

Spinwechselwirkung eines Doppelquantenpunkts mit dem
Kernfeld.
Anpassschaltung für einen rf-Quantenpunktkontakt

Dissertation der Fakultät für Physik
der Ludwig-Maximilians-Universität München



vorgelegt von
Dawid Kupidura
geboren in Wągrowiec

München, März 2010

Erstgutachter: PD. Dr. Stefan Ludwig
Zweitgutachter: Prof. Dr. Stefan Kehrein
Tag der mündlichen Prüfung: 30.10.2009

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	vii
Symbolverzeichnis	ix
Abkürzungen	xiii
1 Einleitung	1
2 Probenherstellung	3
2.1 Probenmaterial: Heterostruktur	3
2.2 Optische Lithografie	6
2.3 Elektronenstrahlithografie	7
2.4 Einbau der Proben auf einem Sockel und die elektrische Kontaktierung	8
3 Messaufbau	11
3.1 Tieftemperaturmessungen in Heliumkryostaten	11
3.1.1 Verdampfungskryostaten	11
3.1.2 Badtemperatur und Elektronentemperatur	12
3.2 Messtechnik	13
3.2.1 Erdung des Messaufbaues	13
3.2.2 Erdung des Messstabes	14
3.2.3 Schirmkabine	15
3.2.4 Messauflösung	16
3.3 Spezielle Behandlung der Proben	21
3.4 Coulomb Blockade Messungen	23
3.5 Lock-In Messungen	24
3.6 Mikrowellenmessungen	26
4 Quantenpunktkontakte	29
4.1 Leitwertquantisierung eines Quantenpunktkontakts	29
4.2 Quantenpunktkontakt als Ladungsdetektor	31
4.3 Verwendung eines Quantenpunktkontakts im Mikrowellenbereich	33

4.4	Rückwirkung eines Quantenpunktkontakts auf das zu untersuchende Quantenpunktsystem	34
5	Theorie der Quantenpunkte	35
5.1	Kapazitätsmodell	35
5.2	Modell der konstanten Wechselwirkung	37
5.3	Theorie des Transports	37
5.3.1	Form und Höhe der Coulomb-Oszillationen	39
5.4	Theorie der Doppelquantenpunkte	39
5.4.1	Bereich der endlichen Vorspannung: nichtlinearer Transport, angeregte Zustände	43
5.4.2	Tunnelkopplung. Spinblockade	45
5.5	Theoretische Modellierung eines Doppelquantenpunkts mit integriertem Nanomagneten.	50
6	Mikrowellenmessungen	59
6.1	Realisierung der Anpassschaltung	59
6.2	Experimentelle Realisierung der Anpassschaltung	61
6.3	Niederfrequente Ladungsspektroskopie an einem Doppelquantenpunkt	64
6.4	Direkte Reflexionsmessung	68
6.5	Homodyne Detektion	72
6.6	Zusammenfassung des Kapitels	76
7	Messungen an einem Doppelquantenpunkt mit integriertem Nanomagnet	77
7.1	Ladungskonfiguration und Spinblockade	79
7.2	Relevante Energien und Kapazitäten des Doppelquantenpunkts	83
7.3	Untersuchungen im Bereich der Pauli-Spinblockade	85
7.4	Dynamische Wechselwirkung zwischen dem Elektronenspin und den Kernspins	94
7.4.1	Messungen im externen Magnetfeld	98
7.4.2	Bestimmung des lokalen Magnetfelds B_m	106
7.5	Zusammenfassung des Kapitels	107
8	Zusammenfassung und Ausblick	109
A	Prozessparameter	111
A.1	Eigenschaften der Heterostruktur D040124A	111
A.2	Parameter der Probenprozessierung	111
B	Herleitung der Schwingungsgleichung. Bandbreite der Anpassschaltung	115
B.1	Bandbreite der Anpassschaltung	116

B.2	Theoretische Berechnung der Impedanztransformation. Mehrstufige Anpassung	117
B.3	Aktive Impedanzanpassung	121
C	Simulationscode	123
C.1	Darstellung und Interpretation der theoretischen Berechnungen	123
C.2	Simulationscode	129
D	Messungen am Dreieck T3. rf-Anregung gemessen am Dreieck T2	133
D.1	Messungen am Dreieck T3	133
D.2	rf-Anregung	134
	Danksagung	137
	Lebenslauf	139
	Literaturverzeichnis	140

Abbildungsverzeichnis

2.1	Aufbau der Heterostruktur D040123A.	5
2.2	Prozessschritte des lithografischen Verfahrens.	7
2.3	Selbst entwickelter Halter für den Diamantritzer.	8
2.4	Fertigkontaktierte Proben.	9
3.1	Thermische Ankopplung der rf-Verkabelung.	14
3.2	dc-Verkabelung des benutzten Messstabes.	15
3.3	Unterdrückung des Rauschens.	19
3.4	Leckstrom einer Schottky-Barriere während des Abkühlvorgangs.	22
3.5	Schematische Darstellung des gesamten Messaufbaues.	23
3.6	Prinzip der Ladungsspektroskopie.	25
3.7	Beispiele der Anpassschaltungen.	27
3.8	Charakterisierung des Messstabes für Mikrowellenmessungen.	28
4.1	Leitwertquantisierung eines QPCs.	30
4.2	QPC als Ladungsdetektor eines daran kapazitiv gekoppelten DQDs.	31
4.3	Empfindlichkeit eines QPCs als Funktion seines Leitwerts.	32
5.1	Das energetische Spektrum eines QDs und die Coulomb-Blockade.	38
5.2	Modell eines DQDs.	40
5.3	Schematische Darstellung der Stabilitätsdiagramme eines DQDs.	42
5.4	DQD im Bereich der nichtlinearen Antwort.	44
5.5	Schematische Darstellung der relevanten Zustände für die Pauli-Spinblockade.	46
5.6	Energetischer Verlauf der Singulett- und Triplett-Zustände als Funktion der Asymmetrie Δ	47
5.7	Gemessene Spinblockade an dem im Kapitel 7, Abbildung 7.1 (a) vorgestellten DQD.	48
5.8	Theoretische Berechnung der Feldverteilung des Nanomagneteten.	51
5.9	Ergebnisse exemplarischer Berechnungen des modellierten Systems.	55
5.10	Überlapp der Eigenzustände mit dem Singulett-Unterraum.	56
6.1	Die Anpassschaltung.	60

6.2	Experimentelle Realisierung der Anpassschaltung.	61
6.3	Frequenzgang der Anpassschaltung.	62
6.4	SNR der Anpassschaltung als Funktion der Anregefrequenz f , der eingespeisten Leistung P_{RF} und der Messbandbreite RBW.	63
6.5	Ein rf-QPC an einem DQD integriert.	65
6.6	Einfluss des Stromflusses durch einen QPC auf die Coulomb-Blockade in einem QD.	66
6.7	Ladediagramm des in Abbildung 6.5 vorgestellten DQDs.	67
6.8	Frequenzgang des an einen DQD gekoppelten QPCs.	68
6.9	Vergleich der mit einem Netzwerkanalysator und einem Spektrumanalysator gemessenen Reflexion.	70
6.10	Reflexionsmessung an einer rf-QPC-DQD Konfiguration.	71
6.11	Frequenzspektrum bei der homodynen Detektion.	73
6.12	Empfindlichkeit des hochfrequent ausgelesenen QPCs als Funktion der Modulationsfrequenz f_{Mod}	74
6.13	Ladediagramm des DQDs aufgenommen mittels homodyner Detektion.	75
7.1	Ein DQD mit integrierten QPCs und einem Nanomagnet.	77
7.2	Auftreten der Spinblockade als Funktion der Ladungszahl des DQDs.	79
7.3	Strommessung an dem in der Abbildung 7.1 (a) vorgestellten DQD im Bereich weniger Elektronen.	81
7.4	Energieskala im untersuchten DQD.	83
7.5	Strommessung der Dreiecke T1 und T2 als Funktion des externen Magnetfelds B_{ext}	86
7.6	Theoretische Berechnungen zur Messung in Abbildung 7.5.	88
7.7	Vergleich von Theorie und Messungen aus Abbildung 7.5.	89
7.8	Entwicklung der Dreiecksbasis des Dreiecks T2 als Funktion des Magnetfelds B_{ext}	91
7.9	Überblick über Dreiecke bei erhöhter Tunnelkopplung zu den Zuleitungen.	94
7.10	Hysterese gemessen an der Dreiecksbasis T2.	95
7.11	Zeitlicher Zerfall der Hysterese.	96
7.12	Hysterese in Abhängigkeit von externem Magnetfeld B_{ext}	99
7.13	Theoretische Berechnungen zur gemessenen Hysterese in externem Magnetfeld.	101
7.14	Messungen in externem Magnetfeld, $V_{\text{gC}}=-620$ mV.	103
7.15	Messungen in externem Magnetfeld, $V_{\text{gC}}=-640$ mV.	105
7.16	Messungen in externem Magnetfeld, $V_{\text{gC}}=-700$ mV.	106
7.17	Bestimmung des lokalen Magnetfelds B_{m}	107
B.1	Die eingesetzte Anpassschaltung.	115
B.2	Zweistufige Anpassschaltung.	117
B.3	Berechnung einer einstufigen Anpassschaltung.	118

B.4	Berechnung einer zweistufigen Anpassschaltung.	119
B.5	Berechnung einer vierstufigen Anpassschaltung.	120
B.6	Berechnung einer zweistufigen Anpassschaltung mit reduzierter Kapazität des Ohmschen Kontaktes.	120
B.7	Aktive Anpassschaltung, realisiert mit Hilfe eines FET-Transistors. . .	122
C.1	Darstellung beispielhafter Berechnungen.	125
C.2	Berechnetes Termschema der fünf Grundzustände als Funktion der Asymmetrie Δ	126
C.3	Überlapp mit dem Singulett S_{11} einzelner Zustände.	127
C.4	Überlapp mit dem Singulett S_{02} einzelner Zustände.	128
D.1	Messungen in externem Magnetfeld B_{ext} am Dreieck T3.	133
D.2	Strommessung des Dreiecks T2 unter rf-Anregung.	135
D.3	Leistungs- und Frequenz-Abhängigkeit des gemessenen Stroms am Dreieck T2.	135

Symbolverzeichnis

$2t_0$	Tunnelaufspaltung
α_j	Hebelarm der j^{ten} Zuleitung (Gatters)
a	Kantenlänge des Ohmschen Kontaktes
Att	Dämpfung
b	Relative Bandbreite
B_{ext}	Externes Magnetfeld
B_{m}	Lokales Magnetfeld, erzeugt mittels eines Nanomagnet
B_{nuc}	Effektives Kernfeld, auch als Overhauser Magnetfeld bezeichnet
C	Kapazität des QDs (Kapitel 5); Kapazität des Ohmschen Kontaktes
C_{GS}	Gate-Source Kapazität eines FET-Transistors
C_{M}	Kapazität des eine rf-Leitung terminierenden Kondensators
C_j	Kapazität zwischen der j^{ten} Zuleitung (Gatter) und dem QD
C_{Σ}	Gesamtkapazität des QDs
$\delta\Delta$	Änderung der Asymmetrie
Δ	Asymmetrieenergie, kurz Asymmetrie
$\Delta\epsilon$	Energetischer Abstand der Zustände eines harmonischen Oszillators
$\Delta\varepsilon$	Differenz der Quantisierungsenergien (siehe Kapitel 5)
ΔE	Energieabstand allgemein
Δf	Messbandbreite (Messtechnik, Kapitel 3); Breite der gemessenen Resonanzkurve der Anpassschaltung
δV_{gj}	Dreieckdimensionen unter endlichen Vorspannung, gemessen in der Spannung des j^{ten} Gatters
ΔV_{gj}^{m}	Aufspaltung der Trippelpunkte, gemessen in der Spannung des j^{ten} Gatters
$\Delta V'$	Gesamtlänge der Dreieckbasen eines Stromdreiecks
$\Delta\omega$	Bandbreite der Anpassschaltung
dG_{QPC}	Änderung des QPC-Leitwerts unter Gattermodulation
$\varepsilon_{n,l}(B)$	Eigenenergien mit n und l als Haupt- und Radial-Quantenzahl (Fock-Darwin Zustände, siehe Kapitel 5)
ε_0	Dielektrizitätskonstante des Vakuums
ε_r	Dielektrizitätskonstante des Materials r
e	Ladung eines Elektrons
E_{F}	Fermieenergie
$E_{\text{C}}(N)$	Elektrostatische Energie der N -Elektronen im QD
$E_{\text{C,m}}$	Elektrostatische Kopplungsenergie zwischen zwei QDs
E_{ST}	Energetischer Abstand der Singulett- und Triplett-Zustände
E_{nuc}	Mittlerer energetischer Unterschied des Kernfelds B_{nuc} in dem linkem und rechtem QD
E_{Z}	Zeemanaufspaltung

f_g	Grenzfrequenz des Tiefpasses im Transimpedanzverstärker
f_G	Grenzfrequenz des gesamten Messaufbaues
f_{Mod}	Modulationsfrequenz des Lock-In-Verstärkers
f_{Res}	Resonanzfrequenz der Anpassschaltung
Γ_j	Einzelteilchen-Übergangsrate ($j = \text{S,D}$)
Γ^*	Gesamt-Übergangsrate
g	Landé g-Faktor
g'	Differentieller Leitwert
G	Leitwert, in Einheiten von $\frac{e^2}{h} \simeq \frac{1}{25.8 \text{ k}\Omega}$
G_C	Grenzwert des Leitwertes G , siehe Kapitel 4
h, \hbar	Plancksche Konstante, $\hbar = h/2\pi$
\hat{H}	Der Hamiltonoperator des gesamten Systems
\hat{H}_e	Der elektronische Hamiltonoperator
\hat{H}_{ext}	Der Hamiltonoperator des externen Magnetfeldes B_{ext}
\hat{H}_m	Der Hamiltonoperator des lokalen Magnetfeldes B_m
i	Summationsindex $i = 1, \dots, N$; imaginäre Einheit im Kapitel 6 und Anhang B
I	Strom
I_L	Leckstrom einer Schottky-Barriere (Kapitel 4), Leckstrom im Bereich der Spinblockade
i_N	Stromrauschen des Transimpedanzverstärkers
J	Amplitude der Austauschwechselwirkung
k_B , kurz k	Boltzmannsche Konstante
λ_F	Fermiwellenlänge
L	Länge des ballistischen Leiters (Kapitel 4); Induktivität
L_m	Mittlere freie Weglänge eines Elektrons im 2DES
μ_B	Bohrssches Magneton
μ_j	Chemisches Potential einer Zuleitung oder des QDs, $j=\text{QD,S,D}$
m_e	Elektronenmasse
m^*	Effektive Elektronenmasse
M	Anzahl der im QPC am Transport beteiligten Moden
n	Hauptquantenzahl (Kapitel 5), natürliche Zahl
n_s	Ladungsträgerdichte des 2DESs
N	Anzahl der Elektronen im QD
p	Druck
P_{RF}	Leistung der eingestrahlten Mikrowelle
θ	Winkel zwischen dem B_{ext} und B_m Magnetfeld, gemessen in der y-z-Ebene (siehe Kapitel 5.5)
Q	Gesamtladung $Q = e N$ des QDs (Kapitel 5); Kreisgüte eines parallelen Schwingkreises (Anpassschaltung)
r	Radius eines harmonischen Oszillators

R	Reflexionsfaktor
R_j	Ohmscher Widerstand zur Zuleitung und zwischen den QDs, $j=S,D,m$
R_i	Realteil der Impedanz Z_i
R_K	Konversionswiderstand des Transimpedanzverstärkers
R_{QPC}	Ohmscher Widerstand des QPCs
R_R	Verlustwiderstand der Anpassschaltung
R_S	Widerstand der Probe
R_t	Tunnelkopplung
σ	Spezifischer Leitwert
$S_{11(02)}$	Singulett-Zustände, siehe Kapitel 5.4.2
S_{11}	Reflexion, nur im Anhang B
S_g	Ladungsmessempfindlichkeit der homodynen Detektion, Abschnitt 6.5
τ	Aufenthaltsdauer eines Elektrons im QD, $\tau = 1/\Gamma^*$
τ_{nuc}	Lebensdauer der Polarisation der Kerne
t	Zeit
t_{an}	Zeitkonstante des Transimpedanzverstärkers
T	Temperatur in K ; Transmission S_{21} (nur im Anhang B)
$T_{11(02)}^{-(0,+)}$	Triplet-Zustände, siehe Kapitel 5.4.2
T_{2DES}	Temperatur des 2DESs
T_{MK}	Mischkammertemperatur
U	Ladeenergie eines QDs
U_j	Ladeenergie des j^{ten} QDs; $j=L,R$ (1,2).
u_N	Spannungsrauschen des Transimpedanzverstärkers
U_{QPC}	Spannungsüberhöhung am Ort des QPCs
ϕ_{ext}	Externes elektrostatisches Potential des QDs
$V_j^{dc(ac)}$	Gleichspannung (Wechselspannung) (an j^{tem} Gatter angelegt)
V_{pos}	Positive Vorspannung die während des Abkühlvorgangs an alle Gatter angelegt wird
ω	Kreisfrequenz eines Oszillators
ω_{ext}	Kreisfrequenz eines Elektrons im externen Magnetfeld B_{ext}
ω_m	Kreisfrequenz eines Elektrons im lokalen Magnetfeld B_m
W	Breite des ballistischen Leiters
X_j	Reaktanz des j^{ten} Bauteils
$Z(\omega)$	Gesamtimpedanz der Anpassschaltung und der Probe
Z_a	Impedanz des QPCs
Z_i	Impedanz der Mikrowellenquelle/Netzwerkanalysators
Z_n	Zwischenimpedanz bei mehrstufiger Impedanzanpassung

Abkürzungen

2DES	Zweidimensionales Elektronengas
ac	Wechselstrom/Wechselspannung
BW	Bandbreite der Anpassschaltung (<i>engl.</i> Band Width)
D	Drain-Zuleitung
DQD	Doppelquantenpunkt (<i>engl.</i> Double Quantum Dot)
dc	Gleichstrom/Gleichspannung
FET	Feldeffekttransistor (<i>engl.</i> Field Effect Transistor)
FWHM	Halbwertsbreite (<i>engl.</i> Full Width at Half Maximum)
QD	Quantenpunkt (<i>engl.</i> Quantum Dot)
QPC	Quantenpunktkontakt (<i>engl.</i> Quantum Point Contact)
RBW	Messbandbreite (<i>engl.</i> Resolution Band Width)
rf	Mikrowellenbereich (<i>engl.</i> radio frequency)
RT	Anstiegszeit (<i>engl.</i> Rise Time) des Transimpedanzverstärkers, $RT = t_{an}/\ln 9$
S	Source-Zuleitung
SD	Source-Drain, in zB. V_{SD}
SNR	Signal-zu-Rausch-Verhältnis (<i>engl.</i> Signal to Noise Ratio)
SET	Einzelelektrontransistor (<i>engl.</i> Single Electron Transistor)
$T_{11}^0 : S_{02}$	Singulett- S_{02} -Charakter eines ausgewählten Zustands, hier des Triplet-Zustands T_{11}^0 (prozentual ausgedrückt)

1 Einleitung

Ein Quantenpunkt ist eine kleine elektrisch leitfähige Insel, die von ihrer leitfähigen Umgebung elektrisch getrennt ist. Die Dimensionen der Insel (typischerweise im Bereich von einigen hundert Nanometern) sind so klein, dass sich an darin eingeschlossenen Elektronen quantenmechanisches Verhalten beobachten lässt. Die Anzahl der Elektronen kann dabei von einigen Hundert bis zu einzelnen Elektronen variieren.

Das Spektrum der untersuchten Systeme reicht dabei von Nanokristallen [1], über durch Selbstorganisation entstehende InAs-Inseln [2], hin zu durch Techniken der Halbleiterstrukturierung hergestellten, vertikalen [3] und lateralen [4] Quantenpunkten. Letztere werden in dieser Arbeit untersucht. Einen sehr guten Überblick in Hinsicht auf die Entwicklung der lateral definierten Quantenpunkten in letzten Jahrzehnten gibt [5] wieder.

Lateral definierte Quantenpunkte stellen experimentell gut zugängliche Systeme zur Untersuchung und Beeinflussung von Quanteneffekten dar und wurden in der letzten Dekade sehr intensiv sowohl theoretisch [6] als auch experimentell [4] untersucht. Quantenpunkte haben sich als ausgezeichnete Systeme erwiesen, um die Physik von lokalisierten Elektronen zu erforschen. Das breite Spektrum umfasst dabei, außer typischen der Coulomb-Blockade [7, 8], sowohl das quantenmechanische Verhalten der wechselwirkenden Elektronen, die sich in dem Quantenpunkt befinden [3] (geprägt durch Spin-Auswahl Regeln, die den Hundschen Regeln der Atomphysik entsprechen [9]), als auch die Vielteilcheneffekte der eingeschlossenen Elektronen mit den Elektronen in den Zuleitungen. Zu den letzten zählen u.a. der Kondo-Effekt [10, 11, 12] sowie der Fano-Effekt [13].

In den letzten Jahren gewannen die Quantenpunkte immer mehr Aufmerksamkeit in Bezug auf Quanteninformationsverarbeitung. Da die im Quantenpunkt eingeschlossenen Elektronen eine wohl definierte Ladung und einen wohl definierten Spin besitzen, eignen sie sich als Bauteil eines Qubits. Auf diesem Feld sind großartige Entwicklungen zu vermerken, die von der Verwirklichung eines Ladungs-Qubits [14] bis hin zur Verwirklichung eines Spin-Qubits reichen [15, 16]. Die letzten unterliegen einer Dekohärenz, die durch verschiedene Mechanismen hervorgerufen ist. Während die Spinbahnwechselwirkung nur sehr schwach zur Dekohärenz beiträgt [17] hat das fluktuierende Kern-Magnetfeld einen erheblichen Einfluss auf die Kohärenzzeit eines solchen Spin-Qubits [18]. Eine der Methoden zur Unterdrückung dieses unerwünschten Dekohärenzmechanismus beruht auf Verwendung spezieller Probenmaterialien, die keine ungepaarten Kernspins besitzen. Auf diesem Feld haben sich innovative Entwicklungen gezeigt [19], die als Ausgangsmaterial isotopisch reines Si zum Bau von

SiGe/Ge-Heterostrukturen verwenden. Eine andere Möglichkeit besteht darin, die unerwünschte Wechselwirkung in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen zwischen dem Spin-Qubit und den Kernen zur Erzeugung endlicher Polarisation der Kerne zu verwenden. Diese Polarisation erreicht eine theoretische Feldstärke von 5 T [20] und verlängert die Kohärenzzeit. Die auf diesem Feld durchgeführte Experimente [21] ergeben eine Lebensdauer der Kernpolarisation von etwa 10 min und eröffnen somit einen neuen Weg zur Unterdrückung dieser Dekohärenz in lateral definierten Quantenpunkten in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen.

Nach einer kurzen Einführung in die technischen Aspekte der Probenherstellung und Messung in den folgenden Kapiteln 2 und 3 werden die wichtigsten Aspekte der Beschreibung der Quantenpunktkontakte im Kapitel 4 wiedergegeben. Eine theoretische Beschreibung der Quantenpunkte mit der theoretischen Modellierung eines DQDs mit integriertem Nanomagnet umfasst das Kapitel 5. Der wichtigste Teil dieser Arbeit - Kapitel 6 und 7 - beinhaltet die experimentellen Untersuchungen an Quantenpunktkontakten sowie die Experimente an Quantenpunkten. Die Auswertung dieser Messungen erfolgt unter dem Aspekt des schnellen Auslesens eines Quantenpunktkontakts sowie Quanteneffekten in einem Doppelquantenpunkt, der an das Kern-Magnetfeld gekoppelt ist. Auf diese Wechselwirkung wird im Kapitel 7 näher eingegangen.

Anschließend zeigt das erste Teil des Anhangs, der Anhang A die benutzten Prozessparameter bei der Herstellung der Proben auf. Der darauf folgende Anhang B befasst sich mit Aspekten der erzielten Bandbreite der eingesetzten Anpassschaltung und zeigt weitere Entwicklungsmöglichkeiten einer Transformationsschaltung. Eine Ergänzung der theoretischen Modellierung aus dem Kapitel 5.5 in Hinsicht auf die Interpretation der theoretischen Berechnungen gibt zusammen mit dem expliziten Simulationscode und Hinweisen zu deren Benutzung Anhang C wieder. Zu guter letzt erläutert Anhang D einige ergänzende Messungen zum Kapitel 7 der dynamischen Wechselwirkung zwischen den Elektronen und den Kernen.

2 Probenherstellung

Im folgenden Kapitel werden die wichtigsten Methoden zur Herstellung von halbleiterbasierenden Nanostrukturen dargestellt. Die Arbeitsgrundlage sind dabei sogenannte Heterostrukturen, die aus mehreren Schichten verschiedener Halbleitermaterialien bestehen. Heterostrukturen werden unter extrem niedrigem Druck anhand von Molekularstrahlepitaxie aufgewachsen. Die gewünschten Materialien werden in einer Vakuumkammer verdampft und mit atomarer Genauigkeit in Schichten der angestrebten Dicke abgeschieden.

Die Heterostrukturen werden nachfolgend anhand von optischer- und Elektronenstrahlithografie weiterprozessiert, um die gewünschte Probengeometrie zu erzielen. In den nächsten Abschnitten soll kurz auf die wichtigsten Aspekte dieser Materialien und deren Prozessierung eingegangen werden.

2.1 Probenmaterial: Heterostruktur

Das Ausgangsmaterial bilden GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen, die aufgrund von einer Dotierung mit Si-Donatoren ein hochbewegliches zweidimensionales Elektronensystem an der Grenze zwischen AlGaAs und GaAs bilden. Diese in einer Dimension eingeschränkte Elektronen werden als 2DES (2 Dimensionales Elektronen System) bezeichnet.

Die Beweglichkeit μ der Elektronen im 2DES wird durch Streuung, beispielsweise an den durch die Donatoratomen gebildeten Störstellen oder Kristalldefekten an der Grenzschicht, begrenzt. Um eine höhere Elektronenbeweglichkeit zu erzielen, werden die Donatoren in der Heterostruktur durch undotiertes GaAs räumlich vom zweidimensionalen Elektronensystem getrennt. Zur weiteren Erhöhung der Elektronenbeweglichkeit erfolgt die Dotierung bei einigen Heterostrukturen in Form einer sehr hohen Si-Konzentration in einem sehr schmalen Bereich (einige Nanometer) entlang der Wachstums-Richtung. Diese Art von Dotierung wird als δ -Dotierung im Gegensatz zur homogenen Dotierung bezeichnet, bei welcher die Si-Atome von der Oberfläche bis zu einer bestimmten Tiefe gleich verteilt sind. Mit δ -dotierten Heterostrukturen wurden die größten Beweglichkeiten des 2DES erreicht. Allerdings neigen diese Materialien häufig zu stärkeren Fluktuationen des lokalen elektrischen Potentials, was sehr genaue Messungen an den Quantenpunkten stören kann. Neben den schwierig zu quantifizierenden Fluktuationen sind die wichtigsten Kenngrößen des 2DES seine Ladungsträgerdichte n_s sowie die Beweglichkeit μ . Aus ihnen lassen sich

die Fermieenergie

$$E_F = \frac{\hbar^2 \pi n_s}{m^*}, \quad (2.1)$$

die Fermiwellenlänge

$$\lambda_F = \sqrt{\frac{2\pi}{n_s}}, \quad (2.2)$$

und die mittlere freie Weglänge

$$L_m = \frac{\mu \hbar}{|e|} \sqrt{2\pi n_s} \quad (2.3)$$

bestimmen, wobei \hbar die reduzierte Plancksche Konstante ist. In der effektiven Masse m^* wird die Wechselwirkung des Elektrons mit dem periodischen Gitter berücksichtigt, diese Konstante beträgt für Elektronen im GaAs $m^* = 0.067 m_e$.

In Abbildung 2.1 (a) ist der Aufbau einer Heterostruktur D040123A, hergestellt von der Gruppe von Prof. Dr. Werner Wegscheider an der Universität Regensburg, exemplarisch dargestellt. Die Oberfläche (links) bildet eine 5 nm dicke Schutzschicht (*engl.* cup layer) aus GaAs die das Oxidieren des AlGaAs verhindert. Darunter liegt eine Schicht von $\text{Al}_{0.3}\text{Ga}_{0.7}\text{As}$ mit einer Dicke von 85 nm, woran sich 500 nm GaAs anschließen. Weitere Schichten (nicht dargestellt) sind ein $1 \mu\text{m}$ dickes Übergitter zur Glättung von Unebenheiten sowie das Substrat. Die obersten 70 nm des Wafers sind homogen mit Silizium-Atomen dotiert. Abbildung 2.1 (b) und (c) stellt die Ergebnisse einer selbstkonsistenten numerischen Berechnung dieses Materials, berechnet mit Hilfe von NextNano³ [22], dar. Die Fermikante ist als schwarze horizontale Linie (Energienullpunkt) dargestellt. Abbildung (b) gibt den Verlauf der Leitungsbandkante (schwarze Punkte) und Elektronendichte (rote offene Kreise) wieder. Die Ausbildung des 2DESs kann auf einer Tiefe von etwa 100 nm (gemessen von der Oberfläche des Materials) deutlich gesehen werden. Erneute Berechnung des Verlaufs der Leitungsbandkante in etwas engerem Bereich längs der z-Achse zusammen mit den Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der ersten drei Zustände resultiert in Abbildung 2.1 (c). In tiefen Temperaturen wird nur der energetisch niedrigste Zustand (rote offene Punkte in Abbildung (c)) besetzt.

Die Ausdehnung des 2DES entlang der Wachstumsachse beträgt etwa 10 nm und die typischen Elektronendichten und Beweglichkeiten liegen im Bereich von $n_s = 3 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und $\mu \simeq 10^5 - 10^6 (\text{cm}^2/\text{Vs})$. Diese im Vergleich zu Metallen kleine Elektronendichte führt zu einer großen Fermiwellenlänge von $\lambda_F \approx 40 \text{ nm}$ und einer relativ langen Abschirmlänge, die eine lokale Abschnürung der Elektronen mit elektrischen Feldern erlaubt. Diese elektrischen Felder werden durch Anlegen von negativer Spannung (in Bezug auf das 2DES) an metallischen Streifen (Gattern), die sich an der Oberfläche der Probe befinden, erzeugt. Hierfür nutzt man die Eigenschaften eines Halbleiter-Metall-Übergangs aus: die Ausbildung einer Schottky-Barriere. Die an Metall angelegte negative Spannung erhöht zusätzlich die entstandene Schottky-Barriere

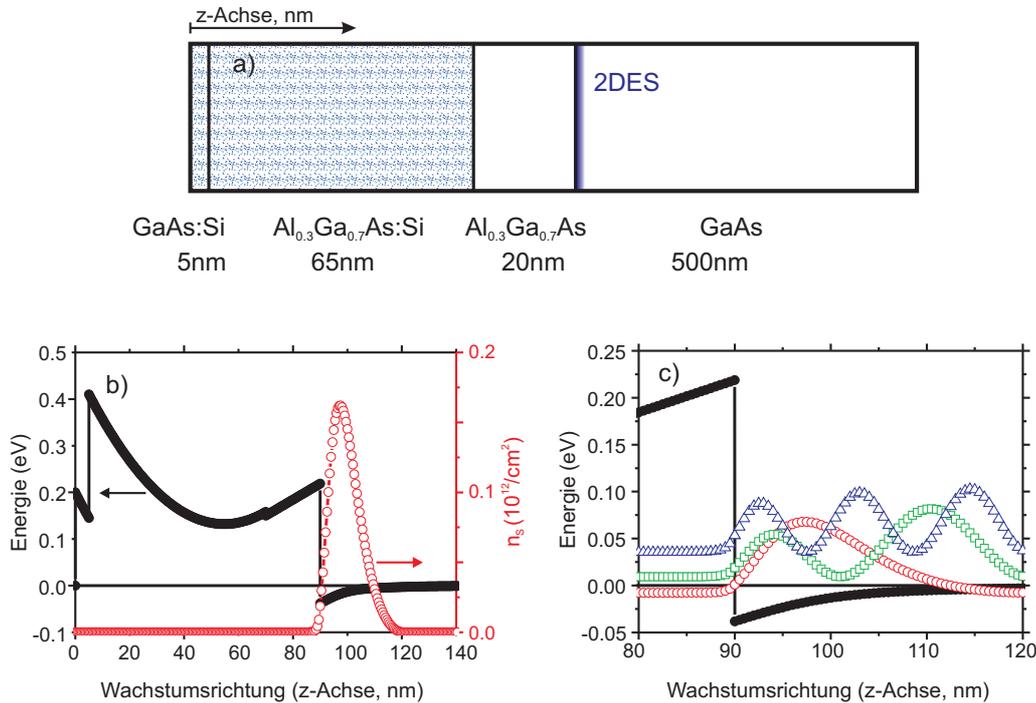


Abbildung 2.1: (a) Folge der molekularstrahlepitaktisch aufgewachsenen Schichten der Probe D040123A. (b) Verlauf der Leitungsbandkante (schwarze Punkte) und Elektronendichte (rote offene Kreise) selbstkonsistent berechnet mit Hilfe von NextNano³ [22]. Die Fermikante ist als schwarze horizontale Linie (Energienullpunkt) dargestellt. (c) Verlauf der Leitungsbandkante (schwarze Punkte) zusammen mit den Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der ersten drei Zustände (offene Kreise, Rechtecke und Dreiecke). Der Nullpunkt jeder Wahrscheinlichkeit ist jeweils auf die zugehörige Eigenenergie normiert. (Experimentelle Grundlagen: Heterostruktur.OPJ)

und unterdrückt damit sehr stark einen direkten Strom zwischen dem Gatter und dem 2DES. Mit einer geeigneten Gattergeometrie lassen sich kleine Elektronenpfützen erzeugen, die elektrisch vom restlichen 2DES getrennt sind. Diese bezeichnet man als Quantenpunkte.

Des Weiteren werden zur Strommessung durch die Quantenpunkte leitfähige Kontakte zum 2DES benötigt - sog. Ohmsche Kontakte. Im Gegensatz zu den Gattern ist hierfür ein möglichst kleiner Ohmscher Widerstand notwendig. Die Prozessparameter zur Herstellung der Schottky-Barrieren und Ohmscher Kontakte sind im Anhang A zu finden. Die Elektronenstrahlithografie, die die Struktur der Gatter definiert, wird zusammen mit der optischen Lithografie im folgenden Abschnitt kurz dargestellt.

2.2 Optische Lithografie

In der Halbleiternanotechnologie werden mittels der Fotolithografie Strukturinformationen von einer sogenannten Fotomaske in einen Fotolack (*engl.* photoresist) übertragen. Zunächst wird durch Aufschleudern (*engl.* spincoating) auf einer Lack Schleuder die gewünschte Dicke (die durch Drehzahl, Schleuderzeit und Lackviskosität definiert ist und meist etwa $2\ \mu\text{m}$ beträgt) des optischen Fotolacks festgelegt und anschließend werden restliche Lösungsmittel beim Ausbacken auf einer Heizplatte abgedampft, was der Schicht eine gewisse mechanische Stabilität verleiht. Die Struktur der Fotomaske wird danach mittels Schattenwurf in den lichtempfindlichen Fotolack übertragen. Die Auflösung wird dabei im Wesentlichen von der verwendeten Lichtwellenlänge bzw. der Selektivität des Lacks auf verschiedene Spektrallinien einer Quecksilberdampfampe bestimmt.

Für die Strukturübertragung gibt es zwei Möglichkeiten, nämlich:

- Additive Methoden, bei denen Material dort abgeschieden wird und zurückbleibt, wo sich nach Entwickeln des Fotolacks mit entsprechenden Chemikalien Gräben befinden.
- Subtraktive Methoden: die Lackstrukturen (nach der Lithografie) werden durch nass-/trocken-chemische Ätzverfahren in das Substrat übertragen.

Die optische Prozessierung der Proben erfolgt in vier Schritten:

1. Nasschemisches Ätzen zur Entfernung von Teilen des Kristalls; meist werden auf dem Chip bis zu 8 Felder definiert, auf denen die Quantenpunkte ihren endgültigen Platz finden.
2. Herstellung der Ohmschen Kontakte: hierbei werden an ausgewählten Stellen Polygone aus dem Fotolack entfernt und anschließend mit einer $\text{Au}_{0.88}\text{Ge}_{0.12}$ -Legierung bedampft. Nach einem weiteren Prozessierungsschritt, der der Entfernung des überflüssigen Lacks von der Probe dient (*engl.* Lift-off), werden die Kontakte einlegiert. Nun sind die elektrischen Kontakte zum 2DES hergestellt.
3. Definition der makroskopischen Anschlüsse in Form von Leiterbahnen mittels optischer Lithografie für die im nächsten Schritt prozessierten Gatter.
4. Im letzten Schritt werden metallische Gatter (bestehend aus dünner Ti-Haft- und Au-Deckschicht) erneut mittels Elektronenstrahlithografie und Lift-off auf Teile der Probe gebracht.

Die optische Lithografie dient lediglich zur Vordefinierung der Proben, d.h. zur Verbindung mit den makroskopischen, elektrischen Kontakten (*engl.* Bond Pads) und Leiterbahnen. Die nanoskopische Geometrie der Gatter im Zentrum der Probe wird mittels Elektronenstrahlithografie hergestellt.

2.3 Elektronenstrahlolithografie

Bei diesem Verfahren wird anstelle einer Lichtquelle (wie z.B. einer Quecksilberdampflampe) ein sehr präzise kollimierter Elektronenstrahl zur Belichtung eines entsprechenden Lacks eingesetzt. Als Gerät kam hier ein Rasterelektronenmikroskop (REM) der Firma Zeiss, Model LEO 982 zum Einsatz. Die von einer Kathode emittierten und abgesaugten Elektronen werden dazu mit Hilfe von magnetischen und elektrischen Feldern justiert und mit einer Hochspannung (typischerweise von 5 kV) beschleunigt. Die physikalische Auflösungsgrenze bei der Elektronenstrahlolithografie wird durch die de Broglie-Wellenlänge der Elektronen begrenzt; jedoch schränken andere Faktoren die technischen Möglichkeiten der Elektronenstrahlolithografie ein. Hieran haben die nicht perfekte Bündelung des Elektronenstrahls, der Proximityeffekt, die Lackinhomogenität und Haftungsprobleme bei extrem kleinen Strukturen maßgeblich Anteil. Als Fotolack wird ein Polymer namens Polymethylmethacrylat (PMMA) benutzt. Die durch Wechselwirkung zwischen dem Elektronenstrahl und der Probe entstehende Sekundärelektronen brechen die Ketten des Lacks an der belichteten Stellen auf und ermöglichen somit das Herauslösen des veränderten Lacks mit dem entsprechenden Entwickler (mit Isopropanol verdünntes Methylisobutylketon, kurz MIBK). In den

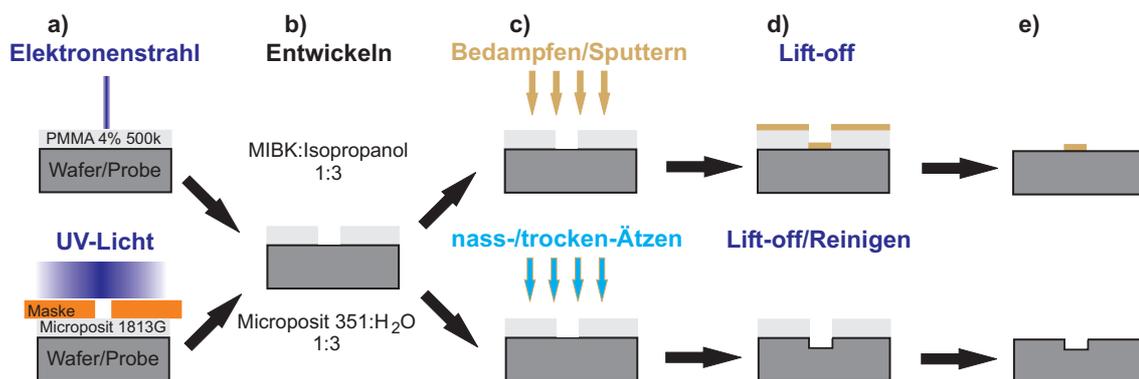


Abbildung 2.2: Prozessschritte des lithografischen Verfahrens. Oben: Additive Strukturierung. Unten: Subtraktives Verfahren. Nach einem Zyklus von (a) bis (e) werden die Proben ggf. nach dem gleichen Schema weiterbearbeitet.

nächsten Schritten kommen die bereits erläuterten Verfahren wieder zum Einsatz: Metallisierung mittels Bedampfen (alternativ Sputtern) oder nass- und trockenchemisches Ätzen. Ähnlich wie bei der optischen Lithografie werden hier entweder *positive* (die belichteten Strukturen besitzen eine deutlich höhere Löslichkeit im Entwickler) oder *negative* Lacke benutzt. Einer der wichtigsten Unterschiede zwischen optischer Lithografie und Elektronenstrahlolithografie, abgesehen von der bereits erwähnten höheren

Auflösung, ist die deutlich geringere Lackdicke bei der Elektronenstrahlolithografie. Diese geringere Dicke des Lacks von etwa 130 nm (4% PMMA 500 k, 6000 rpm für 30 s, positiver Lack) legt somit eine maximale Dicke aufgedampften Materials auf 80 nm pro Lackschicht fest. Die hier vorgestellten Prozessierungsschritte im Zuge der Lithografie werden in Abbildung 2.2 schematisch dargestellt. Anschließend zeigt das erste Teil des Anhangs, der Anhang A die benutzten Prozessparameter bei der Herstellung der Proben auf.

2.4 Einbau der Proben auf einem Sockel und die elektrische Kontaktierung

Zum Ende der Prozessierung, nachdem auf der Probe die gewünschte Geometrie und Funktionalität erzeugt worden sind, erfolgen die letzten zwei Prozessierungsschritte: Integration der Probe auf einem Sockel (Chipträger), der eine nötige Schnittstelle zwischen Probe und Kryo- und Messaufbau definiert, sowie elektrische Kontaktierung der Probe auf diesem Träger. Da die Proben ursprünglich eine Größe von 4×5 mm aufweisen und die Dimensionen des Einbauteils des Trägers kleiner sind, ist eine Teilung der Probe notwendig. Hierfür nutzt man die spezielle Eigenschaft der GaAs/AlGaAs-

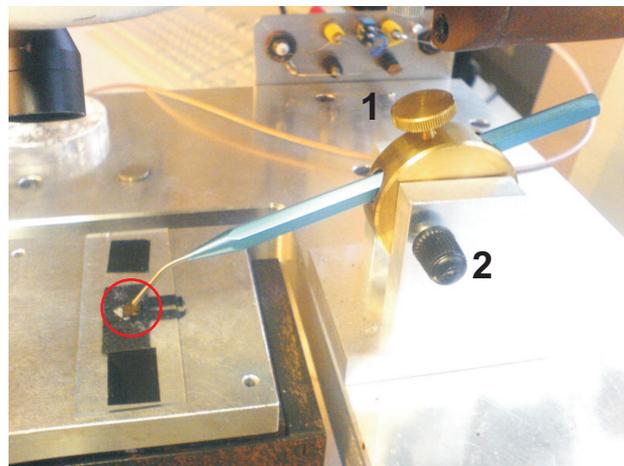


Abbildung 2.3: Eigenkonstruktion zur Befestigung des Diamantritzers. Der im Halter eingebaute Diamantritzer wird mit den Ränderschrauben 1 und 2 fixiert und die Probe mittels eines Tisches mit Mikrometerschrauben in x-, y- und z-Richtung bewegt. Die Position der Probe ist mit einem Kreis gekennzeichnet.

Heterostrukturen aus: das relativ leichte Brechen des Materials entlang einer speziellen

Kristallachse, der sogenannten Brechachse (*engl.* cleave direction). Ritzt man die Probe mit einem feinen Diamantritzer an der Oberfläche parallel zu dieser Achse an, so lässt sie sich an dieser Stelle leicht brechen und eine saubere Bruchkante entsteht. Dazu wird die Probe auf die Rückseite gedreht und anschließend mit der stumpfen Seite des Diamantritzers leicht angedrückt. Diese Methode hat sich jedoch als äußerst ineffizient erwiesen: Verläuft der Kratzer leicht schräg oder bricht ein wenig des Materials an der Kante der Probe weg, so zerbricht die Probe oft unkontrolliert und dabei werden sehr viele der strukturierten Felder zerstört. Eine Eigenkonstruktion, die die oft zu ungenaue Hand ersetzt, ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Hierbei wird die Probe auf einem über Mikrometerschrauben betriebenen Tisch mittels doppelseitigem Klebeband befestigt und mit den Schrauben sehr genau in Bezug auf den Diamantritzer, der sich in der eigens entwickelten Halterung befindet, ausgerichtet. Ein präzises und kontrolliertes Anritzen der Probe wird damit ermöglicht. Unter Einsatz dieser einfachen Konstruktion konnte der Ausschuss der Proben in diesem Prozessierungsschritt auf 0% minimiert werden.

Nachdem die Proben fertig prozessiert und vereinzelt sind, werden noch elektrische Anschlüsse benötigt, um elektrische Messungen durchführen zu können.

Abhängig von Art der Messungen (niederfrequente Messungen oder Messungen im Mikrowellenbereich) wird die Probe auf einem einfachen Chipcarrier oder einem eigens entwickelten impedanzangepassten Hochfrequenz-Probenträger mit Leitsilber aufgeklebt. Die elektrischen Kontakte zur Probe werden mit Hilfe eines *Drahtbonders* via $25\mu\text{m}$ starken Golddrähten hergestellt. Alternativ kann auch Aluminiumdraht verwendet werden. Der Golddraht bietet jedoch den Vorteil, bei tiefen Temperaturen nicht

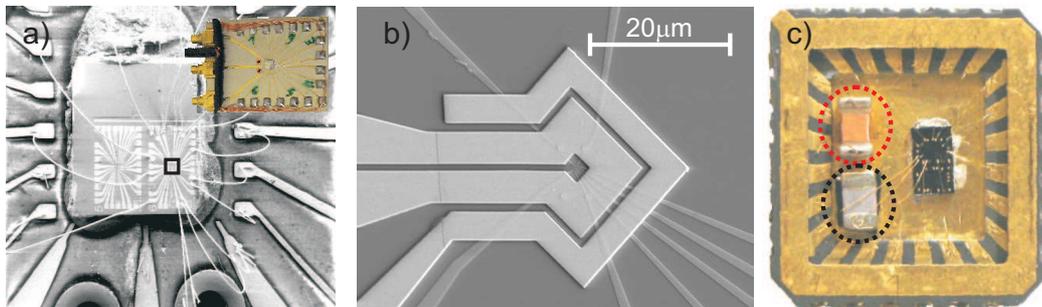


Abbildung 2.4: (a) Probe kontaktiert auf einem rf-Probenträger. Rechts oben: ein Bild des gesamten rf-Halters. (b) Die mittels Elektronenstrahlolithografie erzeugte Strukturen wie mit schwarzem Kasten in (a) gekennzeichnet. (c) Kontaktierte Probe auf einem herkömmlichen Chipcarrier. Mit Kreisen sind hier Bauelemente zur Impedanzanpassung eines QPCs angedeutet (siehe Text).

supraleitend zu werden und somit stellt Gold den besseren thermischen Kontakt zur

Probe her. Des Weiteren ist es während der Kontaktierung äußerst wichtig, mögliche Schäden durch elektrische Entladung zu vermeiden. Dazu werden alle metallischen Komponente des Bonders, des Probenträgers und am Benutzer selbst mittels spezieller Erdungsbänder auf das gleiche Erdpotenzial gesetzt.

In Abbildung 2.4 sind fertig kontaktierten Proben zu sehen. Abbildung 2.4 (a) gibt eine REM-Aufnahme einer fertig kontaktierten Probe auf einem eigens entwickelten rf-Probenträger wieder. Die mittels optischer Lithografie erzeugte Strukturen sind auf einem Teil des Chips zu erkennen. Die mittels Elektronenstrahlithografie hergestellten Strukturen befinden sich in der Mitte der optischen Strukturen und sind im Bild (b) zu sehen. Eine fertig kontaktierte Probe auf einem herkömmlichen Chipcarrier stellt Abbildung 2.4 (c) dar. Die eingebaute Spule (roter oberer Kreis) sowie der darunter platzierte Kondensatore (unterer Kreis) ermöglichen eine Impedanzanpassung eines Quantenpunktkontakts wie im Kapitel 6 beschrieben.

3 Messaufbau

Folgendes Kapitel beschäftigt sich mit den Messaufbauten zur Durchführung der Experimente, die im Rahmen dieser Dissertation gemacht worden sind. Es werden elektrische Messungen an den im Reinraum hergestellten Proben bei Temperaturen unter 2 K durchgeführt. Magnetfelder in Höhe von bis zu 10 T werden mit supraleitenden Magneten erzeugt. Die Messinstrumente werden von einem Messrechner gesteuert, der die erzeugten Messdaten erfasst.

Dieser Abschnitt geht kurz auf die Aspekte der Erzeugung der tiefen Temperaturen und Tieftemperaturmessungen ein. Nachfolgende Diskussion setzt sich mit der Messung verbundenem Rauschen auseinander. Es werden die wichtigsten Rauschbeiträge, die die Messauflösung bestimmen, sowie Methoden zu ihrer Unterdrückung betrachtet. Abschließend werden die in Rahmen dieser Doktorarbeit verwendeten Messaufbauten vorgestellt.

3.1 Tieftemperaturmessungen in Heliumkryostaten

Zur Durchführung wissenschaftlicher Experimente an Halbleiternanostrukturen werden Temperaturen deutlich unter 4.2 K (Siedetemperatur des ^4He -Isotopes) benötigt (um die thermische Energie deutlich unter den charakteristischen Größen, wie die Ladeenergie U , zu halten: siehe Gleichung 5.1). Angesichts der technologisch erreichbaren geometrischen Größen im Bereich einiger Dutzend Nanometer und darausfolgenden Ladeenergien von einigen meV und Quantisierungsenergien im μeV Bereich bedeutet diese Forderung, dass die Messungen an den Quantenpunkten unter 1 K durchgeführt werden müssen. Die Messungen bestehen zum größten Teil aus Strommessungen, bei denen unter Vorspannung (*engl.* Bias voltage) im Bereich von einigen Hundert μV der Strom als Funktion weiterer Parameter wie Gatterspannung, Temperatur, Magnetfeld usw. gemessen wird. Da die typischen Widerstände des (leitenden) Quantenpunkts im Bereich von $\text{M}\Omega$ liegen, handelt es sich hierbei um die Detektion kleiner Stromsignale. Dementsprechend rauscharm und störungsfrei müssen die Messaufbauten beschaffen sein.

3.1.1 Verdampfungskryostaten

In der Tieftemperaturphysik werden zur Abkühlung der Proben spezielle wärmeisolierende Gefäße (*engl.* Dewar) eingesetzt. Der eigentliche Bereich, wo die tief-

ste Abkühlung erfolgt, wird dabei mit Hilfe von mehreren Vakuum-, Flüssig-Stickstoff und Flüssig-Helium-Wärmeschirmen von der Umgebung geschützt. In Rahmen dieser Doktorarbeit wurden zwei verschiedene Typen von Kryostaten benutzt: ein Kryostat mit einem VTI-Einsatz (*engl.* Variable Temperature Insert VTI) der Firma Oxford mit einer Basistemperatur von 1.5 K sowie ein Verdünnungskryostat OXFORD TLM 400, der eine Kühlleistung von $400 \mu\text{W}$ bei einer Mischkammertemperatur von 100 mK erreicht; die tiefste erzielbare Temperatur ohne Wärmebelastung liegt in diesem Toplader-Kryostaten bei etwa 20 mK. Für genauere Beschreibung der Arbeitsweise der Kryostaten sei auf [23] verwiesen.

3.1.2 Badtemperatur und Elektronentemperatur

Die effektive Temperatur der von Raumtemperatur zugeführten Elektronen kann signifikant von der Mischkammertemperatur abweichen. Diese Abweichung hängt dabei sehr stark von der Höhe der erreichten Temperatur ab - so sind im Experimenten bei 100 mK noch identische Mischkammer- und Elektronentemperatur festzustellen, bei $T_{\text{MK}} \ll 100 \text{ mK}$ jedoch kaum Änderung in der Elektronentemperatur zu Vermerken ist [24]. Zur Bestimmung der Elektronentemperatur benutzt man physikalische Phänomene wie z.B. thermische Verbreiterung der Coulomb-Oszillationen (siehe Kapitel 5.3.1). Das Problem liegt bei der Kühlung des 2DES selbst: die Temperatur des 2DES ist eine Folge eines dynamischen Gleichgewichts. Die Kühlung erfolgt über die Kopplung an das kalte Phononenbad und die Zuleitungen an den Ohmschen Kontakten. Mit tiefer werdenden Temperaturen werden die Elektronen im 2DES mit kleiner werdenden Kühlleistung gekühlt und somit der Mischkammertemperatur zunehmend entkoppelt. Gleichzeitig erfolgt unerwünschtes Heizen der Elektronen über nicht optimal gekühlte Zuleitungen sowie vermutlich hauptsächlich durch die Störungen, die über die Verkabelung an das 2DES gekoppelt werden. Dieses Rauschen kann nicht nur das Auflösungsvermögen der Messungen und die tiefste erzielbare Temperatur des 2DES begrenzen, sondern auch das Verhalten der Probe selbst durch sog. Rektifikationseffekte ändern. Bei einfacher Betrachtung stellt das Rauschen Energie zur Verfügung, die von Quantensystemen absorbiert werden kann und ruft somit unerwünschte Effekte hervor. Zu einem dieser Effekte gehört rauschbedingte Verbreiterung der Coulomb-Oszillationen. Diese Verbreiterung kann sich dabei auf zwei verschiedene Wege bemerkbar machen. Die schwankende Vorspannung weicht zusätzlich die Fermikante auf und somit erhöht sich scheinbar die elektronische Temperatur, während fluktuierende Spannungen an Kontroll-Gattern das lokale Potential am Ort des Quantenpunkts und somit dessen Energiespektrum ändern.

Die Problematik rauscharmer Messungen in tiefen Temperaturen ist ein sehr komplexes Thema, das sich im Alltag oft nur durch Ausprobieren von verschiedenen Messaufbau-Konfigurationen bewältigen lässt. Eine ausführliche Beschreibung dazu ist im folgenden Abschnitt 3.2.4 zu finden.

3.2 Messtechnik

Für die in dieser Arbeit durchgeführten Experimente ist neben tiefsten Temperaturen auch die verlust- und rauscharme Einspeisung von dc- und rf-Signalen erforderlich. Hier kommt es unweigerlich zu Kompromissen zwischen thermischer und elektronischer Ankopplung. Während sich dc-Drähte mit dünnen und schlecht leitenden Manganverbindungen thermisch gut ankoppeln lassen, bleiben in einem Toploader die rf-Zuleitungen oft deutlich über der Mischkammertemperatur. Damit sich die Dämpfung in einem akzeptablen Rahmen bewegt, müssen Zugeständnisse gemacht werden, denn für Messungen bei hohen Frequenzen werden größere Durchmesser und gut leitende Materialien benötigt, was einen größeren Wärmeeintrag zur Folge hat. Die Koaxialverkabelung lässt sich dabei relativ einfach am Außenleiter mit Hilfe von thermischen Ankopplungen kühlen, während deren Innenleiter aufgrund des Kapitza-Widerstands [23] sehr schwach über das Dielektrikum vom Außenleiter mitgekühlt wird. Da der Innenleiter direkt mit der Probe verbunden ist, genügt oft eine alleinige Thermalisierung des Außenleiters nicht, um elektronische Temperaturen deutlich unter 100 mK zu erreichen. Eine häufig eingesetzte Lösung ist dabei die Ankopplung der rf-Verkabelung mittels Dämpfungsglieder an mehreren Stellen im Kryostat [25]. Diese Lösung birgt auch Nachteile: Die häufig erforderliche Spannung zwischen Innen- und Außenleiter benötigt den Einbau einer Weiche (Bias-Tee), die sich direkt vor der Probe befindet und die Gleichspannung mit hochfrequenten Signalen kombiniert. Des Weiteren schließen eingebaute Dämpfungsglieder (ohne Verwendung eines Tieftemperaturverstärkers) empfindliche Reflexion- und Transmissionsmessungen aus. Im Rahmen des Umbaus eines anderen Kryostaten wurden als Alternative zu Dämpfungsgliedern spezielle thermische Ankopplungen für die rf-Verkabelung entwickelt [26]. Diese Ankopplungen lassen Gleichspannungen zu und besitzen dabei hervorragende Transmissionseigenschaften. Aus Platzmangel kann jedoch in dem hier benutzten Kryostaten TLM 400 diese Lösung nicht eingesetzt werden. Die rf-Verkabelung besteht aus vier-Edelstahl-Koaxialkabeln, die ununterbrochen von dem Anschluss bei Zimmertemperatur bis zur Mischkammer verlaufen. Die einzige Kühlung der Koaxialkabel besteht aus an mehreren Stellen metallisch an den Außenleitern gekoppelten Platten. Diese Platten sorgen für einen guten thermischen Kontakt zu dem Messstab, der wiederum an den Kryostat thermisch angekoppelt ist. Eine solche Verbindung zwischen Außenleiter und Stab ist in Abbildung 3.1 zu sehen.

3.2.1 Erdung des Messaufbaues

Bei sehr empfindlichen Messungen ist eine eindeutig definierte Messerde, die den Bezugspunkt für sämtliche Messinstrumente darstellt, unverzichtbar. Dabei muss auf die Durchführung der Masse besonders geachtet werden: Bei Tieftemperaturmessungen sind die Messgeräte gezwungenermaßen räumlich von der Probe getrennt und die elektrische Verbindung erfolgt mittels der Kryostatenverkabelung. Diese ist wiederum

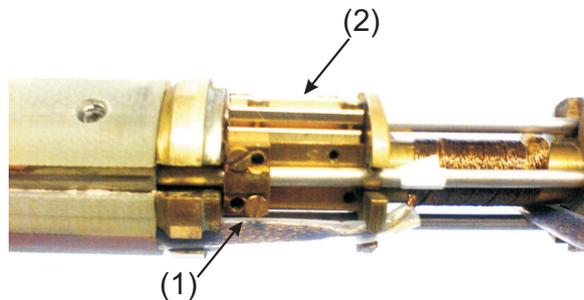


Abbildung 3.1: Thermische Ankopplung der rf-Verkabelung. Der Außenleiter wird mit Hilfe von Messingplatten an der 1 K-Stufe angekoppelt. Die vormals schmalen Platten (1) wurden dabei gegen speziell angefertigte breitere Platten (2) zur Verbesserung des Wärmeaustausches ersetzt.

zwecks Thermalisierung an mehreren Stellen metallisch mit Probestab und Kryostaten verbunden, was eine Definition der Masse an mehreren Stellen und damit verbundene Erdschleifen unvermeidlich macht. In der Praxis wird daher eine klare Definition der Masse oft sehr schwierig. Bei dem TLM 400 System benutzt man beispielsweise Probenhalter (Messstäbe), die vom Hersteller eine metallische Verbindung zwischen Stab und Kryostat mittels Berylliumfedern (thermische Ankopplung) vorgesehen haben. Während Nachfüllens von flüssigem Heliums bei tiefen Temperaturen kann es zu einem Wackelkontakt zwischen Kryostatenerde und Stab an diesen Ankopplungen kommen und somit werden gefährliche Spannungspulse zwischen Mess- und Kryostatenerde erzeugt, die die Proben zerstören können. Aus leidvoller Erfahrung geht hervor, dass man den Stab mit einem zusätzlichen niederohmigen Anschluss auf Kryostatenerde bringen muss, um diese Spannungspulse zu vermeiden, obwohl dies zwangsläufig zu einer weiteren Erdschleife führt.

3.2.2 Erdung des Messstabes

Die Erdung des Messstabes erfolgt hauptsächlich über die Außenleiter der rf-Anschlüsse: Die niederfrequente Verkabelung besitzt selbst *keine* Masse im Sinne von einem festen Erdanschluss mit der Probe. Diese rf-Anschlüsse sind metallisch an den Stab gekoppelt, dieser ist wiederum an mehreren Stellen mit dem Kryostat, der die Messerde definiert, verbunden. Die dc-Verkabelung besteht aus gedrehten Manganindrähten (*engl.* twisted pairs), die zur Verbesserung der thermischen Ankopplung um den Stab gewickelt und geklebt sind. Der untere Teil eines von uns benutzten Messsta-

bes ist in Abbildung 3.2 zu sehen. Während der Messung wird die Spannung in Bezug

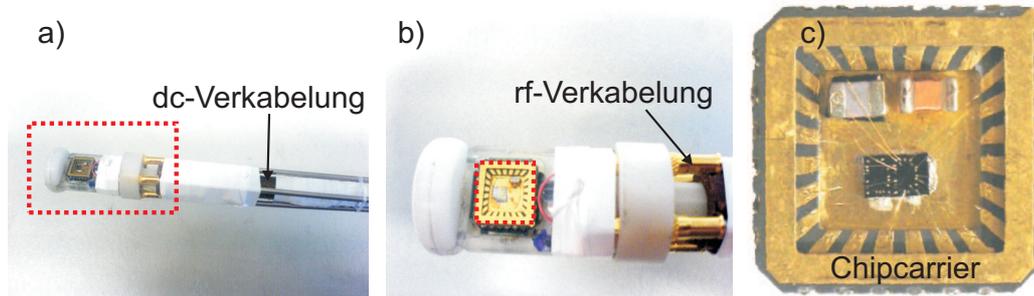


Abbildung 3.2: Unterer Teil des Messstabes. (a) Die verdrehten dc-Anschlüsse. (b) rf-Zuleitungen, die über den Außenleiter metallisch am oberen Teil des Stabes (siehe Abbildung 3.1) angeschlossen sind. Aus messtechnischen Gründen im Mikrowellen-Bereich muss der Boden der angesteckten Chipcarriers (c) mit den Außenleitern der rf-Verkabelung, der auf einen Anschluss des Chipcarriers geführt ist, kontaktiert werden.

auf das 2DES angelegt. Die Spannungsquellen beziehen ihre Massen vom Stab über eine Anschlussbox (*ICE-Box*), die über ein 18-poliges Fischer-Kabel mit dem Stab verbunden ist. Die Masse vom Fischer-Kabel definiert die Messerde, an der die Messgeräte angeschlossen sind. Dieses Erdungskonzept eignet sich für niederfrequente Messungen ($f_G < 1$ MHz), wobei die Grenzfrequenz f_G durch die Abschneidefrequenz des benutzten Messaufbaues (also der Verkabelung, der Probe selbst und des benutzten Verstärkers) definiert ist. Für Messungen im Mikrowellen-Bereich ist daher eine andere Festlegung der Erde unabdingbar: Das 2DES stellt keine *breitbandige* Masse dar. Die Impedanz des 2DESs variiert sehr stark mit zunehmender Frequenz und bestimmt dabei keine feste Masse im rf-Bereich. Aus diesem Grund muss der Boden des Probenträgers, zwecks Definition der Masse am Ort der Probe, mit den rf-Außenleitern kontaktiert werden.

3.2.3 Schirmkabine

Zur Entkopplung externer Störquellen in Form elektromagnetischer Wellen verfügt TLM 400 über eine Abschirmkabine, die eine Abschirmwirkung von über 100 dB zwischen 10 kHz und 10 GHz vorweist [27]. Die Abschirmkabine umhüllt den gesamten Kryostat und erlaubt den Anschluss externer Messgeräte über eine spezielle Filter-Durchführung, die zwölf gefilterte und zwei ungefilterte BNC-Anschlüsse besitzt sowie über zwei SMA-Anschlüsse verfügt. Die gesamte (metallische) Kabine besitzt eine separate Erdung, die die Kryostaten- und Messerde definiert. Zwei getrennte Stromkreise sind in der Kabine vorhanden. Diese Stromkreise sind über spezielle 50 Hz-Filter angeschlossen, bei denen die beiden 230 V-Anschlüsse zwecks Entkopplung von

Netzstörungen bezüglich Erdepotential gefiltert werden. Um eine hohe Dämpfung aller Störfrequenzen (bis auf die Netzfrequenz) zu gewährleisten, besitzen diese Entkopplungsfilter sehr hohe Güte und zeigen sich daher sehr empfindlich auf abrupte Stromänderungen, die z.B. durch das Ein- bzw. Aus-Schalten von Geräten innerhalb der Abschirmkabine hervorgerufen sind. Mit anderen Worten gesagt, ist die Versorgungsspannung innerhalb der Kabine sehr sensitiv und antwortet mit Schwingungen auf jegliche Laständerung. Wie der Autor schmerzlich erfahren musste, ist diese Tatsache von entscheidender Bedeutung. Bei einem Messaufbau, der die Masse der Kabine als Messerde definiert (vor allem, wenn diese Erde über einen der rf-Anschlüsse der Kabine an den Kryostaten angeschlossen wird), kann bereits das Aus- oder Einschalten des Lichts in der Kabine die Probe zerstören¹, obwohl die Kabinenbeleuchtung an einem von Messinstrumenten getrennten Stromkreis angeschlossen ist. Dieses Problem konnte dabei mit Anbringung/Änderung der zusätzlichen niederohmigen Masse nicht gelöst werden. Schwingt die Masse der Kabine infolge einer Laständerung, so werden Spannungsquellen gezwungen, die Spannung nachzuregeln. Diese sekundären Spannungspulse aufgrund unterschiedlicher Impedanzen der Masse und der spannungstragenden Verkabelung sind keineswegs kohärent, was starke und schnelle Änderung der Arbeitsspannung am Ort der Probe zur Folge hat. Beim endgültigen Messaufbau wird vollständig auf die Funktion der Kabine verzichtet².

3.2.4 Messauflösung

Das Rauschen des Messaufbaues bei einer gegebenen Messbandbreite Δf unter Vernachlässigung der externen Rauschquellen setzt sich aus folgenden Beiträgen zusammen;

1. Johnson-Rauschen des Konversions-Widerstands R_K des Strom-Spannungswandlers:

$$\sqrt{4 kT \Delta f R_K}, \quad (3.1)$$

2. Johnson-Rauschen des Proben-Widerstands R_S :

$$\sqrt{4 kT \Delta f R_S} \left(\frac{R_K}{R_S} \right) \quad (3.2)$$

3. Stromrauschen des Strom-Spannungswandlers:

$$i_N R_K \quad (3.3)$$

¹Die Proben werden dabei sehr stark umgeladen und müssen erneut abgekühlt werden.

²In der Tat zeigte sich beim früheren Messaufbau unter Benutzung der Schirmkabine kein Störeinfluss bei Öffnung der Kabine.

4. Spannungsrauschen des Strom-Spannungswandlers:

$$u_N \left(\frac{R_K}{R_S} - 1 \right) \quad (3.4)$$

Die letzten zwei Beiträge (definiert pro \sqrt{Hz}) sind der Spezifikation des benutzten Verstärkers zu entnehmen. Der Term u_N zeigt charakteristische $1/f$ -Abhängigkeit und i_N eine Zunahme mit f .

5. In Halbleiterbauelementen tritt zusätzlich noch das Schrottrauschen (*engl.* Shot Noise) auf:

$$\sqrt{2|e|I\Delta f} \quad (3.5)$$

mit I als im Leiter fließender Strom. Dieser Term rührt daher, dass sich der Gesamtstromfluss aus der Bewegung einzelner Ladungsträger (Elektronen oder Löcher) zusammensetzt. Diese Bewegung geschieht nicht gleichmäßig, sondern ist ein statistischer Prozess, was zum Schrottrauschen führt.

6. Das $1/f$ -Rauschen des Proben- und Konversions-Widerstands. Als Referenz dienen hier empirischen Werte, die sich für verschiedene Widerstandsmaterialien unterscheiden.

Diese Rauschquellen treten unkorreliert auf und stellen somit den minimalen Rauschpegel dar. Die Johnson- und Schrott-Rauschbeiträge hängen kritisch von der Bandbreite Δf ab, die sich wiederum aus der Zeitkonstante des Strom-Spannungswandlers t_{an} ergibt: $t_{an} = \ln 9 / (2\pi f_g)$, wobei f_g die Abschneidefrequenz des eingebauten Tiefpassfilters ist. Diese Zeit t_{an} kann mit der sogenannten Anstiegszeit RT (*engl.* Rise Time RT) mit Beziehung $t_{an} = RT \cdot \ln 9$ verknüpft werden und RT kann in Schritten von 0.01 ms bis zu 1 s gewählt werden. Die Messbandbreite Δf wird hierbei durch den Strom-Spannungswandler und nicht durch die Verkabelung und Probe selbst definiert³. Diese Bandbreite hängt wiederum von der ausgewählten Anstiegszeit RT und dem Verstärkungsfaktor (*engl.* Sensitivity) ab. Genauerem Werten sind aus der unteren Tabelle zu entnehmen⁴.

Die beiden Spalten links geben die Beziehung zwischen Anstiegszeit RT und der daran verknüpften Messbandbreite wieder, die folgenden Spalten verknüpfen die Messempfindlichkeit mit dieser Bandbreite und der minimalen Anstiegszeit. Wählt man beispielsweise eine Sensitivity von 10^{-10} A/V und eine RT von 100 ms, so wird die Messbandbreite auf 4.2 Hz reduziert. Für den typischen Messaufbau zur Messung

³Die spezielle Arbeitsweise des Strom-Spannungswandlers erlaubt es, deutlich über den Wert von $\Delta f = 1/(2\pi RC)$ zu gehen. R und C sind hier der Gesamtwiderstand und die Gesamtkapazität des Messaufbaues inklusive Probe. Aus den typischen Werten für $R \simeq 50 \text{ M}\Omega$ und $C \simeq 300 \text{ pF}$ folgt eine Bandbreite von 10,6 Hz (sic!).

⁴Bedienungsanleitung *DL Instruments Model 1211*, Anhang A.

der Coulomb-Blockade (siehe Kapitel 3.4) werden Ströme als Funktion weiterer Parameter gemessen. Die Rauschbeiträge der Spannung schlagen sich daher im Stromrauschen nieder und das minimale Rauschen, mit dem die Messung belastet ist, folgt aus dem Strom- und Schrottrauschen und setzt somit die Auflösungsgrenze fest.

<i>Rise Time</i> (<i>ms</i>)	Equip NBW ($\frac{1}{8}T$ Hz)	Sensitivity (A/V)	Typical Bandwidth (kHz)	Min <i>Rise Time</i> (<i>ms</i>)
0.01	42000	-	-	-
0.03	14000	10^{-3}	65	0.010
0.1	4200	10^{-4}	60	0.010
0.3	1400	10^{-5}	55	0.010
1	420	10^{-6}	32	0.015
3	140	10^{-7}	20	0.025
10	42.0	10^{-8}	15	0.040
30	14.0	10^{-9}	4.0	0.250
100	4.2	10^{-10}	1.5	0.450
300	1.15	10^{-11}	0.5	1.100

Diese Beiträge berechnen sich folgendermaßen: Stromrauschen des Strom-Spannungswandlers beträgt bei der obigen Bandbreite 4 fA und das Schrottrauschen beläuft sich auf 37 fA. Wählt man die größte RT von 300 ms, so wird die Bandbreite auf 1.15 Hz reduziert und das Schrottrauschen, das hier den größten Beitrag zum Gesamtrauschen hat, beläuft sich auf 19 fA, während das Stromrauschen des Strom-Spannungswandlers 1 fA beträgt.

Die obigen Ausführungen stellen somit die physikalischen Grenzen der Messauflösung dar. In der Praxis wird jedoch das Rauschen meist durch externe Rauschquellen und/oder Störquellen dominiert. Dabei ist eine Rauschquelle mit ihrer kontinuierlichen spektralen Verteilung von der Störquelle, die nur diskrete Frequenzen aufweist, zu unterscheiden. Die Beseitigung dieser Störquellen stellt sich als eine komplexe Aufgabe dar, die sich mit konsequenter und methodischer Suche danach bewältigen lässt.

Ein adäquates Verfahren⁵ für die Suche nach niederfrequentem Rauschen beruht auf einer dc-Messung eines QPCs, die aufgrund einer möglichst großen Messbandbreite die direkte Messung von Rauschfluktuationen erlaubt. Als Ausgangspunkt dient eine Vergleichsmessung an einem bekannten Widerstand von ≈ 25 k Ω , die unter Beteiligung der Mindestzahl an Messinstrumenten durchgeführt wird. In diesem Fall werden eine Spannungsquelle, ein Strom-Spannungswandler und ein PC-steuerbares Multimeter benötigt. Diese Messung erlaubt eine sehr schnelle Einschätzung des inhärenten Eigenrauschens der beteiligten Messgeräte. Anschließend findet die gleiche Messung an einem QPC statt, an welchem die Gatterspannung so gewählt ist, dass er den gleichen Widerstand wie der Kontrollwiderstand vorweist. Anhand dieser Messungen

⁵Entwickelt von Daniel Harbusch.

lassen sich sehr schnell Brummschleifen, aufgrund ihrer typischen Frequenz von 50 Hz, detektieren. Im nächsten Schritt erfolgt der Umbau/Entfernung einzelner Messgeräte und eine Wiederholung der Messung. Dieser Vorgang soll so oft wiederholt werden, bis die Messung an dem QPC der Messung an dem Kontrollwiderstand gleicht. In Abbildung 3.3 ist eine solche Messreihe exemplarisch dargestellt. Die typischen Störquellen

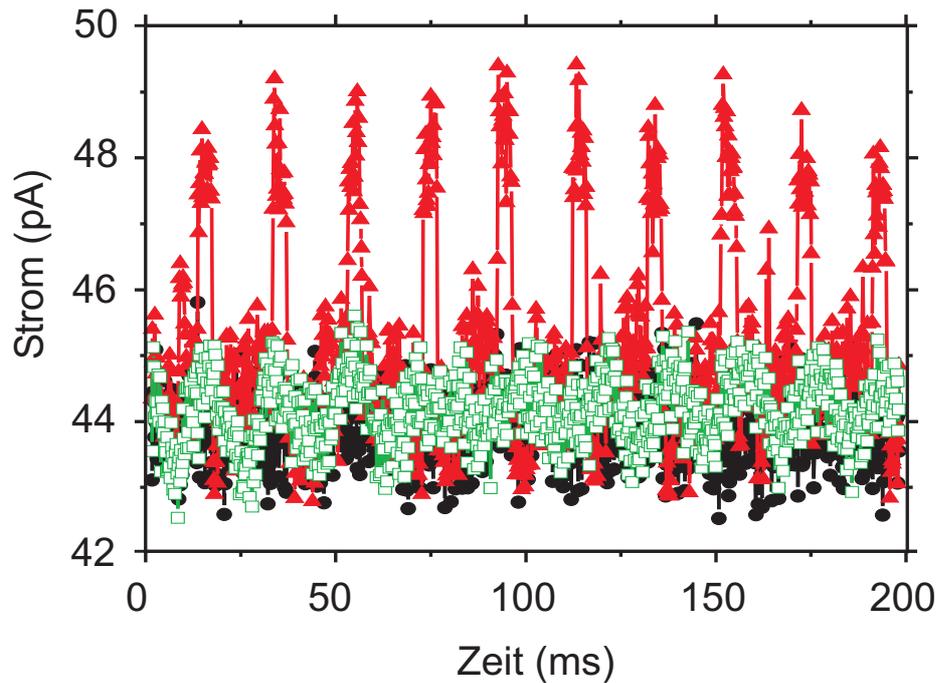


Abbildung 3.3: Kontrollmessung an einem Widerstand (schwarze Punkte) und die nachfolgende Messung an dem QPC (rote Dreiecke). 50 Hz-Brummen ist deutlich zu sehen. Optimierter Messaufbau (grüne offene Rechtecke): die Präsenz der Störfrequenz ist nur noch schwach zu beobachten.

in Form von Brummschleifen sind die von Messgeräten ausgestrahlten Störsignale. Hier ist zwischen zwei verschiedenen Arten zu unterscheiden:

- Störsignale, die direkt von einer Spannungsquelle übertragen werden. Die Knick-Quelle, z.B. emittiert Störungen, deren spektrale Anteile bei 50 Hz bis 2 kHz liegen [27] und mit thermischem Rauschen überlagert sind.
- Störungen, die von den Messgeräten in Form von elektromagnetischer Strahlung emittiert und durch die Verkabelung und/oder andere Messgeräte eingefangen wird (vergleiche Abbildung 3.3)

Die eingestrahlten Störungen lassen sich einfach mit Hilfe von Tiefpassfiltern bereinigen, was allerdings eine starke Einschränkung⁶ der Bandbreite nach sich zieht (dies gilt nur für die stromtragende Leitungen wie Source und Drain). In der Tat werden die restlichen Störungen (Abbildung 3.3 offene Rechtecke) hauptsächlich durch eingefangene Störungen, die die typische Netzfrequenz besitzen, verursacht. Erfahrungsgemäß sollen bei der Suche nach Störquellen folgende Merkmale besonders beachtet werden:

1. Der Aufbau aller Messgeräten mit galvanischer Verbindung zwischen Schutzleiter und Außenleiter soll nicht nur über einen separaten Trenntransformator erfolgen, sondern auch deren Anschluss über GPIB-Schnittstelle muss optisch vom Messrechner/anderen Messinstrumenten entkoppelt sein.
2. Für Spannungsquellen, die an dc- und rf-Verkabelung angeschlossen sind, müssen galvanisch getrennte Tiefpassfilter benutzt werden.
3. Spannungsquellen, die die Vorspannung erzeugen, sollten ihren Schutzschirm (*engl.* Guard) mit der Masse galvanisch verbunden haben.
4. In der Abschirmkabine fangen die Messinstrumente die von Netzteilen der anderen Instrumente emittierten Störungen sehr stark ein. Dabei gilt, untere Tabelle zu beachten.

Zur Bestimmung des Magnet-Streufeldes, das von den Netzteilen der einzelnen Geräte emittiert wird, wird eine Messung mit einer *Tesla-Mouse*⁷ durchgeführt. Dabei wurden die Messinstrumente mit der *Tesla-Mouse* abgetastet und als Ergebnis der größte gemessene Wert des Streufelds zurückgegeben. In der unteren Tabelle sind diese Ergebnisse dargestellt.

Gerät	maximales Streufeld (μT)
Trenntransformator	170
Digitaler Lock-In SRS 830	31
DC-Handspannungsquelle Delta	23.2
Pulsegenerator SRS DG645	6.2
DC-Spannungsquelle IoTech	6.2
DC-Spannungsquelle Yokogawa	5.2
Digitales Multimeter HP34010	2
Digitales Multimeter HP34011	0.6
DC-Spannungsquelle Knick	0.6
GPIB-Optokoppler von National Instruments	0.2

⁶Um das Rauschen um Faktor α zu reduzieren, muss die Bandbreite um Faktor α^2 reduziert werden.

⁷Dieses Gerät detektiert Wechsel-Magnetfelder in Bereich von 16.66 bis 500 Hz mit einer Auflösung von $1 \mu T$ und das Messsignal gleicht der Integration in diesem Frequenzfenster.

Aus dieser Tabelle (und weitreichender Erfahrung) geht hervor, dass Geräte wie der digitale Lock-In SRS830 und der Trenntransformator sich möglichst weit entfernt von anderen Messinstrumenten befinden sollten.

3.3 Spezielle Behandlung der Proben

In den letzten Abschnitten wurde beschrieben, wie von außen kommende Störungen möglichst klein gehalten werden können. Eine empfindliche Messung kann jedoch auch von der Probe selbst gestört werden: Bei ungeeignetem Material führen zeitliche Fluktuationen der elektrostatischen Umgebung zur plötzlichen Änderungen des lokalen Potentials des zu untersuchenden Quantensystems, was als Impulsrauschen (*engl.* Telegraph Noise) bezeichnet wird. Es hat sich erwiesen, dass bei elektrostatisch definierten Proben das Abkühlen mit positiver Gattervorspannung zur stärkeren Unterdrückung dieses Rauschens führt [28]. Als Grund dafür werden Tunnelprozesse der Elektronen von einem QPC-Gatter in die Donatorschicht und schließlich ins 2DES bestimmt. Des Weiteren wurde für die δ -dotierten Proben eine sehr uneinheitliche Verteilung des Rauschens festgestellt, was auf Anwesenheit von Fluktuatoren verschiedener Art zurückzuführen ist. Diese Beobachtung unterstützt die bereits vom Autor aufgestellte These der besseren Stabilität der homogen dotierten Materialien. Der Autor dieser Arbeit wirkte aktiv bei der Publikation [28], was in der Danksagung dieses Papers ihren Ausdruck gefunden hatte.

In Rahmen dieser Arbeit wurden mehrere Proben in tiefen Temperaturen gemessen. In den meisten Fällen erfolgte das Abkühlen unter positiver Vorspannung. Dazu werden alle Gatter miteinander mittels BNC-Verkabelung kurzgeschlossen sowie alle Ohmschen Kontakte, die an einem Strom-Spannungswandler angeschlossen sind. Die positive Spannung wird bei Raumtemperatur an die Gattern angelegt und dabei der Leckstrom I_L , der zwischen den Gattern und dem 2DES fließt, am Strom-Spannungswandler mittels eines Multimeters ausgelesen. Die Vorspannung wird dabei so eingestellt, dass der Leckstrom eine maximale Stärke von einigen nA (bei etwa $V_{\text{pos}} = +160 \text{ mV}$) nicht überschreitet. Während des Abkühlens steigt der Widerstand und der Leckstrom sinkt, was eine schrittweise Anpassung der Vorspannung auf den gewünschten Wert möglich macht. Eine exemplarische Messung des Leckstroms beim Abkühlen sowie die Auswirkung von V_{pos} auf die Abschnürspannung eines QPCs ist in Abbildung 3.4 dargestellt.

Während des Abkühlvorgangs wird die Vorspannung angelegt ($I_L \leq 1 \text{ nA}$) und der Stab in kleinen Schritten von 5 cm nach unten geführt. Folglich werden Stab und Probe gekühlt und der Widerstand steigt, was sich in Abbildung 3.4 (a) als eine Abnahme des Leckstroms beobachten lässt. Nach einer Wartezeit (I_L geht langsam in Sättigung) wird die Spannung bis zum maximalen Leckstrom erhöht - in Abbildung 3.4 als scharfer Anstieg nach oben zu sehen - und anschließend wird der Stab weiter abgesenkt. Dieser Vorgang wird so oft wiederholt, bis die gewünschte Spannung V_{pos}

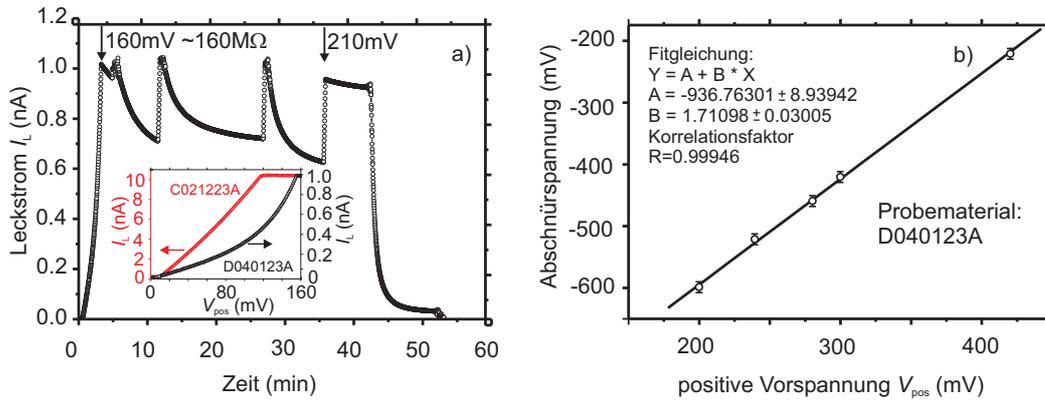


Abbildung 3.4: (a) Leckstrom I_L als Funktion der angelegten positiven Spannung V_{pos} während des Abkühlvorgangs, Probe auf dem D040123A-Material. Beigefügt ist ein Vergleich der Leckströme für zwei verschiedene Materialien bei Raumtemperatur. Die verschiedenen vertikalen Skalen sind zu beachten. (b) Auswirkung der Spannung V_{pos} auf die Abschnürspannung eines ausgewählten QPCs. (Auswertung: W8-S6-pos-Bias-vs-Absch-V.OPJ)

erreicht ist. Ab einem gewissen Punkt (also unterhalb einer gewissen Temperatur, die hier leider nicht mitgemessen werden konnte) sinkt I_L auf 0 nA. Schließlich wird die Probe auf die Kryostatentemperatur abgekühlt und die Vorspannung langsam auf 0 V zurückgefahren. Aus dem kleinen Bild in Abbildung 3.4 (a) lässt sich ein sehr unterschiedlicher Verlauf der Leckströme für zwei verschiedene Materialien feststellen. Die homogen dotierte Probe D040123A zeigt einen langsamen und nahezu exponentiellen Anstieg des Stroms bei einem Widerstand von $160 M\Omega$ bei der Raumtemperatur. Die δ -dotierte Probe C021223A weist dagegen einen linearen (also Ohmschen!) Stromanstieg auf, wobei der Widerstand nur $10,6 M\Omega$ beträgt.

Beim Abkühlen werden Elektronen, die zum Leckstrom beitragen, langsam in der Donatorschicht eingefroren und bleiben in der Heterostruktur gefangen. Diese gefangenen Elektronen können sich aufgrund des Energiemangels bei tiefen Temperaturen nicht mehr bewegen und erzeugen somit eine negative Spannung unter den Gattern, die die Abschnürspannung (Arbeitsspannung) positiver macht. Zwischen der Vorspannung und der Abschnürspannung besteht ein klarer linearer Zusammenhang, wie in Abbildung 3.4 (b) zu sehen ist. In diesem Fall beträgt dieser Proportionalitätsfaktor etwa $1/1.7$. In diesem Abkühlvorgang ist die rauschunterdrückende Auswirkung zweifach: Die eingefrorenen Elektronen sättigen die Zustände der Fluktuatoren und senken zusätzlich die Arbeitsspannung, was wiederum das Impulsrauschen unterdrückt [28]. Dieser Effekt der Rauschunterdrückung kann in tiefen Temperaturen jedoch mit Zuführung einer Energiequelle (z.B. starker Beleuchtung) rückgängig gemacht werden. Zusammenfassend hat sich das Abkühlen mit positiver Vorspannung als sehr

gute Methode zur Unterdrückung des materialbedingten Rauschens erwiesen, hat jedoch gewisse Konsequenzen. Aus Erfahrung geht hervor, dass schon der kleinste Spannungspuls oder eine plötzliche Entladung an der Kryostatenmasse die Stabilität der Probe rückgängig machen kann.

3.4 Coulomb Blockade Messungen

In Abbildung 3.5 ist eine Gesamtübersicht des von uns benutzten Messaufbaues schematisch dargestellt. Die Ohmschen Kontakte der Probe (*Source* und *Drain*) sind mit der Spannungsquelle und der virtuellen Masse des Strom-Spannungswandlers verbunden. Über einen $100\text{ M}\Omega$ -Konversionswiderstand wird der durch die Probe fließende

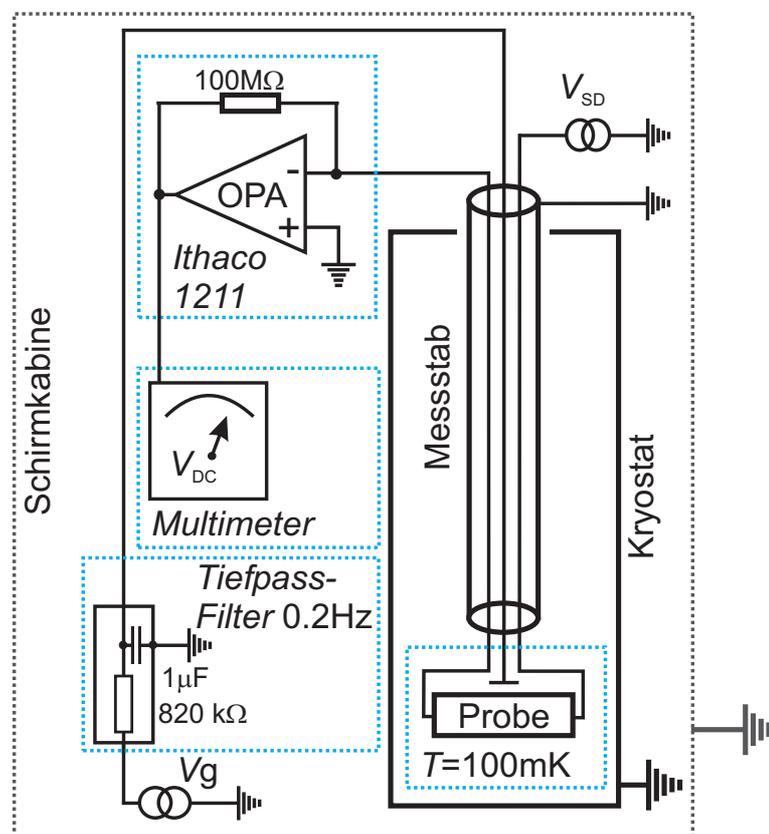


Abbildung 3.5: Schematischer Messaufbau. Die Probe befindet sich im Kryostat und ist mittels der Kryoverkabelung mit den Messgeräten verbunden.

Strom in ein Spannungssignal umgewandelt, das wiederum mit einem Multimeter aus-

gewertet wird. Eine dc-Spannungsquelle ist über einen Tiefpass-Filter mit der charakteristischen Abschneidefrequenz von 0.2 Hz an eines der Gatter angeschlossen. Die Verbindung zwischen Messgeräten und Stab erfolgt mittels der ICE-Box, bei der optional die Masse vom Fischer-Kabel von der Masse der ICE-Box getrennt werden kann. Jeder der aktiven 16 Anschlüsse kann dabei mittels Schalter auf den entsprechenden Innenleiter des BNC-Anschlusses oder des Außenleiters (Erde) geschaltet werden. Dieser einfache Messaufbau erlaubt eine dc-Transportmessung der Coulomb-Oszillationen. In der Praxis besteht der benötigte Messaufbau aus mehreren Spannungsquellen, die die Gatterspannungen liefern und somit Quantenpunkte definieren, sowie weitere Elektronik für die eigentliche Strom-, Reflexion- usw. Messung. Die meisten Geräte werden über GPIB-Anschlüsse gesteuert und zur Vermeidung der Erdschleifen galvanisch von dem Messrechner über einen GPIB-GPIB und/oder einen USB-GPIB Optokoppler getrennt. Als steuerbare Spannungsquellen kamen Geräte des Typs Yokogawa 7651 und Knick DC Calibrator S252 sowie Digital-to-Analog-Converter (DAC) der Firma IoTechnologies zum Einsatz. Als rechnersteuerbares Multimeter fand hier ein Gerät vom Typ *34410A* der Firma *Agilent* Verwendung.

3.5 Lock-In Messungen

Ein Lock-In-Verstärker ist ein Verstärker zur Messung eines schwachen elektrischen Signals, das mit einem kleinem Referenzsignal f_{Mod} moduliert ist. Das vom Lock-In eingespeiste Modulationssignal erzeugt Strom mit gleicher Frequenz in der Probe und nach Verstärkung durch den Strom-Spannungswandler wird es dem Lock-In-Verstärker wieder zugeführt. Der Lock-In wertet dieses Signal aus und stellt als Messsignal eine dc-Spannung zur Verfügung.

Die Lock-In-Messung ist besonders vorteilhaft bei der sogenannten Ladungsspektroskopie. Diese nutzt die Phasenempfindlichkeit des Lock-Ins, indem der durch den QPC fließender Strom mittels Lock-In ausgewertet wird und dabei die Modulation bei f_{Mod} nicht an einem Ohmschen Kontakt sondern auf ein Gate, das zu einem gekoppelten QD gehört, angelegt wird. Befindet sich einer der Zustände des QDs im Resonanz, so ruft diese Modulation Elektronentransport im QD mit gleicher Frequenz wie f_{Mod} hervor und darauffolgend eine Stromänderung des QPCs⁸. Die gemessene Größe ist dabei nicht mehr der direkte QPC-Strom, sondern seine Änderung als Antwort auf die Gattermodulation. Mathematisch ist dieses Signal der Ableitung des Stroms zuzuordnen. Man spricht hier von *Transleitwert* (*engl.* Transconductance) $g' \equiv dI/dV$. Das Messsignal ist in Siemens $S \equiv A/V$ Einheiten. Ein dazugehöriger Messaufbau ist in Abbildung 3.6 (a) unten dargestellt.

Wird die Spannung am QPC-Gatter nun bei seiner maximalen Empfindlichkeit angesetzt, so werden die Coulomb-Oszillationen deutlich im Strom und in der Ableitung des QPC-Stroms als Funktion der Spannung an einem QD-Gatter sichtbar.

⁸Für genauere Beschreibung dieses Mechanismus sei auf Kapitel 4.2 verwiesen.

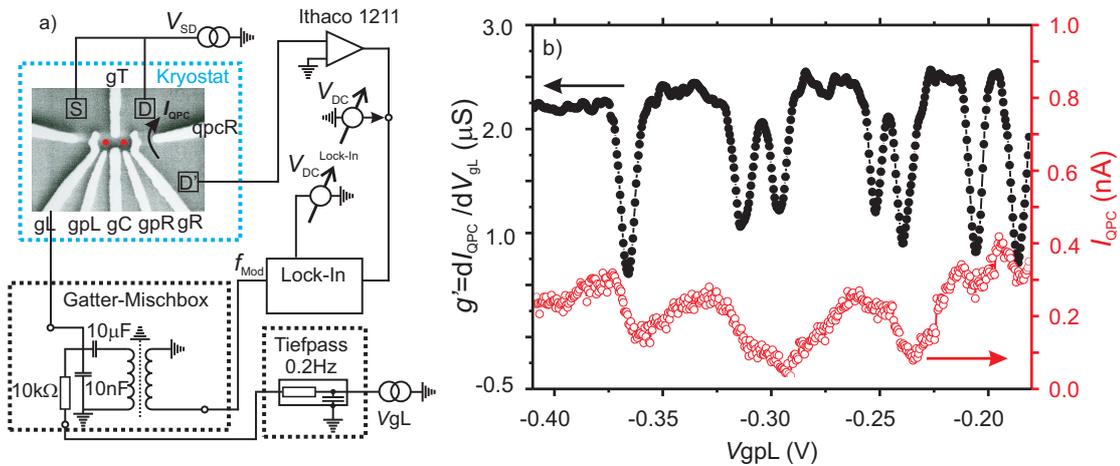


Abbildung 3.6: (a) Messaufbau zur Ladungsspektroskopie. Der Lock-In speist eine Modulation bei f_{Mod} auf das Gatter gL ein und wertet die Stromänderung des QPCs aus. Alle angedeuteten Gatter sind an Spannungsquellen über 0.2 Hz-Tiefpässe angeschlossen (nicht gezeigt). (b) Schwarze geschlossene Punkte: Das Lock-In Signal als Funktion der Spannung am gpL-Gatter. Rote offene Kreise: dazugehörige Strommessung (siehe Text). (QPC: QPC-Empfindlichkeit.OPJ)

Im nachfolgend vorgestellten Fall wird die vom Lock-In eingespeiste Modulationsspannung V_{gL}^{ac} an Gatter gL bei der Modulationsfrequenz f_{Mod} angelegt und der QPC-Strom bzw. seine Abänderung in Antwort auf diese Modulation nach einer Verstärkung mit dem Strom-Spannungswandler ausgewertet. Als QPC dient hier eine Verengung zwischen den Gattern qpcR und gR, vergleiche Abbildung 3.6 (a). Wird nun die Spannung an dem Kontroll-Gatter gpL verfahren, so ein typisches Muster von nacheinander folgenden Minima entsteht. Eine exemplarische Messung dazu, simultan aufgenommen mit dem dc-Strom des QPCs, gibt Abbildung 3.6 (b) wieder. Während im dc-Strom (gemessen direkt hinter dem Strom-Spannungswandler, rote offene Punkte in Abbildung 3.6 (b)) relativ kleine Signaländerung zu vermerken ist, zeigt die Messung des Transleitwerts $g' = dI_{\text{QPC}}/dV_{gL}$ (schwarze Punkte) deutlich stärkere Änderungen. Diese Tatsache der deutlich kleineren Empfindlichkeit einer dc-Messung erschwert oft eine Auswertung des dc-Stroms.

Jedem Minimum im Messsignal kann hier eine Umladung im DQD zugeordnet werden. Die Stärke dieses Signals hängt von der kapazitiven Kopplung des QPCs an die sich bewegende Elektronen ab, und ruft somit eine Ladungsänderung - im rechten QD größeres als im linken - als Messsignal hervor. Die relative Höhe (Tiefe) der Resonanzen hängt dabei von der Modulationsamplitude, der Modulationsfrequenz f_{Mod} (sofern die Integrationszeit des Lock-Ins konstant gehalten wird) und der Vorspannung am QPC ab. Die gemessene Breite dieser Resonanzen (und nicht die Amplitude selbst) bein-

haltet also Informationen über die Beladevorgänge im QD. So lässt sich beispielweise aus der Breite der Resonanzen die Kopplung zu den Zuleitungen berechnen.

Ein wesentlicher Vorteil dieser Methode besteht darin, dass ein QPC die Ladungsänderung in einem QD detektiert, was einer direkten Strommessung an diesem QD überlegen ist. Befinden sich im QD nur wenige Elektronen, so sind seine Tunnelbarrieren zu den Zuleitungen hin meist zu groß, um einen endlichen Strom messen zu können, während ein QPC hingegen ein Messsignal liefert. So kann mit Hilfe dieser QPC-QD-Konfiguration der Messbereich deutlich erweitert werden.

Ein weiterer Vorteil der Ladungsspektroskopie liegt in ihrer Empfindlichkeit auf eine Ladungsänderung, die nicht zu einem Nettostrom führen muss. So kann man mit dieser Methode auch Umladelinien (also Linien, bei denen ein Elektron sich nur zwischen den beiden QDs bewegt und dabei kein Strom durch den DQD erzeugt) messen. Das gleiche Prinzip gilt für Prozesse, bei denen sich ein Elektron zwischen einem QD und einer Zuleitung hin- und herbewegt. Darüber hinaus ist diese Messmethode unempfindlich gegen alle Prozesse, die mit $f \neq f_{\text{Mod}}$, wie z.B. durch fluktuierende Störstellen hervorgerufen, stattfinden. Diese Ereignisse werden jedoch im dc-Strom erfasst und erschweren zusätzlich seine Auswertung.

3.6 Mikrowellenmessungen

Zur Vermessung der Transmissions- und Reflexionseigenschaften der QDs und QPCs werden außer rf-Zuleitungen auch spezielle Anpassschaltungen benötigt. In der Mikrowellentechnik ist der Leitungswiderstand (bekannt auch als Leitungsimpedanz, diese beschreibt das Verhältnis der sich in eine gemeinsame Richtung ausbreitende Strom- und Spannungswellen) auf $50\ \Omega$ gesetzt. Da der typische Widerstand des QDs bzw. des QPCs im $\text{M}\Omega$ - bzw. $\text{k}\Omega$ -Bereich liegt, führt der direkte Anschluss einer rf-Leitung an eine zu untersuchende Probe zu sehr großen Reflexionen. Bei einer einfachen Reflexionsmessung kann der Reflexionsfaktor R folgendermaßen ausgedrückt werden

$$R = \frac{Z - 50}{Z + 50}, \quad (3.6)$$

mit Z als die Probenimpedanz. Aus der obigen Gleichung folgt eine sehr kleine Änderung⁹ der gemessenen Reflexion als Funktion der Impedanz der hochohmigen Probe. Eine Impedanzanpassung ist daher notwendig.

Die Impedanzanpassung beruht auf seriell und parallel verschalteten verlustfreien Reaktanzen solchermaßen, dass die Lastimpedanz (Probe) bei einer bestimmten Frequenz auf einen reellen Wert von $50\ \Omega$ gebracht wird. In der Praxis gibt es sehr viele verschiedene Anpassstrukturen, mit deren Hilfe man jene Impedanz an den Wellenwiderstand der Leitung anpassen kann. Als Beispiel sollen hier eine sog. π -Struktur (bekannt auch

⁹Für einen typischen Impedanzwert eines QPCs von $25\ \text{k}\Omega$ ruft eine Änderung der Impedanz um $500\ \Omega$ eine Reflexionsänderung von 7.95×10^{-6} hervor.

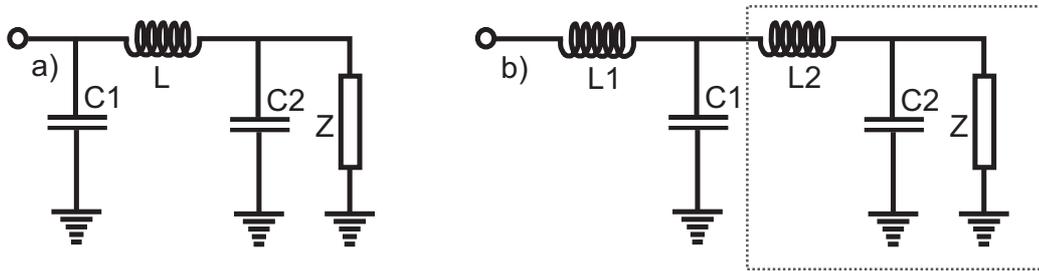


Abbildung 3.7: π -Anpassstruktur (a). Binominaler Transformator (b). Mit grauem Kasten ist die von uns benutzte Anpassstruktur gekennzeichnet.

unter der Bezeichnung Collins-Filter) und ein Zweistufiger Binominal-Transformator genannt werden [29]. In Abbildung 3.7 sind diese Anpassschaltungen dargestellt. Beim Aufbau muss besonders auf eine über die rf-Leitung eingekoppelte Versorgungsspannung (Gleichspannung) geachtet werden, wodurch z.B. der direkte Anschluss einer Spule auf Masse nicht möglich ist.

In der Praxis wird die Anpassschaltung in vereinfachter Form des Binominalen-Transformators (siehe grauer Kasten Abbildung 3.7 (b)) durch Einbau einer Spule direkt neben der Probe realisiert. Die Kapazität C ist dabei durch die Kapazität des benutzten Ohmschen Kontakts, in Bezug auf den Boden des Chipträgers, definiert. Zur Durchführung der Experimente im Mikrowellenbereich muss noch ein weiterer Aspekt beachtet werden: Neben der Dämpfung durch das Koaxialkabel (rf-Verkabelung) kommt es unvermeidlich zu weiteren Leistungsverlusten, die auf zahlreiche Leitungsdiskontinuitäten – wie z.B. durch den Chipcarrier, an den Bonddrähten usw. – zurückzuführen sind. Hier entstehen Resonanzen, die eine sehr ausgeprägte, irreguläre Frequenzabhängigkeit zeigen. Zur Spezifizierung dieser Verluste werden Transmissionsmessungen an zwei kurzgeschlossenen rf-Leitungen und Reflexionsmessungen an einer mit $50\ \Omega$ terminierten Zuleitung in tiefen Temperaturen durchgeführt. In Abbildung 3.8 sind diese Messungen exemplarisch zu sehen. Die schwarzen geschlossenen Punkte stellen eine Messung der Reflexion an einer mit einem $50\ \Omega$ -Widerstand terminierten rf-Leitung dar (Kryostat TLM 400, Stab 3 mit senkrecht angeordneter Aufnahme für den Chipcarrier). Bei dieser Messung befand sich der Abschlusswiderstand auf einem Chipcarrier und der Messstab wurde auf Basistemperatur von $100\ \text{mK}$ abgekühlt. Diese Konfiguration entspricht dem endgültigen Messaufbau mit einer Probe. Eine gute Anpassung ($R < -20\ \text{dB}$) der gesamten Konfiguration (rf-Verkabelung + Chipcarrier + Bonddraht) kann im Bereich vom Interesse zwischen $500\ \text{MHz}$ und $1.8\ \text{GHz}$ gesehen werden. Die danach folgende Messung der Transmission in einer Kombination rf-Leitung #1 – Chipcarrier – Bonddraht – Chipcarrier – rf-Leitung #3 bei

tiefen Temperaturen geben die roten offenen Kreise wieder. Die durch den Skin-Effekt bedingte Zunahme der Dämpfung kann im Frequenzbereich vom Interesse beobachtet werden. Aufgrund des eingesetzten Chipcarriers zeigen oberen Messungen im Bereich höherer $f > 2$ GHz Frequenzen sehr komplizierten Verlauf.

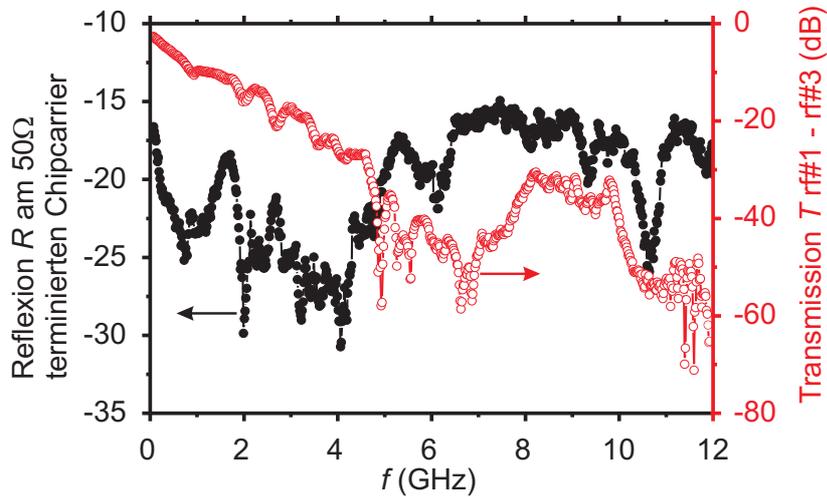


Abbildung 3.8: Reflexionsmessung (schwarze geschlossene Kreise) an einem mit $50\ \Omega$ kurzgeschlossenen Chipcarrier als Funktion der Anrefrequenz. Sehr tiefe Resonanzen im Bereich bis zu 4 GHz sind deutlich zu erkennen. Transmissionsmessung (rote offene Kreise) an zwei mittels eines Chipcarriers kurzgeschlossenen rf-Zuleitungen. Der Verlauf zeigt deutlich eine durch den $1/f$ -Skin-Effekt bedingte Abnahme mit einigen Resonanzen, die auf den Chipcarrier zurückzuführen sind. Die verschiedenen vertikalen Skalen sind zu beachten. (Auswertung: Frigo-Verkabelung:Chipcarrier)

4 Quantenpunktkontakte

In Kapitel 2.1 wird der Aufbau einer Heterostruktur beschrieben, bei welcher die Bewegung der Elektronen auf zwei Dimensionen beschränkt ist. Mit geeigneter Gategeometrie (alternativ mit geeignetem Ätzverfahren) lässt sich die Bewegung der Elektronen um weitere Dimensionen verringern und so entsteht für einen kurzen ein-dimensionalen Kanal ein Quantenpunktkontakt (*engl.* Quantum Point Contact QPC) und bei 0-dimensionalen Strukturen wird ein Quantenpunkt (*engl.* Quantum Dot QD) erzeugt. In diesem Kapitel werden QPCs vorgestellt. Es wird dabei gezeigt, dass diese QPCs zur empfindlichen Messung des Ladungszustands eines QDs sowie zur Entwicklung einer rf-Anpassschaltung, beschrieben im Kapitel 6 verwendet werden können. Unterkapitel 4.2 befasst sich mit der QPC-Empfindlichkeit als Funktion der Anzahl der an dem Transport beteiligten Subbänder, um einen optimalen Arbeitspunkt für den QPC zu finden.

4.1 Leitwertquantisierung eines Quantenpunktkontakts

Wird Strom durch einen zwischen zwei Kontakten gespannten zweidimensionalen Leiter der Breite W und Länge L geleitet, so lässt sich sein Leitwert G als $G = \sigma W/L$, mit σ als spezifischer Leitwert, ausdrücken. Aus obiger Gleichung folgt eine Divergenz des Leitwertes im Limes $L \rightarrow 0$. Experimentell erreicht jedoch der Leitwert G einen Grenzwert G_C für Längen $L \ll L_m$ mit L_m als mittlere freie Weglänge eines Elektrons in dem Leiter. Eine Berechnung dieses Grenzwertes des Leitwertes G_C [30] führt unter Annahme einer endlichen Vorspannung $V_{SD} = (\mu_S - \mu_D)/e$ zu dem Ergebnis

$$G_C = \frac{I}{(\mu_S - \mu_D)/e} = 2 \frac{e^2}{h} M \simeq \frac{M}{12.9 \text{ k}\Omega}, \quad (4.1)$$

wobei M für die Anzahl am Strom I beteiligten Moden (Subbänder) steht. Die Größen μ_S und μ_D geben die chemischen Potentiale der Zuleitungen (der Source und Drain-Zuleitung) wieder. Diese Moden resultieren aus der endlichen Breite W des Leiters [30]. Die Anzahl der Moden kann als $M = \text{Int}\left(\frac{W}{\lambda_F/2}\right)$, mit λ_F als Fermiwellenlänge, ausgedrückt werden [30]. Jeder dieser Moden trägt zum Gesamtleitwert ein Leitwertquantum von $2 \cdot (e^2/h)$ bei. Der Faktor 2 ist dadurch begründet, dass jeder Ortszustand von zwei Elektronen unterschiedlichen Spins besetzt werden kann. Eine Verringerung der Breite W des Leiters im ballistischen Bereich ($L \ll L_m$) führt also zur graduellen

Verdrängung der Transportmoden. Die experimentelle Voraussetzung zur Erzeugung eines ballistischen Leiters lautet $L \ll L_m$ und $W \ll L$ wobei $L_m^{2DES} \simeq 5.2 \mu\text{m}$. Die letzte Bedingung resultiert aus der Fermiwellenlänge $\lambda_F^{2DES} \simeq 60 \text{ nm}$ was eine Anzahl der Moden von $M = 5$ für eine Breite $W = 150 \text{ nm}$ ergibt. Variiert man die Spannung an einem Kontrollgatter, das die Breite W des Leiters steuert, so entsteht eine typische Kennlinie [31] die in Abbildung 4.1 dargestellt ist. Hier wird diese Kontrollspannung V_g simultan an die zwei gelbmarkierten Gatter, wie in Abbildung 4.1 schematisch eingezeichnet, angelegt. Diese Kurve (auch als Abschnürkurve bezeichnet) zeigt ein typisches Stufen-Muster: Befindet sich im Transportfenster eine diskrete Anzahl n an Moden, bildet sich eine Stufe mit einem Wert von $2n \cdot (e^2/h)$; im Übergangsbereich nimmt die Anzahl der besetzten Moden zu (ab) und der Strom nimmt zur nächsten Stufe zu (ab). Im Übergangsbereich zwischen n und $n + 1$ besetzten Subbändern des

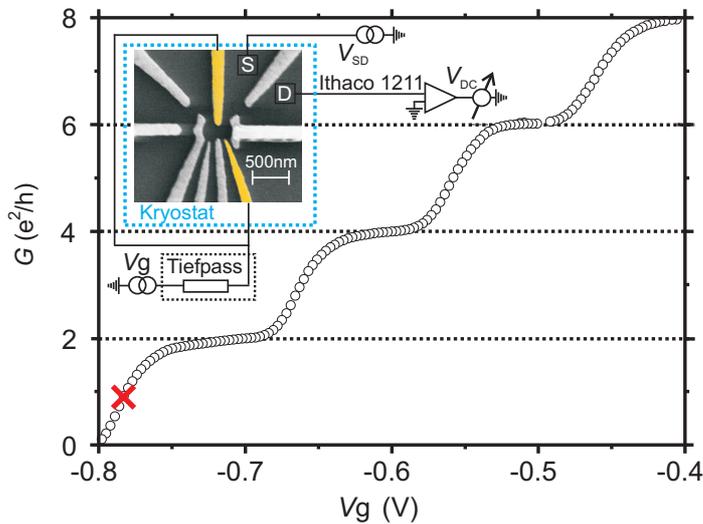


Abbildung 4.1: Abschnürkurve eines QPCs als Funktion der Spannung an den gelbmarkierten Kontrollgattern V_g . Die Stufen in $2 \cdot (e^2/h)$ sind deutlich zu erkennen. Beigefügt ist eine REM-Aufnahme des untersuchten QPCs zusammen mit einer Skizze des Messaufbaues. (QPC: Auswertung)

QPCs bewirken kleinste Spannungsänderungen eine deutliche Änderung im Strom (Leitwert). So ruft ein zusätzliches Elektron in Nähe des QPCs eine Stromsenkung hervor. Bringt man einen QPC in unmittelbare Nähe eines QDs, so ist seine Empfindlichkeit genügend groß, um die Beladung des QDs im Bereich der kleinen Beladungszahlen nachzuweisen [8]. Die Empfindlichkeit des QPCs hängt dabei sehr stark von der Auswahl eines geeigneten, auf der steilen Flanke (siehe rotes Kreuz in Abbildung 4.1) befindlichen Arbeitspunktes ab. Des Weiteren kann die hohe Empfindlichkeit eines QPCs zur Charakterisierung des Probematerials benutzt werden: Die zeitlichen Fluktuationen der elektrostatischen Umgebung schlagen sich in einer entsprechenden

Stromänderung nieder. Eine genaue Beschreibung solcher Prozesse ist dem Kapitel 3.3 zu entnehmen.

4.2 Quantenpunktkontakt als Ladungsdetektor

Ein QPC kann aufgrund seiner bereits erwähnten hohen Empfindlichkeit zur Ladungsdetektion eines QDs eingesetzt werden. Ein wesentlicher Vorteil dieser Methode besteht darin, dass ein QPC die Ladungsänderung in einem QD misst, was einer direkten Strommessung an diesem QD im Bereich der Beladung mit wenigen Elektronen überlegen ist, vergleiche Kapitel 3.5. Dazu werden ein oder mehrere QPCs in die unmittelbare Nähe des QDs gebracht, um die kapazitive Kopplung der im QD eingeschlossenen Elektronen auf den QPC möglichst groß zu halten. Eine REM-Aufnahme,

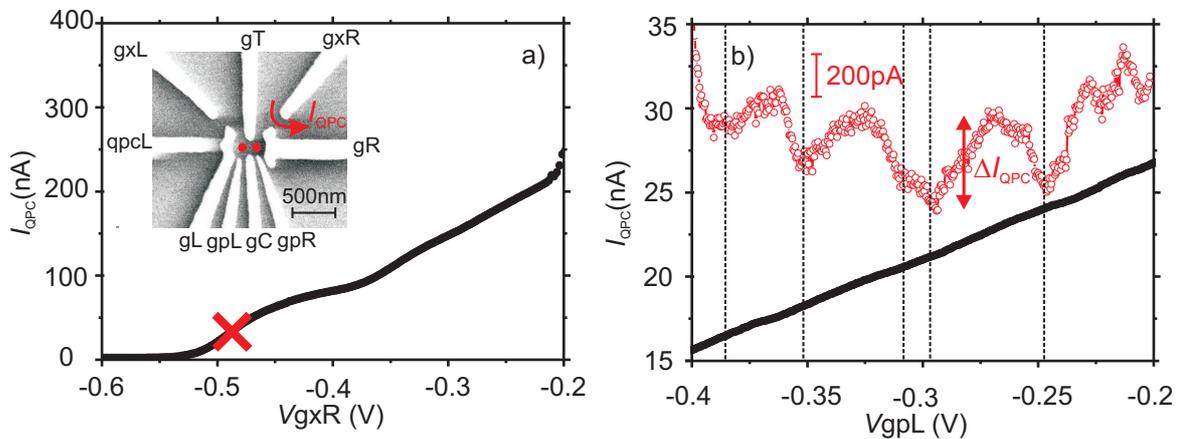


Abbildung 4.2: (a) Teil der Abschnürkurve des QPCs zwischen Gattern g_{R} und g_{xR} , mit rotem Kreuz ist die Arbeitsspannung für weitere Messungen angedeutet. Beigefügt ist eine REM-Aufnahme des benutzten DQDs mit integrierten QPCs. (b) Änderung des QPC-Stroms als Funktion der Gatterspannung g_{pL} (schwarze Linie). Mit negativ werdender Spannung am Gate g_{pL} sinkt kontinuierlich der QPC-Strom und bei Betrachtung diskreter Werte weist er Stufen auf (oben ausgeführte Spur mit roten Kreisen, siehe Text). (QPC: QPC-Empfindlichkeit.OPJ)

dargestellt in Abbildung 4.2 (a), zeigt eine solche Anordnung, bei der mehrere QPCs an einen DQD gekoppelt sind. Vollständiger Messaufbau zu dieser Anordnung ist im Kapitel 3.5 zu finden. Der benutzte QPC, hier zwischen den Gattern g_{R} und g_{xR} definiert, wird auf einen Leitwert von $G \simeq (e^2/h)$ eingestellt und der Stromfluss als Funktion der Spannung an einem DQD-Gatter, hier g_{pL} , beobachtet. Ändert sich die Spannung an diesem Gatter, so beobachtet man direkte kapazitive Kopplung am QPC als kontinuierlichen Anstieg bzw. Absenkung des Stroms, vergleiche schwarze Linie in

Abbildung 4.2 (b). Zusätzlich ändert sich dieser Strom für diskrete Werte des Gatters g_{pL} in kleinen Stufen, was auf eine Ladungsänderung im DQD selbst zurückzuführen ist. Um diese Stufen sichtbarer zu machen, wird der schwarzen Kurve der lineare Beitrag abgezogen und erneut mit offenen roten Punkten mit beigefügter Stromskala in Abbildung 4.2 (b) dargestellt. Während die kapazitive Kopplung im dargestellten Bereich eine Stromänderung von etwa 10 nA hervorruft, beträgt eine Stufe, die durch die Ladungsänderung im DQD hervorgerufen wird, nur etwa 200 pA. Diese Stufe ist in Abbildung 4.2 (b) als ΔI_{QPC} gekennzeichnet und wird in der weiteren Diskussion als relative Stromänderung bezeichnet. Zur Untersuchung der Empfindlichkeit dieses

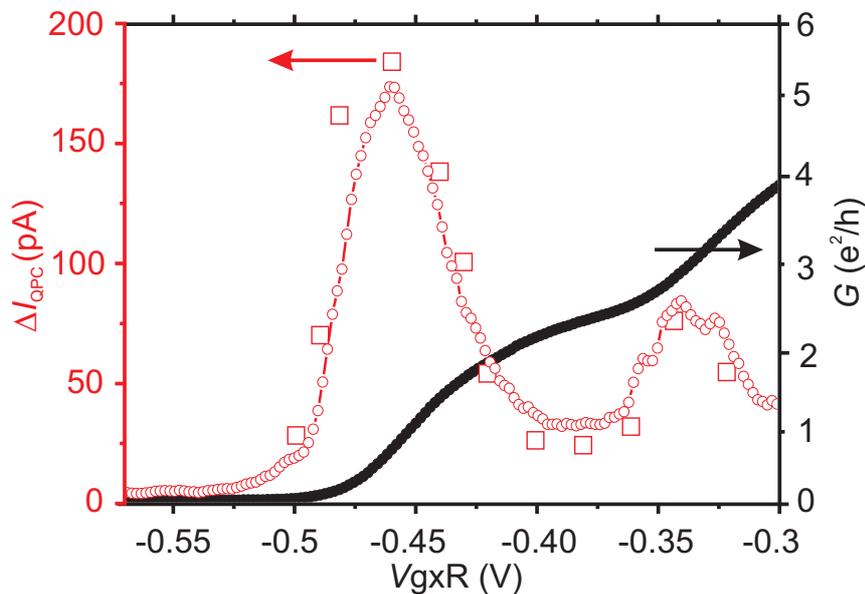


Abbildung 4.3: Schwarz: Teil der Abschnürkurve des QPCs. Rote Linie mit offenen Kreisen stellt das gemessene Signal bei der Ladungsspektroskopie dar (ohne Einheiten). Die roten Rechtecke geben die absoluten Stromänderungen ΔI_{QPC} des QPCs bei einer Umladung des benachbarten DQDs als Funktion der Arbeitsspannung dieses QPCs wieder (siehe Text). (QPC: QPC-Empfindlichkeit.OPJ)

am DQD gekoppelten QPCs werden nun analoge Messungen für verschiedenen Spannungen am Gatter g_{xR} (und folglich verschiedene Werte des QPC-Leitwerts G_{QPC}) durchgeführt. Zur Auswertung dieser Messung werden die relativen Stromänderungen ΔI_{QPC} am QPC in Abbildung 4.3 als Funktion der Gatterspannung V_{gxR} und folglich des QPC-Leitwerts G mit roten offenen Rechtecken dargestellt. Diese Empfindlichkeit erreicht ein globales Maximum bei einem QPC-Leitwert (schwarze Punkte) von $G = 1 \cdot (e^2/h)$, ein weiteres lokales Maximum bei $G = 3 \cdot (e^2/h)$ ist ebenfalls zu sehen. Eine hohe Empfindlichkeit des QPCs ist offensichtlich bei einer großen Steigung

seiner Kennlinie zu erwarten. Die Unterdrückung der Empfindlichkeit mit zunehmendem Leitwert kann auf eine Teilnahme der größeren Anzahl an Moden im Transport, und die darauffolgende Abschirmung der lokalen Potentialänderungen, zurückgeführt werden. Die rote gepunktete Linie in Abbildung 4.3 stellt die gemessene Ableitung des Stroms bei Ausführung einer Ladungsspektroskopie dar. Dazu wird das Gatter gL mit einer Amplitude von 1.2 mV bei $f_{\text{Mod}} = 93.68\text{ Hz}$ moduliert, vergleiche gepunktete Linie in Abbildung 4.3 (a). Wie in Kapitel 3.5 beschrieben, gleicht dieses Messsignal einer mathematischen Ableitung des QPC-Stroms. Die Höhe dieser gepunkteten Linie enthält somit Informationen über die Empfindlichkeit, die sich auch in direkter Strommessung niederschlägt (rote offene Rechtecke in Abbildung 4.3). Somit gleicht der mit Hilfe der dc-Messung gemessene Verlauf der Empfindlichkeit des QPCs der mit Hilfe der Ladungsspektroskopie gemessenen Ableitung des QPC-Stroms.

4.3 Verwendung eines Quantenpunktkontakts im Mikrowellenbereich

Die fortschreitenden wissenschaftlichen Untersuchungen an lateral definierten Quantenpunktsystemen in Bezug auf Quanteninformationsverarbeitung erfordern die Entwicklung eines schnellen Ausleseschemas. Die Wahl eines QPCs zum schnellen Auslesen des Ladungszustands eines DQDs im Vergleich zu einer direkten Messung an diesem DQD hat folgende Gründe:

1. Die eingespeiste rf-Leistung verursacht aufgrund des Aufbaus der Anpassschaltung (siehe Kapitel 6.2) eine Spannungsüberhöhung am Ort der Probe. Der typische Abstand zwischen zwei aufeinander folgenden QPC-Subbändern beträgt etwa 5 meV , was angesichts typischer Ladeenergien eines DQDs von etwa 1 meV eine deutlich höhere Leistung und folglich ein größeres Messsignal erlaubt.
2. Die eingespeiste Leistung modifiziert das Verhalten des QPCs und nicht des DQDs selbst.
3. Die Impedanzanpassung von der Leitungsimpedanz von $50\ \Omega$ zu einem typischen Wert von $R_{\text{QPC}} \simeq 25\text{ k}\Omega$ ist einfacher zu gestalten als eine Anpassung im Bereich der Quantenpunktwidestände von etwa $50\text{ M}\Omega$.

Eine genaue Beschreibung der ausgeführten Experimente an einem QPC im Mikrowellenbereich ist dem Kapitel 6.2 zu entnehmen.

4.4 Rückwirkung eines Quantenpunktkontakts auf das zu untersuchende Quantenpunktsystem

Die Anwendung eines QPCs zur Detektion des Ladungszustands eines DQDs gehört inzwischen, neben der Strommessungen an dem DQD selbst, zu den herkömmlichen Messmethoden. Der QPC hat sich dabei als ein sehr sensitives Messinstrument erwiesen.

Der durch den QPC fließende Strom kann jedoch unter gewissen Umständen das Verhalten eines am QPC gekoppelten DQD beeinflussen [32]. Dieses Phänomen wurde sehr ausführlich an diesem Lehrstuhl, sowohl unter dem Aspekt des Wechselwirkungsmechanismus [32, 33] als auch unter dem Aspekt der Auswirkung auf den Ladungszustand eines DQDs [34], untersucht. So stellen die Autoren [32] fest, dass der QPC ab einem Vorspannung-Schwellwert von etwa $|1.5|$ mV Energie-Quanten emittiert, die vom DQD aufgenommen werden können. Dieser Mechanismus kann folgendermaßen beschrieben werden: Die Elektronen, die durch den QPC transmittieren, besitzen Energien die um die QPC-Vorspannung größer als die Energien der Elektronen im Drain-Kontakt sind. Folglich relaxieren diese heißen Elektronen mittels z.B. einer Phononen-Emission. Diese Energiequanten breiten sich in der Probe aus und können nun das empfindliche Quantenpunktsysteme beeinflussen. Diese Wechselwirkung kann unter Umständen sehr stark das Stabilitätsdiagramm eines DQDs modifizieren und zu einem bistabilen Bereich führen [34].

5 Theorie der Quantenpunkte

Dieses Kapitel gibt die Theorie der Quantenpunkte kurz wieder. Zunächst wird das Kapazitätsmodell und seine Erweiterung zu einem sogenannten Modell der konstanten Wechselwirkung (*engl.* Constant Interaction CI) zur theoretischen Beschreibung eines QDs aufgezeigt [35]. Anschließend folgt die theoretische Beschreibung eines Doppelquantenpunkts, wobei auf Wechselwirkungen und Quanteneffekte eingegangen wird. Zu einer dieser Effekte zählt die in Kapitel 5.4.2 beschriebene Pauli-Spinblockade, die zu einer starken Stromunterdrückung im DQD führt. Es wird gezeigt, unter welchen Umständen es zu einer dynamischen Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin und den Kernen im Bereich der Spinblockade kommen kann. Abschließend wird die theoretische Beschreibung des Doppelquantenpunkts, der über einen integrierten Nanomagnet verfügt, mit kurzer Diskussion der numerischen Ergebnisse vorgestellt. Es wird gezeigt, dass die Anwesenheit des räumlich inhomogenen Magnetfelds dieses Nanomagnetens das elektronische Spektrum des DQDs stark beeinflusst.

5.1 Kapazitätsmodell

Im folgenden Abschnitt sollen die wichtigsten Kenngrößen zur theoretischen Beschreibung eines Quantenpunkts eingeführt werden. Ein Quantenpunkt wird im Wesentlichen einer kleinen metallischen Insel (Scheibe) mit einer Gesamtladung gleichgesetzt. Daraus lassen sich die wichtigsten Größen eines QDs ableiten, die ihre Gültigkeit auch unter Betrachtung der Quanteneffekte behalten.

Die diskrete Natur der Elektronenladung lässt sich experimentell beobachten, wenn folgende Bedingungen erfüllt sind:

- Die thermische Energie (Aufweichen der Fermikante der elektrischen Zuleitungen) ist geringer als die sogenannte Ladeenergie, die aufgebracht werden muss, um die Insel mit einem zusätzlichen Elektron zu beladen. Im Kapazitätsmodell lässt sich die Ladeenergie als $U = e^2/C$ ausdrücken, wobei e die Ladung eines Elektrons ist und C für die Selbstkapazität der Insel steht. Obige Bedingung lautet dann

$$k_{\text{B}}T \ll \frac{e^2}{C}. \quad (5.1)$$

Hier ist k_{B} die Boltzmannsche Konstante und T die elektronische Temperatur.

- Die Tunnelbarrieren, die die Verbindungen zu den elektrischen Zuleitungen definieren, müssen ausreichend groß sein, um eine diskrete Natur der Ladung zu gewährleisten. Die Zeitskala zum Aufladen der Insel mit einem zusätzlichen Elektron von $\Delta t = R_t C$, wobei der Widerstand R_t für die Tunnelkopplung steht, und die Heisenbergsche Unschärferelation $\Delta E \cdot \Delta t > h/4\pi$ ergeben

$$R_t \gg \frac{h}{e^2}, \quad (5.2)$$

mit der Planckschen Konstanten h .

Wenn obige Bedingungen erfüllt sind, findet elektronischer Transport in Form von Einzelelektronentunneln statt. In diesem Sinne bezeichnet man Quantenpunkte oft als Einzelelektrontransistor (*engl.* Single Electron Transistor SET).

Innerhalb des Kapazitätsmodells werden die Coulombkräfte zwischen Ladungen betrachtet. Um die Größe der Coulombwechselwirkung der N Elektronen auf der Insel abzuschätzen, betrachtet man den QD als metallische Scheibe mit der Gesamtladung $Q = |e|N$, die in ein homogenes Dielektrikum eingebettet ist. Die Selbstkapazität einer solchen Scheibe beträgt $C = 4\pi\epsilon_r\epsilon_0 r$. Die Konstanten ϵ_r und ϵ_0 entsprechen den Dielektrizitätskonstanten von Material und Vakuum. Der Radius r gibt den Radius der metallischen Scheibe wieder. Koppelt der QD an mehrere Gatter (bzw. Zuleitungen) so muss die Gesamtkapazität als

$$C_\Sigma = \sum_{i=1}^M C_i \quad (5.3)$$

ausgedrückt werden. Der Index $i = 1, \dots, M$ nummeriert die Gatter (Zuleitungen), die mit der Kapazität C_i an den QD koppeln. Diese Kapazitäten quantifizieren den Einfluss einzelner Gatter (Zuleitung) auf den QD.

Die Ladeenergie U soll dabei von der elektrostatischen Energie $E_C(N)$ der N Elektronen auf der Insel unterschieden werden. Letztere lässt sich, vom QD-Potenzial $V_{\text{QD}} = \frac{Q}{C_\Sigma} + \phi_{\text{ext}}$ ausgehend, berechnen:

$$E_C(N) = \int_0^{-eN} dQ' V_{\text{QD}}(Q') = \int_0^{-eN} dQ' \left(\frac{Q'}{C_\Sigma} + \phi_{\text{ext}} \right). \quad (5.4)$$

Das interne Potential des QDs wird dabei mit dem Verhältnis der Gesamtladung Q und der Gesamtkapazität C_Σ beschrieben. Der Ausdruck ϕ_{ext} gibt das externe Potential, verursacht durch die kapazitive Kopplung der Gatter und Zuleitungen, wieder. Das Potential ϕ_{ext} resultiert dann aus den jeweiligen Kapazitäten C_i und Gatterspannungen V_i :

$$\phi_{\text{ext}} = \sum_{i=1}^M \frac{C_i V_i}{C_\Sigma}. \quad (5.5)$$

Das Verhältnis $\alpha_i = C_i/C_\Sigma$ beschreibt den sogenannten Hebelarm. Folglich verursacht eine Spannungsänderung V_i am Gatter i eine Verschiebung der Quantenpunktenergie um $-\alpha_i eV_i$. Aus Gleichung 5.4 ergibt sich folgende Lösung:

$$E_C(N) = \frac{N^2 e^2}{2C_\Sigma} - eN\phi_{\text{ext}}. \quad (5.6)$$

Schließlich lässt sich die Ladeenergie mit der Differenz der elektrostatischen Energien folgendermaßen verknüpfen:

$$U = E_C(N + 1) - E_C(N). \quad (5.7)$$

Bei einer relativen Dielektrizitätskonstante $\varepsilon_{\text{GaAs}}=13$ und einem Radius r von 100 nm ergibt sich eine Kapazität von etwa 140 aF und eine Ladeenergie von $e^2/C \simeq 1$ meV, was einer Temperatur von 11 K entspricht.

5.2 Modell der konstanten Wechselwirkung

Die Energieskala der Coulombwechselwirkung soll jetzt mit der Quantisierungsenergie der Elektronen auf der Insel verglichen werden. Eine Gleichsetzung des QD-Radiuses r mit der Ausdehnung eines harmonischen Oszillators $r = \frac{1}{2}\sqrt{\hbar/(m^*\omega_0)}$, wobei ω_0 die Eigenfrequenz des Oszillators ist, liefert eine einfache Abschätzung dieser Energie. Daraus erhält man für einen QD in Galliumarsenid mit $m^* = 0.0067m_e$ und $r = 100$ nm einen Energieabstand von etwa $\Delta\varepsilon = 30 \mu\text{V}$, was einer Temperatur von $T \simeq 330$ mK entspricht. Schrumpft die Ausdehnung des QDs, so spielt die Quantisierungsenergie immer eine größere Rolle. Diese quantenmechanische Korrektur wird in Rahmen des CI-Modells der Ladeenergie hinzugefügt,

$$U = \frac{e^2}{C_\Sigma} - \Delta\varepsilon, \quad (5.8)$$

wobei $\Delta\varepsilon \equiv \sum_N \varepsilon_{n,l}(B) - \sum_{N-1} \varepsilon_{n,l}(B)$ die Differenz der Quantisierungsenergien ausdrückt. Die Energien $\varepsilon_{n,l}(B)$ ergeben sich aus einem Modellpotential nichtwechselwirkender Elektronen und folgen aus der Lösung der Schrödinger-Gleichung mit n und l als Haupt- und Radial-Quantenzahl.

5.3 Theorie des Transports

In diesem Kapitel soll die Theorie des Transports kurz skizziert werden. Ein QD kann in Rahmen des CI-Modells, zusammen mit den Zuleitungen, energetisch wie in Abbildung 5.1 dargestellt werden [5]. Das Kontroll-Gatter verschiebt die Zustände des QDs in Bezug auf die chemischen Potentiale μ_S und μ_D der Zuleitungen, der Source (Emitter) und des Drains (Kollektor) entsprechend. Die elektronischen Zustände des QDs

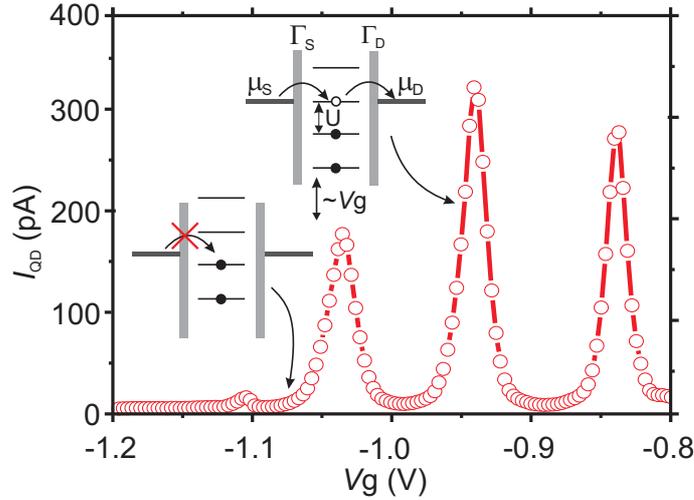


Abbildung 5.1: Energetische Repräsentation eines QDs (Oben). Rechts: Befindet sich einer der QD-Zustände auf der Höhe der chemischen Potentiale der Zuleitungen μ_S und μ_D so kann Strom via sequentielles Tunneln der Elektronen fließen. Links: Verschiebt man die Zustandsleiter mit einer Spannung an einem Kontroll-Gatter V_g , so unterdrückt die Coulombabstoßung den Strom und ein typisches Muster von nacheinander folgenden Strommaxima (gemessene Kurve unten) entsteht.

koppeln an die Zuleitungen über Tunnelkopplungen zur Source- und Drain-Seite. In einer Strommessung werden allerdings nicht die Energien der Zustände direkt gemessen, sondern das chemische Potential des QDs $\mu_{\text{QD}}(N)$ bzw. die Differenz der chemischen Potentiale der zwei nachfolgenden Zustände $\Delta\mu(N) \equiv \mu_{\text{QD}}(N+1) - \mu_{\text{QD}}(N)$. Da sich die Zustände des QDs mit der Spannung am Kontroll-Gatter verschieben lassen, spricht man auch in diesem Zusammenhang vom elektrochemischen Potential. Sind die Kopplungen zu den Zuleitungen klein gegenüber Ladeenergie und Temperatur, dann wird die Besetzungszahl zu einer guten Quantenzahl. Der Teilchenaustausch und somit der Strom lassen sich durch Einzeilchen-Übergangsraten Γ_S und Γ_D beschreiben, wobei S für Source und D für Drain entsprechend steht. Befindet sich der QD in Resonanz (kleines Bild oben in der Abbildung 5.1), so tunnelt ein Elektron in den QD mit Γ_S hinein, verweilt dort eine gewisse mittlere Zeit τ und verlässt ihn mit der Rate Γ_D . Grundsätzlich hängen die Raten dabei nur von den Tunnelbarrieren ab und man kann die Gesamt-Übergangsrate als

$$\Gamma^* = \frac{\Gamma_S \Gamma_D}{\Gamma_S + \Gamma_D} \quad (5.9)$$

definieren. Sie gibt an, wie viele Elektronen pro Sekunde im Schnitt in den QD gelangen können und lässt sich damit direkt mit den gemessenen Strom verknüpfen $I \equiv Q/t \rightarrow \Gamma^* = I/e$. Die mittlere Zeit τ lässt sich einfach als $\tau = 1/\Gamma^*$ ausdrücken.

Im Bereich der linearen Antwort $V_{SD} \approx 0$ bedeutet die Resonanzbedingung dass die elektrostatische Energie des QDs für N -Elektronen der Energie für $(N+1)$ -Elektronen gleicht, $E_C(N) = E_C(N+1)$, und die Gesamtladung des QDs um eine Elektronenladung fluktuieren kann. Verfährt man die Spannung V_g am Kontroll-Gatter, so wird diese Zustandsleiter verschoben und der Strom periodisch unterdrückt und man spricht von der Coulomb-Blockade. Eine typische Messung der Coulomb-Blockade ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

5.3.1 Form und Höhe der Coulomb-Oszillationen

Im 2DES, das die Zuleitungen zu einem QD definiert, sind die elektronischen Zustände bis zu den chemischen Potentialen μ_S und μ_D hin entsprechend aufgefüllt. Dies gilt für $T_{2DES} = 0$ K. Im realistischen Fall einer endlichen Temperatur weicht diese Kante mit der Fermi-Dirac-Statistik auf und ergibt eine endliche Besetzungswahrscheinlichkeit für Zustände oberhalb des chemischen Potentials mit einer energetischen Bandbreite von $k_B T_{2DES}$. Koppeln nun diese Zuleitungen an einen QD, so muss diese Energie mit anderen Energien im QD verglichen werden. Die oben eingeführten Übergangsraten $\Gamma_{S(D)}$ spiegeln die probabilistische Natur der Quantenmechanik wieder: im resonanten Fall muss einem solchen Ladungszustands eine endliche Lebensdauer τ und damit verknüpfte Energieunschärfe zugeschrieben werden. Diese Unschärfe kann dabei als Summe der Einzelteilchen-Übergangsraten ausgedrückt werden $\Gamma = \Gamma_S + \Gamma_D$. Diese Energieunschärfe $\hbar\Gamma$ bezeichnet man als *Lebensdauererweiterung*. Vergleicht man nun diese Energien mit den verbleibenden Energieskalen, der Ladeenergie U und der Einteilchenquantisierungsenergie $\Delta\varepsilon$, so sind zwei verschiedene Fälle $\hbar\Gamma \ll \Delta\varepsilon \ll k_B T_{2DES} \ll U$ und $k_B T_{2DES} \ll \hbar\Gamma \ll \Delta\varepsilon \ll U$, zu unterscheiden [36].

In der Praxis haben thermische Energie $k_B T_{2DES}$ und Lebensdauererweiterung $\hbar\Gamma$ oft eine vergleichbare Größe. Die Form der Coulomb-Oszillationen wird dann durch eine Faltung von zwei Funktionen beschrieben. Für die Halbwertsbreite (*engl.* Full Width at Half Maximum FWHM) gilt nach [36]:

$$\text{FWHM} = 0.78 \Gamma + 3.52 k_B T \quad (5.10)$$

Durch Messung an den Coulomb-Oszillationen kann hier die Lebensdauererweiterung $\hbar\Gamma$ mittels temperaturabhängiger Sättigung der Linienbreite bestimmt werden. Diese Messung liefert auch die Temperatur des 2DES.

5.4 Theorie der Doppelquantenpunkte

Einzelne QD können zu mehreren QDs gekoppelt werden, indem man ihren Abstand sehr klein macht. Grundsätzlich sind zwei unterschiedliche Arten der Wechselwirkung zu betrachten: direktes kapazitives Koppeln aufgrund der elektrostatischen Wechselwirkung und andererseits die Tunnelkopplung zwischen den beiden QDs, oft als

Interdot-Tunnelkopplung bzw. Tunnelaufspaltung $2t_0$ bezeichnet. Der Doppelquanten-

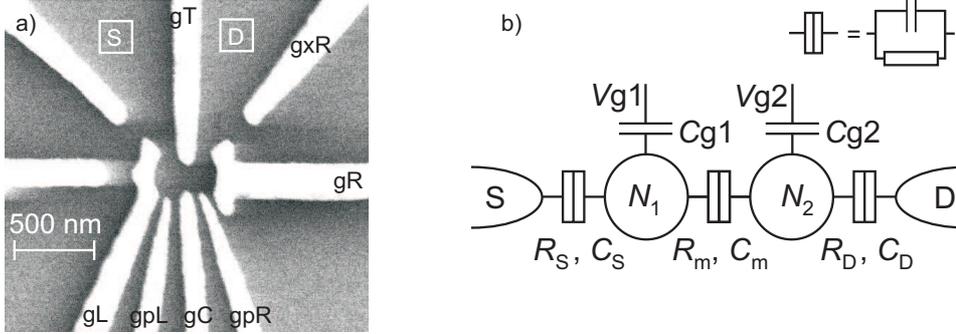


Abbildung 5.2: (a) Eine REM-Aufnahme eines der gemessenen DQDs. Die Gatter sowie Zuleitungen des DQDs sind angedeutet. (b) Schaltbild zur theoretischen Modellierung. Zur Vereinfachung koppelt an jeden QD nur ein Kontroll-Gatter, nachgebildet nach [37].

punkt (*engl.* Double Quantum Dot DQD) kann näherungsweise mit einem Netzwerk aus Kapazitäten und Widerständen modelliert werden [37], vergleiche Abbildung 5.2 (b). Die Anzahl der Elektronen in QD1 (links) und QD2 (rechts) ist durch $N_{1(2)}$ gegeben. Jeder QD koppelt kapazitiv an eine Gatterspannung $V_{g1(g2)}$ über die Kapazität $C_{g1(g2)}$ und an eine Zuleitung S(D), hier dargestellt als parallele Kombination einer Kapazität $C_{S(D)}$ und eines Widerstands $R_{S(D)}$. Die beiden QDs QD1 und QD2 koppeln kapazitiv aneinander mit einer Kapazität C_m (*engl.* mutual) und über einen Widerstand R_m . Die Vorspannung wird am Source-Kontakt in Bezug auf den Drain-Kontakt, der auf Erdpotential ist, angelegt. Im Fall der Dominanz der elektrostatischen Kopplung über die Tunnelaufspaltung $E_{C,m} \gg 2t_0$ kann die elektrostatische Energie nach [37] als

$$\begin{aligned}
 E_C(N_1, N_2) &= \frac{1}{2}N_1^2 E_{C,1} + \frac{1}{2}N_2^2 E_{C,2} + N_1 N_2 E_{C,m} - \\
 &\frac{1}{e}(C_{g1} V_{g1}(N_1 E_{C,1} + N_2 E_{C,m}) + C_{g2} V_{g2}(N_1 E_{C,m} + N_2 E_{C,2})) + \\
 &\frac{1}{e^2} \left(\frac{1}{2} C_{g1}^2 V_{g1}^2 E_{C,1} + \frac{1}{2} C_{g2}^2 V_{g2}^2 E_{C,2} + C_{g1} V_{g1} C_{g2} V_{g2} E_{C,m} \right), \quad (5.11)
 \end{aligned}$$

mit den Abkürzungen

$$E_{C,1} = \frac{e^2}{C_1} \left(\frac{1}{1 - \frac{C_m^2}{C_1 C_2}} \right), \quad E_{C,2} = \frac{e^2}{C_2} \left(\frac{1}{1 - \frac{C_m^2}{C_1 C_2}} \right), \quad E_{C,m} = \frac{e^2}{C_m} \left(\frac{1}{\frac{C_1 C_2}{C_m^2} - 1} \right), \quad (5.12)$$

$$C_{1(2)} = C_{S(D)} + C_m + C_{g1(g2)}. \quad (5.13)$$

ausgedrückt werden. C_1 und C_2 bezeichnen die Gesamtkapazitäten der beiden getrennten QDs. Die Energien $E_{C,1(2)}$ sind hierbei als Ladeenergien der einzelnen QDs, mit einer Korrektur $\left(1 - \frac{C_m^2}{C_1 C_2}\right)^{-1}$, die die Kopplung zum anderen QD angibt, zu betrachten. Für $C_m \rightarrow 0$ verschwindet offensichtlich diese Korrektur und es bleiben zwei ungekoppelte QDs zurück. Diese Energien sind mit Hilfe der obigen Gleichung 5.12 mit den Kapazitäten C_1, C_2 und C_m verknüpft. Wird einem QD ein Elektron zugefügt (entfernt), so erhöht (erniedrigt) sich die Ladeenergie des anderen QDs um $E_{C,m}$.

Die elektrochemischen Potentiale lassen sich folgendermaßen ausdrücken [37]:

$$\begin{aligned} \mu_1(N_1, N_2) &= E_C(N_1, N_2) - E_C(N_1 - 1, N_2) \\ &= (N_1 - \frac{1}{2})E_{C,1} + N_2 E_{C,m} - \frac{1}{|e|} (C_{g1} V_{g1} E_{C,1} + C_{g2} V_{g2} E_{C,m}) \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned} \mu_2(N_1, N_2) &= U(N_1, N_2) - U(N_1, N_2 - 1), \\ &= (N_2 - \frac{1}{2})E_{C,2} + N_1 E_{C,m} - \frac{1}{|e|} (C_{g1} V_{g1} E_{C,m} + C_{g2} V_{g2} E_{C,2}). \end{aligned} \quad (5.15)$$

Die Elektronenzahl im QD1 kann sich bei konstanter Elektronenzahl in QD2 genau dann um 1 erhöhen, wenn

$$E_C(N_1, N_2) - E_C(N_1 + 1, N_2) = |\mu_S| \quad (5.16)$$

erfüllt ist. Eine analoge Beziehung gilt für den QD2. Aus obigen Bedingungen und Gleichung 5.11 lassen sich sogenannte Stabilitätsdiagramme konstruieren, die die Besetzungszahlen als Funktion der Gatterspannungen $V_{g1(g2)}$ darstellen. Abbildung 5.3 zeigt solche Diagramme [37] als Funktion der C_m -Kapazität unter Annahme einer verschwindend kleinen Vorspannung V_{SD} und Tunnelaufspaltung $2t_0$. Im Fall der endlichen kapazitiven Kopplung C_m entsteht ein charakteristisches Honigwabemuster, vergleiche Abbildung 5.3 (b). In diesem Stabilitätsdiagramm sind drei verschiedene Steigungen vertreten, die in der Abbildung 5.3 (c) durch verschiedene Farben verdeutlicht sind. Die roten Linien mit sehr flacher negativer Steigung kennzeichnen die Ladungsänderung im QD1, der hauptsächlich von Gate g1 durch die Spannung V_{g1} beeinflusst wird. Die Ladungsänderungen im QD2 sind durch steilere blaue gepunktete Linien dargestellt. Auf den kurzen schwarzen Linien ändert sich die Gesamtladung des DQDs nicht, sondern ein Elektron tunnelt zwischen den einzelnen QDs. Diese Linie verbindet zwei Punkte, die zwei verschiedenen Tunnelmechanismen entsprechen. An diesen Punkten befinden sich die Zustände der beiden QD in Resonanz mit den Zuleitungen, oft als Trippelpunkte bezeichnet. An dem schwarzen Trippelpunkt (vergleiche Abbildung 5.3 (c)) ändert sich die Besetzungszahl des DQDs sequentiell: $(N_1, N_2) \rightarrow (N_1 + 1, N_2) \rightarrow (N_1, N_2 + 1) \rightarrow (N_1, N_2)$, was bedeutet, dass sich ein Elektron von links nach rechts bewegt. Am weißen Trippelpunkt ist die Sequenz dagegen: $(N_1 + 1, N_2 + 1) \rightarrow (N_1 + 1, N_2) \rightarrow (N_1, N_2 + 1) \rightarrow (N_1 + 1, N_2 + 1)$ und ein Loch bewegt sich von rechts nach links, was einer Bewegung negativer Ladung in entgegengesetzte

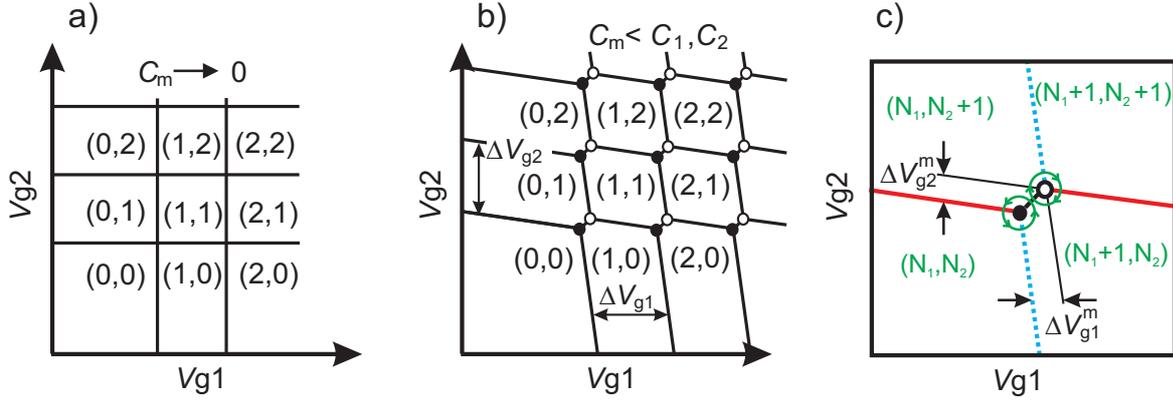


Abbildung 5.3: Diagramm der Besetzungszahlen (N_1, N_2) des DQDs als Funktion der Gatterspannung V_{g1} und V_{g2} . Schwache (a) und intermediäre (b) kapazitive Kopplung der QDs. (c) Zwei verschiedene Arten des Ladungstransfers für einen Ausschnitt aus Bild (b): Elektronentransfer (schwarzer Punkt) und Lochtransport (weißer Punkt).

Richtung entspricht. Diese Sequenzen sind in grün im oberen Teil der Abbildung 5.3 (c) dargestellt. Die Kapazität C_m und damit verknüpfte Kopplungsenergie $E_{C,m}$ bestimmt dabei die Aufspaltung zwischen diesen beiden Punkten wie in der Gleichung 5.12 definiert.

Die Dimensionen jeder einzelnen Zelle des Honigwabennusters lassen sich mit Hilfe der Kapazitäten des DQDs unter den Bedingungen $\mu_1(N_1, N_2; V_{g1}, V_{g2}) = \mu_1(N_1 + 1, N_2; V_{g1} + \Delta V_{g1}, V_{g2})$ und $\mu_1(N_1, N_2; V_{g1}, V_{g2}) = \mu_1(N_1, N_2 + 1; V_{g1}^m + \Delta V_{g1}, V_{g2})$ ausrechnen:

$$\Delta V_{g1} = \frac{|e|}{C_{g1}}, \quad (5.17)$$

$$\Delta V_{g2} = \frac{|e|}{C_{g2}}, \quad (5.18)$$

$$\Delta V_{g1}^m = \frac{|e|C_m}{C_{g1}C_2} = \Delta V_{g1} \frac{C_m}{C_2} \quad (5.19)$$

$$\text{und } \Delta V_{g2}^m = \frac{|e|C_m}{C_{g2}C_1} = \Delta V_{g2} \frac{C_m}{C_1}. \quad (5.20)$$

Die Spannungsdifferenzen $\Delta V_{g1(g2)}$, die die horizontale und vertikale Ausdehnung jeder Honigwabenzelle definieren, sowie die Spannungsdifferenzen $\Delta V_{g1(g2)}^m$ die den Abstand der Trippelpunkte angeben, sind in Abbildung 5.3 (b) und (c) dargestellt.

Zur Bestimmung aller Kapazitäten des DQDs sind dennoch Messungen bei einer endlichen Vorspannung notwendig¹. Die obigen Ausführungen setzen nicht nur kon-

¹Messungen bei $V_{SD} \approx 0$ geben diese Kapazitäten in Spannungseinheiten des Kontroll-Gatters (und

stante Kopplung der jeweiligen Gatter an die QD voraus, sondern vernachlässigen außerdem Kopplung eines QDs an weitere Gatter. In der Praxis koppeln jedoch die Gatter eines QD über Querkapazität direkt an anderen QD, was zu einer Verschiebung der Ladelinien führt. Im Fall endlicher Querkapazitäten werden die benachbarten Paare der Trippelpunkte in Richtung kleinerer Spannung $V_{g1(g2)}$ für zunehmende Spannung $V_{g2(g1)}$ verschoben.

5.4.1 Bereich der endlichen Vorspannung: nichtlinearer Transport, angeregte Zustände

Wird der Strom durch einen seriellen Doppelquantenpunkt im Bereich der linearen Antwort gemessen, so ist ein endliches Signal nur an den Trippelpunkten zu erwarten. Wird die Vorspannung erhöht, so ändern sich die Bereiche, wo Stromfluss beobachtbar ist. Dieses Kapitel behandelt die Transportmessungen an einem seriellen DQD im Bereich einer endlichen Vorspannung V_{SD} .

Zur theoretischen Beschreibung des nichtlinearen Transportes durch einen DQD sollen die folgenden Annahmen gelten: die Vorspannung wird an der Source-Seite angelegt ($\mu_S = -|e|V_{SD}$) und die rechte Drain-Zuleitung wird über einen Strom-Spannungswandler mit dem Erdpotential verbunden. Wegen der endlichen kapazitiven Kopplung C_S der Source an den QD verschiebt die Vorspannung die Zustände in diesem QD, was mit einem Tausch des Terms $C_{g1(g2)}V_{g1(g2)}$ gegen $C_{g1(g2)}V_{g1(g2)} + C_S V_{SD}$ mathematisch ausgedrückt werden kann. Die Bereiche endlichen Stroms in einem Stabilitätsdiagramm werden bei endlicher Vorspannung zu Dreiecken, die durch folgende Bedingungen definiert sind: $-|e|V_{SD} = \mu_S \geq \mu_1$, $\mu_1 \geq \mu_2$ und $\mu_2 \geq \mu_D$, wobei $\mu_{1(2)}$ für das chemische Potential des Quantenpunkts QD1(2) steht. Die Trippelpunkte unter endlicher Vorspannung V_{SD} entwickeln sich entsprechend zu Dreiecken deren Abmessungen durch die Größe der Vorspannung V_{SD} definiert sind. Diese Dreiecksdimensionen δV_{g1} und δV_{g2} (siehe Abbildung 5.4 (a)) lassen sich folgendermaßen mit der Vorspannung verknüpfen

$$\alpha_1 \delta V_{g1} = \frac{C_{g1}}{C_1} |e| \delta V_{g1} = |e| V_{SD}, \quad (5.21)$$

$$\alpha_2 \delta V_{g2} = \frac{C_{g2}}{C_2} |e| \delta V_{g2} = |e| V_{SD}. \quad (5.22)$$

Dabei sind $\alpha_{1(2)}$ die oben eingeführte Hebelarme. Betrachtet man sequentielles Tunneln der Elektronen allein über die aufeinander ausgerichtete Grundzustände der beiden QDs (durchgezogene Linien in Abbildung 5.4 (a)), so ist ein endlicher Strom nur an der Linie, die die beiden Trippelpunkte schneidet, zu erwarten. Diese Linie bildet die Basen der jeweiligen Stromdreiecke. Unter Betrachtung auftretender Relaxationsprozesse wird ein endliches Messsignal an den Dreieckskatheten erwartet, wie in Ab-

nicht Energieeinheiten) zurück.

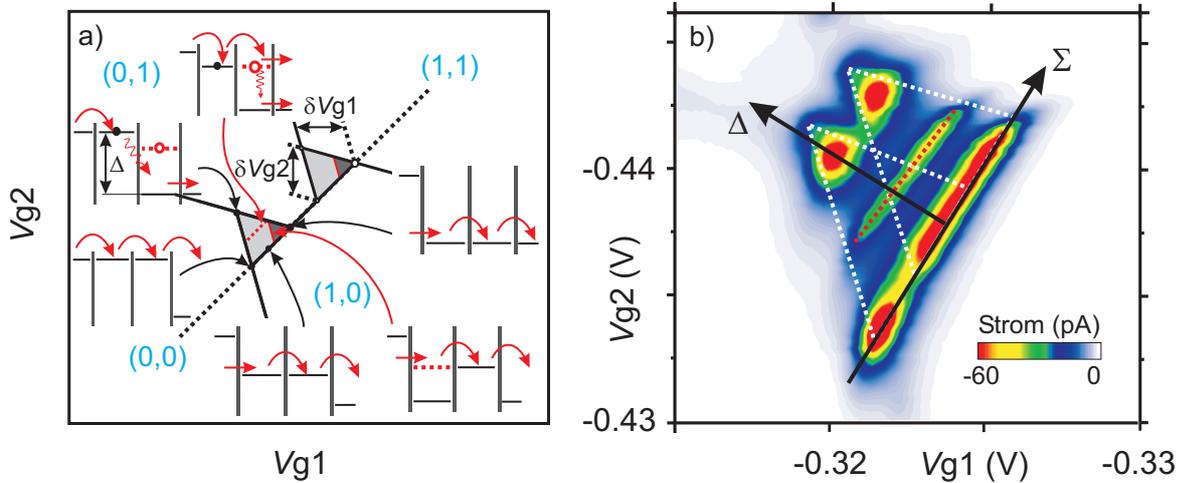


Abbildung 5.4: (a) Ladediagramm des DQDs unter endlicher Vorspannung V_{SD} als Funktion von V_{g1} und V_{g2} . Die beigefügten Energieschemata zeigen elektronische Konfigurationen mit möglichen Tunnel-Prozessen für den Transport. Die durchgezogenen Linien deuten die Grundzustände und die gestrichelten Linien die angeregten Zustände an. (b) Eine Strommessung an dem in Kapitel 7 vorgestellten DQD bei einer Vorspannung $V_{SD} = +800 \mu V$. Die Pfeile deuten die Σ - und Δ -Basis an (siehe Text).

bildung 5.4 (b) mittels weißer gestrichelten Linien verdeutlicht. Weiterhin können die angeregten Zustände und inelastisches Tunneln zu einem endlichen Strom in den grauschraffierten Bereichen im Inneren der Dreiecke führen. So ist ein endlicher Strom am oberen Punkt des unteren Dreiecks zu erwarten, wenn ein Elektron links seine Energie an die Umgebung abgibt (z.B. in Form von Phononen) und über den Grundzustand des rechten QDs in den Drain-Kontakt tunnelt. Alternativ kann das Elektron von dem Grundzustand des linken QD über einen angeregten Zustand des rechten QD tunnelt.

In einer Messung äußern sich die angeregten Zustände im rechten QD als erhöhter Strom entlang einer oder mehrerer Linien, die parallel zur Basis des Dreiecks verlaufen, vergleiche obere Skizze in Abbildung 5.4 (a). Angeregte Zustände im linken QD äußern sich hingegen als kleine Dreiecke auf der oberen Kante der Dreiecksbasis. Die relevanten energetischen Konfigurationen, die zur Ausbildung der genannten Linien führen, sind in Abbildung 5.4 (a) dargestellt. Den energetischen Abstand der beiden Grundzustände in linkem und rechtem QD bezeichnet man dabei als Asymmetrie Δ .

In Abbildung 5.4 (b) ist exemplarisch eine Messung an dem im Kapitel 7, Abbildung 7.1 (a) vorgestellten DQD bei endlicher Vorspannung von $V_{SD} = +800 \mu V$ dargestellt. Diese relativ große Vorspannung führt zu einem starken Überlapp der beiden Stromdreiecke, aus diesem Grund werden weiterhin diese zwei Stromdreiecke kurz als Dreieck bzw. Stromdreieck bezeichnet.

Eine zusätzliche Linie, die parallel zur Dreiecksbasis verläuft, kann klar beobachtet werden. Aus dem Abstand zwischen der Dreiecksbasis und dieser zusätzlichen Linie lässt sich der energetische Abstand zwischen Grund- und angeregtem Zustand im rechten QD berechnen.

In Abbildung 5.4 (b) sind zusätzliche Achsen eingezeichnet, die die Symmetrie des Systems widerspiegeln. Entlang der Σ -Achse bleibt die Asymmetrie Δ der beiden Grundzustände in den QD konstant ($\Delta = 0$ auf der Σ -Achse), während sie gemeinsam im Bezug auf die Zuleitungen verfahren werden. Entlang der Δ -Achse wird hingegen der Schwerpunkt konstant gehalten und die Asymmetrieenergie ändert sich. Diese Darstellung ist bei einigen Messungen sehr nützlich. Dazu müssen in der Praxis die Spannungen an zwei Gatter simultan verfahren werden.

5.4.2 Tunnelkopplung. Spinblockade

Bisher wurde die Tunnelaufspaltung $2t_0$ vernachlässigt, was der Bedingung lokalisierter Zustände der Elektronen in den einzelnen QD gleich kommt. Wenn ein ausreichend großes $2t_0$ vorliegt, so kann ein Elektron kohärent zwischen beiden QDs hin- und her-tunneln. Deshalb kann seine Position nicht mehr einem QD zugeordnet werden. Die Tunnelaufspaltung $2t_0$ führt zu einer Hybridisierung der ungekoppelten Zustände und einer Abstoßung der Energien dieser Zustände mit einer Amplitude von $2t_0$. Bei ausreichend starker Tunnelaufspaltung findet der Transport nicht mehr über die lokalisierten Zustände der Einzelquantenpunkte, sondern über die delokalisierten Molekular-Zustände des gekoppelten DQDs statt [38]. Für eine genauere Beschreibung dieser Prozesse sei auf [37] verwiesen.

Im Bereich einer endlichen Vorspannung V_{SD} können sich quantenmechanische Aspekte der im DQD eingeschlossenen Elektronenspins bemerkbar machen. Bei einer speziellen Ladungskonfiguration kann das Pauli-Prinzip zur sogenannten Pauli-Spinblockade führen, so dass der Strom unterdrückt wird [39, 40]. Voraussetzung dafür ist, dass sich in einem der beiden QDs ein ungepaartes Elektron befindet. Das nächste Elektron, das dem DQD zugefügt wird, kann folgende Singulett- oder Triplett-Zustände mit dem ungepaarten Elektron annehmen (nach [5]);

$$\begin{aligned}
 S_{11} &= (|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle - |\downarrow_1, \uparrow_2\rangle) / \sqrt{2}, \\
 T_{11}^+ &= |\uparrow_1, \uparrow_2\rangle, \\
 T_{11}^0 &= (|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle + |\downarrow_1, \uparrow_2\rangle) / \sqrt{2}, \\
 \text{und } T_{11}^- &= |\downarrow_1, \downarrow_2\rangle.
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

Diese beschreiben die Zustände, wenn die beiden Elektronen auf zwei Quantenpunkte QD1 und QD2 verteilt sind. Zusätzlich können im Bereich des nichtlinearen Transportes weitere Zustände auftreten, bei denen beide Elektronen in einem QD (hier dem

rechten QD2) sind

$$\begin{aligned}
 S_{02} &= (|\uparrow_2, \downarrow_2\rangle - |\downarrow_2, \uparrow_2\rangle) / \sqrt{2}, \\
 T_{02}^+ &= |\uparrow_2, \uparrow_2\rangle, \\
 T_{02}^0 &= (|\uparrow_2, \downarrow_2\rangle + |\downarrow_2, \uparrow_2\rangle) / \sqrt{2}, \\
 \text{und } T_{02}^- &= |\downarrow_2, \downarrow_2\rangle.
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

Die eingeführten Zustände sind schematisch in Abbildung 5.5 dargestellt. In diesem Fall befindet sich das ungepaarte und gebundene Elektron im rechten QD. Pauli-

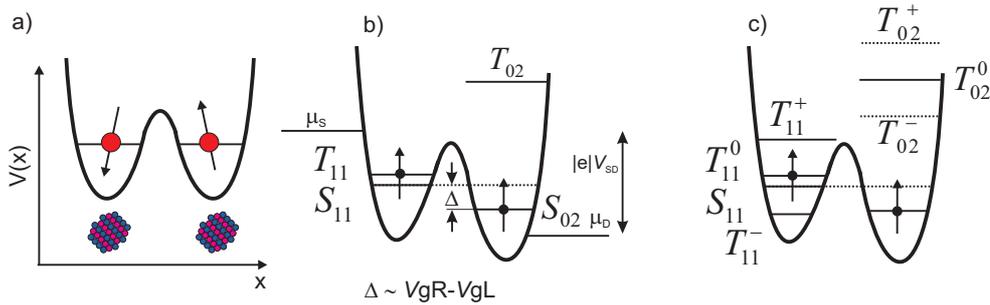


Abbildung 5.5: Skizze des DQD-Einschlusspotentials. Die kleinen farbigen Kugeln repräsentieren die Kerne [16]. Schematische Darstellung der relevanten Zustände für die Pauli-Spinblockade unter endlicher Vorspannung $|e|V_{SD}$ und in Abwesenheit des externen Magnetfelds B_{ext} im Bild (b) und unter Einfluss des endlichen Felds in Abbildung (c). Das Magnetfeld hebt die Entartung der drei Triplet-Zustände auf.

Spinblockade wird unter negativer Vorspannung, wie in der Abbildung 5.5 (b) eingezeichnet, erwartet. Ändert sich das Vorzeichen der Vorspannung, so muss für das Auftreten der Spinblockade das ungepaarte Elektron im linken QD vorliegen.

Tritt das zweite Elektron in den Singulett-Zustand S_{11} ein, so kann bei positiver Asymmetrie der Strom ungehindert über den S_{02} -Zustand in den Drain-Kontakt fließen. Die Addition des zweiten Elektrons in den DQD erfolgt mit endlicher Wahrscheinlichkeit in alle drei Triplet T_{11} - sowie in den Singulett S_{11} -Zustand was zu starker Unterdrückung des Stroms im Falle der Addition in einen der Triplet-Zustände führt. Die starke Unterdrückung des Stroms ist eine Folge des sehr großen energetischen Unterschieds zwischen den T_{11} - und T_{02} - Triplet-Zuständen. Die T_{02} Triplet-Zustände, bei denen sich die beiden Elektronen im rechten QD befinden, sind energetisch so hoch, dass sie meist im Experiment nicht berücksichtigt werden müssen. Weitere Voraussetzung für die Spinblockade ist eine endliche Aufspaltung des Singulett- S_{11} - und der Triplet-Zustände. Diese hängt wiederum von der Tunnelaufspaltung ab und ihren maximalen Wert von $E_{ST} = \sqrt{2t_0}$ ($B_{ext} = 0$) für $\Delta = 0$ erreicht. In Abbildung 5.6 ist der energetische Verlauf dieser Zustände als Funktion der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfelds B_{ext} nach [5] dargestellt. Bei einer gegebenen Asymmetrie Δ spalten

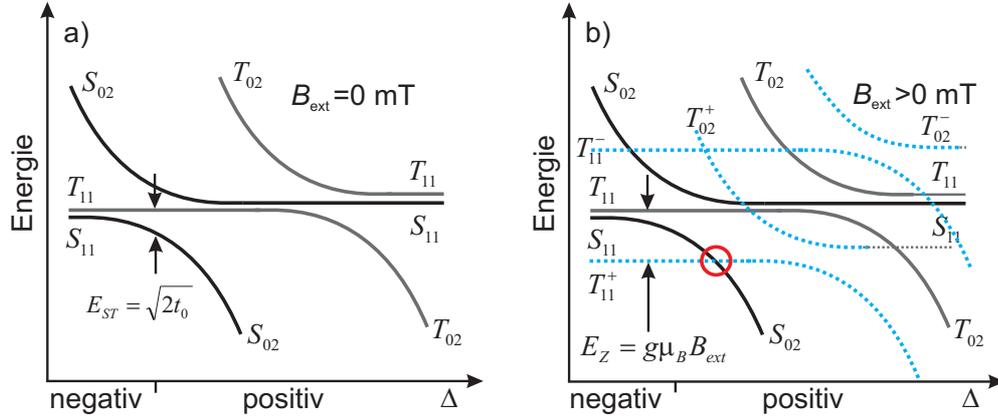


Abbildung 5.6: Termschema als Funktion der Asymmetrie Δ . (a) Im Fall $B_{\text{ext}} = 0$ sind die Triplet-Zustände energetisch entartet. (b) Im externen Feld spalten die Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- sowie T_{02}^+ und T_{02}^- mit Zeemanaufspaltung E_Z auf, vergleiche gestrichelte Linien. Mit rotem Kreis ist eine Kreuzung zwischen S_{11} und T_{11}^+ angedeutet, diese zusammen mit Overhauserfeld führt zu Aufhebung der Spinblockade (siehe Text).

die S_{11} - und T_{11} -Zustände mit einer Amplitude J der Austauschwechselwirkung auf. Die endliche Tunnelaufspaltung $2t_0$ verursacht eine Abstoßung der Singulett-Zustände und eine vermiedene Kreuzung (*engl.* avoided crossing) zwischen S_{11} und S_{02} sowie zwischen T_{11} und T_{02} entsteht. Im Fall $B_{\text{ext}} = 0$ sind die Triplet-Zustände energetisch entartet, vergleiche Abbildung 5.6 (a). Im externen Feld spalten die Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- sowie T_{02}^+ und T_{02}^- mit Zeemanaufspaltung E_Z auf, vergleiche Abbildung (b). Mit einem roten Kreis ist eine Kreuzung zwischen S_{11} und T_{11}^+ gekennzeichnet. In der Nähe dieser Kreuzung kann es zu einer Aufhebung der Spinblockade kommen, vergleiche Diskussion unten.

Experimentell lässt sich die Spinblockade als starke Unterdrückung der Basis des dreieckigen Bereichs des endlichen Stroms bei endlicher Vorspannung beobachten. Abbildung 5.7 gibt exemplarisch eine Messung im Bereich der Spinblockade an dem im Kapitel 7, Abbildung 7.1 (a) vorgestellten DQD zusammen mit dazugehörigem Energieschema wieder. Variiert man die Asymmetrie Δ , so kommen drei Konfigurationen, die drei verschiedenen Tunnelmechanismen entsprechen, ins Spiel (siehe Skizzen in unterer Reihe der Abbildung 5.7). Für $\Delta < 0$ befindet sich der DQD in der Coulomb-Blockade und ohne Zufügung externer Energie fließt kein Strom. Im resonanten Fall $\Delta = 0$ erreicht die Singulett-Triplett-Aufspaltung ihren maximalen Wert von $\sqrt{2t_0}$ und es fließt kein Strom, sofern Spinblockade vorhanden ist. Im dritten Fall $\Delta > 0$ erfordert elektronischer Transport zusätzlich Energieabgabe in Form von z.B. Phononen an die Umgebung. Die in Abbildung 5.7 (a) dargestellte Messung bei einer Tunnelaufspaltung von $2t_0 = 30 \mu\text{eV}$ sowie Abbildung 5.7 (b) bei Tunnelaufspaltung von $2t_0 = 5 \mu\text{eV}$

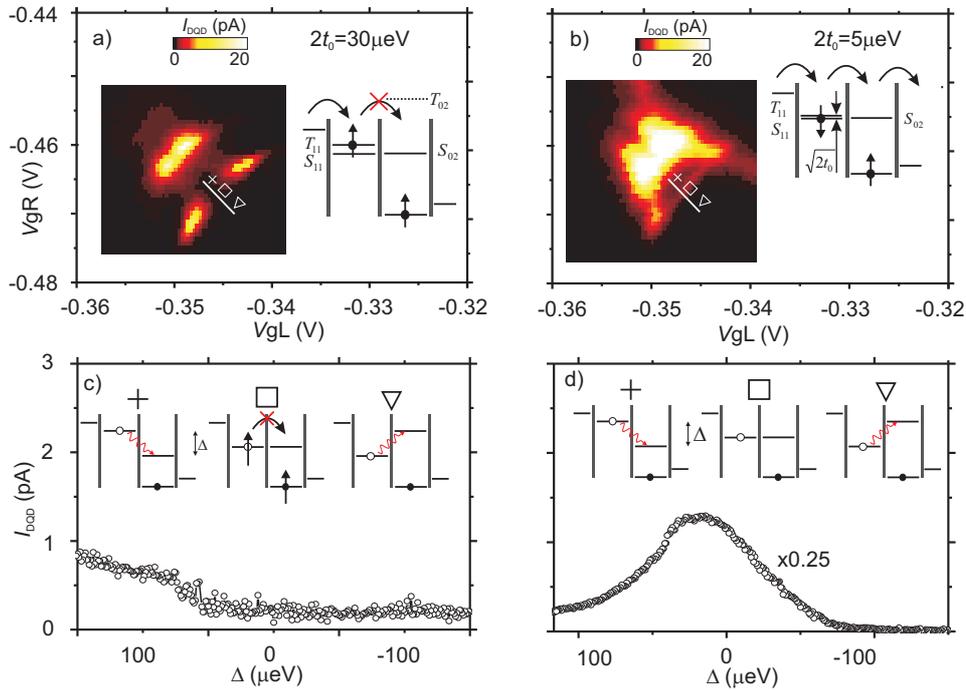


Abbildung 5.7: Farbkodierte Strommessung an dem im Kapitel 7, Abbildung 7.1 (a) vorgestellten DQD als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} . (a) Spinblockade unter Vorspannung von $V_{SD} = -800 \mu\text{V}$ und $B_{\text{ext}} = 0 \text{ mT}$ sowie Tunnelaufspaltung $2t_0 = 30 \mu\text{eV}$. Nur ein sehr kleiner Leckstrom $I_L < 1 \text{ pA}$ kann gesehen werden. (b) Analoge Messung bei kleinerem $2t_0$ von etwa $5 \mu\text{eV}$. Die Entartung der Triplett- T_{11} -Zustände und des S_{11} -Zustands hebt die Spinblockade auf. Verändert man nun Δ , so kommen verschiedene Prozesse ins Spiel, vergleiche untere Reihe. Dargestellt ist der Strom als Funktion der Asymmetrie Δ längs der weißen Striche in der oberen Reihe.

zeigen deutlich das Aufheben der Spinblockade mit abnehmender Tunnelaufspaltung $2t_0$.

Bleibt das addierte Elektron in einem der geblockten Zustände, so bleibt der Strom auf 0 unterdrückt. In der Realität kann es zu einem kleinen Leckstrom I_L im Bereich der Spinblockade kommen.

Einer der Gründe dafür kann ein Austausch des linken Elektrons aufgrund der endlichen Kopplung Γ_S an die Source-Zuleitung sein. Solche Prozesse höherer Ordnung, bei denen gleichzeitig zwei Elektronen ausgetauscht werden müssen (das geblockte Elektron tunnelt in die Zuleitung zurück während ein anderes Elektron in den Singulett S_{11} -Zustand hineintunnelt), werden als Kotunneln bezeichnet. Diese Prozesse sind meistens zu schwach um die Spinblockade vollständig aufzuheben und führen zu einem kleinen Leckstrom im fA-Bereich [40].

Ein anderer sehr wichtiger Prozess, der zur Aufhebung der Spinblockade führt, ist die dynamische Wechselwirkung zwischen den Elektronen im DQD und den Kernen. Dieser Beitrag soll im folgendem diskutiert werden. In GaAs/AlGaAs koppelt jedes Elektron an etwa $N_{\text{nuc}} \propto 10^6$ Kernspins. Die Anzahl der Kerne, die an das Elektron im DQD koppeln, hängt dabei von der Ausdehnung der elektronischen Wellenfunktion ab, diese ist wiederum eine Funktion der Geometrie der Probe. Die genannte Zahl von 10^6 Kernspins soll daher als Schätzwert für lateral definierte DQDs betrachtet werden. Die Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin und den Kernen kann als Anwesenheit eines räumlich und zeitlich variierenden Magnetfelds, des sogenannten Overhauserfelds, beschrieben werden [41, 42]. Hier sind folgende Energieskalen zu beachten: die Overhauserfeld-Amplitude, die auf $5 \text{ T}/\sqrt{N_{\text{nuc}}}$ theoretisch geschätzt [41, 42] und auf $B_{\text{nuc}} \simeq 1.8 \text{ mT}$ gemessen wurde [40, 43], sowie die Aufspaltung der Singulett- und Triplett-Zustände E_{ST} und das externe Magnetfeld B_{ext} , das diese drei Triplett-Zustände aufspaltet.

Die Störamplitude des Overhauserfelds wird hier nicht als absolute Feldstärke erfasst, sondern als mittlerer energetischer Unterschied der Kernfelder in den beiden QDs $E_{\text{nuc}} = g\mu_{\text{B}}|\vec{B}_{\text{nuc}}^1 - \vec{B}_{\text{nuc}}^2|$. Trotz der relativ kleinen Größe der E_{nuc} von etwa $0.05 \mu\text{eV}$ spielt sie eine wichtige Rolle in der Spinblockade. Diese drei Parameter E_{ST} , E_{nuc} und B_{ext} wirken sich auf das Energieschema des DQDs aus und sorgen für ein Auftreten bzw. eine Aufhebung der Spinblockade [40].

Das fluktuierende Kernfeld vermischt die Zustände und so können sich die Triplett-Zustände in den S_{11} -Zustand entwickeln², was eine Aufhebung der Spinblockade zur Folge hat. Dies gilt für den Fall der kleinen Singulett-Triplett-Aufspaltung $E_{\text{nuc}} \geq E_{\text{ST}}$, die Aufspaltung $E_{\text{ST}} = \sqrt{2t_0}$ (für $\Delta = 0$) ist schematisch in Abbildung 5.6 (a) sowie Abbildung 5.7 eingezeichnet. Nimmt E_{ST} mit zunehmender Tunnelaufspaltung $2t_0$ zu, so wird diese Mischung im Bereich kleiner Asymmetrie unterdrückt und somit die Spinblockade verstärkt. Schaltet man ein externes Magnetfeld B_{ext} (mit einer Amplitude von $g\mu_{\text{B}}B_{\text{ext}} > E_{\text{nuc}}$) dazu, so spalten die Triplett-Zustände auf und die Spinblockade wird zusätzlich verstärkt. Dies ist eine Folge der Addition eines Elektrons in einen mit dem Singulett S_{11} nicht mehr gemischten Triplett-Zustände, siehe Abbildung 5.6 (b).

Die Abhängigkeit der Energie des S_{11} -Zustands von der Asymmetrie Δ führt zu einer Kreuzung zwischen S_{11} und T_{11}^+ , siehe roter Kreis in Abbildung 5.6 (b). Diese Kreuzung kann zu kernfeldbedingtem Strom führen und eine endliche Polarisierung der Kerne erzeugen [44, 45]. In diesen Messungen wird eine Hysterese im Leckstrom im Bereich der Spinblockade als Funktion des externen Magnetfelds B_{ext} beobachtet und kann folgendermaßen erklärt werden: Änderung des B_{ext} beeinflusst die Triplett-Aufspaltung $g\mu_{\text{B}}B_{\text{ext}}$. Bei einem Magnetfeld, das die Bedingung $g\mu_{\text{B}}B_{\text{ext}} = J$ erfüllt, schneidet der S_{11} -Zustand energetisch den T_{11}^+ -Zustand und kernfeldbedingte Mischung

²Die vertikalen Komponenten \hat{x} und \hat{y} des Kernfelds lassen die Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- sich zu den Singulett-Zustand S_{11} entwickeln während die \hat{z} -Komponente zu einer Mischung von T_{11}^0 und S_{11} führt.

dieser Zustände tritt in Kraft³. Nach einer Addition eines Elektrons in den Triplett T_{11}^+ -Zustand wird der elektronische Spin in Kombination mit einem Kernflip gedreht und das Elektron geht in den S_{11} -Zustand über. Folglich wird die Spinblockade aufgehoben und ein Leckstrom fließt. Aufgrund der Gesamtspinerhaltung erzeugt dieser Strom eine Polarisierung der Kerne und ein effektives Magnetfeld baut sich auf. Infolge des unterschiedlichen Vorzeichens des g-Faktors für Elektronen in GaAs und des g-Faktors der Kerne, zeigt das aufgebaute Feld dem B_{ext} entgegengesetzt. So verringert sich die Aufspaltung der Triplett-Zustände und die vermiedene Kreuzung wird in Richtung negativerer Asymmetrie Δ verschoben, der Leckstrom setzt aus. Zeitlicher Zerfall der Kernpolarisation schiebt nach einiger Zeit die Kreuzung in Richtung positiver Asymmetrie und der Leckstrom setzt wieder ein. Dabei können klar starke Fluktuationen des Leckstroms beobachtet werden. Wird das Magnetfeld B_{ext} weiter verfahren, so wird die Mischung der Zustände verhindert und der Strom setzt aus. Dieses aufgebaute Kernfeld hat eine Lebensdauer von mehreren Minuten und so sorgt es beim Rückverfahren des Magnetfelds B_{ext} für eine Verschiebung des Stromabfalls und eine Hysterese wird beobachtet. Die Breite der Hysterese als Funktion der Sweepzeiten ist also ein Maß für die Lebensdauer der erzeugten Kernpolarisation.

Zusammenfassend benötigt die Spinblockade nicht nur eine spezielle Ladungskonfiguration sondern auch ein ausreichend großes $2t_0$, um einen Überlapp der Wellenfunktionen und eine daraus folgende Austauschwechselwirkung zu gewährleisten und gegebenenfalls ein externes Magnetfeld B_{ext} .

5.5 Theoretische Modellierung eines Doppelquantenpunkts mit integriertem Nanomagnet.

Die spezielle Anordnung der in Kapitel 7 gemessenen Probe erlaubt es, ein lokales Magnetfeld B_m mit Hilfe eines Nanomagnet zu erzeugen. Der Nanomagnet wird in einem zusätzlichen Prozessschritt auf die bereits prozessierte Probe mittels Elektronenstrahlithografie aufgebracht. Der Nanomagnet besteht aus einem dünnen Kobalt-Streifen mit einem Reinheitsgrad von 99,995%. Das Kobalt wird unter extrem niedrigem Druck ($p < 5 \times 10^{-9}$ mbar) und mit einer sehr kleinen Aufdampfrate ($\leq 0,05 \text{ ns}^{-1}$) aufgewachsen. Der sehr niedrige Druck verhindert eine Verunreinigung des magnetischen Streifens und die kleine Aufdampfrate sorgt für eine möglichst kleine Wärmebelastung und kleine Verformung des PMMA-Lacks. Die Maße dieses Streifens sind dabei so gewählt, dass sich daraus ein eindomäniger Magnet bilden soll. In diesem Fall beträgt die Länge/Breite/Dicke des Nanomagnet $2 \mu\text{m}/200 \text{ nm}/50 \text{ nm}$. Diese Größen sind anhand der Literatur ausgewählt [46]. Die Entstehung und Orientierung

³Die Flip-Flop-Prozesse sind nur an diesem Punkt aufgrund der Gesamtspin- und Gesamtenergieerhaltung effektiv.

magnetischer Domänen als Funktion der Geometrie kann durch numerische Methoden berechnet werden [46]. Von Stephan Camerer durchgeführte Berechnung erlaubt eine Einschätzung der Feldverteilung dieses Nanomagneteten und ist exemplarisch in Abbildung 5.8 (b) zu sehen [47]. Diese theoretischen Berechnungen geben die Feldverteilung

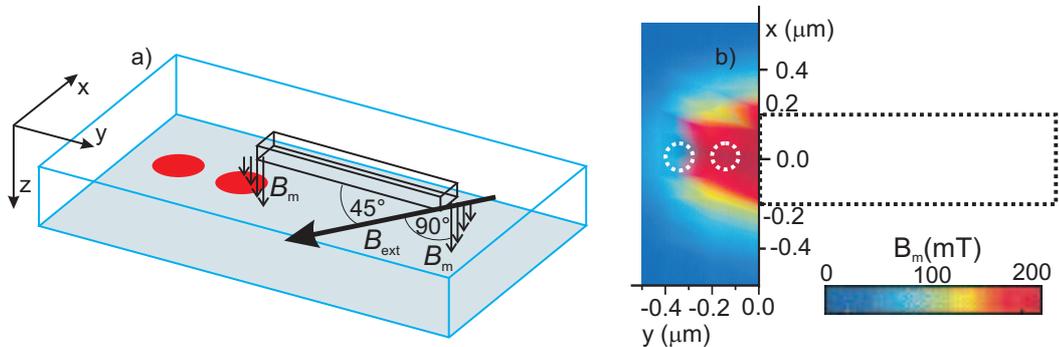


Abbildung 5.8: (a) Schematische Darstellung der Anordnung des Nanomagneteten in Bezug auf den DQD. Die beiden QDs sind mit roten Kreisen angedeutet. (b) Berechnung der Feldverteilung des Nanomagneteten in einer Ebene 100 nm unter dem Nanomagnet (siehe Text), mit freundlicher Genehmigung von Stephan Camerer. Auch hier ist die Position der beiden QDs angedeutet.

außerhalb des Nanomagneteten (eine Berechnung dieser Verteilung innerhalb des Magneteten ist sehr kompliziert) in einer Ebene, die 100 nm unter dem Magneteten liegt, und eine sehr rasche Abnahme dieses Feldes in x-Richtung zeigt.

Das Feld B_m steht am Ort des rechten QDs im Wesentlichen senkrecht zum 2DES⁴. Dieses Magnetfeld besitzt eine sehr inhomogene Feldverteilung, die zu einem starken Feldgradienten am Ort der Probe führt. Die maximale Amplitude dieses lokalen Magnetfeldes B_m beträgt etwa 200 mT und klingt nach einer Strecke von etwa 300 nm in y-Richtung ab. Anhand dieser Berechnung lässt sich ein Magnetfeld von etwa 150 mT im rechten QD und 0 mT im linken QD abschätzen. Zusätzlich dazu kann ein homogenes externes Magnetfeld B_{ext} , das parallel zum 2DES ausgerichtet ist, angelegt werden. Die Ausrichtung der beiden Felder in Bezug auf den DQD ist schematisch in Abbildung 5.8 (a) dargestellt.

Aufgrund der inhomogenen Verteilung des B_m -Feldes kann die vorhandene theoretische Beschreibung [48] nicht angewandt werden. Zur theoretischen Modellierung des vorgestellten Systems wird ein DQD, der nur mit wenigen Elektronen beladen ist, in der Nähe des (0,1)-(2,2)-Trippelpunkts [5] betrachtet. Dank der sehr freundlichen Unterstützung von Geza Giedke war es möglich, anhand eines allgemeineren Modells [49], eine theoretische Berechnung zur Beschreibung dieses Systems zu entwerfen. Das

⁴Die Position des Nanomagneteten ist so ausgewählt, dass die senkrechte Komponente des B_m -Feldes deutlich größer als die vertikale Komponente dieses Feldes am Ort des rechten QD ist.

Modell beschreibt die Spinfreiheitsgrade der im DQD eingeschlossenen Elektronen. Die beiden QDs sind mit der Tunnelaufspaltung $2t_0$ gekoppelt und dem Einfluss des lokalen Magnetfelds B_m und des externen Magnetfeld B_{ext} ausgesetzt. Ein Parameter, der neben dem externen Magnetfeld B_{ext} variiert werden kann, ist die Asymmetrie Δ . Die Berechnung beschränkt sich auf den Unterraum der fünf Zweiteilchenzustände T_{11}^- , T_{11}^0 , T_{11}^+ , S_{11} , und S_{02} . Diese Zustände sind bereits in ihrer expliziten Form oben eingeführt. Die Triplet-Zustände sind längs des lokalen Magnetfelds B_m definiert. Der Hamiltonoperator des gesamten Systems ist in der Basis dieser Zustände angegeben. Diese Annahme setzt voraus:

1. Den Elektronen stehen nur diese fünf Zweiteilchenzustände zur Verfügung.
2. Andere Ladungszahlen oder andere Orbitale (u.a. T_{02} -Zustände) liegen energetisch zu weit entfernt und können nicht bevölkert werden oder relaxieren sehr schnell zu den hier betrachteten Zuständen. In der Praxis bedeutet das, dass es keine anderen Zustände im Transportfenster $|e|V_{\text{SD}}$ gibt und der Abstand zwischen angeregten Zuständen größer als die Tunnelaufspaltung $2t_0$ ist.

Beim lokalen Magnetfeld B_m wird angenommen, dass es ausschließlich im rechten QD vorhanden ist. Auf diese Weise lässt sich ein Feldgradient, der über die beiden QD vorliegt, beschreiben. Der Hamiltonoperator des Gesamtsystems setzt sich aus drei verschiedenen Beiträgen zusammen: Der elektronische Beitrag berücksichtigt die Tunnelaufspaltung $2t_0$ sowie die Asymmetrie Δ der elektronischen Ortswellenfunktionen

$$\hat{H}_e = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2t_0 \\ 0 & 0 & 0 & 2t_0 & -2\Delta \end{pmatrix}.$$

Der Hamiltonoperator des lokalen Magnetfelds B_m ist

$$\hat{H}_m = \hbar \begin{pmatrix} \omega_m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_m & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_m & 0 & 0 \\ 0 & \omega_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Der Hamiltonoperator des externen Felds B_{ext} ist

$$\hat{H}_{\text{ext}} = \hbar \begin{pmatrix} 2\cos(\theta)\omega_{\text{ext}} & \sqrt{2}\sin(\theta)\omega_{\text{ext}} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}\sin(\theta)\omega_{\text{ext}} & 0 & \sqrt{2}\sin(\theta)\omega_{\text{ext}} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}\sin(\theta)\omega_{\text{ext}} & -2\cos(\theta)\omega_{\text{ext}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

wobei θ den Winkel zwischen den Richtungen der beiden Felder angibt. Für den in Abbildung 5.8 (b) dargestellten Fall orthogonaler Felder ($\theta = \pi/2$) ergibt sich der Hamiltonoperator des gesamten Systems $\hat{H} = \hat{H}_e + \hat{H}_m + \hat{H}_{\text{ext}}$ (inklusive der Basis)

$$\hat{H} = \hbar \begin{pmatrix} & T_{11}^- & T_{11}^0 & T_{11}^+ & S_{11} & S_{02} \\ T_{11}^- & \omega_m & \sqrt{2}\omega_{\text{ext}} & 0 & 0 & 0 \\ T_{11}^0 & \sqrt{2}\omega_{\text{ext}} & 0 & \sqrt{2}\omega_{\text{ext}} & \omega_m & 0 \\ T_{11}^+ & 0 & \sqrt{2}\omega_{\text{ext}} & -\omega_m & 0 & 0 \\ S_{11} & 0 & \omega_m & 0 & 0 & 2t_0/\hbar \\ S_{02} & 0 & 0 & 0 & 2t_0/\hbar & -2\Delta/\hbar \end{pmatrix}$$

Die Terme ω_m und ω_{ext} definieren die Abhängigkeit von lokalem Feld B_m und externem Feld B_{ext} über die Beziehung $\hbar\omega_{\text{ext}/m} = g_{\text{GaAs}}\mu_B B_{\text{ext}/m}$.

Die uns zur Verfügung gestellte theoretische Berechnung erlaubt eine Darstellung der Termschemata als Funktion des externen Magnetfelds B_{ext} sowie als Funktion der Asymmetrie Δ . Im einfachsten Fall werden alle Größen fest eingesetzt und der ausgewählte Parameter in dem durch den Benutzer definierten energetischen Bereich variiert. Bei der Auswertung der Ergebnisse dieser Berechnungen sind folgende Punkte zu beachten:

1. Die Tunnelaufspaltung $2t_0$ führt zu einer Mischung von S_{11} und S_{02} die das Termschema bei kleiner Asymmetrie Δ und $2t_0 \gg \hbar\omega_{m/\text{ext}}$ dominiert. In diesem Fall sind die Eigenzustände immer die drei entarteten Triplet und zwei Singulett-Zustände.
2. Das lokale Magnetfeld B_m mischt den T_{11}^0 - und den S_{11} -Zustand.
3. Das externe Magnetfeld B_{ext} führt zu einer Mischung der T_{11}^+ - sowie T_{11}^- -Zustände mit dem Triplet T_{11}^0 . Die Mischung von T_{11}^0 und S_{11} verleiht diesen Zuständen einen gewissen Singulett- S_{11} -Charakter. Infolge der durch die endliche Tunnelaufspaltung $2t_0$ bedingten Mischung der Singulett-Zustände besitzen die Triplet-Zustände auch einen gewissen Singulett- S_{02} -Charakter. Diese Beimischung des Singulett- S_{11} - und S_{02} -Charakters kann für alle Zustände separat berechnet werden.

Zur Berechnung des Singulett-Charakters wird der Überlapp mit dem Singulett-Unterraum berechnet. Diese Berechnung kann separat für den Überlapp mit S_{11} und S_{02} sowie mit beiden Singulett-Zuständen ausgeführt werden. Daraus lässt sich dann der minimale Überlapp mit dem ausgewählten Singulett-Zustand unter allen vorhandenen Zuständen bestimmen. Zur Abkürzung der Notation soll nun folgende Schreibweise eingeführt werden: $(T_{11}^0 : S_{11})$, dieser Ausdruck bedeutet beispielweise den Singulett- S_{11} -Charakter des Triplet T_{11}^0 -Zustands. Analog dazu bedeutet $(T_{11}^+ : S_{02})$ den Singulett- S_{02} -Charakter des Triplet T_{11}^+ -Zustands. In obiger Schreibweise bedeutet der minimale Überlapp aller Zustände mit dem Singulett S_{11} beispielweise $\text{Min}(S_{02} : S_{11}, T_{11}^- : S_{11}, T_{11}^0 : S_{11}, T_{11}^+ : S_{11}, S_{11} : S_{11})$. Die Hinzufügung der

Elemente ($S_{11} : S_{11}$) und ($S_{02} : S_{11}$) im letzten Ausdruck ist auf den Wechsel der Rollen zwischen den Singulett- und Triplett-Zustände zurückzuführen und wird in Anhang C.1 ausführlich diskutiert. Zur Abkürzung wird der letzte komplizierte Ausdruck durch einen kürzeren Ausdruck ($\text{alle} : S_{11}$) ersetzt. Formal wird im obigen Fall der Singulett- S_{11} -Charakter jedes einzelnen Zustands berechnet und als Ergebnis der kleinste Beitrag zurückgegeben. Analog dazu wird der minimale Überlapp mit dem Singulett S_{02} -Zustand als ($\text{alle} : S_{02}$) bezeichnet.

Unter den oberen Annahmen beschreibt dieser minimale Überlapp die minimale Tunnelrate, die aufgrund der Mischung der Zustände zustande kommt und somit den Leckstrom bestimmt. Diese Berechnung hat somit den Vorteil der direkten Verbindung zwischen Theorie und Experiment. Dieses Modell setzt voraus, dass Strom nur in den Singulett-Zuständen fließen kann und der DQD immer im gleichen Verhältnis in einen der vier $\{11\}$ -Zustände nachgefüllt wird. Diese Berechnung vernachlässigt somit weitere Effekte, die zu endlichem Strom führen können, wie z.B. Kotunneln und die Aufhebung der Spinblockade aufgrund der Hyperfeinwechselwirkung.

Diese spezielle Berechnung des minimalen Überlapps kann folgendermaßen begründet werden: Das dem DQD zugefügte Elektron kann einen der vier Zustände ($T_{11}^+, T_{11}^0, T_{11}^-, S_{11}$) besetzen. Koppeln diese Zustände an Singulett (S_{11} und/oder S_{02}), so kann dieses Elektron den DQD verlassen. Der daraus resultierende Leckstrom wird dabei von dem Zustand begrenzt, der den kleinsten Singulett-Charakter aufweist. Eine der oben vorgestellten Berechnungen ($\text{alle} : S_{11}$) und ($\text{alle} : S_{02}$) soll damit dem Leckstrom proportional sein. Die Wahl der richtigen Berechnungen hängt dabei nicht nur von dem numerischen Wert der Kopplung an das jeweilige Singulett, sondern von dem Verhältnis der Tunnelaufspaltung $2t_0$ und der Tunnelkopplung zu den Zuleitungen $\Gamma_{S(D)}$ ab. Bei der Auswertung der Messdaten im Kapitel 7 wird gezeigt, dass diese Überlegung sehr gut mit Messdaten in Einklang gebracht werden kann.

Setzt man die Tunnelaufspaltung $2t_0$ sowie B_m fest, so kann der energetische Verlauf der Eigenzustände als Funktion der Asymmetrie Δ berechnet werden. Eine beispielhafte Simulation für $2t_0 = 30 \mu\text{eV}$, $B_m = 100 \text{ mT}$ und für zwei verschiedene Fälle $B_{\text{ext}} = 0 \text{ mT}$ und $B_{\text{ext}} = 50 \text{ mT}$ gibt Abbildung 5.9 (a) und (d) wieder. Die restlichen Bilder stellen die Beimischung einzelner Zustände mit den Singulett-Zuständen nach eingeführter Schreibweise dar.

In Abwesenheit des externen Magnetfelds $B_{\text{ext}} = 0 \text{ mT}$ (obere Reihe) gehören die extremen Energien zu den Singulett S_{11} sowie S_{02} mit Beimischung von T_{11}^0 . Im Zustand T_{11}^0 zeichnet sich eine Abhängigkeit von der Asymmetrie Δ ab, was die Folge vom lokalen Magnetfelds B_m ist. Aufgrund des Magnetfeldgradienten bilden die Triplett-Zustände $|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle$ und $|\downarrow_1, \uparrow_2\rangle$ die Eigenzustände für $\Delta \gg g\mu_B B_m \gg 2t_0$. Diese Zustände sind ein Teil des Singulett S_{11} - und Triplett T_{11}^0 - Zustands, wodurch diese Zustände gemischt werden. Die Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- mischen dagegen mit den Singulett-Zuständen überhaupt nicht, vergleiche Abbildung 5.9 (b) und 5.9 (c).

Im Fall eines endlichen Magnetfelds $B_{\text{ext}} = 50 \text{ mT}$, untere Reihe in Abbildung 5.9, sorgt das endliche Magnetfeld B_{ext} für eine klare Aufspaltung der Triplett-Zuständen

5.5 Theoretische Modellierung eines Doppelquantenpunkts mit integriertem Nanomagneteten.

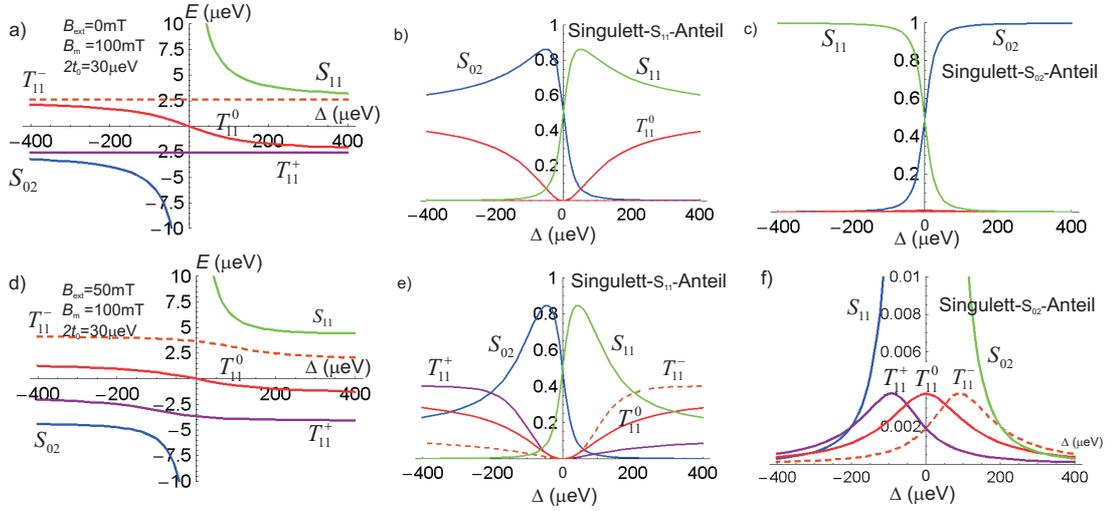


Abbildung 5.9: Termschema als Funktion der Asymmetrie Δ : (a) $B_{\text{ext}} = 0$ mT und (d) $B_{\text{ext}} = 200$ mT. Die restlichen Graphen stellen den Singulett- S_{11} - und Singulett- S_{02} -Charakter der Zustände als Funktion von Δ dar. Die festen Parameter sind in den Abbildungen eingezeichnet.

T_{11}^+ sowie T_{11}^- . Das Triplett T_{11}^0 verläuft deutlich flacher im Vergleich zu $B_{\text{ext}} = 0$ mT. Das externe Feld koppelt nun die T_{11}^+ - und T_{11}^- -Zustände an den T_{11}^0 -Zustand, und dadurch besitzen in diesem Fall alle Zustände gewissen Singulett- S_{11} -Charakter, vergleiche Bild (e). Sehr auffällig ist eine viel stärkere Kopplung der Eigenzustände am Singulett S_{11} im Vergleich zum S_{02} -Singulett, vergleiche Abbildung 5.9 (e) und 5.9 (f). Dies ist eine Folge der Kopplung der Singulett-Zustände untereinander, die zu einer starken Dominanz des Singulett S_{11} -Charakters im fraglichen Bereich der kleinen Asymmetrie führt.

Im Folgenden sollen Ergebnisse der theoretischen Berechnungen für zwei variierende Parameter diskutiert werden. In Abbildung 5.10 sind Berechnungen des minimalen Singulett-Charakters aller Zustände für variierende Asymmetrie Δ und variierendes Magnetfeld B_{ext} dargestellt. In dieser Berechnung wird ein komplettes Bild dieser Abhängigkeit für aufeinanderfolgende Spuren entlang der Asymmetrie-Achse und für feste Werte von B_{ext} erzeugt. Die Asymmetrie wird im Bereich $(-50, +50)$ μeV (obere Reihe) bzw. $(-500, +500)$ μeV (untere Reihe) variiert und B_{ext} im Bereich von $g\mu_B B_{\text{ext}} = (-13, +13)$ μeV in kleinen Schritten geändert. Der letzte energetische Bereich entspricht einer Feldstärke von $(-500, +500)$ mT. Diese Berechnungen werden für zwei verschiedene Werte der Tunnelaufspaltung von $2t_0 = 2.5$ μeV (was einer eingesetzten Magnetfeldstärke des lokalen Magnetfelds $B_m = 100$ mT entspricht, vergleiche obere Reihe), sowie von $2t_0 = 30$ μeV durchgeführt. Die jeweils ausgewählten Werte

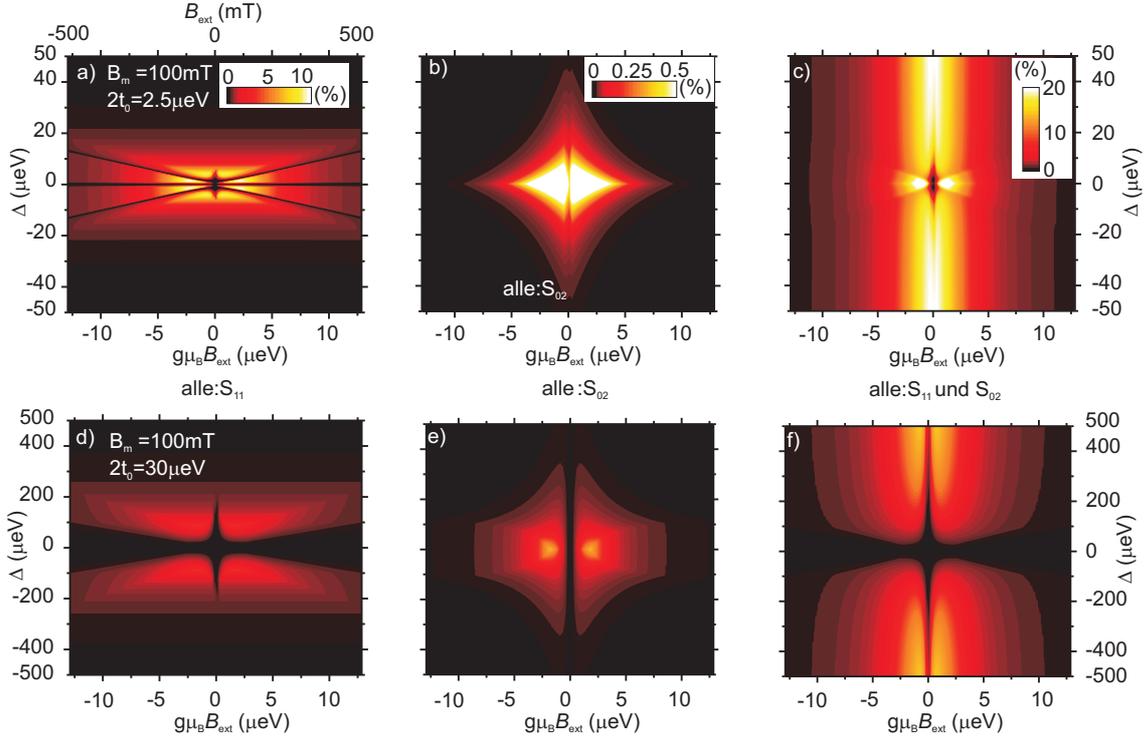


Abbildung 5.10: Farbkodierter minimaler Singulett-Charakter der Summe aller Zustände als Funktion der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfelds B_{ext} . Dargestellte Farbskalen gelten jeweils für eine Spalte. (a) und (d): Minimaler Überlapp aller Zustände mit dem Singulett S_{11} . (b) und (e) geben den Überlapp mit dem Singulett S_{02} wieder. (c) und (f) stellen den minimalen Überlapp mit dem gesamten Singulett-Unterraum dar. Die verschiedenen vertikalen Skalen sind zu beachten. (Anhang: 2t-2.5ueV,2t-30ueV.OPJ)

der Tunnelaufspaltung sind in Abbildung 5.10 eingezeichnet.

Dargestellt ist der berechnete minimale Überlapp aller Zustände mit dem Singulett S_{11} (Abbildung (a) und (d)), minimaler Überlapp mit dem Singulett S_{02} (Bild (b) und (e)) sowie der minimale Überlapp mit dem gesamten Singulett-Unterraum, vergleiche Abbildung (c) und (f). Der letzte Fall des minimalen Überlapps mit gesamtem Singulett-Unterraum bedeutet in eingeführter Schreibweise $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{11} + T_{11}^+ : S_{02}, T_{11}^0 : S_{11} + T_{11}^0 : S_{02}, \dots)$ oder kurz (alle : S_{11} und S_{02}). Diese komplizierte Berechnung soll damit den Singulett-Charakter aller Eigenzustände zu den beiden Singulett-Zuständen gewichten.

Im Fall der kleinen Tunnelaufspaltung $2t_0 = 2.5 \mu\text{eV}$ (obere Reihe in Abbildung 5.10) mischen die Singulett-Zustände untereinander im relativ engem Bereich der klei-

nen Asymmetrie $\Delta \simeq 0$. Dies hat eine Unterdrückung des Singulett-Charakters des Triplett-Zustands T_{11}^0 und eine damit verbundene Unterdrückung dieses Charakters für die übrigen Triplett-Zustände im Bereich der großen Asymmetrie $|\Delta| > 30 \mu\text{eV}$ zur Folge. Folglich ist ein endlicher (minimaler) Überlapp mit dem Singulett-Unterraum nur im Bereich der kleinen Asymmetrie $\Delta = (-30, +30) \mu\text{eV}$ im gesamten Bereich des externen Magnetfelds B_{ext} festzustellen, vergleiche Bilder 5.10 (a)-(c). In einem sehr schmalen Bereich des kleinen Magnetfelds B_{ext} bleibt dieser Überlapp auf 0 unterdrückt. Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass diese numerischen Berechnungen einen endlichen Leckstrom im Bereich der Spinblockade nur in sehr kleinem Bereich der Asymmetrie $\Delta = (-30, +30) \mu\text{eV}$ voraussagen.

Wird die Tunnelaufspaltung auf $2t_0 = 30 \mu\text{eV}$ erhöht, so nimmt der Bereich der Asymmetrie mit einem endlichen Überlapp mit den Singulett-Zuständen zu, vergleiche Abbildung 5.10 untere Reihe. Die maximale Amplitude des minimalen Überlapps wird dabei kleiner im Vergleich zum obigen Fall $2t_0 = 2.5 \mu\text{eV}$, vergleiche Abbildung 5.10. Darüber hinaus wird eine Verstärkung der Spinblockade im Bereich der kleinen Asymmetrie $\Delta = (-100, +100) \mu\text{eV}$ aufgrund der starken Unterdrückung des Singulett-Charakters der Triplett-Zustände in diesem Bereich erwartet, vergleiche Abbildung (d). Diese starke Unterdrückung ist eine Folge des erhöhten energetischen Abstands zwischen dem Singulett S_{11} und dem Triplett T_{11}^0 , wie bereits in Unterkapitel 5.4.2 erläutert. Das zunehmende externe Magnetfeld B_{ext} spaltet energetisch die übrigen Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- auf, was eine Kopplung an die Singulett-Zustände und verstärkten Singulett-Charakter dieser Triplett-Zustände mit zunehmendem B_{ext} zur Folge hat. Dieser verstärkter Überlapp im Bereich des endlichen Magnetfelds B_{ext} kann somit zu einem Leckstrom führen, siehe untere Reihe in Abbildung 5.10.

Die Berechnung des Überlapps mit dem gesamten Singulett-Unterraum, dargestellt in Abbildung 5.10 (c) und (f), wird vom Überlapp mit Singulett S_{11} dominiert und sagt eine Ausprägung der Spinblockade für zunehmendes B_{ext} im Bereich kleiner Asymmetrie $\Delta = (-50, +50) \mu\text{eV}$ voraus.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass unter Betrachtung des minimalen Überlapps aller Zustände an das Singulett S_{11} und S_{02} eine Verstärkung der Spinblockade im Bereich kleiner Magnetfelder B_{ext} mit zunehmender Tunnelaufspaltung $2t_0$ zu erwarten ist. Ein eventuell bestehender Leckstrom im Bereich der relativ großen Tunnelaufspaltung $2t_0$ kann dabei eindeutig der Kopplung an das Singulett S_{02} zugeschrieben werden.

Anhand der Messungen kann somit mit Hilfe vorgestellter Berechnungen die Ursache des Leckstroms in Hinblick auf den Überlapp mit verschiedenen Singulett-Zuständen differenziert werden. Eine tiefere Analyse der theoretischen Berechnungen in Hinblick auf den Überlapp einzelner Zustände mit den Singulett-Zuständen zusammen mit Simulationscode sowie Hinweise zu seiner Benutzung sind in Anhang C zu finden.

6 Mikrowellenmessungen

Im ersten Teil des folgenden Kapitels werden zunächst theoretische Grundlagen der von uns benutzten rf-Schaltung skizziert. Diese Schaltung gestattet es, einen Quantenpunktkontakt im Mikrowellenbereich zu charakterisieren. Die durchgeführte Spezifizierung drei verschiedener Anpassschaltungen im Kapitel 6.2 erlaubt es, optimale Impedanzanpassung des QPCs zu finden. Im nachfolgenden Abschnitt 6.4 wird der Weg der direkt am QPC gemessenen Reflexion verfolgt. Es wird ersucht, anhand dieser Methode den Ladungszustand des an dem QPC kapazitiv gekoppelten Doppelquantenpunkts zu ermitteln. Dabei werden alle messtechnisch bedingten Aspekte ausführlich diskutiert. Als Vergleich werden dabei die zuvor im niederfrequenten Bereich durchgeführten Experimente aus dem Kapitel 6.3 benutzt.

Die vorgestellten Experimente dienen als Vorbereitung für die im folgenden Kapitel 6.4 präsentierte Realisierung eines schnellen Auslesens des Ladungszustands eines Doppelquantenpunkts.

6.1 Realisierung der Anpassschaltung

Die Notwendigkeit einer Anpassschaltung zur Durchführung von Mikrowellenmessungen an einem QPC wurde bereits im Kapitel 3.6 erläutert. Die ersten rf-Experimente an einem QPC fanden bereits vor 15 Jahren an diesem Lehrstuhl statt [50] und wurden später zum schnellen Auslesen des Ladungszustands eines DQDs angewandt [51]. Diese Anpassschaltung lässt sich auch zum Auslesen der Reflexion an einen QD anwenden [52]. Die Mikrowellenmessungen stellen trotz aller technischen Schwierigkeiten der Kombination von rf-Komponenten und tiefen Temperaturen eine attraktive Alternative zur dc-Messungen dar. Außer größerer Auslesegeschwindigkeit bieten die Mikrowellenmessungen weitere Vorteile. Wie bereits im Kapitel 3.2 erläutert, ist eine dc-Messung mit $1/f$ Rauschen belastet und die maximale Bandbreite durch die Dynamik des Stromverstärkers begrenzt. Benutzt man statt der dc-Verkabelung Koaxialkabel mit einer Leitungsimpedanz von $50\ \Omega$, so spielt die Kapazität der Verkabelung keine Rolle mehr¹. Außerdem wird das $1/f$ -Rauschen mit zunehmender Frequenz irrelevant.

Die Eigenschaften der Anpassschaltung spielen dabei eine entscheidende Rolle. In Abbildung 6.1 (a) ist eine der eingesetzten Anpassschaltungen schematisch dargestellt. Diese Schaltung, mit paralleler Kapazität und serieller Induktivität, definiert

¹Für eine Impedanz der rf-Verkabelung von $50\ \Omega$, die der Impedanz eines rf-Verstärkers gleicht, wird die effektive Impedanz des gesamten Aufbaues rein reell und beträgt $50\ \Omega$.

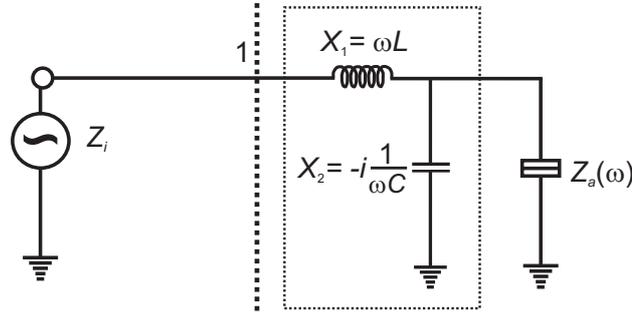


Abbildung 6.1: rf-QPC Konfiguration. Ein QPC mit großer Impedanz Z_a ist mit einem LC-Schwingkreis, umrandet mit einem Kasten, an der Impedanz Z_i angepasst.

einen Schwingkreis. Die Resonanzfrequenz f_{Res} dieser Schaltung ergibt sich aus der vorhandenen Induktivität L und der Kapazität C nach der Thomsonscher Schwingungsgleichung folgendermaßen

$$f_{\text{Res}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}. \quad (6.1)$$

Die Impedanz des QPCs Z_a spielt wegen der Beziehung $\frac{1}{Z_a} \ll \omega C$ und der Gesamtimpedanz der Schaltung (am Punkt 1 in Abbildung 6.1) $Z = i\omega L + \frac{1}{\frac{1}{Z_a} + i\omega C}$ keine explizite Rolle in dieser Gleichung, siehe ausführliche Beschreibung dieser Herleitung in Anhang B. Die Kreisgüte solcher parallelen Schaltung wird mit folgender Gleichung bestimmt

$$Q = \frac{1}{R_R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (6.2)$$

wobei R_R für den Ohmschen Widerstand der Schaltung (uns damit verbundene Verluste) steht. Dieser Widerstand lässt sich somit aus der gemessenen Güte $f_{\text{Res}}/\Delta f$ bestimmen mit Δf als Breite der Resonanzkurve. Aufgrund der eingebauten Elemente kommt es an dieser Schaltung zu einer Spannungsüberhöhung, die letztere lässt sich berechnen mit Hilfe von

$$U_{\text{QPC}} = Q \sqrt{50 \Omega \cdot P_{\text{RF}}} \quad (6.3)$$

mit P_{RF} als Leistung der angelegten Mikrowelle in dBm. Die maximale Bandbreite dieser Schaltung berechnet sich mit Hilfe von Bode-Fano Kriterium (siehe Anhang B) nach [53] auf $\Delta\omega \simeq 117 \text{ MHz}$. Die reelle Messbandbreite wird zusätzlich durch weitere Parameter wie ausgewählte Kapazität C , Induktivität L sowie Rauschtemperatur des rf-Verstärkers und Kabeldämpfung beschränkt.

6.2 Experimentelle Realisierung der Anpassschaltung

Im folgenden Abschnitt werden Experimente an Quantenpunktkontakten im Mikrowellenbereich präsentiert. Es wird gezeigt, dass die Wahl der zu Anpassung benötigten Induktivität der Spule L nicht nur die erzielte Anpassimpedanz sondern auch die Güte und darauffolgende Empfindlichkeit der Anpassschaltung beeinflusst. Der Einfluss der eingestrahlten Leistung, der Frequenz der Mikrowelle sowie der benutzten Messbandbreite auf das Signal-Rausch-Verhältnis wird untersucht. Zur Spezifikation der rf-QPCs

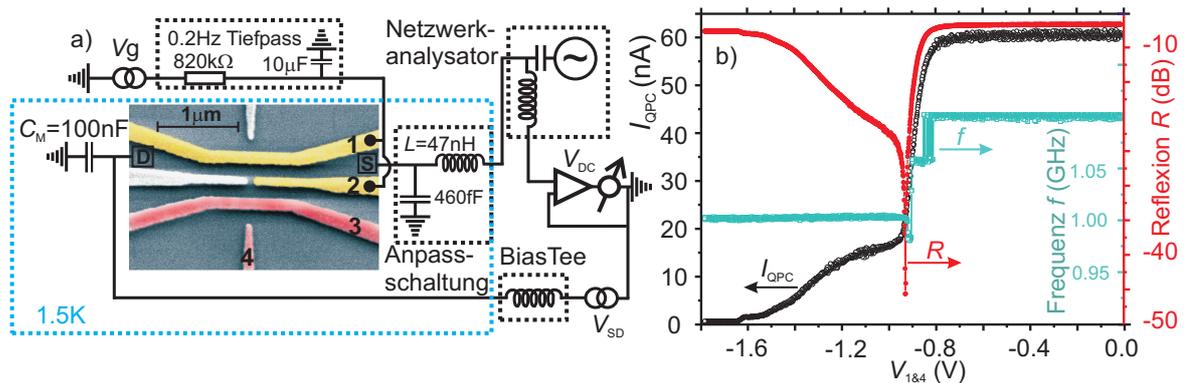


Abbildung 6.2: (a) Schaltplan zur rf-Messung an einem QPC. (b) Strom (schwarze offene Kreise), Reflexion (rote Punkte) und Frequenz (blaue Rechtecke) als Funktion der Spannung $V_{1\&4}$ für die Schaltung in (a) gemessen. (TankCircuit: Auswertung.OPJ)

wird eine Reihe an Messungen an zwei Anpassschaltungen vorgenommen. Bei der ersten Schaltung wird eine Induktivität der Spule von $L = 47\text{ nH}$ gewählt und bei der zweiten von $L = 22\text{ nH}$. In Abbildung 6.2 (a) ist ein Ersatzschaltbild der Messung dargestellt. Für obige Induktivitäten und der Kapazität $C \simeq 460\text{ fF}$ des Ohmschen Kontakts ergeben sich nach Gleichung 6.1 die theoretischen Resonanzfrequenzen von $f_{\text{Res}} = 1.079\text{ GHz}$ und $f_{\text{Res}} = 1.578\text{ GHz}$. Die relativ geringen Induktivitäten werden anhand der Gleichung 6.1 zwecks Erreichen hoher Resonanzfrequenzen f_{Res} gewählt. Diese Experimente werden bei einer Kryotemperatur von $T \simeq 1.5\text{ K}$ durchgeführt.

Zur Untersuchungen wird das 2DES unterhalb der Gatter 1 und 2 (gelb markiert) durch Anlegen negativer Spannung verarmt. Dadurch lässt sich ein eindimensionaler Kanal elektrostatisch erzeugen und definiert somit einen QPC, vergleiche Kapitel 4. Zur Anpassung wird hier eine Induktivität von $L = 47\text{ nH}$ wie angedeutet angeschlossen. Die rot markierten Gatter 3 und 4 werden in gleicher Weise mit einer Induktivität $L = 22\text{ nH}$ (nicht gezeigt) verschaltet. Der Kondensator mit einer Kapazität von $C_M = 100\text{ nF}$ definiert einen rf-Kurzschluss der Leitung auf Masse. Diese Verschaltung erlaubt es, Reflexionsmessungen und dc-Messungen gleichzeitig durchzuführen. Der Netzwerkanalysator *Hewlett Packard 8751A* strahlt eine Leistung

von $P_{\text{RF}} = -60$ dBm bei einer gegebenen Frequenz auf den Kontakt S über die Anpassschaltung ein und wertet die frequenzabhängige Reflexion sowie Phase mit einer Messbandbreite $\text{RBW}=300$ Hz (engl. Resolution Band Width RBW) aus. In Abbildung

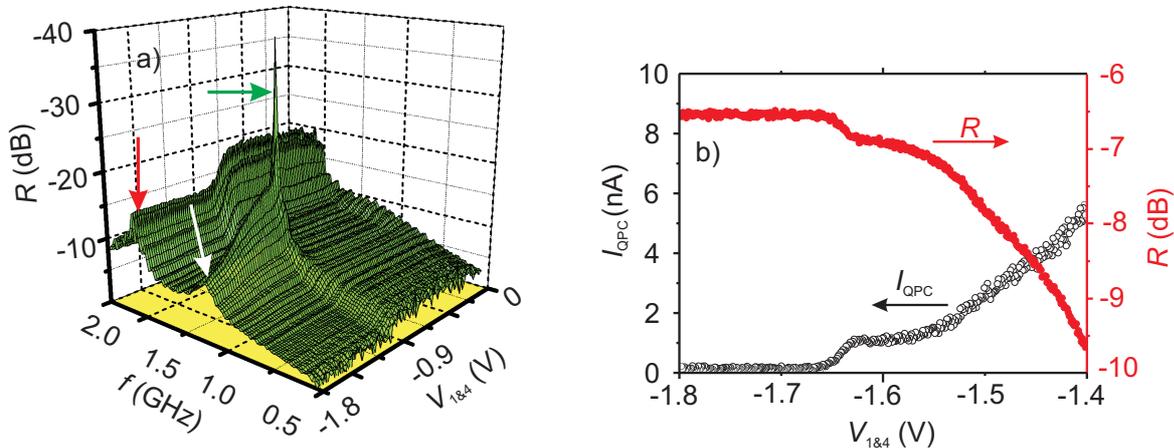


Abbildung 6.3: (a) Reflexion R gemessen an der in Abbildung 6.2 (a) vorgestellten Anpassschaltung als Funktion der Gatterspannung $V_{1\&4}$ und der Anregungsfrequenz f . Die tiefe Resonanz bei dem Anpasswiderstand von etwa 1.46 k Ω (grüner waagerechter Pfeil) ist deutlich zu erkennen. Die mit rotem senkrechten Pfeil markierte Resonanz ist auf den Chipcarrier zurückzuführen. (b) Strom und Reflexion im Bereich der letzten Stufe des QPCs als Funktion der Spannung $V_{1\&4}$ (weißer Pfeil in (a)). Die Reflexion in rot bildet die Stufe im Strom (schwarz) gut ab. Die eingespeiste Leistung beträgt -60 dBm am Netzwerkanalysator. (TankCircuit: Spektrum.OPJ)

6.2 (b) ist eine Abschnürkurve des oberen QPC (gelb markierte Gatter 1 und 2) mit schwarzen offenen Kreisen, zusammen mit der Reflexion (rote Punkte) und Frequenz (blaue Rechtecke), dargestellt. Alle Messgrößen werden als Funktion der Gatterspannung $V_{1\&4}$ aufgenommen. Die gemessene Resonanzfrequenz variiert im dargestellten Bereich aufgrund des hier eingesetzten Chipcarriers, der im gesamten Frequenzspektrum uneinheitliche Abhängigkeit zeigt (vergleiche Kapitel 3.6). Die gemessene Resonanzfrequenz von 1.07 GHz stimmt mit der theoretischen Frequenz von 1.079 GHz sehr gut überein.

Während der QPC-Strom wie erwartet verläuft, zeichnet sich in der Reflexion eine sehr starke Abhängigkeit von der Gatterspannung $V_{1\&4}$ ab. Aus der starken Abnahme der Reflexion im Bereich der Gatterspannung $V_{1\&4}$ von -0.9 bis -1.0 V folgt, dass die Anpassschaltung in diesem Widerstandsbereich des QPCs die Impedanz optimal transformiert, vergleiche rote Kurve mit geschlossenen Punkten. Aus der dc-Messung folgt ein Widerstand des QPCs in diesem Bereich von etwa 1.46 k Ω . Die Impedanzanpassung in den Bereich der Widerstände $R \ll 25$ k Ω resultiert aus einer niedrig ausgewählten

Induktivität der Spule L . Obwohl die Reflexion die stärkste Abhängigkeit innerhalb eines schmalen Widerstandbandes um den Anpasswiderstand von $1.46\text{ k}\Omega$ zeigt, bleibt die Änderung der Reflexion, bis zum komplett abgeschnürten Bereich des QPCs hin ($V_{1\&4} \simeq -1.8\text{ V}$), messbar. Die genauere Betrachtung dieser Abhängigkeit als Funktion der Gatterspannung $V_{1\&4}$ und Frequenz zeigt Abbildung 6.3 (a). Dieser Frequenzgang zeigt sehr schön die Impedanzanpassung, die schmalbandig um die Resonanzfrequenz $f_{\text{Res}} = 1.07\text{ GHz}$ und Anpasswiderstand $R_{\text{QPC}} = 1.46\text{ k}\Omega$ erfolgt. Die tiefste Resonanz in der Reflexion, die bis zu -40 dB reicht, deutet die realisierte Anpassung an. Betrachtet man dieses Frequenzspektrum näher, so ist eine schwache Abhängigkeit der Reflexion in dem QPC-Widerstand für alle dargestellten Frequenzen festzustellen. Die zweite Resonanz, die monoton im ganzen Bereich der QPC-Widerstände bei etwa $f=1.8\text{ GHz}$ verläuft (markiert mit rotem senkrechten Pfeil in Abbildung 6.3 (a)) ist auf den Chipcarrier zurückzuführen, siehe Spezifikation eines gleichen Chipcarriers im Kapitel 3.6. Die maximale Steigung der Reflexion in Bereich der Anpassung beträgt bis zu 2.0 dB/mV und eine Änderung in Reflexion von 2.0 dB für jedes mV in der Gatterspannung bedeutet. Die experimentelle Güte dieser Schaltung, die sich aus dem

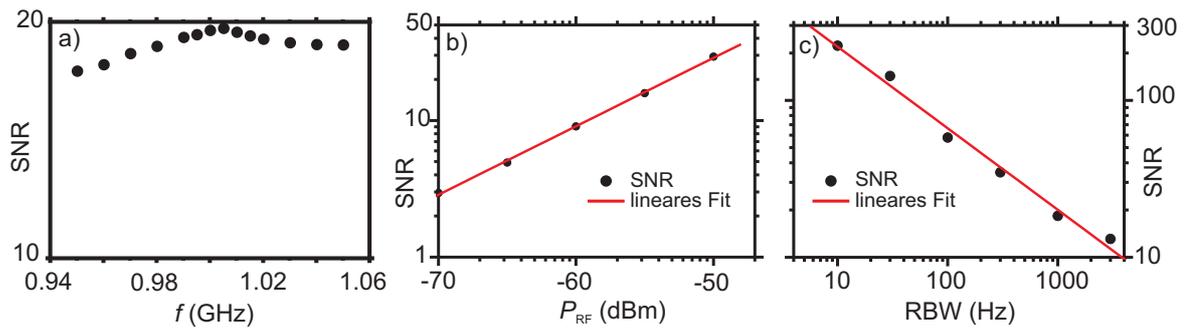


Abbildung 6.4: SNR der Anpassschaltung als Funktion weiterer Parameter. (a) Verfährt man die Anregefrequenz f so ändert sich das SNR rasch. (b) Mit zunehmender Leistung P_{RF} nimmt das SNR linear zu. (c) Auswirkung der Messbandbreite RBW auf SNR. (TankCircuit: TC-Rauschen.OPJ)

Verhältnis der Resonanzfrequenz und Breite des Resonanzmaximums berechnet, ergibt eine Güte von $Q_{\text{exp}}^{47\text{ nH}} \simeq 10.4$ und einen Verlustwiderstand von $R_{\text{R}} = 30.7\ \Omega$.

Die Reflexionsänderung im Bereich der großen Widerstände (weißer Pfeil in Abbildung 6.3 (a)) gibt die Abbildung 6.3 (b) wieder. Trotz der Fehlanpassung der Impedanz bildet die Reflexion (rote geschlossene Punkte) die Stufe im Strom (schwarze Kreise) sehr gut ab.

Zur weiteren Spezifikation der Anpassschaltung wird das Signal-Rausch-Verhältnis (*engl.* Signal to Noise Ratio SNR) als Funktion der Anregefrequenz f , angelegter Leistung P_{RF} und eingestellter Bandbreite des Netzwerkanalysators RBW untersucht.

Ergebnisse sind in Abbildung 6.4 dargestellt.

Ändert sich die Anregungsfrequenz, so wird das Frequenzspektrum um die Resonanzfrequenz herum abgebildet und das SNR erreicht ein Maximum bei f_{Res} , Abbildung 6.4 (a). Interessanterweise ist diese Kurve nicht um f_{Res} symmetrisch, was mit großer Wahrscheinlichkeit auf den Frequenzgang des Chipcarriers zurückzuführen ist. Nimmt die eingespeiste Leistung P_{RF} exponentiell zu (Abbildung 6.4 (b)) so nimmt auch die reflektierte Leistung und dementsprechend das SNR zu. Diese Abhängigkeit ist leicht zu verstehen - steigt die eingespeiste Leistung an, so wird auch höhere Leistung in den QPC über die Anpassschaltung übertragen während der Rauschpegel bei unveränderter Bandbreite RBW konstant bleibt. Variiert man nun die Bandbreite, so ändert sich der Rauschpegel und damit das SNR während die reflektierte Leistung konstant bleibt (Abbildung 6.4 (c)).

Vergleicht man die obigen Messungen mit der zweiten Anordnung (die rot markierten Gatter 3 und 4 zusammen mit einer Induktivität von 22 nH) so ist eine Resonanzfrequenz von $f_{\text{Res}} \simeq 1.5 \text{ GHz}$ und Güte $Q_{\text{exp}}^{22 \text{ nH}} \simeq 9.25$ festzustellen. Aus dieser Güte berechnet sich der Verlustwiderstand von $R_{\text{R}} = 23.6 \Omega$. Auch bei dieser Schaltung mit $L=22 \text{ nH}$ ist die Anpassung in Bereich $R_{\text{QPC}} \ll 25 \text{ k}\Omega$ realisiert. Die Reflexion erreicht die stärkste Änderung bei $R_{\text{QPC}} \simeq 1.2 \text{ k}\Omega$ und die maximale Steigung beträgt 0.1 dB/mV. Diese deutlich geringere Reflexionsänderung ist auf den Chipcarrier zurückzuführen, bei dem eine erhöhte Dämpfung bei $f \simeq 1.5 \text{ GHz}$ festzustellen ist.

Damit die Impedanzanpassung im Bereich der hohen QPC-Widerstände $R_{\text{QPC}} > 25 \text{ k}\Omega$ erfolgt, muss die Induktivität der Spule L größer ausgewählt werden, vergleiche Anhang B. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass für $R_{\text{QPC}} \gg 50 \Omega$, die Impedanzen des Kondensators $|X_1| = 1/(2\pi f_{\text{Res}}C)$ und der Spule $|X_2| = 2\pi f_{\text{Res}}L$ einander und dem Produkt $\sqrt{R_{\text{QPC}} \cdot 50 \Omega}$ gleichen sollen. Da die Kapazität C des Ohmschen Kontakts aus Geometrie, Dicke und Dielektrizitätskonstante der Probe folgt, wird damit die Resonanzfrequenz und anschließend die Induktivität der Spule L fest gesetzt.

6.3 Niederfrequente Ladungsspektroskopie an einem Doppelquantenpunkt

In folgenden Kapiteln wird demonstriert, wie die im letzten Kapitel vorgestellte Anpassschaltung zur hochfrequenten Ladungsspektroskopie an einem DQD verwendet werden kann. Zunächst werden Experimente zwecks Spezifizierung der in Folgendem dargestellter rf-QPC-DQD-Konfiguration präsentiert. Der DQD soll in diesem Kapitel mittels niederfrequenter Messungen charakterisiert werden.

Eine Übersicht der Probe auf dem δ -dotierten Material C021223A gibt Bild 6.5 wieder. Die Probe wurde zwei Mal auf die Mischkammertemperatur des TLM-400 Kryostaten von $T_{\text{MK}} \simeq 80 \text{ mK}$ abgekühlt, im ersten Abkühlvorgang wurde eine positive Vorspannung von +220 mV angelegt (siehe Kapitel 3.3). Nach einigen Spezifikations-

messungen wurde sie aufgrund starker Ladungsfluktuationen wieder aufgewärmt und anschließend mit einer Vorspannung von +280 mV abgekühlt.

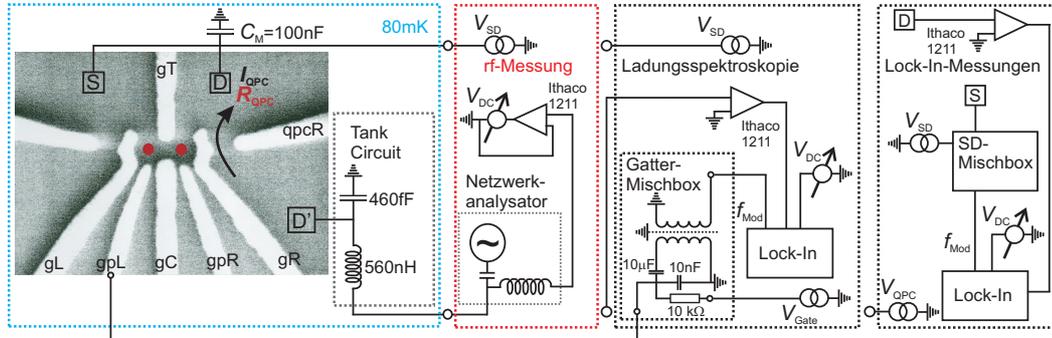


Abbildung 6.5: Links: REM-Aufnahme der Probe DS-1 (Material C021223A). Die beiden QDs sind mit roten Kreisen angedeutet. Der rechte QPC wird mittels einer Spule mit einer Induktivität $L = 560 \text{ nH}$ an eine rf-Zuleitung angeschlossen. An allen gezeichneten Gattern sind einzelne Spannungsquellen über 0.2 Hz -Tiefpassfilter angeschlossen (nicht gezeigt).

Die niederfrequenten Messungen ($f < 50 \text{ Hz}$) werden hierbei unter dem Aspekt der Rückwirkung eines QPCs auf den QD durchgeführt. Ziel dieser Untersuchung ist es, den optimalen Arbeitspunkt des QPCs zur Messung des Ladungszustand des im folgendem definierten DQDs zu finden. Als Ausgangspunkt wird dabei ein QD mit Hilfe der Gatter gT , gC , gR und gpR definiert und mit einem Lock-In bei einer Anregefrequenz von 29 Hz gemessen. Die Modulations-Vorspannung $V_S^{\text{ac}} = -20 \mu\text{V}$ wird mit einer dc-Spannung von $V_S^{\text{dc}} = -30 \mu\text{V}$ mittels einer Spannungsweiche überlagert und an dem Kontakt S (Source) angelegt. Der daraus resultierende Strom am Drain (D) wird mit einem Strom-Spannungswandler zur Spannung umgewandelt und weiter am Lock-In geleitet, vergleiche Lock-In-Messaufbau in Abbildung 6.5. Während der Messung wird eine Vorwärtsspannung von -1.5 mV an dem rechten QPC (hier definiert mit den Gattern $qpcR$ und gR) über den D' Kontakt angelegt. Der daraus folgender dc-Strom wird ebenfalls vom Stromverstärker als konstanter Hintergrundstrom erfasst und aufgrund des auf die Anregefrequenz eingestellten Filters vom Lock-In nicht ausgewertet. Die Resultate dieser Messung sind in Abbildung 6.6 dargestellt.

Die Rückwirkung des QPCs auf den QD ist hier als Verbreiterung der Coulomb-Oszillationen zu sehen. Aufgrund der Querkapazität von dem Gatter gpR auf den QPC verschiebt sich diese Verbreiterung Richtung positiverer Spannung an dem Gatter $qpcR$ für negativer werdende Spannung an dem Gatter gpR . Die Verbreiterung der Coulomb-Oszillationen für den Leitwert des rechten QPCs von $0.5 \times e^2/h$ kann anhand der Phononen-Emission vom QPC erklärt werden. Genauere Betrachtung dieser Verbreiterung anhand zwei Spuren, wie in Abbildung 6.6 (b) mit Pfeilen angedeutet, gibt

die Abbildung 6.6 (c) wieder. Die Auswertung der Breite von diesem ausgewählten Maximum liefert eine Verbreiterung der Coulomb-Oszillation, die einer Temperaturerhöhung von etwa 150 mK entspricht. Das schmalere Maximum (dargestellt mit ge-

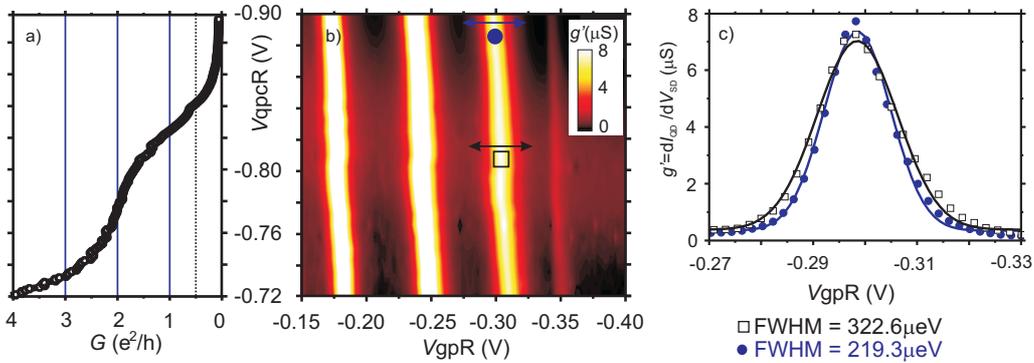


Abbildung 6.6: (a) Abschnürkurve des rechten QPCs nahe der Abschnürspannung (siehe Abbildung 6.5). (b) Coulomb-Oszillationen gemessen an dem rechten QD als Funktion der Gatterspannung V_{gpR} und der Spannung V_{qpcR} am QPC. Eine Verbreiterung der Oszillationen in der Nähe von $0.5 \times e^2/h$ des QPCs ist zu sehen. Die eingezeichneten Pfeile deuten die Coulomb-Oszillation an, die zur Auswertung (c) benutzt ist. (Mikrowellenmessungen: QPC-Auswirkung-auf-QD.OPJ)

schlossenen Punkten) hat dabei eine Breite von etwa 220 μeV und das verbreitete (offene Rechtecke) etwa 320 μeV . Dieser Energieunterschied deutet auf Phononen mit einer Energie von 100 μeV hin. Für Vorspannungen unter einem Schwellwert von -1.2 mV lässt sich diese Verbreiterung nicht mehr beobachten. Somit setzt dieser Schwellwert die maximale Vorspannung am QPC.

Zur weiteren Untersuchung wird ein DQD definiert und mit Hilfe von Ladungsspektroskopie charakterisiert. Eine exemplarische Messung ist in Abbildung 6.7 dargestellt. Ein Ersatzschaltbild ist in Abbildung 6.5 skizziert (Ladungsspektroskopie). Als Lock-In findet hier das Gerät *EG&G 1211A* Verwendung.

Bei dieser Messung wird das Gatter gpL mit einer Spannung $V_{\text{gpL}}^{\text{ac}} = 3.5 \text{ mV}$ bei einer Frequenz von $f_{\text{Mod}} = 29 \text{ Hz}$ moduliert. Am den rechten QPC wird eine konstante Spannung $V_{\text{QPC}} = -1 \text{ mV}$ angelegt und der QPC-Strom mit dem Lock-In ausgewertet. In der Abbildung 6.7 (a) lassen sich dunkle Linien mit zwei verschiedenen Steigungen beobachten. Sie zeigen Änderungen in der Zahl der Elektronen auf dem linken (fast senkrechte, schwächer ausgeprägte Linie) und rechten (stärkere und eher flache Linien) QD. Die unterschiedliche Helligkeit und Breite der Linien hat mehrere Ursachen. Zu einem koppelt die Ladung im rechten QD stärker an den QPC, so dass Ladungsänderung im diesen QD eine größere, im Vergleich zum linken QD, Änderung des QPC differentiellen Leitwerts g' bewirken. Zum anderen verbreitert die Modulation

des Gatters gpL die Resonanz im linken QD zusätzlich, diese ist jedoch in diesem Fall kleiner als 5% der Breite der Coulomb-Oszillation. Für noch negativere Spannungen an den Gattern gpL und gpR war es möglich, den DQD vollständig zu entleeren (nicht gezeigt) was eine eindeutige Zuordnung der Ladungskonfiguration ermöglicht. Die realisierte Elektronenkonfiguration ist für ausgewählte Bereiche in Abbildung 6.7

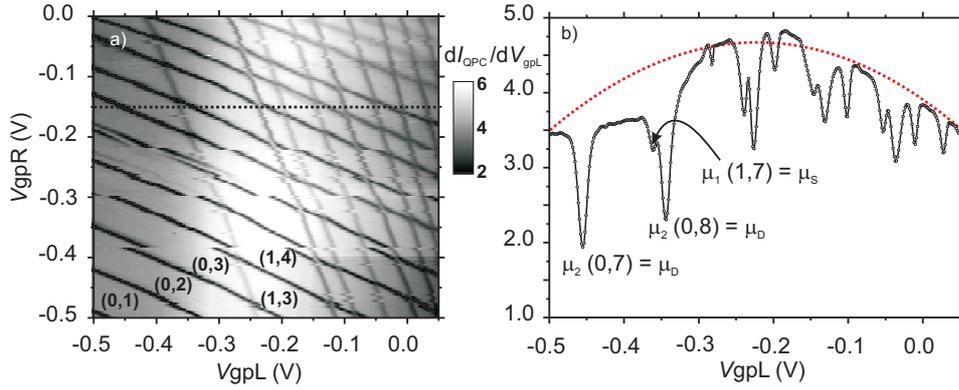


Abbildung 6.7: (a) Aufgeführte Ladungsspektroskopie an dem in der Abbildung 6.5 dargestellten DQD. Farbkodierter differentieller Leitwert $g' = dI_{QPC}/dV_{gpL}$ als Funktion der Gatterspannungen V_{gpL} und V_{gpR} . Die Linien sind durch sich verändernde Ladungskonfiguration in den QDs hervorgerufen. (b) Eine ausgewählte Spur aus (a) entlang der waagerechten Linie (siehe Text). Die gestrichelte rote Linie deutet das Hintergrundsignal an (siehe Text). (Mikrowellenmessungen: Ladediagramm-Lf-DS-1.OPJ)

(a) durch Zahlenpaare (N_1, N_2) angegeben. Die Resonanzbedingungen sind in Abbildung 6.7 (b) exemplarisch ausgewählten Minima zugeordnet. Diese Messung zeigt $g' = dI_{QPC}/dV_{gpL}$ gemessen entlang der gepunkteten Linie in Abbildung 6.7 (a). Die Erfüllung der Bedingung $\mu_1(0,7) = \mu_D$ sorgt beispielsweise für Be- und Entladen vom siebten Elektron in dem rechten QD. Die Einhüllende (rote Linie) des Signals, das Ladelinien beider QDs enthält, beschreibt die Empfindlichkeit des QPCs als Funktion der Spannung V_{gpL} mit einem Maximum bei $V_{gpL} \simeq -0,25$ V, vergleiche Kapitel 4.2. Die zahlreichen Sprünge, die sich als abrupte Verschiebung der Ladelinien äußern, sind auf lokale Ladungsfluktuationen des Probenmaterials zurückzuführen. Wird eine Störstelle, die stark kapazitiv an dem untersuchenden System koppelt, mit einem Elektron be- oder entladen, so ändert sich leicht das Einschlusspotential des QPCs entsprechend.

6.4 Direkte Reflexionsmessung

In diesem Kapitel werden rf-Messungen mit der im Bild 6.5 vorgestellten rf-Konfiguration ausgewertet. Der verwendete Messaufbau besteht aus einem Strom-Spannungswandler, einer Spannungsquelle, die die Vorspannung V_{SD} liefert, sowie eines Netzwerkanalysators und weiteren Spannungsquellen, die die Kontroll-Spannungen liefern (vergleiche linker Kasten in Abbildung 6.5). Die in diesem Abschnitt präsentierte Entwicklung und Verfeinerung des Messaufbaues hilft die Empfindlichkeit der direkt gemessenen Reflexion bis an die messtechnischen Grenzen zu steigern. Es wird demonstriert, dass dank dieser Entwicklung eine prinzipiell vergleichbare Empfindlichkeit der Messung der Reflexion und des dc-Stroms erreicht werden kann. Die technische und durch das Probematerial bedingte Begrenzung der Empfindlichkeit der gemessenen Reflexion wird zusammen mit Vorschlägen für weitere Entwicklung des Messaufbaues aufgezeigt.

Zur Charakterisierung der Anpassschaltung wird zunächst das Frequenzspektrum des QPCs in einer einfachen Reflexionsmessung an der in Abbildung 6.5 vorgestellten Anpassschaltung aufgenommen. Der Netzwerkanalysator speist eine Leistung von $P_{RF} = -60$ dBm über die Anpassschaltung auf die Probe ein. Die Anreffrequenz wird

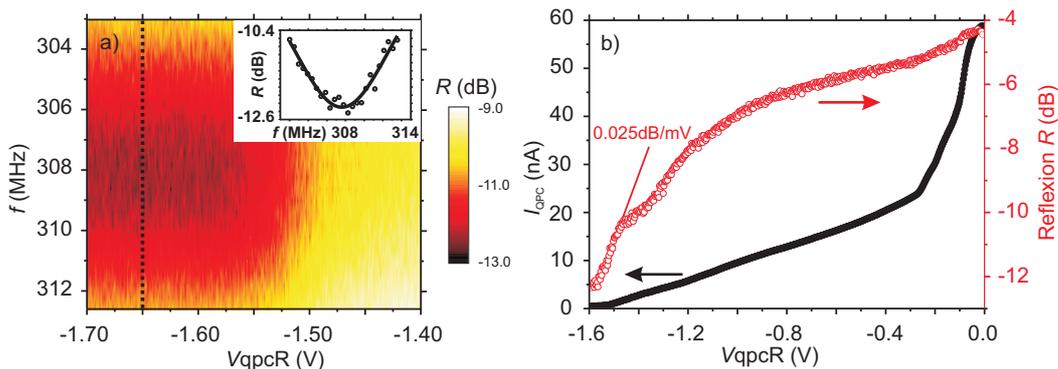


Abbildung 6.8: (a) Farbkodierte Messung der Reflexion R als Funktion der Gatterspannung V_{qpcR} und der Anreffrequenz f für den rf-QPC in Abbildung 6.5. Beigefügtes Bild: einzelne Spur längs der gestrichelten Linie. (b) Komplettierte Abschnürkurve des rechten QPC (schwarze geschlossene Punkte) zusammen mit der ausgelesenen Reflexion (rote offene Kreise) bei der Resonanzfrequenz $f_{Res} \simeq 308$ MHz als Funktion der Spannung V_{qpcR} . (Mikrowellenmessungen: Auswertung-SA.OPJ)

dabei um die theoretische Resonanzfrequenz $f_{Res}^{theo} \simeq 309$ MHz im Bereich von 303 MHz bis 313 MHz verfahren und die Spannung V_{qpcR} in Schritten geändert. Ergebnisse sind in Abbildung 6.8 (a) dargestellt.

Dieser Frequenzgang des QPCs in Abbildung (a) zeigt wie zu erwarten ist, eine Resonanzkurve mit $f_{Res} = 308$ MHz und einer Halbwertsbreite von 10.24 MHz, siehe

beigefügten Schnitt längs der Frequenzachse entlang der gestrichelten Linie in Abbildung 6.8 (a). Daraus folgt eine experimentelle Güte von $Q_{\text{exp}}^{560 \text{ nH}} = 30.07$ und schließlich ein Verlustwiderstand von $R_R = 36.7 \Omega$. Die experimentelle Güte ist mit einem relativ großen Fehler aufgrund des schmalen gemessenen Frequenzbereichs behaftet, was eine Unterschätzung der Halbwertsbreite und daraus resultierende Überschätzung der Güte zur Folge hat.

Bei dieser Messung wird die Spannung V_{qpcR} bis zu einem Wert von $V_{\text{qpcR}} = -1.7 \text{ V}$ hin verfahren, obwohl der QPC endgültig bei einer Spannung $V_{\text{qpcR}} = -1.58 \text{ V}$ komplett geschlossen ist. In diesem Bereich der Widerstände $R_{\text{QPC}} \gg 25 \text{ k}\Omega$ ändert sich der Frequenzgang nicht mehr. Das ist die Konsequenz aus Fehlanpassung zwischen Wellenimpedanz der Verkabelung von 50Ω und QPC-Widerstand $R_{\text{QPC}} \gg 25 \text{ k}\Omega$. Widerstände des QPCs $R_{\text{QPC}} \gg 25 \text{ k}\Omega$ stellen für die Anpassung einen unendlich hohen Wert dar und bewirken damit keine messbare Änderung der Reflexion.

In Abbildung 6.8 (b) wird die Reflexion (rote offene Punkte) zusammen mit dem QPC-Strom (schwarze Punkte), gemessen bei der Resonanzfrequenz $f_{\text{Res}} = 308 \text{ MHz}$, als Funktion der Spannung V_{qpcR} im Bereich von 0 V bis zum komplett geschlossenen QPC hin, dargestellt. In der Reflexion zeigt sich, wie erwartet, eine schwache Abhängigkeit für QPC-Widerstände $R_{\text{QPC}} < 25 \text{ k}\Omega$. Die maximale Steilheit der Reflexion von 0.025 dB/mV wird im fast abgeschürntem Bereich des QPCs realisiert, siehe eingezeichneten Strich in Abbildung 6.8 (b).

Im Zuge der weiteren Entwicklung des Messaufbaues soll die Auswirkung des Netzwerkanalysators, der hier das komplexeste Glied darstellt, untersucht werden (vergleiche Abbildung 6.5). Dazu wird in der folgenden Messungen der Netzwerkanalysator durch eine Kombination eines Frequenzgenerators (*Marconi 2030*) sowie eines Spektrumanalysators *Rohde&Schwarz FSU 20 Hz...26,5 GHz* ersetzt. Die Verschaltung mit der Probe erfolgt mittels eines Richtkopplers *Hewlett Packard 86205A Bidirectional Bridge* und eines BiasTees *Mini-Circuits ZFBT-6GW+*; die Schaltung ist in Abbildung 6.9 (a) dargestellt. Synchronisiert man den Spektrumanalysator und den Frequenzgenerator so wird die Funktionalität eines Netzwerkanalysators gewährleistet. Das Eingangssignal wird zusätzlich mit einem rf-Verstärker *Miteq AU-1189* mit einer Verstärkung von $+32 \text{ dB}$ erhöht.

Einen Vergleich der Messergebnisse für den ursprünglichen und modifizierten Messaufbau gibt Abbildung 6.9 (b) wieder. Mit roten offenen Punkten ist die Reflexion, mit dem Spektrumanalysator gemessen, dargestellt. Schwarze geschlossene Punkte geben die Reflexionsmessung, durchgeführt mit dem Netzwerkanalysator wieder. Der Spektrumanalysator liefert ein deutlich saubereres Messsignal, was die Auflösung mehrerer Stufen des QPCs ermöglicht. Diese Messung wird mit einer Leistung, eingestellt am Frequenzgenerator, von $P_{\text{RF}} = -44 \text{ dBm}$ durchgeführt. Eine weitere Vergrößerung der eingespeisten Leistung, um die darauffolgende Reflexion zu erhöhen, kann nicht vorgenommen werden, was anhand der Abbildung 6.9 (c) verdeutlicht ist. Nimmt die eingespeiste Leistung zu, so wird die letzte Stufe der QPC-Kennlinie sichtbar

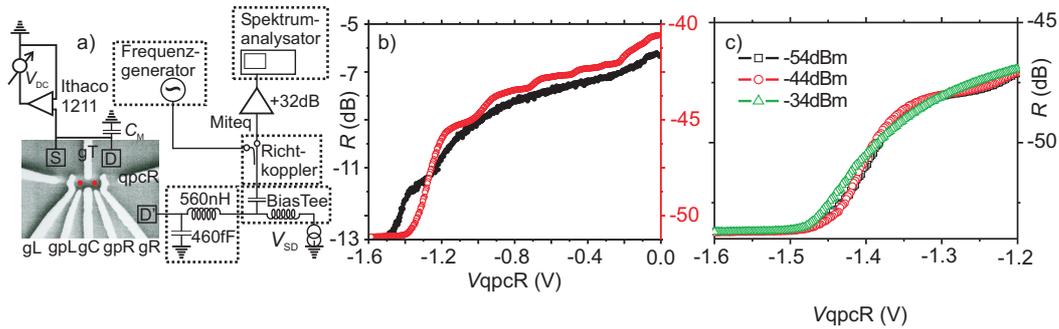


Abbildung 6.9: (a) Der modifizierte Messaufbau. (b) Vergleich der gemessenen Reflexion mit dem Netzwerkanalysator *Hewlett Packard 8751A* (schwarze geschlossene Punkte) und dem Spektrumanalysator *Rohde&Schwarz FSU* (rote offene Kreise) als Funktion der Spannung V_{qpcR} . Modifizierter Messaufbau liefert ein deutlich saubereres Messsignal. Die Verschiedenen y-Achsen sind zu beachten. (c) Die Reflexion, gemessen an der letzten Stufe des QPCs. Eine Verwischung der Stufe mit zunehmender Leistung, hier gemessen am Frequenzgenerator, ist deutlich zu sehen. (Mikrowellenmessungen: DS-1-QPC-Frequenzspektrum.OPJ)

verschmiert, vergleiche Abbildung 6.9 (c). Für eine effektiv angelegte Leistung² am QPC von $P_{\text{RF}}^{\text{QPC}} = -80 \text{ dBm}$ beträgt die Spannungsüberhöhung (nach Gleichung 6.3) $U_{\text{QPC}} = 15.4 \text{ mV}$ was eine Verschlechterung der QPC-Empfindlichkeit zur Folge hat.

Trotz der Verfeinerung des Messaufbaues und eingestellter hoher Empfindlichkeit des Spektrumanalysators sowie Vorverstärkung der ausgelesenen Reflexion lassen sich keine Ladelinien in direkt ausgelesener Reflexion beobachten. Ein Vergleich dieser Messung mit gleichzeitig ausgeführter Ladungsspektroskopie (dargestellt in Abbildung 6.10 (a)) gibt Abbildung 6.10 (b) wieder. Diese farbkodierten Messungen geben die Änderung des differentiellen Leitwerts g' und der Reflexion R als Funktion der Gatterspannungen V_{gpL} und V_{gpR} wieder. Während die niederfrequente Ladungsspektroskopie (Abbildung 6.10 (a)) die Beladevorgänge des DQDs klar abbildet, lassen sich diese Vorgänge in der Reflexion (Abbildung 6.10 (b)) nicht feststellen. Hier kommen zwei Parameter in Frage, die die Reflexionsmessung stören: Zum einen die bereits erwähnte hohe Fluktuationsrate, die sich trotz des sorgfältigen Abkühlvorgangs nicht weiter unterdrücken lässt. Zur Erhärtung dieser Hypothese kann eine zusätzliche dc-Messung durchgeführt werden, vergleiche beigefügtes Bild in Abbildung 6.10 (b). In dieser Messung wird der dc-Strom, dargestellt mit schwarzen offenen Punkten, zusammen mit der Reflexion (rote Punkte) unter Ausschluss des Lock-Ins ausgelesen. Diese Messung erfolgt entlang der skizzierten Linie in Abbildung 6.9 (b) für feste

²Die am Ort des QPC ankommende Leistung lässt sich hier aufgrund der starken Dämpfung des Chipcarriers nur einschätzen.

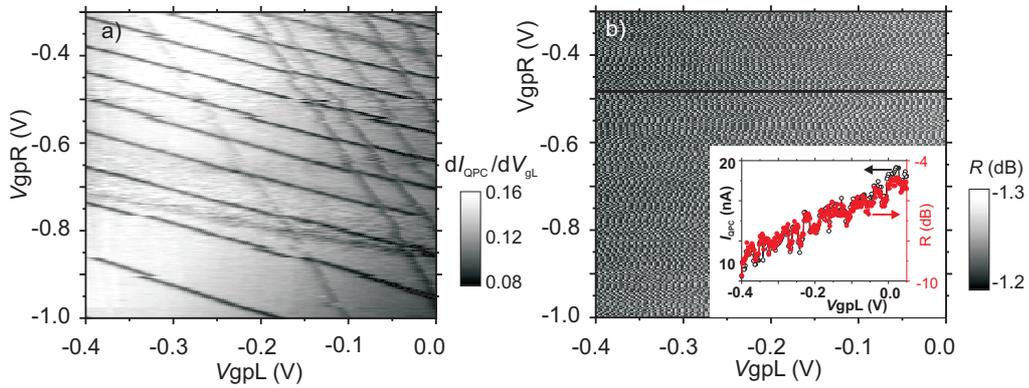


Abbildung 6.10: (a) Ladungsspektroskopie bei einer Frequenz von 29 Hz an dem in der Abbildung 6.5 vorgestellten DQD. Farbkodierter differentieller Leitwert $g' = dI_{\text{QPC}}/dV_{\text{gL}}$. (b) Simultan dazu gemessene Reflexion mittels eines Spektrumanalysators. Trotz der eingestellten hohen Empfindlichkeit (kleiner Messbandbreite) sind in der Reflexion keine Spuren der Ladelinien zu sehen. Beigefügt ist eine dc- und Reflexion- Messung entlang der skizzierten Linie (siehe Text). (Mikrowellenmessungen: Auswertung-SA.OPJ)

Spannung am Gatter gpR. Sowohl der Strom als auch die Reflexion zeigen abrupte Änderungen bei diskreten Werten von V_{gpL} . Die hohe Korrelation der beiden Kurven ist ein Beweis für eine prinzipiell mit dc-Messung vergleichbare Empfindlichkeit der Reflexionsmessung. Betrachtet man den Verlauf der beiden Kurven genauer, so muss leider festgestellt werden, dass diese abrupten Strom- und Reflexionsänderungen nicht auf den Beladungszustand (bzw. seine Änderung) des DQDs zurückzuführen sind. Eine Wiederholung dieser Messung (nicht gezeigt) kann die Position dieser abrupten Änderungen nicht reproduzieren. Offenbar ist in dieser Probe das Rauschspektrum so stark, dass Ladelinien nur mithilfe des Lock-In-Prinzips detektiert werden können. Hier lässt sich dieses Prinzip auf zwei Weisen nutzen: Die unerwünschten Störfrequenzen werden ausgeblendet und dank der festen Phasenbeziehung zwischen der eingespeisten Modulationsspannung und dem gemessenen Strom können Beladevorgänge des DQDs sichtbar gemacht werden.

Der zweite Parameter, der die Reflexionsmessung stört, ist die Dämpfung der rf-Verkabelung und die des Chipcarriers. Das am QPC reflektierte Signal legt eine Strecke von etwa 4 m im Kryostat zurück und unterliegt folglich einer entsprechenden Dämpfung der Verkabelung von $Att^{\text{Kabel}} \simeq 2$ dB. Die im Kapitel 3.6 durchgeführte Spezifikation des Messaufbaues gibt eine Dämpfung des Chipcarriers bei $f_{\text{Res}} = 308$ MHz von $Att^{\text{Chipcarrier}} \simeq 18$ dB. Eine einfache Überlegung erlaubt eine Abschätzung der Verluste: das zu erwartende Messsignal, das die Beladevorgänge des DQDs abbilden, beträgt in einer dc-Messung etwa 100 pA, was anhand der bereits erläuterten Spezifi-

kation der Anpassschaltung eine Reflexionsänderung von 0.25 dB erwarten lässt. Breitet sich dieses Signal in der Verkabelung aus, so wird das Signal-zu-Rausch-Verhältnis um Faktor 10 schlechter für jede 1 dB-Dämpfung (sic!). So wird dieses ohnehin kleine Messsignal unter den Rauschpegel gedrückt, der letztere betrug bei der eingesetzten Messbandbreite $RBW=100$ Hz etwa 0.01 dB (bei einem Pegel von -50 dB). Wie bereits erwähnt, ist diese extrem hohe Dämpfung bei der Resonanzfrequenz in erster Linie auf Platzgründen benutzen Chipcarrier zurückzuführen. Die Verwendung eines impedanzangepassten Probeträgers ist daher für empfindliche Experimente im rf-Bereich unverzichtbar.

Um dieses Problem der extrem schwachen Messsignale lösen zu können, soll zusätzlich ein rf-Verstärker bei tiefen Temperaturen möglichst in der Nähe der Probe eingebaut werden. Im Verlauf dieser Doktorarbeit wurde ein exzellenter Tieftemperaturverstärker der Firma *AmpliTech*, Model *APTC3-00100200-0900-D4* angeschafft. Die Spezifikation ergibt eine Verstärkung von etwa 30 dB bei Temperaturen von 4.2 K an, was eine ausreichend große Verstärkung des Messsignals ermöglichen würde. Aus Platzmangel konnte jedoch dieser Verstärker in den hier verwendeten Probenstab (der nur 18 mm Durchmesser hat) nicht eingebaut werden. Eine zukünftige Reflexionsmessung sollte deshalb an einem anderen Kryostaten durchgeführt werden.

6.5 Homodyne Detektion

Ähnlich wie die Lock-In-Technik bei niedrigen Frequenzen bietet auch die Mikrowellentechnik angesichts schwacher Messsignale einen Ausweg, nämlich die sogenannte homodyne Detektion. Diese Technik wird zum Beispiel zur Kommunikation mit Satelliten jenseits der Umlaufbahn der Erde benutzt. Sie erlaubt trotz der Funkfeld-Dämpfung von mehr als 100 dB eine zuverlässige Kommunikation. Das Prinzip basiert auf nichtlinearer Mischung eines frequenzmodulierten Trägersignals mit einem bekannten Referenzsignal. Als Referenzquelle dient hier die Mikrowellenquelle, die bei f_{Res} arbeitet. Das Trägersignal besitzt dabei die Resonanzfrequenz f_{Res} der Anpassschaltung, während die Modulationsfrequenz f_{Mod} aufgrund der Bandpasscharakteristik der Anpassschaltung deutlich kleiner sein muss.

In diesem Abschnitt wird eine Implementierung dieses Prinzips der homodynen Detektion auf das System des an DQD gekoppelten QPCs präsentiert. Nach kurzer Einführung des dazu benötigten Messaufbaues wird ein typisches Frequenzspektrum zusammen mit einer Auswertung der erzielten Empfindlichkeit dargestellt. Nachfolgend wird der Einfluss der Modulationsfrequenz f_{Mod} auf die rf-QPC-DQD-Konfiguration studiert. Diese Auswertung erfolgt unter dem Aspekt der messtechnischen sowie physikalischen Grenzen der eingesetzten homodynen Detektion. Abschließend wird eine erfolgreiche Messung des Ladungszustands des DQDs bei einer Resonanzfrequenz $f_{\text{Res}} = 308$ MHz der Anpassschaltung wiedergegeben.

Der neue Messaufbau besteht nun aus einer rf-Quelle (*Marconi 2030*), deren Lei-

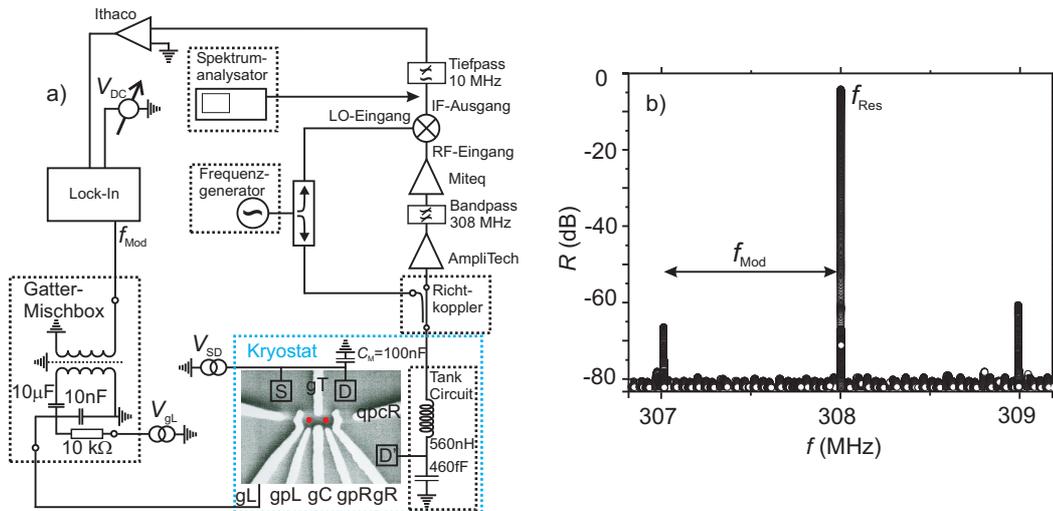


Abbildung 6.11: (a) Messaufbau zur Vermessung der Reflexion mittels homodyner Detektion. (b) Frequenzspektrum gemessen am IF -Ausgang des Mischers in einem Frequenzfenster von 306.8 MHz bis 309.2 MHz . Die Gattermodulation mit Frequenz $f_{\text{Mod}} = 1\text{ MHz}$ erzeugt Satelliten-Linien um die Resonanzfrequenz $f_{\text{Res}} = 308\text{ MHz}$ der Anpassschaltung. (Mikrowellenmessungen: Spektrum-HD.OPJ)

stung mit einem Leistungsteiler *ZSC-2-4 Mini-Circuits* in zwei Wege geteilt wird. Der erste Teil wird über ein verstellbares Dämpfungsglied (*Hewlett Packard 8494B/70dB*), einen Richtkoppler (*Hewlett Packard 86205A Bidirectional Bridge*) und ein BiasTee (*Mini-Circuits ZFBT-6GW+*) auf den Kontakt D' der Anpassschaltung angelegt. Dieses Signal wird nun mit einer Modulationsfrequenz f_{Mod} über eine Querkapazität zwischen einem modulierten DQD-Gatter und dem QPC moduliert. Dieses modulierte Signal breitet sich in der rf-Verkabelung rückwärts aus und wird im Richtkoppler von der eingespeisten Mikrowelle entkoppelt. Anschließend erfolgt eine zweistufige Verstärkung (Verstärker *Miteq AU-1189 +32dB* und *AmpliTech APTC3-00100200-0900-D4 +38dB*) und Filterung in einem Bandpass (entwickelt vom Stephan Manus) und Weiterleitung an einen Frequenzmischer (*ZFM-150+ Mini-Circuits*). Dort wird dieses Signal mit dem zweiten Teil des Trägersignals gemischt und das darausresultierende Messsignal weiter über einen Tiefpass (10 MHz, entwickelt vom Stephan Manus) an einen Hochfrequenz Lock-In-Verstärker (Stanford Research *SR840*, $f \leq 20\text{ MHz}$) geleitet. Das Ausgangssignal des Lock-Ins moduliert die Gatterspannung V_{gL} und erzeugt durch die Querkopplung am QPC letztlich eine Frequenzmodulation. Das modulierte Frequenzspektrum, zusammen mit dem Messaufbau gibt Abbildung 6.11 wieder. Bei dieser Messung wird außerdem der Spektrumanalysator an den IF -Ausgang (*engl.* Intermediate Frequency IF) des Frequenzmischers angeschlossen.

Ein so gemessenes Spektrum ist in Abbildung 6.11 (b) gezeigt. Es enthält ein großes

Maximum bei f_{Res} und zwei Satelliten-Linien die durch die Gattermodulation hervorgerufen sind. Aus dem Abstand der Amplituden dieser Satelliten-Linien und dem Rauschpegel lässt sich die Ladungsmessempfindlichkeit dieses Messaufbaues berechnen, nach [51]

$$S_g = \frac{1}{2} \frac{dG_{\text{QPC}}}{\sqrt{\Delta f}} \cdot 10^{-\text{SNR}/20}, \quad (6.4)$$

wobei dG_{QPC} die Änderung des QPC-Leitwerts unter Gattermodulation ist und SNR der bereits erwähnte Signal-zu-Rausch-Abstand in einer gegebenen Messbandbreite Δf ist. Die Ladungsmessempfindlichkeit beträgt in diesem Fall etwa $2.2 \times 10^{-3} (e^2/h)/\sqrt{\text{Hz}}$ bei einer Modulationsfrequenz von $f_{\text{Mod}} = 1 \text{ MHz}$. Diese Empfindlichkeit ist etwas schlechter als die mit einem Tieftemperaturverstärker erreichte Empfindlichkeit von $S_g = 5 \times 10^{-3} (e^2/h)/\sqrt{\text{Hz}}$ [51]. Die Amplitude der Satelliten-

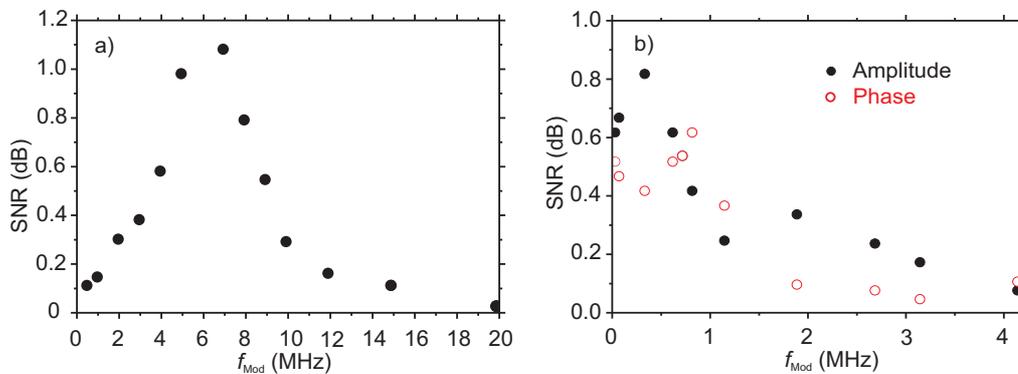


Abbildung 6.12: (a) SNR der homodynen Detektion als Funktion der Modulationsfrequenz f_{Mod} . Mit zunehmender Modulationsfrequenz f_{Mod} nimmt das SNR bis zu einem Schwellwert von etwa 7 MHz zu. Bei $f_{\text{Mod}} = 20 \text{ MHz}$ schneidet die Anpassschaltung das Messsignal vollständig ab. (b) Die Amplitude (schwarze Punkte) sowie die Phase (rote Kreise) einer gemessenen Coulomb-Oszillation als Funktion der f_{Mod} . (Mikrowellenmessungen: Empfindlichkeit-vs-f-Mod-HD.OPJ)

Linien hängt dabei von der Modulationsfrequenz ab. Diese Modulationsfrequenz unterliegt in diesem Messaufbau zwei wesentlichen Faktoren: einerseits definiert die Anpassschaltung einen Bandpass und schneidet alle Frequenzen, die sich um mehr als etwa 7 MHz von der Resonanzfrequenz unterscheiden, ab. Andererseits können die im DQD eingeschlossenen Elektronen bei gegebener Tunnelkopplung einer zu hohen Frequenz nicht mehr folgen. Die Auswirkung dieser Parameter soll im Folgenden betrachtet werden. Nimmt die Modulationsfrequenz f_{Mod} zu, so nimmt das SNR des QPCs auch zu. Dies ist die Folge der Integration über mehrere Perioden mit zunehmender Frequenz während die Integrationszeit T des Lock-Ins konstant bleibt. Folglich wird das Rauschen unterdrückt und das SNR nimmt zu, was eine größere Empfindlichkeit nach sich

zieht. Ab einem Schwellwert werden jedoch mit der Anordnung der Anpassschaltung die Satelliten-Linien unterdrückt, bis sie schließlich im Rauschen untergehen. Dieses Verhalten ist deutlich in Abbildung 6.12 (a) zu sehen und wird anhand der mittleren Höhe der Satelliten-Linien im Bezug auf den Rauschpegel gemessen. Dieser Effekt ist ausschließlich auf die Anpassschaltung und ihre Eigenschaften zurückzuführen. Ein weiterer Aspekt, der sich in der Empfindlichkeit der vorgestellten Kombination des impedanzangepassten QPCs und eines DQDs niederschlägt, ist das Verhalten des DQDs selbst. Abbildung 6.12 (b) gibt die Amplitude (schwarze Punkte) und die Phase (rote Kreise) einer gewählten Coulomb-Oszillation als Funktion der Modulationsfrequenz f_{Mod} wieder. Hier wird das SNR als Verhältnis des jeweiligen Messsignals zum gemessenen Rauschen bei einer Integrationszeit des Lock-Ins von 100 ms ermittelt. Hier setzt eine Abschneidefrequenz bei etwa 4 MHz ein. Bis zu einer Frequenz von etwa 0.4 MHz nimmt die Amplitude zu während die Phasenänderung abnimmt (und umgekehrt). Das Übergehen vom Messsignal in den Phasenkanal bedeutet hier ein Übersprechen

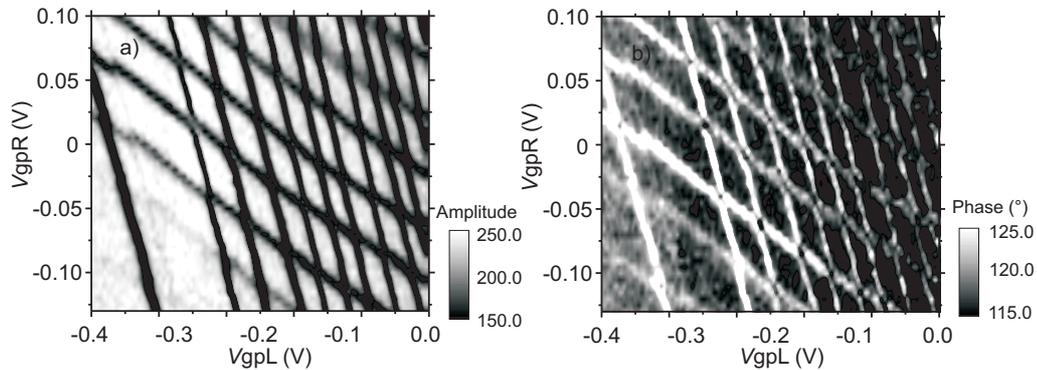


Abbildung 6.13: (a) Amplitude des gemessenen Signals als Funktion der Spannung V_{gpL} und V_{gpR} . Sehr deutlich sind Ladelinien zu sehen. (b) Simultan gemessene Phase dieser Amplitude. Für negative werdende Spannung V_{gpL} und V_{gpR} nimmt die Änderung der Phase zu. (Mikrowellenmessungen: DS-1-Lade-HD.OPJ)

zwischen der Einkoppel- und Auslese-Seite und stellt hier keine monotone Funktion dar. Für $f_{\text{Mod}} > 2$ MHz ist eine starke Unterdrückung der beiden Messsignale beobachtbar. Dieser Effekt kann auf endliche Gesamt-Tunnelrate des DQDs zurückgeführt werden. Falls die Beziehung $\Gamma_{\text{S}}, \Gamma_{\text{D}}, 2t_0 < f_{\text{Mod}}$ in einem Bereich der Gatterspannung erfüllt ist, können die Elektronen der hochfrequenten Modulation nicht mehr folgen und zunehmender Teil der eingespeisten Modulation schlägt sich in der Phasenänderung nieder. Eine weitere Ursache für das schwächer werdende Messsignal kann auch unkontrollierte und frequenzabhängige Dissipation der Leistung in dem gesamten Messaufbau samt der Probe sein.

Anschließend an die letzte Messung erfolgt eine Ladungsspektroskopie bei $f_{\text{Res}} =$

308 MHz. Moduliert wurde dabei das Gate g_L bei einer Frequenz von $f_{\text{Mod}} = 0.399$ MHz mit einer Amplitude von $V_{g_L}^{\text{ac}} = 0.4$ mV. Am QPC wird eine Vorspannung von -0.4 mV angelegt. Für beide Kanäle sind Amplitude und Phase in Abbildung 6.13 dargestellt. Volle Funktionalität der homodynen Detektion anhand erfolgreicher Ladungsspektroskopie ist ersichtlich. Mit negativ werdenden Gattern g_{pL} und g_{pR} nimmt die Tunnelkopplung zu den Zuleitungen ab, was eine stärker werdende Phasenänderung zur Folge hat.

6.6 Zusammenfassung des Kapitels

Die in diesem Kapitel vorgestellten Untersuchungen erfolgten unter dem Aspekt der optimalen Impedanzanpassung des QPCs. Die durchgeführte Spezifizierung dreier verschiedener Anpassschaltungen im Kapitel 6.2 erlaubte es, optimale Impedanzanpassung des QPCs zu finden.

Die durchgeführten Experimente haben gezeigt, dass eine zu niedrig gewählte Induktivität der Spule zu einer Anpassung im Bereich kleinerer Widerstände führt, hat aber den Vorteil der größeren Güte und demzufolge einer größeren Reflexionsänderung in Folge einer Widerstandsänderung des QPCs. In dieser Hinsicht wäre es sehr interessant, eine Anpassschaltung mit einer Induktivität von etwa 400 nH zu gestalten. Anhand der Kapazität des Ohmschen Kontakts von 460 fF ergibt sich die theoretische Resonanzfrequenz $f_{\text{Res}}^{\text{theo}} = 371$ MHz und eine Güte von $Q^{\text{theo}} = 28.3$. Die Impedanzanpassung erfolgt dabei bei einem Widerstand $R_{\text{QPC}} \simeq 17.4$ k Ω , was eine Benutzung des angepassten QPC als Ladungsdetektor gewährleistet.

Die Untersuchungen in Abschnitt 6.4 verfolgten konsequent den Weg der Verbesserung der direkt ausgelesenen Reflexion und haben eindeutig gezeigt, dass eine künftige Messung der direkten Reflexion den Einsatz eines impedanzangepassten Probenträgers unabdingbar macht.

Abschließende Messung des Ladungszustands des DQDs mittels homodyner Detektion haben ein schnelles Ausleseschema trotz der hohen Fluktuationsrate des Probenmaterials verwirklicht. Die physikalischen sowie technischen Grenzen der eingesetzten Lösung wurden aufgezeigt.

7 Messungen an einem Doppelquantenpunkt mit integriertem Nanomagneteten

In diesem Kapitel werden Messungen an einem Doppelquantenpunkt mit integriertem Nanomagneteten vorgestellt. Die Geometrie dieser Probe, die auf aus der Gruppe von Prof. Wegscheider stammendem homogen dotiertem Material D040123A prozessiert ist, gleicht im Wesentlichen der bereits im Kapitel 6.3 vorgestellten Probe und ist in Abbildung 7.1 (a) zu sehen. Für eine genauere Beschreibung und eine theoretische Berechnungen dieses Materials sei auf Kapitel 2.1 verwiesen. Die Geometrie dieser

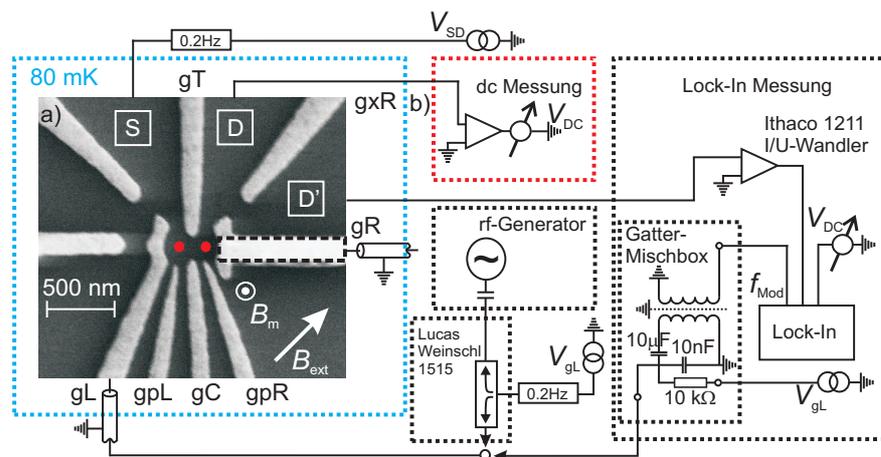


Abbildung 7.1: (a) Eine REM-Aufnahme einer Probe, die der Probe W9-S5 auf dem homogen dotierten Material D040123A gleicht. Mittels der prozessierten Ti/Au-Gatter lässt sich ein DQD (angedeutet mit roten Kreisen) mit drei integrierten QPCs definieren. Mit einer gestrichelten Linie ist ein Nanomagnet umrandet. Die gegenseitige Anordnung der B_m - und B_{ext} -Felder ist schematisch skizziert. (b) Schema des verwendeten Messaufbaus. Alle angedeuteten Gatter sind über 0.2 Hz-Tiefpassfilter an Spannungsquellen angeschlossen (nicht gezeigt).

Probe erlaubt es, einen DQD elektrostatisch zu definieren und verfügt über drei integrierte QPCs. Etwas ungewöhnlich ist dabei das Gatter g_R gestaltet. Dieses verläuft

gerade aus der Mitte der Probe heraus, was die Anbringung eines Kobalt-Streifens auf diesem Gatter in einem zusätzlichen Schritt erlaubt. Dieser Kobalt-Streifen, der ohne zusätzlichen Isolator direkt auf das Gold-Gatter gR gebracht ist, definiert einen Nanomagnet, dessen Feldverteilung inhomogen ist. Eine genauere Beschreibung dieser Verteilung, zusammen mit einer theoretischen Berechnung dazu, gibt Kapitel 5.5 wieder. Der Nanomagnet ist in Abbildung 7.1 (a) als etwas hellerer Streifen zu sehen und zusätzlich mit einer gestrichelten Linie umrandet. Das inhomogene Magnetfeld B_m des Nanomagneten führt zu unterschiedlichen Zeeman-Aufspaltungen der Elektronenspins in beiden QDs und ermöglicht damit eine getrennte Manipulation des Elektronenspins in geplanten Spin-Qubit-Messungen. Im Folgenden werden aber Experimente zur Kernspindynamik aufgrund der Hyperfeinwechselwirkung mit den Elektronenspins besprochen. Die Messungen an dieser Probe erfolgen in einem TLM-400 Verdünnungskryostaten von Oxford Instruments bei einer Mischkammertemperatur von $T_{MK} \simeq 80$ mK. Die Gatter gL und gR sind an die rf-Zuleitungen angeschlossen, alle restlichen Kontakte sind über eine dc-Verkabelung kontaktiert (vergleiche Abbildung 7.1 (b)).

In den folgenden Kapiteln werden die wichtigsten Messergebnisse zusammen mit Interpretationen dargestellt. Es wird gezeigt, dass die Anwesenheit des Felds B_m des Nanomagneten einen schwerwiegenden Einfluss auf das elektronische Spektrum des DQDs hat. Die in diesem Kapitel vorgestellten Messungen verfolgen die Untersuchung der dynamischen Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin eines Elektrons im DQD und den Kernen. Es wird gezeigt, dass mit Hilfe der theoretischen Modellierung die Messergebnisse als durch das lokale Magnetfeld B_m bedingte Mischung der Eigenzustände im Bereich der Spinblockade interpretiert werden können. Das dazugehörige theoretische Modell ist in Kapitel 5.5 wiedergegeben. Ausgehend von der dargestellten Ladungsspektroskopie wird die Ladungskonfiguration des DQDs ermittelt und anschließend eine Messung des dc-Stroms durchgeführt. Es wird gezeigt, dass Spinblockade in benachbarten Stromdreiecken beobachtet werden kann was einer sequentiellen Auffüllung der elektronischen Spins widerspricht. Eine danach folgende Untersuchung dieser beiden benachbarten Stromdreiecke liefert sehr starke Indizien auf oben genannte dynamische Wechselwirkung im Bereich der Spinblockade. Diese Messungen, präsentiert in Unterkapitel 7.3, können mit Hilfe des theoretischen Modells sehr gut reproduziert werden. Nachfolgende Untersuchungen der Wechselwirkung in Hinblick auf die Erzeugung und den zeitlichen Zerfall der Kernpolarisation in Abwesenheit eines externen Magnetfelds B_{ext} gibt Abschnitt 7.4 wieder. Abschließend erfolgt eine Untersuchung der dynamischen Wechselwirkung im externen Magnetfeld B_{ext} in Hinblick auf die Kernpolarisation sowie unter dem Aspekt des Ursprungs des Leckstroms im Bereich der Spinblockade.

7.1 Ladungskonfiguration und Spinblockade

Die Grundlagen der Pauli-Spinblockade sind bereits im theoretischen Kapitel 5.4.2 erläutert worden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass bei einer bestimmten Ladungs- und Spin-Konfiguration sowie endlicher Tunnelaufspaltung $2t_0$ Spinblockade auftreten kann. Die wichtigste Voraussetzung ist die Anwesenheit eines ungepaarten Elektrons bzw. Elektronenspins in einem der beiden QDs. Die Ladungskonfigurationen, bei denen Spinblockade erwartet wird, sind in Abbildung 7.2 (a) dargestellt. Es

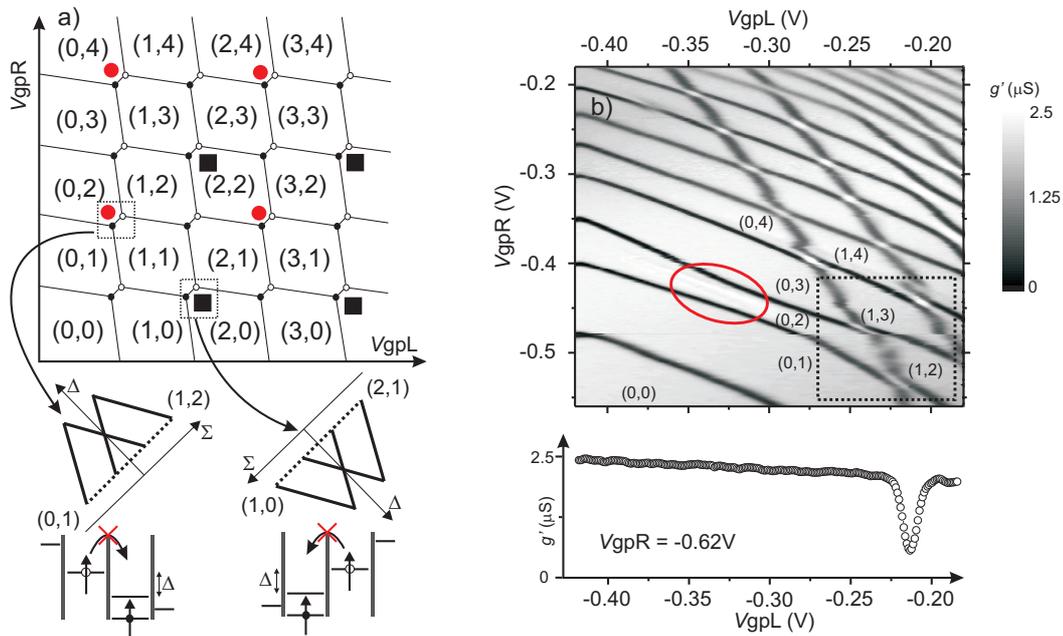


Abbildung 7.2: (a) Schematische Darstellung der Ladungskonfiguration eines DQDs. Die Spinblockade wird an Trippelpunkten für negative (rote Punkte) und positive Vorspannung (schwarze Rechtecke) erwartet. Untere Reihe stellt das zu erwartende Messsignal zusammen mit energetischer Konfiguration dar. (b) Ladungsspektroskopie an dem in Abbildung 7.1 vorgestellten DQD mit Zuordnung der Ladungskonfigurationen. Farbkodiert ist der differentielle Leitwert $g' = dI_{QPC}/dV_{gL}$ als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} . Die untere Spur zeigt das Messsignal bei noch negativerer Spannung $V_{gR} = -0.62 V$. Mit roter Ellipse ist eine Verbiegung der Ladelinien des rechten QDs angedeutet (siehe Text). (Nanomagnet: Ladungsspektroskopie.OPJ)

ist festzustellen, dass die Pauli-Spinblockade eine gerade Anzahl an gefangenen Elektronen in einem QD und gleichzeitig eine ungerade Anzahl im anderen QD benötigt. Die kleinen Bilder links unten zeigen das zu erwartende Messsignal.

Befindet sich ein ungepaartes Elektron im rechten QD, so wird die Spinblockade bei negativer Vorspannung erwartet (Elektronen bewegen sich von links durch den rechten

QD in die rechte Zuleitung). Die Spinblockade resultiert in einer sehr starken Stromunterdrückung an der Dreiecksbasis (vergleiche Kapitel 5.4.2) der Trippelpunkte, die mit roten Punkten in Abbildung 7.2 (a) gekennzeichnet sind. Die roten Punkte deuten dabei die Position (Richtung) der Spitzen der Dreiecke an, bei denen die Spinblockade erwartet wird, vergleiche das Bild unten.

Tauscht man die Elektronen in den QDs, so muss eine positive Vorspannung für das Auftreten der Spinblockade angelegt werden. Die Spitzen der Dreiecke zeigen nun nach unten, wie mit schwarzen Rechtecken angedeutet. In diesem einfachen Bild wird eine sequentielle Auffüllung der Elektronen vorausgesetzt: Das erste, dritte usw. Elektron besitzt in dem QD einen ungepaarten Spin, während alle energetisch tiefer liegenden Elektronen ihre Spins zu einem Gesamtspin 0 paaren. Diese sequentielle Auffüllung des DQDs resultiert somit im Auftreten der Spinblockade in jedem zweiten Dreieck in jeder zweiten Zeile.

Die experimentelle Suche nach der Spinblockade beginnt mit einer Ladungsspektroskopie, die die Identifizierung des Ladungszustands des DQDs ermöglicht. Dabei wird der Strom an einem QPC (hier mit den Gattern gR und gxR definiert) unter Spannungsmodulation an Gatter gL , wie im Kapitel 3.5 beschrieben, gemessen. Eine exemplarische Messung der Ladungsspektroskopie ist in Abbildung 7.2 (b) dargestellt. Wird die Spannung an den Gattern gpL und gpR zunehmend negativ, so wird das Einschlusspotential des DQDs nach oben verschoben. Dies drückt die Elektronen nacheinander aus dem DQD heraus. Befindet sich einer der QD-Zustände auf der Höhe des chemischen Potentials einer Zuleitung, so kann das Elektron zwischen dem QD und dieser Zuleitung hin- und her- tunneln, was ein Messsignal zur Folge hat. Die relativ breiten und steilen Linien bilden somit das Be- und Ent- Laden des linken QDs ab. Dieser lässt sich im dargestellten Bereich vollständig entleeren. Die deutlicher ausgeprägten Linien mit kleinerer Steigung gehören zum rechten QD. Unten ist eine Spur im Bereich noch negativerer Spannung am Gatter gpR dargestellt, vergleiche Abbildung 7.2 (b). Die Abwesenheit weiterer Linien sowie fehlende Anzeichen weiterer Kreuzungen der Linien¹ lassen auf eine vollständige Entleerung des DQDs schließen. Die jeweilige Ladungskonfiguration ist mit Zahlenpaaren (N_1, N_2) angegeben. Die Verbiegung der Linien des rechten QD (mit einer Ellipse betont) deutet auf eine vermiedene Kreuzung hin, was auf eine Ausbildung eines DQDs im rechten QD hindeutet. Weitere Messungen erfolgen in einem Spannungsbereich, der weit von dieser zusätzlichen Struktur entfernt ist, was eine weitere Berücksichtigung dieser Struktur unnötig macht. Im Folgenden wird eine dc-Messung in dem Bereich besprochen, der mit einem schwarzumrandeten Kasten in Abbildung 7.2 (b) gekennzeichnet ist.

Zur Strommessung wird eine Spannungsquelle an der Source-Zuleitung (Kontakt S; vergleiche Abbildung 7.1 (a)) angeschlossen, wobei eine Vorspannung von $V_{SD} = -600 \mu V$ über einen 0.2 Hz-Tiefpass anliegt. Der daraus resultierende Strom wird mit

¹Wird die Tunnelkopplung zu den Zuleitungen sehr klein so können die Linien nicht mehr detektiert werden. Die Kreuzungen dieser Linien mit den übrigen Linien sind hingegen eher detektierbar.

einem Strom-Spannungswandler verstärkt und anschließend mit einem Multimeter ausgelesen. Die Spannung an Gatter g_L wird im dargestellten Spannungsbereich variiert und die Spannung an Gatter g_R in kleinen Schritten geändert. Die Ergebnisse sind in Abbildung 7.3 wiedergegeben. Dargestellt ist der farbkodierte Strom als Funktion der Spannungen an den Gattern g_L und g_R . Niedrige Werte des Stroms sind in dunklen Farben und hohe in hellen Farben kodiert. Die Spannungsconfiguration der übrigen Gatter ist: $V_{gT} = -310 \text{ mV}$, $V_{gL} = -410 \text{ mV}$ und $V_{gR} = -530 \text{ mV}$. Diese Messreihe erfolgt für verschiedene Spannungen an Gatter g_C . Die zunehmend

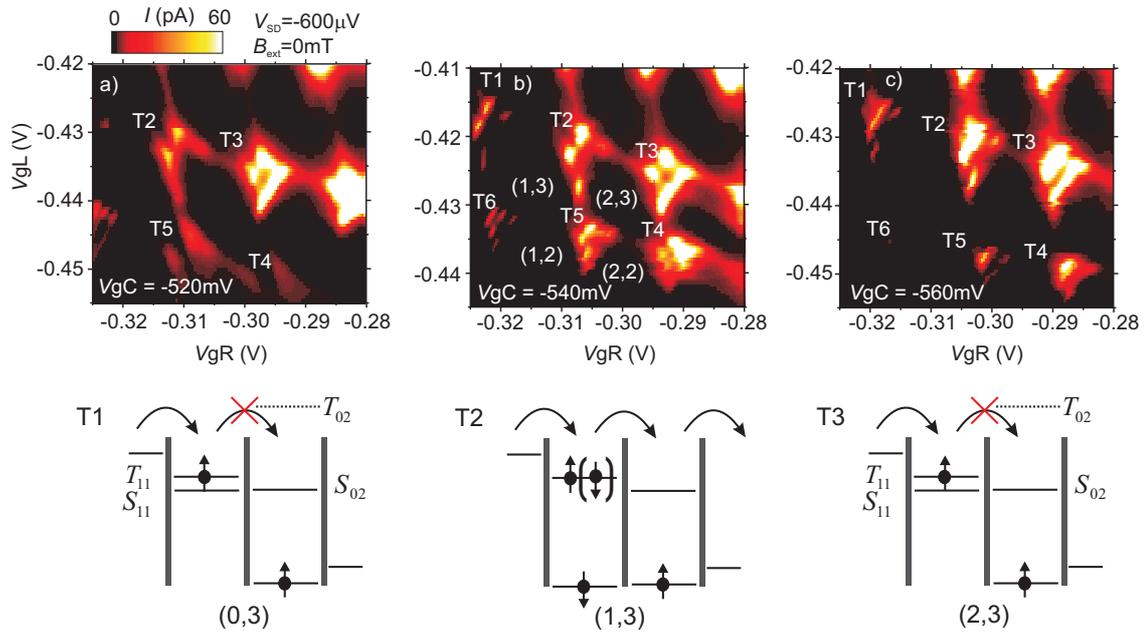


Abbildung 7.3: Strommessung am DQD der mit wenigen Elektronen geladen ist. Farbkodiert ist der durch den DQD fließende Strom als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} für drei verschiedene Spannungen V_{gC} aufgetragen. Die untere Reihe stellt schematisch das Termschema ausgewählter Stromdreiecke T_1 , T_2 und T_3 dar. In Dreiecken T_1 und T_3 wird Pauli-Spinblockade nach den einfachen Regeln der sequentiellen Auffüllung der elektronischen Spins erwartet, während im Dreieck T_2 keine Spinblockade zu erwarten ist. (Nanomagnet: Ueberblick.OPJ)

negative Spannung an g_C verringert nicht nur die Tunnelaufspaltung $2t_0$, sondern beeinflusst auch durch die endliche Querkapazität zwischen diesem Gatter und den QDs die Energien der Zustände in beiden QDs. Dies verschiebt die gemessenen Stromdreiecke in Richtung positiverer Spannungen V_{gL} und V_{gR} für zunehmend negativere Spannung an Gatter g_C (von Abbildung 7.3 (a) bis 7.3 (c)). Eine relativ hohe Kopplung zu den Zuleitungen zusammen mit einer endlichen Tunnelaufspaltung $2t_0$ führt

zu einem endlichen Strom über delokalisierte Zustände auch außerhalb der Dreiecke, vergleiche obere Reihe der Dreiecke Abbildung 7.3 (a) bis (c).

Die in dieser Messreihe gemessenen Stromdreiecke werden nun mit T1-T6 durchnummeriert. Die Identifizierung des Ladungszustands des DQDs in dieser Strommessung erfolgt unter Betrachtung der bereits ausgeführten Ladungsspektroskopie. Die in der Abbildung 7.3 vorgestellte Strommessung erfolgt für leicht positivere Spannung an den Gattern gpL und gpR, was einen direkten Vergleich der Strommessung mit den Ergebnissen der Ladungsspektroskopie allerdings verbietet. Die Wahl der positiveren Spannungskonfiguration ist der sehr kleinen Kopplung zu den Zuleitungen bei der Ladungsspektroskopie geschuldet: Eine Strommessung in diesem ursprünglichen Bereich liefert kein Messsignal. Um die Ladungskonfiguration in der Strommessung dennoch zu ermitteln, werden die Abstände zwischen den Linien in der Ladungsspektroskopie mit analogen Abständen in der Strommessung verglichen. In Bereichen, wo der Strom zwischen den Stromdreiecken stark unterdrückt ist, lassen sich diese Linien durch Verbindung der Dreieckspitzen rekonstruieren. Mit dieser Methode kann die Ladungskonfiguration ermittelt werden und ist mit Zahlenpaaren (N_1, N_2) in Abbildung 7.3 angegeben.

In der ermittelten Ladungskonfiguration wird Spinblockade am Dreieck T1 erwartet. In der Tat fehlt die Basis im Dreieck T1 für alle dargestellten Spannungen V_{gC} , was zusammen mit der ermittelten Ladungskonfiguration ein starker Hinweis auf die Spinblockade in diesem Dreieck ist (vergleiche die Termschemata in unterer Reihe in der Abbildung 7.3). Elektronen im rechten QD, die sich in tieferen Zuständen befinden und ihren Spin mit einem anderen Elektron zu einem Gesamtspin 0 kombinieren, sind in den Termschemata nicht eingezeichnet.

Darüber hinaus bildet sich die Dreiecksbasis im Dreieck T2 nur schwach aus und in Abbildung 7.3 (a) ($V_{gC} = -520$ mV) bleibt sie komplett unterdrückt. Dieses Verhalten ist im Hinblick auf die ermittelte Ladungskonfiguration zunächst verwirrend: Die Unterdrückung der Basis des Dreiecks T2 für große Tunnelaufspaltung und der Anstieg im Strom an dieser Basis mit abnehmender Tunnelaufspaltung (negativerer Spannung V_{gC} in Bildern 7.3 (b) und (c)) können als Hinweis auf Spinblockade aufgefasst werden. Hier dürfte aber nach dem Modell der sequentiellen Auffüllung aber keine Spinblockade vorkommen. Die Hypothese der Spinblockade im Dreieck T2 wird anhand weiterer Messungen im folgenden Abschnitt trotzdem erhärtet. Diese experimentelle Tatsache lässt Eintreten der Spin-Auswahl Regeln, die den Hundschen Regeln in Atomphysik entsprechen, vermuten. Es wird angenommen, dass dieses Eintreten komplizierter Regeln auf Anwesenheit des lokalen Magnetfelds B_m zurückzuführen ist.

7.2 Relevante Energien und Kapazitäten des Doppelquantenpunkts

Um die Auswertung der Spinblockade zu vervollständigen, ist eine Analyse der relevanten Energieskalen notwendig. Anhand der in Kapitel 5.4.1 eingeführten Gleichungen lassen sich durch Messungen im nichtlinearen Regime die Eigenkapazitäten der beiden QDs bestimmen. Dazu werden die Hebelarme α_{gL} und α_{gR} benötigt, die sich wiederum aus der Länge der Dreiecksbasis eines einzelnen Dreiecks berechnen lassen (vergleiche Kapitel 5.1). Die Gesamtlänge der Dreiecksbasis der beiden Dreiecke erfüllt folgende Beziehung: $\Delta V' = |e|V_{SD} + E_{C,m} + 2t_0$ und ist in Abbildung 7.4 (a) schematisch eingezeichnet. Die Kopplungsenergie $E_{C,m}$ kann dabei auf zwei verschiedene Weisen berechnet werden: Geometrisch aus dem Abstand der Dreieckspitzen und aus der Gleichung $E_{C,m} = (0.16|e|C_m)/(C_L C_R - C_m^2)$ [54] (in meV ausgedrückt). Die

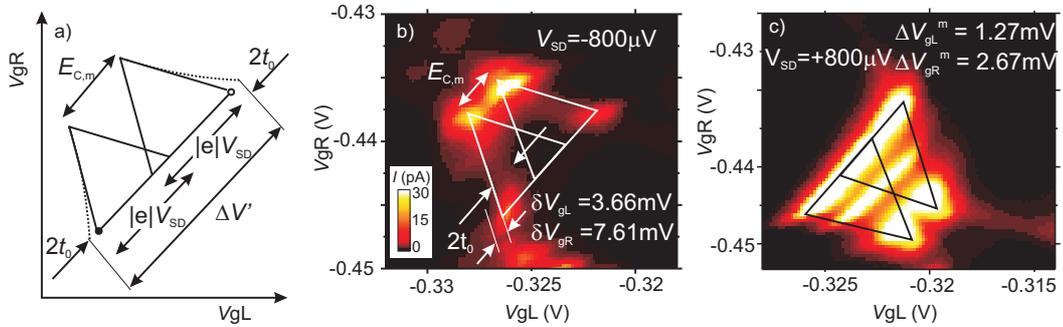


Abbildung 7.4: (a) Schematische Zeichnung zur Berechnung der Kopplungsenergie $E_{C,m}$ und der Tunnelaufspaltung $2t_0$. (b) Das Dreieck T2 bei negativer Vorspannung $V_{SD} = -800 \mu V$. (c) Messung an diesem Dreieck unter positiver Vorspannung $V_{SD} = +800 \mu V$. (Nanomagnet: Auswertung-2.10.OPJ)

Kopplungskapazität C_m wird Anhand der Beziehung 5.19 $C_m = (\Delta V_{gR}^m / \Delta V_{gR}) \cdot C_L$ bzw. $C_m = (\Delta V_{gL}^m / \Delta V_{gL}) \cdot C_R$ bestimmt. Die Spannungsintervalle $\Delta V_{gL(gR)}^m$, $\Delta V_{gL(gR)}$ sowie $\delta V_{gL(gR)}$ sind in Kapitel 5.4 definiert.

Eine schematische Darstellung zur Berechnung der Energien anhand des Dreiecks T2 aus der letzten Messung gibt Abbildung 7.4 wieder. Dargestellt ist eine Skizze zur Berechnung der Kopplungsenergie $E_{C,m}$ und der Tunnelaufspaltung $2t_0$ (Abbildung (a)). Folgende Bilder geben eine dc-Messung des Dreiecks T2 bei negativer (Abbildung 7.4 (b)) und positiver Vorspannung V_{SD} (Abbildung 7.4 (c)) entsprechend wieder. Farbkodiert ist der durch den DQD fließende Strom als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} . Zeichnet man die Umrisse des Dreiecks unter positiver Vorspannung (Abbildung (c)) und spiegelt sie auf Bild (b) so ist eine starke Unterdrückung des Stroms an den Dreieckskatheten festzustellen. Diese Dreiecksseiten sind entlang der eingezeichneten Linien nur sehr schwach ausgebildet, statt dessen fließt ein kleiner Leckstrom

($I_L < 2\text{ pA}$), der zu einer breiten Linie führt. Die Breite dieser Linie ist mit Pfeilen in Abbildung (b) angedeutet. Rechnet man diese Breite in Energie um, so ist ein Intervall von etwa $300\ \mu\text{eV}$ festzustellen. Diese Linie kommt durch die endliche Asymmetrie zusammen mit der Kopplung der Zustände im linken QD an die Source-Zuleitung über Tunnelkopplung Γ_S zustande. Wird diese Kopplung Γ_S groß genug, so kann das dem DQD addierte Elektron ausgetauscht werden, was zu einem kleinen Leckstrom führt, sofern Spinblockade vorhanden ist. Weitere Messungen an diesem Dreieck für variierende Spannung an Gatter gC (und folglich variierende Tunnelaufspaltung $2t_0$) unter positiven und negativen Vorspannung bestätigen das Auftreten der Spinblockade in diesem Dreieck (nicht gezeigt).

Interessanterweise bleiben die Dreiecksseiten unter positiver Vorspannung ebenfalls unterdrückt, die Basis und eine Linie parallel zu der Basis sind jedoch voll ausgebildet. Diese Unterdrückung des Stroms kann anhand relativ kleiner Tunnelaufspaltung $2t_0$ und damit verbundener Absenkung der Relaxationsprozesse erklärt werden. Die zusätzliche parallele Linie (Abbildung 7.4 (c)) deutet auf einen angeregten Zustand im linken QD hin, vergleiche Kapitel 5.4.1. Rechnet man den Abstand zwischen der Dreiecksbasis und dieser zusätzlichen Linie aus, so ist ein Energieabstand von etwa $500\ \mu\text{eV}$ festzustellen. Mithilfe der Betrachtungen aus Kapitel 5.4.1 können aus dem Dreieck T2 (Abbildung 7.4 (b) und (c)) folgende Kapazitäten, Hebelarme und Energien berechnet werden:

Größe	Wert
Kapazität C_L	45.48 aF
Kapazität C_R	99.02 aF
Kapazität C_m	7.85 aF
Hebelarm α_{gL}	0.2185
Hebelarm α_{gR}	0.105
Ladeenergie U_L	3.34 meV
Ladeenergie U_R	1.53 meV
Kopplungsenergie $E_{C,m}$	395 μeV
Tunnelaufspaltung $2t_0$	150 μeV

Die Hebelarme werden nach Gleichung aus Kapitel 5.4.1 berechnet. Die Berechnung der jeweiligen Eigenkapazitäten erfolgt mit Hilfe der Beziehung 5.17. Die Ladeenergien U_L und U_R berechnen sich nach $U_{L(R)} = e^2/C_{L(R)}$. Die Kopplungsenergie $E_{C,m}$ wird aus dem Abstand der Dreiecksspitzen mit Benutzung der berechneten Hebelarme gewonnen.

Die oben eingeführte geometrische Methode zur Bestimmung der Tunnelaufspaltung ist mit einem großen Fehler, der durch die etwas willkürliche Einzeichnung der Dreiecksumrisse und Dreiecksabstände $\Delta V_{gL(gR)}$ hervorgerufen ist, belastet. Die dabei bestimmten Werte der Tunnelaufspaltung $2t_0$ sollen lediglich als obere Grenze betrachtet werden. Rechnet man die Tunnelaufspaltung aus, so kommt ein Wert von

$2t_0 = 150 \mu\text{eV}$ heraus. Eine so hohe Tunnelaufspaltung bewirkt gewöhnlich eine Verbiegung der Dreiecksseiten in der Nähe der Dreiecksbasis [38]. In diesem Fall sind die Dreiecke in vergleichbare Abbildung 7.4 jedoch trotz des relativ hohen Wertes von $2t_0$ kaum verformt. Vergleicht man die elektrostatische Kopplungsenergie $E_{C,m}$ mit der Tunnelaufspaltung $2t_0$, so verhindert die deutlich größere Kopplungsenergie eine starke Abrundung der Dreiecke [55].

7.3 Untersuchungen im Bereich der Pauli-Spinblockade

Im folgenden Kapitel werden weitere Messungen im oben vorgestellten Bereich der Pauli-Spinblockade durchgeführt. Als Ausgangspunkt dient die bereits vorgestellte Messung in Abbildung 7.3. Die mit Hilfe der Ladungsspektroskopie ermittelte Ladungskonfiguration des DQDs und die Messung in Abbildung 7.3 deuten sehr stark auf eine Pauli-Spinblockade im Dreieck T1 hin. Des Weiteren kann die Spinblockade offenbar auch im benachbarten Dreieck T2 beobachtet werden, wie in obigem Unterkapitel präsentiert.

Um andere Mechanismen, die zu einer Stromunterdrückung führen, ausschließen zu können, sind weitere Untersuchungen notwendig. Dazu zählt eine Untersuchung des Dreiecks T1 in einem externen, parallel zur Probe orientierten, Magnetfeld B_{ext} und bei positiver Vorspannung, sowie eine Betrachtung des benachbarten Dreiecks T2. Beobachtet man die Spinblockade in einem Dreieck, so darf sie nach dem bereits eingeführten Modell der sequentiellen Auffüllung der Spins in keinem der benachbarten Dreiecke vorkommen. In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass dieses einfache Modell in dem untersuchten DQD nicht anwendbar ist.

Es wird das Dreieck T1 zusammen mit dem Dreieck T2 bei erhöhter Tunnelaufspaltung ($V_{\text{gC}} = -480 \text{ mV}$) aufgenommen. Ergebnisse der Messung für verschiedene Werte des externen Magnetfelds B_{ext} und der Vorspannung V_{SD} sind in Abbildung 7.5 dargestellt. Wie in der letzten Abbildung wird ein farbkodierter Strom als Funktion von V_{gL} und V_{gR} wiedergegeben. Die Werte des externen Magnetfelds B_{ext} und die der Vorspannung V_{SD} sind in den jeweiligen Bildern eingetragen. Lässt man die Anwesenheit des lokalen Felds B_{m} außer Acht, so zeigt die Messung ein unerwartetes Verhalten: Im Bereich kleiner Magnetfelder ($B_{\text{ext}} = 200 \text{ mT}$ in Abbildung 7.5 (a)) bleibt die Basis des Dreiecks T1 trotz einer weiteren Erhöhung der Tunnelaufspaltung $2t_0$ bestehen. Die erhöhte Aufspaltung sorgt nach der Überlegung in Kapitel 5.4.2 für einen erhöhten Abstand $E_{\text{ST}} = \sqrt{2t_0}$ zwischen den S_{11} und T_{11}^- -Zuständen. Mit dieser Erhöhung wird die kernfeldbedingte Mischung dieser Zustände außer Kraft gesetzt, vergleiche Diskussion in Kapitel 5.4.2. Dies soll eine Verstärkung der zu erwartenden Pauli-Spinblockade im Dreieck T1 zur Folge [40] haben. Mit zunehmendem Magnetfeld B_{ext} verschwindet die Basis, was als typisches Zeichen der Spinblockade betrachtet werden kann, vergleiche die Bilder 7.5 (b) und (c). Das externe Magnetfeld B_{ext} spaltet die Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- auf und verhindert somit ihre Mischung mit dem Singulett S_{11} , was die

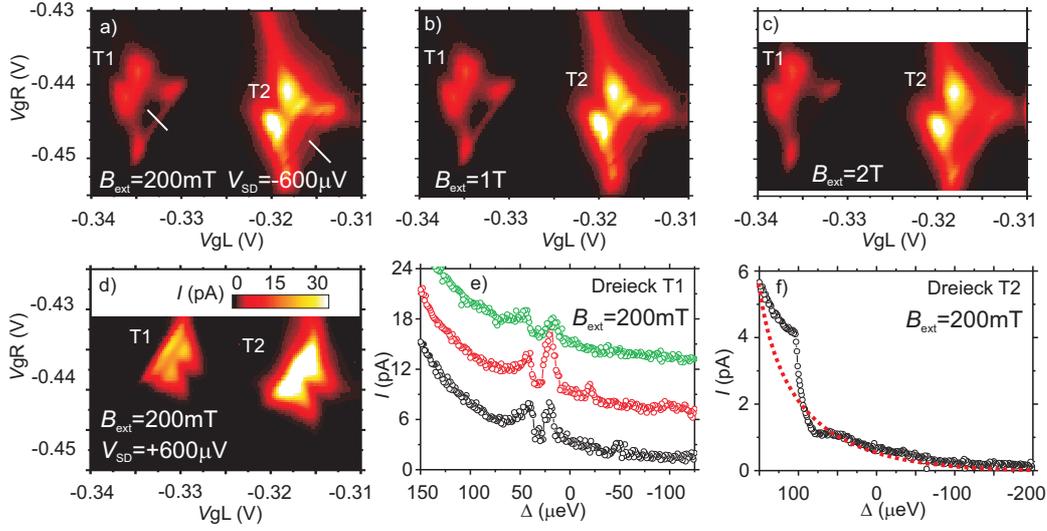


Abbildung 7.5: Dreiecke T1 und T2 unter dem Einfluss des externen Magnetfelds B_{ext} bei negativer (a-c) und bei positiver Vorspannung V_{SD} (d). Farbkodierte Strommessung als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} . (e) Wiederholte Messung entlang des weißen Strichs in Abbildung (a) für das T1-Dreieck. Einzelne Spuren sind um 6 pA gegeneinander verschoben. (f) Analoge Messung für T2. Mit gestrichelter Linie ist der stetige Anstieg im Strom angedeutet, in der gemessenen Spur hebt sich ein rascher Anstieg hervor. (Nanomagnet: T2-T1-vs-B.OPJ)

Spinblockade zusätzlich verstärkt. Etwas ungewöhnlich ist in diesem Fall allerdings die Stärke des externen Felds von 2 T. Um die kernfeldbedingte Mischung der Triplett-Zustände zu unterdrücken, reicht ein externes Feld von deutlich weniger als 100 mT [40]. Als Bezugsgröße ist hier der mittlere Unterschied der Kernfelder in beiden QD von $\delta B_{\text{nuc}} \simeq 10$ mT zu betrachten [40]. Offenbar kommen bei dieser Messung am Dreieck T1 weitere Prozesse ins Spiel, die die Spinblockade im Bereich kleinerer Magnetfelder $B_{\text{ext}} < 2$ T stark beeinflussen.

Im Dreieck T2 lässt sich hingegen eine Unterdrückung des Stroms an der Dreiecksbasis im Bereich kleinerer Felder $B_{\text{ext}} < 2$ T beobachten, mit zunehmendem B_{ext} bildet sich diese Basis aus, siehe Abbildung 7.5 (a-c). Dieses Verhalten im Bereich der Magnetfelder $B_{\text{ext}} < 2$ T lässt sich in Übereinstimmung mit der Literatur [40] als Spinblockade auffassen. Die Messung bei positiver Vorspannung zeigt dabei keinerlei unerwartete Effekte - die beiden Dreiecke entwickeln sich vollständig und zeigen keinerlei Zeichen der Spinblockade.

Die vorgestellte Messung an den Dreiecken T1 und T2 zeigt somit klare Zeichen der Spinblockade in diesen beiden benachbarten Dreiecken. Um den bereits erwähnten ungewöhnlichen Effekten in den Dreiecken T1 und T2 genauer nachzugehen, sollen jetzt Spuren entlang der Δ -Achse betrachtet werden. Diese werden längs der weißen

Striche in Abbildung 7.5 (a) aufgenommen. Exemplarische Messungen dazu ergeben sich entsprechend in Abbildung 7.5 (e) und (f), für das Dreieck T1 und T2. In dieser Messung werden die Spannungen V_{gL} und V_{gR} simultan variiert und der durch den DQD fließende Strom aufgezeichnet. Wiederholt man diese Messung am Dreieck T1, so sind starke Fluktuationen des Stroms an der Dreiecksbasis zu beobachten, vergleiche die dargestellten Spuren in Abbildung 7.5 (e). Der Klarheit halber sind die Spuren jeweils um einen konstanten Wert von 6 pA gegeneinander verschoben. Eine eventuelle elektrostatische Instabilität der Probe kann dabei durch weitere Kontrollmessungen (nicht dargestellt) ausgeschlossen werden. Die Fluktuationen des Stroms deuten sehr stark auf eine dynamische Wechselwirkung zwischen dem Spin eines Elektrons im DQD und den Kernen hin, wie im Kapitel 5.4.2 erläutert. Betrachtet man die analoge Messung am Dreieck T2 (vergleiche Abbildung 7.5 (f)), so ist ein rasanter Anstieg im gemessenen Strom zu vermerken. Dieser rasante Anstieg wird teilweise von einem stetigen Anstieg, der durch Prozesse höherer Ordnung hervorgerufen wird, überlagert. Der Einfluss der Prozesse höherer Ordnung ist in Abbildung 7.5 (f) mit einer gestrichelten Linie gekennzeichnet.

Nachfolgend wird gezeigt, dass der Stromtransport durch den DQD in der oben vorgestellten Konfiguration mit Hilfe des theoretischen Modells aus Kapitel 5.5 erklärt werden kann. Die theoretischen Berechnungen beschreiben einen Leckstrom der rein aus der Mischung der im Bereich der Spinblockade beteiligten Triplett-Zustände T_{11}^+ , T_{11}^0 und T_{11}^- mit den Singulett-Zuständen S_{11} und S_{02} resultiert. Diese fünf Zustände sind längs des lokalen Magnetfelds B_m definiert und die räumliche Inhomogenität dieses Felds führt, wie im Kapitel 5.5 ausführlich diskutiert, zur erwähnten stärkeren Mischung dieser Zustände. Die Spinwechselwirkung der Elektronen und der Kerne lässt sich im Rahmen des Modells verstehen, indem der Beitrag der ausgewählten Triplett-Zustände zum Singulett-Charakter betrachtet wird. Kommt es zu einer vermiedenen Kreuzung zwischen einem Triplett und einem Singulett-Zustand, so kann es in unmittelbarer Nähe dieser Kreuzung zur dynamischen Wechselwirkung kommen, vergleiche Kapitel 5.4.2. An dieser Kreuzung (vergleiche Termschema in Abbildung 7.6 (f)) nimmt der Singulett-Charakter des betrachteten Triplett-Zustands rasant zu und somit deutet dieser Anstieg die Punkte an, wo es zu der dynamischen Wechselwirkung kommen kann. Die Wahl des zu betrachtenden Triplett-Zustands wird dabei mit Messergebnissen und jeweiliger Spannungsconfiguration belegt.

Der oberen Diskussion anschließend wird nun gezeigt, dass die oben vorgestellten Messergebnisse mit Hilfe der theoretischen Modellierung als Mischung der Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- am Singulett S_{11} reproduziert werden können. Um die Messdaten analytisch zu reproduzieren, wird der Singulett- S_{11} -Charakter der zwei Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- als Funktion des externen Magnetfelds B_{ext} betrachtet. Die Wahl dieser zwei Zustände ist durch die klaren Zeichen der Spinblockade und der starken Abhängigkeit des Stroms vom Magnetfeld B_{ext} begründet². Die theoretischen

²Das Singulett S_{11} und das Triplett T_{11}^0 sind nicht explizit von B_{ext} abhängig.

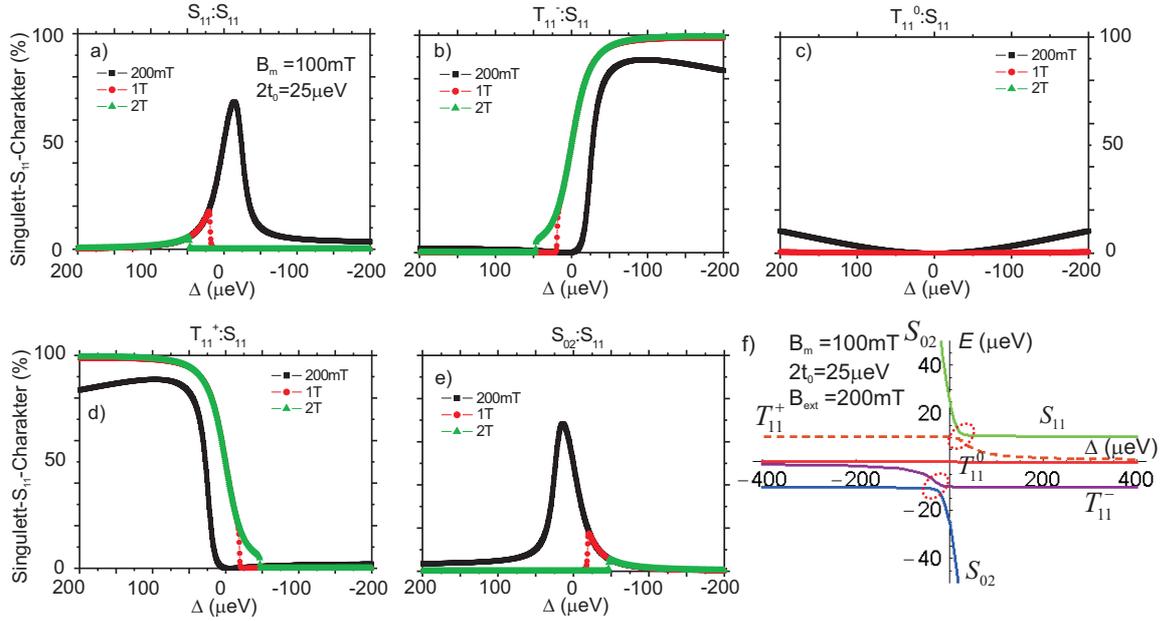


Abbildung 7.6: Berechneter Überlapp einzelner Zustände mit dem Singulett S_{11} in Abhängigkeit von Asymmetrie Δ (a-e). Die Tunnelaufspaltung wird auf $2t_0 = 25 \mu\text{eV}$ und das lokale Magnetfeld auf $B_m = 100 \text{ mT}$ gesetzt. (f) Termschema als Funktion der Asymmetrie Δ . Mit gestrichelten Ellipsen sind die vermiedenen Kreuzungen angedeutet (siehe Text). (Nanomagnet: 2t-25ueV-B-200mT-S11.OPJ)

Berechnungen sagen im Bereich kleiner Asymmetrie bei fester Tunnelaufspaltung $2t_0$ eine verstärkte Beteiligung der Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- am Singulett-Charakter mit zunehmendem externen Magnetfeld B_{ext} voraus. Der Vollständigkeit halber werden zunächst die Beiträge aller fünf Zustände zum Singulett S_{11} diskutiert. Diese theoretischen Berechnungen sind in Abbildung 7.6 (a-e) für eine Tunnelaufspaltung $2t_0 = 25 \mu\text{eV}$ und ein externes Magnetfeld $B_{\text{ext}} = 200 \text{ mT}$, 1 T und 2 T dargestellt. Die in Abschnitt 5.5 eingeführte Bezeichnung $T_{11}^+ : S_{11}$ bedeutet beispielsweise den Überlapp von T_{11}^+ mit dem Singulett S_{11} . Die Stärke des lokalen Magnetfelds wird in allen folgenden Berechnungen auf $B_m = 100 \text{ mT}$ gesetzt. Dieser Wert lässt sich durch einen Vergleich der Modellrechnung mit weiteren Messungen abschätzen, vergleiche das Unterkapitel 7.4.2.

Die relativ kleine Tunnelaufspaltung $2t_0 = 25 \mu\text{eV}$ führt zu einer starken Beteiligung der Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- am Singulett S_{11} , während das Triplet T_{11}^0 nur sehr kleinen Singulett- S_{11} -Charakter aufweist, was eine weitere Betrachtung dieses Zustands unnötig macht (vergleiche Abbildungen 7.6 (b-d)). Mit zunehmendem externen Magnetfeld B_{ext} gewinnen diese zwei Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- zunehmend an Singulett- S_{11} -Charakter, siehe Abbildungen 7.6 (b) und (d). Bei einem Magnetfeld

$B_{\text{ext}} = 2\text{T}$ sinkt die Beteiligung der Singulett-Zustände am Singulett S_{11} auf einen kleinen Wert unterhalb von 5%. Dies ist die Folge der vermiedenen Kreuzung zwischen S_{11} und T_{11}^- für positive Asymmetrie und mit T_{11}^+ für negative Asymmetrie Δ , vergleiche die Darstellung der Energien in Abbildung 7.6 (f). Nimmt die Asymmetrie

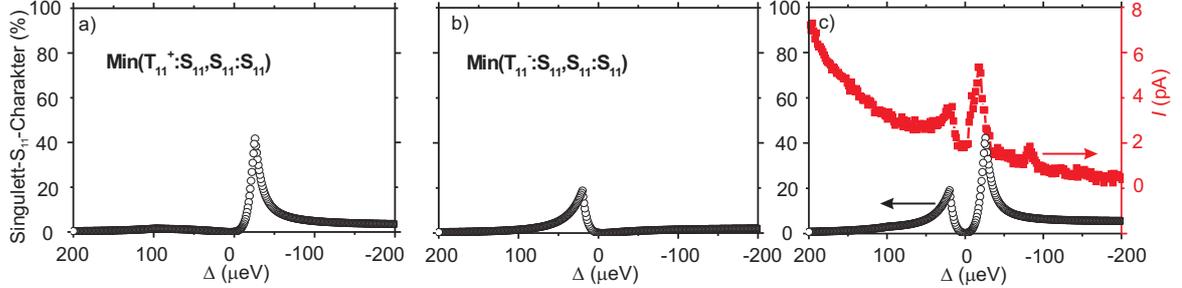


Abbildung 7.7: (a) Theoretische Berechnung des Minimums des Singulett-Charakters von T_{11}^- und S_{11} : ($T_{11}^- : S_{11}, S_{11} : S_{11}$). (b) ($T_{11}^+ : S_{11}, S_{11} : S_{11}$) (siehe Text). (c) Summe von (a) und (b) (schwarze offene Punkte) im Vergleich zur Messung (rote Rechtecke). Eine sehr gute Übereinstimmung der Theorie und Messung ist ersichtlich. (Nanomagnet: 2t-25ueV-B-200mT-S11.OPJ)

ab (zu), so geht das Triplet T_{11}^+ (T_{11}^-) in das Singulett S_{11} über und seine Beteiligung an diesem Zustand nimmt entsprechend zu. Formal betrachtet sind diese Singulett-Zustände die Triplet-Zustände, in der theoretischen Berechnung werden sie jedoch mit der ursprünglichen Farbe der Singulett-Zustände dargestellt.

Um den Anstieg des Singulett-Charakters aufgrund dieses Übergangs auszuschließen, soll in der weiteren Betrachtung ein Minimum $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{11}, S_{11} : S_{11})$ und entsprechend $\text{Min}(T_{11}^- : S_{11}, S_{11} : S_{11})$ berechnet werden. Dieses Minimum wird als der minimale Überlapp unter den ausgewählten Zuständen bezeichnet. Für eine genauere Beschreibung und Rechtfertigung dieser speziellen Berechnung sei auf Anhang C verwiesen.

Nachfolgend wird versucht, die gemessene Spur im Dreieck T1 (vergleiche Abbildung 7.5 (e)) im externen Magnetfeld von $B_{\text{ext}} = 200\text{mT}$ theoretisch mit oben vorgestellter Methode nachzurechnen. Die Ergebnisse der Berechnung des minimalen Überlapps $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{11}, S_{11} : S_{11})$ sowie der Berechnung des Minimums $\text{Min}(T_{11}^- : S_{11}, S_{11} : S_{11})$ geben die Bilder 7.7 (a) und (b) wieder. Ein klares Maximum dieser Berechnungen kann für negative Asymmetrie (T_{11}^-) und positive Asymmetrie (T_{11}^+) beobachtet werden.

Ausgehend von einer gleichmäßigen Wahrscheinlichkeit der Addition eines Elektrons in den DQD unter den Triplet-Zuständen und einer endlichen Amplitude des Overhauserfelds B_{nuc} werden nun diese berechneten Kurven addiert und ergeben Abbildung 7.7 (c). Die Annahme der gleichmäßig verteilten Addition erlaubt eine einfache Sum-

mation der separat berechneten Spuren. Die endliche Amplitude B_{nuc} sorgt für einen kleinen Leckstrom, der zur Aufhebung der Spinblockade und erneutem Hineintunneln eines Elektrons in den DQD führt.

In Abbildung 7.7 (c) wird eine gemessene Spur (rote geschlossene Dreiecke) den Ergebnissen (schwarze offene Punkte) gegenübergestellt. Mit dieser Berechnung lässt sich der gemessene Strom sehr gut nachbilden. Der durch die numerische Berechnung nicht erfasste Anstieg im gemessenen Strom für $\Delta \gg 0$ lässt sich mit einer Beteiligung von Prozessen höherer Ordnung erklären, vergleiche das Kapitel 5.4.1.

Diese Interpretation des gemessenen Leckstroms kann mit weiteren numerischen Berechnungen im Bereich der größeren Magnetfelder B_{ext} unterstützt werden. Führt man oben vorgestellte Berechnungen bei $B_{\text{ext}} = 2 \text{ T}$ aus, so werden die in Abbildung 7.7 (a) und (b) eingeführten Minima $\text{Min}(T_{11}^{+(-)} : S_{11}, S_{11} : S_{11})$ stark unterdrückt und kein signifikanter Leckstrom bei $B_{\text{ext}} = 2 \text{ T}$ erwartet (Berechnungen nicht gezeigt). Diese Voraussage stimmt ebenfalls sehr gut mit dem Experiment überein, vergleiche Abbildung 7.5 (c).

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass der gemessene Leckstrom im Bereich der Spinblockade am Dreieck T1 sich sehr gut im Rahmen der Modellierung erklären lässt. Die in Abbildung 7.5 (e) dargestellte dreifache Wiederholung der Messung des Leckstroms zeigt Fluktuationen, die auf eine dynamische Wechselwirkung zwischen den Elektronen und den Kernen zurückzuführen sind. Diese Fluktuationen deuten auf einen Aufbau der Kernpolarisation hin, wie im Kapitel 5.4.2 beschrieben. Kommt es zu einer Polarisation der Kerne, so baut sich ein effektives Magnetfeld in Richtung des lokalen Felds B_{m} auf. Dies hat eine Änderung der Verteilung des Singulett- S_{11} -Charakters der im DQD verfügbaren Zustände zur Folge und dadurch wird der Leckstrom beeinflusst.

Im Folgenden soll die gemessene Spur entlang der Δ -Achse für das Dreieck T2 betrachtet werden, diese ist in Abbildung 7.5 (f) dargestellt. In der gemessenen Spur (schwarze offene Kreise) zeichnet sich ein rasanter Anstieg im Strom ab. Dieser Anstieg wird teilweise von einem stetigen Anstieg im Strom überdeckt, wie mit gestrichelter Linie gekennzeichnet. Dieser stetige Anstieg im Strom kann auf die Beteiligung Prozesse höherer Ordnung zurückgeführt werden. Um dem Verhalten des Dreiecks T2 genauer nachzugehen, wird diese Messung nun im Bereich der Magnetfelder $B_{\text{ext}} \leq 1 \text{ T}$ mit etwas feinerer Auflösung und bei etwas kleinerer Tunnelaufspaltung $2t_0$ ($V_{\text{gC}} = -500 \text{ mV}$) wiederholt. Diese neue Spannungskonfiguration hilft, den inelastischen Strom für $\Delta \gg 0$ zu unterdrücken. Ergebnisse sind in Abbildung 7.8 dargestellt. Die obere Zeile gibt die farbkodierte Messung des Stromdreiecks als Funktion der Spannungen V_{gL} und V_{gR} für ausgewählte Werte des externen Magnetfelds B_{ext} von 100 mT, 200 mT, 400 mT und 1 T wieder, vergleiche Bilder 7.8 (a-d). Die Graphen in der mittleren Zeile stellen den gemessenen Leckstrom entlang der Δ -Achse längs der weißen Striche in oberer Zeile dar. In der unteren Zeile sind numerische Berechnungen des Singulett- S_{02} -Charakters der zwei Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- aufgeführt. Die Begründung dieser Berechnung wird im Folgenden nach der Abhandlung des gemess-

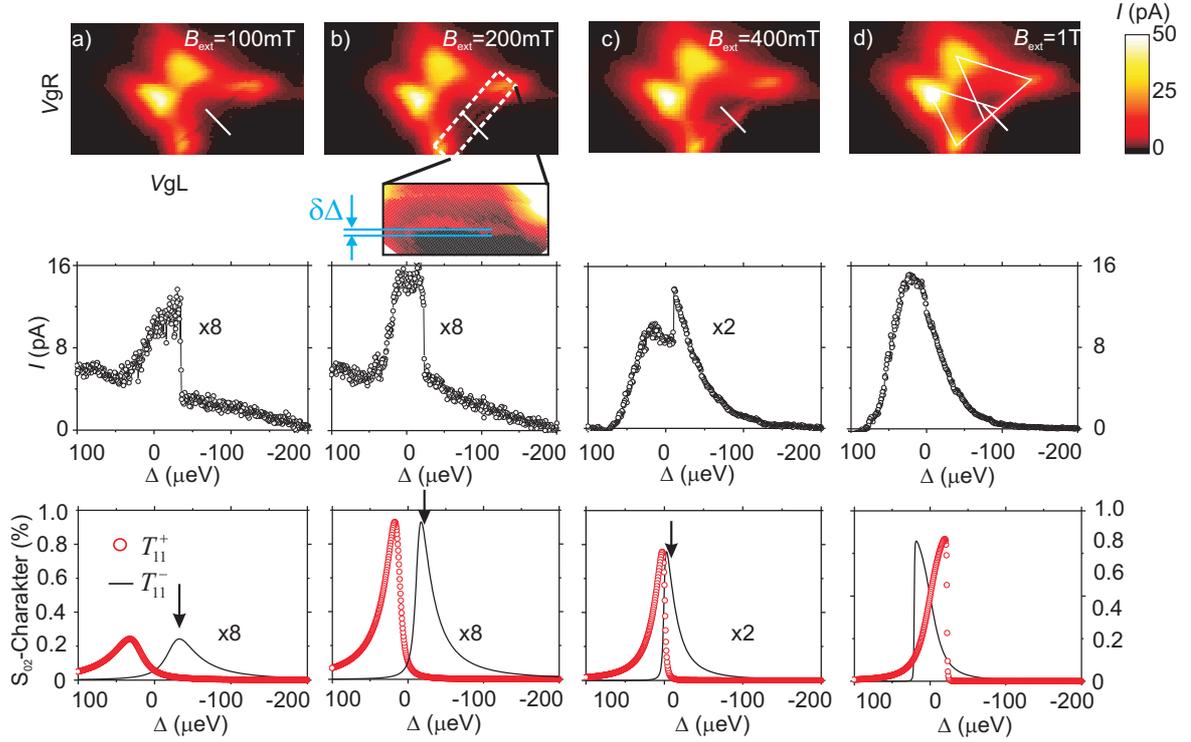


Abbildung 7.8: (a-d) Farbkodiert ist der durch den DQD fließende Strom als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} . Die Tunnelaufspaltung $2t_0$ wird zur Unterdrückung der inelastischen Prozesse verkleinert (siehe Text). (b) Das kleine Bild unten zeigt den fluktuierenden Verlauf des scharfen Stromanstiegs. Mittlere Zeile: Leckstrom im Bereich der Spinblockade entlang der Δ -Achse (längs der weißen Striche in oberer Zeile). Untere Zeile: Berechneter Überlapp des Triplett-Zustands T_{11}^- (schwarze Linie) und des T_{11}^+ (rote Punkte) mit dem Singulett S_{0z} . (Nanomagnet: T2-vs-B.OPJ, 2t-25ueV-var-B-S02.OPJ)

senen Leckstroms diskutiert.

Die Dreiecksbasis des Dreiecks T2 entwickelt sich im externen Magnetfeld B_{ext} von einem rasanten Stromanstieg ($B_{\text{ext}} = 100 \text{ mT}$ in oberer und mittlerer Zeile der Abbildung 7.8 (a)) zu einer Doppellinie bei etwa 200 mT, bis die Basis schließlich bei etwa 1 T wieder hergestellt wird (Abbildung 7.8 (d)). Verblüffend ist dabei nicht nur die Schärfe des rasanten Stromanstiegs in Abbildung 7.8 (a) und (b), sondern auch sein leicht gebeugter und eher irregulärer Verlauf. Diese zufällige Änderung der Position des rasanten Stromanstiegs bringt das kleine Bild in Abbildung 7.8 (b) ($B_{\text{ext}} = 200 \text{ mT}$) deutlich zum Vorschein. Setzt man diese Änderungen $\delta\Delta \simeq 0.3 \mu\text{eV}$ der Stärke des fluktuierenden Overhauserfelds gleich, so lässt sich ein Wert von $\delta B_{\text{nuc}} \simeq 11.6 \text{ mT}$ abschätzen und damit den theoretisch vorhersagten Wert von etwa 10 mT [41, 42] ent-

spricht. Anhand der in Kapitel 5.4.2 eingeführten Beziehung $\delta B_{\text{nuc}} = 5 \text{ T}/N_{\text{nuc}}$ lässt sich die Zahl der an dem Elektron im DQD koppelnden Kerne auf $N_{\text{nuc}} \simeq 2 \cdot 10^5$ abschätzen.

Die Änderung der Position des rasanten Stromanstiegs erschwert dabei die Zuordnung der horizontalen Energieskala in der mittleren Zeile der Abbildung 7.8. Der Absolutwert des Nullpunkts auf der Δ -Achse ist damit mit einem Fehler behaftet: Dieser Punkt wird durch das Einzeichnen der Dreiecke in der Strommessung definiert. In diesem Fall wird der Nullpunkt auf der maximalen Amplitude der Messung bei $B_{\text{ext}} = 1 \text{ T}$ gewählt, vergleiche eingezeichnete Linien in Abbildung 7.8 (d). Die relativen Änderungen auf dieser Achse sind hingegen sehr genau definiert.

Die theoretische Modellierung des Dreiecks T2 erfolgt analog wie im oben beschriebenen Fall des Dreiecks T1. Als Parameter werden eine Tunnelaufspaltung $2t_0 = 20 \mu\text{eV}$ und ein lokales Magnetfeld $B_{\text{m}} = 100 \text{ mT}$ gewählt. Eine detaillierte Analyse der Kopplung einzelner Zustände an Singulett S_{11} und Singulett S_{02} (nicht gezeigt) lässt den gemessenen Strom am Dreieck T2 durch Kopplung der Triplett T_{11}^+ und T_{11}^- -Zustände an Singulett S_{02} bewirkt erkennen. Die Beteiligung des Triplett-Zustands T_{11}^0 kann im dargestellten Bereich des externen Felds $B_{\text{ext}} > 100 \text{ mT}$ aufgrund des sehr kleinen Wertes vernachlässigt werden.

Im obigen Fall des Dreiecks T1 konnte hingegen die Messung mit einer Kopplung an das Singulett S_{11} erklärt werden. Um diese Wahl zu rechtfertigen, soll folgender Aspekt betrachtet werden: Der Leckstrom im Bereich der Spinblockade hängt nicht nur von dem numerischen Wert des ausgewählten Singulett-Charakters des betrachteten Zustands, sondern auch vom Verhältnis zwischen den Tunnelkopplungen zu den Zuleitungen und der Tunnelaufspaltung ab. Wird Γ_{D} klein gegenüber $2t_0$, so geht das dem DQD addierte Elektron vorwiegend in den S_{11} -Zustand über und relaxiert von dort in den S_{02} -Zustand, bis es schließlich den DQD verlässt. Koppelt nun das S_{02} -Singulett über Γ_{D} sehr stark an die Drain-Zuleitung, so kann das Elektron den DQD vorwiegend über die Mischung an das Singulett S_{02} verlassen. Diese Überlegung ist mit der Messung konsistent: Das Dreieck T1 wird im Vergleich zum Dreieck T2 bei einer negativeren Spannung an den Gattern gL und gR aufgenommen, was eine Verringerung der Tunnelkopplungen Γ_{S} und Γ_{D} zu den Zuleitungen zur Folge hat. Somit übernimmt die Kopplung am Singulett S_{11} die Oberhand. Ein weiterer Unterschied der nachfolgenden Berechnungen für das Dreieck T2 im Vergleich zu obiger Berechnungen für das Dreieck T1 ist die direkte Berechnung des Singulett- S_{02} -Charakters der Triplett- T_{11}^+ - und T_{11}^- -Zustände³.

Vergleicht man nun die Ergebnisse der Modellierung mit der Messung (mittlere und untere Zeile in Abbildung 7.8), so kann eine quantitativ gute Übereinstimmung gesehen werden. Im Bereich der kleineren externen Magnetfelder $B_{\text{ext}} < 400 \text{ mT}$ wird der Transport durch den Singulett-Charakter des Triplett-Zustands T_{11}^+ domi-

³Die starke Dominanz des Singulett S_{11} in fraglichen Bereich der Asymmetrie erforderte eine Berechnung des Minimums $\text{Min}(T_{11}^{+(-)} : S_{11}, S_{11} : S_{11})$ bei der Auswertung des Dreiecks T1.

niert, während für größere Felder der stärker werdende Überlapp der beiden Triplett-Zustände mit dem Singulett S_{02} zu fortschreitender Aufhebung der Spinblockade führt. Der rasante Anstieg im gemessenen Strom kann somit auf den rasanten Anstieg des Singulett- S_{02} -Charakters des Triplett-Zustands T_{11}^- im Bereich negativer Asymmetrie $\Delta < 0$ zurückgeführt werden. Interessanterweise erfolgt dieser Anstieg im gemessenen Strom erst, wenn dieser Singulett-Charakter ($T_{11}^- : S_{02}$) seine maximale Amplitude bei gegebenem externen Magnetfeld B_{ext} erreicht, vergleiche die Pfeile in der unteren Reihe der Abbildung 7.8. Diese Tatsache zusammen mit dem Auftreten des Maximums von ($T_{11}^- : S_{02}$) bei negativer Asymmetrie im Bereich $B_{\text{ext}} \leq 400$ mT, deutet auf einen rauschunterstützten Strom hin⁴. Dieser Effekt basiert auf dem gleichen Prinzip wie die in Kapitel 4.4 beschriebene Rückwirkung eines QPCs auf den DQD: Das Rauschen stellt den Elektronen Energie zur Verfügung, die zu inelastischem Transport für $\Delta < 0$ führt. Im Bereich der größeren Magnetfelder $B_{\text{ext}} \geq 400$ mT überdecken sich die Maxima der Überlapp ($T_{11}^+ : S_{02}$) und ($T_{11}^- : S_{02}$) stark, was eine starke Zunahme des Leckstroms zur Folge hat.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die Messungen an den zwei benachbarten Dreiecken T1 und T2 sehr gut mit der theoretischen Modellierung reproduziert werden können. Dieser Befund zusammen mit Beobachtung klarer Zeichen der Spinblockade in den beiden Dreiecken setzt das einfache Modell der sequentiellen Auffüllung der Elektronen außer Kraft. Dieses Modell lässt sich durch Annahme einer eventuell falsch ermittelten Ladungskonfiguration mit den Messergebnissen nicht in Einklang bringen. Selbst wenn die Bestimmung der Ladungskonfiguration aus nicht berücksichtigten Gründen falsch wäre, könnte die Spinblockade in zwei benachbarten Stromdreiecken nicht erklärt werden.

Die vorgestellten Messungen deuten auf eine sehr spezielle Ladungs- und Spinkonfiguration im rechten QD hin, so dass die zwei dem rechten QD nacheinander hinzugefügte Elektronen ihre Spins miteinander nicht zu einem Gesamtspin 0 paaren. Dies lässt ein Eintreten der Spin-Auswahl Regeln, die den Hundschens Regeln der Atomphysik entsprechen, vermuten. Als Ursache für dieses Verhalten kommt das lokale Magnetfeld B_m in Frage.

In dem oben vorgestellten Spannungsbereich liegen die gemessenen Ströme an der Dreiecksbasis unter 20 pA und der Rauschpegel beträgt etwa 100 fA. Um die Sichtbarkeit der oben vorgestellten Effekte zu verbessern, wird die Spannung V_gT , die die Größe der Tunnelbarrieren zu den Zuleitungen beeinflusst, um 20 mV erhöht. Die neue Spannungsconfiguration ist folgende: $V_gT = -290$ mV, $V_{gpL} = -340$ mV, $V_{gpR} = -570$ mV und $V_gC = -590$ mV. Dabei wird die Spannung auf eine Unterdrückung des Stroms zwischen den Dreiecken und auf eine möglichst fluktuationsarme⁵ Konfiguration optimiert. Eine erneute Aufnahme der sechs Dreiecke T1-T6 unter po-

⁴Kalibrationssmessungen an diesem System ergeben eine Rauschamplitude von etwa 80 μeV (nicht gezeigt).

⁵Bei den elektrostatisch definierten Proben kommt es oft zu einer erhöhten Fluktuationsrate bei bestimmten Spannungsconfigurationen.

sitiver und negativer Vorspannung liefert neue Hinweise auf das Verhalten des DQDs. Ergebnisse sind in Abbildung 7.9 dargestellt. Das Dreieck T1 zeigt nun keine Spinblockade mehr und die Verteilung des Stroms in diesem Dreieck ist ganz anders. Es fließt ein kleiner Strom unter negativer Vorspannung im ganzen Dreieck und der maximale Strom ist an der oberen Kante der Basis zu bemerken, was auf eine Beteiligung angeregter Zustände im rechten QD schließen lässt. Für eine genauere Beschreibung solcher Prozesse sei auf Kapitel 5.4.1 verwiesen. Das Aufheben der Spinblockade in diesem Dreieck kann durch eine erhöhte Tunnelaufspaltung $2t_0$ und eine größere Tunnelkopplung zu den Zuleitungen hin erklärt werden. Koppelt das dem DQD zugefügte Elektron stark an die Zuleitungen, so kann es mit den Elektronen in den Zuleitungen ausgetauscht werden bis ein Elektron schließlich das Singulett S_{11} besetzt und über das Singulett S_{02} durch den DQD hinaustunnelt. Im Dreieck T2 ist nun die Ba-

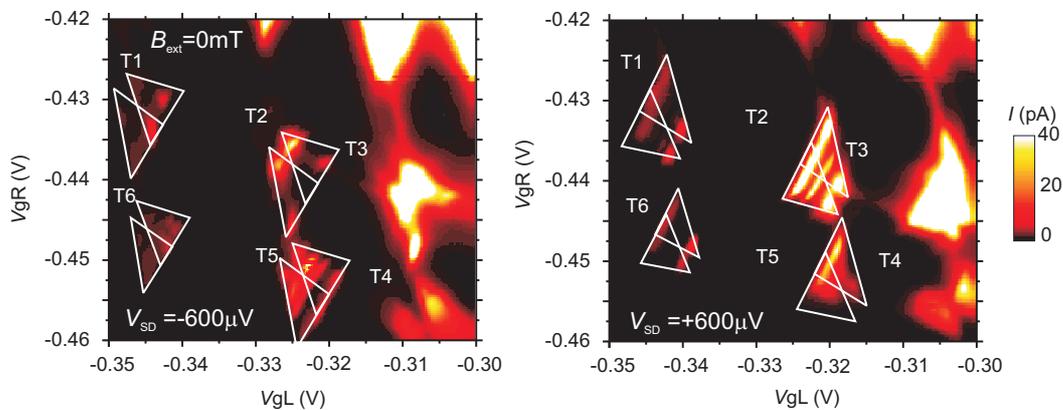


Abbildung 7.9: Die Dreiecke T1-T6 bei erhöhter Tunnelkopplung zu den Zuleitungen, $gT = -290$ mV. Farbkodiert ist durch den DQD fließende Strom als Funktion der gL und gR Spannung bei positiver und negativer Vorspannung V_{SD} . (Nanomagnet: T1-T6.OPJ)

sis unterdrückt, während sich die Basis bei umgekehrter Vorspannung von $+600 \mu V$ vollständig entwickelt. Anhand dieser Messung werden die Dreiecke rekonstruiert und sind mit weißen Linien eingezeichnet. Bei Dreieck T2 bleiben alle Merkmale der Spinblockade und die der dynamischen Wechselwirkung erhalten. Alle weiter vorgestellten Messungen erfolgen in dieser neuen Spannungskonfiguration am Dreieck T2.

7.4 Dynamische Wechselwirkung zwischen dem Elektronenspin und den Kernspins

In diesem Abschnitt wird auf die dynamische Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin und den Kernspins eingegangen. Es wird ersichtlich, dass diese zu einem

Aufbau der Kernpolarisation ausgenutzt werden kann, wie in Kapitel 5.4.2 erläutert. Diese aufgebaute Polarisation resultiert in einer Hysterese, deren Breite eine Funktion der Messzeit ist. Es wird gezeigt, dass die in diesem Kapitel folgenden Messungen mit Hilfe des theoretischen Modells als Kopplung des Triplett T_{11}^+ -Zustands an das Singulett S_{11} erklärt werden können.

Bei der Betrachtung des Dreiecks T2 im vorherigen Kapitel 7.3 konnte die Anwesenheit eines scharfen Anstiegs im Leckstrom im Bereich der Spinblockade festgestellt werden. Um diesem Verhalten genauer nachzugehen, wird das Dreieck T2 erneut aufgenommen, wie in dem kleinen Bild in Abbildung 7.10 (a) links unten dargestellt. Während dieser Strommessung am Dreieck T2 und nachfolgender Messungen wird eine Vorspannung $V_{SD} = -600 \mu\text{V}$ an den DQD angelegt. Anschließend werden Spuren entlang der Δ -Achse längs der weißen eingezeichneten Linie in diesem kleinen Bild des Dreiecks T2 aufgenommen. Die erste Messung erfolgt zunächst in Richtung positiverer Asymmetrie und ist mit schwarzen offenen Punkten dargestellt. Unmittelbar danach erfolgt die zweite Messung in die entgegengesetzte Richtung, dargestellt mit roten geschlossenen Punkten. Die Messreihe, die aus einer Hin- und der darauffolgenden Zurück-Messung besteht, wird nun für verschiedene Messgeschwindigkeiten wiederholt. Die Änderung der Messgeschwindigkeit wird durch Auswahl verschieden großer

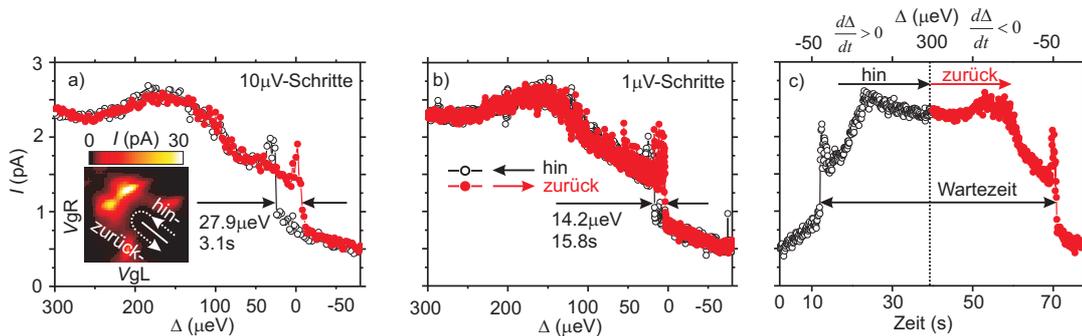


Abbildung 7.10: (a) Links unten: erneute Aufnahme des Dreiecks T2 als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} wie in Abbildung 7.8. Eine Strommessung entlang der Δ -Achse bringt eine Hysterese zum Vorschein (siehe Text). Die Fläche der Hysterese wird von der Messgeschwindigkeit beeinflusst. In (a) erfolgt die Messung zehnmal schneller als in (b). (c) Darstellung der Messmethode mit Definition der Wartezeit. (Nanomagnet: Hysterese-17.10.OPJ)

Spannungsschritte bei gleich bleibender Auslesezeit des Stroms erzielt. Tastet man den dargestellten Bereich mit $10 \mu\text{V}$ pro Schritt ab, so erfolgt die Messung zehnmal schneller als in einer Messung mit $1 \mu\text{V}$ -Schritten. Bei der anschließenden Messung in Richtung negativerer Asymmetrie (rote Punkte in untere Richtung des weißen Pfeils in Abbildung 7.10 (a)) hängt die Position der Kante von der Messgeschwindigkeit ab.

Diese spezielle Art der Messung bringt eine deutliche Hysterese zum Vorschein. Die Änderung der Geschwindigkeit, mit der die Spannung an Gattern gL und gR verfahren wird, beeinflusst dabei die Fläche der Hysterese. So schrumpft die Hysterese für langsamere Messgeschwindigkeit, wenn die Gesamtzeit für die Messung länger wird. Die in Abbildung 7.10 (a-b) mit Pfeilen eingezeichneten Energieintervalle geben die Breite der Hysterese an. Verfährt man die Spannung langsamer (in feineren Schritten), so wird die Hysterese in Spannungseinheiten kürzer, während die Dauer der Messung länger wird, vergleiche Abbildung 7.10 (b). Diese Dauer der Messung ist in Abbildung (a-b) in Sekunden angegeben. Die Schrumpfung der Hysterese kommt also durch eine Verlängerung der gesamten Messzeit zustande. Dabei wird die gesamte Messzeit

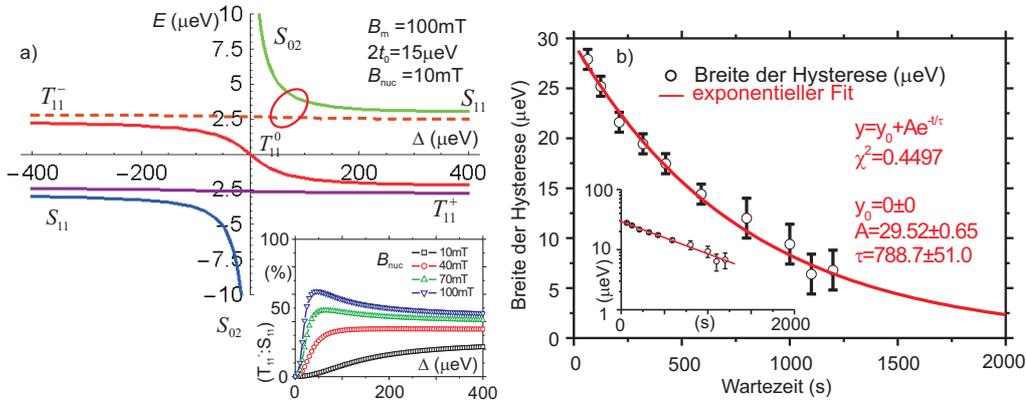


Abbildung 7.11: (a) Termschema des DQDs als Funktion der Asymmetrie Δ . Mit einer roten Ellipse ist die Mischung der T_{11}^- - und S_{11} -Zustände gekennzeichnet. Rechts unten ist der Singulett- S_{11} -Charakter des T_{11}^- -Zustands ($T_{11}^- : S_{11}$) als Funktion des aufgebauten Kernfelds ausgeführt. (b) Lineare Darstellung des zeitlichen Zerfalls der Hysterese für zehn Datenpunkte. Ein exponentieller Fit liefert eine Lebensdauer der Kernpolarisation von $\tau_{\text{nuc}} = 788.7 \pm 51.0$ sec. Links unten: Die gleiche Abhängigkeit wie in Bild (b); halblogarithmische Darstellung mit einem linearem Fit. (Nanomagnet: Hysterese-17.10.OPJ)

als Wartezeit, die zwischen der starken Stromänderungen in beiden Spuren vergeht, erfasst. Diese Definition der Wartezeit ist der Klarheit halber in Abbildung 7.10 (c) schematisch dargestellt.

Als Ursache dieses Verhaltens kommt die Hyperfeinwechselwirkung in Frage, siehe das Kapitel 5.4.2 und [44, 45]. Eine geeignete theoretische Beschreibung der obigen Messung sollte folgende Messergebnisse reproduzieren:

1. Eine erzeugte Polarisation schiebt den rasanten Stromabfall in Richtung negativer Asymmetrie Δ .

2. Die Geschwindigkeit, mit der die Asymmetrie geändert wird, beeinflusst die Position des rasanten Stromanstiegs (siehe die Spuren in Abbildung 7.10 (a-b)).

Obige Bedingungen können durch eine Beteiligung des T_{11}^- -Zustand am Singulett S_{11} erklärt werden. Aus Symmetriegründen wandert die Position des Maximums des Überlapps ($T_{11}^+ : S_{11}$) in Richtung positiverer Asymmetrie, wodurch sich eine weitere Betrachtung erübrigt. Das Triplett T_{11}^0 wird aufgrund der sehr schwachen Abhängigkeit von der aufgebauten Kernpolarisation nicht explizit betrachtet.

Im Folgenden wird gezeigt, dass die vorgestellten Messergebnisse sich anhand der Betrachtung des Singulett- S_{11} -Charakters des Triplett T_{11}^- , wie oben argumentiert, erklären lassen. Die zur Modellierung eingesetzte Tunnelaufspaltung $2t_0 = 25 \mu\text{eV}$ erzeugt einen energetischen Abstand zwischen S_{11} und T_{11}^0 , der eine kernfeldbedingte Mischung dieser Zustände verhindert. Wird das Elektron in den T_{11}^+ (T_{11}^-) initialisiert, so kann es in den T_{11}^0 -Zustand höchstens in Kombination mit einem Kernflip übergehen. Alternativ kann das dem DQD zugefügte Elektron in Kombination mit einem Kernflip einen direkten Übergang an das Singulett S_{11} machen. Wiederholt sich diese Sequenz, so wird eine Kernpolarisation erzeugt. Das aufgebaute Kernfeld zeigt dem lokalen B_m -Feld entgegen und schiebt den Punkt der Mischung von T_{11}^- und S_{11} in Richtung negativerer Asymmetrie, siehe die Berechnungen in Abbildung 7.11 (a). Die Position dieses Punkts spiegelt sich in der Position des Maximums des Überlapps ($T_{11}^- : S_{11}$), wie in dem kleinen Bild in Abbildung 7.11 (a) zu sehen ist. Die Anwesenheit des Kernfelds B_{nuc} wird hier als kleines Magnetfeld in Richtung des B_{ext} aufgefasst⁶.

An der mit roter Ellipse markierten vermiedenen Kreuzung zwischen T_{11}^- und S_{11} kommen diese Zustände sich energetisch sehr nahe, was in der dynamischen Wechselwirkung resultiert, vergleiche Kapitel 5.4.2. So wird die wichtigste Annahme der Polarisation erfüllt: Die Änderung eines Parameters (in diesem Fall der Asymmetrie) erzeugt eine Polarisation und schiebt die Kreuzung vor sich her, was eine zunehmende Polarisation bei weiterer Änderung des Parameters gewährleistet. In diesem Fall bedeutet es stärkere Polarisierung der Kerne bei der Messung negativerer Asymmetrie (Zurück-Messung).

Der Polarisationsgrad ist abhängig von der Lage dieses Kreuzungspunktes, die wiederum von der Polarisation selbst abhängt. Dies erzeugt starke Fluktuationen im Strom [40], die in der Nähe von $\Delta = 0 \mu\text{eV}$ beobachtet werden können, vergleiche Abbildungen 7.10 (a) und (b). In dargestelltem Fall geht der Strom für $\Delta \gg 0$ aufgrund der höheren Vorspannung und der Beteiligung angeregter Zustände am Transport nicht auf 0 pA zurück. Eine klare Beobachtung der Stromfluktuationen und der Hysterese ist ein weiterer Beweis für eine dynamische Wechselwirkung und den Aufbau einer Kernpolarisation. Weiterhin hängt der Polarisationsgrad der Kerne von zwei Parametern ab: Der Geschwindigkeit, mit der die Asymmetrie verfahren wird (bzw. den

⁶Das Kernfeld zeigt in Richtung $\vec{B}_{\text{ext}} + \vec{B}_m$, was in der theoretischen Berechnung nicht explizit eingegeben werden kann. Des Weiteren erfordert der beschriebene Übergang $T_{11}^- \rightarrow S_{11}$ einen Kernflip in eine Richtung, zu dem das B_m -Feld senkrecht ausgerichtet ist.

zeitlichen Intervallen, in denen die Asymmetrie Δ mit gegebener Schrittgröße geändert wird) und der Stärke des dabei erzeugten Stroms, der zur Anzahl der geflipten Elektronenspins proportional ist⁷. Eine genauere Beschreibung dieses Mechanismus gibt Kapitel 5.4.2 wieder.

Aus obiger Berechnung lässt sich nun grob die Amplitude der erzeugten Polarisation der Kerne abschätzen. Nimmt man die maximale Breite der Hysterese von $35 \mu\text{eV}$ und rechnet die Änderung in B_{nuc} aus, die eine Verschiebung des Maximums ($T_{11}^- : S_{11}$) von obigen $35 \mu\text{eV}$ verursacht, so liegt die Kernpolarisation im Bereich von etwa $70 \mu\text{eV}$ (was einer Feldstärke von 27.1 mT entspricht).

Wertet man die letzte Messung als einen exponentiellen Zerfall aus, so kommt das Bild 7.11 (b) zustande. Das bereits beschriebene Energieschema ist in Abbildung (a) gezeigt und der Bereich der kernfeldbedingten Mischung von T_{11}^- und S_{11} ist mit einer roten Ellipse betont. Die dargestellte Zeit in (b) gibt das Intervall zwischen dem Stromanstieg in der schwarzen Kurve und dem Abfall in der roten Kurve, wie in Abbildung 7.10 (c) eingezeichnet, wieder. Ein exponentieller Fit der Breite der Hysterese als Funktion der Wartezeit in linearer Darstellung liefert eine Lebensdauer der Kernpolarisation von $\tau_{\text{nuc}} = 788.7 \pm 51.0 \text{ sec}$. Der Fitparameter y_0 wurde dabei auf 0 gesetzt. Messungen an einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur [21] unter rf-Anregung der Kerne zeigen eine vergleichbare Lebensdauer der Kernpolarisation.

7.4.1 Messungen im externen Magnetfeld

Nachfolgend wird die bereits vorgestellte Messung an der durch die Kernpolarisation bedingten Hysterese als Funktion des externen Magnetfelds B_{ext} fortgeführt. Es wird gezeigt, dass das externe Magnetfeld zu einer Aufhebung der oben gemessenen Hysterese und einer Entstehung einer zweiten Hysterese führt. Dieses Verhalten kann im Rahmen der theoretischen Berechnung als eine Konkurrenz der Kopplung zweier Triplett-Zustände T_{11}^0 und T_{11}^+ an das Singulett S_{02} aufgefasst werden. Die Wahl der Kopplung an das Singulett S_{02} kann dabei mit leicht geänderter Vorspannung $V_{\text{SD}} = -300 \mu\text{V}$ und etwas reduzierter Tunnelaufspaltung $2t_0 = 20 \mu\text{eV}$ begründet werden. Die Messung erfolgt dabei wie im letzten Kapitel 7.4: Es werden Spuren entlang der Δ -Achse im Bereich der kleinen Asymmetrie aufgenommen. Die Geschwindigkeit mit der die Asymmetrie geändert wird, bleibt dabei für alle Messungen unverändert. In dieser neuen Konfiguration werden die Prozesse höherer Ordnung und Anregungen in energetisch höher liegende Zustände vermieden. Dies resultiert in einem klar ausgeprägten Maximum, gemessen entlang der Δ -Achse in Abbildung 7.12 (a-c). In dieser oberen Zeile ist der durch den DQD fließende Strom als Funktion der Asymmetrie dargestellt. Untere Zeile in der Abbildung 7.12 gibt die Auswertung der Breite der gemessenen Hysterese wieder. Diese Auswertung der Breite der Hysterese erfolgt wie in der letzten

⁷Erfolgt ein Kernflip, so kann ein Elektron mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit in den S_{11} hineintunneln. Dies führt zu einem endlichen Strom ohne Kernflip.

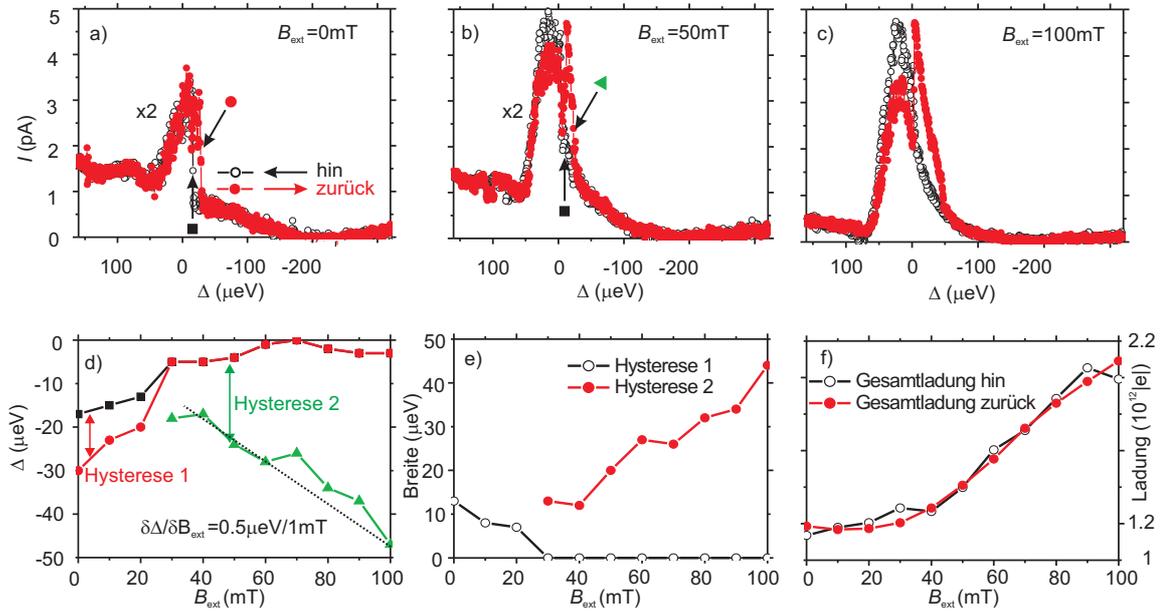


Abbildung 7.12: Hysterese in Abhängigkeit von externem Magnetfeld B_{ext} . (a-c) Strommessung der Hysterese für exemplarisch ausgewähltes B_{ext} , Messmethode wie bereits vorgestellt. (d) Position der maximalen Stromänderung (Punkte, Dreiecke und Rechtecke) wie in Abbildung (b) eingezeichnet. (e) Breite der beiden Hysteresen als Funktion von B_{ext} (siehe Text). (f) Fläche gemessen während der Hin- und Zurück-Messung. Dieses Integral gibt die Gesamtladung die während der Messung durch den DQD transportiert wird wieder. (Nanomagnet: Hysterese-15.10-2.OPJ)

Messung: Als Messpunkte werden die Positionen ausgewählt, bei der die maximale Stromänderung zu beobachten ist. Bis zu einem Schwellwert von etwa $B_{\text{ext}} = 30$ mT ist eine klare Definition dieser starken Änderungen des Stroms möglich und liefert eine klare Abnahme der Breite der Hysterese mit zunehmendem Magnetfeld B_{ext} , vergleiche Abbildung 7.12 (a). Die Positionen dieser starken Stromänderungen sind mit einem roten Punkt und einem schwarzen Rechteck in Abbildung 7.12 (a) mit Hilfe der Pfeile gekennzeichnet. Für $B_{\text{ext}} > 30$ mT wird die Messung komplizierter: Die ursprünglich definierte Hysterese verschwindet, der Stromeinbruch findet in Messrichtung positiverer Asymmetrie an der gleichen Position wie der Anstieg in Messrichtung negativerer Asymmetrie statt. In diese Messrichtung negativerer Asymmetrie (Zurück-Messung) bildet sich bei diesem Wert der Asymmetrie $\Delta \simeq 0$ ein lokales Minimum (sprunghafte Stromänderung) aus, welches zwei Strommaxima trennt. Das zweite Maximum bei negativer Asymmetrie zeigt fast senkrechte Flanken (in Abbildung 7.12 (b) mit grünem Dreieck markiert), die eine zweite Hysterese definiert. Dieses zweite Maximum entsteht nur während der Zurück-Messung in Richtung negativerer Asymmetrie (Kurve

mit roten geschlossenen Punkten in oberer Zeile der Abbildung 7.12), die unmittelbar nach der Hin-Messung in Richtung positiverer Asymmetrie (Kurve mit schwarzen offenen Punkten) erfolgt. Diese drei Positionen der maximalen Stromänderungen lassen sich nun als Funktion des externen Magnetfelds B_{ext} in Abbildung 7.12 (d) darstellen. Diese einfache Darstellung bringt graphisch das Schrumpfen der ursprünglichen Hysterese 1 und das Entstehen der Hysterese 2 deutlich zum Vorschein. Die eingezeichneten Pfeile in Abbildung (d) deuten an, wie die Breite der Hysterese 1 und der Hysterese 2 in Abbildung 7.12 (e) berechnet ist.

Während die Hysterese 1 rasch mit zunehmendem B_{ext} verschwindet, nimmt die Breite der zweiten Hysterese mit externem Magnetfeld zu. Die gemessene Änderung der Breite der Hysterese 2 im externen Magnetfeld $B_{\text{ext}} > 30 \text{ mT}$ beträgt etwa $\delta\Delta/\delta B_{\text{ext}} = 0.5 \mu\text{eV}/1 \text{ mT}$ und ist in Abbildung 7.12 (d) mit einer gestrichelten Linie skizziert. Dieser experimentelle Befund deutet auf die Beteiligung der magnetfeldabhängigen Triplett-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- am Leckstrom hin.

Mit zunehmendem B_{ext} nimmt der Strom zu und die Fläche unter den Strommaxima stetig wächst, wie in Abbildung 7.12 (f) dargestellt ist. Dieses Integral gibt die Gesamtladung an, die in der Messzeit unter Vorspannung durch den DQD transportiert wird. Interessanterweise gleichen die Flächen für Messungen in Richtung positiverer und negativerer Asymmetrie einander. Diese experimentelle Tatsache findet im Verlauf der beiden Strommaxima im Bereich des endlichen Magnetfelds $B_{\text{ext}} > 30 \text{ mT}$ ihren Ausdruck: Während das Maximum bei negativer Asymmetrie Δ mit zunehmendem B_{ext} an Breite zunimmt, sinkt die Höhe des ersten Maximums bei positiver Asymmetrie, wie aus den Abbildungen 7.12 (b) und (c) erkenntlich.

Eine leicht geänderte Spannungsconfiguration ($V_{\text{gC}} = -600 \text{ mV}$) und die darauffolgende geringere Tunnelaufspaltung $2t_0 = 20 \mu\text{eV}$ sorgen für eine verstärkte Beteiligung des Singulett- S_{02} -Charakters im Vergleich zur bereits vorgestellten Hysterese. Die Messergebnisse können mit Hilfe der theoretischen Berechnungen als Konkurrenz der Singulett- S_{02} -Charakter der zwei Triplett-Zustände T_{11}^0 und T_{11}^+ erklärt werden. Das zunehmende externe Magnetfeld B_{ext} mischt zunehmend die Triplett-Zustände T_{11}^- und T_{11}^+ mit dem Singulett S_{02} , während die Beteiligung des Triplett-Zustands T_{11}^0 am Singulett S_{02} rasant abnimmt. Diesen Singulett-Charakter der drei Triplett-Zuständen als Funktion der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfelds B_{ext} geben die Bilder 7.13 (a-c) wieder. Die ausgewählten Parameter sind: $2t_0 = 20 \mu\text{eV}$ und $B_{\text{m}} = 100 \text{ mT}$. Eine Berechnung von $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{02} : T_{11}^0 : S_{02})$ resultiert in einem Maximum, das sich mit zunehmendem B_{ext} in Richtung negativerer Asymmetrie bewegt, vergleiche Abbildung 7.13 (d) und daraus ausgewählte Spuren in Abbildung 7.13 (e). Die Position dieses Maximums deutet dabei die Punkte auf der $\Delta - B_{\text{ext}}$ -Ebene an, bei denen die Beiträge der beiden Triplett-Zustände zum Singulett S_{02} gleich sind und erfasst somit ihre Konkurrenz. Verfolgt man dieses Maximum, so kann im Bereich $B_{\text{ext}} > 30 \text{ mT}$ in Abbildung 7.13 (e) eine Änderung der Position dieses Maximums von etwa $\delta\Delta/\delta B_{\text{ext}} = 0.5 \mu\text{eV}/1 \text{ mT}$ festgestellt werden, was eine gute Übereinstimmung mit dem Experiment ist (vergleiche Abbildung 7.12 (e)). Abbildung 7.13 (f) gibt einen

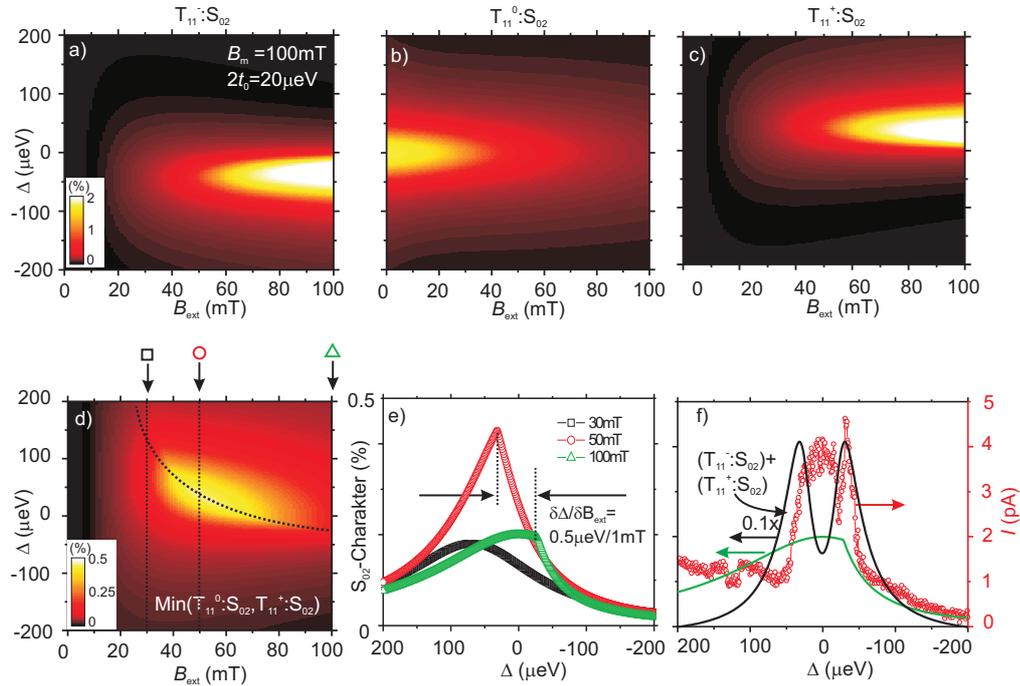


Abbildung 7.13: Farbkodierter Überlapp der Triplet-Zustände mit dem Singulett S_{02} im Bereich der gemessenen Magnetfeldern B_{ext} von 0...100 mT; theoretische Modellierung für ausgewählte Tunnelaufspaltung $2t_0 = 20 \mu\text{eV}$ und das lokale Magnetfeld $B_m = 100 \text{mT}$. (a) Überlapp des Triplet-Zustands T_{11}^- mit dem Singulett S_{02} , kurz $(T_{11}^- : S_{02})$. (b) $(T_{11}^0 : S_{02})$. (c) $(T_{11}^+ : S_{02})$. (d) Berechnetes Minimum $\text{Min}(T_{11}^- : S_{02}, T_{11}^+ : S_{02})$ (siehe Text) (e) Ausgewählte Spuren aus Abbildung (d). (f) Vergleich der Theorie aus der Abbildung (e) und der Messung aus dem Bild 7.12 (c) (siehe Text). (Nanomagnet: SW-D-vs-Bext-2t-20ueV.OPJ)

Vergleich der Messung in Richtung negativerer Asymmetrie (rote offene Punkte) mit der entsprechenden Berechnung des Minimums $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{02}, T_{11}^0 : S_{02})$ (grüne Linie) für ein exemplarisch ausgewähltes externes Magnetfeld $B_{\text{ext}} = 100 \text{mT}$. Zusätzlich wird in diesem Bild die Summe $((T_{11}^- : S_{02}) + (T_{11}^+ : S_{02}))$ mit schwarzer Linie aufgeführt; diese Kurve beschreibt relativ gut den kompletten Verlauf des gemessenen Stroms.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass die oben vorgestellte Modellierung qualitativ gut das Entstehen und den Verlauf des zusätzlichen Stromeinbruches, der zu einer zweiten Hysterese führt, beschreibt. Das in Abbildung 7.13 (d) dargestellte Minimum $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{02}, T_{11}^0 : S_{02})$ erfasst die Konkurrenz dieser zwei Triplet-Zustände. Diese Interpretation beschreibt einen Leckstrom, der infolge der Mischung der Triplet-Zustände T_{11}^0 und T_{11}^+ mit dem Singulett S_{02} zustande kommt und vernachlässigt somit weitere Effekte wie eine Teilnahme des Triplet-Zustands T_{11}^- am Leckstrom. Die

zusätzlich in Abbildung 7.13 (f) aufgeführte Summe der Singulett- S_{02} -Beiträge zweier Triplet-Zustände T_{11}^- und T_{11}^+ gibt die Beteiligung dieser Zustände am Leckstrom wieder. Diese schwarze Kurve kann qualitativ gut den Verlauf des kompletten Leckstroms im Bereich $B_{\text{ext}} > 50$ mT beschreiben. Diese Übereinstimmung der Theorie und des Experiments deutet stark auf eine zusätzliche, mit oben vorgestellter Konkurrenz nicht erklärbare, Teilnahme dieser Zustände am Leckstrom hin.

Spinblockade im Bereich der größeren externen Magnetfelder B_{ext}

Die im letzten Abschnitt vorgestellten Messungen befassen sich mit der Untersuchung der durch die Kernpolarisation bedingten Hysterese im Leckstrom als Funktion des externen Magnetfelds $B_{\text{ext}} \leq 100$ mT. Mit Hilfe nachfolgender Messungen soll in einem größerem Bereich die Abhängigkeit des Leckstroms von der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfelds B_{ext} untersucht werden. Diese Messungen verlaufen nach dem folgenden Schema: Zunächst erfolgt eine Strommessung des gesamten Dreiecks als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} . Die Messungen von Interesse erfolgen längs der Δ -Achse in Richtung positiverer Asymmetrie Δ und das B_{ext} -Feld wird in Schritten geändert. Diese Abhängigkeit wird für verschiedene Spannungen an Gatter g_{C} und folglich verschiedene Tunnelaufspaltungen $2t_0$ untersucht. Die Spannung an den Kontroll-Gattern g_{pL} und g_{pR} wird dabei so angepasst, dass der Messbereich an den Gattern g_{L} und g_{R} konstant gehalten wird. Dies hält die Tunnelkopplung zu den Zuleitungen unverändert. Es wird gezeigt, dass die experimentellen Ergebnisse in einen qualitativ guten Einklang mit einer Fortsetzung der oben vorgestellten Interpretation gebracht werden können.

Eine exemplarische Messung bei $V_{\text{gC}} = -620$ mV dieser Abhängigkeit des Leckstroms von der Asymmetrie und des externen Magnetfelds gibt die obere Zeile in Abbildung 7.14 wieder. Die Messung entlang der Δ -Achse als Funktion des B_{ext} -Felds zeigt einen Leckstrom dessen Stärke und Verteilung stark von beiden Parametern abhängt, vergleiche Abbildung 7.14 (a). Diese Messung ist um die Magnetfeldachse B_{ext} symmetrisch. Dies ist ein wichtiger Indikator dafür, dass die Orthogonalität der Felder B_{m} und B_{ext} eine gute Annahme ist⁸. Ein ausgewählter Bereich, der mit gestrichelten Kästen in Abbildung 7.14 (a) gekennzeichnet ist, wird erneut in Abbildung 7.14 (b) dargestellt. In dieser Darstellung wird eine Lücke im Leckstrom im Bereich der kleinen Magnetfelder B_{ext} und ein starkes Maximum dieses Stroms, das sich Richtung positiverer Asymmetrie für zunehmendes B_{ext} bewegt, ersichtlich. Dieses Maximum ist mit einer gestrichelten Ellipse in Abbildungen 7.14 (a-b) gekennzeichnet. Des Weiteren kann ein zweites lokales Maximum des Stroms, das nur schwach von dem B_{ext} -Feld beeinflusst wird, festgestellt werden und ist mit einer gestrichelten Linie gekennzeichnet. Diesen Stromanstieg bringt deutlich eine in Abbildung 7.14 (c) ausgeführte Spur, gemessen längs der horizontalen Linie in Abbildung (b), zum Vorschein. An diesem Maximum

⁸Theoretische Berechnungen brechen deutlich diese Symmetrie für $\theta \neq \pi/2$.

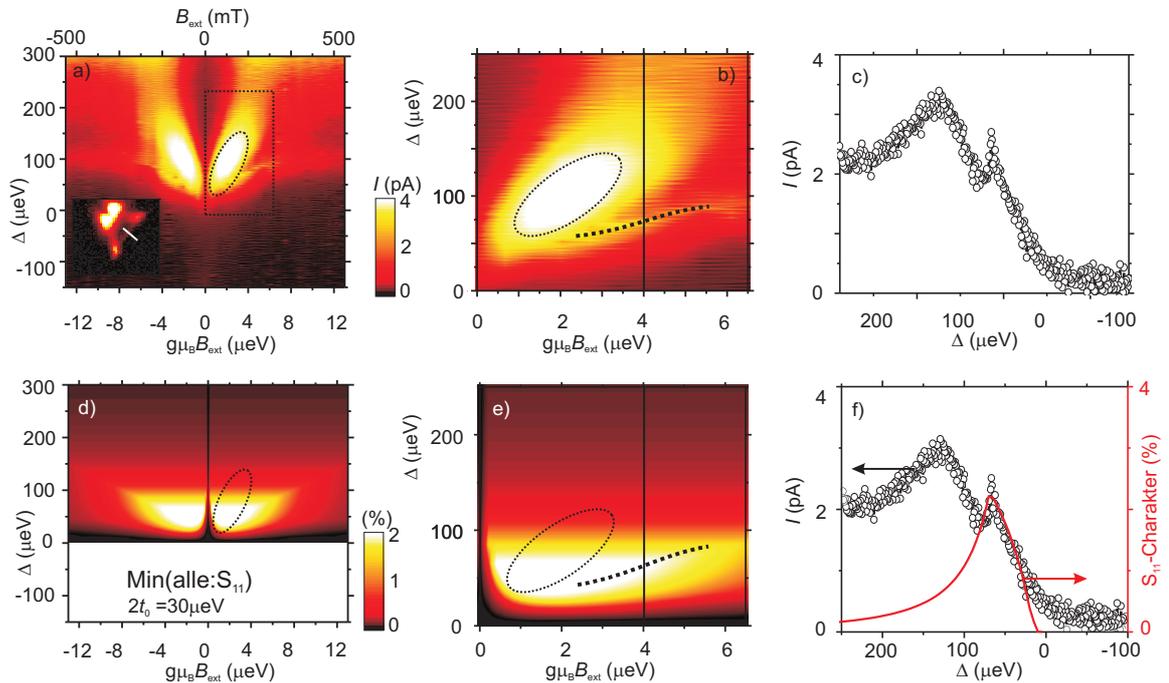


Abbildung 7.14: (a) Aufnahme des Stroms im Bereich der Spinblockade als Funktion der Asymmetrie Δ und des B_{ext} -Felds entlang des weißen Strichs in kleiner Abbildung links unten, die eine vorige Messung am Stromdreieck T2 wiedergibt. (b) Erneute Darstellung des mit schwarzen Kästen umrandeten Bereichs aus (a). (c) Eine Spur längs des vertikalen Strichs in Abbildung (b) (siehe Text). (d) und (e): Theoretische Berechnung des minimalen Überlappens aller Zustände mit dem Singulett S_{11} . Diese Berechnung ist den Bildern (a) und (b) in Hinsicht auf Skalierung angepasst. (e) Vergleich der Theorie und der Messung aus Abbildungen (b) und (e) längs der horizontalen Linien, vergleiche Text. (Nanomagnet: T2-gC-620mV.OPJ)

kommt es zu einer rasanten Stromänderung, was ein Indiz auf durch Hyperfeinwechselwirkung verursachte Kerndynamik ist.

Eine konsistente Fortsetzung der theoretischen Interpretation der Messdaten soll angesichts der experimentellen Befunde ein globales Maximum im Strom und einen teilweise von diesem Maximum überdeckten rasanten Anstieg beschreiben können. Detaillierte Analyse der Kopplung einzelner Zustände am Singulett-Charakter (ausgeführt in Anhang C.1) zeigen, dass dieses globale Maximum und die Lücke im Leckstrom bei $B_{\text{ext}} = 0$ mit Hilfe von Kopplung der drei Triplett-Zustände am Singulett S_{11} erklärt werden können. Formal wird hier ein Minimum $\text{Min}(S_{11} : S_{11}, T_{11}^+ : S_{11}, T_{11}^0 : S_{11}, T_{11}^- : S_{11}, S_{02} : S_{11})$ berechnet, die Zufügung der Elemente $(S_{11} : S_{11})$ und $(S_{02} : S_{11})$ ist dem Ausschluss der vermiedenen Kreuzung zwischen T_{11}^+ und S_{02} sowie T_{11}^- und S_{11}

geschuldet, vergleiche Diskussion in Anhang C.1. Nach der in Kapitel 5.5 eingeführten Schreibweise lässt sich dieser komplizierte Ausdruck als $\text{Min}(\text{alle}:S_{11})$ abkürzen. Die Wahl dieser speziellen Berechnung kann folgendermaßen begründet werden: Das dem DQD zugefügte Elektron kann mit endlicher Wahrscheinlichkeit jeden der drei Triplett-Zustände besetzen. Mischen die Triplett-Zustände mit einem Singulett-Zustand, so kann das Elektron den DQD verlassen und ein nächstes Elektron tunnelt hinein. Dabei wird der Leckstrom im Wesentlichen von dem Triplett-Zustand begrenzt, der den kleinsten Singulett-Charakter besitzt. Eine Berechnung des oben genannten Minimums gleicht unter obigen Annahmen bis auf ein Proportionalitätsfaktor⁹ dem Leckstrom.

Die Wahl des Überlapps mit dem Singulett S_{11} ist hier der etwas kleineren Tunnelkopplung zu den Zuleitungen im Vergleich zu der letzten Messung geschuldet. Die dazu durchgeführten Berechnungen dieses Minimums $\text{Min}(\text{alle}:S_{11})$ für ausgewählte Tunnelaufspaltung $2t_0 = 30 \mu\text{eV}$ und das lokale Magnetfeld $B_m = 100 \text{ mT}$ stellt das Bild 7.14 (d) dar. In Abbildung (e) ist analog zu der oberen Zeile ein mit einem gestrichelten Kasten gekennzeichnete Bereich aus dem Bild (d) erneut aufgeführt. Die Skalierung der Abbildungen 7.14 (d-e) ist der Skalierung der Messung in Abbildungen (a-b) angepasst. Mit Hilfe dieser Darstellung wird ersichtlich, dass das globale Maximum im Strom nur qualitativ reproduziert werden kann, siehe skizzierte Ellipsen in oberer und unterer Zeile in Abbildung 7.14.

Das lokale, von rasantem Stromanstieg geprägte Maximum, wird dagegen von dieser Berechnung gut reproduziert, was ein Vergleich der Theorie und des Experiments in Abbildung 7.14 (f) verdeutlicht. In dieser Darstellung wird die gemessene Spur aus dem Bild 7.14 (c) (schwarze offene Punkte) der entsprechenden Spur aus der Berechnung (rote Linie längs schwarzen Strichs in Abbildung 7.14 (e)) gegenübergestellt.

Eine tiefere Analyse der Kopplung einzelner Zustände am Singulett S_{11} zeigt, dass diese plötzlichen Stromänderungen durch Konkurrenz von $(T_{11}^0 : S_{11})$ und $(T_{11}^+ : S_{11})$, siehe letzten Abschnitt 7.4.1, erklärt werden können (Berechnungen nicht gezeigt).

Eine weitere exemplarische Messung des Stroms als Funktion der Asymmetrie Δ und des B_{ext} -Felds bei etwas geringerer Tunnelaufspaltung ($V_{\text{gC}} = -640 \text{ mV}$) gibt Abbildung 7.15 (a) wieder. In diesem Fall ändert sich die Verteilung des Stroms im Vergleich zur oberen Messung sehr stark: Im Bereich des kleinen Magnetfelds B_{ext} kann ein schmales Strommaximum beobachten werden. Des Weiteren bildet sich um dieses Maximum eine Lücke im Leckstrom im Bereich des Magnetfelds $|B_{\text{ext}}| < 2.5 \mu\text{eV}$ aus. Das lokale Maximum des Leckstroms im Bereich $|B_{\text{ext}}| < 1.5 \mu\text{eV}$ kann in Rahmen der theoretischen Beschreibung als Kopplung $(T_{11}^0 : S_{11})$ erklärt werden. Die entsprechend in der Abbildung 7.15 (b) aufgeführte Ergebnisse der Berechnung für ausgewählte Tunnelaufspaltung $2t_0 = 25 \mu\text{eV}$ und das lokale Magnetfeld $B_m = 100 \text{ mT}$ zeigen ein klares Maximum bei $B_{\text{ext}} = 0 \text{ mT}$. Die vorgestellte Berechnung kann die Messdaten nur qualitativ reproduzieren: Die Breite des berechneten Maximums in Abbildung 7.15

⁹Dieser setzt sich aus der Tunnelaufspaltung und Tunnelkopplung zu den Zuleitungen und ggf. der Vorspannung V_{SD} zusammen.

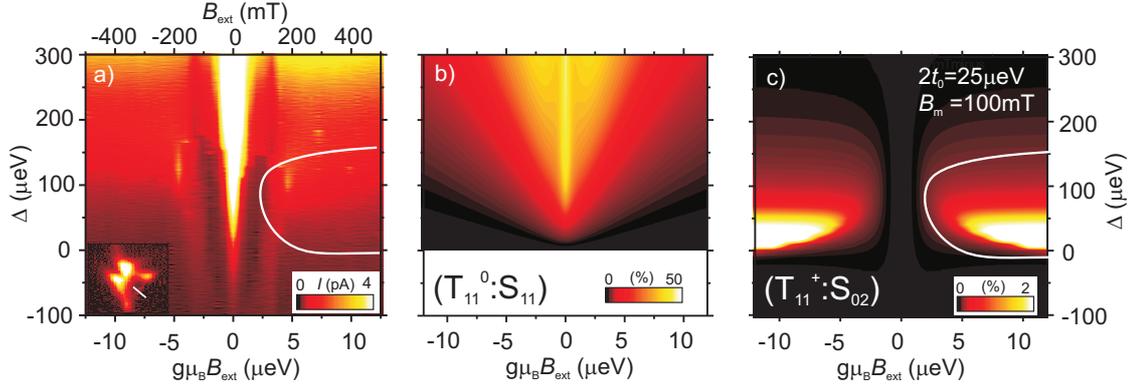


Abbildung 7.15: (a) Aufnahme des Stroms als Funktion der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfelds B_{ext} entlang des weißen Strichs in kleiner Abbildung links unten. (b) Überlapp von T_{11}^0 mit dem Singulett S_{11} , eine Berechnung für $2t_0 = 25 \mu\text{eV}$ und $B_m = 100 \text{ mT}$. (c) Berechneter Überlapp des T_{11}^+ -Zustands mit dem Singulett S_{02} -Zustand ($T_{11}^+ : S_{02}$). Diese Berechnungen können gut die Messung in (a) reproduzieren. (Nanomagnet: T2-gC-640mV.OPJ)

(b) ist deutlich größer als die Breite in gemessenen Strom in Abbildung 7.15 (a).

Weitere Betrachtung der theoretischen Berechnungen in Hinsicht auf die Beteiligung einzelner Triplett-Zustände am Singulett- S_{02} -Charakter erlaubt die gemessene Lücke und den leichten Anstieg im Leckstrom für $|B_{\text{ext}}| > 2.5 \mu\text{eV}$ als Kopplung ($T_{11}^+ : S_{02}$) zu erklären. Die dazugehörigen Ergebnisse sind in Abbildung 7.15 (c) dargestellt. Auch in diesem Fall gelingt es nur einen qualitativen Vergleich zu geben. Diese leichte Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment kann in obigem Fall mit großer Wahrscheinlichkeit auf das mäßige Verhältnis von $2t_0$ und Γ_D und darauffolgende Konkurrenz der Beiträge vom Singulett S_{11} und S_{02} zurückgeführt werden.

Die Ergebnisse einer letzten Messung des Leckstroms bei noch geringerer Tunnelaufspaltung ($V_g C = -700 \text{ mV}$) gibt Abbildung 7.16 wieder. Die Messung in 7.16 (a) erfolgt wie am Anfang dieses Abschnitts vorgestellt, danach wird eine kleine Spur längs der Δ -Achse entlang des schwarzen Strichs in Abbildung (a) wiederholt aufgenommen. Diese Messung wird insgesamt 24-mal nacheinander wiederholt, die ersten 23 Spuren gleichen im Wesentlichen einander und eine ausgewählte Spur davon ist mit roten geschlossenen Punkten in Abbildung 7.16 (b) aufgeführt. In diesem Bereich des B_{ext} -Felds fluktuiert der Strom sehr stark was auf ein Aufbau der Kernpolarisierung rückschließen lässt. Bei der 24. Messung (dargestellt mit offenen Punkten in Abbildung 7.16 (b)) bleibt plötzlich der Strom bis auf einen kleinen Offset auf 0 pA zurück. Eine erneute Aufnahme der Messung wie in Abbildung 7.16 (a) resultiert in Abbildung 7.16 (c). Eine eventuelle elektrostatische Instabilität der Probe kann dabei ausgeschlossen werden: Vor der Messung in Abbildung 7.16 (c) erfolgt eine erneute Aufnahme des T2

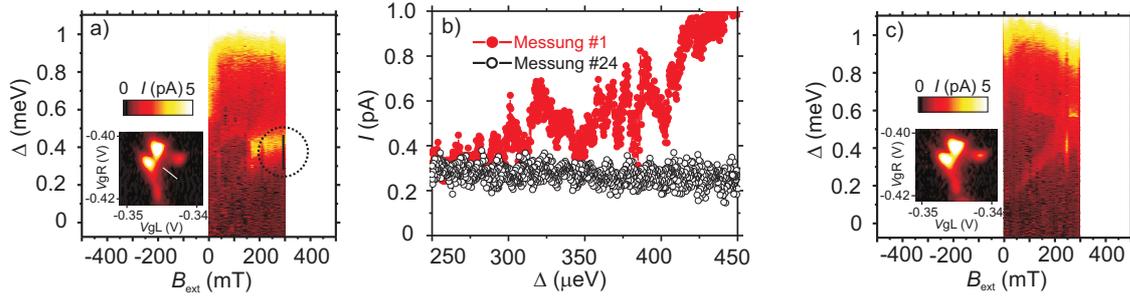


Abbildung 7.16: (a) Aufnahme des Stroms als Funktion der Asymmetrie Δ und des B_{ext} -Felds längs des weißen Strichs in dem kleinen Bild links. (b) Wiederholte Messung entlang des senkrechten schwarzen Strichs in (a). Insgesamt werden 24 Spuren aufgenommen, dargestellt sind zwei ausgewählte Spuren. (c) Anschließende Wiederholung der Messung wie im Bild (a). (Nanomagnet: T2-gC-700mV(-2)(-Zeit).OPJ)

Dreiecks, was zu keinem feststellbaren Unterschied anhand eines Vergleichs der kleinen Bilder links unten in Abbildungen 7.16 (a) und (c) führt. Diese erneute Aufnahme des Leckstroms in der $\Delta - B_{\text{ext}}$ -Ebene reproduziert alle wesentlichen Features der ersten Messung, der breite helle Streifen wo zuvor starke Fluktuationen auftraten, bleibt allerdings weiterhin unterdrückt. Die Messung in Abbildung 7.16 (c) dauert etwa eine Stunde, was eine eventuelle Polarisation der Kerns mit großer Wahrscheinlichkeit ausschließt. Eine mögliche Änderung der Feldverteilung des Nanomagnetens ist in diesem Zusammenhang nicht auszuschließen.

In letzten Zügen der Untersuchung der dynamischen Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin und den Kernen erfolgen Messungen im Bereich der Spinblockade am Dreieck T3 sowie Messungen am Dreieck T2 unter Einstrahlung von rf-Anregung. Die Frequenz der eingestrahlten Leistung ist dabei auf die Resonanz des elektronischen Spins gesetzt, $f = g\mu_{\text{B}}B_{\text{ext}}/(2\pi\hbar)$. Diese Messungen stellt Anhang D.2 dar.

7.4.2 Bestimmung des lokalen Magnetfelds B_{m}

In diesem letzten Abschnitt wird gezeigt, dass die oben vorgestellten Messungen des Leckstroms als Funktion der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfelds B_{ext} zu einer, der in Kapitel 5.5 präsentierten Berechnung unabhängiger, Bestimmung des lokalen Magnetfelds B_{ext} benutzt werden können. Diese Bestimmung erfolgt unter Betrachtung des minimalen Überlapps aller Zustände mit dem Singulett- S_{11} für verschiedene Werte des B_{m} -Felds und feste Tunnelaufspaltung $2t_0 = 30 \mu\text{eV}$. Dazu wird die Messung aus Abbildung 7.14 (a) erneut in Abbildung 7.17 (a) dargestellt. Zur weiteren Betrachtung wird eine Spur längs des schwarzen Strichs in Abbildung 7.17 (a) ausgewählt und erneut mit einer schwarzen Linie in Abbildung 7.17 (b) aufgeführt.

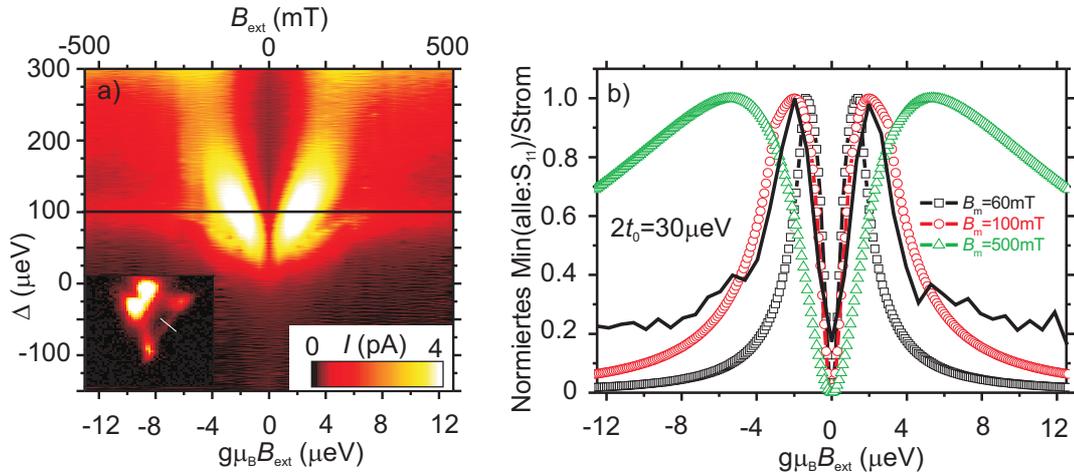


Abbildung 7.17: (a) Aufnahme des Stroms als Funktion der Asymmetrie Δ und des lokalen Magnetfelds B_{ext} aus der Abbildung 7.14 (a). (b) Darstellung der Methode zur Bestimmung des B_m -Felds (siehe Text). Durchgezogene Linie stellt den gemessenen Strom längst der horizontalen Linie bei ausgewählter Asymmetrie $\Delta = 100 \mu\text{eV}$ in (a) dar, gepunktet sind die entsprechenden Berechnungen für ausgewählte Tunnelaufspaltung $2t_0 = 30$ und verschiedene Werte des B_m -Felds. Alle Kurven sind normiert. (Nanomagnet: T2-gC-620mV.OPJ)

Dieser Messung werden Ergebnisse der theoretischen Modellierung für verschiedene Werte des lokalen Magnetfelds B_m mit gepunkteten Linien gegenübergestellt. Das variierende B_m in der Berechnung ändert die Position des Maximums des berechneten Minimums $\text{Min}(\text{alle} : S_{11})$ entlang der B_{ext} -Achse bei ausgewählter Asymmetrie von $\Delta = 100 \mu\text{eV}$, vergleiche Abbildung 7.17 (b). Alle Kurven sind normiert. Beste Übereinstimmung auf einen maximalen Überlapp der Modellierung mit dem Experiment ist für $B_m = 100 \text{mT}$ ersichtlich¹⁰. Dieser Wert stimmt mit der in Kapitel 5.5 eingeführten Berechnungen der Feldverteilung des Nanomagnetens gut überein.

7.5 Zusammenfassung des Kapitels

In diesem Kapitel wurden Messungen an einem DQD mit integriertem Nanomagnet vorgestellt. Es wurde gezeigt, dass das lokale Magnetfeld B_m dieses Nanomagnetens einen Beitrag zu der dynamischen Wechselwirkung zwischen einem Elektronenspin und den umgebenen Kernspins leistet. Dieser Beitrag liegt an der Mischung der fünf

¹⁰Eine Änderung der Tunnelaufspaltung $2t_0$ bei einem festen B_m -Feld ändert in erster Linie nur die Breite des berechneten Maximums.

im Bereich der Spinblockade beteiligten Zustände: Die räumliche Inhomogenität des lokalen B_m -Felds führt zu vermiedener Kreuzungen zwischen den Triplet T_{11}^+ - und T_{11}^- -Zuständen und dem Singulett S_{11} -Zustand, wie in Anhang C.1 diskutiert. Nähern sich diese Zustände energetisch, so kann es zu einer dynamischen Wechselwirkung kommen wie in Kapitel 5.4.2 erläutert.

Diese dynamische Wechselwirkung konnte zur Polarisation der Kerne benutzt werden (Kapitel 7.4) und anhand einer theoretischen Modellierung qualitativ beschrieben werden. Die Berechnung der erwähnten Mischung der Eigenzustände und des daraus sich ergebenden Überlapps mit den Singulett S_{11} - und S_{02} -Zuständen wurde präsentiert. Diese Berechnung wurde für alle im Bereich der Spinblockade beteiligten Triplet-Zustände separat und in einer Kombination durchgeführt. Ein Vergleich der numerischen Berechnungen mit dem Experiment ermöglichte dabei eine Zuordnung der an der dynamischen Wechselwirkung beteiligten Zustände. Die Wahl des relevanten Singulett-Charakters (S_{11} - oder S_{02} -Charakter) eines der drei Triplet-Zustände konnte dabei mit den Messdaten konsistent begründet werden.

Es bleiben noch einige Fragen offen. Eine der wichtigsten ist das Auftreten der Spinblockade in einer Ladungskonfiguration, in der nach den einfachen Regeln der sequentiellen Auffüllung der elektronischen Spins keine Spinblockade zu erwarten ist. Diese experimentelle Beobachtung deutet auf ein nicht sequentielles Auffüllen der elektronischen Spinzustände hin. Dies lässt ein Eintreten der Spin-Auswahl Regeln, die den Hundschen Regeln der Atomphysik entsprechen, vermuten. Als Ursache für dieses Verhalten kommt das lokale Magnetfeld B_m in Frage. Ein weiterer Parameter, der nur numerisch im Kapitel 5.5 berechnet werden kann, ist die Feldverteilung des lokalen Magnetfelds B_m . Diese Berechnung konnte anhand eines Vergleichs der vorgestellten Messungen im externen Magnetfeld B_{ext} und der theoretischen Modellierung des DQDs verifiziert werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Dissertation beschäftigt sich mit der Herstellung und der wissenschaftlichen Untersuchung von Quantenpunktkontakten und gekoppelten Quantenpunkten. Die im Rahmen dieser Arbeit eigenständig hergestellten Proben wurden bei tiefen Temperaturen mittels niederfrequenter Messungen im Bereich sehr niedriger Ströme ($I < 1 \text{ pA}$) sowie Mikrowellenmessungen charakterisiert. Die experimentelle Entwicklung und Realisierung einer Anpassschaltung zum Auslesen der Reflexion eines kapazitiv an einen DQD gekoppelten QPCs wurde präsentiert. Diese spezielle Anordnung erlaubt es, den Ladungszustand des DQDs im Mikrowellenbereich mittels homodyner Detektion zu erforschen. Die durchgeführte Spezifizierung drei verschiedener Anpassschaltungen im Kapitel 6.2 erlaubt es, optimale Impedanzanpassung zu finden und einen Ausblick für zukünftige Experimente zu geben. Ein wichtiger Aspekt zur weiteren Entwicklung dieses Projekts ist der Einbau der Probe auf einen impedanzangepassten Probenträger, um die unerwünschte Dissipation der Leistung zu verhindern. In dieser Hinsicht ergibt sich ein weiterer Aspekt: Die Realisierungen der benötigten Induktivität in Form von Leiterbahnen, die direkt auf dem Probenträger aufgebracht sind. Diese Lösung spart nicht nur Platz und lässt somit eine mehrstufige Impedanzanpassung zu, sondern verhindert auch unkontrollierbare Leistungsverluste an den Bonddrähten. Schließlich bietet ein solcher Probenträger die Möglichkeit, einen Tieftemperaturverstärker bei gegebener Arbeitsfrequenz mit optimaler Impedanzanpassung zu nutzen.

Ein weiterer Aspekt der zukünftigen Entwicklung liegt bei der Anpassschaltung selbst. Die durchgeführten Experimente haben gezeigt, dass eine zu niedrig gewählte Induktivität der Spule zu einer Anpassung im Bereich kleinerer Widerstände führt, hat aber den Vorteil der größeren Güte und demzufolge einer größeren Reflexionsänderung in Folge einer Widerstandsänderung des QPCs. Eine größere Güte wird erreicht durch Reduzierung der erreichten Bandbreite. In dieser Hinsicht muss hier ein Kompromiss zwischen Schnelligkeit und Empfindlichkeit gefunden werden. Eine weitere Erhöhung der Bandbreite der Anpassschaltung erfordert die Benutzung einer mehrstufigen Anpassung [29] und Reduzierung der Kapazität C des Ohmschen Kontaktes, wie im Anhang B ausführlich diskutiert. Dieser Abschnitt stellt ebenfalls eine Alternative zur eingesetzten passiven Anpassung in Form einer aktiven Impedanzanpassung dar.

Der wichtigste Teil dieser Arbeit umfasst Experimente an einem DQD mit einem integrierten Nanomagnet. Es wurde gezeigt, dass die Anwesenheit des lokalen Magnetfeldes B_m des Nanomagnetens einen schwerwiegenden Einfluss auf das elektronische Spektrum des DQDs hat. Die vorgestellten Messungen zeigten, dass ein einfaches

Model der sequentiellen Auffüllung des DQDs angesichts der Anwesenheit des Nanomagneten nicht anwendbar ist. Diese experimentelle Tatsache lässt ein Eintreten der Spin-Auswahl Regeln, die den Hundschens Regeln der Atomphysik entsprechen, vermuten. Um die genaue Spinkonfiguration des DQDs zu untersuchen, wären spezielle Messungen notwendig. Hier wäre ein Experiment, das auf einer Ausbildung eines gebundenen Zustands aus zwei räumlich getrennten Elektronen basiert [56, 57] mit großer Wahrscheinlichkeit hilfreich.

Dank der sehr freundlichen theoretischen Unterstützung vom Geza Giedke war es möglich, anhand vorhandener Literatur [5, 49] ein theoretisches Model des DQDs mit integrierten Nanomagneten aufzustellen. Die Messergebnisse zusammen mit der theoretischen Interpretation lassen das Verhalten des DQDs als dynamische Wechselwirkung zwischen dem elektronischen Spin und den Kernen interpretieren. Es wurde gezeigt, dass das lokale Magnetfeld B_m einen Beitrag zu dieser Wechselwirkung leistet und die Messergebnisse als durch das B_m -Feld bedingte Mischung der Eigenzustände erklärt werden können. Diese dynamische Wechselwirkung kann zur Polarisierung der Kerne benutzt werden und resultiert in einer Hysterese, wie in Kapitel 7.4 präsentiert. Bei der Fortführung dieses Projekts wären weitere Messungen an der durch das aufgebaute Kernfeld bedingten Hysterese notwendig. Diese sollen als Funktion der Wartezeit nach der Polarisierung, der Geschwindigkeit, mit der die Asymmetrie Δ geändert wird, und des dabei erzeugten Stroms aufgenommen werden. In dieser Hinsicht wäre die Klärung der Polarisierungsrichtung und die anschließende Untersuchung des zeitlichen Zerfalls der Kernpolarisation, mit und ohne externes Magnetfeld, von großer Bedeutung. Die theoretische Beschreibung erlaubt eine Identifizierung der an der Kernpolarisation beteiligten Zustände. Eine gezielte Initialisierung erlaubt dabei die Untersuchung der Kerndynamik für verschiedene Übergänge. Dies, wie im Kapitel 7.4.1 gezeigt, kann durch Änderung der Vorspannung erreicht werden. Diese Übergänge und die dadurch erzeugte Kernpolarisation können mittels rf-Anregung, siehe Anhang D.2 beeinflusst werden [58]. Eine weitere Entwicklung der theoretischen Beschreibung des Systems wäre ebenfalls in Hinsicht auf die in Anhang D.1 präsentierten Messungen sehr aufschlussreich. Abschließend wäre eine Untersuchung der bereits gemessenen Verlängerung der Kohärenzzeit [59] in Hinsicht auf die erzeugte Kernpolarisation von sehr großem wissenschaftlichem Interesse. Aus zeitlichen Gründen war es jedoch nicht möglich, all diese Messungen im Rahmen dieser Dissertation vollständig abzuschließen. Diese Arbeit bahnt jedoch den Weg für künftige Projekte auf diesem Feld und veranschaulicht die Möglichkeiten in Bezug auf die Untersuchung und Nutzung der dynamischen Wechselwirkung zwischen Elektronen und den Kernspins des Probematerials.

A Prozessparameter

A.1 Eigenschaften der Heterostruktur D040124A

- Ladungsträgerdichte bei $T = 1$ K (unbeleuchtet): $n_e = 2,78 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-2}$
- Beweglichkeit bei $T = 1$ K (unbeleuchtet): $\mu = 1.4 \cdot 10^6 \text{ cm}^2/\text{Vs}$
- Schichtenfolge:
 - 300 nm GaAs
 - Übergitter: 100 Lagen, wobei eine Lage aus 7 nm $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ sowie 3 nm GaAs besteht
 - 500 nm GaAs
 - 20 nm $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$
 - 65 nm $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$, homogen mit Silizium dotiert
 - 5 nm GaAs, homogen mit Silizium dotiert

A.2 Parameter der Probenprozessierung

Die im Folgenden aufgelisteten Parameter beziehen sich auf die Herstellung der in den Kapiteln 6 und 7 verwendeten Proben.

Reinigen der Probe Folgende Schritte werden so lange wiederholt, bis sich der Zustand der Probe nicht mehr verändert:

- in Aceton vorsichtig mit einem sauberen Tuch abwischen
- mit Isopropanol spülen
- mit Stickstoff trocknen

Verbleibende Unregelmäßigkeiten auf der Probenoberfläche die sich unter Lichtmikroskop als schwarze Punkte/Flecken äußern sind meist Kristallfehler, die sich auch durch viele Reinigungsschritte nicht entfernen lassen. Bei nachstehender Prozessierung sollte dafür gesorgt werden, dass sich diese an unkritischen Stellen befinden.

Definition der Mesa

- Lack aufschleudern: Photolack MicroPosit 1813, 1 s bei 800 min^{-1} , 30 s bei 6000 min^{-1} , 2 s bei 8000 min^{-1} (letzter Schritt verhindert Ausbildung von Lackwülsten an den Proberändern)
- Aushärten: 90 s bei $115 \text{ }^\circ\text{C}$ (Heizplatte)
- Belichten mit Maskaligner (Karl Suss MJB3): 30 s
- Entwickeln: 30 s in Microposit-351-Entwickler (1:3 mit destilliertem Wasser verdünnt), danach Entwicklungsprozess durch Schwenken in destilliertem Wasser (30 s) stoppen
- Ätzen: 120 s in $\text{H}_2\text{O} : \text{H}_2\text{SO}_4 : \text{H}_2\text{O}_2$ (Volumenverhältnis 100:3:1), danach Ätzprozess durch Schwenken in dest. Wasser (30 s) stoppen; Ätzrate etwa $0,9 \text{ nm/s}$ (bestimmt an einer Testprobe aus reinem GaAs)
- Photolack in Aceton entfernen / in Isopropanol spülen / mit Stickstoff trocknen

Definition der ohmschen Kontakte

- Lack aufschleudern: 1 s bei 800 min^{-1} , 30 s bei 4500 min^{-1} , 2 s bei 8000 min^{-1}
- Aushärten: 90 s bei $115 \text{ }^\circ\text{C}$
- Belichten: 30 s
- Entwickeln: 30 s
- Veraschen in Sauerstoffplasma, Plasma-GigaEtch: 2 min, Einbauhöhe: 7 cm, Leistung 200 W, Kammerdruck 1 mbar
- Aufdampfen: 60 nm AuGe (im Verhältnis 88:12), 10 nm Ni, 60 nm AuGe; Aufdampfzeiten $\leq 0,2 \text{ ns}^{-1}$ für Gold-Germanium, $\leq 0,1 \text{ ns}^{-1}$ für Nickel
- *lift-off*: 10 min in Aceton (etwa $40 \text{ }^\circ\text{C}$), anschließend mit Aceton abspülen / Isopropanol abspülen / Stickstoff trocknen
- Eindiffundieren der aufgedampften Metallschichten unter Argon-Wasserstoff-Atmosphäre: 5 min bei $110 \text{ }^\circ\text{C}$, 4 min bei $360 \text{ }^\circ\text{C}$, 1 min bei $420 \text{ }^\circ\text{C}$

Optische Lithografie zur Herstellung der makroskopisch sichtbaren Leiterbahnen

- Lack aufschleudern: 1 s bei 800 min^{-1} , 30 s bei 6000 min^{-1} , 2 s bei 8000 min^{-1}
- Aushärten: 90 s bei $115 \text{ }^\circ\text{C}$
- Belichten: 25 s
- Entwickeln: 28 s
- Aufdampfen: 10 nm Ti, 90 nm Au; Aufdampfzeiten $\leq 0,2 \text{ ns}^{-1}$ für Titan, $\leq 0,25 \text{ ns}^{-1}$ für Gold
- *lift-off*: 10 min in Aceton (etwa $40 \text{ }^\circ\text{C}$), anschließend mit Aceton abspülen / Isopropanol abspülen / Stickstoff trocknen

Elektronenstrahlithografie: Gatterschicht

- Lack: Polymethylmethacrylat (PMMA) gelöst in Methylisobutylketon (MIBK), 4,5 % PMMA, aufgeschleudert 1 s bei 800 min^{-1} , 30 s bei 5000 min^{-1}
- Aushärten: 90 s bei $170 \text{ }^\circ\text{C}$
- Belichten: Rasterelektronenmikroskop LEO DSM 982, Beschleunigungsspannung 5 kV, Emissionsstrom etwa 9,5 pA, Dosis für kleine Strukturen etwa $65 \text{ } \mu\text{C}/\text{cm}^2$, für größere Zuleitungen $75 \text{ } \mu\text{C}/\text{cm}^2$
- Entwickeln: 50 s in MIBK:Isopropanol im Volumenverhältnis 1:3, dann in Isopropanol (20 s) stoppen
- Aufdampfen: 5 nm Ti, 30 nm Au; Aufdampfzeiten $\leq 0,1 \text{ ns}^{-1}$ für Titan, $\leq 0,3 \text{ ns}^{-1}$ für Gold¹;
- *lift-off*: 10 min in warmen Aceton, anschließend abspülen; ggbf. Schritte wiederholen, in Isopropanol spülen, mit Stickstoff trocknen

¹Vorläufige Tests haben deutlich bessere Ergebnisse bei Aufdampfzeiten für Gold von etwa $0,7 \text{ ns}^{-1}$ ergeben. Dies ist auf den durch die Röntgenstrahlung/Wärme hervorgerufene Beschädigung des Lacks während Aufdampfen zurückzuführen.

Elektronenstrahlithografie: Nanomagnet

- Lack aufschleudern und aushärten wie oben
- Belichten und entwickeln wie im ersten Schritt zur Gattererzeugung
- Aufdampfen: 50 nm Co; Aufdampfzeiten $\leq 0,05 \text{ ns}^{-1}$, Kammerdruck $p < 5 \times 10^{-9} \text{ mbar}$;
- *lift-off*: 10 min in warmen Aceton, anschließend abspülen; ggfs. wiederholen, mit Isopropanol abspülen, mit Stickstoff trocknen

B Herleitung der Schwingungsgleichung. Bandbreite der Anpassschaltung

In diesem Abschnitt sollen theoretische Aspekte der im Kapitel 6 vorgestellten Anpassschaltung wiedergegeben werden. Eine schematische Skizze einer solchen Anpassschaltung gibt Abbildung B.1 wieder.

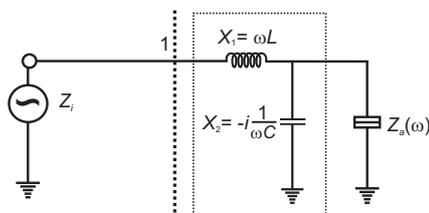


Abbildung B.1: rf-QPC Konfiguration. Ein QPC mit großer Impedanz Z_a ist mit einem LC-Schwingkreis, umrandet mit einem Kasten, an der Impedanz Z_i angepasst.

Die Gesamtimpedanz oberer, von uns benutzten, Anpassschaltung inklusive QPC berechnet sich am Punkt 1 in der Abbildung B.1 folgendermaßen:

$$Z = i\omega L + \frac{1}{\frac{1}{Z_a} + i\omega C} \quad (\text{B.1})$$

$$\text{und für } \frac{1}{Z_a} \ll \omega C,$$

$$Z = \frac{Z_a}{(\omega C Z_a)^2} + i \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right). \quad (\text{B.2})$$

Der erste reelle Term bedeutet eine sehr kleine Korrektur der gesamten Impedanz und kann vernachlässigt werden. Die imaginären Terme definieren die Impedanz eines Reihenschwingkreises mit Resonanzfrequenz nach der Thomsonschen Schwingungsgleichung

$$f_{\text{Res}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}. \quad (\text{B.3})$$

Die Kreisgüte dieser Schaltung wird mit $Q = \frac{1}{R_R} \sqrt{\frac{L}{C}}$ ausgedrückt mit R_R als Verlustwiderstand der Schaltung. Dieser Verlustwiderstand setzt sich aus Ohmschen Widerstand und Abstrahlungsverlusten der Spule sowie Dielektrizitätsverlusten des Kondensators zusammen. Um die Anpassung in den Bereich der großen Widerstände $R \geq 25 \text{ k}\Omega$ optimal zu gestalten soll der quadratische Gleichungssatz für X_2 (siehe Bild B.1) gelöst werden, nach [29]

$$X_2^2 \cdot \frac{Z_i - Z_a}{Z_a} + X_2 \cdot \frac{2X_a Z_i}{Z_a} + Z_i \frac{Z_a^2 + X_a^2}{Z_a} = 0. \quad (\text{B.4})$$

Daraus ergeben sich zwei Lösungen für X_2

$$\text{mit der Beziehung } X_1 = X_2 \cdot \frac{Z_i - Z_a}{Z_a} + X_e + \frac{Z_i X_a}{Z_a}. \quad (\text{B.5})$$

wobei X_1 und X_2 für Reaktanzen der Impedanzen Z_i und Z_a stehen. Wenn Z_i und Z_a rein reell sind ($Z_i = \text{Re}|Z_i| = R_i$ und $Z_a = \text{Re}|Z_a| = R_a$) vereinfachen sich die Lösungen der obigen Gleichung zu:

$$X_2^{1,2} = \pm R_a \cdot \sqrt{\frac{R_i \cdot R_a}{R_a - R_i}},$$

$$X_1^{1,2} = \pm (R_i - R_a) \cdot \sqrt{\frac{R_i \cdot R_a}{R_a - R_i}},$$

und für $R_a \gg R_i$ schließlich

$$X_2^{1,2} = \pm \sqrt{R_i R_a}, \quad (\text{B.6})$$

$$X_1^{1,2} = \mp \sqrt{R_i R_a}. \quad (\text{B.7})$$

Der quadratische Gleichungssatz gilt für komplexe Impedanzen Z_i der Mikrowellenquelle und Z_a der Lastimpedanz. Die Annahme der rein reellen Werte für obige Impedanzen ist in diesem System wegen der per Definition reellen Impedanz der Verkabelung und QPCs rechtfertigt¹. Für $R_i = 50 \Omega$ und $R_{\text{QPC}} = 25 \text{ k}\Omega$ folgt $|X_{1(2)}| = 1.118 \text{ k}\Omega$. Unter Berücksichtigung der Kapazität des ohmschen Kontakts $C \simeq 460 \text{ fF}$ bzw. seiner Impedanz $1/(2\pi f_{\text{Res}} C) = |X_2|$ ergibt sich $f_{\text{Res}} = 1/(2\pi X_2 C) \simeq 310 \text{ MHz}$. Die Induktivität der Spule L wird gegeben durch $|X_1| = 2\pi f_{\text{Res}} L$ und beträgt schließlich $L \simeq 580 \text{ nH}$.

B.1 Bandbreite der Anpassschaltung

Die maximale Bandbreite dieser Schaltung lässt sich mit Hilfe des Bode-Fano Kriteriums [53] berechnen $\Delta\omega = \int_0^\infty \ln \frac{1}{|\Gamma(\omega)|} d\omega$, wobei $\Gamma(\omega) = (Z_a(\omega) - Z_i)/(Z_a(\omega) + Z_i)$

¹Die Impedanz des QPCs erhält in der Tat einen kleinen kapazitiven Term, der kann jedoch hier vernachlässigt werden.

die Reflexionsfunktion ist. Die letzte spiegelt den Gütegrad der Impedanzanpassung; sie beträgt im Falle der perfekten Anpassung 0 dB (Transmission $T = 1$). Letztere Gleichung gilt für ein verlustfreies Anpassungsnetz, das Impedanz von $Z_a(\omega)$ nach Z_i transformiert (vergleiche Abbildung B.1). Innerhalb dieser Bandbreite $\Delta\omega$ kann die Leistung von der Mikrowellenquelle in den QPC über die Anpassschaltung übertragen werden. Mit obigen Werten für $\text{Re}|Z_a| = R_{\text{QPC}} = 25 \text{ k}\Omega$ und $C = 460 \text{ fF}$ berechnet sich nach [53] die maximale Bandbreite des Resonanzschwingkreises zu $\Delta\omega \simeq 117 \text{ MHz}$. Diese Berechnung geht von einer Reflexionsfunktion aus, die ein Minimum von 0.1 dB bei f_{Res} erreicht, was experimentell kaum machbar ist; daher soll im Experiment von kleinerer Bandbreite ausgegangen werden. Da der QPC im Bereich der kleineren Widerstände an seiner Empfindlichkeit verliert (siehe Kapitel 4) und sein Widerstand der Naturkonstanten unterliegt $R_{\text{QPC}} \geq \left(2\frac{e^2}{h}\right)^{-1}$ und die Ungleichheit $\frac{1}{\text{Re}|Z_a|} \ll \omega C$ immer erfüllt bleibt, setzen die Kapazität C und die Induktivität L die Reflexionsfunktion und somit die maximale Bandbreite fest.

B.2 Theoretische Berechnung der Impedanztransformation. Mehrstufige Anpassung

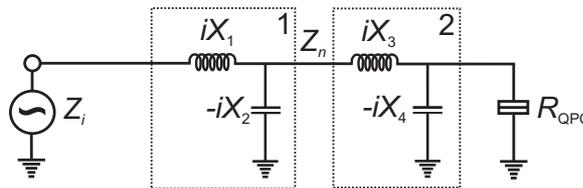


Abbildung B.2: Eine zweistufige Anpassung der Wellenimpedanz Z_i an dem Widerstand des QPCs R_{QPC} . Mit gestrichelten Kästen sind einzelne Schwingkreise umrandet.

Die oben vorgestellte Transformationsschaltung (Anpassschaltung, die die Impedanz des Wellenleiters von 50Ω auf die Impedanz des QPCs transformiert) ist stark frequenzabhängig d.h. eine Änderung der Arbeitsfrequenz (in diesem Fall der Resonanzfrequenz des Schwingkreises) erfordert eine Änderung der Induktivität L und Kapazität C . Da die Kapazität des Ohmschen Kontakts vorgegeben ist und ohne weitgehende Änderung der Probengeometrie nicht geändert werden kann, ist die vorgestellte Schaltung auf eine Frequenz und dadurch eingegrenzte Bandbreite festgelegt. Um eine weniger frequenzabhängige und breitbandige Transformation der Impedanz durchführen zu können, muss die vorgestellte Schaltung durch weitere Kompensationsschaltungen ergänzt werden, siehe [29] Abschnitt B, Kapitel 10 bis 16. Diese Kompensationsschaltungen bestehen jeweils aus einer Kombination von einer Induktivität und einer Kapazität die je nach Anwendung und gewünschter Bandbreite seriell

und/oder parallel vor der bereits vorgestellten Anpassschaltung verschaltet werden, [29] Abbildung 16.5, Seite 213. Eine beispielhafte Anordnung zur zweistufigen Impedanzanpassung stellt Abbildung B.2 dar. Man erkennt, dass diese neue Schaltung die Impedanz in zwei Schritten von $Z_i = 50\ \Omega$ über zwei Schwingkreise nach R_{QPC} transformiert, vergleiche einskizzierten Kasten in der Abbildung. Der erste Schwingkreis, bestehend aus Reaktanzen X_1 und X_2 , transformiert den Wellenwiderstand in eine Zwischenimpedanz Z_n , anschließend erfolgt eine Transformation nach R_{QPC} mit Hilfe des zweiten Resonanzkreises der sich aus zwei Reaktanzen X_3 und X_4 zusammensetzt. Um eine optimale Anpassung zu gestalten, soll diese Zwischenimpedanz Z_n dem Produkt $\sqrt{Z_i R_{\text{QPC}}}$ gleichen. Diese Transformationsschaltung lässt sich auf die

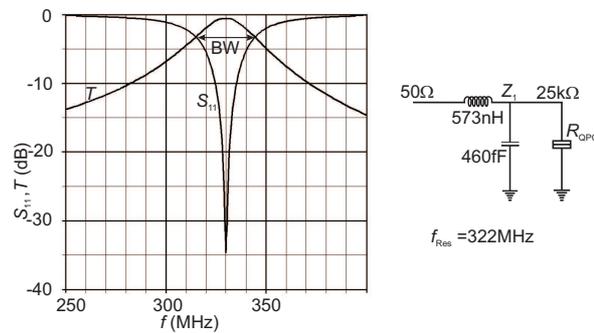


Abbildung B.3: Theoretische Berechnung einer einstufigen Anpassung des Wellenwiderstands R_i an dem Widerstand des QPCs R_{QPC} . Dargestellt ist die Reflexion S_{11} und Transmission T (siehe Text).

beschriebene Weise um weitere Schwingkreise erweitern, dabei sollen folgende Punkte beachtet werden:

1. Je komplizierter und größer die Schaltung wird desto genauer muss die gesamte Schaltung dimensioniert werden. Hinzufügen weiterer Stufen kann daher bei gegebener Anfertigungsgenauigkeit den Gewinn an der Bandbreite zu Nichte machen.
2. Eine eventuell zu starke Frequenzabhängigkeit der QPC-Impedanz Z_a begrenzt die Bandbreite, eine weitere Erhöhung dieser kann mit keiner beliebig komplizierten Schaltung erreicht werden.
3. Mehrstufige Anpassschaltungen weisen höhere Durchgangsdämpfungen auf, die sich negativ auf das SNR auswirken.

Die oben eingeführten Zwischenimpedanzen Z_n bilden folgende Kette:

$$\begin{aligned}\sqrt{R_{\text{QPC}} \cdot Z_i} &= \sqrt{25 \text{ k}\Omega \cdot 50 \Omega} = 1.118 \text{ k}\Omega = Z_1, \\ \sqrt{R_{\text{QPC}} \cdot Z_1} &= \sqrt{25 \text{ k}\Omega \cdot 1.118 \text{ k}\Omega} = 5.286 \text{ k}\Omega = Z_2, \\ \sqrt{25 \text{ k}\Omega \cdot 5.286 \text{ k}\Omega} &= 11.497 \text{ k}\Omega = Z_3, \\ \sqrt{25 \text{ k}\Omega \cdot 11.497 \text{ k}\Omega} &= 16.953 \text{ k}\Omega = Z_4 \text{ usw.}\end{aligned}\tag{B.8}$$

Im Zusammenhang einer Wiedergabe der Bandbreite des QPCs durch eingesetzte Anpassschaltung erfordert eine weitere Entwicklung eine Vermessung der Frequenzabhängigkeit der QPC-Impedanz. Diese lässt sich experimentell nur schwer bestimmen: Eine Vermessung dieses Frequenzganges erfordert den Einbau verschiedener Anpassschaltungen, deren Resonanzfrequenzen genügend dicht aneinander liegen. Alternativ kann hier die Kapazität des Ohmschen Kontakts C , die den größten Beitrag zur gesamten Impedanz des QPCs hat, den Frequenzgang nähern. Nachfolgenden theoretischen Berechnungen weisen diese Näherung nah.

Im Folgenden sollen numerische Berechnungen der ein- und mehrstufigen Transformationschaltungen diskutiert werden. Diese werden mit einem Programm ARRL Radio Designer 1.5, das den Frequenzgang beliebiger Schaltung aus diskreten Elementen berechnet, durchgeführt. Diese Berechnung gibt die Eingangsreflexion S_{11} sowie Transmission T (S_{21}) als Funktion der Frequenz für die entworfene Schaltung wieder. Die Qualität der Anpassung schlägt sich in diesen beiden Funktionen nieder: die Refle-

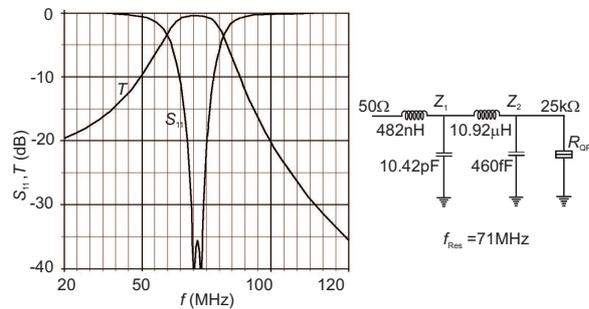


Abbildung B.4: Theoretische Berechnung einer zweistufigen Anpassung, Darstellung wie oben beschrieben.

xion S_{11} gibt die Leistung wieder, die die Schaltung bei gegebener Frequenz reflektiert (normiert auf 0 dB) und eine gute Anpassung gilt nach Faustregel für $S_{11} < -20 \text{ dB}$ [29]. Bei der Transmission T ist ein möglichst flacher Verlauf bei geringer Dämpfung hingegen erforderlich. Die dargestellten Bilder B.3 - B.5 geben jeweils die beiden berechneten Parameter mit eingezeichneten Werten der Induktivitäten und Kapazitäten sowie skizzierter Anpassung wieder. Diese Berechnungen werden für eine einstufige Anpassung bei $f_{\text{Res}} = 310 \text{ MHz}$ (Abbildung B.3), eine zweistufige Transformationschaltung mit $f_{\text{Res}} = 71 \text{ MHz}$ (Abbildung B.4) sowie eine vierstufige Anpassung mit

einer Resonanzfrequenz von $f_{\text{Res}} = 27 \text{ MHz}$ in Abbildung B.5 durchgeführt. Während

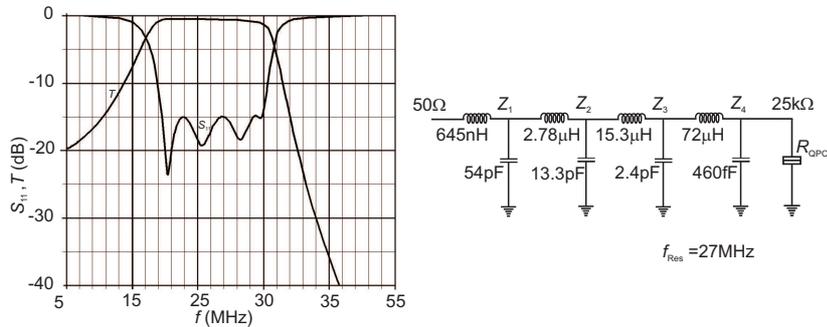


Abbildung B.5: Theoretische Berechnung einer vierstufigen Anpassung.

für die Reflexion S_{11} sehr tiefe Minima um die Resonanzfrequenz f_{Res} zu beobachten sind, zeichnet sich in der Transmission ein asymmetrischer Verlauf mit einer Abflachung um f_{Res} . Diese Asymmetrie ist durch die Anordnung der Anpassschaltung, die einen Tiefpassfilter darstellt, bedingt. Bei den mehrstufigen Transformationsschaltungen lässt sich eine Verringerung der Resonanzfrequenz f_{Res} und Verschiebung der Resonanzfrequenzen der einzelnen Stufen beobachten, vergleiche Abbildung B.4 und B.5. Die Verringerung der Resonanzfrequenz ist eine Folge der Zunahme der Induktivität L der obersten Spule, die nach der Beziehung B.3 diese Frequenz nach unten schiebt. Die Zunahme der Induktivität ist wiederum eine Konsequenz der Beziehung $\sqrt{Z_n R_{\text{QPC}}} = 2\pi f_{\text{Res}} L$, wobei Z_n mit der Anzahl der Stufen gemäß der Gleichung B.8 zunimmt. Die Verstimmung der einzelnen Stufen im Bezug auf f_{Res} ist eine Folge einer gegenseitigen Wechselwirkung der einzelnen Stufen. Die Bandbreite BW wird hier als Abstand zwischen den Punkten $S_{11} = T$ definiert und gibt die sogenannte 3dB-Bandbreite BW an. Sinkt die Resonanzfrequenz, so nimmt die relative Band-

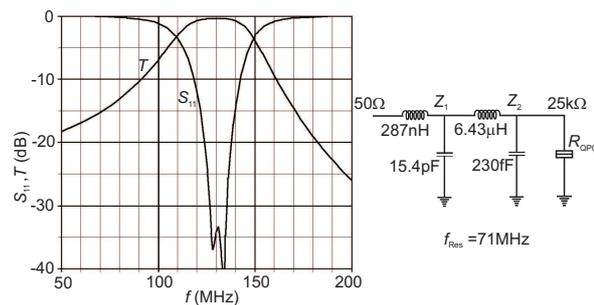


Abbildung B.6: Theoretische Berechnung einer zweistufigen Anpassung für halbierte Kapazität des Ohmschen Kontakts $C^1 = C/2$. Ein Anstieg in der Bandbreite BW ist deutlich zu sehen.

breite $b = \frac{f_{\text{Res}}}{\text{BW}}$ zu und erreicht mit vierstufigen Anpassung einen Wert von etwa 81% während die absolute Bandbreite BW bei etwa 22 MHz für alle Transformationsschaltungen konstant bleibt. Dies ist eine unmittelbare Folge der festen Kapazität C : diese setzt die maximale Bandbreite und somit maximale Auslesegeschwindigkeit fest, die mit einer Anordnung von mehreren Stufen nicht weiter erhöht werden kann. Um eine weitere Erhöhung der BW zu erzielen, muss daher eine Verringerung der Kapazität C erfolgen. Diese Änderung der Kapazität kann dabei auf zwei verschiedene Weisen erreicht werden: Zum einen durch Änderung der optischen Maske in Hinblick auf die Größe der Ohmschen Kontakte oder mit einer Kompensation dieser Kapazität mit paralleler Zuschaltung weiterer Reaktanzen. Während die erste Option relativ großen Aufwand des Entwerfens und Prozessierung einer neuen Probe erfordert, bietet die Zuschaltung einer parallelen Induktivität eine einfache Lösung. Schaltet man eine Induktivität von $L^1 = 573 \text{ nH}$ parallel zu der Kapazität C , so kann diese beispielweise bei $f_{\text{Res}} = 310 \text{ MHz}$ kompensiert werden. Die Impedanzanpassung erfolgt mittels einer ein- oder mehrstufigen Anpassschaltung wie bereits erläutert. Führt man eine Berechnung dieser neuen Anordnung mit einer zweistufigen Transformationsschaltung (nicht gezeigt) so kann kein Anstieg der Bandbreite BW festgestellt werden. Dies ist wieder die Folge der festen Kapazität C : Diese definiert zusammen mit L^1 einen parallelen Schwingkreis dessen Eigenschaften (ergo C und L^1) die Bandbreite BW festsetzen. Hier helfen keine Transformationsschaltungen weiter und eine Verringerung der Kapazität C zwecks Erreichens einer höheren Bandbreite $\text{BW} > 22 \text{ MHz}$ ist unabdingbar.

Die von uns benutzte optische Maske definiert rechteckige Ohmsche Kontakte mit einer Kantenlänge von $a = 100 \mu\text{m}$, was in der oben genannten Kapazität $C = 460 \text{ fF}$ resultiert. Verkürzt man diese Länge zu $a^1 \simeq 71 \mu\text{m}$ so verringert sich die Kapazität zu $C^1 = 230 \text{ fF}$ und eine gute Kontaktierung des Kontakts bleibt gewährleistet². Rechnet man eine zweistufige Anpassung dieser Anordnung so kommt Bild B.6 zustande. Die Resonanzfrequenz liegt bei $f_{\text{Res}} = 131 \text{ MHz}$ und die Bandbreite erhöht sich auf $\text{BW} \simeq 40 \text{ MHz}$.

B.3 Aktive Impedanzanpassung

Bisher vorgestellte Anpassschaltungen setzen sich aus passiven Elementen zusammen. Eine weitere Möglichkeit der Impedanzanpassung besteht in einer aktiven Impedanztransformation mittels eines FET-Transistors (*engl.* Field Effect Transistor, ein Feldeffekttransistor). Diese Wahl ist mit besonderen Eigenschaften des Feldeffekttransistors motiviert: Ein sehr hoher Eingangswiderstand im statischen Betrieb und die daher fast leistungslose Ansteuerung. Ein weiterer Aspekt ist eine sehr geringe Kapazität C_{GS} eines Feldeffekttransistors, die sich in einer sehr hohen Transitfrequenz auswirkt. Die Anschlüsse werden als *Gate*, das der Steueranschluss ist, *Drain* und *Source* be-

²Der Golddraht, mit dem mittels eines Bonders Kontakte verbunden werden, hat eine Dicke von $d = 25 \mu\text{m}$.

zeichnet. Eine beispielhafte Verwendung eines FET-Transistors zur aktiven Anpassung des großen QPC-Widerstands R_{QPC} stellt Abbildung B.7 dar. In diesem Aufbau wird

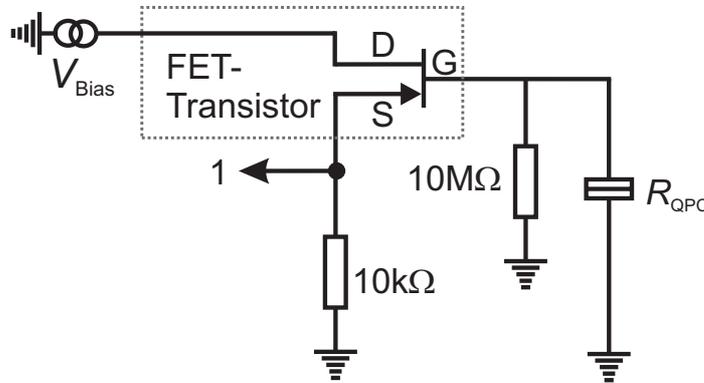


Abbildung B.7: Aktive Anpassschaltung, realisiert mit Hilfe eines FET-Transistors.

der variierende Widerstand des QPCs zur Steuerung des Transistors verwendet. Der eingezeichnete große Widerstand von $10\text{ M}\Omega$ hält das Gate auf dem Bezugspotential während der zweite hochohmige Widerstand an dem Transistordrain den maximalen Strom begrenzt. Eine Spannungsquelle wird am Drain des Transistors angeschlossen und erzeugt somit Strom an der Transistorsource als Funktion des QPC-Widerstands R_{QPC} . Der Feldeffekttransistor transformiert somit die hohe Impedanz des QPCs nach Punkt 1 in Abbildung B.7. Dieser Aufbau wird als *Sourcefolger* bezeichnet. Je nach Spezifikation des eingesetzten Transistors und die Anforderungen an maximalem Strom erfolgt eine Transformation im Bereich $50\ \Omega \dots 5\text{ k}\Omega$. Eine weitere Anpassung mittels eines zweiten Transistors/einer Anpassschaltung aus Spule und Kondensator ist demnach unter Umständen erforderlich. Diese Lösung bietet eine direkte Anpassung der QPC-Impedanz (die Transistorbasis ist bereits hochohmig) und große Bandbreite. Um eine möglichst hohe Empfindlichkeit dieser Schaltung zu gewährleisten, muss sich der Transistor nahe am QPC möglichst befinden. Hier muss die Wärmeentwicklung des eingesetzten Transistors betrachtet werden: Verdünnungskryostate verfügen über eine Mischkammerkühlleistung zwischen $100 \dots 400\ \mu\text{W}$ bei der Basistemperatur, was eine mögliche Versetzung des Transistors notwendig macht. Dies hat eine erhöhte Dämpfung der Verbindung zwischen QPC und dem Transistor zur Folge, was sich wiederum auf die Bandbreite negativ auswirkt. Hierzu wären Spezifikationsversuche der Wärmeentwicklung des belasteten Transistors notwendig. Ein weiterer Nachteil diese Lösung besteht in der Rauschzahl des Transistors, die sich dem SNR aufaddiert.

C Simulationscode

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein theoretisches Modell des DQDs mit integriertem Nanomagnet von einem allgemeineren Modell [5, 49] abgeleitet. Eine vollständige Beschreibung dieses Modells ist in Kapitel 5.5 zu finden. Nachfolgend ist der vollständige Mathematica-Code der benutzten Berechnungen, geschrieben von Geza Giedke, wiedergegeben. Dieser Code bietet die Möglichkeit, den Winkel [theta] zwischen dem lokalen Magnetfeld B_m und dem externen Feld B_{ext} zu wählen. Der Code ist unter dem Namen **dqd2inclOverlap.nb** auf der beigefügten CD zu finden. Ein modifizierter Code Namens **dqd2inclOverlap-dawid.nb** beschränkt sich auf den Fall der orthogonalen Felder [theta]= $\pi/2$ und enthält zusätzliche Befehle zur Berechnung des Überlapps mit dem S_{11} - und S_{02} -Zustand separat (im ursprünglichen Code wird die Kombination der beiden Überlapp berechnete), sowie Befehle zur Abspeicherung der Berechnungen in Form von Text-Dateien (ursprünglicher Code bietet nur Visualisierung der Berechnungen). Zur richtigen Ausführung des Codes sollten folgende Punkte beachtet werden:

1. Nach dem Öffnen der Datei in Mathematica müssen erst alle definierten Befehle (wie zB. `EE = IdentityMatrix[5]`) nacheinander ausgeführt werden. Als Ergebnis werden die expliziten Formen der Matrizen bzw. Bilder zurückgegeben.

2. Die Simulationsparameter sind in den Zeilen nach dem Hinweis

```
(* pick numbers in mueV to make plots *)
```

festzulegen/auszuführen.

3. Darauf folgende, ausführlich kommentierte Befehle führen die Simulation aus und geben die Ergebnisse in Form von Bildern/Daten zurück.

Vor der Wiedergabe des Codes soll kurz auf die Berechnungen und ihre Interpretation eingegangen werden. Diese Überlegungen sind im folgenden Abschnitt C.1 zu finden, danach folgt der Mathematica-Code im Unterkapitel C.2.

C.1 Darstellung und Interpretation der theoretischen Berechnungen

Die theoretischen Berechnungen erlauben Darstellung und/oder Abspeicherung folgender Funktionen:

1. Energetischer Verlauf der Eigenzustände als Funktion von B_{ext} oder Asymmetrie Δ . Ein Parameter wird variiert, der andere wird festgehalten. Die Tunnelaufspaltung $2t_0$ und das lokale Magnetfeld B_m müssen zuerst festgelegt werden.
2. Singulett-Charakter ausgewählter Zustände als Funktion der Asymmetrie oder des externen Feldes wie oben beschrieben. Hier kann der Singulett- S_{11} - und Singulett- S_{02} -Charakter separat berechnet werden.
3. Minimaler Überlapp aller Zustände mit dem Singulett-Unterraum (eine spezielle Berechnung des Minimums der Summe der Singulett-Anteile, siehe Text) wie im Fall (1).
4. Berechnungen der vorgestellten Singulett-Charakter ausgewählter Zustände für zwei variierende Parameter (Asymmetrie wird in ausgewähltem Bereich variiert und B_{ext} in ausgewählten Schritten geändert).

Zwecks Vereinfachung der Notation soll weiterhin die im Kapitel 5.5 eingeführte Schreibweise benutzt werden. Der Ausdruck $(T_{11}^0 : S_{11})$ bedeutet beispielweise den Singulett- S_{11} -Charakter des Tripletts T_{11}^0 -Zustands. In dieser Notation schreibt sich der minimale Überlapp aller Eigenzustände mit dem Singulett- S_{11} als $\text{Min}(S_{02} : S_{11}, T_{11}^- : S_{11}, T_{11}^0 : S_{11}, T_{11}^+ : S_{11}, S_{11} : S_{11})$, kurz (alle : S_{11}). Ergebnisse beispielhafter Berechnungen des Termschemas, des Singulett-Charakters und des minimalen Überlapps als Funktion von Δ und B_{ext} werden jetzt diskutiert.

Abbildung C.1 stellt den energetischen Verlauf der Eigenzustände als Funktion der Asymmetrie (a) und des externen Feldes B_{ext} (d) dar. Die festen Parameter sind eingezeichnet. Verfolgt man die Kurven in Abbildung (a), so ist aufgrund des lokalen Magnetfeldes eine starke Beteiligung des T_{11}^0 -Zustands am Singulett S_{11} mit variiertem Asymmetrie zu erwarten (siehe Kapitel 5.5). In der Tat, mit zunehmender Asymmetrie nimmt der Singulett-Anteil dieses Zustands bis zu einem Schwellenwert von etwa 50 % zu, vergleiche Abbildung (b). Im dargestellten Fall $B_{\text{ext}} = 0$ mT besitzen die übrigen Tripletts-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- hingegen keinen Singulett- S_{11} -Charakter. Nimmt das externe Feld zu, so werden diese Zustände an das Tripletts T_{11}^0 gekoppelt, wodurch ihre Beteiligung am S_{11} zunimmt. Gleichzeitig verlieren die Singulett-Zustände an Singulett-Charakter, vergleiche Abbildung C.1 (e). Dies ist eine Folge der vermiedenen Kreuzung der Singulett- und Tripletts-Zustände. Für größer werdendes B_{ext} entwickeln sich die Tripletts- zu den Singulett-Zuständen (und umgekehrt). Formal betrachtet sind diese Zustände die Singulett-Zustände¹, in der Berechnung werden sie jedoch mit der ursprünglichen Farbe der Tripletts-Zustände dargestellt. In diesem Zusammenhang erfordert zum Beispiel eine Bestimmung des Singulett- S_{11} -Charakters des T_{11}^+ -Zustands eine Berechnung des Minimums $\text{Min}(T_{11}^+ : S_{11}, S_{11} : S_{11})$, um den Zuwachs

¹Als Tripletts-Zustände werden hier die mit $g\mu_B B_{\text{ext}}$ aufgespalteten Zustände, deren Energie nicht explizit von Asymmetrie Δ abhängt, erfasst.

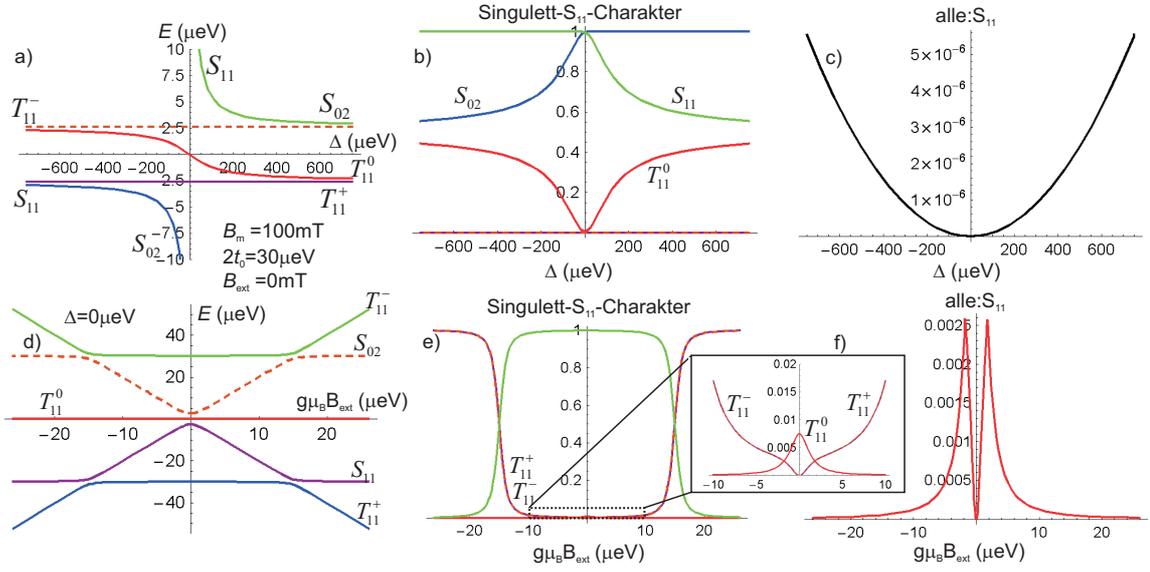


Abbildung C.1: Verlauf der Eigenzustände als Funktion der Asymmetrie Δ (a) und des externen Feldes B_{ext} (d). Der dargestellte Bereich in Abbildung (d) entspricht einem Magnetfeld von ± 1 T. Bilder (b) und (e) zeigen den Singulett-Charakter einzelner Zustände. (c) und (f) geben den minimalen Überlapp mit dem Singulett-Unterraum wieder. (Anhang: S11,S02-2t-30ueV.OPJ)

im Singulett-Charakter, der durch die vermiedene Kreuzung zustande kommt, auszuschließen. Aus diesem Grund werden bei einer Berechnung des minimalen Überlapps (alle : S_{11}) auch Elemente ($S_{11} : S_{11}$) und ($S_{02} : S_{11}$) zugefügt.

Berechnet man den minimalen Überlapp aller Zustände mit dem Singulett S_{11} , so kommen entsprechend Bilder C.1 (c) C.1 und (f) zustande. Entlang der Asymmetrie-Achse lässt sich ein klarer Anstieg an minimalem Singulett- S_{11} -Charakter beobachten, der durch die bereits erwähnte Kopplung von T_{11}^0 an S_{11} verursacht wird, vergleiche Abbildung C.1 (c). Entlang der Achse des externen Feldes B_{ext} lässt sich ein lokales Maximum beobachten (Abbildung (f)). Der rasante Anstieg um $B_{\text{ext}} = 0\text{mT}$ ist durch die gegenseitige Mischung aller Triplet-Zustände bedingt, vergleiche beigefügtes Bild in Abbildung C.1 (e). Die darauffolgende Abnahme des minimalen Überlapps ist auf die Unterdrückung des Singulett- S_{11} -Charakters des Triplet-Zustands T_{11}^0 zurückzuführen.

Oben genannter Effekt des Austauschs des Singulett-Charakters kann anhand der Abbildung C.2 veranschaulicht werden. Dargestellt ist das Termschema als Funktion der Asymmetrie Δ für zwei verschiedene Fälle $B_m \rightarrow 0\text{mT}$ und $B_m = 100\text{mT}$ (aus rechnerischen Gründen soll das B_m eine verschwindend geringe Amplitude besitzen). In Abbildung C.2 (a) ($B_m \rightarrow 0\text{mT}$) zeigt das Termschema die Zeemanaufspaltung E_Z der

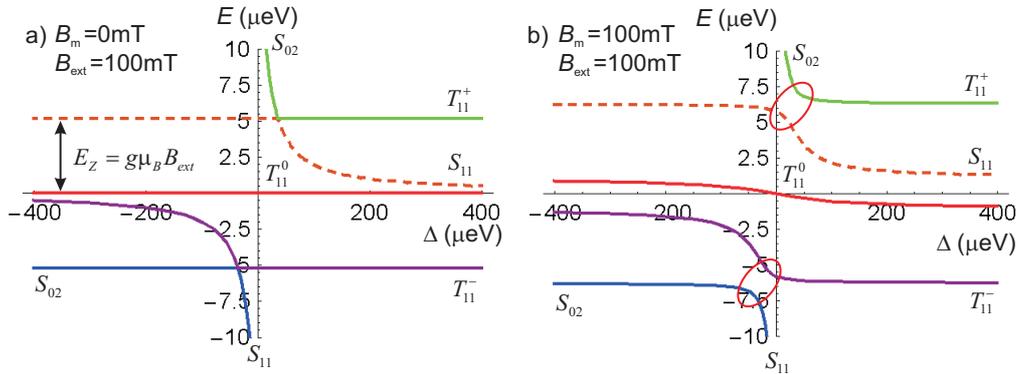


Abbildung C.2: (a) Termschema in Abwesenheit des lokalen Magnetfelds B_m . Die mit Zeemanaufspaltung energetisch getrennte Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- tauschen ihre Rollen mit den Singulett-Zuständen (gezeichnet mit roten Kreisen). (b) $B_m = 100$ mT vergrößert die Zeemanaufspaltung und verleiht dem Triplet T_{11}^0 eine Abhängigkeit von der Asymmetrie Δ . Auch hier werden die Rollen zwischen Triplet- und Singulett-Zuständen getauscht.

Triplet T_{11}^+ - und T_{11}^- -Zustände und die vermiedene Kreuzung zwischen den Singulett-Zuständen. Verfolgt man den Verlauf der einzelnen Zustände, so wird ersichtlich, dass das Triplet T_{11}^+ beispielsweise im Bereich der positiven Asymmetrie in das Singulett S_{11} übergeht und seine Energie mit zunehmender Asymmetrie Δ erniedrigt, vergleiche gezeichnete in Abbildung C.2 (a) rote Kreise. Dieses Verhalten kann im Bereiche der positiven Asymmetrie eindeutig dem Singulett S_{11} zugeschrieben werden. Die Umschaltung eines endlichen B_m -Magnetfelds in Abbildung C.2 (b) bewirkt Beimischung des T_{11}^0 -Zustands an dem Singulett- S_{11} und leicht verstärkte Zeemanaufspaltung der übrigen Triplet-Zustände. In diesem Fall resultiert die Zeemanaufspaltung aus den Beiträgen der beiden Magnetfeldern und zusätzlich verursacht der Beitrag des lokalen Magnetfelds B_m eine Verschiebung der Energie des T_{11}^0 -Zustands. Auch hier tauschen die Triplet und Singulett-Zustände ihre Rollen. Dieser Tausch der Rollen der Eigenzustände ist eine Konsequenz der in der Berechnung längs des lokalen Magnetfelds B_m ausgewählten Basis². Mit einer gestrichelten Ellipse ist eine vermiedene Kreuzung zwischen T_{11}^- und S_{11} angedeutet, die zu verstärkten dynamischen Wechselwirkung und Aufbau einer Kernpolarisation führt, vergleiche Kapitel 7.4.

Führt man die Berechnungen für beide Parameter Δ und B_{ext} aus, so kommt Abbildung C.3 zustande. In diesen Berechnungen wird der Singulett- S_{11} -Charakter aller

²In Anwesenheit des lokalen Magnetfelds B_m bilden die Triplet-Zustände $|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle$ und $|\downarrow_1, \uparrow_2\rangle$ die Eigenzustände. Die letzten sind ein Teil der im Abschnitt 5.4.2 definierten Zustände, was sie untereinander mischt.

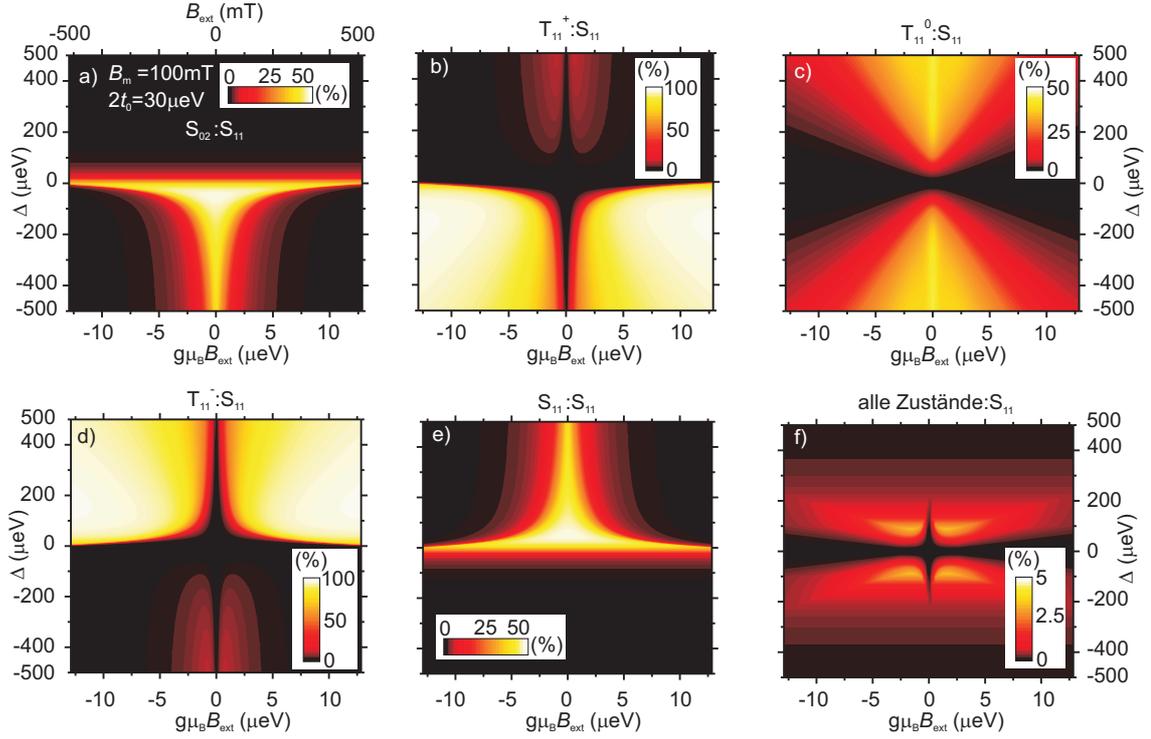


Abbildung C.3: (a-e) Beteiligung einzelner Zustände am Singulett S_{11} . Die verwendete Schreibweise $S_{02} : S_{11}$ bedeutet beispielhaft die Beimischung des Singulett-Zustands S_{02} am S_{11} . (f) Minimaler Überlapp aller Zustände am Singulett S_{11} . (Anhang: S11-2t-30ueV.OPJ)

Zustände separat und als Minimum unter allen Zuständen berechnet. Diese Darstellung ist für die in Kapitel 7.4.1 vorgenommene Interpretation der Messdaten sehr nützlich. Sie erlaubt einen direkten Vergleich zwischen der Messung und der Modellierung und ermöglicht eine Identifizierung der am Transport beteiligten Zustände. Diese Beteiligung einzelner Zustände ist für die beiden Singulett-Zustände eine stark abhängige Funktion des externen Magnetfeldes, vergleiche Abbildung C.3 (a) und (e). Für $|B_{\text{ext}}| < 1 \mu\text{eV}$ geht, wie erwartet, der eine Singulett-Zustand in den anderen über. Nimmt das externe Feld weiter zu (ab), so verlieren diese Zustände ihren Singulett-Charakter zugunsten des T_{11}^+ -Triplet-Zustands (positive Asymmetrie) und des T_{11}^- -Zustands für negative Asymmetrie. Demzufolge koppeln diese zwei Triplet-Zustände sehr stark am Singulett S_{11} im genannten Bereich der Asymmetrie Δ und des externen Magnetfeldes B_{ext} , vergleiche Abbildung C.3 (b) und C.3 (d). Die in Abbildung C.3 (f) dargestellte Beteiligung aller Zustände am Singulett S_{11} wird formal als minimaler Beitrag unter allen Zuständen für jeden Punkt in der $\Delta - B_{\text{ext}}$ -Ebene berechnet. Der explizite Befehl lautet hier

mat =

```
Table[{wz, Del, Min[{Abs[w1.e4]^2, Abs[w2.e4]^2, Abs[w3.e4]^2, Abs[w4.e4]^2,
Abs[w5.e4]^2}]}, {wz, -12.9, 12.9, 0.25}, {Del, -500, 500, 2}];
```

wobei wz für das B_{ext} und Del für die Asymmetrie Δ steht. Die Bezeichnung der Zustände ist folgende: $w1 = S_{11}$, $w2 = T_{11}^-$, $w3 = T_{11}^0$, $w4 = T_{11}^+$ und $w5 = S_{02}$. Die Eigenvektoren $e4 = S_{11}$ und $e5 = S_{02}$ spannen den Singulett-Unterraum auf. Dieser Befehl berechnet einen Datensatz Namens mat, der mit weiteren Befehlen abgespeichert oder dargestellt werden kann.

Führt man die gleichen Berechnungen für den Überlapp mit dem Singulett S_{02} durch, so kommt Abbildung C.4 zustande. Betrachtet man diese Berechnungen, so lässt sich

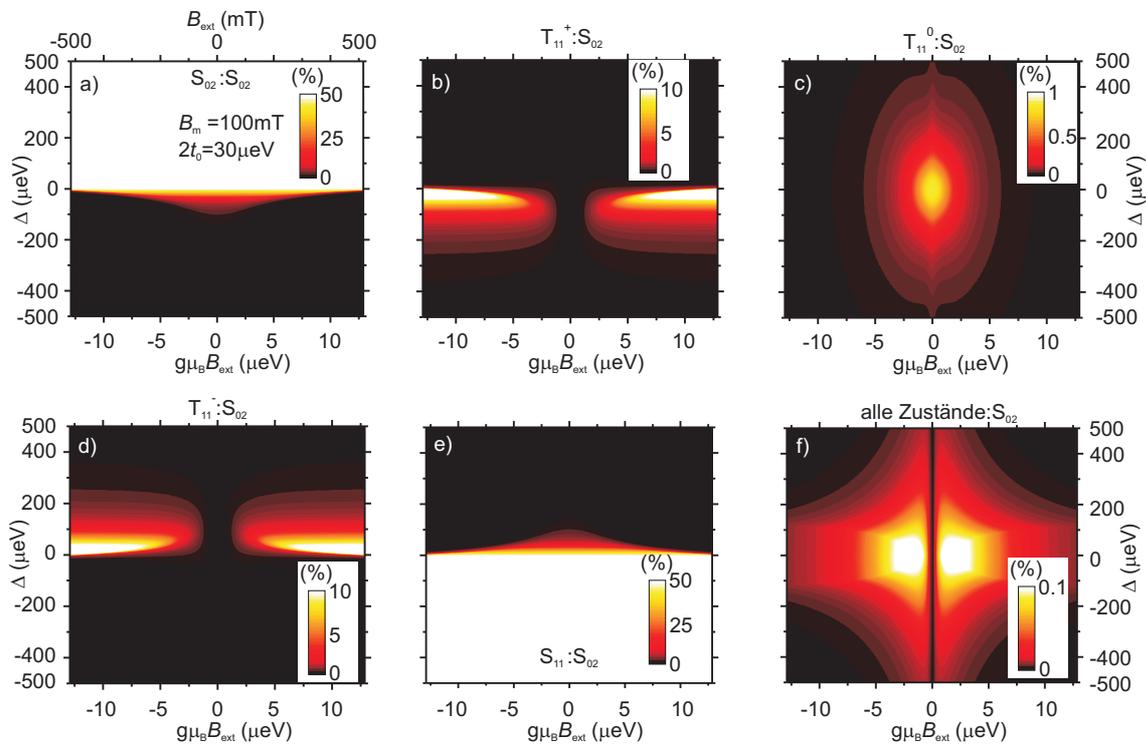


Abbildung C.4: (a-e) Beteiligung einzelner Zustände am Singulett S_{02} . Beschriftung wie im Text eingeführt. (f) Minimaler Überlapp aller Zustände am Singulett S_{02} . (Anhang: S02-2t-30ueV.OPJ)

die Beteiligung einzelner Zustände am Singulett S_{02} als Funktion von Δ und B_{ext} verfolgen. Die Beteiligung der beiden Singulett-Zustände ändert sich, wie erwartet, stark für kleine Asymmetrie, wenn der Zustand S_{11} in den S_{02} übergeht (und umgekehrt), vergleiche Abbildung (a) und (e). Das lokale Magnetfeld B_m bricht jedoch diese klare Trennung im Bereich $|B_{\text{ext}}| < 5 \text{ μeV}$ und eine endliche Beteiligung für

negative (S_{11}) und positive (S_{02}) Asymmetrie kann beobachtet werden. Die magnetfeldabhängigen Triplet-Zustände T_{11}^+ und T_{11}^- besitzen endlichen Singulett-Charakter für positive (T_{11}^+) und negative (T_{11}^-) Asymmetrie Δ und endliches Magnetfeld B_{ext} . Im Bereich $|g\mu_B B_{\text{ext}}| = 2 \mu\text{eV}$ besitzen diese Zustände keinen Singulett-Charakter für alle Werte der Asymmetrie, so dass in einer Messung eine Unterdrückung des dadurch entstandenen Leckstroms in diesem Bereich der Magnetfelder erwartet wird. Die Beteiligung des T_{11}^0 -Zustands am Singulett S_{02} erreicht ein Maximum für $\Delta = B_{\text{ext}} = 0$ und nimmt mit zunehmenden (abnehmenden) Δ und B_{ext} ab, vergleiche Bild C.3 (c). Berechnet man den minimalen Überlapp aller Zustände, so kommt Bild C.4 (f) zustande. Hier erreicht der maximale Überlapp einen maximalen Wert von nur 0.1%. Diese Beteiligung aller Zustände am Singulett S_{02} wird im Bereich kleiner Asymmetrie am stärksten vom Überlapp des Triplet T_{11}^0 mit dem Singulett S_{02} beeinflusst. Für größere (kleinere) Asymmetrie wird dieser Überlapp sehr stark durch die sehr geringe Beteiligung der beiden Singulett-Zustände unterdrückt.

C.2 Simulationscode

```

EE = IdentityMatrix[5];
(* the five basis states T+, T0, T-, S11, S02 in m-basis *)
e1 = EE[[1]];
e2 = EE[[2]];
e3 = EE[[3]];
e4 = EE[[4]];
e5 = EE[[5]];
(* Bell state: mapped to T0 by B_orth *)
ePhi = (e1+e3)/Sqrt[2];
(* TENSOR PRODUCTS *)
Kr[A_, B_] := Outer[Times, A, Conjugate[B]]; (* Pure states to Density operators *)
VKr[A_, B_] := Flatten[Kr[A, Conjugate[B]]]; (* Tensor product for state vectors *)
MKr[A_, B_] := Partition[Flatten[Transpose[Kr[A, Conjugate[B]], {1, 3, 2, 4}]],
  Length[Transpose[A]]*Length[Transpose[B]]];
M[A_] := A // MatrixForm (* local magnetic Hamiltonian *)
Hm=wm*(Kr[e1,e1]-Kr[e3,e3]+Kr[e2,e4]+Kr[e4,e2]);
M[Hm] (* electronic Hamiltonian *)
(* He=Del*(Kr[e4,e4]-Kr[e5,e5])+tu*(Kr[e4,e5]+Kr[e5,e4]); *)
(* the above term does not reflect the effect of bias on the triplets;
  I think we should use instead: *)
He=Del*(-2*Kr[e5,e5])+tu*(Kr[e4,e5]+Kr[e5,e4]); M[He]
(* external magnetic Hamiltonian *)
Hz0=2*Cos[theta]*(Kr[e1,e1]-Kr[e3,e3])+2*
  Sin[theta]*(Kr[ePhi,e2]+Kr[e2,ePhi]);

```

```

M[Hz0]
(* total Hamiltonian *) H =Hm+He+wz*Hz0; M[H]
(* orthogonal fields *) M[H/.{theta\[Rule]Pi/2}]
(* parallel fields *) M[H/.{theta\[Rule]0}]
(* choose actual angle between fields *) theta0 = 0.8*Pi/2
M[N[H/.{theta\[Rule]theta0}]]
(* eigenvalues and eigenvectors are not very transparent in general *)
evs=Eigenvalues[H/.{theta\[Rule]theta0}];
es=Eigensystem[H/.{theta\[Rule]theta0}];
(* pick numbers in mueV to make plots *)
rwm = 5; (* corresponds to 200mT *)
rtu = 200;
rDel = 0;
rH = H/.{wm\[Rule]rwm,tu\[Rule]rtu, Del\[Rule]rDel};
M[N[rH]] M[N[rH/.{theta\[Rule]theta0}]]
(*****) (* plots as function of Ez *)
revs =Eigenvalues[rH/.{theta\[Rule]Pi/2}];
Plot[{revs[[1]],revs[[2]],revs[[3]],revs[[4]],revs[[5]]},{wz,-120,120},
  PlotStyle\[Rule]{{Hue[0.3]},{Hue[0.4]},{Hue[0.5]},{Hue[0.6]},{Hue[0.7]}}},
  PlotLabel\[Rule]"level scheme (Em=5, \[CapitalDelta]=0, t=100,
  \[Theta]=\[Pi]/2)", AxesLabel\[Rule]{Ez,""}]
M[rH/.{theta\[Rule]0}]
{eVals,eVecs} =
  Eigensystem[{{0,0,2.5,0},{0,-2.5-2*wz,0,0},{2.5,0,10,5},{0,0,5,-10}}];
v1 = eVecs[[1]]/Norm[eVecs[[1]]];
v2 = eVecs[[2]]/Norm[eVecs[[2]]];
v3 = eVecs[[3]]/Norm[eVecs[[3]]];
v4 = eVecs[[4]]/Norm[eVecs[[4]]];
v5 = eVecs[[5]]/Norm[eVecs[[5]]];
Plot[Min[{Abs[v1.e5]^2,Abs[v2.e5]^2,Abs[v3.e5]^2,Abs[v4.e5]^2,
  Abs[v5.e5]^2}],{wz,-20,20}]
Eigensystem[rH/.{theta\[Rule]0}]
(* determining the character of the eigenstates *)
(* in terms of the m-direction triplet and Singulett states *)
(* B field at 90° angle *)
{eVals,eVecs} =
Eigensystem[rH/.{theta\[Rule]Pi/2}];
(* compute the normalized eigenvectors *)
v1 = eVecs[[1]]/Norm[eVecs[[1]]];
v2 = eVecs[[2]]/Norm[eVecs[[2]]];
v3 = eVecs[[3]]/Norm[eVecs[[3]]];
v4 = eVecs[[4]]/Norm[eVecs[[4]]];

```

```

v5 = eVecs[[5]]/Norm[eVecs[[5]]];
'\!\(\*SuperscriptBox["Null", "\[Prime]",MultilineFunction->None]\)
(* plot the overlap with the localized Singulett *)
(* the idea being, that the current in the given state
  should be proportional to this overlap \with the localized state *)
Plot[Abs[v1.e5]^2,{wz,-20,20}]
Plot[Abs[v2.e5]^2,{wz,-20,20}] Plot[Abs[v3.e5]^2,{wz,-20,20}]
Plot[Abs[v4.e5]^2,{wz,-20,20}] Plot[Abs[v5.e5]^2,{wz,-20,20}]
(* plot the minimal overlap with the localized Singulett *)
(* this characterizes the "bottleneck" since electrons
  will accumulate in the \ "least conducting" state:
  parameter ranges where this minimum is small
  should represent spin-blocked regions *)
Plot[Min[{Abs[v1.e5]^2,Abs[v2.e5]^2,Abs[v3.e5]^2,Abs[v4.e5]^2,
  Abs[v5.e5]^2}],{wz,-20,20}]
(* if the incoherent process which leads to conduction is mainly a
  relaxation \ S11 \[Rule] S02 followed by further incoherent processes
  then we should look at the \overlap with S11 and S02 instead *)
(* or we should eliminate the localized Singulett
  and work in a 4-dim subspace, which I have not done so far*)
Plot[Abs[v1.e4]^2+Abs[v1.e5]^2,{wz,-20,20}]
Plot[Abs[v2.e4]^2+Abs[v2.e5]^2,{wz,-20,20}]
Plot[Abs[v3.e4]^2+Abs[v3.e5]^2,{wz,-20,20}]
Plot[Abs[v4.e4]^2+Abs[v4.e5]^2,{wz,-20,20}]
Plot[Abs[v5.e4]^2+Abs[v5.e5]^2,{wz,-20,20}]
(* plot minimal overlap with 2d Singulett-subspace *)
Plot[Min[{Abs[v1.e4]^2+Abs[v1.e5]^2,Abs[v2.e4]^2+Abs[v2.e5]^2,
  Abs[v3.e4]^2+Abs[v3.e5]^2,Abs[v4.e4]^2+Abs[v4.e5]^2,
  Abs[v5.e4]^2+Abs[v5.e5]^2}],{wz,-10,10}]
(* look at B-field at 45° angle *)
{eVals,eVecs} = Eigensystem[rH/.{theta\[Rule]Pi/4}];
v1 = eVecs[[1]]/Norm[eVecs[[1]]];
v2 = eVecs[[2]]/Norm[eVecs[[2]]];
v3 = eVecs[[3]]/Norm[eVecs[[3]]];
v4 = eVecs[[4]]/Norm[eVecs[[4]]];
v5 = eVecs[[5]]/Norm[eVecs[[5]]];
Plot[Min[{Abs[v1.e5]^2,Abs[v2.e5]^2,Abs[v3.e5]^2,Abs[v4.e5]^2,
  Abs[v5.e5]^2}],{wz,-20,20}]
Plot[Min[{Abs[v1.e4]^2+Abs[v1.e5]^2,Abs[v2.e4]^2+Abs[v2.e5]^2,
  Abs[v3.e4]^2+Abs[v3.e5]^2,Abs[v4.e4]^2+Abs[v4.e5]^2,
  Abs[v5.e4]^2+Abs[v5.e5]^2}],{wz,-20,20}]
(* man koennte auch 2 Parameter,

```

```

z.B. detuning Del und globales B-Feld wz variieren *)
r2H= H/.{wm\[Rule]rwm,tu\[Rule]rtu};
{eVals,eVecs} = Eigensystem[r2H/.{theta\[Rule]Pi/2}];
(* compute the normalized eigenvectors *)
w1 = eVecs[[1]]/Norm[eVecs[[1]]];
w2 = eVecs[[2]]/Norm[eVecs[[2]]];
w3 = eVecs[[3]]/Norm[eVecs[[3]]];
w4 = eVecs[[4]]/Norm[eVecs[[4]]];
w5 = eVecs[[5]]/Norm[eVecs[[5]]];
Plot3D[Min[{Abs[w1.e5]^2,Abs[w2.e5]^2,Abs[w3.e5]^2,Abs[w4.e5]^2,
Abs[w5.e5]^2}],{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Min[{Abs[w1.e5]^2+Abs[w1.e4]^2,Abs[w2.e5]^2+Abs[w2.e4]^2,
Abs[w3.e5]^2+Abs[w3.e4]^2,Abs[w4.e5]^2+Abs[w4.e4]^2,
Abs[w5.e5]^2+Abs[w5.e4]^2}],{wz,-20,20},{Del,2,20},PlotPoints\[Rule]40]
Plot3D[Abs[w1.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w2.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w3.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w4.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w5.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]

r2H= H/.{wm\[Rule]rwm,tu\[Rule]rtu};
{eVals,eVecs} = Eigensystem[r2H/.{theta\[Rule]Pi/4}];
(* compute the normalized eigenvectors *)
w1 = eVecs[[1]]/Norm[eVecs[[1]]];
w2 = eVecs[[2]]/Norm[eVecs[[2]]];
w3 = eVecs[[3]]/Norm[eVecs[[3]]];
w4 = eVecs[[4]]/Norm[eVecs[[4]]];
w5 = eVecs[[5]]/Norm[eVecs[[5]]];
Plot3D[Min[{Abs[w1.e5]^2,Abs[w2.e5]^2,Abs[w3.e5]^2,Abs[w4.e5]^2,
Abs[w5.e5]^2}],{wz,-20,20},{Del,2,20},PlotPoints\[Rule]40]
Plot3D[Min[{Abs[w1.e5]^2+Abs[w1.e4]^2,Abs[w2.e5]^2+Abs[w2.e4]^2,
Abs[w3.e5]^2+Abs[w3.e4]^2,Abs[w4.e5]^2+Abs[w4.e4]^2,
Abs[w5.e5]^2+Abs[w5.e4]^2}],{wz,-20,20},{Del,2,20},PlotPoints\[Rule]40]
Plot3D[Min[{Abs[w1.e5]^2+Abs[w1.e4]^2,Abs[w2.e5]^2+Abs[w2.e4]^2,
Abs[w3.e5]^2+Abs[w3.e4]^2,Abs[w4.e5]^2+Abs[w4.e4]^2,
Abs[w5.e5]^2+Abs[w5.e4]^2}],{wz,-10,10},{Del,2,20},PlotPoints\[Rule]40]
Plot3D[Abs[w1.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w2.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w3.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w4.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]
Plot3D[Abs[w5.e5]^2,{wz,-20,20},{Del,2,20}]

```

D Messungen am Dreieck T3. rf-Anregung gemessen am Dreieck T2

D.1 Messungen am Dreieck T3

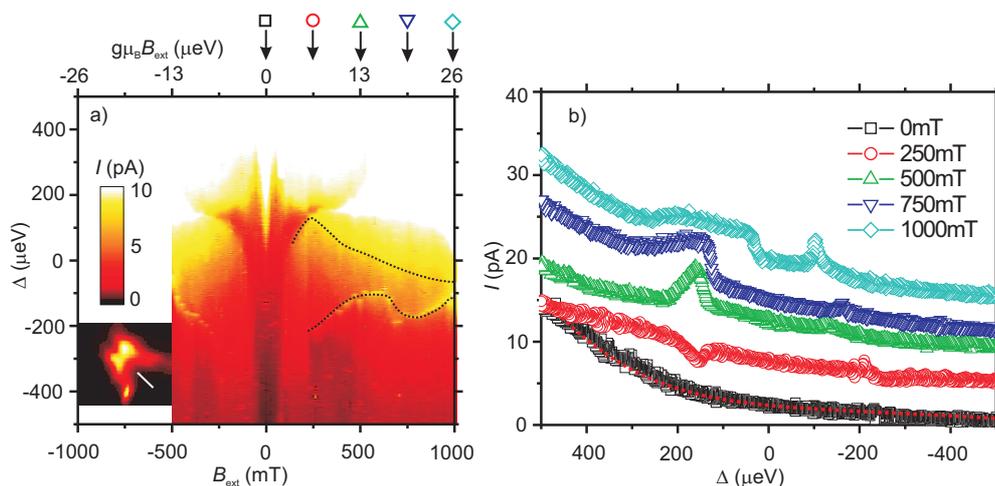


Abbildung D.1: (a) Aufnahme des Stroms als Funktion von Δ und B_{ext} entlang des weißen Strichs in kleiner Abbildung links. (b) Ausgewählte Spuren aus Abbildung (a), die einzelnen Spuren sind um einen Wert von 6 pA verschoben. Mit gepunkteter Linie ist der durch Prozesse höherer Ordnung bedingte Stromanstieg angedeutet. (Nanomagnet: Auswertung-T3.OPJ)

Kapitel 7 befasst sich überwiegend mit einer Betrachtung der Stromdreiecke T1 und T2 unter endlichen Vorspannungen in einem externen Magnetfeld B_{ext} . Es wird gezeigt, dass in den beiden benachbarten Dreiecken die Spinblockade beobachtet werden kann, vergleiche Kapitel 7.3 und Abbildung 7.3. Diese Beobachtung lässt sich überhaupt nicht mit dem einfachen Modell der sequentiellen Auffüllung der elektronischen Spins in Einklang bringen. Um diesem Effekt genauer nachzugehen, soll jetzt

eine Messung am Dreieck T3 im externen Magnetfeld B_{ext} und bei variierender Asymmetrie Δ durchgeführt werden. Dieses Dreieck befindet sich rechts vom Dreieck T2, und nach den einfachen Regeln der sequentiellen Auffüllung wird die Spinblockade in diesem Dreieck T3 erwartet. Die Messung erfolgt wie in Kapitel 7.4.1 beschrieben: die Asymmetrie Δ wird in Richtung positiverer Werte variiert und das externe Magnetfeld B_{ext} in Schritten geändert.

Die Messung entlang der Δ -Achse als Funktion von B_{ext} zeigt einen Leckstrom, dessen Stärke und Verteilung stark von beiden Parametern abhängt, vergleiche Abbildung D.1 (a). Diese Messung ist um die Magnetfeldachse B_{ext} symmetrisch, was ein weiterer Indikator für die Orthogonalität der Magnetfelder B_{ext} und B_{m} ist. In Abbildung D.1 (b) sind ausgewählte Spuren aus Abbildung (a) dargestellt; die einzelnen Spuren sind um einen konstanten Wert von 6 pA verschoben. Aufgrund der im Vergleich zum Dreieck T2 stärkeren Tunnelkopplung zu den Zuleitungen machen sich Tunnelprozesse höherer Ordnung als erhöhter Hintergrundstrom bemerkbar, siehe gestrichelte Linie in Abbildung (b). Abgesehen von diesem Beitrag sind weitere Merkmale sehr auffällig: eine Ausbildung eines breiten Maximums nahe $\Delta = 0$ wird offensichtlich verhindert. Zudem bilden sich lokale Strommaxima in Form von rasanten Stromanstiegen aus. Die gepunkteten Linien in Abbildung D.1 (a) deuten den Verlauf dieser starken Stromänderungen an. Diese Änderungen lassen auf eine kernfeldbedingte Dynamik rückschließen. Diese rasanten Stromänderungen für ausgewählte Spuren bringt die Abbildung D.1 deutlich zum Vorschein. Die theoretischen Berechnungen des Singulett-Charakters der einzelnen Zustände können das gemessene Muster im Leckstrom nicht reproduzieren. Hier wäre eine tiefere Analyse in Hinsicht auf mögliche weitere Effekte notwendig, die hier aber aus zeitlichen Gründen nicht erfolgen kann. Zu diesen weiteren Effekten zählt eine Änderung des energetischen Verlaufs der Eigenzustände mit erhöhter Anzahl an den in DQD gefangenen Elektronen.

D.2 rf-Anregung

Zum Abschluss der Untersuchung der dynamischen Wechselwirkung erfolgen Messungen unter rf-Anregung. Dazu wird ein Frequenzgenerator *Agilent 83650B* an Gatter gL mittels eines Leistungskombinierers *Lucas Weinschel 1515* angeschlossen und gibt eine CW-Welle bei gegebener Leistung (gemessen am Frequenzgenerator) aus. Die Frequenz der eingestrahlten Leistung ist dabei auf die Resonanz des elektronischen Spins abgestimmt $f = g\mu_{\text{B}}B_{\text{ext}}/(2\pi\hbar)$. Erfolgt ein durch die eingestrahlte Leistung bedingter Spinflip des Elektrons, so soll die Spinblockade aufgehoben werden und ein Anstieg im Strom beobachtet werden. Diese einfache Vorstellung wird in diesem Fall durch weitere Prozesse erkompliziert: die eingestrahlte Welle stellt dem DQD Photonen zur Verfügung, die den elektronischen Transport über höhere elektronische Zustände ermöglichen. Die Messung am Dreieck T2 erfolgt zunächst als Funktion der Gatterspannungen V_{gL} und V_{gR} , danach folgt eine Untersuchung von Leistungsabhängigkeit

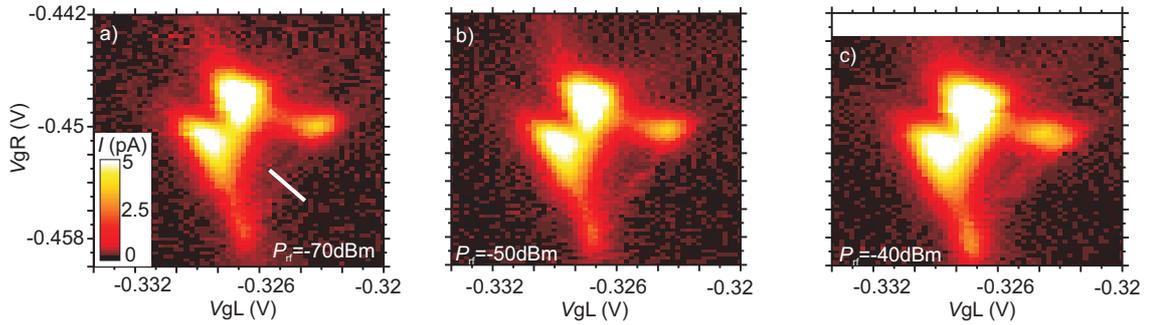


Abbildung D.2: Aufnahme des Dreiecks T2 als Funktion der eingespeisten Leistung bei einer Frequenz von 2.5 GHz, $B_{\text{ext}} = 500$ mT. Farbkodierte Strommessung, die Gatter gL und gR werden gegeneinander verfahren. (a) $P_{\text{rf}} = -90$ dBm. Kein Einfluss der Mikrowelle kann festgestellt werden. (b) und (c) $P_{\text{rf}} = -50$ dBm und $P_{\text{rf}} = -40$ dBm. Im Bereich der Spinblockade steigt der Strom mit zunehmender Leistung an. (Nanomagnet: RF-gC-680mV.OPJ)

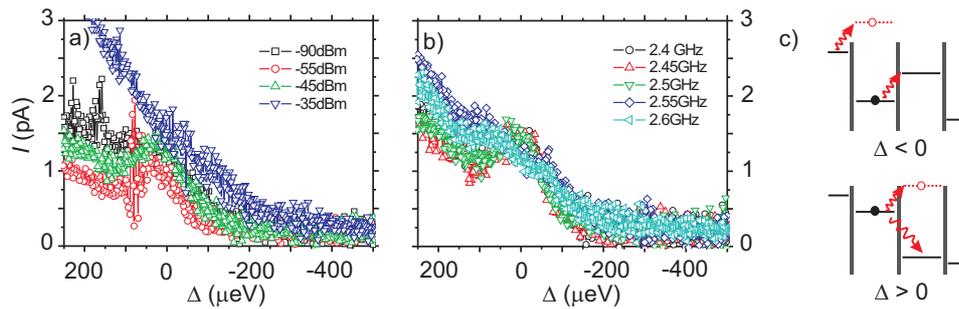


Abbildung D.3: Spuren entlang der Δ -Achse als Funktion der Anregeleistung (a) und Anrefrequenz (b). Die Messung erfolgt längst des weißen Strichs in Abbildung D.2 (a). (c) Schematische Zeichnung des photonenunterstützten Transportes. (Nanomagnet: RF-gC-680mV.OPJ)

und Frequenzabhängigkeit entlang der Δ -Achse. Ergebnisse der Messungen am Dreieck T2 als Funktion der eingespeisten Leistung sind in Abbildung D.2 dargestellt. Nimmt die eingespeiste Leistung zu, so lässt sich ein erhöhter Strom am ganzen Dreieck beobachten. Der Leckstrom im Bereich der Spinblockade nimmt ebenfalls zu. Um dem erhöhten Strom im Bereich der Spinblockade genauer nachzugehen, werden nun die Leistungsabhängigkeit und Frequenzabhängigkeit untersucht. Die Messung erfolgt entlang der Δ -Achse längs des weißen Strichs, vergleiche Abbildung D.2. Die Ergebnisse sind in Abbildung D.3 dargestellt.

Mit zunehmender Leistung kommen inelastische Prozesse klar zum Vorschein, vergleiche Abbildung (a). Ab einem Schwellwert von $P_{\text{rf}} = -45$ dBm gewinnen photonenunterstützte Prozesse die Oberhand und der Strom steigt etwa linear an. Dieser Anstieg geschieht bei negativer Asymmetrie bereits ab einem Schwellwert von etwa $200 \mu\text{eV}$, was eine grobe Abschätzung der Energieaufnahme in diesem Bereich liefert. Setzt man die Leistung auf $P_{\text{rf}} = -55$ dBm und variiert die Frequenz der Anregung, so kommt das Bild (b) zustande. Dargestellt sind ausgewählte Spuren im Frequenzfenster von 2.4...2.6 GHz. Die sehr schwache Frequenzabhängigkeit des Stroms schließt eine kohärente Drehung des elektronischen Spins aus. Die Literatur liefert hier eine Breite des Elektron-Spin-Resonanz von 30 MHz [15]. Um die photonenunterstützte Prozesse zu unterdrücken, eine Anwendung eines speziellen Messschema notwendig ist [15]. Kurz vor Einstrahlung der Mikrowelle wird ein Kontrollgatter des DQDs um einige Millivolt negativer gemacht. Dies drückt das zu drehende Elektron tief unter das chemische Potential der Zuleitung und unterdrückt somit den photonenunterstützten Strom. Dieses Schema wurde durch den Autor dieser Arbeit ausprobiert, konnte aber angesichts der knappen Zeit nicht erfolgreich abgeschlossen werden.

Danksagung

Viele Menschen haben mich während der vergangenen Jahre unterstützt und zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Insbesondere schulde ich diesen Personen Dank:

Jörg Kotthaus. Danke für die Möglichkeit, an deinem Lehrstuhl meine Doktorarbeit durchführen zu dürfen. Es war sehr spannend, sich mit einem Thema zu beschäftigen, das sich mit großer Physik in kleinen Dimensionen befasst.

Stefan Ludwig. Danke für die unermüdliche Betreuung dieser Arbeit, für Geduld und Unterstützung.

Stephan Manus. Danke nicht nur für unzählige Hilfestellungen bei der messtechnischen Entwicklung, sondern vor allem für den Beistand und aufbauende Gespräche. Ohne Deine Hilfe wäre das Kapitel 6 nicht entstanden. Es war immer eine große Freude, mit dir zusammen arbeiten zu können.

Martina Jüttner, Bert Lorenz. Danke. Vor allem für das Zusammenhalten des Lehrstuhls sowie für die unendlich große Hilfsbereitschaft.

Phillip Altpeter, Alexander Paul und Reinhold Rath. Dem Reinraumteam schulde ich ganz besonderen Dank. Danke für die alltägliche Unterstützung bei den Reinraumtätigkeiten. Vor allem aber für die Freundschaft, den nüchternen und objektiven Blick, der mich mehrmals vor dem pechschwarzen Blick in die Zukunft gerettet hat.

Pit Kiermaier und Wolfgang Kurpas. Danke für Versorgung mit dem Lebenselixier in Form von flüssigem Stickstoff und Helium. Danke auch für sehr interessante Gespräche, die über dem physikalischen Horizont hinaus reichten.

Jürgen Aust und Thomas Großhauser und den Mitarbeitern der Werkstatt. Danke für das sehr schöne und angenehme Zusammenspiel.

Clemens, Daniel H., Daniel S., Daniela, Georg, Jose, Johannes und Michael. Danke für geteilte Freude und geteiltes Leid. Ganz speziellen Dank schulde ich dem Quantendot-Team für die alltägliche Unterstützung und den sehr produktiven Erfahrungsaustausch.

Alex, Daniel H., Daniel K., Daniel S., Daniela, Martin und Georg. Danke für die angenehme Atmosphäre im lässigsten Doktorandenzimmer der Welt.

Daniel Schröer. Danke Daniel für die Freundschaft, Ermutigung in Momenten der Verzweiflung und Korrektur dieser Arbeit.

Philipp Altpeter. Danke Philipp für den Beistand, Hilfsbereitschaft die sich weit über dem Arbeitsplatz ausstreckte und unermüdliche Korrektur dieser Arbeit.

Quirin Unterreithmeier. Danke Kirin für den immer objektiv harten Weltblick. Deinem Kind, dem Labmaster, Danke für die Erfassung der Messdaten.

Geza Giedke. Für die unermüdliche theoretische Unterstützung und Bereitschaft, immer wieder die gleichen Fragen zu beantworten.

Ulrich Graf. Für die sehr freundliche Unterstützung und die Beteiligung an Kapitel 6 und Anhang B. Der ganzen **RuD Mannschaft** Danke für die sehr freundliche Aufnahme am neuen Arbeitsplatz.

Manfred Heinemann. Für das Gefühl bedingungsloser Unterstützung und für das Zuhören.

Meiner Familie. Danke für die Bindung zur echten Welt.

Joanna. Diese Arbeit ist meiner Frau Joanna gewidmet. Dziękuję za niewyczerpującą miłość i wiara w najczarniejszych godzinach.

Lebenslauf

Dawid Kupidura, geboren am 11. September 1979 in Wągrowiec in Polen, verheiratet

Berufserfahrung

seit 01/04/2009 Entwicklungsingenieur für die Entwicklung von Satellitenwanderfeldröhren, Fa. Thales Electron Devices GmbH Ulm

Studium

08/2005 - 03/2009 Doktorand an der Ludwig-Maximilian-Universität, Sektion Physik, Lehrstuhl für experimentelle Halbleiterphysik unter Leitung von Prof. J. P. Kotthaus in der Gruppe von PD. Dr. Stefan Ludwig

09/2003 - 02/2005 Diplomarbeit an der Universität Hannover im Institut für Festkörperphysik unter Leitung von Prof. R. J. Haug. Thema: Fabrication and transport investigations on quantum dots. Akademischer Grad: Dipl. - Phys.

09/1999 - 09/2002 Physikstudium an der Adam Mickiewicz Universität in Posen

Schule

09/1994 - 09/1999 Fünfstufiges Mechanisches Technikum in Wągrowiec. Abschlussarbeit: Aufbau einer hydraulischen Trennmaschine. Abschlussprüfung im Beruf Mechaniker in der Spezialität spanabhebende Fertigung mit der Gesamtnote: sehr gut. Abitur mit der Gesamtnote: sehr gut

09/1986 - 09/1994 Grundschule in der Kolejowa Strasse, Wągrowiec.

Veröffentlichungen

2009 J. Sailer *et. al.* A Schottky top-gated two-dimensional electron system in a nuclear spin free Si/SiGe heterostructure. Phys. Status Solidi, RRL **3**, No. 2, 61 (2009)

2006 D. Kupidura *et. al.* Probing a Kondo-Correlated Quantum Dot with Spin Spectroscopy. Phys. Rev. Lett. **96**, 046802 (2006)

Auszeichnungen und Stipendien

09/2003 - 09/2004 Stipendiat an der Universität Hannover

1999 Erster Platz auf der regionalen Stufe im Wettbewerb Techniker 99.

1998/99 Zweiter Platz auf der regionalen Stufe im Team-Wettbewerb Wissen über Erfindung.

1997-1999 Stipendium des polnischen Ministerpräsidenten für besonders begabte Schüler (erste und zweite Ausschreibung).

Literaturverzeichnis

- [1] U. Banin et al., Nature **400**, 542 (1999).
- [2] H. Drexler et al., Phys. Rev. Lett. **73**, 2252 (1994).
- [3] S. Tarucha et al., Phys. Rev. Lett. **84**, 2485 (2000).
- [4] L. P. Kouwenhoven et al., Reports on Progress in Physics **64**, 701 (2001).
- [5] R. Hanson et al., ArXiv:cond-mat **0610433**, 1 (2006).
- [6] C. W. J. Beenakker et al., Phys. Rev. B **44**, 1657 (1991).
- [7] M. A. Kastner et al., Physics Today **46**, 201 (1993).
- [8] M. Field et al., Phys. Rev. Lett. **70**, 1311 (1993).
- [9] S. Tarucha, Phys. Rev. Lett. **77**, 3613 (1996).
- [10] S. Sasaki et al., Nature **405**, 764 (2000).
- [11] D. Goldhaber-Gordon et al., Nature **391**, 156 (1998).
- [12] D. Kupidura et al., Phys. Rev. Lett. **96**, 046802 (2006).
- [13] R. Schuster et al., Nature **385**, 417 (1997).
- [14] T. Hayashi et al., Phys. Rev. Lett. **61**, 226804 (2003).
- [15] F. H. L. Koppens et al., Nature **442**, 766 (2006).
- [16] J. R. Petta et al., Science **309**, 2180 (2005).
- [17] T. Fujisawa et al., Science **419**, 278 (2002).
- [18] A. C. Johnson et al., Nature **435**, 925 (2005).
- [19] J. Sailer et al., Physica Status Solidi **2**, 61 (2009).
- [20] H. Christ et al., ArXiv:cond-mat **0611438**, 1 (2006).

- [21] A. K. Hüttel et al., Phys. Rev. B **69**, 073302 (2004).
- [22] nextnano3, *Ausgliederung des Walter Schottky Institutes an der Technischen Universität München* (3D nanodevice simulator, www.nextnano.de, stefan.birner@nextnano.de).
- [23] F. Pobell, *Matter and Methods at Low Temperatures* (Springer-Verlag Berlin, 1992).
- [24] D. Schröer, *private Mitteilung* (kalibrations Experimente am TLM 400 System, 2004).
- [25] F. H. Koppens, *private Mitteilung* (Sonderseminar des Lehrstuhls, 2006).
- [26] D. Schröer, *Tunnelgekoppelte Doppel- und Tripelquantenpunkte auf GaAs im Bereich niedriger Besetzungszahlen* (Dissertation der Fakultät Physik der LMU München, 2007).
- [27] W. Gödel, *Einzelelektronentunneln in quasi-linearen Elektroneninseln und unter zeitveränderlichen Feldern* (Dissertation der Fakultät Physik der LMU München, 1992).
- [28] Ch. Buizert et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 226603 (2009).
- [29] H. Meinke und F. W. Gundlach, *Taschenbuch der Hochfrequenztechnik* (Springer Verlag Berlin, 1956).
- [30] S. Datta, *Electronic Transport in Mesoscopic Systems* (Cambridge University Press, 2002).
- [31] D. Wharam et al., **21**, 209 (1988).
- [32] V. S. Khrapai et al., Phys. Rev. Lett. **97**, 176803 (2006).
- [33] V. S. Khrapai et al., Physica E **40**, 995 (2007).
- [34] D. Taubert et al., Phys. Rev. Lett. **100**, 176805 (2008).
- [35] L. P. Kouwenhoven et al., *Electron Transport in Quantum Dots. In Proceedings of the NATO Advanced Study Institute on Mesoscopic Electron Transport.* (Kluwer Series, 1997).
- [36] C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991).
- [37] W. van der Wiel, *Electron transport and coherence in semiconductor quantum dots and rings* (Dissertation der Fakultät Physik der TU Delft, 2002).

- [38] A. K. Hüttel et al., *Physica E* **34**, 488 (2006).
- [39] A. C. Johnson et al., *Phys. Rev. B* **72**, 165308 (2005).
- [40] F. H. L. Koppens et al., *Science* **309**, 1346 (2005).
- [41] I. A. Merkulov et al., *Phys. Rev. B* **65**, 205309 (2002).
- [42] A. V. Khaetskii et al., *Phys. Rev. Lett.* **88**, 186802 (2002).
- [43] A. S. Bracker et al., *Nature* **94**, 047402 (2005).
- [44] K. Ono et al., *Phys. Rev. Lett.* **92**, 256803 (2004).
- [45] S. Tarucha et al., *Physica Status Solidi* **243**, 3673 (2006).
- [46] R. Engel-Herbert et al., *Journal of Applied Physics* **97**, 074504 (2005).
- [47] S. Camerer, *private Mitteilung* (Numerische Berechnungen vom Stephan Camerer, 2006).
- [48] D. B. Chklovskii et al., *Phys. Rev. B* **46**, 4026 (1992).
- [49] G. Burkard, *Quantum Computation and Communication using Electron Spins in Quantum Dots and Wires* (Dissertation der Fakultät Physik der Universität Basel, 2001).
- [50] W. Gödel et al., *Electronic Letters* **30**, 977 (1994).
- [51] D. J. Reilly et al., *Appl. Phys. Lett.* **91**, 162101 (2007).
- [52] R. J. Schoelkopf et al., *Science* **280**, 1238 (1998).
- [53] L. Roschier et al., *Journal of Low Temperature Physics* **136**, 465 (2004).
- [54] R. Ziegler et al., *Phys. Rev. B* **62**, 1961 (2000).
- [55] A. Pfund et al., *ArXiv:cond-mat* **0609463**, 1 (2006).
- [56] J. P. Bird et al., *Science* **303**, 1621 (20054).
- [57] Y. Yoon et al., *Phys. Rev. Lett.* **99**, 136805 (2007).
- [58] I. T. Vink et al., *ArXiv:cond-mat* **0902.2659**, 1 (2009).
- [59] D. J. Reilly et al., *Science* **321**, 817 (2008).