zustände bislang durch Radiofrequenzübergänge, durch Ramanübergänge und durch Tunnelprozesse erreicht worden.

Das im Laser wichtige Verstärkungsmedium sorgt für eine hohe Besetzung der Lasermode. Beim Atomlaser dient die ultrakalte Wolke thermischer Atome als Verstärkungsmedium des Materiewellenfeldes. Dem Verstärkungsprozess liegt dabei in beiden Fällen ein stimulierter Prozess zu Grunde. Die Lasermode wird durch stimulierte Emission verstärkt, wobei die Wahrscheinlichkeit zur Emission eines Photons in die Lasermode proportional zu den bereits vorhandenen Photonen in dieser Mode ist. Beim Atomlaser bewirkt die stimulierte Streuung von thermischen Atomen in den Kondensatzustand die Verstärkung der Kondensatmode [80]. Auch hier ist die Wahrscheinlichkeit für einen solchen Streuvorgang proportional zu den bereits vorhandenen Atomen im Kondensat.

¹Anders ist dies beim Maser. Hier ist die besetzte Strahlungsmode auch der niedrigste Energiezustand des Systems.

3. Vom Bose-Einstein-Kondensat zum Atomlaser

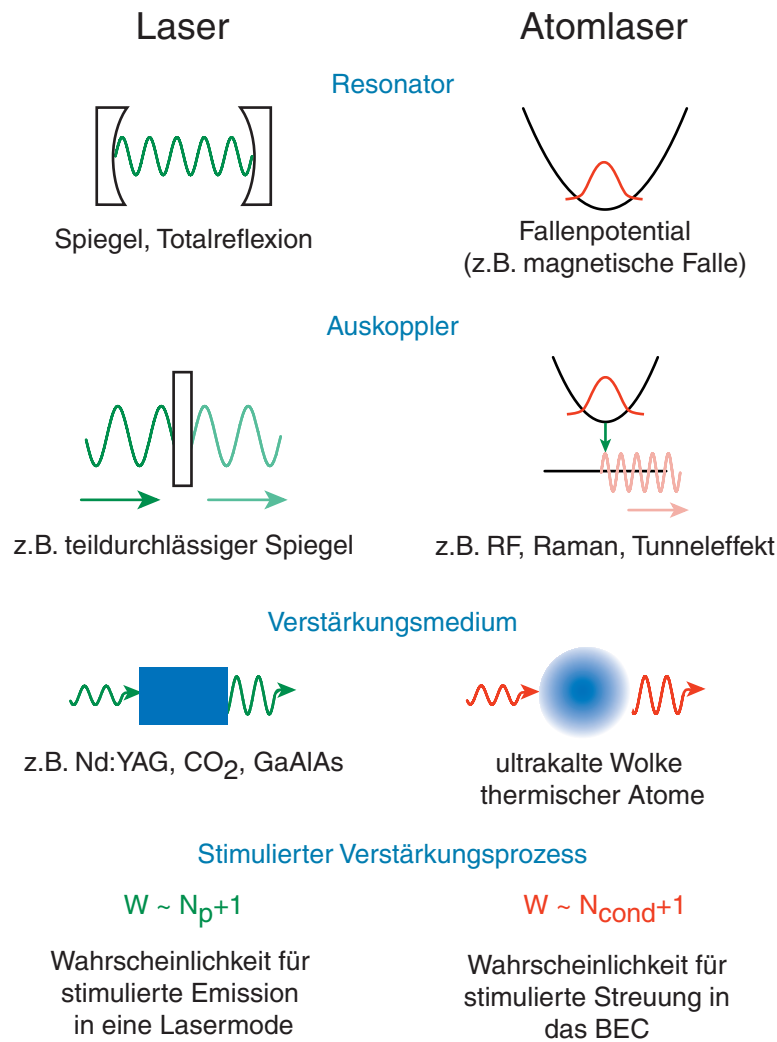


Abbildung 3.1.: Vergleich wichtiger Bauelemente und Prozesse in einem Laser mit den Entsprechungen beim Atomlaser.

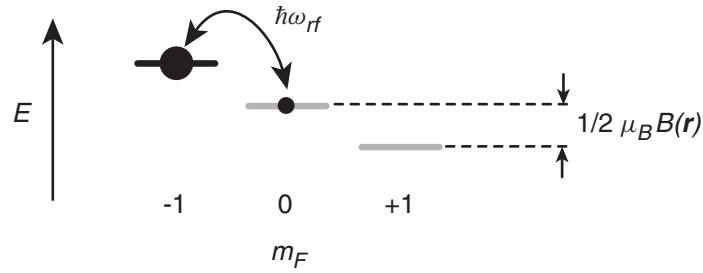


Abbildung 3.2.: Kondensatome können mit Hilfe von Radiofrequenzübergängen in den magnetisch nicht gefangenen Zustand überführt werden. Dazu muß die eingestrahelte Radiofrequenz $\hbar\omega_{rf}$ die Elektronenspinresonanzbedingung $\hbar\omega_{rf} = 1/2\mu_B B(\mathbf{r})$ erfüllen.

3.1. Theorie der Radiofrequenzaukoplung

Mit Hilfe von Radiofrequenzwellen kann eine Kopplung zwischen magnetisch gefangenen und nicht gefangenen Zuständen hergestellt werden und so die gespeicherte Kondensatwellenfunktion an das Kontinuum der Eigenzustände des magnetisch nicht gefangenen Zustands angekoppelt werden. Für ein einfaches Verständnis soll hier nur der $|F = 1\rangle$ Hyperfein-groundzustand betrachtet werden.

Atome befinden sich zunächst in der magnetischen Falle im $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand. Strahlt man eine Radiofrequenz ein, die die Elektronenspinresonanzbedingung $\hbar\omega_{rf} = 1/2\mu_B B(\mathbf{r})$ erfüllt, so werden Atome in den ungefangenen $|F = 1, m_F = 0\rangle$ Zustand überführt (siehe Abbildung 3.2). Sie verlassen den Bereich der Kondensatwellenfunktion unter dem Einfluß der Gravitation und der repulsiven Wechselwirkung mit den gefangenen Kondensatomen und bilden so den Atomlaserstrahl.

3.1.1. Gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen

Die Kopplung zwischen den magnetisch gefangenen Atomen im $|-1\rangle \equiv |F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand und den ungefangenen Atomen im $|0\rangle \equiv |F = 1, m_F = 0\rangle$ Zustand läßt sich durch zwei gekoppelte Gross-Pitaevskii-Gleichungen der makroskopischen Wellenfunktionen $\psi_{-1}(\mathbf{r}, t)$ und $\psi_0(\mathbf{r}, t)$ beschreiben [81, 82, 83, 84]:

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_{-1} &= \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + mgz + V_{off} + V_{ho}(\mathbf{r}) \right. \\
 &\quad \left. + U (|\psi_{-1}|^2 + |\psi_0|^2) \right) \psi_{-1} + \hbar\Omega e^{-i\omega_{rf}t} \psi_0 \\
 i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_0 &= \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + mgz + U (|\psi_{-1}|^2 + |\psi_0|^2) \right) \psi_0 + \hbar\Omega e^{i\omega_{rf}t} \psi_{-1}. \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

Das Fallenpotential wird hierbei durch $V_{ho}(\mathbf{r})$, der durch das konstante magnetische Offsetsfeld der Ioffe-Falle erzeugte Potentialversatz durch V_{off} und das Gravitationspotential

durch mgz beschrieben. Für die interatomaren Wechselwirkungen wurde eine gleiche Streulänge und somit die gleiche Kopplungskonstante U angenommen. Beide Wellenfunktionen sind über die Radiofrequenz $\hbar\omega_{rf}$ mit einer Kopplungsstärke Ω miteinander verbunden.

Die Dynamik dieser Gleichungen wird durch drei Parameter entscheidend bestimmt: der Zeitdauer der eingestrahlten Radiofrequenz τ , der Radiofrequenz ω_{rf} und der Kopplungsstärke Ω .

Für Zeitskalen τ , die kurz gegenüber der inversen harmonischen Oszillatorfrequenz ω sind, trägt der kinetische Energieterm nicht zum dynamischen Verhalten der Wellenfunktion bei. Die Gleichungen lassen sich dann formal zu einem gekoppelten Zwei-Niveau-System reduzieren, bei dem die zeitabhängige Dichteverteilung der Zustände $\psi_{-1}(\mathbf{r}, t)$ und $\psi_0(\mathbf{r}, t)$ einfach abgeleitet werden kann [83, 85]:

$$\begin{aligned} |\psi_{-1}(\mathbf{r}, t)|^2 &= |\psi_{-1}(\mathbf{r}, 0)|^2 \left\{ 1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_{eff}^2(\mathbf{r})} \sin^2(\Omega_{eff}(\mathbf{r})t) \right\} \\ |\psi_0(\mathbf{r}, t)|^2 &= |\psi_{-1}(\mathbf{r}, 0)|^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_{eff}^2(\mathbf{r})} \sin^2(\Omega_{eff}(\mathbf{r})t). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Das Kondensat führt während der Einstrahlung der Radiofrequenz ortsabhängige Rabi-Oszillationen zwischen den beiden Zuständen ψ_{-1} und ψ_0 mit einer effektiven Rabi-Frequenz $\Omega_{eff}(\mathbf{r}) = \sqrt{4\Omega^2 + \Delta^2(\mathbf{r})}$ durch. Die räumliche Änderung von Ω_{eff} tritt aufgrund der ortsabhängigen Verstimmung $\Delta(\mathbf{r}) = \omega_{rf} - (V_{off} + V_{ho}(\mathbf{r})) / \hbar$ auf. Im allgemeinen führt die Kondensatwellenfunktion daher räumlich unterschiedliche Dichteoszillationen sowohl in der Amplitude als auch in der Frequenz, aus.

Wählt man die Kopplungsstärke Ω sehr groß gegenüber der Verstimmung $\Delta(\mathbf{r})$, also

$$\Omega \gg \Delta(\mathbf{r}) \quad (3.3)$$

für alle \mathbf{r} innerhalb des Kondensats, so erhält man voll durchmodulierte ortsunabhängige Rabi-Oszillationen des gesamten Kondensats zwischen den beiden magnetischen Unterzuständen $|-1\rangle$ und $|0\rangle$ mit einer Rabi-Frequenz 2Ω . Schaltet man die Radiofrequenz innerhalb eines Rabi-Zyklus zu einer geeigneten Zeit t aus, so läßt sich der Anteil der Atome im ungefangenen Zustand $|0\rangle$ beliebig einstellen. Diese fallen dann unter dem Einfluß der Gravitation aus dem Fallenzentrum heraus und bilden einen Atomlaserpuls. Mewes et al. [5] konnten so durch wiederholtes Auskoppeln eines Bruchteils der Kondensatwellenfunktion den ersten gepulsten Atomlaser demonstrieren. Der Auskoppelprozeß ist dabei unempfindlich gegenüber technischen Fluktuationen des Offset-Potentials V_{off} , da eine breitbandige Auskopplung vorgenommen wird. Er bleibt dadurch jedoch auch auf einen gepulsten Betrieb beschränkt und erlaubt keine lokale Auskopplung der Kondensatwellenfunktion.

3.1.2. Ratenmodell

Wird der Auskoppelprozeß über eine Zeit $\tau \gg \omega^{-1}$ mit einer schwachen Auskoppelrate $\Gamma \ll \omega$ betrieben, so läßt sich das Ausgangssignal störungstheoretisch berechnen. In diesem Fall koppelt man einen Eigenzustand des magnetisch gefangenen Zustands, hier die Kondensatwellenfunktion $\psi_{-1}(\mathbf{r})$, an einen Eigenzustand aus dem Kontinuum der Eigenzustände des externen Potentials $\psi_0^E(\mathbf{r})$ mit einer fourierbegrenzten Unschärfe $\Delta E = \hbar/\tau$. Die Auskoppelrate Γ läßt sich dann einfach mit Hilfe Fermis-Goldener-Regel bestimmen [86, 87]:

$$\Gamma \propto \Omega^2 |\langle \psi_{-1}(\mathbf{r}) | \psi_0^E(\mathbf{r}) \rangle|^2. \quad (3.4)$$

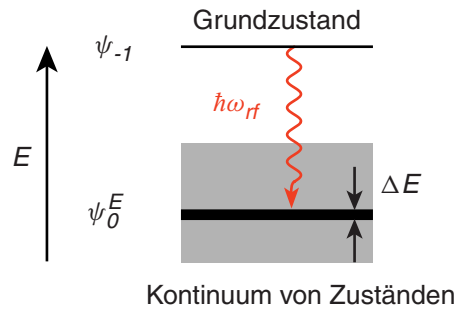


Abbildung 3.3.: Der Eigenzustand des Kondensats ψ_{-1} wird durch die Radiofrequenz an genau einen Eigenzustand $\psi_0^E(\mathbf{r})$ aus dem Kontinuum der Eigenzustände des externen Potentials gekoppelt mit einer fourierbedingten Unschärfe von $\Delta E = \hbar/\tau$.

Für die Übergänge zwischen den beiden Zuständen betrachten wir die zugehörigen Potentialkurven und ihre Eigenzustände in einem eindimensionalen Modell (siehe Abbildung 3.4). Das Potential der gefangenen Atome im Zustand $| - 1 \rangle$ setzt sich aus dem harmonischen Fallenpotential und dem repulsiven Mean-Field-Potential zusammen² $V_{-1}(z) = V_{ho}(z) + U|\psi_{-1}(z)|^2$, wobei die Dichte der ungefangenen Atome hier wegen der Forderung nach einer schwachen Auskopplung vernachlässigt wurde. Das Potential des magnetisch nicht gefangenen Zustands $|0\rangle$ erhält man aus dem Gravitationspotential und dem Mean-Field-Potential $V_0(z) = mgz + U(|\psi_{-1}(z)|^2 + |\psi_0(z)|^2)$. In den meisten hier untersuchten Fällen stellt das zusätzliche Mean-Field-Potential nur eine kleine Störung gegenüber dem linearen Gravitationspotential dar und kann daher in erster Näherung vernachlässigt werden. Die Eigenfunktionen des ungefangenen Zustands ergeben sich dann aus der Lösung der Schrödinger-Gleichung in einem linearen Potential. Die Lösung hierfür ist die Airy-Funktion [88]

$$\text{Ai}(\zeta^E(z)) \quad (3.5)$$

²Der gefangene Zustand unterliegt natürlich auch noch dem Gravitationspotential. Die Summe aus einem linearen und einem harmonischen Potential ergibt jedoch wiederum ein harmonisches Fallenpotential, dessen Versatz für die folgenden Betrachtungen keine Bedeutung hat und deshalb vernachlässigt wird.

mit dem skalierten Parameter

$$\zeta^E(z) = \frac{(z - E/mg)}{l} \quad (3.6)$$

und der natürlichen Längeneinheit $l = (\hbar^2/2m^2g)^{1/3}$. Der zu der Wellenfunktion mit Energie E gehörende klassische Wendepunkt liegt bei E/mg und ist gleichzeitig der Wendepunkt des ersten Maximums der Airy-Funktion (siehe Abbildung 3.5). Für die kontinuierliche Radiofrequenzaukoplung wird genau die Airy-Funktion aus dem Kontinuum der Zustände ausgewählt, deren klassischer Wendepunkt an der Resonanzstelle z_{res} liegt, d. h. wo $\hbar\omega_{rf} = V_{-1}(z_{res}) - V_0(z_{res})$ ist. Im Fernfeld kann der auslaufende Teil der Airy-Funktion in einfacher Weise durch [88]

$$\psi_0(\zeta^E(z)) \propto \frac{1}{|\zeta^E(z)|^{1/4}} e^{i(2/3)|\zeta^E(z)|^{3/2}} \quad (3.7)$$

approximiert werden.

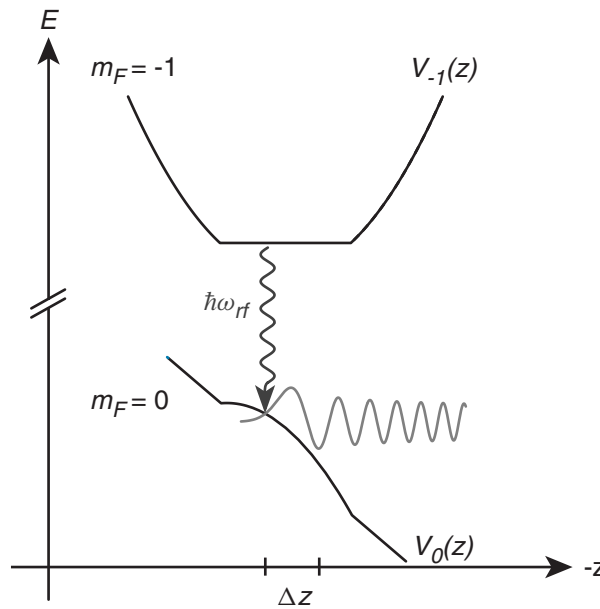


Abbildung 3.4.: Potentiale des magnetisch gefangenen Zustands $|F = 1, m_F = -1\rangle$ und des ungefangenen Zustands $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Die gefangenen Kondensatome sind dem harmonischen Fallenpotential und dem repulsiven Mean-Field-Potential ausgesetzt, während die ungefangenen Atome dem Gravitationspotential und der repulsiven Mean-Field-Wechselwirkung mit den Kondensatomen ausgesetzt sind. Die Kondensatowellenfunktion wird durch die Radiofrequenz an einen Eigenzustand des ungefangenen Potentials angekoppelt. Diese Eigenzustände sind im linearen Potential Airy-Funktion (siehe graue Linie).

3. Vom Bose-Einstein-Kondensat zum Atomlaser

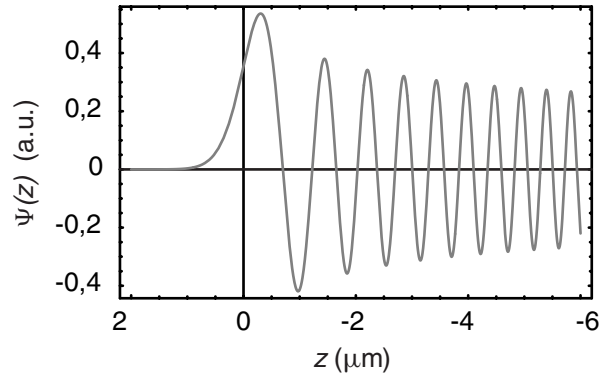


Abbildung 3.5.: Die Eigenfunktionen mit Energie E von massiven Teilchen im Gravitationsfeld werden durch Airy-Funktionen $\text{Ai}(\zeta^E(z))$ beschrieben. Die Abbildung zeigt eine solche Airy-Funktion für ^{87}Rb Atome im Gravitationsfeld bei einer natürlichen Längenskala von $l = 300 \text{ nm}$ und einer Energie $E = 0$. Der Wendepunkt vor dem ersten Maximum der Airy-Funktion ist gleichzeitig der klassische Wendepunkt der Atome im Gravitationsfeld.

Die lokale Wellenlänge der Airy-Funktion verkürzt sich immer mehr, je weiter man sich vom klassischen Wendepunkt in negativer z -Richtung entfernt, und sie entspricht damit der immer kürzer werdenden de Broglie-Wellenlänge der Atome durch deren Beschleunigung im Gravitationsfeld. Schon nach einem Millimeter Fallstrecke hat sich die lokale Wellenlänge der Atome auf etwa 30 nm verkürzt.

Das Überlappintegral zwischen der Airy-Funktion und der Kondensatwellenfunktion wird durch den Bereich nahe der Resonanzstelle bestimmt. Für eine schwache kontinuierliche Radiofrequenzaukoppelung kann so eine lokale Kopplung erzielt werden, die Atome an der Resonanzstelle aus dem Kondensatzustand in den ungefangenen Zustand überführt. Im Gegensatz zu der breitbandigen Auskoppelung mit kurzen Radiofrequenzpulsen, bei der Atome mit einer der Größe des Kondensats Δz_c entsprechenden Energiebreite $\Delta E = mg\Delta z_c$ ausgekoppelt werden, erzeugt man im Falle der kontinuierlichen Radiofrequenzaukoppelung Atome mit einer wohldefinierten Energie, deren Energiebreite in erster Näherung nur durch die Zeitdauer der eingestrahlten Radiofrequenz $\Delta E = \hbar/\tau$ begrenzt ist.

Es ist aufschlußreich, die Unschärfeeigenschaften der Kondensatwellenfunktion $\psi_{-1}(z)$ mit denen der freien Wellenfunktion $\psi_0(z)$ zu vergleichen. Die Wellenfunktion des Kondensats ist eine gespeicherte Materiewelle an der Unschärfegrenze. Mit der Ausdehnung des Kondensats Δz_c ist eine Impulsbreite $\Delta p_c = \hbar/\Delta z_c$ verbunden. Die kontinuierliche Radiofrequenzaukoppelung erzeugt aus dieser gespeicherten Materiewelle eine frei propagierende Materiewelle mit grundlegend verschiedenen Orts- und Impulsunschärfen. Zu der geringen Impulsunschärfe der freien Materiewelle $\Delta p_f \ll \Delta p_c$ gehört eine Kohärenzlänge der freien Materiewelle $\Delta z_f \gg \Delta z_c$, die im Idealfall der Ausdehnung der Materiewelle entspricht. Die niedrige Impulsunschärfe der freien Wellenfunktion wurde also durch eine starke Delokalisierung der Materiewelle erreicht.

Eine signifikante Auskoplung von Atomen kann nur dann erreicht werden, wenn die Resonanzstelle sich innerhab des Kondensats befindet. Im Fall ohne Gravitation und einer Thomas-Fermi-Verteilung für das Bose-Einstein-Kondensat ergibt sich daraus ein Resonanzintervall von $1/2\mu_B B_{off} \leq \hbar\omega_{rf} \leq 1/2\mu_B B_{off} + \mu$, innerhalb dessen eine Auskoplung stattfinden kann. Im Fall mit Gravitation kann das Resonanzintervall aus den Resonanzfrequenzen der oberen und der unteren Kante der Thomas-Fermi-Lösung bestimmt werden und ergibt sich zu $\Delta\omega_{rf} = 2g\sqrt{2\mu \cdot m}/(\hbar\omega_{\perp})$. Für eine Auskoplung aus dem $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand erhält man um einen Faktor zwei kleinere Resonanzintervalle, da hier die Auskoplung in den ungefangenen $|F = 2, m_F = 0\rangle$ Zustand in zwei Frequenzschritten erfolgt.

3.1.3. Auskoplung im dreidimensionalen Fall

Wie im vorigen Abschnitt diskutiert, definieren die Schnitte des durch $\hbar\omega_{rf} = 1/2\mu_B B(\mathbf{r})$ definierten Resonanzellipsoids mit der Kondensatwellenfunktion die Resonanzstellen. Ohne Gravitation stimmt das Zentrum des Bose-Einstein-Kondensats mit dem Zentrum des magnetischen Fallenpotentials überein. Die Resonanzstellen sind dann genau die Schalen des Resonanzellipsoids. Die ausgekoppelte Wellenfunktion wäre in diesem Fall ungerichtet und würde im Fernfeld einer Kugelwelle mit wohldefinierter Energie entsprechen. Unter dem Einfluß der Gravitation ist das Zentrum des Bose-Einstein-Kondensats jedoch um den Betrag $\Delta z_{sag} = g/\omega_{\perp}^2$ in vertikaler Richtung gegenüber dem magnetischen Fallenpotential verschoben. Die Resonanzstellen sind dann für typische Fallenparameter nahezu horizontale Schnitte durch das Kondensat (siehe Abbildung 3.6).

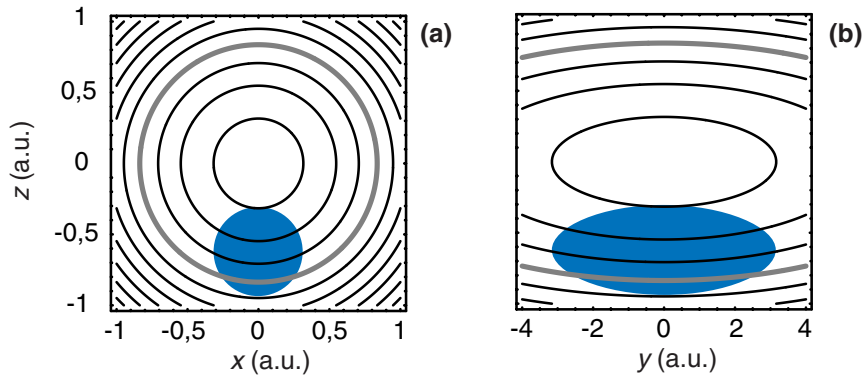


Abbildung 3.6.: Resonanzschalen im dreidimensionalen Fall. Die schwarzen Linien geben Magnetfeldkonturen des harmonischen Fallenpotentials an. Die dicke graue Linie gibt einen solchen Ellipsoid an, der die Resonanzbedingung für eine Radiofrequenz $\hbar\omega_{rf}$ erfüllt. Das Kondensat ist unter dem Einfluß der Gravitation gegenüber dem Zentrum des magnetischen Fallenpotentials um $\Delta z_{sag} = g/\omega_{\perp}^2$ verschoben (grau). Die Schnitte des Resonanzellipsoids mit dem Bose-Einstein-Kondensat definieren die Resonanzstellen, an denen Atome aus dem Kondensat ausgekoppelt werden. **(a)** Blick auf die radiale Kondensatachse mit Magnetfeld-Konturen für $y = 0$. **(b)** Blick auf die axiale Kondensatachse mit Magnetfeld-Konturen für $x = 0$.

3.2. Experimentelle Ergebnisse

Im Experiment wurde eine kontinuierliche Radiofrequenzauskopplung sowohl aus dem $|F = 2, m_F = 2\rangle$ als auch aus dem $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand erreicht.

3.2.1. Radiofrequenz

Zur Erzeugung der Radiofrequenz dient ein HP-33120A Synthesizer. Die Radiofrequenz wird dabei über dieselbe Antenne eingestrahlt, die auch zum Verdampfungskühlen eingesetzt wird. Die Amplitude des magnetischen Wechselfeldes der Radiofrequenz wurde mit Hilfe einer Förstersonde im Niederfrequenzbereich bei 1 kHz vermessen. Da die RF-Antenne keine Resonanzen bis zur eingesetzten Frequenz von 1-2 MHz aufweist, ist die so gewonnene Magnetfeld Amplitude bei 1 kHz ein gutes Maß für die Amplitude im Frequenzbereich von 1-2 MHz bei einer systematischen Unsicherheit von 20%. Als zusätzliche Kontrolle diente die bei starker RF-Kopplung vermessene Rabi-Oszillation zwischen dem magnetisch gefangenen und dem ungefangenen Zustand. Die daraus erhaltenen Werte für die Amplitude des RF-Magnetfeldes stimmte innerhalb der Fehlergrenze gut mit der der ersten Messung überein.

3.2.2. Auskopplung aus dem $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Grundzustand

Die Auskopplung aus dem $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand in den magnetisch nicht gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 0\rangle$ erfolgt in zwei Schritten über den magnetisch gefangenen $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand (siehe Abbildung 3.7), so daß auch dieser Zustand nach der RF-Auskopplung besetzt ist [84].

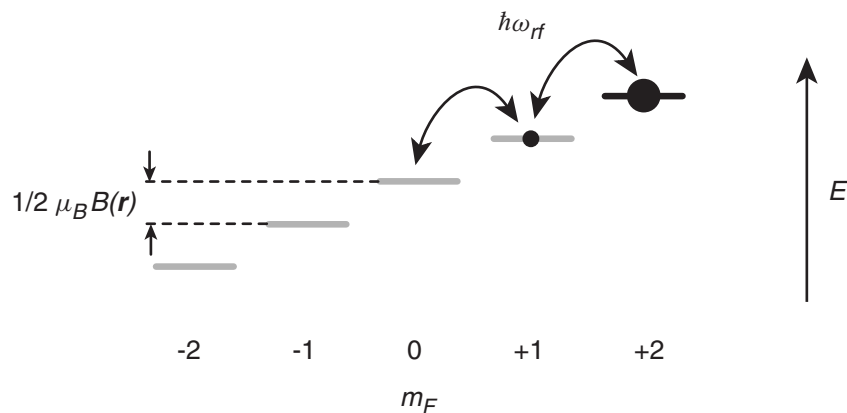


Abbildung 3.7.: Eine Auskopplung aus dem $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand kann nur über den $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand erfolgen. Dieser Zustand wird während des Auskoppelprozesses teilweise bevölkert und führt zu einer komplexen Dynamik des Auskoppelprozesses.

Die Ioffe-Falle wurde im Experiment mit einem magnetischen Offsetfeld von $B_{off} = 2,5 \text{ G}$ bei einer radialen Fallenfrequenz von $\omega_{\perp} = 2\pi \times 180 \text{ Hz}$ und bei einer axialen Fallenfrequenz von $\omega_{ax} = 2\pi \times 19 \text{ Hz}$ betrieben. Der entsprechende Gravitationsversatz des Kondensats betrug dabei $\Delta z_{sag} = 7,67 \mu\text{m}$. Nach dem Verdampfungskühlen wurde die Kühlradiofrequenz ausgeschaltet und 50 ms später die Auskoppelradiofrequenz für 15 ms eingeschaltet. Beim Einschalten wurde das Radiofrequenzfeld innerhalb von 0,1 ms auf eine Amplitude von $B_{rf} = 2,6 \text{ mG}$ hochgerampft. Über die gesamte Auskoppeldauer wurde die Frequenz linear von 1,752 MHz auf 1,750 MHz verfahren, um in Resonanz mit dem durch die Auskopplung kleiner werdenden Kondensat zu bleiben. Nach Beendigung der Radiofrequenzauskopplung wurde das magnetische Fallenpotential ausgeschaltet und 3,5 ms später eine Absorptionsabbildung des Atomlasers aufgenommen. Zwischen dem Abschalten der Falle und der Absorptionsabbildung sorgte ein inhomogenes Magnetfeld für eine Trennung der beiden magnetischen Unterzustände $|F = 2, m_F = 2\rangle$ und $|F = 2, m_F = 1\rangle$. Die Population in diesen beiden Zuständen konnte so unabhängig bestimmt werden.

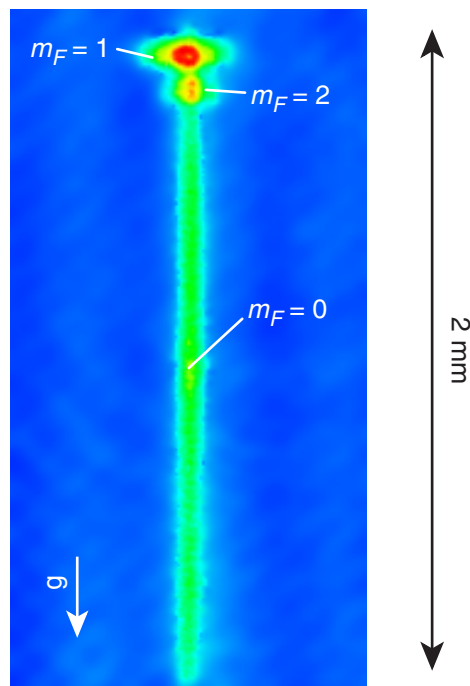


Abbildung 3.8.: Absorptionsabbildung der Radiofrequenzauskopplung aus dem $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand über eine Zeit von 15 ms. Die magnetischen Unterzustände $|F = 2, m_F = 2\rangle$ und $|F = 2, m_F = 1\rangle$ wurden durch ein inhomogenes Magnetfeld nach dem Ausschalten der Falle getrennt.

3.2.3. Abhängigkeit von der Auskoppelrate

In Abbildung 3.9 ist die Abhängigkeit der Anzahl der ausgekoppelten Atome von der Kopplungsstärke aufgezeigt. Für eine feste Radiofrequenz von 1,736 MHz wurde dazu die Amplitude des Radiofrequenzfeldes B_{rf} erhöht und die verbliebene Anzahl von Atomen im $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand nach 20 ms Radiofrequenzauskopplung bestimmt. Für steigende Kopplungsstärke sinkt die Anzahl der Atome exponentiell auf einen konstanten Wert N_0 . Dieses Verhalten kann einfach unter Annahme eines Ratenmodells beschrieben werden [89]:

$$\frac{d}{dt}N(t) = -\Gamma \{N(t) - N_0\}. \quad (3.8)$$

Die Rate Γ ist hierbei proportional zum Quadrat der Kopplungsstärke $\Omega = g_F \mu_B B_{rf} / \hbar$. Für eine Radiofrequenz bei der die Resonanzstellen nicht durch das Zentrum des Kondensats gehen, beschreibt die Konstante N_0 den Anteil von Atomen, der sich innerhalb der Resonanzschale befindet. Dieser Anteil kann nicht mehr ausgekoppelt werden, sobald das kleiner werdende Bose-Einstein-Kondensat an keiner Stelle mehr das Resonanzellipsoid schneidet. Aus einer numerischen Anpassung mit obigem Ratenmodell an die Daten in Abbildung 3.9 erhalten wir für die Proportionalitätskonstante zwischen der Auskoppelrate und der Kopplungsstärke $\Gamma / \Omega^2 = 1,2(2) \times 10^{-5} \text{ s}$.

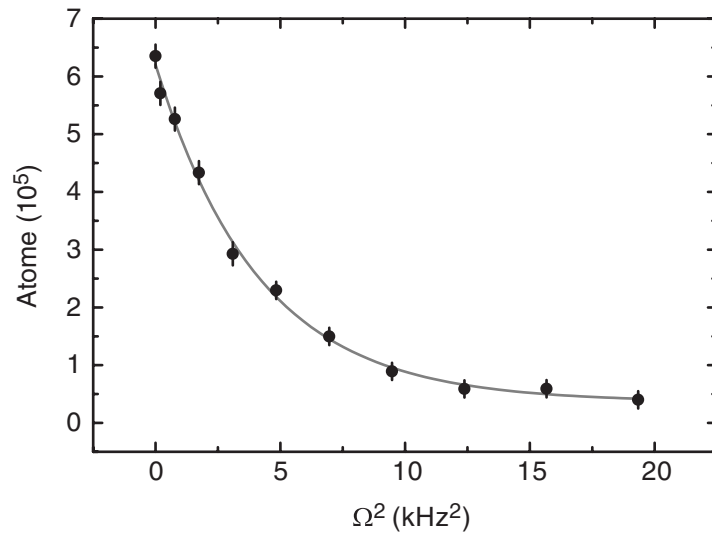


Abbildung 3.9.: Anzahl der im Kondensatzustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ verbliebenen Atome in Abhängigkeit der Kopplungsstärke nach 20 ms Radiofrequenzauskopplung. Die graue durchgezogene Linie ist eine numerische Anpassung unter der Annahme des Ratenmodells aus Gleichung 3.8.

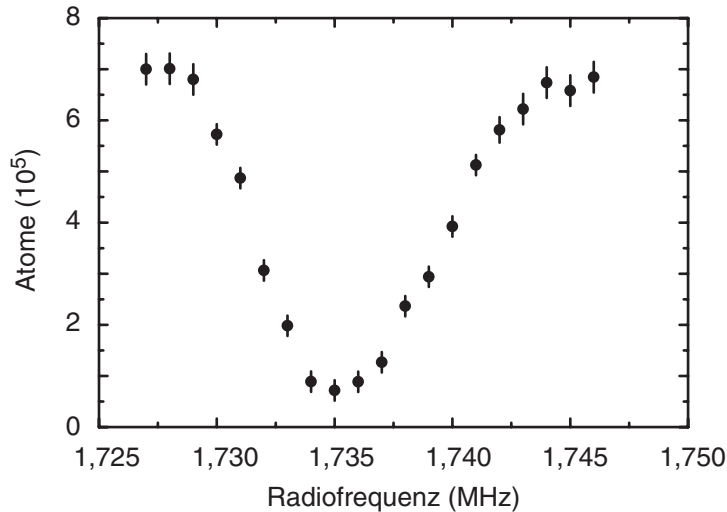


Abbildung 3.10.: Spektroskopie des Bose-Einstein-Kondensats. Die Anzahl der verbliebenen Kondensatome im $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand ist gegen die Radiofrequenz für eine Auskopplung über 20 ms aufgetragen .

3.2.4. Spektroskopie am Bose-Einstein-Kondensat

Die kontinuierliche Radiofrequenzauskopplung kann aufgrund der lokalen Kopplung auch dazu dienen, lokale Eigenschaften des Kondensats zu vermessen und das Kondensat lokal zu manipulieren. In unserem Fall kann eine solche Sondierung oder Manipulation auf nahezu horizontalen tomographischen Schnitten durch das Kondensat erfolgen. Als Beispiel hierfür haben wir eine spektroskopische Vermessung des Kondensats durchgeführt. Dazu wurde die Anzahl der Kondensatome nach einer Auskopplung über 20 ms in Abhängigkeit der Radiofrequenz vermessen (Abbildung 3.10). Die Kopplungsstärke betrug dabei $\Omega = 2\pi \times 0,7$ kHz. Wird die Radiofrequenz für eine Auskopplung im Inneren des Kondensats gewählt, so ergibt sich aufgrund der höheren lokalen Kondensatdichte eine höhere Auskoppelrate als in den Flanken der Kondensatverteilung. Eine signifikante Auskopplung ist theoretisch unter Annahme einer Thomas-Fermi-Verteilung nur innerhalb einer Frequenzbreite von $\Delta\nu_{rf} = g\sqrt{2\mu \cdot m}/(\hbar\omega_{\perp}) = 10,2$ kHz zu erwarten (siehe Abschnitt 3.1.3). Die gemessene Verteilung in Abbildung 3.10 zeigt eine Breite³ von $\Delta\nu_{rf} = 13,1 \pm 0,5$ kHz und ergibt daher einen höheren Wert als zunächst vorausgesagt. Dies ist auch zu erwarten, da die Thomas-Fermi-Lösung die äußeren Flanken der Kondensatverteilung nicht richtig wiedergibt. Dort wird die Dichte gerade so klein, daß die Mean-Field-Wechselwirkung nicht mehr gegenüber der kinetischen Energie der Atome überwiegt. Bezieht man dies in die Überlegungen ein, so zeigt sich, daß die Kondensatwellenfunktion sich über den Thomas-Fermi-Radius R hinaus erstreckt und exponentiell auf einer Längenskala $\delta = R/2(\hbar\omega_{\perp}/\mu)^{2/3}$ zum

³Die Frequenzbreite wird hier als Differenz der Frequenzen angegeben, bei denen die Atomzahlen um 10% gegenüber den konstanten Werten in den Flügeln abgesunken sind.

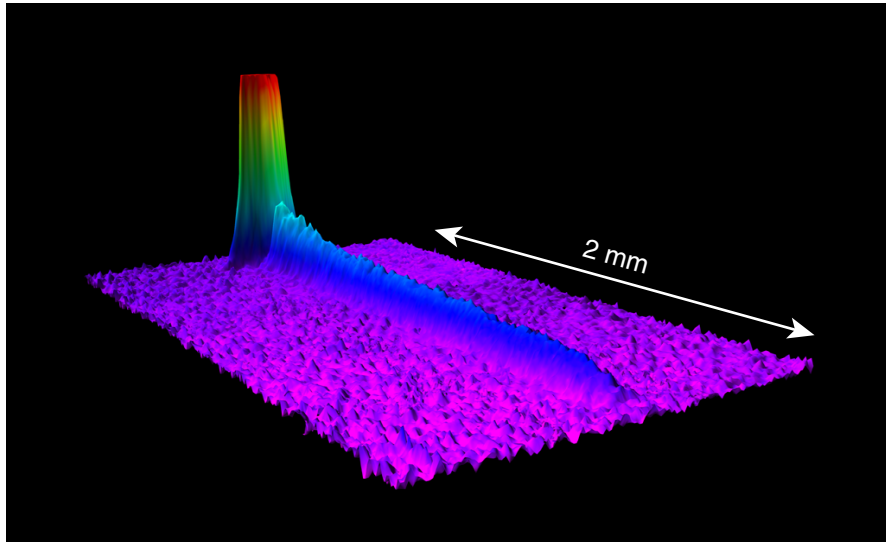


Abbildung 3.11.: Dreidimensionale Darstellung der Absorptionsabbildung eines Atomlaserstrahls, der aus dem $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand über 13 ms ausgekoppelt wurde. Das Bose-Einstein-Kondensat (Maximum am linken Bildrand) erscheint in dieser Abbildung aufgrund seiner hohen optischen Dichte gesättigt.

Rand hin abfällt [90, 91]. Für die hier verwendeten experimentellen Parameter erhält man $\delta/R = 0,074$, was die Verbreiterung des Resonanzintervalls erklärt.

Die Resultate in Abbildung 3.10 zeigen außerdem, daß das Kondensat mit einer spektralen Auflösung von etwa 1 kHz manipuliert werden kann, was einer örtlichen Auflösung von $1\ \mu\text{m}$ entspricht.

3.2.5. Auskopplung aus dem $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Grundzustand

Die Auskopplung aus dem $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand kann direkt in den magnetisch ungefangenen Zustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ erfolgen. Dadurch wird die komplexe Dynamik bei der Auskopplung mit einem zusätzlichen gefangenen Zustand vermieden. Der $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand läßt sich daher besser zur genauen Vermessung des Kondensats und zur Erzeugung der ausgekoppelten Materiewelle verwenden. Im Experiment zeigt der aus dem $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand ausgekoppelte Atomlaser aufgrund der direkten Auskopplung deutlich niedrigere Intensitätsfluktuationen.

Die Experimente wurden hier bei Fallenfrequenzen von $\omega_{\perp} = 2\pi \times 140\ \text{Hz}$ und $\omega_{ax} = 2\pi \times 14\ \text{Hz}$ durchgeführt. Die Anzahl an kondensierten Atomen betrug hierbei $N_c \approx 8 \times 10^5$. In Abbildung 3.11 ist eine typische aufgenommene Absorptionsabbildung nach einer Auskopplung über 13 ms mit einer Amplitude von $B_{rf} = 0,4\ \text{mG}$ zu sehen. Aufgrund der Beschleunigung der Atome durch die Gravitation nimmt die lokale Dichte des Atomlaserstrahls ab, je weiter er sich vom Kondensat entfernt.

In Abbildung 3.12 ist die Auskopplung für verschiedene Temperaturen des gefangenen Gases durchgeführt worden. Knapp unterhalb der kritischen Temperatur bildet sich der intensivere und besser kollimierte Atomlaserstrahl, der sich weit unterhalb der kritischen Temperatur klar von dem ausgekoppelten Materiefeld aus einem thermischen Gas unterscheidet.

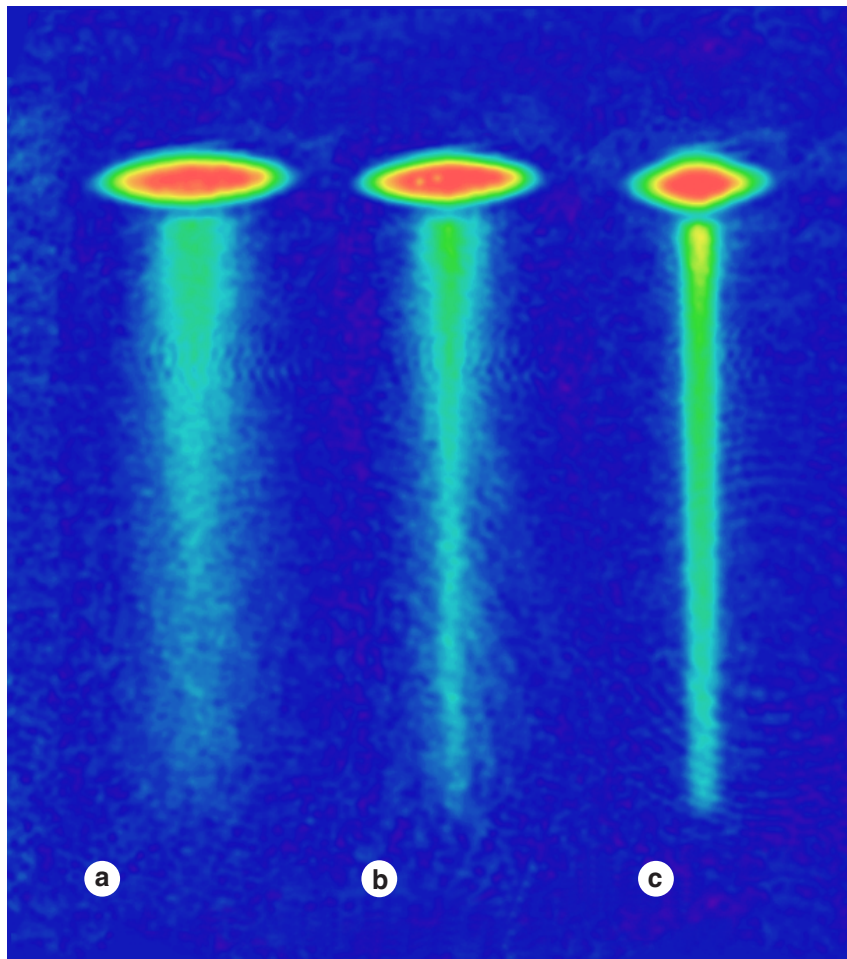


Abbildung 3.12.: Absorptionsabbildung der Auskopplung aus dem $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand für verschiedene Temperaturen des gefangenen atomaren Gases. (a) $T > T_c$, (b) $T < T_c$ und (c) $T \ll T_c$

4. Räumliche Kohärenz eines Bose-Gases am Phasenübergang

Die bei der Bose-Einstein-Kondensation auftretende langreichweitige Phasenkohärenz des Quantenfeldes $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ ist eine der dramatischsten und wichtigsten Signaturen, um das Vorhandensein eines Bose-Einstein-Kondensats zu erkennen. Der Phasenkohärenz, die durch die räumliche Korrelationsfunktion erster Ordnung quantitativ beschrieben wird (siehe Abschnitt 1.3.1), kommt dabei nicht nur eine grundlegende theoretische Bedeutung zu, sie ist gleichzeitig auch notwendig, um Interferenzeffekte in makroskopischen Quantensystemen sehen zu können. In den hier durchgeführten Experimenten konnte erstmals die räumliche Korrelationsfunktion des gefangenen atomaren Gases oberhalb und unterhalb der kritischen Temperatur vermessen werden [92]. Damit ist es fast 50 Jahre nach der Einführung des Penrose-Onsager-Kriteriums gelungen diese Voraussagen an einem makroskopischen Quantensystem experimentell zu überprüfen

Bislang konnte in einem qualitativen Interferenzexperiment zweier unabhängiger Bose-Einstein-Kondensate gezeigt werden, daß eine langreichweitige Phasenkohärenz in Bose-Einstein-Kondensaten atomarer Gase vorliegt [20]. In neueren Experimenten wurden spektroskopischen Methoden eingesetzt [93, 94], um zu demonstrieren, daß sich diese Phasenkohärenz bis zur Ausdehnung des Bose-Einstein-Kondensats erstreckt. In Messungen zu Zwei-Komponenten Bose-Einstein-Kondensaten wurde die zeitliche Entwicklung der relativen Phase zwischen zwei Bose-Einstein-Kondensaten studiert [95] und verschiedene Aspekte der Korrelationen höherer Ordnung konnten aus Messungen der Drei-Körper-Zerfallsraten [96] und der Wechselwirkungsenergie [97] in Bose-Einstein-Kondensaten bestimmt werden. Eine direkte quantitative Messung der Phasenkohärenz durch die räumliche Korrelationsfunktion erster Ordnung war bislang jedoch nicht zugänglich.

Die hier durchgeführte Messung kann dabei in einer weitgehenden Analogie zur Korrelationsmessung im optischen Fall verstanden werden. In der Optik beschreibt die räumliche Korrelationsfunktion erster Ordnung die räumlichen Fluktuationen der Phase eines Lichtfeldes. Die Korrelationsfunktion ergibt sich dabei formal in Analogie zu der in Abschnitt 1.3.1 eingeführten Korrelationsfunktion für Atome, indem die atomaren Erzeugung- und Vernichtungsoperatoren $\hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r})$ und $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ durch die entsprechenden Operatoren des elektrischen Feldes $\hat{E}^{(-)}(\mathbf{r})$ und $\hat{E}^{(+)}(\mathbf{r})$ ersetzt werden.

Die Bestimmung dieser Korrelationsfunktion ist ein bekanntes Lehrbuchbeispiel in der Optik [70, 98, 99, 100]. Dazu wird ein Doppelspalt mit Spaltabstand d von dem zu vermessenden Lichtfeld ausgeleuchtet. Aus der Sichtbarkeit V des Young'schen Interferenzmusters im Fernfeld, die ein Maß für dessen Kontrast ist, kann dann direkt die räumliche Korrelation des Lichtfeldes für den Spaltabstand d ermittelt werden (siehe Abbildung 4.1). Führt man dieselbe Messung für verschiedene Spaltabstände durch, so ergibt sich die räumliche Korrelationsfunktion erster Ordnung des Lichtfeldes, die hier auch als räumliche Kohärenz-

4. Räumliche Kohärenz eines Bose-Gases am Phasenübergang

funktion bezeichnet werden soll.

Ist das zu untersuchende Lichtfeld über den Spaltabstand d perfekt phasenkohärent, so ergibt sich ein Interferenzmuster mit 100% Kontrast. Liegt andererseits keinerlei Phasenkohärenz mehr vor, so verschwindet das Interferenzmuster. Für teilkohärentes Licht ergibt sich ein Interferenzmuster mit einem Kontrast, der zwischen 0 und 100% liegt.

Den beiden Spalten kommt für die Kohärenzmessung dabei eine besondere Bedeutung zu: Sie koppeln das Lichtfeld zum einen an zwei neue ausgehende Wellenfunktionen, die miteinander interferieren, und proben dadurch zum anderen die Phase des Lichtfeldes lokal in den Spaltregionen.

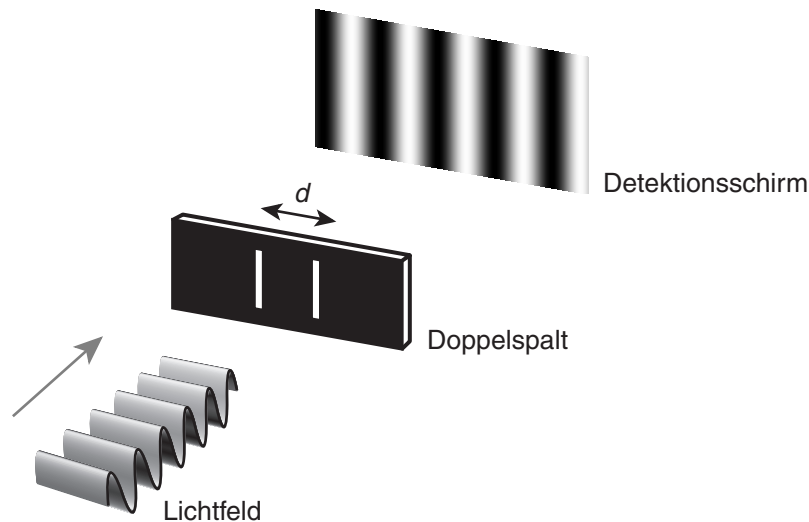


Abbildung 4.1.: Doppelspaltexperiment zur Bestimmung der räumlichen Kohärenz eines Lichtfeldes in der Optik. Aus der Sichtbarkeit des Young'schen Interferenzmusters am Detektionsschirm kann die Phasenkohärenz des Lichtfeldes bei einem Spaltabstand d ermittelt werden.

Im hier durchgeführten Experiment wird das gefangene atomare Materiefeld mit Hilfe von zwei Radiofrequenzen an zwei neue frei propagierende Ausgangsmoden gekoppelt die miteinander interferieren. Da die Ausgangsmoden lokal an das gefangene Materiefeld angekoppelt werden, können die relativen Phasenfluktuationen des Materiefeldes in den beiden Auskoppelzonen durch den Kontrast des Interferenzmusters der Ausgangsmoden bestimmt werden. Die beiden getrennten Auskoppelzonen können hierbei als ein virtueller Doppelspalt betrachtet werden.

4.1. Prinzip der Messung

Durch die kontinuierliche Radiofrequenzkopplung wird das Bose-Einstein-Kondensat lokal an eine Airy-Funktion gekoppelt. Strahlt man zwei Radiofrequenzen mit Frequenzen ω_{rf} und ω'_{rf} ein, so koppelt man die Kondensatwellenfunktion an zwei Airy-Funktionen $\psi_f(\zeta)$ und $\psi_f(\zeta')$ mit einer Energiedifferenz $\Delta E = \hbar(\omega_{rf} - \omega'_{rf})$. Die Wendepunkte der beiden Airy-Funktionen liegen dabei in einem Abstand $\Delta z = \Delta E/mg$ voneinander entfernt (siehe Abbildung 4.2). Verwendet man die asymptotische Form des auslaufenden Teils der Airy-Funktion (vgl. Abschnitt 3.1.2), so erhält man für die Dichteverteilung $n_f(z)$ der beiden freien Wellenfunktionen

$$n_f(z, t) = \left| \psi_f(\zeta)e^{-iEt/\hbar} + \psi_f(\zeta')e^{-iE't/\hbar} \right|^2 \propto \frac{1}{\sqrt{|z|}} \left\{ 2 + 2V \cos \left(q\sqrt{|z|} + \Delta Et/\hbar \right) \right\}, \quad (4.1)$$

mit $q = m\Delta z\sqrt{2g}/\hbar$. Dieses Interferenzmuster entspricht dem zweier punktförmiger Quellen von Materiewellen, die in einem Abstand $\Delta z = \Delta E/(mg)$ voneinander im Gravitationsfeld platziert sind [6, 101]. Die zusätzlich eingeführte Variable V beschreibt die Sichtbarkeit des Interferenzmusters. Im Falle von perfekt phasenkohärenten Wellen mit gleicher Intensität ist $V = 1$. Verschwindet das Interferenzmuster, so ist $V = 0$ und es liegt keine Phasenkohärenz mehr zwischen den beiden Materiewellen vor.

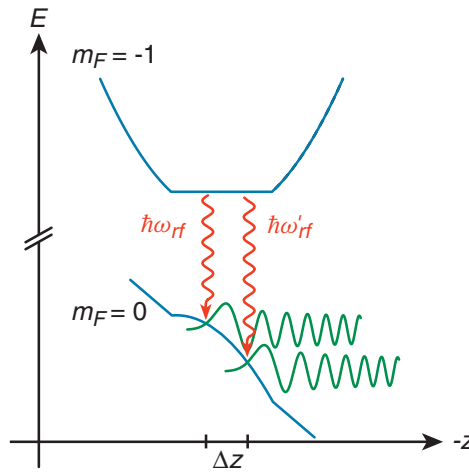


Abbildung 4.2.: Mit Hilfe von zwei Radiofrequenzen ω_{rf} und ω'_{rf} wird das Bose-Einstein-Kondensat an zwei Airy-Funktionen gekoppelt, die einen Energieunterschied $\Delta E = \hbar(\omega_{rf} - \omega'_{rf})$ besitzen. Aus diesem Energieunterschied ergibt sich ein räumlicher Unterschied von $\Delta z = \Delta E/mg$ der beiden Airy-Funktionen. Aus dem Interferenzmuster der beiden auslaufenden Materiewellen kann die Phasenkohärenz des Bose-Einstein-Kondensats bestimmt werden.

4. Räumliche Kohärenz eines Bose-Gases am Phasenübergang

In Abbildung 4.3 sind die berechneten Interferenzmuster nach Gleichung 4.1 für drei verschiedene Sichtbarkeiten $V = 1$, $V = 0,3$ und $V = 0$ dargestellt. Die lokale Wellenlänge des Interferenzmusters wird umso länger, je weiter man sich vom Quellpunkt der beiden Materiewellen entfernt. Dieses Verhalten kann einfach durch die Beschleunigung der Atome im Gravitationsfeld verstanden werden. Zwei Atome, die von zwei punktförmigen Quellen im Abstand Δz voneinander ausgesandt werden, besitzen am Interferenzort z kinetische Energien E_1 und E_2 :

$$\begin{aligned} E_1 &= mg(z + \Delta z) = \frac{1}{2}mv_1^2 \\ E_2 &= mgz = \frac{1}{2}mv_2^2 \end{aligned} \quad (4.2)$$

Die Geschwindigkeitsdifferenz der beiden Atome am Ort z beträgt dann:

$$\Delta v = v_2 - v_1 \approx \sqrt{\frac{g}{2z}} \Delta z \quad \text{für } z \gg \Delta z. \quad (4.3)$$

Je weiter die Atome im Gravitationsfeld fallen, desto kleiner wird dabei ihre Geschwindigkeitsdifferenz und damit auch der Differenzwellenvektor $\Delta k = m(v_2 - v_1)/\hbar$, der die lokale Periodizität des Interferenzmusters bestimmt.

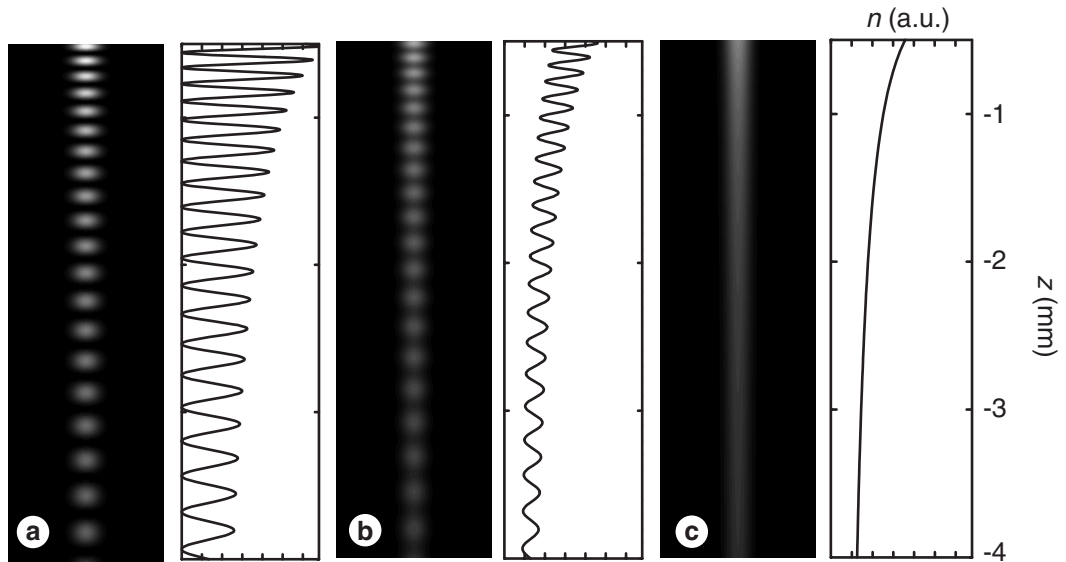


Abbildung 4.3.: Berechnetes Interferenzmuster zweier punktförmiger Quellen für Materiewellen im Gravitationsfeld für verschiedene Sichtbarkeiten V (siehe Gleichung 4.1). Der Abstand der beiden Quellen von ^{87}Rb Atomen beträgt hierbei $\Delta z = 500 \text{ nm}$. (a) $V = 1$, (b) $V = 0,3$ und (c) $V = 0$.

4.1.1. Bestimmung der Off-Diagonal-Long-Range-Order

Um die im Experiment meßbare Sichtbarkeit V mit der Dichtematrix und damit der Korrelationsfunktion erster Ordnung in Verbindung zu bringen, soll die Definition der Dichtematrix nocheinmal dargestellt werden (siehe Abschnitt 1.3):

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \langle \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle = \psi^*(\mathbf{r}) \psi(\mathbf{r}') + \langle \delta \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \delta \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \rangle. \quad (4.4)$$

Für den bosonischen Feldoperator $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ wurde hierbei die Bogoliubov-Zerlegung in einen Kondensatanteil $\psi(\mathbf{r}) = \langle \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \rangle$ und einen fluktuierenden Anteil $\delta \hat{\Psi}(\mathbf{r})$ vorgenommen. Für den Fall einer nichtverschwindenden Kondensatwellenfunktion $\psi(\mathbf{r})$ trägt diese zu einer langreichweitigen Phasenkohärenz bei, während der fluktuierende Anteil die Korrelationen im Anregungsspektrum beschreibt. Im Falle eines idealen Gases in einer harmonischen Falle erhält man dann:

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_k N_k u_k^*(\mathbf{r}) u_k(\mathbf{r}'), \quad (4.5)$$

in der N_k die Besetzung des Eigenzustands u_k mit einer Energie E_k beschreibt.

Bei der Radiofrequenzeinstrahlung werden dabei aus jedem Zustand u_k Atome mit einer Rate ausgekoppelt, die proportional zum Quadrat des Überlappintegrals der Airy-Funktion mit dem Eigenzustand u_k ist. Für die Dichteverteilung des ausgekoppelten Materiefeldes $n_f(z)$ ergibt sich dann:

$$n_f(z) \propto \frac{1}{\sqrt{|z|}} \left\{ \sum_k N_k (|\tilde{u}_k|^2 + |\tilde{u}'_k|^2) + 2 \cos \left(q\sqrt{|z|} + (\omega_{rf} - \omega'_{rf})t \right) \sum_k N_k \tilde{u}_k \tilde{u}'_k \right\}. \quad (4.6)$$

Die Überlappintegrale zwischen dem gefangenen und dem frei propagierenden Zustand sind hierbei durch $\tilde{u}_k \approx \langle \text{Ai}(\zeta_k) | u_k \rangle$ und $\tilde{u}'_k \approx \langle \text{Ai}(\zeta'_k) | u_k \rangle$ gegeben. Der Index k der skalierten Parameter ζ_k und ζ'_k kennzeichnet hierbei die Energien der ausgekoppelten Airy-Funktionen, die durch $E_k - \hbar\omega_{rf}$ und $E_k - \hbar\omega'_{rf}$ gegeben sind. Aus dem Vergleich zwischen Gleichung 4.1 und 4.6 ergibt sich für die zunächst empirisch eingeführte Sichtbarkeit V :

$$V = \frac{2 \sum_k N_k \tilde{u}_k \tilde{u}'_k}{\sum_k N_k [|\tilde{u}_k|^2 + |\tilde{u}'_k|^2]}. \quad (4.7)$$

Da die Überlappintegrale hauptsächlich auf die Spaltregionen z und z' beschränkt sind, kann die Sichtbarkeit direkt mit der Korrelationsfunktion erster Ordnung in Verbindung (siehe Gleichung 4.5) gebracht werden:

$$V = \frac{2 \sum_k N_k \tilde{u}_k \tilde{u}'_k}{\sum_k N_k [|\tilde{u}_k|^2 + |\tilde{u}'_k|^2]} \approx \frac{\rho(z, z')}{\rho(z, z)} = g^{(1)}(z, z'). \quad (4.8)$$

4. Räumliche Kohärenz eines Bose-Gases am Phasenübergang

Hierbei wurde außerdem noch angenommen, daß die von den beiden virtuellen Spalten ausgesandten Materiefelder die gleiche Intensität besitzen. In einem eindimensionalen Modell haben wir numerisch die Korrelationsfunktion eines harmonischen Oszillators mit dem Ausdruck in Gleichung 4.7 verglichen. Da die Längenskala der Airy-Funktion etwa dreimal kleiner als die radiale harmonische Oszillatorlänge in unserem Fallensystem ist, konnten wir für diese Parameter eine hervorragende Übereinstimmung zwischen beiden Ausdrücken feststellen.

Im Falle eines im Experiment vorliegenden wechselwirkenden Gases kann der fluktuierende Anteil der Korrelationsfunktion bei einer endlichen Temperatur durch das Quasiteilchen Anregungsspektrum ausgedrückt werden. Das Energiespektrum des harmonischen Oszillators muß in diesem Fall durch das Energiespektrum der Quasiteilchen Anregungen ersetzt werden und die Überlappintegrale müssen dann zwischen den Modenfunktionen $u(\mathbf{r})$, $v(\mathbf{r})$ (siehe Abschnitt 1.2) und den ausgehenden Wellenfunktionen berechnet werden.

4.2. Messung der räumlichen Kohärenz erster Ordnung

Zur experimentellen Bestimmung der Kohärenz erster Ordnung des Bose-Gases am Phasenübergang werden gefangene ultrakalte Atome bzw. Bose-Einstein-Kondensate nach der üblichen Vorgehensweise erzeugt. Für diese Experimente wurde der $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand eingesetzt, da nur hier eine direkte Auskopplung in den magnetisch ungefangenen Zustand möglich ist. Die radialen und axialen Fallenfrequenzen der Ioffe-Falle betragen $\omega_{\perp} = 2\pi \times 140$ Hz und $\omega_{ax} = 2\pi \times 13$ Hz. Am Phasenübergang befanden sich ungefähr vier Millionen Atome in der Falle. Um die Temperatur des gefangenen Gases zu bestimmen, wurden die Flügel der atomaren Wolke nach einer ballistischen Expansion in einer resonanten Absorptionsabbildung vermessen. Der systematische Fehler dieser Temperaturmessung lag bei etwa 20 nK. Die statistischen Schwankungen von Experiment zu Experiment lagen dabei unter diesem Wert.

Zur Erzeugung der Materiefelder wurden zwei Radiofrequenzen ω_{rf} und ω'_{rf} mit einer Amplitude von $B_{rf} = 0,4 \pm 0,1$ mG über eine Zeitdauer von 13 ms eingestrahlt. Nach einer Zeitverzögerung von 2 ms wurde die magnetische Falle abgeschaltet und eine Absorptionsabbildung nach weiteren 3 ms aufgenommen. Die Sichtbarkeit des Interferenzmusters V wurde dabei aus einer numerischen Anpassung des Modells in Gleichung 4.1 an die aufgenommenen Daten vorgenommen (siehe Abbildung 4.4). Die Radiofrequenzen ω_{rf} und ω'_{rf} wurden dabei so gewählt, daß die den Resonanzschalen entsprechenden virtuellen Spalte sich im Zentrum des Bose-Einstein-Kondensats befanden. So konnte sichergestellt werden, daß die von den virtuellen Spalten ausgehenden Materiewellen die gleiche Intensität besitzen. Bei einer gemeinsamen Verschiebung der Radiofrequenzen um 4 kHz änderte sich die Sichtbarkeit des Interferenzmusters deshalb um weniger als 5%.

4.2.1. Messung der räumlichen Kohärenz in Abhängigkeit der Temperatur

In Abbildung 4.5 ist die Temperaturabhängigkeit der Sichtbarkeit des Interferenzmusters für drei verschiedene Spaltabstände $\Delta z = 185$ nm, $\Delta z = 325$ nm und $\Delta z = 600$ nm zu se-

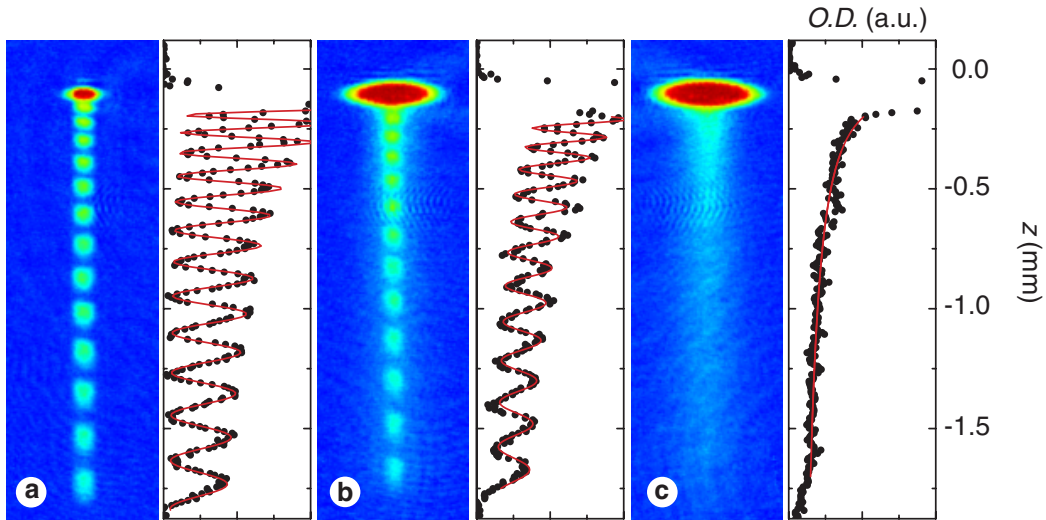


Abbildung 4.4.: Absorptionsabbildung von Materiewelleninterferenzen bei verschiedenen Temperaturen des gefangenen Bose-Gases. Für Temperaturen weit unterhalb der kritischen Temperatur T_c bewirkt die vollständige Phasenkohärenz des Bose-Einstein-Kondensats ein Interferenzmuster mit hohem Kontrast (a). Knapp unterhalb der kritischen Temperatur T_c ergibt sich ein reduzierter Kontrast (b) und oberhalb der kritischen Temperatur verschwindet das Interferenzmuster vollständig (c). Die Größe der dargestellten Bildausschnitte beträgt $0,6 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$. Die Aufnahmen entstanden unter gleichen Radiofrequenzbedingungen mit einer Differenzfrequenz von $\omega_{rf} - \omega'_{rf} = 2\pi \times 1000 \text{ Hz}$, was einem Spaltabstand von 465 nm entspricht. Die Graphen neben den Bildern entsprechen $21 \mu\text{m}$ breiten vertikalen Profilen durch die Mitten der Absorptionsabbildungen. Die Sichtbarkeit V des Interferenzmusters wird aus numerischen Anpassungen mit dem Modell aus Gleichung 4.1 an diese Profile ermittelt.

hen. Oberhalb der kritischen Temperatur $T_c \approx 430 \text{ nK}$ verschwindet das Interferenzmuster für Spaltabstände von 600 nm und 325 nm . Ein plötzlicher Anstieg der Sichtbarkeit ergibt sich, sobald die Temperatur unter die kritische Temperatur fällt. Nahe $T = 0$ erreicht die Sichtbarkeit V ein Maximum von $0,95$. Ein qualitativ anderes Verhalten ergibt sich für einen Spaltabstand von $\Delta z = 185 \text{ nm}$. Oberhalb von T_c verschwindet das Interferenzmuster noch nicht und der Anstieg der Sichtbarkeit unterhalb von T_c ist weniger sprunghaft. Das hier bereits oberhalb von T_c sichtbare Interferenzmuster kann auf die größere Kohärenzlänge des thermischen Anteils gegenüber dem Spaltabstand von 185 nm zurückgeführt werden. Die Kohärenzlänge des thermischen Anteils oberhalb der kritischen Temperatur ist jedoch kleiner als die beiden Spaltabstände 325 nm und 600 nm , so daß in diesem Fall kein Interferenzmuster oberhalb von T_c sichtbar wird.

Je größer der Spaltabstand gewählt wird, desto kürzer ist die Periode des beobachteten Interferenzmusters. Für große Spaltabstände reduziert die Auflösung unseres Abbildungs-

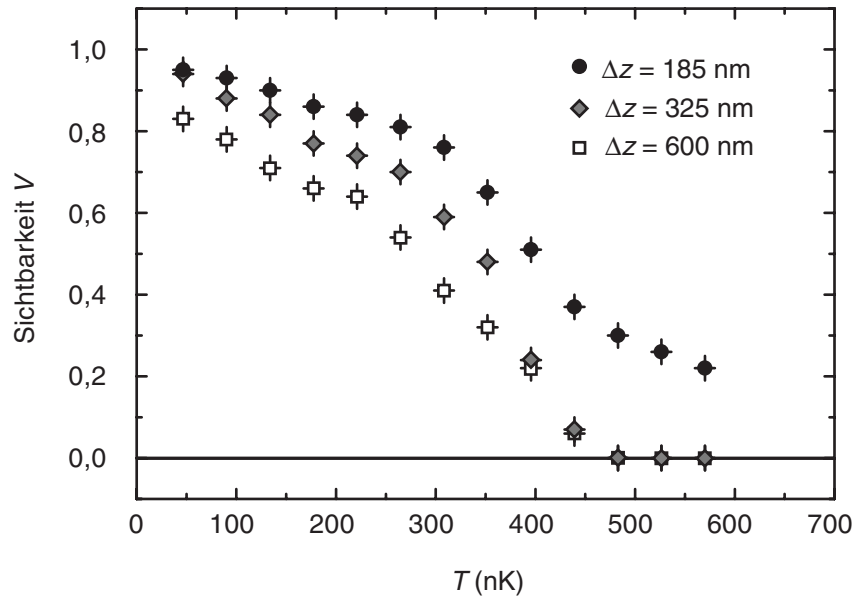


Abbildung 4.5.: Sichtbarkeit des Interferenzmusters in Abhängigkeit der Temperatur für drei verschiedene Spaltabstände. Den drei Spaltabständen entsprechen Frequenzdifferenzen $\omega_{rf} - \omega'_{rf}$ in den beiden Radiofrequenzen von $2\pi \times 400$ Hz, $2\pi \times 700$ Hz und $2\pi \times 1300$ Hz. Die kritische Temperatur des Phasenübergangs zum Bose-Einstein-Kondensat liegt bei $T_c \approx 430$ nK.

systems von $8\ \mu\text{m}$ dann bereits den Kontrast des Interferenzmusters. Die Datenpunkte in Abbildung 4.5 sind nicht um die Auflösung korrigiert und zeigen daher einen Abfall der Sichtbarkeit zu größer werdenden Spaltabständen, auch nahe $T = 0$.

4.2.2. Messung der räumlichen Kohärenz in Abhängigkeit des Spaltabstands

In Abbildung 4.6 ist die Sichtbarkeit V gegen den Spaltabstand bei verschiedenen Temperaturen vermessen worden, um die räumliche Korrelationsfunktion des gefangenen Bose-Gases zu bestimmen. Aus den Daten läßt sich ein klarer Unterschied zwischen einem kondensierten und einem nicht-kondensierten Gas erkennen.

Oberhalb der kritischen Temperatur T_c fällt die Sichtbarkeit von einem Anfangswert $V = 1$ für $\Delta z \approx 0$ auf $V = 0$ ab, sobald der Spaltabstand stark vergrößert wird. Um quantitative Aussagen über die Längenskala dieses Abfalls der Kohärenz zu erhalten, wurde eine numerische Anpassung mit der Modellfunktion

$$V = e^{-\pi \Delta z^2 / w^2} \quad (4.9)$$

an die Daten durchgeführt. Dabei ergaben sich Breiten w von 294 ± 6 nm und 372 ± 8 nm. Beide Werte sind etwa 5% größer als die zu den Temperaturen gehörenden thermischen

4.2. Messung der räumlichen Kohärenz erster Ordnung

de Broglie-Wellenlängen $\lambda_T = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$ von 278 ± 6 nm und 346 ± 12 nm. Für ein klassisches Gas würde man eine Korrelationsfunktion nach Gleichung 4.9 erwarten [42], wobei die Kohärenzlängen w den thermischen de Broglie-Wellenlängen entsprechen sollten. Die Eigenschaften der Bose-Einstein-Statistik bewirken jedoch eine bevorzugte Besetzung der energetisch niedrig liegenden Zustände, so daß man einen etwas längeren Abfall der Kohärenz gegenüber λ_T erwarten würde [42], wie sich dies auch im Experiment ergibt.

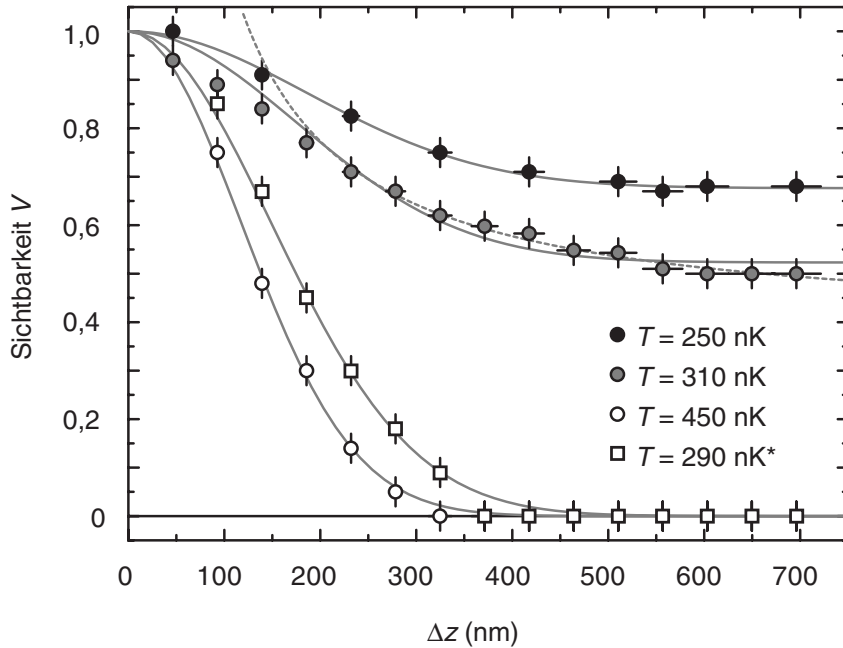


Abbildung 4.6.: Räumliche Korrelationsfunktion 1. Ordnung des gefangenen Bose-Gases. Die Sichtbarkeit des Interferenzmusters wurde gegen den Spaltabstand bei verschiedenen Temperaturen gemessen. Um ein rein thermisches Gas bei $T = 290$ nK zu erzeugen (weiße Quadrate), wurde die Anzahl der Atome in der Falle auf 10^6 Atome reduziert. Die durchgezogenen Linien sind numerische Anpassungen einer Gaußfunktion und einem konstanten Offset an die Daten. Für $T = 310$ nK wurde eine numerische Anpassung an die letzten 11 Datenpunkte mit einer Funktion vorgenommen, die proportional zu $1/\Delta z$ ist und auf einen konstanten Wert abfällt. Die Unsicherheiten im Spaltabstand ergeben sich aus der Abweichung des angenommenen linearen Potentials für den ungefangenen Zustand durch das Mean-Field-Potential. Die Daten wurden gegenüber der Kontrastminderung durch die Auflösung unseres optischen Systems korrigiert.

Unterhalb der kritischen Temperatur T_c verändert sich die Korrelationsfunktion signifikant in zweierlei Hinsicht. Zum einen fällt die Korrelationsfunktion von einem Wert nahe bei $V = 1$ für $\Delta z \approx 0$ auf ein konstantes Plateau hin ab. Dieser Abfall charakterisiert die Korrelationen des nicht-kondensierten Anteils von Atomen, und die Sichtbarkeit am Plateau ergibt direkt den Anteil an kondensierten Teilchen in den Spaltregionen. Der konstante Anteil

4. Räumliche Kohärenz eines Bose-Gases am Phasenübergang

ist ein direktes Kennzeichen für die im kondensierten System vorliegende langreichweitige Phasenkohärenz (ODLRO). Die Sichtbarkeiten bei den Plateaus betragen $0,52 \pm 0,03$ für $T = 310$ nK und $0,68 \pm 0,03$ für $T = 250$ nK. Zum anderen ist die Kohärenzlänge des thermischen Anteils deutlich größer als die entsprechende thermische de Broglie-Wellenlänge. Die Kohärenzlängen w des nicht-kondensierten Anteils wurden dabei aus numerischen Anpassungen der Modellfunktion

$$V = c_1 e^{-\pi \Delta z^2 / w^2} + c_2 \quad \text{mit } c_1 + c_2 = 1 \quad (4.10)$$

an die Daten bestimmt. Es ergaben sich Kohärenzlängen w von 428 ± 26 nm für $T = 310$ nK und 463 ± 16 nm für $T = 250$ nK. Diese Kohärenzlängen sind um 28% bzw. 24% größer als die entsprechenden thermischen de Broglie-Wellenlängen mit 335 ± 11 nm und 373 ± 15 nm. Der langreichweitigere Abfall der Kohärenz kann hier auf das veränderte Anregungsspektrum beim Vorhandensein eines Bose-Einstein-Kondensats gegenüber dem Energiespektrum eines harmonischen Oszillators zurückgeführt werden. Die energetisch niedrig liegenden, phononenartigen Anregungen mit einer relativ großen Wellenlänge (siehe Abschnitt 1.2.2) bewirken hierbei eine Verlängerung der Kohärenzlänge gegenüber der thermischen de Broglie-Wellenlänge [42].

Im Falle eines homogenen Bose-Gases unterhalb der kritischen Temperatur T_c ist es bekannt, daß die Korrelationsfunktion für große Spaltabstände wie $1/\Delta z$ auf einen konstanten Wert hin abfällt [102]. Da die hier untersuchten Spaltabstände klein gegenüber der Ausdehnung des Bose-Einstein-Kondensats sind, sollte das Verhalten dem des homogenen Systems ähneln. Für $T = 310$ nK haben wir eine numerische Anpassung mit einer solchen Modellfunktion an die letzten 11 Datenpunkte vorgenommen und finden eine befriedigende Übereinstimmung mit dieser Annahme.

4.2.3. Reproduzierbarkeit des Interferenzmusters

In einem weiteren Experiment wurde die Reproduzierbarkeit der Phase des Interferenzmusters untersucht. Für einen Spaltabstand von $\Delta z = 465$ nm konnte in einem Temperaturbereich zwischen 50 nK und der kritischen Temperatur $T_c \approx 430$ nK ein sehr gut reproduzierbares Interferenzmuster erhalten werden. Eine Fragmentierung des Bose-Einstein-Kondensats in Teilkondensate konnte also auf der Längenskala der untersuchten Spaltabstände ausgeschlossen werden. Bei der Interpretation mit Hilfe der spontanen Symmetriebrechung, bedeutet dies daß das Kondensat eine konstante Phase über den untersuchten Spaltabstand hat und nicht in Teilkondensate mit einer zufälligen Phase fragmentiert ist. Wäre dies der Fall, so würde das Interferenzmuster von Experiment zu Experiment eine zufällige Phase besitzen.

5. Bausteine der kohärenten Atomoptik

Zur Manipulation des erzeugten Atomlaserstrahls benötigt man atomoptische Elemente, die die Kohärenzeigenschaften des Atomlasers möglichst erhalten. In diesem Kapitel werden neuere Experimente vorgestellt, bei der mit Hilfe von Hyperfein-Raman-Übergängen und dem magnetischen Fallenpotential der Ioffe-Falle ein Spiegel, ein Strahlteiler und ein Resonator für den Atomlaserstrahl realisiert wurden.

5.1. Prinzip der Messung

Der Atomlaserstrahl befindet sich nach dem Auskoppeln im magnetisch nicht gefangenen Zustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ und wechselwirkt daher aufgrund des verschwindenden magnetischen Moments in erster Ordnung nicht mit dem äußeren Magnetfeld der Ioffe-Falle. Mit Hilfe von Hyperfein-Raman-Übergängen kann der Atomlaser lokal und kohärent in den $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand überführt werden. Dieser Zustand besitzt ein magnetisches Moment von $1/2\mu_B$, so daß die Atome dem steilen radiale Fallenpotential der Ioffe-Falle nach dem Übergang ausgesetzt sind. Sie werden dort verlangsamt und zur Bewegungsumkehr veranlaßt. Die Atome treten daher erneut durch die Hyperfein-Raman-Zone und werden wieder in den Ausgangszustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ überführt. Die Ausbreitungsrichtung der Atome hat sich während dieses Prozesses umgekehrt, so daß die Raman-Laser in Kombination mit dem magnetischen Fallenpotential wie ein Spiegel für den Atomlaser wirken.

Wird die Effizienz der Raman-Übergänge vermindert, so kann ein Strahlteiler mit einem beliebigen Teilungsverhältnis erzeugt werden. Wird andererseits der zweite Hyperfein-Raman-Übergang vermieden, so verbleibt der Atomlaserstrahl im $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand. Er ist dann im Fallenpotential gefangen, das einen Resonator für die kohärente Materiewelle bildet.

5.1.1. Raman-Übergänge

Mit Hilfe von stimulierten Raman-Übergängen können zwei Unterzustände der Hyperfeingrundzustände kohärent miteinander verbunden werden. Dazu müssen zwei phasenkohärente Lichtfelder mit Frequenzen ω_1 und ω_2 und Ausbreitungsvektoren \mathbf{k}_1 und \mathbf{k}_2 eingestrahlt werden, deren Differenzfrequenz $\omega_{12} = \omega_1 - \omega_2$ der Frequenzdifferenz der beiden atomaren Zustände ω_{at} entspricht (siehe Abbildung 5.1).

Ist die Verstimmung der Lichtfelder Δ zum angeregten Zustand groß gegenüber den Einphotonen-Rabifrequenzen Ω_1 und Ω_2 , so kann die Kopplung der beiden Hyperfeinzustände durch eine einfaches Zwei-Niveau-Modell beschrieben werden [103]. Die effektive Rabifrequenz zwischen den beiden Zuständen ist dann durch

$$\bar{\Omega} = -\frac{\Omega_1\Omega_2^*}{2\Delta} \quad (5.1)$$

5. Bausteine der kohärenten Atomoptik

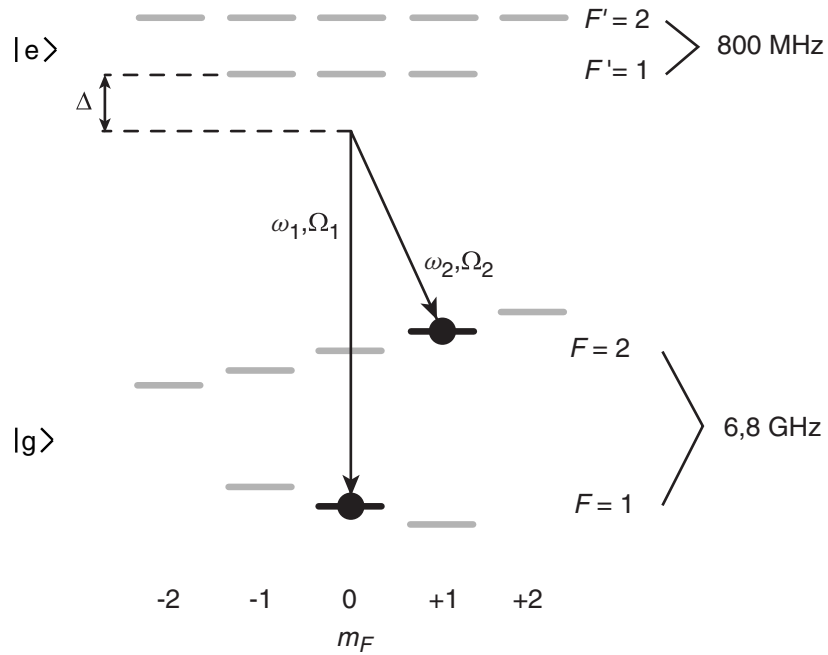


Abbildung 5.1.: Mit Hilfe zweier phasenkohärenter Laser mit Frequenzen ω_1 und ω_2 können zwei Hyperfeingrundzustände durch stimulierte Raman-Übergänge kohärent aneinander gekoppelt werden. Dazu muß die Differenzfrequenz $\omega_1 - \omega_2$ der beiden Laser genau der Energiedifferenz der beiden Zustände entsprechen.

gegeben.

Für die hier eingesetzten Übergänge soll nur die dopplerfreie Anordnung der beiden Laserstrahlen betrachtet werden. Dazu müssen die Ausbreitungsrichtungen der beiden Laser \mathbf{k}_1 und \mathbf{k}_2 übereinstimmen. In dieser Anordnung wird bei der Kopplung kein Impuls auf die Atome übertragen und der Übergang ist unabhängig von der Geschwindigkeit der Atome und damit auch ihrer Dopplerverschiebung. Um in diesem Fall eine resonante Kopplung der beiden Hyperfeinzustände zu erreichen, muß die Differenzfrequenz der beiden Laser ω_{12} genau der Differenzfrequenz der atomaren Zustände ω_{at} entsprechen, also

$$\omega_{12} = \omega_{at}. \quad (5.2)$$

Spontane Zerfälle durch Besetzungen des angeregten Niveaus $|e\rangle$ müssen vermieden werden, um die kohärente Kopplung zu gewährleisten und Verluste durch Zerfälle in unerwünschte Zustände zu unterdrücken. Da die spontane Streurrate jedoch wie Ω_i^2/Δ^2 skaliert, kann diese stark unterdrückt werden, wenn die Verstimmung Δ gegenüber dem angeregten Niveau groß genug gewählt wird. Die effektive Zweiphotonen-Kopplungsstärke $\bar{\Omega}$ sinkt dann zwar auch, aber nur umgekehrt proportional zur Verstimmung Δ . Durch höhere Laserintensitäten bei einer weiten Verstimmung kann so eine konstante Zweiphotonen-Rabifrequenz beibehalten werden und die spontane Streurrate gleichzeitig klein gehalten werden.

5.1.2. Stimulierte Raman-Übergänge in der Ioffe-Falle

Analog zu den gekoppelten Zustandsgleichungen in Kapitel 3.1.1 lassen sich zwei gekoppelte Schrödinger-Gleichungen für die Wellenfunktionen $\psi_0(\mathbf{r})$ bzw. $\psi_1(\mathbf{r})$ der Atome im $|F = 1, m_F = 0\rangle$ bzw. $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand aufstellen, wobei hier zur Vereinfachung nur ein eindimensionales Modell betrachtet werden soll:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_1(t, z) &= \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_1(z) \right) \psi_1(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) e^{-i\omega_{12}t} \psi_0(t, z) \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_0(t, z) &= \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_0(z) \right) \psi_0(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) e^{i\omega_{12}t} \psi_1(t, z). \end{aligned} \quad (5.3)$$

In diesen Gleichungen wurde die Mean-Field-Wechselwirkung der Atome aufgrund der geringen Dichten in der Wechselwirkungszone vernachlässigt. $V_1(z)$ und $V_0(z)$ kennzeichnen hierbei die externen Potentiale in den jeweiligen Zuständen. Die räumliche Abhängigkeit der Hyperfein-Raman-Übergänge wird durch eine räumlich abhängige Kopplungskonstante $\bar{\Omega}(z)$ ausgedrückt.

Transformiert man die Zustände $\psi_1(t, \mathbf{r})$ und $\psi_0(t, \mathbf{r})$ in ein zeitlich oszillierendes Bezugssystem

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_1(t, \mathbf{r}) &= \psi_1(t, \mathbf{r}) e^{i\omega_{12}t/2} \\ \tilde{\psi}_0(t, \mathbf{r}) &= \psi_0(t, \mathbf{r}) e^{-i\omega_{12}t/2}, \end{aligned} \quad (5.4)$$

so ergibt sich für das gekoppelte System der beiden Schrödinger-Gleichungen folgende Form:

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\psi}_1(t, z) &= \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_1(z) - \frac{\hbar\omega_{12}}{2} \right) \tilde{\psi}_1(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) \tilde{\psi}_0(t, z) \\ i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\psi}_0(t, z) &= \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_0(z) + \frac{\hbar\omega_{12}}{2} \right) \tilde{\psi}_0(t, z) + \hbar \bar{\Omega}(z) \tilde{\psi}_1(t, z). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Die Atome im Zustand $|F = 2, m_F = 1\rangle$ sind dem Gravitationspotential und dem magnetischen Fallenpotential ausgesetzt, während die Atome im $|F = 1, m_F = 0\rangle$ Zustand in erster Ordnung nur das Gravitationspotential erfahren. Die beiden Potentiale $V_1(z)$ und $V_0(z)$ ergeben sich daher zu:

$$\begin{aligned} V_1(z) &= mgz + \frac{1}{2} \mu_B \sqrt{B_0^2 + (B'z)^2} + \hbar\omega_{hf} \\ V_0(z) &= mgz. \end{aligned} \quad (5.6)$$

B_0 gibt hierbei das Offset-Magnetfeld der Ioffe-Falle an und B' kennzeichnet den radialen magnetischen Feldgradienten (siehe auch Abschnitt 2.1.4).

5. Bausteine der kohärenten Atomoptik

Sollen Atome an einem Ort z_0 mit den Raman-Lasern wechselwirken, so müssen die Raman-Laser auf den Ort z_0 mit einer Strahltaile w fokussiert werden, so daß die Kopplung $\bar{\Omega}(z) = \bar{\Omega}_0 \exp(-(z - z_0)^2/w^2)$ auf den Ort z_0 lokalisiert ist. Außerdem muß die Energiedifferenz $\hbar\omega_{12}$ der Raman-Laser auf die Potentialdifferenz $V_1(z_0) - V_0(z_0)$ abgestimmt werden.

Zunächst soll an einem Beispiel, in dem die Atome durch die Raman-Übergänge zu 100% in den jeweiligen anderen Zustand überführt werden, die Funktionsweise eines Spiegels für die Materiewellen qualitativ diskutiert werden (siehe Abbildung 5.2). Aus dem Kondensat ausgekoppelte Atome werden im Gravitationspotential beschleunigt und treffen mit einer Geschwindigkeit $-v$ auf die Wechselwirkungszone der Raman-Laser.

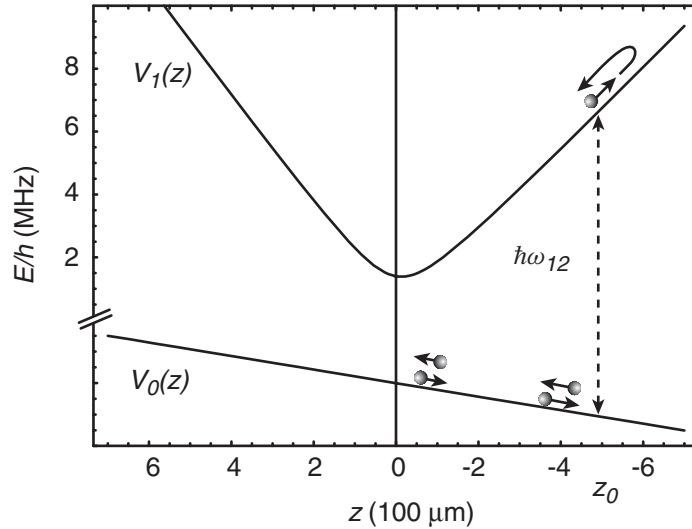


Abbildung 5.2.: Atome werden aus dem Bose-Einstein-Kondensat mit Hilfe von Radiofrequenzwellen ausgekoppelt und im Gravitationspotential beschleunigt. Am Ort z_0 durchqueren diese Atome die Wechselwirkungszone der Raman-Laser und werden in den magnetisch gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 1\rangle$ transferiert, wo sie dem steilen radialen magnetischen Fallenpotential ausgesetzt sind. Dort werden sie am magnetischen Fallenpotential gespiegelt und treten erneut durch die Wechselwirkungszone der Raman-Laser hindurch. Dabei werden sie wieder in den magnetisch nicht gefangenen Ausgangszustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ überführt, haben aber während des gesamten Prozesses ihre Ausbreitungsrichtung umgekehrt.

Dort werden die Atome in den magnetisch gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 1\rangle$ transferiert und sind nun dem radialen magnetischen Feldgradienten des Fallenpotentials ausgesetzt. Da der Potentialgradient des Fallenpotentials wesentlich größer ist als der Gradient des Gravitationspotentials, werden die Atome auf einer Strecke

$$z_{\text{stop}} = \frac{2mgz_0}{\mu_B B'} \quad (5.7)$$

zum Stillstand gebracht und zur Bewegungsumkehr veranlaßt. Sie treten dann erneut durch die Wechselwirkungszone der Raman-Laser, diesmal jedoch mit einer Geschwindigkeit $+v$ und werden wieder in den Ausgangszustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ zurücküberführt.

Das Verfahren bietet dabei zwei entscheidende Vorteile:

- Da die eigentliche Spiegelung am magnetischen Fallenpotential geschieht, sind zum einen nur einige Milliwatt an Laserleistung nötig, um die Atome in einem Abstand von mehreren Millimetern unterhalb des Bose-Einstein-Kondensats zu spiegeln. Im einem bereits realisierten Spiegel mit Hilfe von fernverstimmten Dipolpotentialen mußten mehrere Watt an Laserleistung und ein sehr enger Fokus eingesetzt werden, um Atome in einem Abstand von $500 \mu\text{m}$ unterhalb des Kondensats zu spiegeln [104].
- Zum zweiten weist die durch das magnetische Fallenpotential gebildete Spiegeloberfläche keinerlei Unebenheiten auf, so daß der Anteil an diffuser Reflektion stark unterdrückt ist. Für die Reflektion läßt sich daher erwarten, daß sie die Kohärenzeigenschaften des Atomlasers kaum beeinträchtigt.

5.1.3. Landau-Zener-Übergänge

Um ein Bild davon zu erhalten, wie die Übergangswahrscheinlichkeit in der Wechselwirkungszone von der Laserleistung und der Differenz-Frequenz ω_{12} abhängt, betrachten wir die adiabatischen Potentiale, die die Dynamik der Atome im Falle einer starken Kopplung durch die Raman-Laser bestimmt. Diese Potentiale $V_{\pm}(z)$ ergeben sich direkt aus der Diagonalisierung der gekoppelten Schrödinger-Gleichungen 5.5 ohne den kinetischen Anteil:

$$V_{\pm}(z) = \frac{1}{2} \left\{ V_1(z) + V_0(z) \pm \sqrt{4\hbar^2 \bar{\Omega}^2(z) + \hbar^2 \Delta_{12}^2(z)} \right\}. \quad (5.8)$$

$\Delta_{12}(z)$ gibt hierbei die lokale Verstimmung der Raman-Laser von der Energiedifferenz der beiden Hyperfeinzustände an:

$$\Delta_{12}(z) = (V_1(z) - V_0(z))/\hbar - \omega_{12}. \quad (5.9)$$

Abbildung 5.3 zeigt die adiabatischen Potentiale $V_{\pm}(z)$ für eine gaußförmige räumliche Abhängigkeit der Kopplungskonstanten $\bar{\Omega}(z) = \bar{\Omega}_0 \exp(-(z - z_0)^2/w^2)$ mit einem Strahlradius von $w = 50 \mu\text{m}$ und $\bar{\Omega}_0 = 2\pi \times 14 \text{ kHz}$.

In der Wechselwirkungszone ergibt sich hierbei eine vermiedene Kreuzung der Potentialkurven. Bewegen sich die Atome langsam genug, so folgen sie perfekt den adiabatischen Potentialen und man erhält wieder den Fall einer 100%igen Reflektivität des Spiegels.

Genauere Aussagen über die Effizienz der Raman-Übergänge im Magnetfeld der Ioffe-Falle lassen sich mit Hilfe eines Landau-Zener-Modells [105, 106] erhalten. In diesem Modell ist die Wahrscheinlichkeit für ein Atom, der adiabatischen Potentialkurve zu folgen abhängig von der Kopplungskonstanten $\bar{\Omega}(z_0)$ und der Geschwindigkeit $|v|$, mit der das Atom durch die Wechselwirkungszone hindurchtritt:

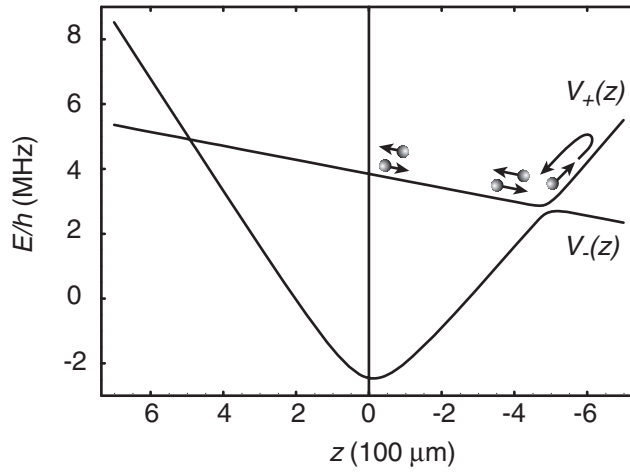


Abbildung 5.3.: Adiabatische Potentiale $V_{\pm}(z)$, denen die Atome bei nicht zu großer Geschwindigkeit folgen.

$$P_{ad} = 1 - \exp(-2\pi\Gamma) \quad (5.10)$$

mit

$$\Gamma = \hbar \frac{\bar{\Omega}^2(z_0)}{1/2\mu_B B' |v|}. \quad (5.11)$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen nichtadiabatischen Übergang in der Wechselwirkungszone ist dann durch

$$P_{nonad} = 1 - P_{ad} = \exp(-2\pi\Gamma) \quad (5.12)$$

gegeben. In Abbildung 5.4 ist die Kopplungsstärke $\bar{\Omega}(z_0)$ gegen den Abstand der Raman-Wechselwirkungszone für eine nichtadiabatische Übergangswahrscheinlichkeit von $P_{nonad} = e^{-1}$, aufgetragen.

Um die Voraussetzungen für einen Landau-Zener-Übergang streng genommen zu erfüllen, müßte eine konstante Kopplungsstärke $\bar{\Omega}(z_0)$ über den ganzen Raumbereich $-\infty < z < \infty$ vorhanden sein. Dies kann in einem Experiment natürlich nie verwirklicht sein, und es müssen im allgemeinen Korrekturen aufgrund der endlichen Wechselwirkungsregion und damit der endlichen Wechselwirkungszeit der Atome mit dem Kopplungsfeld berücksichtigt werden [107, 108, 109]. Ist die Wechselwirkungszone auf einen Raumbereich Δz_0 lokalisiert, so daß die Raman-Kopplung in erster Näherung über eine Zeit $\tau_0 = \Delta z_0/|v|$ wirkt, so spielen diese Korrekturen zum Landau-Zener-Modell eine kleinere Rolle, wenn

$$\frac{\bar{\Omega}_0 \tau_0}{2\Gamma} \gg 1 \quad (5.13)$$

ist [107].

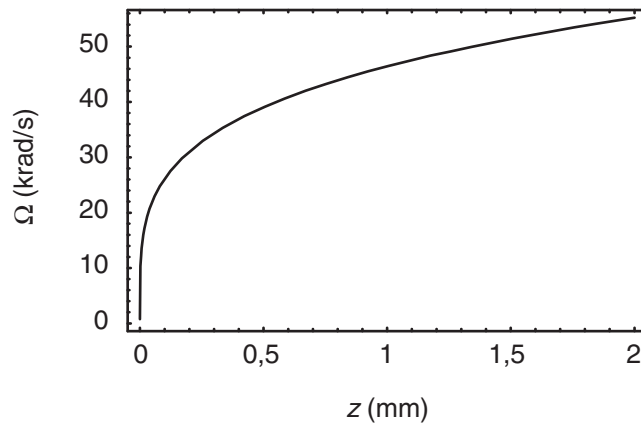


Abbildung 5.4.: Zweiphotonen-Kopplungsstärke in Abhängigkeit des Abstands der Raman-Wechselwirkungszone vom Bose-Einstein-Kondensat für eine nichtadiabatische Übergangswahrscheinlichkeit von $P_{nonad} = e^{-1}$. Dabei wurde ein Landau-Zener-Übergang als Modell vorausgesetzt.

5.2. Experimentelle Realisierung

Die phasenkohärenten Lichtfelder für die Hyperfein-Raman-Übergänge werden mit Hilfe zweier phasenstarr gekoppelter Laserdioden erzeugt. Beide Lichtfelder werden mit Hilfe einer polarisationserhaltenden Glasfaser zur Apparatur geführt, so daß gleichzeitig auch ein perfekter Überlapp der Lichtfelder und damit auch der Ausbreitungsvektoren gewährleistet ist. Mit Hilfe eines Zylinderlinsenteleskops können die beiden Laser bis auf einen vertikalen Strahlradius $w_z = 10 \mu\text{m}$ in die Wechselwirkungszone fokussiert werden.

5.2.1. Raman-Laser

Zur Erzeugung der phasenkohärenten Lichtfelder mit einer einstellbaren Differenzfrequenz dienen zwei gitterstabilisierte Laserdioden M1 und M2 mit einer phasenstarrten Regelung (siehe Abbildung 5.5). Von den Laserdioden werden hierzu etwa 20% ihrer Leistung abgezweigt, und auf einer Photodiode hoher Bandbreite (New Focus Typ 1534) wird ein Schwebungssignal der beiden Lichtfelder erzeugt. Mit Hilfe einer schnellen Regelung können die beiden Laserdioden aus diesem Schwebungssignal und einem Referenzfrequenzsignal bei der Soll-Differenzfrequenz phasenstarr aneinander gekoppelt werden. Der hochfrequente Anteil der Regelung wird dabei über den Strom der Laserdiode vorgenommen und erlaubt hohe Regelbandbreiten von mehreren MHz. Der niederfrequente Anteil der Regelung wird wie in Abschnitt 2.1.1 beschrieben über das holographische Gitter in den Laserdioden durchgeführt. Eine genaue Beschreibung des hier eingesetzten Aufbaus findet sich in [110]. Mit Hilfe eines Frequenz-Synthesizers kann in diesem Aufbau die Differenzfrequenz der beiden Laserdioden direkt eingestellt werden.

5. Bausteine der kohärenten Atomoptik

Um höhere Ausgangsleistung der beider Lichtfelder zu erhalten, injizieren die beiden Laserdioden M1 und M2 zwei leistungsstärkere Laserdioden S1 (Mitsubishi ML60114R-01) und S2 (SDL 5411-G1), aus denen 50 mW bzw. 100 mW an Laserleistung zur Verfügung stehen. Zur Injektion werden die Lichtfelder der Laser M1 und M2 über einen 30 dB optischen Isolator in die Laserdioden S1 bzw. S2 eingekoppelt. Für geeignete Temperatur und Stromwerte ist der Resonator der Laserdioden S1 und S2 an die Wellenlänge der Laser M1 und M2 angepaßt, so daß diese als Keime wirkenden Lichtfelder in den Laserdioden S1 und S2 verstärkt werden. Die phasenstarre Kopplung der Lichtfelder bleibt bei einer guten Injektion vollständig erhalten. Dazu muß jedoch sichergestellt werden, daß die Sklavenlaser S1 und S2 nur das eingestrahelte Lichtfeld verstärken und nicht selber bei einer weiteren Frequenz Licht erzeugen. Um dies zu kontrollieren, wird das Ausgangssignal der Laserdioden S1 und S2 in einem Fabry-Perot-Resonator analysiert. Dort läßt sich sofort erkennen, ob die Sklavenlaser auf weiteren unerwünschten Moden Licht erzeugen. Über eine gute Modenanpassung der Laser M1 und M2 an die Laserstrahlen S1 und S2 sowie über die Temperatur und den Strom der Sklavenlaser kann der Injektionsprozeß anhand des Fabry-Perot-Ausgangssignals optimiert werden.

Aufbereitung der Laserstrahlen für das Experiment

Um ein schnelles, unabhängiges Schalten der beiden Lichtfelder aus den Sklavenlasern S1 und S2 zu ermöglichen, werden zwei akustooptische Modulatoren (AOM's) bei einer Festfrequenz von 80 MHz eingesetzt (siehe Abbildung 5.5). Beide AOM's werden dabei von derselben Referenzfrequenz bei 80 MHz getrieben, und von beiden wird die +1. Beugungsordnung im weiteren Experiment eingesetzt. Der Frequenzversatz der Laserfelder um 80 MHz ist so in beiden Laserstrahlen genau gleich, so daß keine Veränderung der Differenzfrequenz entsteht. Die beiden Laserstrahlen werden orthogonal linear polarisiert, auf einem polarisierenden Strahlteiler überlagert und in eine polarisationserhaltende Glasfaser eingekoppelt, die zur Vakuumkammer geleitet wird. Dabei wurde darauf geachtet, die Polarisationen der Laserstrahlen mit den optischen Achsen der Glasfaser in Übereinstimmung zu bringen. In der Glasfaser kann so eine Mischung der beiden Polarisationskomponenten vermieden werden, und an der Ausgangsseite der Glasfaser können beide Laserstrahlen mit einem Linearpolarisator wieder getrennt werden. Dies ermöglicht es auch, dopplersensitive Anordnungen mit gegenläufigen Laserstrahlen zu schaffen. Die hier verwendete dopplerfreie Anordnung mit parallelen Ausbreitungsvektoren der beiden Raman-Laserstrahlen ist durch die Modenfilterung in der Glasfaser außerdem optimal sichergestellt.

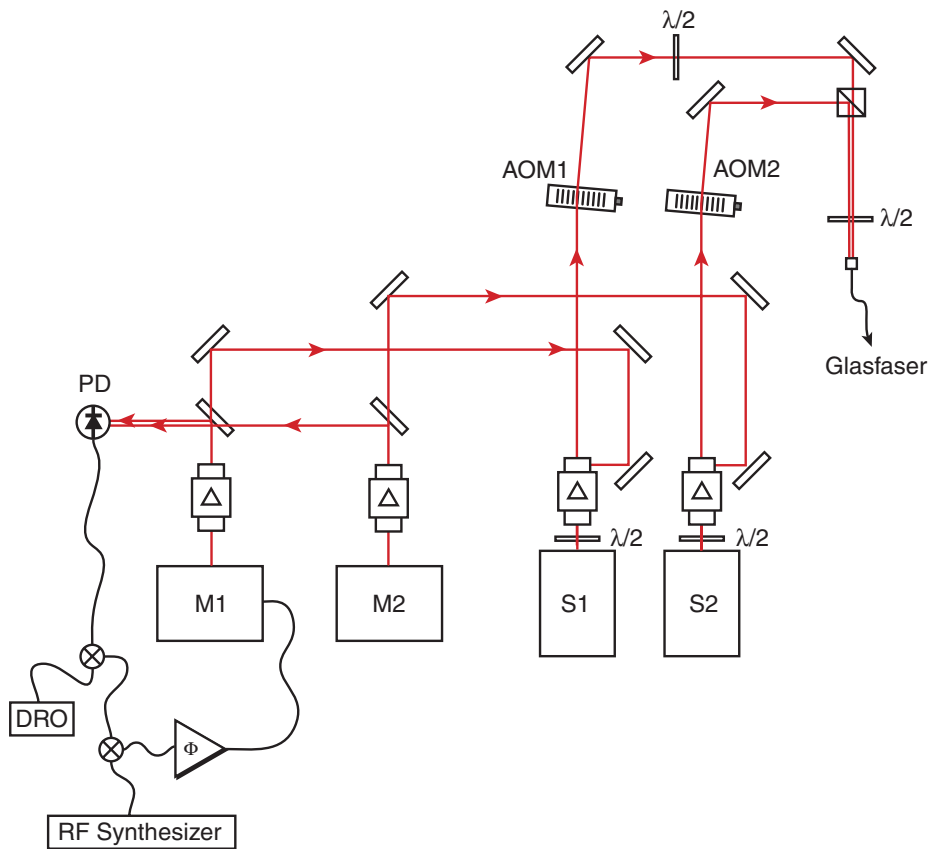


Abbildung 5.5.: Experimenteller Aufbau der Laser für die Hyperfein-Raman-Übergänge. Zwei gitterstabilisierte Laserdioden M1 und M2 werden über einen Regelkreis phasenstarr miteinander verbunden. Über den Frequenz-Synthesizer und den festfrequenten Oszillator (DRO) im Regelkreis kann die Differenzfrequenz der beiden Laser eingestellt werden. Diese beiden Laserdioden M1 und M2 injizieren jeweils einen Sklavenlaser S1 und S2, um höhere Ausgangsleistungen für die Raman-Übergänge einsetzen zu können. Mit Hilfe zweier akustooptischer Modulatoren können kurze Lichtpulse mit einer minimalen Pulslänge von $1 \mu\text{s}$ erzeugt werden. Beide Laserstrahlen der Sklavenlaser werden über eine Glasfaser zur Vakuumkammer geführt.

5.3. Experimentelle Ergebnisse

Als Ausgangspunkt für die folgenden Experimente diente wieder ein Bose-Einstein-Kondensat im $|F = 1, m_F = -1\rangle$ Zustand. Aus dem Kondensat wurden Atome mit Hilfe der Radiofrequenzaukopplung in den $|F = 1, m_F = 0\rangle$ Zustand überführt. Im Abstand von ca. $500\ \mu\text{m}$ unterhalb des Bose-Einstein-Kondensats wurden die Hyperfein-Raman-Laser auf eine horizontale Breite von $w_x \approx 200\ \mu\text{m}$ und eine vertikale Breite von bis zu $w_z \approx 20\ \mu\text{m}$ fokussiert. Die Raman-Laser waren dabei um $50\ \text{GHz}$ rot gegenüber der D_1 -Linie verstimmt. Nach der Glasfaser standen $0 - 25\ \text{mW}$ an Leistung zur Verfügung, so daß effektive Raman-Kopplungsstärken von bis zu mehreren Mrad/s prinzipiell realisiert werden konnten. Typischerweise wurden für die Wechselwirkung Laserleistungen von $1\ \text{mW}$ eingesetzt, mit Kopplungsstärken von mehreren $100\ \text{krad/s}$. Eine genaue quantitative Untersuchung der Wechselwirkungen ist momentan im Gange, und die hier vorgestellten Ergebnisse sollten bislang eher als Demonstrationsexperimente gesehen werden.

Transfer in den magnetisch gefangenen Zustand

In einem ersten Experiment wurde die Raman-Kopplung für wenige Millisekunden eingeschaltet, nachdem der Atomlaserstrahl begonnen hatte, die Wechselwirkungszone zu passieren. Die Atome wurden so in den magnetisch gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 1\rangle$ transferiert. Bevor diese Atome jedoch nach ihrer Bewegungsumkehr erneut durch die Wechselwirkungszone hindurchtreten konnten, wurde die Raman-Kopplung wieder ausgeschaltet. Die Atome bleiben so im magnetisch gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 1\rangle$ gespeichert und oszillieren im durch die magnetische Falle gebildeten Resonator auf und ab (siehe Abbildungen 5.6 und 5.7). An den Wendepunkten besitzen die Atome dabei ihre höchste Aufenthaltswahrscheinlichkeit, so daß die Atome dort jeweils zusammenzulaufen scheinen.

Aufgrund des harmonischen Fallenpotentials in axialer Richtung ist der gefangene Atomlaser einem quadratischen Fallenpotential ausgesetzt. Ähnlich wie Licht in einem Medium mit einer quadratischen Brechungsindexvariation wird der gespeicherte Atomlaser dadurch permanent fokussiert und wieder defokussiert. Aus der Breite des Atomlasers in horizontaler Richtung in Abbildung 5.7 erkennt man, daß ungefähr bei der 10. Aufnahme nach etwa $20\ \text{ms}$ ein Minimum in der Breite erreicht wurde. Begrenzt durch die Auflösung unseres Abbildungssystems liegt die Breite dort bei etwa $8\ \mu\text{m}$ gegenüber einer anfänglichen Breite des Atomlasers von $70\ \mu\text{m}$.

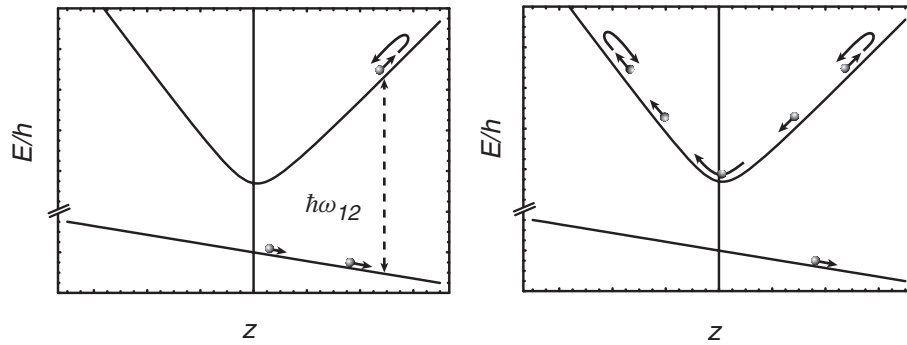


Abbildung 5.6.: Speichern eines Atomlasers im magnetischen Resonator der Ioffe-Falle. Die Raman-Kopplung transferiert die Atome lokal in den $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand (a). Bevor diese Atome erneut die Wechselwirkungszone nach ihrer Bewegungsumkehr passieren, wird die Raman-Kopplung ausgeschaltet. Die Atome sind dann im magnetischen Potential gespeichert (b).

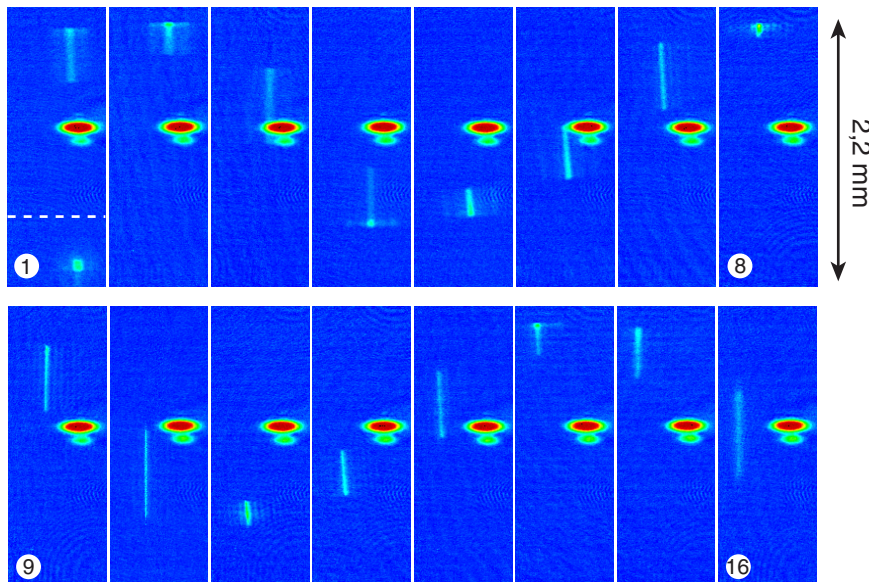


Abbildung 5.7.: Experimentelle Realisierung des Wiedereinkoppelns von Atomen in das magnetische Fallenpotential. Auf dem ersten Bild sind die wiedereingekoppelten Atome bereits auf dem Weg zum oberen Wendepunkt. Am unteren Bildrand des ersten Bildes sind noch Atome im $|F = 1, m_F = 0\rangle$ Zustand zu sehen, bei denen die Raman-Kopplung bereits ausgeschaltet war, als diese die Wechselwirkungszone (gestrichelte Linie) passierten. Diese Atome fallen im Gravitationspotential weiter abwärts und sind auf den folgenden Bildern nicht mehr zu sehen. Aufgrund des harmonischen Fallenpotentials in axialer Richtung der Ioffe-Falle wird der Atomlaser fokussiert und wieder defokussiert. Beim 10ten Bild ist eine minimale Breite an der Grenze der Auflösung unseres Abbildungssystems erreicht.

Reflektion in den magnetisch ungefangenen Zustand

In einem zweiten Experiment wurde die Raman-Kopplung länger eingeschaltet und so ein Spiegel für die Materiewellen realisiert. Atome aus dem Atomlaser im $|F = 1, m_F = 0\rangle$ Zustand wurden so zunächst in den $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand überführt, dort abgebremst und zur Bewegungsumkehr im magnetischen Fallenpotential gebracht. Diese Atome konnten nun erneut mit den Raman-Lasern wechselwirken (siehe auch Abbildung 5.3) und wurden wieder in den Ausgangszustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ überführt. Die Bewegungsrichtung der Atome hat sich bei diesem Prozeß jedoch umgekehrt, so daß die reflektierte Welle auf das Bose-Einstein-Kondensat zuläuft. Abbildung 5.8 zeigt Absorptionsoptionen während des Spiegelprozesses entlang der radialen Richtung des Bose-Einstein-Kondensats in einem zeitlichen Abstand von 1 ms. Um eine zu starke Belichtung der CCD-Kamera durch die intensiven Raman-Laser zu vermeiden, mußten diese immer mindestens 5 ms vor der Belichtung der Kamera ausgeschaltet werden. In den Bildern waren die Raman-Laser deshalb schon ausgeschaltet, als einige Atome im $|F = 2, m_F = 1\rangle$ Zustand noch nicht die Wechselwirkungszone zum zweiten Mal passiert hatten. Deshalb sind auf den Bildern auch wiedereingefangene Atome zu sehen. Diese wiedereingekoppelten Atome überholen dabei aufgrund der starken Beschleunigung im Magnetfeld die Atome im magnetisch nicht gefangenen Zustand und sind als schmaler, länglicher Streifen unter dem Signal der $|F = 1, m_F = 0\rangle$ Atome zu sehen.

Die Aufnahmen zeigen, daß der reflektierte Atomlaser zum Kondensat zurückkehrt und dort auch seinen Wendepunkt besitzt. Aufgrund der radialen Divergenz des Atomlasers läuft der Atomlaser leicht auseinander und ist an seinem Wendepunkt breiter als seine vom Bose-Einstein-Kondensat bestimmte Ausgangsbreite.

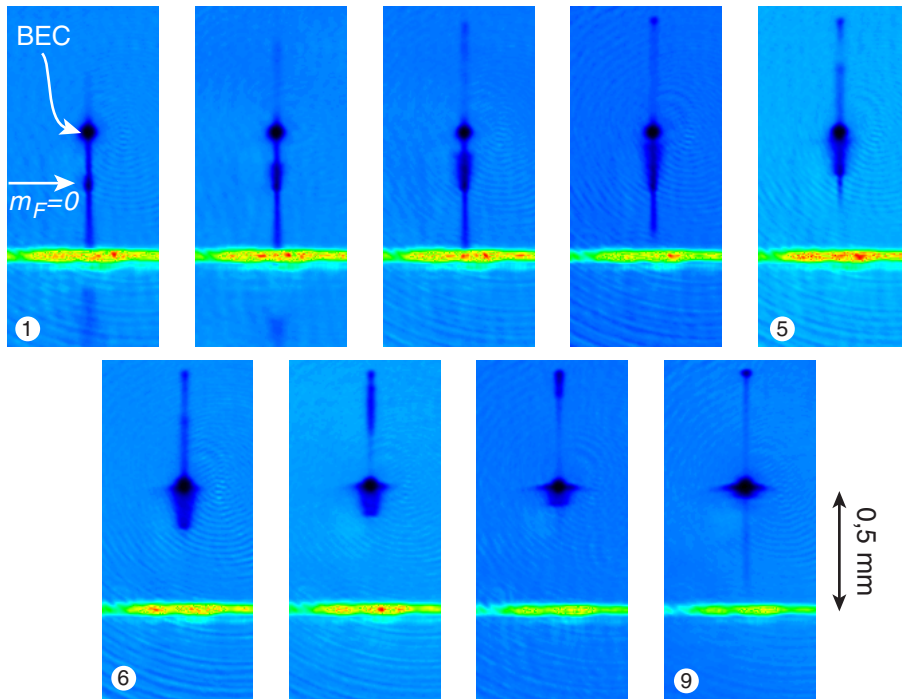


Abbildung 5.8.: Spiegelung des Atomlasers mit Hilfe von Hyperfein-Raman-Übergängen. Der Atomlaser wird in der Wechselwirkungszone der Raman-Laser (heller Strich im unteren Drittel der Bilder) in den magnetischen gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 1\rangle$ überführt und dann am magnetischen Potential der Ioffe-Falle gespiegelt. Beim erneuten Durchqueren der Wechselwirkungszone werden die Atome wieder in den magnetisch nicht gefangenen Zustand $|F = 1, m_F = 0\rangle$ transferiert, haben aber ihre Bewegungsrichtung umgekehrt. Die Absorptionsabbildungen entstanden entlang der radialen Achse des Bose-Einstein-Kondensats. Entlang dieser Blickrichtung besitzt der Atomlaser eine höhere Divergenz, die dazu führt, daß die reflektierten Atome an ihrem Wendepunkt im Kondensat eine größere Breite als das Kondensat besitzen.

Ausblick

Mit der Entwicklung der Bose-Einstein-Kondensation und dem in dieser Arbeit erstmalig demonstrierten kontinuierlichen Auskoppelmechanismus steht eine neuartige, kohärente Strahlquelle für Materiewellen, ein Atomlaser, zur Verfügung. Mit diesen Atomlasern eröffnen sich vielversprechende Perspektiven für eine Vielzahl von Forschungsgebieten. So sind neue Materiewellen-Interferometer vorstellbar, deren Meßgenauigkeit die bisheriger Interferometer um Größenordnungen übertreffen können. Damit lassen sich u. a. neue Dimensionen in der Präzision der Vermessung der Erdbeschleunigung erwarten, die für unsere Erkenntnis über den Aufbau der Erde eine zentrale Rolle spielt. Aber auch kleinste Rotationsbewegungen können durch solche Interferometer wesentlich genauer bestimmt werden, als dies bislang möglich ist, und eine Schlüsselfunktion in Navigationssystemen übernehmen.

Eine neue Generation von Atomuhren ließe sich z. B. realisieren, wenn es gelingt, den Atomlaserstrahl in einem Resonator zu speichern. Es würden so extrem lange Wechselwirkungszeiten möglich, die die Genauigkeit eines solchen atomaren Frequenzstandards verbessern können. Das Rubidium Atom scheint dabei aufgrund seiner kleinen Phasenverschiebungen bei Kollisionen zweier Atome besonders gut geeignet zu sein.

Auch für die zerstörungsfreie Strukturanalyse können Atomlaser neue Möglichkeiten aufzeigen. Schon nach 20 cm Fallstrecke im Gravitationsfeld sind de Broglie-Wellenlängen von zwei Nanometern erreicht. Im Prinzip erscheint eine atomare Auflösung nach einer Transmission durch eine atomare Beugungsstruktur daher möglich. Die Wellenlänge des Atomlasers ließe sich dabei auf einfache Weise mit Hilfe der hier demonstrierten Hyperfein-Raman-Übergänge in einem Magnetfeld auf nahezu beliebige Werte bis in den Sub-Nanometer-Bereich einstellen und so an die zu untersuchende Struktur anpassen. Aufgrund der möglichen kleinen de Broglie-Wellenlänge sollten sich diese Atomlaserstrahlen auch bis in den Sub-Nanometer Bereich fokussieren lassen, womit sich kleinste Strukturen schreiben ließen. Für eine praktische Anwendbarkeit müßten die Flüsse der Atomlaserstrahlen dazu jedoch noch um Größenordnungen gesteigert werden.

Wie im zweiten Teil der Arbeit demonstriert wurde, lassen sich die hier erzeugten Atomlaserstrahlen auch als empfindliche Proben für die Kohärenzeigenschaften des Bose-Einstein-Kondensats einsetzen. Eine spannende Aufgabe ist es z. B., die zeitliche Entstehung der Kohärenz während des Kondensationsprozesses zu vermessen. Dabei könnte erstmals geklärt werden, ob während des Kondensationsprozesses sogenannte Quasi-Kondensate auftreten, die als unabhängige kleine Bose-Einstein-Kondensate mit einer willkürlichen relativen Phase angesehen werden können. Für das Verständnis des Kondensationsprozesses wäre es wichtig zu wissen, auf welcher Zeitskala diese Quasi-Kondensate gebildet werden und auf welcher Zeitskala sich ihre Phasen zusammenschließen.

Neben den Korrelationen erster Ordnung in den Quantenfelder, die die Phasenkohärenz des Systems beschreibt, ist auch das Studium der Korrelationen höherer Ordnung, insbeson-

dere der Zwei-Teilchen-Korrelationen, von besonderem Interesse. Der experimentelle Nachweis der vorausgesagten reduzierten Intensitätsfluktuationen eines Atomlasers gegenüber einer thermischen Wolke ist dabei eine besonders herausfordernde Aufgabe.

A. Rubidium Daten

In der folgenden Tabelle sind einige wichtige Daten des ^{87}Rb Isotops zusammengestellt. Bei den s -Wellen Streulängen kennzeichnet a_0 die atomare Einheit des Bohr'schen Radius $a_0 = 0,529 \times 10^{-10}$ m.

Natürliche Isotopenhäufigkeit	27,83%
Kernspin I	$3/2$
Masse	86,9902 u [111]
Mittlerer Radius $\langle r \rangle$	$5,632 a_0$ [111]
Kernmagnetischer g -Faktor g_I	-0.0009951414
Vakuumwellenlänge D_1 -Übergang λ_{D1}	794,979 nm [111]
Vakuumwellenlänge D_2 -Übergang λ_{D2}	780,241 nm [111]
Linienbreite D_1 -Übergang Γ_{D1}	$2\pi \times 5,58$ MHz [111]
Linienbreite D_2 -Übergang Γ_{D2}	$2\pi \times 6,01$ MHz [111]
Lebensdauer $ 5^2P_{1/2}\rangle$	28,5 ns [111]
Lebensdauer $ 5^2P_{3/2}\rangle$	26,5 ns [111]
Sättigungsintensität	1,654 mW/cm ² [111]
Grundzustand-Hyperfeinaufspaltung ν_{hfs}	6834682612.8 Hz [112]
Triplet Streulänge a_T	$106 \pm 4 a_0$ [113]
Singlet Streulänge a_S	$90 \pm 1 a_0$ [113]
$ F = 1, m_F = -1\rangle$ Streulänge a	$103 \pm 5 a_0$ [114]
Dreikörper Verlustrate K_3	$4,3 \times 10^{-29}$ cm ⁶ /s [96]

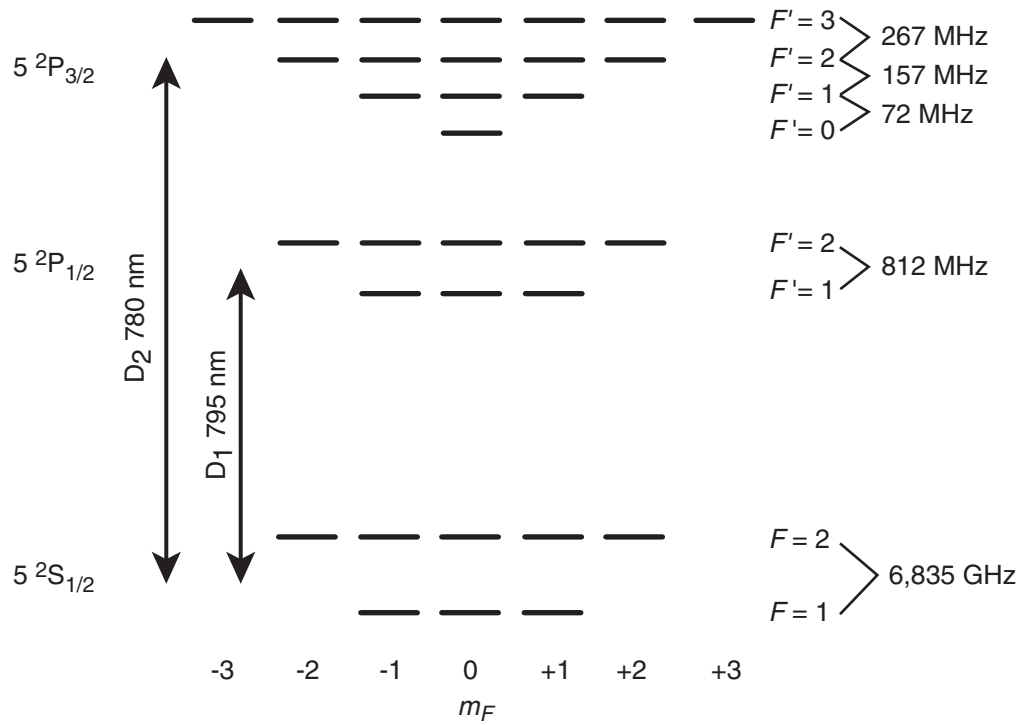


Abbildung A.1.: ^{87}Rb Termschema.

B. Zustandsaufspaltung im Magnetfeld

Um die genaue energetische Verschiebung der magnetischen Unterzustände der ^{87}Rb Hyperfeingrundzustände in einem äußeren Magnetfeld \mathbf{B} zu berechnen, muß der gesamte Hamiltonoperator H_B des Hüllenelektrons und des Atomkerns im Magnetfeld diagonalisiert werden. Der Hamiltonoperator H_B ist mit dem Spin des Elektrons \mathbf{S} und dem Spin des Atomkerns \mathbf{I} durch

$$H_B = g_e \mu_B \mathbf{S} \cdot \mathbf{B} + g_I \mu_B \mathbf{I} \cdot \mathbf{B} + 2C \mathbf{S} \cdot \mathbf{I} \quad (\text{B.1})$$

gegeben. Hierbei ist g_e der g -Faktor des Elektrons und g_I der kernmagnetische g -Faktor. Der erste Term im Hamiltonian beschreibt die Wechselwirkung des magnetischen Moments des Hüllenelektrons mit dem äußeren Magnetfeld, der zweite die Wechselwirkung des magnetischen Moments des Atomkerns mit dem äußeren Magnetfeld und der letzte Term beschreibt Fermi-Kontakt-Wechselwirkung des magnetischen Moments des Atomkerns mit dem vom Elektron erzeugten Magnetfeld. Die in der Kontakt-Wechselwirkung auftretende Konstante C hängt elementar mit der Hyperfeinaufspaltung des Grundzustands ν_{hfs} zusammen:

$$C = \frac{\nu_{hfs}}{2I + 1}. \quad (\text{B.2})$$

Die Diagonalisierung des Hamiltonoperators in Gleichung B.1 ergibt die bekannte Breit-Rabi-Formel [115] für die Energieeigenwerte in Abhängigkeit des Magnetfeldes.

$$E_{BR}(B, m_F) = -\frac{h\nu_{hfs}}{2(2I + 1)} + g_I m_F \mu_B B \pm \frac{h\nu_{hfs}}{2} \sqrt{1 + \frac{4m_F \xi(B)}{2I + 1} + \xi^2(B)}, \quad (\text{B.3})$$

mit

$$\xi(B) = (g_e - g_I) \frac{\mu_B B}{\nu_{hfs}}. \quad (\text{B.4})$$

Für den oberen Hyperfeingrundzustand wird das positive Vorzeichen in Gleichung B.3 und für den unteren Hyperfeingrundzustand das negative Vorzeichen verwendet.

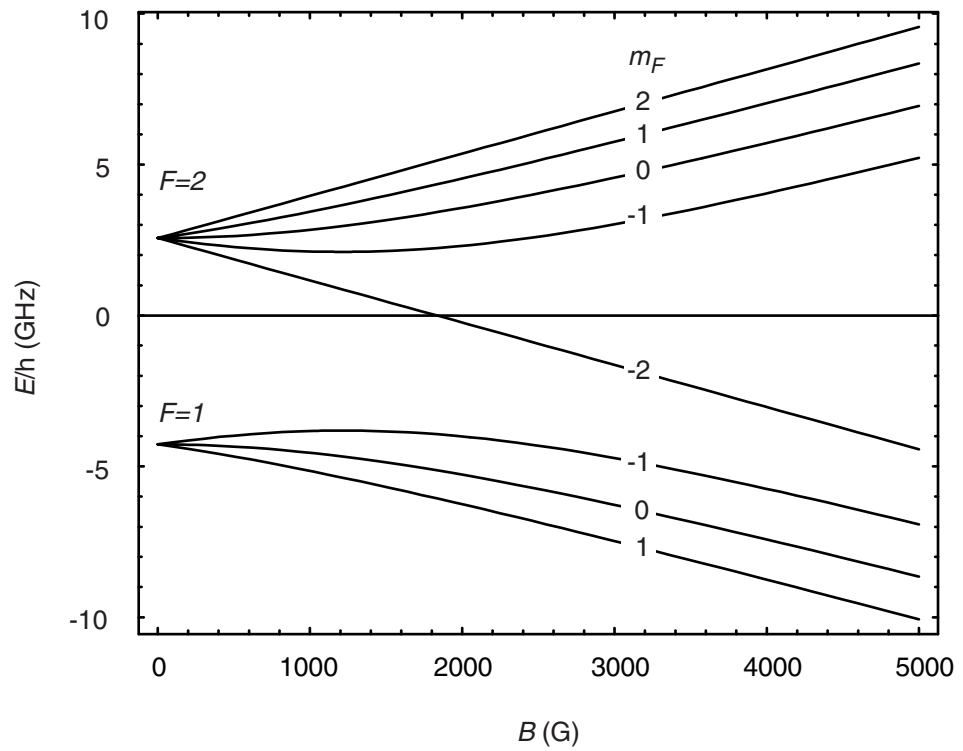


Abbildung B.1.: Energieverschiebung der magnetischen Unterzustände der ^{87}Rb Hyperfein- grundzustände in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfeldes nach Gleichung B.3.

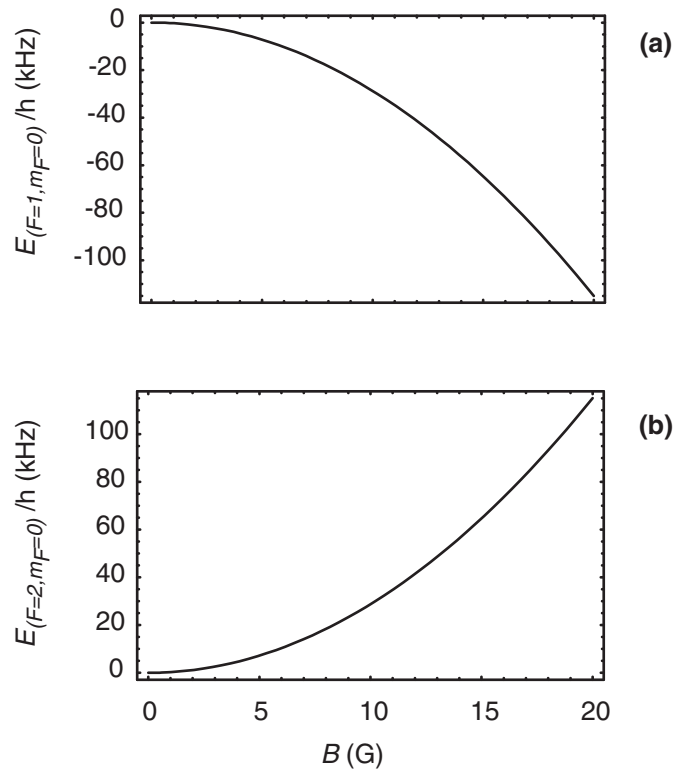


Abbildung B.2.: Energieverschiebung der magnetischen Unterzustände $|F = 1, m_F = 0\rangle$ (a) und $|F = 2, m_F = 0\rangle$ (b) in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfeldes nach Gleichung B.3.

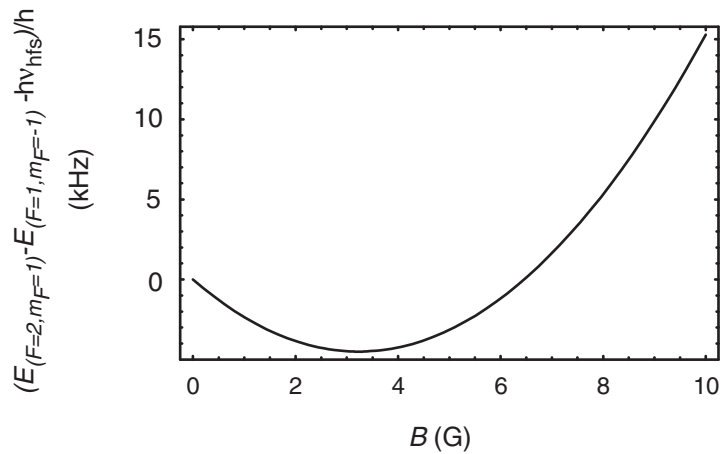


Abbildung B.3.: Energiedifferenz der Zustände $|F = 1, m_F = -1\rangle - |F = 2, m_F = 1\rangle - h\nu_{hfs}$ in Abhängigkeit eines äußeren Magnetfeldes nach Gleichung B.3.

Literaturverzeichnis

- [1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor*. Science, **269** (1995), 198.
- [2] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms*. Physical Review Letters, **75** (1995), 3969.
- [3] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett und R. G. Hulet. *Evidence of Bose-Einstein Condensation in an Atomic Gas with Attractive Interactions*. Physical Review Letters, **75** (1995), 1687.
- [4] C. C. Bradley, C. A. Sackett und R. G. Hulet. *Bose-Einstein Condensation of Lithium: Observation of Limited Condensate Number*. Physical Review Letters, **78** (1997), 985.
- [5] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend und W. Ketterle. *Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms*. Physical Review Letters, **78** (1997), 582.
- [6] B. P. Anderson und M. A. Kasevich. *Macroscopic Quantum Interference from Atomic Tunnel Arrays*. Science, **282** (1998), 1686.
- [7] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *A Well-Collimated Quasi-Continuous Atom Laser*. Science, **283** (1999), 1706.
- [8] I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Atom Laser with a cw Output Coupler*. Physical Review Letters, **82** (1999), 3008.
- [9] S. N. Bose. *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*. Zeitschrift für Physik, **26** (1924), 178.
- [10] A. Einstein. *Zur Quantentheorie des idealen Gases*. Sitzungsberichte, Preussische Akademie der Wissenschaften, **Bericht 3** (1925), 18.
- [11] N. N. Bogoliubov. *On the theory of superfluidity*. Journal of Physics U.S.S.R., **11** (1947), 23.
- [12] S. T. Beliaev. *Application of methods of quantum field theory to a system of bosons*. Soviet Physics JETP, **7** (1958), 289.
- [13] S. T. Beliaev. *Energy spectrum of a non-ideal bose gas*. Soviet Physics JETP, **7** (1958), 299.

- [14] F. London. *The λ -phenomenon of Liquid Helium and the Bose-Einstein Degeneracy*. Nature, **141** (1938), 643.
- [15] F. London. *On the Bose-Einstein Condensation*. Physical Review, **54** (1938), 947.
- [16] O. Penrose. *On the Quantum Mechanics of Helium II*. Philosophical Magazine, **42** (1951), 1373.
- [17] O. Penrose und L. Onsager. *Bose-Einstein Condensation and Liquid Helium*. Physical Review, **104** (1956), 576.
- [18] C. N. Yang. *Concept of Off-Diagonal Long-Range Order and the Quantum Phases of Liquid He and of Superconductors*. Reviews of Modern Physics, **34** (1962), 694.
- [19] B. D. Josephson. *Possible new effects in superconductive tunneling*. Physics Letters, **1** (1962), 251.
- [20] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Observation of interference between two Bose condensates*. Science, **275** (1997), 637.
- [21] B. Anderson. *Bose-Einstein Condensation and Macroscopic Quantum Interference with Atomic Tunnel Arrays*. Doktorarbeit, Stanford University, 1999.
- [22] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner und T. J. Greytak. *Bose-Einstein Condensation of Atomic Hydrogen*. Physical Review Letters, **81** (1998), 3811.
- [23] A. L. Fetter. *Nonuniform States of an Imperfect Bose Gas*. Annals of Physics, **70** (1972), 67.
- [24] A. L. Fetter. *Theory of a dilute low-temperature trapped Bose condensate*. Proceedings of the International School of Physics Enrico Fermi, Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases, IOS Press, (1998).
- [25] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari. *Thermodynamics of a Trapped Bose-Condensed Gas*. Journal of Low Temperature Physics, **109** (1997), 309.
- [26] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari. *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*. Reviews of Modern Physics, **71** (1999), 463.
- [27] R. K. Pathria. *Statistical Mechanics*. Pergamon Press, 1972.
- [28] A. L. Fetter und J. D. Walecka. *Quantum Theory of Many Particle Systems*. McGraw-Hill, 1971.
- [29] A. Griffin. *Conserving and gapless approximations for an inhomogeneous Bose gas at finite temperatures*. Physical Review B, **53** (1996).

- [30] D. A. W. Hutchinson, R. J. Dodd und K. Burnett. *Gapless Finite-T Theory of Collective Modes of a Trapped Gas*. Physical Review Letters, **81** (1998), 2198.
- [31] P. G. de Gennes. *Superconductivity of Metals and Alloys*. W. A. Benjamin, 1966.
- [32] F. Dalfovo, S. Giorgini, M. Guilleumas, L. Pitaevskii und S. Stringari. *Collective and single-particle excitations of a trapped Bose gas*. Physical Review A, **56** (1997), 3840.
- [33] D. A. W. Hutchinson, E. Zaremba und A. Griffin. *Finite Temperature Excitations of a Trapped Bose Gas*. Physical Review Letters, **78** (1997), 1842.
- [34] D. M. Ceperley und E. L. Pollock. *Path-Integral Computation of the Low-Temperature Properties of Liquid ^4He* . Physical Review Letters, **56** (1986), 351.
- [35] P. Sokol. *Bose-Einstein Condensation in Liquid Helium*. in Bose-Einstein Condensation edited by A. Griffin, D. W. Snoke und S. Stringari. Cambridge University Press, (1995).
- [36] M. Edwards, P. A. Ruprecht, K. Burnett, R. J. Dodd und C. W. Clark. *Collective Excitations of Atomic Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, **77** (1996), 1671.
- [37] K. G. Singh und D. S. Rokhsar. *Collective Excitations of a Confined Bose Condensate*. Physical Review Letters, **77** (1996), 1667.
- [38] R. J. Dodd, M. Edwards, C. W. Clark und K. Burnett. *Collective excitations of Bose-Einstein-condensed gases at finite temperatures*. Physical Review A, **57** (1998), R32.
- [39] V. L. Ginzburg und L. P. Pitaevskii. *On the Theory of Superfluidity*. Soviet Physics JETP, **7** (1958), 858.
- [40] E. P. Gross. *Structure of a Quantized Vortex in Boson Systems*. Nuovo Cimento, **20** (1961), 451.
- [41] S. Giorgini, L. P. Pitaevskii und S. Stringari. *Condensate fraction and critical temperature of a trapped interacting Bose gas*. Physical Review A, **54** (1996), 4633.
- [42] M. Naraschewski und R. J. Glauber. *Spatial coherence and density correlations of trapped Bose gases*. Physical Review A, **59** (1999), 4595.
- [43] W. Hoston und L. You. *Interference of two condensates*. Physical Review A, **53** (1996), 4254.
- [44] J. I. Cirac, C. W. Gardiner, M. Naraschewski und P. Zoller. *Continuous observation of interference fringes from Bose condensates*. Physical Review A, **54** (1996), R3714.
- [45] Y. Castin und J. Dalibard. *Relative phase of two Bose-Einstein condensates*. Physical Review A, **77** (1997), 5315.

- [46] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König und T. W. Hänsch. *A Compact Grating-Stabilized Diode Laser System for Atomic Physics*. Optics Communication, **117** (1995), 541.
- [47] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu und D. E. Pritchard. *Trapping of Neutral-Sodium Atoms with Radiation Pressure*. Physical Review Letters, **59** (1987), 2631.
- [48] C. S. Adams und E. Riis. *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. Progress in Quantum Electronics, **21** (1997), 1.
- [49] W. D. Phillips. *Laser cooling and trapping of neutral atoms*. Reviews of Modern Physics, **70** (1998), 721.
- [50] H. J. Metcalf und P. van der Straten. *Laser Cooling and Trapping*. Graduate Texts in Contemporary Physics. Springer, 1999.
- [51] T. W. Hänsch und A. L. Schawlow. *Cooling of gases by laser radiation*. Optics Communication, **13** (1975), 68.
- [52] J. Dalibard und C. Cohen-Tannoudji. *Laser Cooling Below the Doppler Limit by Polarization Gradients*. Journal of the Optical Society of America B, **6** (1989), 2023.
- [53] T. Walker, D. Sesko und C. Wieman. *Collective Behaviour of Optically Trapped Neutral Atoms*. Physical Review Letters, **64** (1990), 408.
- [54] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson und C. Wieman. *Very cold trapped atoms in a vapor cell*. Physical Review Letters, **65** (1990), 1571.
- [55] T. Esslinger. *Geschwindigkeitsselektive Dunkelzustände in Rubidium*. Doktorarbeit, LMU München, 1995.
- [56] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher und E. A. Cornell. *Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap*. Journal of the Optical Society of America B, **11** (1994), 1332.
- [57] B. Martin. Universität bonn report no. bonn-ir-75-8, Universität Bonn, 1975.
- [58] N. Niehues. Universität bonn report no. bonn-ir-76-35, Universität Bonn, 1976.
- [59] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman und H. J. Metcalf. *First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms*. Physical Review Letters, **54** (1985), 2596.
- [60] W. Wing. *On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields*. Progress in Quantum Electronics, **8** (1984), 181.
- [61] E. Majorana. *Atomi Orientati in Campo Magnetico Variabile*. Nuovo Cimento, **9** (1933), 43.

- [62] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher und E. A. Cornell. *Stable, Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms*. Physical Review Letters, **74** (1995), 3352.
- [63] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews und W. Ketterle. *Evaporative cooling of Sodium atoms*. Physical Review Letters, **74** (1995), 5202.
- [64] D. E. Pritchard. *Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy*. Physical Review Letters, **51** (1983), 1336.
- [65] T. Bergeman, G. Erez und H. Metcalf. *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*. Physical Review A, **35** (1987), 1535.
- [66] T. Esslinger, I. Bloch und T. W. Hänsch. *Bose-Einstein condensation in a quadrupole-Ioffe-configuration trap*. Physical Review A, **58** (1998), R2664.
- [67] H. F. Hess. *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen*. Physical Review B, **34** (1986), 3476.
- [68] K. B. Davis, M.-O. Mewes und W. Ketterle. *An Analytical Model for Evaporative Cooling of Atoms*. Applied Physics B, **60** (1995), 155.
- [69] W. Ketterle und N. J. van Druten. *Evaporative Cooling of Trapped Atoms*. Advances in Atomic and Molecular, and Optical Physics, **37** (1996), 181.
- [70] E. Hecht und A. Zajac. *Optics*. Addison-Wesley, 1979.
- [71] M. R. Andrews, M.-O. Mewes, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn und W. Ketterle. *Direct, Nondestructive Observation of a Bose Condensate*. Science, **273** (1996), 84.
- [72] M. Greiner. *Phasenkontrastabbildung eines Rubidium Bosekondensats*. Praktikumsprotokoll FII Praktikum LMU München, 1998.
- [73] Y. Castin und R. Dum. *Bose-Einstein condensation in time dependent traps*. Physical Review Letters, **77** (1996), 5315.
- [74] Y. Kagan, E. L. Surkov und G. B. Shlyapnikov. *Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential*. Physical Review A, **54** (1996), R1753.
- [75] A. L. Schawlow und C. H. Townes. *Infrared and Optical Masers*. Physical Review, **112** (1958), 1940.
- [76] T. H. Maiman. *Stimulated Optical Radiation in Ruby*. Nature, **187** (1960), 493.
- [77] A. Javan, W. B. Bennet Jr. und D. R. Herriot. *Population Inversion and Continuous Optical Maser Oscillation in a Gas Discharge Containing a He-Ne Mixture*. Physical Review Letters, **6** (1961), 106.

- [78] D. Kleppner. *A Beginner's Guide to the Atom Laser*. Physics Today, **50** (8) (1997), 11.
- [79] W. Ketterle. *Atom laser*. McGraw-Hill Yearbook of Science & Technology, (1998), 43.
- [80] H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, D. S. Durfee, S. Inouye und W. Ketterle. *Bosonic Stimulation in the Formation of a Bose-Einstein Condensate*. Science, **279** (1998), 1005.
- [81] R. J. Ballagh, K. Burnett und T. F. Scott. *Theory of an Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms*. Physical Review Letters, **78** (1997), 1607.
- [82] M. Naraschewski, A. Schenzle und H. Wallis. *Phase diffusion and the output properties of a continuous wave atom-laser*. Physical Review A, **56** (1997), 603.
- [83] H. Steck. *Kohärente Dynamik atomarer Bose-Einstein-Kondensate*. Diplomarbeit, (1997).
- [84] J. Schneider und A. Schenzle. *Output from an atom laser: theory vs. experiment*. Applied Physics B, **69** (1999), 353.
- [85] R. Graham und D. F. Walls. *Theory of strong outcoupling from Bose-Einstein condensates*. Physical Review A, **60** (1999), 1429.
- [86] Y. B. Band, P. S. Julienne und M. Trippenbach. *Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers*. Physical Review A, **59** (1999), 3823.
- [87] Y. Japha, S. Choi, K. Burnett und Y. B. Band. *Coherent Output, Stimulated Quantum Evaporation and Pair Breaking in a Trapped Atomic Bose Gas*. Physical Review Letters, **82** (1999), 1079.
- [88] S. Flügge. *Practical Quantum Mechanics*. Springer-Verlag, 1974.
- [89] H. Steck, M. Naraschewski und H. Wallis. *Output from a pulsed atom laser*. Physical Review Letters, **80** (1998), 1.
- [90] F. Dalfovo, L. Pitaevskii und S. Stringari. *Order parameter at the boundary of a trapped Bose gas*. Physical Review A, **54** (1996), 4213.
- [91] E. Lundh, C. J. Pethick und H. Smith. *Zero-temperature properties of a trapped Bose-condensed gas: Beyond the Thomas-Fermi approximation*. Physical Review A, **55** (1997), 2126.
- [92] I. Bloch, T. W. Hänsch und T. Esslinger. *Measurement of the phase coherence of a Bose gas at the phase transition*. Nature, **403** (2000), 166.
- [93] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard und W. Ketterle. *Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, **82** (1998), 4569.

- [94] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, M. Trippenbach, Y. B. Band, M. Edwards, M. Doery, P. S. Julienne, K. Helmerson, S. L. Rolston und W. D. Phillips. *Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate*. Physical Review Letters, **83** (1999), 3112.
- [95] D. S. Hall, M. R. Matthews, J. R. Ensher, C. E. Wieman und E. A. Cornell. *Measurements of Relative Phase in Two-Component Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, **81** (1998), 1543.
- [96] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell und C. E. Wieman. *Coherence, Correlations and Collisions: What One Learns about Bose-Einstein Condensates from Their Decay*. Physical Review Letters, **79** (1997), 337.
- [97] W. Ketterle und H.-J. Miesner. *Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers*. Physical Review A, **56** (1997), 3291.
- [98] M. Born und E. Wolf. *Principles of Optics*. Pergamon Press, 1980.
- [99] L. Mandel und E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*. Cambridge University Press, 1995.
- [100] R. Loudon. *The Quantum Theory of Light*. Oxford University Press, 1983.
- [101] J. Schneider und A. Schenzle. *Investigations of a two-mode atom laser model*. cond-mat/9910442.
- [102] K. Huang. *Statistical Mechanics*. John Wiley & Sons, 1987.
- [103] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich und S. Chu. *Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions*. Physical Review A, **45** (1992), 342.
- [104] K. Bongs, S. Burger, G. Birkl, K. Sengstock, W. Ertmer, K. Rzazewski, A. Sanpera und M. Lewenstein. *Coherent Evolution of Bouncing Bose-Einstein Condensates*. Physical Review Letters, **83** (1999), 3577.
- [105] L. D. Landau. Phys. Z. Sowjetunion, **2** (1932), 46.
- [106] C. Zener. *Non-Adiabatic Crossing of Energy Levels*. Proceedings of the Royal Society London A, **137** (1932), 696.
- [107] J. R. Rubbmark, M. M. Kash, M. G. Littman und D. Kleppner. *Dynamical effects at avoided level crossings: A study of the Landau-Zener effect using Rydberg atoms*. Physical Review A, **23** (1981), 3107.
- [108] N. V. Vitanov und B. M. Garraway. *Landau-Zener model: Effects of finite coupling duration*. Physical Review A, **53** (1996), 4288.
- [109] N. V. Vitanov. *Transition times in the Landau-Zener model*. Physical Review A, **59** (1999), 988.

- [110] O. Mandel. *Phasenstarr gekoppelte Diodenlaser bei 6,8 GHz*. Praktikumsprotokoll FII Praktikum LMU München, 1999.
- [111] A. A. Radzig und B. M. Smirnow. *Reference Data on Atoms, Molecules and Ions*, volume 31 of *Springer Series in Chemical Physics*. Springer, 1985.
- [112] S. Bize, Y. Sortais, M. S. Santos, C. Mandache, A. Clairon und C. Salomon. *High-accuracy measurement of the ^{87}Rb ground-state hyperfine splitting in an atomic fountain*. *Europhysics Letters*, **45** (199), 558.
- [113] J. L. Roberts, N. R. Claussen, J. P. Jr. Burke, C. H. Green, E. A. Cornell und C. E. Wieman. *Resonant Magnetic Field Control of Elastic Scattering in Cold ^{85}Rb* . *Physical Review Letters*, **81** (1998), 5109.
- [114] P. S. Julienne, F. H. Mies, E. Tiesinga und C. J. Williams. *Collisional Stability of Double Bose Condensates*. *Physical Review Letters*, **78** (1997), 1880.
- [115] G. Breit und I. I. Rabi. *Measurement of Nuclear Spin*. *Physical Review*, **38** (1931), 2082.

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen herzlich bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Mein ganz besonderer Dank gilt dabei

Prof. Theodor W. Hänsch, der durch sein Vertrauen, seine Begeisterungsfähigkeit und seine Unterstützung eine hochmotivierende Forschungsatmosphäre geschaffen hat. Die zahlreichen Diskussionen mit ihm waren eine große Freude und Bereicherung, insbesondere, wenn er neue Ideen entwickelte oder verfahrenre physikalische Fragestellungen auf einfache Weise aufzuklären verstand;

Dr. Tilman Esslinger, mit dem mich viele (oft späte) Stunden im Labor verbinden. Nur durch seinen engagierten Einsatz konnte das Experiment mit unserem kleinen Team zum jetzigen Stand gebracht werden. Besonders bemerkenswert ist dabei seine „magische“ Fähigkeit, Experimente zum Gelingen zu bringen, sobald er nur die Türschwelle zum Labor überschritten hatte;

Markus Greiner und Michael Köhl, zwei außergewöhnlich begabte Studenten, die im letzten Jahr zu unserem Team hinzugestoßen sind. Die Diskussionen mit ihnen und ihre hohe Motivation sind täglich eine Freude und Herausforderung. Ihr Einsatz läßt für die Zukunft spannende Experimente erwarten;

allen weiteren Mitgliedern der Arbeitsgruppe für die gute und außergewöhnlich produktive Arbeitsatmosphäre und die zahlreichen inspirierenden Diskussionen;

Jens Schneider, Dr. Hartmut Wallis und Prof. W. Zwerger für ihren fachkundigen Rat in theoretischen Fragestellungen und bei der Interpretation der experimentellen Ergebnisse;

dem Max-Planck-Institut für Quantenoptik für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit;

meinen Eltern und Anja für ihre fortwährende Unterstützung, ihren Zuspruch und nicht zuletzt für ihre Geduld mit mir, wenn meine Gedanken mal wieder bei der Physik waren.

Lebenslauf

Persönliche Angaben

Name: Immanuel Felix Bloch
Geburtsdatum: 16.11.1972
Geburtsort: Fulda
Vater: Dr. Michael Bloch
Mutter: Hiltraud Bloch
Geschwister: Miriam Bloch
Familienstand: ledig

Ausbildung

1977-1978 Bridekirk Dovenby School (Primary School), Großbritannien
1978-1982 Bergwinkelgrundschule Schlüchtern
1982-1991 Ulrich-von-Hutten Gymnasium Schlüchtern,
Abitur
1991-1996 Rheinische-Friedrich-Wilhelms-Universität Bonn,
Studium der Physik
1993 **Vordiplom** Physik
1994 Sommerstudent am Europäischen
Hochenergiephysikzentrum (CERN) in Genf
1996 Diplomarbeit in der Gruppe von Prof. D. Meschede über
Stimulierte Lichtkräfte mit Pikosekunden-Laserpulsen
Diplom (mit Auszeichnung)
1997 Gastwissenschaftler an der Stanford University (USA)
in der Arbeitsgruppe von Prof. M. A. Kasevich
ab Oktober 1997 Promotionsstudium an der
Ludwig-Maximilians-Universität München
in der Arbeitsgruppe von Prof. T. W. Hänsch

Stipendien

1994-1997 Stipendiat der Studienstiftung des deutschen Volkes
1997 Auslandsstipendium der Studienstiftung des deutschen Volkes
ab Oktober 1997 wissenschaftlicher Mitarbeiter am
Max-Planck-Institut für Quantenoptik