

# **Physikalische Ursachen und Wirkung von Rauschquellen in Sperrschicht - Feldeffekttransistoren**

Dissertation an der Fakultät für Physik  
der Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

*Nicolas Hörnel*

München, den 25.10.2001

Erster Gutachter:

Prof. Dr. rer. nat. Arnold Staude

Zweiter Gutachter:

Priv.-Doz. Dr. Wolfgang Dünneberger

Tag der mündlichen Prüfung:

31. Mai 2002

## Kurzfassung

In dieser Arbeit werden die Rauschquellen in Sperrschicht-Feldeffekttransistoren (JFETs) eingehend auf ihre Ursachen und Wirkungsweise untersucht. Das Rauschverhalten von JFETs wirkt sich beispielsweise in Halbleiter-Detektor-Verstärker-Systemen auf die Energieauflösung solcher Systeme aus, in denen JFETs aufgrund ihres geringen Rauschens oft als erste Verstärkungsstufe eingesetzt werden. Diesbezüglich wird eine Methode entwickelt, mit Hilfe derer aus Rauschmessungen an JFETs die Energieauflösung eines einfachen spektroskopischen Systems berechnet werden kann, in das der vermessene Transistor als erste Verstärkungsstufe eingebaut ist. Außerdem wird gezeigt wie aus temperaturabhängigen Rauschmessungen auf die Eigenschaften von Kristalldefekten in Halbleitern geschlossen werden kann.

Im theoretischen Teil der Arbeit werden zuerst grundlegende Rauschmechanismen in Halbleitern beschrieben wie sie auch in JFETs auftreten. Auf die Herleitungen der Rauschspektren des thermischen Rauschens, des Diffusionsstrom-Rauschens, des Generations-Rekombinations-Rauschens und des „Random-Telegraph-Signal“-Rauschens (RTS-Rauschen) wird ausführlich eingegangen.

Das RTS-Rauschen kommt durch den Einfang und die Emission von freien Ladungsträgern in/aus Kristalldefekte(n) hinein/heraus. Die Abhängigkeiten des RTS-Rauschens von der Lage des Kristalldefekts im Bauelement und den Eigenschaften des Kristalldefekts selbst werden detailliert analysiert. An den Beispielen eines Widerstandes und eines JFETs wurden Simulationen durchgeführt, mit Hilfe derer der Einfluß einzelner Kristalldefekte auf das Rauschverhalten des jeweils betrachteten Bauelements bestimmt werden kann.

Im experimentellen Teil der Arbeit werden Messungen an verschiedenen JFETs vorgestellt, in denen das Rauschen in Abhängigkeit von der Frequenz und der Temperatur aufgenommen wurde. Auf die angeführten Rauschmessungen wird die oben erwähnte Methode angewendet, mit Hilfe derer man die Energieauflösung eines einfachen spektroskopischen Systems berechnet werden kann, in das der vermessene Transistor als erste Verstärkungsstufe eingebaut ist. Dadurch gewinnt man ein Bild vom Verhalten des betrachteten spektroskopischen Systems in Abhängigkeit von der Temperatur und der Filterzeit eines in das System integrierten Filters, der zur Optimierung des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses dienen sollte. Daraufhin wird exemplarisch am Beispiel eines rauscharmen JFETs gezeigt, wie man anhand von Rauschmessungen die Eigenschaften und die Lage von Kristalldefekten bestimmen kann. Zum Abschluß der Arbeit werden noch Wiederholungsmessungen an einem Bauelement wiedergegeben, bei denen sich das Rauschverhalten von sogenannten multistabilen Kristalldefekten manifestierte. Multistabile Defekte sind Kristalldefekte, die nicht nur eine stabile sondern mehrere mögliche Konfigurationen im Kristallgitter besitzen. Übergänge zwischen den verschiedenen Zuständen können durch verschiedene Einflüsse wie z.B. durch die Temperaturbehandlung während einer Rauschmessung zustande kommen.

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung.....	1
2	Theorie .....	3
2.1	Rauschquellen in einem Halbleiter-Detektor-Verstärker-System (HDVS) .....	4
2.2	Rauschquellen in Halbleitern.....	4
2.2.1	Mathematische Grundlagen.....	8
2.2.1.1	Definition des Rauschspektrums .....	8
2.2.1.2	Parsevalsches Theorem .....	9
2.2.1.3	Wiener-Khintchine-Theorem .....	10
2.2.2	Thermisches Rauschen.....	14
2.2.2.1	Thermisches Rauschen eines Widerstandes .....	14
2.2.2.2	Thermisches Rauschen des Kanals eines JFETs.....	19
2.2.3	Rauschmechanismen in einer rückwärts gepolten Diode .....	23
2.2.3.1	Diffusionsstrom-Rauschen.....	24
2.2.3.2	Generations-Rekombinations-Rauschen.....	29
2.2.4	RTS-Rauschen.....	32
2.3	Energieauflösung eines Halbleiter-Detektor-Verstärker-Systems .....	39
2.3.1	Berechnung der Energieauflösung eines einfachen HDV-Systems unter Berücksichtigung des elektronischen Rauschens.....	40
2.3.1.1	Signal.....	42
2.3.1.2	Rauschen .....	44
2.3.1.3	Energieauflösung (ENC).....	46
2.3.2	Optimales Filtern.....	48
2.4	Qualitative Analyse des RTS-Rauschens am Beispiel eines JFETs.....	51
2.5	Quantitative Analyse des RTS-Rauschens .....	52
2.5.1	Wechselwirkung der Störstelle nur mit Elektronen .....	55
2.5.1.1	Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration.....	55
2.5.1.2	Frequenzabhängigkeit .....	57
2.5.1.3	Abhängigkeit vom Wirkungsquerschnitt.....	58
2.5.2	Wechselwirkung mit Elektronen und Löchern.....	59
2.5.3	Simulation des RTS-Rauschens.....	65

2.5.3.1	Widerstand .....	69
2.5.3.2	pJFET.....	75
2.6	Zusammenfassung der Analyse des RTS-Rauschens .....	85
2.7	Zusammenfassung des theoretischen Teils.....	87
3	Messungen.....	90
3.1	Messaufbau.....	90
3.2	Vergleich verschiedener Transistoren .....	97
3.2.1	Rauschspektren.....	98
3.2.2	Energieauflösung.....	102
3.2.2.1	Methode .....	102
3.2.2.2	Exemplarische Rauschspektren.....	108
3.2.2.3	Vergleich zwischen JFETs .....	121
3.3	Identifikation von Störstellen.....	129
3.4	Multistabile Defekte.....	140
4	Zusammenfassung und Ausblick.....	143
	Liste verwendeter Symbole.....	145
	Literatur .....	147
	Abbildungsverzeichnis.....	149
	Danksagung .....	157
	Lebenslauf.....	158
	Persönliche Daten.....	158
	Ausbildung.....	158

# 1 Einleitung

In der vorliegenden Arbeit werden Sperrschicht-Feldeffekttransistoren (JFETs) bezüglich ihrer Rauscheigenschaften untersucht. Diese Untersuchungen können nicht nur zu einer Beschreibung des Rauschens des jeweiligen Transistors führen sondern auch eine Charakterisierung von Kristalldefekten im Bauelement ermöglichen. Deshalb kann diese Arbeit sowohl für die Halbleiter-Elektronik als auch die Festkörperphysik von Interesse sein. Ein Schwerpunkt dieser Arbeit wird auf die Auswirkung des Transistorrauschens auf die Energieauflösung von Halbleiterdetektor-Systemen gelegt.

Halbleiterdetektor-Systeme kommen derzeit wegen ihrer guten Orts-, Zeit- und Energieauflösung in vielen Bereichen der Grundlagenforschung aber auch in kommerziellen Anwendungen zum Einsatz. Beispielsweise finden spezielle Halbleiterdetektoren in Satellitenmissionen (s.[Strüder96]), an Hochenergie-Experimenten am CERN (s.[ATLAS94]) oder auch in der Röntgenfluoreszenzanalyse (s.[Strüder99]) ihre Anwendungen. Um die Energieauflösung zu optimieren, muß unter anderem das Rauschen des Transistors minimiert werden, der oft als erste Verstärkungsstufe eines Halbleiterdetektor-Systems eingesetzt wird.

Die Arbeit teilt sich auf in einen theoretischen und einen experimentellen Teil. Im theoretischen Teil werden alle für diese Arbeit relevanten Rauschquellen in Halbleitern in physikalischer wie mathematischer Sicht detailliert beschrieben. Damit soll neben der Übersicht über Rauschquellen in Halbleitern eine feste Grundlage für die folgenden Ausführungen geschaffen werden. Ein besonderer Schwerpunkt wird auf die Beschreibung und theoretische Analyse des Niederfrequenzrauschens gelegt, das durch Kristalldefekte in Halbleiterbauelementen zustande kommt und dessen Verständnis im Rahmen dieser Arbeit erweitert werden soll. Abgerundet wird der theoretische Teil durch Betrachtungen zum Einfluß des Rauschens des Transistors, der oft als erste Verstärkungsstufe in einem Halbleiterdetektor-System verwendet wird, auf das eben genannte System selbst. In diesem Zusammenhang wird auch die Frage diskutiert, welches der optimale Filter ist, um das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu maximieren.

Im experimentellen Teil wird zuerst ein spezieller Messaufbau vorgestellt, der es ermöglicht, das Rauschen von Transistoren in Abhängigkeit von der Temperatur und der Frequenz zu bestimmen. Daraufhin werden zwei im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Methoden vorgestellt. Mit Hilfe der ersten Methode kann aus den gemessenen Rauschspektren in Abhängigkeit von der Temperatur für die gleichen Temperaturen die Energieauflösung eines exemplarischen spektroskopischen Systems berechnet werden, das den vermessenen Transistor als erste Verstärkungsstufe besitzt. Die zweite

Methode zeigt, wie aus den gemessenen temperaturabhängigen Rauschspektren Informationen zu Kristallfehlern im Bauelement gewonnen werden können. Zum Schluß der Arbeit werden die wichtigsten Ergebnisse der Arbeit zusammengefaßt und ein Ausblick auf mögliche zukünftige Untersuchungen gegeben, die sich an diese Arbeit anschließen könnten.

## 2 Theorie

In diesem theoretischen Teil der Arbeit sollen die grundlegenden Rauschmechanismen in Halbleitern beschrieben und die Auswirkungen des Rauschens auf ein einfaches exemplarisches spektroskopisches System dargestellt werden.

Bei der Beschreibung der grundlegenden Rauschmechanismen wird versucht, einerseits einen Überblick über mögliche Rauschmechanismen in Halbleitern zu geben, andererseits soll eine solide Basis zum Verständnis des Rauschens in Halbleitern gelegt werden. Das Rauschen wird im allgemeinen durch sogenannte Rauschspektren (s. Kapitel 1.1.1) ausgedrückt. In dieser Arbeit sollen nicht nur die sich für die jeweiligen Rauschquellen ergebenden Rauschspektren angegeben werden, sondern detailliert auf die Herleitungen eingegangen werden. Aus diesem Grund werden auch die notwendigen mathematischen Grundlagen miteinbezogen und bei den Herleitungen von den physikalischen Grundbildern zu den einzelnen Rauschmechanismen ausgegangen.

Außerdem soll die Darstellung des Rauschens auch auf elektronische Rauschquellen in spektroskopischen Systemen ausgerichtet sein, die auf Halbleiter-Detektoren und –Verstärkern bestehen. Daher werden bestimmte Halbleiterbauelemente eingehender betrachtet, deren Rauschen einen wesentlichen Einfluß auf die Energieauflösung des spektroskopischen Systems haben können (z.B. ein JFET).

Die Darstellung der grundlegenden Rauschmechanismen und deren Einfluß in ausgewählten Bauelementen umfaßt die Kapitel 2.2.

Das exemplarische spektroskopische System wird im folgenden Kapitel 2.3 beschrieben. Hierbei wird die Energieauflösung des Systems berechnet, die sich unter Berücksichtigung zuvor erläuteter Rauschquellen ergibt. In diesem Zusammenhang stellt sich nicht nur die Frage, welche Rauschquellen im betrachteten System vorhanden sind und welchen Beitrag sie zur Energieauflösung des Gesamtsystems liefern, sondern auch die Frage, wie man das vorhandene Signal und Rauschen am besten filtert, um das maximale Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu erreichen. Auf diese Problematik wird in Kapitel 2.3.2 eingegangen werden.

## 2.1 Rauschquellen in einem Halbleiter-Detektor-Verstärker-System (HDVS)

Als **Rauschen** bezeichnet man im allgemeinen die statistischen Schwankungen einer Meßgröße. Das Rauschen stellt eine untere Grenze für die Genauigkeit einer Messung dar. In HDV-Systemen treten einerseits Schwankungen bei der Signal-Ladungserzeugung auf, andererseits gibt es im Halbleiter selbst Rauschmechanismen, die unabhängig von der einfallenden Strahlung sind.

Die von einer definierten Strahlung im Detektor erzeugte Ladung und deren Variation hängt von der Wechselwirkung der einfallenden Strahlung mit dem Detektormaterial ab. Das **Eintrittsfenster** hält unterschiedlich viel Strahlung ab und entsprechend verändert sich die Strahlung, welche zur Signalerzeugung zur Verfügung steht. Die Ladungserzeugung im eigentlichen Detektor unterliegt wiederum Schwankungen, die üblicherweise als **“Fano-Rauschen”** bezeichnet werden (s.[Lechner98]). Auf diese eben erwähnten Rauschquellen soll im Rahmen dieser Arbeit nicht näher eingegangen werden.

Vielmehr soll das Rauschen untersucht werden, das nicht bei der Signalerzeugung sondern bei der Signalverarbeitung auftritt. Dieses Rauschen sei als **elektronisches Rauschen** bezeichnet. Im folgenden soll eine Übersicht über die Rauschmechanismen des elektronischen Rauschens gegeben werden.

## 2.2 Rauschquellen in Halbleitern

In einem HDVS können die verschiedensten Halbleiter-Bauelemente verwendet werden (z.B. eine Diode als Detektor und ein JFET als erste Verstärkungsstufe). Die meisten Halbleiterbauelemente bauen auf Widerständen bzw. Dioden auf. Daher kann vorerst das Rauschverhalten dieser Grundbausteine betrachtet werden und das Rauschverhalten komplizierterer Bauelemente auf das Rauschen dieser einfachen Strukturen zurückgeführt werden.

In diesem Abschnitt sollen die grundlegenden Rauschmechanismen in einem Widerstand und in einer Diode eingeführt werden. Die Energieauflösung in einem HDVS wird wesentlich vom elektronischen Rauschen des Detektors (eine Diode) und der ersten Verstärkungsstufe bestimmt. Als erste Verstärkungsstufe kann ein Transistor verwendet werden. Hierbei sind ein JFET und ein „Depletion Type MOSFET“ von besonderem Interesse, da sie im allgemeinen gegenüber einem vergleichbaren „Inversion Type MOSFET“ ein geringeres Niederfrequenzrauschen aufweisen. Das Niederfrequenzrauschen von einem „Inversion Type MOSFET“ ist im allgemeinen höher als das der beiden anderen erwähnten Bauelementetypen, da der Transistorkanal im ersten Fall nahe der

Oberfläche verläuft, an der sich natürlicherweise viele Störstellen befinden (s. auch Kapitel 2.2.4). Aus diesem Grund soll auch noch auf die Rauschmechanismen in einem JFET eingegangen werden.

Als erstes Bauelement soll ein Halbleiter-Widerstand betrachtet werden. In diesem **WIDERSTAND** führen die freien Ladungsträger auch ohne angelegte Spannungen ungeordnete thermische Bewegungen aus, die zum sogenannten **thermischen Rauschen** führen.

Die freien Ladungsträger, die sich in dem Halbleiter-Widerstand befinden, können in Kristalldefekte eingefangen und wieder emittiert werden. Durch den Einfang eines freien Ladungsträgers wird die Störstelle umgeladen und die Ladungsverteilung in der Nähe der Störstelle verändert. Die Ladungsumverteilung bewirkt wiederum einen veränderten Strom durch den Widerstand. Die ständige Umladung der Störstelle durch den Einfang sowie die Reemission von freien Ladungsträgern führt zu einem Telegraphensignal-ähnlichen Stromsignal an den Zuleitungen des Widerstandes. Deshalb nennt man das Rauschen, welches mit dem beschriebenen Mechanismus verbunden ist, „**Random Telegraph Signal**“-Rauschen (**RTS-Rauschen**).

Als zweites Bauelement soll eine **DIODE** betrachtet werden, welche die Grundlage eines Halbleiterdetektors darstellt und in vielen anderen Halbleiterbauelementen (z.B. auch einem JFET) als Unterstruktur auftritt.

Der Strom durch eine rückwärts gepolte Diode ist durch den Diffusionsstrom von Minoritätsladungsträgern am Rand der Raumladungszone und durch den Generationsstrom aus der Raumladungszone bestimmt. In beiden Fällen erzeugt die Drift der Ladungsträger in der Raumladungszone eine Kette von näherungsweise unabhängigen Strompulsen, deren Mittelwert den Gleichstrom und deren Schwankungen Rauschen bewirkt. Das mit der Diffusion von Ladungsträgern in die Raumladungszone hinein verknüpfte Rauschen sei mit „**Diffusions-Rauschen**“, das mit der Generation von Ladungsträgern in der Raumladungszone verknüpfte Rauschen als „**Generations-Rauschen**“ bezeichnet.

Wenn keine Spannung an die Diode angelegt wird, liegt allein **thermisches Rauschen** vor.

Bei der Vorwärtspolung einer Diode wird der Strom durch die Diode im Gegensatz zur Rückwärtspolung nicht nur von dem Diffusionsstrom an den Rändern der Raumladungszone und der Generation aus der Raumladungszone heraus sondern auch durch die Rekombination von freien Ladungsträgern in der Raumladungszone bestimmt. Entsprechend ergibt sich im Fall der Vorwärtspolung ein „**Diffusionsrauschen**“ und ein „**Generations-Rekombinations-Rauschen**“.

Ähnlich wie in einem Widerstand tritt auch in einer Diode bei Stromfluß das sogenannte **RTS-Rauschen** auf.

Ein **JFET** besteht aus einem Kanal und zwei Dioden (obere Gate-Kanal-Diode, untere Gate-Kanal-Diode). Der Kanal kann als Widerstand aufgefaßt werden, in dem thermisches Rauschen auftritt. In den Dioden kommt es zu dem der jeweiligen Polung entsprechenden Rauschen. Alle Störstellen, die bei ihrer Umladung Bildladung in ein stromführendes Gebiet induzieren, rufen RTS-Rauschen hervor. Abhängig von der Lage der Störstelle im JFET wird /werden der Kanalstrom und/oder Diodenströme variiert. Der Einfluß des RTS-Rauschens in Abhängigkeit von der Lage der Störstelle wird im Kapitel 2.4 untersucht werden. Störstellen, die Bildladung in den Kanal hinein induzieren, können größere Stromsprünge hervorrufen als Störstellen, die Bildladung allein in die entsprechenden Dioden hinein induzieren, da in ersterem Fall der Verstärkungsmechanismus des Transistors wirksam wird.

Zusammengefaßt ergeben sich vier grundlegende Rauschmechanismen in den hier betrachteten Halbleitern:

- das thermische Rauschen
- das Diffusionsstrom-Rauschen
- das Generations-Rekombinations-Strom-Rauschen
- das RTS-Rauschen

Im folgenden soll das Rauschen analytisch beschrieben werden. Dazu wird zu jedem Rauschmechanismus die mittlere Rauschleistungsdichte hergeleitet werden. In Bezug auf einen Rauschstrom ist sie folgendermaßen definiert:

$$(2.1) \quad S_i(\boldsymbol{w}) := \frac{\overline{di^2}}{d\boldsymbol{w}}$$

$i$	Rauschstrom
$\boldsymbol{w}$	Kreisfrequenz

Für die Herleitung der Rauschspektren verschiedener Rauschquellen wird immer die gleiche Methode verwendet werden. Zuerst wird der Rauschstrom der jeweiligen Rauschquelle betrachtet und die entsprechende Autokorrelationsfunktion berechnet. Das Rauschspektrum ergibt sich dann durch eine Fouriertransformation mittels des Wiener-Khintchine-Theorems, welches auf dem Parsevalschen Theorem beruht. Im folgenden soll deshalb vorerst das **Parsevalsches Theorem** und

daraufhin das **Wiener-Khintchine-Theorem** hergeleitet werden, bevor zu den Rauschspektren der einzelnen Rauschquellen übergegangen werden wird.

## 2.2.1 Mathematische Grundlagen

Die mathematischen Grundlagen sollen dazu dienen, die Rauschspektren zu den jeweiligen Rauschmechanismen berechnen zu können. Um von Anfang an eine klare Vorstellung von der Zielsetzung zu bekommen, soll zuerst eine Definition gegeben werden, was man unter Rauschspektrum versteht.

### 2.2.1.1 Definition des Rauschspektrums

Ein rauschendes Bauelement (z.B. ein rauschender Widerstand) kann modelliert werden, indem man es in einen rauschfreien Anteil und einer parallelen Stromquelle aufteilt, die das Rauschen im Bauelement beschreibt (s. Abbildung 2.1).

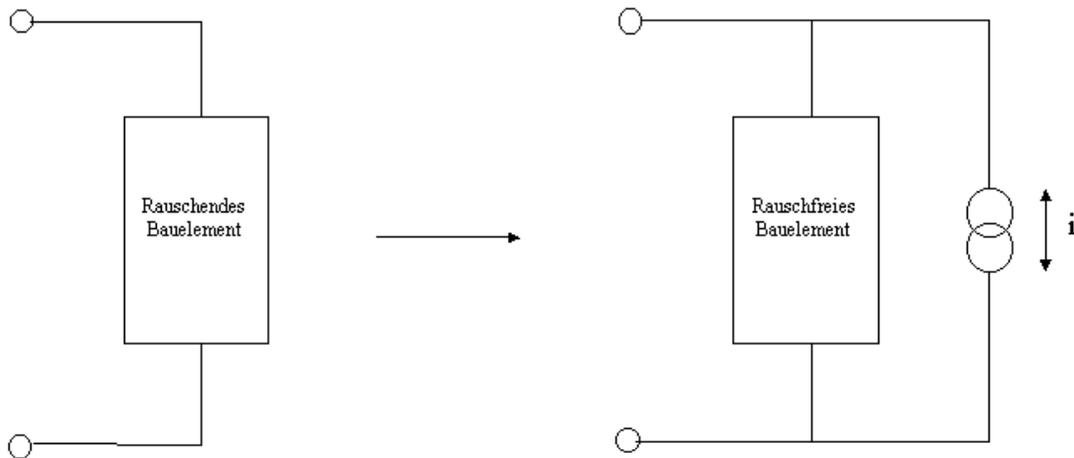


Abbildung 2.1 Ersatzschaltbild für ein rauschendes Bauelement in einem Zweipol

In diesem Fall ist das Rauschspektrum wie folgt definiert:

$$(2.2) \quad S_i(f) = \frac{d\langle i(t)^2 \rangle_t}{df}$$

$S_i$                       Rauschspektrum zum dazugehörigen Rauschstrom  $i$   
 $f$                          Frequenz

Die Mittelung des Quadrats des Rauschstroms geschieht mittels der Autokorrelationsfunktion (s. Kapitel 2.2.1.3). Als Einheit für das Rauschspektrum ergibt sich:

$$(2.3) \quad [S_i(f)] = \frac{A^2}{\text{Hz}} = \frac{W}{\Omega \text{Hz}} = \frac{J}{\Omega}$$

In der Literatur wird das Rauschspektrum oft als mittlere spektrale Rauschleistungsdichte bezeichnet, d.h. die Impedanz des Systems nicht explizit erwähnt. Unter Verwendung dieser Konvention gibt das Rauschspektrum die Energie wieder, welche das Rauschen bei der betrachteten Frequenz beinhaltet. Im weiteren Verlauf dieser Arbeit wird die hier vorgestellte Konvention verwendet werden, um die Darstellung einfacher zu gestalten.

### 2.2.1.2 Parsevalsches Theorem

Das Parsevalsche Theorem gilt allgemein für zwei komplexe Zeitfunktionen  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$ , an die nur die Bedingung gestellt wird, daß sie Fourier-transformierbar sein müssen. Die entsprechenden Fouriertransformierten seien  $X_1(\omega)$  und  $X_2(\omega)$ :

$$(2.4) \quad \begin{aligned} X_1(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt x_1(t) \exp(-j\omega t) & x_1(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega X_1(\omega) \exp(j\omega t) \\ X_2(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt x_2(t) \exp(-j\omega t) & x_2(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega X_2(\omega) \exp(j\omega t) \end{aligned}$$

Das Parsevalsche Theorem lautet:

$$(2.5) \quad \int_{-\infty}^{\infty} dt x_1(t) x_2^*(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega X_1(\omega) X_2^*(\omega) \quad \textit{Parsevalsches Theorem}$$

Wenn man für  $x_1(t)$  und  $x_2(t)$  einen Strom einsetzt, kann das Parsevalsche Theorem als Energieerhaltungssatz bezüglich der Fouriertransformation interpretiert werden. Im folgenden folgt ein kurzer Beweis für das Parsevalsche Theorem (s.[Buckingham]):

$$\begin{aligned}
& \int_{-\infty}^{\infty} dt x_1(t) x_2^*(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt x_1(t) \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} X_2^*(\mathbf{w}) \exp(-j\mathbf{w}t) \\
(2.6) \quad & = \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} X_2^*(\mathbf{w}) \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} dt x_1(t) \exp(-j\mathbf{w}t) \\
& = \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} X_1(\mathbf{w}) X_2^*(\mathbf{w})
\end{aligned}$$

### 2.2.1.3 Wiener-Khintchine-Theorem

In diesem Abschnitt soll das Wiener-Khintchine-Theorem hergeleitet werden (vgl. [Buckingham]), das die Grundlage für die Berechnung von Spektren ist, die durch Rauschmechanismen hervorgerufen werden. Das Wiener-Khintchine-Theorem besagt, daß das Rauschspektrum die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion ist:

$$(2.7) \quad S(\mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{\infty} dt A(t) \exp(-j\mathbf{w}t) \qquad \textbf{Wiener-Khintchine-Theorem}$$

Im Beweis wird von der Definition der Autokorrelationsfunktion ausgegangen und die Autokorrelationsfunktion soweit umgeformt bis sie als inverse Fouriertransformierte des entsprechenden Rauschspektrums ausgedrückt sein wird. Durch die Rücktransformation erhält man daraufhin das Wiener-Khintchine-Theorem.

#### **Beweis:**

Hier soll der Beweis allgemein für eine komplexe Zeitfunktion  $x(\tilde{t})$  durchgeführt werden, obwohl für einen Rauschstrom der spezielle Fall einer reellen Größe auftritt. An  $x(\tilde{t})$  werden drei Anforderungen gestellt:

- $x(\tilde{t})$  soll Fourier-transformierbar sein
- $x(\tilde{t})$  sei eine endlich ausgedehnte Zeitfunktion, d.h.

$$x(\tilde{t}) = 0 \quad \text{für } |\tilde{t}| > \frac{T}{2}$$

Unter diesen Voraussetzungen kann die Autokorrelationsfunktion für die Zeitfunktion  $x(\tilde{t})$  wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 (2.8) \quad A(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tilde{t} x(\tilde{t}) x^*(\tilde{t} - t) \\
 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{t} x(\tilde{t}) x^*(\tilde{t} - t)
 \end{aligned}$$

Mit Hilfe des Parsevalschen Theorems kann das Zeitintegral in der Autokorrelationsfunktion in den Frequenzraum transformiert werden:

$$(2.9) \quad A(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} X(\mathbf{w}) X_i^*(\mathbf{w})$$

Der Verschiebungssatz der Fourier-Transformation ermöglicht es, die Fourier-Transformierte  $X_i(\mathbf{w})$  der verschobenen Zeitfunktion durch die Fourier-Transformierte der unverschobenen Zeitfunktion auszudrücken. Damit ergibt sich für die Autokorrelationsfunktion:

$$\begin{aligned}
 (2.10) \quad A(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} X(\mathbf{w}) X^*(\mathbf{w}) \exp(j\mathbf{w}t) \\
 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X(\mathbf{w})|^2 \exp(j\mathbf{w}t)
 \end{aligned}$$

Wenn  $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |X(\mathbf{w})|^2$  gleich dem Rauschspektrum  $S(\mathbf{w})$  wäre, könnte die

Autokorrelationsfunktion als inverse Fourier-Transformierte des Rauschspektrums geschrieben werden oder umgekehrt das Rauschspektrum aus der Autokorrelationsfunktion mittels Fourier-Transformation berechnet werden:

$$\begin{aligned}
 (2.11) \quad A(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} S(\mathbf{w}) \exp(j\mathbf{w}t) \\
 S(\mathbf{w}) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt A(t) \exp(-j\mathbf{w}t)
 \end{aligned}$$

Nun muß nur noch gezeigt werden, daß das Spektrum wie folgt geschrieben werden kann:

$$(2.12) \quad S(\mathbf{w}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X(\mathbf{w})|^2}{T}$$

Das Spektrum kann als mittlere Leistung pro Frequenz ausgedrückt werden:

$$(2.13) \quad S_f(f) = \frac{d\bar{P}}{df}$$

d.h.

$$(2.14) \quad S_w(\mathbf{w}) = 2\mathbf{p} \frac{d\bar{P}}{d\mathbf{w}}.$$

Um die mittlere Leistung zu berechnen, soll von der Gesamtenergie  $E_{tot}$  ausgegangen werden:

$$(2.15) \quad E_{tot} = \int_{-\infty}^{\infty} dt |x(t)|^2$$

Die mittlere Leistung erhält man, indem man von der auf das Intervall  $\tilde{t} \in \left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$

beschränkten Funktion  $x(\tilde{t})$  ausgeht, durch  $T$  teilt und  $T$  gegen unendlich laufen lässt:

$$(2.16) \quad \begin{aligned} \bar{P} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} dt |x(t)|^2 \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} dt |x(t)|^2 \end{aligned}$$

Mit Hilfe des Parsevalschen Theorem kann die mittlere Leistung im Frequenzraum dargestellt werden:

$$(2.17) \quad \begin{aligned} \bar{P} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \frac{1}{2\mathbf{p}} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} |X(\mathbf{w})|^2 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} \frac{1}{2\mathbf{p}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X(\mathbf{w})|^2}{T} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich durch einen Vergleich mit (2.14) ein Ausdruck für das Spektrum wie man ihn erhalten wollte:

$$(2.18) \quad S(\mathbf{w}) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{|X(\mathbf{w})|^2}{T}$$

## 2.2.2 Thermisches Rauschen

In diesem Kapitel soll zuerst das thermische Rauschen eines Widerstandes berechnet werden. Das thermische Rauschen anderer Bauelemente kann auf das Rauschen eines Widerstandes zurückgeführt werden. Auf diese Weise wird das thermische Rauschen des Kanals eines JFETs berechnet werden.

### 2.2.2.1 Thermisches Rauschen eines Widerstandes

Zur Herleitung des thermischen Rauschens eines Widerstandes wird das Modell von Drude ([Müller79]) verwendet. Zuerst wird das Rauschspektrum berechnet, das von der thermischen Bewegung der Ladungsträger im Widerstand herrührt. Daraufhin wird das berechnete Rauschspektrum in Beziehung mit dem Leitwert des Widerstandes gesetzt. Auf folgenden Annahmen basiert das Modell von Drude:

- Der Widerstand befinde sich im thermischen Gleichgewicht.
- Die freie Flugzeit der Ladungsträger  $\tilde{t}_f$  sei konstant (Eine Diskussion über eine statistisch verteilte freie Flugzeit wird am Ende dieses Abschnitts geführt.).

Jeder Ladungsträger führt eine Zickzackbewegung durch den Widerstand aus. Zwischen den Stößen bewegt sich jeder Ladungsträger mit konstanter thermischer Geschwindigkeit in eine zufällige Richtung (ohne angelegtem elektrischem Feld). Die Komponente der Bewegung in Richtung der Zuleitungen induziert auf letzteren ein Stromsignal. Das von einem Ladungsträger induzierte Stromsignal ist in Abbildung 2.2 beispielhaft dargestellt.

Zu diesem Stromverlauf muß die Autokorrelationsfunktion berechnet werden, um daraufhin mit Hilfe des Wiener-Khintchine-Theorems (2.7) das Rauschspektrum ermitteln zu können. In Abbildung 2.3 ist die Autokorrelationsfunktion zum Strom, der von der thermischen Bewegung aller Ladungsträger hervorgerufen wird, dargestellt.

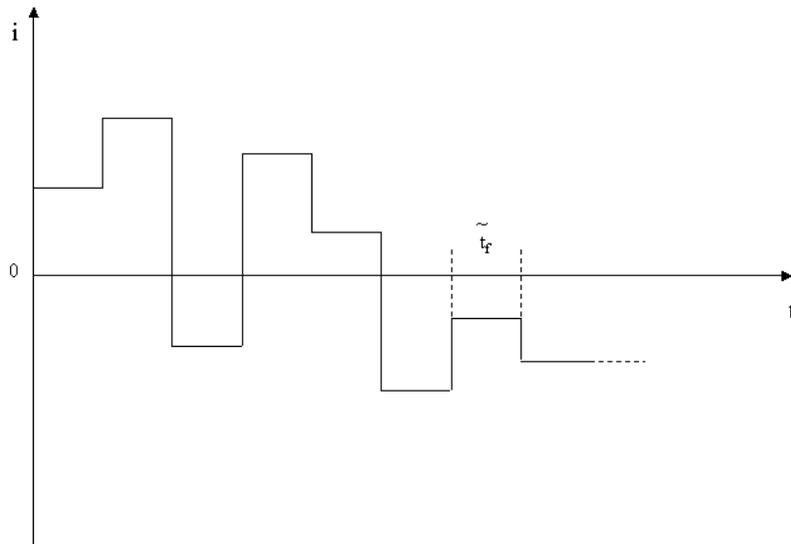


Abbildung 2.2 Stromsignal, das von der thermischen Bewegung eines Ladungsträgers in einem Widerstand auf die Zuleitungen induziert wird.

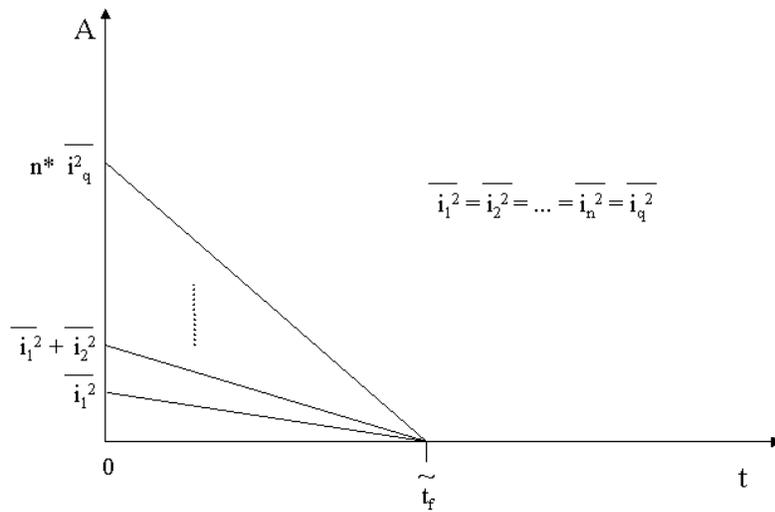


Abbildung 2.3 Autokorrelationsfunktion des Stromsignals, das von der thermischen Bewegung der Ladungsträger in einem Widerstand auf den Zuleitungen induziert wird.  $i_i$  bezeichnet den Rauschstrom des  $i$ -ten Teilchens von  $n$  freien Ladungsträgern.

Da die Bewegungen der einzelnen Ladungsträger als unabhängig voneinander angenommen werden, ergibt sich die Autokorrelationsfunktion des gesamten thermischen Rauschens aus der Summe der Autokorrelationsfunktionen für die einzelnen Ladungsträger. Wenn die Zeitdifferenz zwischen den zwei zu korrelierenden Ereignissen Null ist, dann sind die entsprechenden Stromwerte vollständig korreliert und die Autokorrelationsfunktion ist gleich dem Mittelwert des quadratischen Stroms. Wenn die Zeitdifferenz gleich oder größer der konstant angenommenen Flugzeit der Ladungsträger ist, sind die Stromwerte zu den zu betrachtenden Zeitpunkten vollständig unkorreliert und die Autokorrelationsfunktion ist Null. Zwischen diesen beiden Situationen ergibt sich ein linearer Abfall der Autokorrelationsfunktion mit der Zeitdifferenz.

Das Rauschspektrum läßt sich mit Hilfe des Wiener-Khintchine-Theorems (2.7) berechnen. Da die Autokorrelationsfunktion symmetrisch zum Zeitursprung ist, muß nur über positive Zeiten integriert werden. Außerdem wird nur eine reelle Fouriertransformation für ein reelles Spektrum benötigt.

$$(2.19) \quad S_i(\omega) = 2 \int_0^{\infty} dt A(t) \cos(\omega t) \\ = 2 \int_0^{t_f} dt A(t) \cos(\omega t)$$

Für Frequenzen, die klein sind gegen die reziproke Flugzeit der Ladungsträger, ist der Cosinus im Integral näherungsweise 1, d.h.

$$(2.20) \quad S_i(\omega) = 2 \int_0^{t_f} dt A(t) \\ = \overline{ni_q^2 t_f}$$

$$(2.21) \quad S_i(\omega) = \overline{rALi_q^2 t_f}$$

$r$	Ladungsträgerdichte
$A$	Querschnitt des Widerstands
$L$	Länge des Widerstands

Der Strom  $i_q$ , der durch die Bewegung eines Ladungsträgers mit der Geschwindigkeit  $v_x$  in Richtung der Zuleitungen hervorgerufen wird, kann wie folgt ausgedrückt werden:

$$(2.22) \quad \overline{i_q} = qv_x / L$$

Wenn sich die Ladungsträger im thermischen Gleichgewicht befinden, gilt für die mittlere kinetische Energie eines Ladungsträgers  $\overline{E_{kin}}$  :

$$(2.23) \quad \overline{E_{kin}} = \frac{1}{2} \overline{mv^2} = \frac{3}{2} k_B T$$

Bei Gleichverteilung der thermischen Energie auf die drei Raumrichtungen erhält man für die Geschwindigkeit in Richtung der Zuleitungen :

$$(2.24) \quad \overline{v_x^2} = \frac{k_B T}{2m}$$

Das Rauschspektrum aus (2.21) läßt sich unter Zuhilfenahme von (2.22) und (2.24) wie folgt umschreiben:

$$(2.25) \quad \begin{aligned} S_i(\mathbf{w}) &= rA \frac{q^2}{L} \overline{v_x^2} \tilde{t}_f \\ &= \frac{rAq^2}{L} \frac{k_B T}{m} \tilde{t}_f \end{aligned}$$

Dieses Ergebnis kann in Beziehung mit dem Leitwert des Widerstandes G gesetzt werden:

$$(2.26) \quad G = qr\tilde{m}A / L$$

Mit einer Beweglichkeit  $\tilde{m} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \tilde{t}_f$  erhält man das folgende Rauschspektrum:

$$(2.27) \quad S_i(\mathbf{w}) = 2k_B TG$$

Die hierbei verwendete Formel für die Beweglichkeit  $\tilde{m}$  wird weiter unten in diesem Kapitel diskutiert werden. Diese Formel gibt die mittlere Rauschleistungsdichte für alle Frequenzen, negative wie positive, an. Da das Rauschspektrum symmetrisch in der Frequenz ist, kann die Rauschleistungsdichte auch allein in Abhängigkeit der positiven Frequenzen dargestellt werden wie sie im Realfall gemessen werden kann. Damit ergibt sich ein Rauschspektrum, das doppelt so groß in

der Amplitude ist wie das hier berechnete. In der Literatur wird häufig das Rauschspektrum allein als Funktion der positiven Frequenzen angegeben.

Um die oben angegebene Beweglichkeit  $\tilde{\mu}$  herzuleiten, kann die Bewegung der Ladungsträger betrachtet werden, wenn eine Spannung am Widerstand anliegt und die Ladungsträger ein entsprechendes elektrisches Feld  $E$  sehen. Die Beweglichkeit ergibt sich aus

$$(2.28) \quad \tilde{\mu} = \frac{\tilde{v}}{E}$$

$\tilde{v}$  mittlere Geschwindigkeit des Drude-Modells

Der Geschwindigkeitsverlauf eines Ladungsträgers im Widerstand ist in Abbildung 2.4 dargestellt.

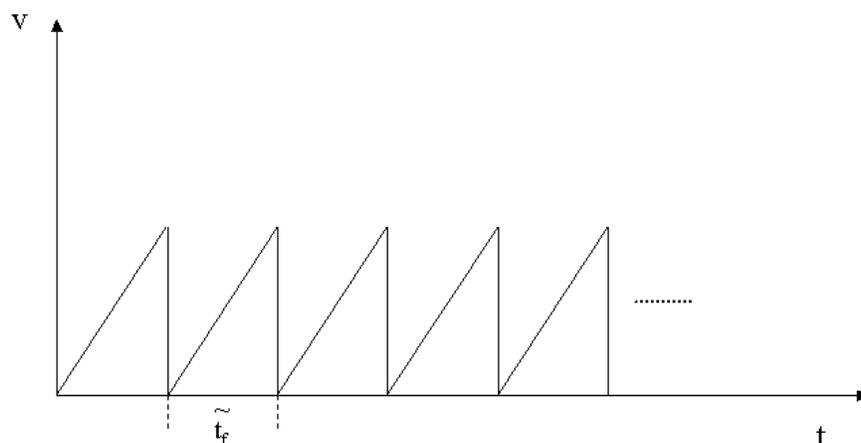


Abbildung 2.4 Geschwindigkeitsverlauf eines Ladungsträgers in einem Widerstand bei einer festen angelegten Spannung

Die mittlere Geschwindigkeit des driftenden Ladungsträgers beträgt:

$$(2.29) \quad \begin{aligned} \tilde{v} &= \frac{1}{2} a \tilde{t}_f \\ &= \frac{1}{2} \frac{q}{m} \tilde{t}_f E \end{aligned}$$

Damit ergibt sich die Beweglichkeit zu:

$$(2.30) \quad \tilde{\mathbf{m}} = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \tilde{t}_f = \frac{1}{2} \mathbf{m}$$

Die hier berechnete Beweglichkeit ist halb so groß wie die üblicherweise verwendete. Wenn man statt einer konstanten freien Flugzeit eine statistisch verteilte annimmt, ergibt sich eine exponentiell abklingende Autokorrelationsfunktion, deren Integral gleich dem entsprechenden des Drude-Modells ist (s.[Müller79], S.47ff.). Für die hier betrachteten Frequenzen ( $\omega \ll \frac{1}{t_f}$ ) erhält man folglich das gleiche Rauschspektrum. Allerdings muß man mit der halben freien Flugzeit des Drude-Modells rechnen. Dieser Unterschied in der freien Flugzeit kompensiert die unterschiedliche Beweglichkeit und führt letztendlich wieder zur gleichen mittleren Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger im elektrischen Feld:

$$(2.31) \quad \bar{\mathbf{v}} = \mathbf{m}\mathbf{E} = \frac{q}{m} t_f E = \frac{q}{m} \frac{1}{2} \tilde{t}_f E = \tilde{\mathbf{v}}$$

#### 2.2.2.2 Thermisches Rauschen des Kanals eines JFETs

Um das thermische Rauschen des Kanals eines JFETs zu berechnen, soll der Kanal in infinitesimal kleine Widerstände unterteilt werden (s.Abbildung 2.5).

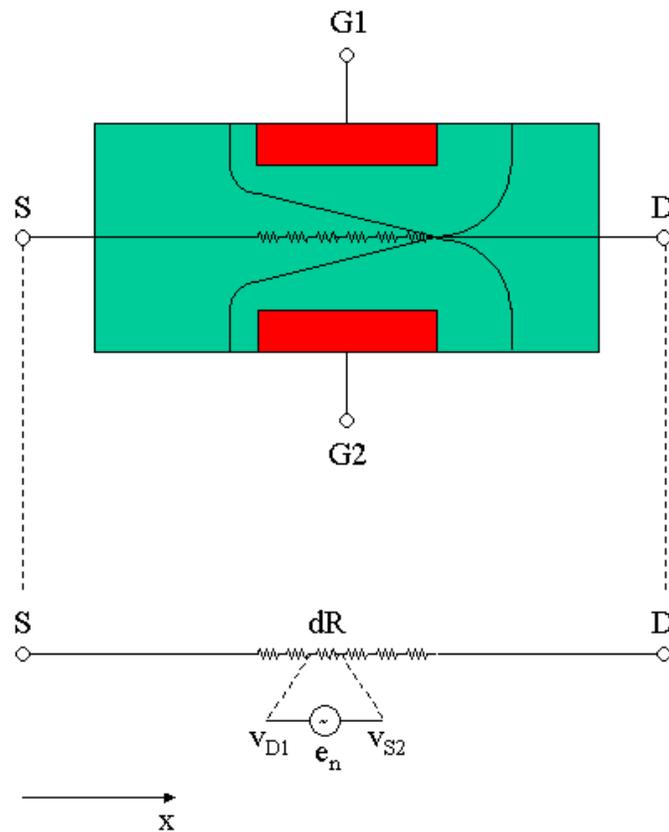


Abbildung 2.5 Aufteilung des Kanals eines JFETs in Teilwiderstände zur Berechnung des thermischen Rauschens des Transistorkanals

Zuerst wird das Rauschen eines Teilwiderstandes berechnet, um daraufhin durch Integration über den ganzen Transistorkanal das Gesamtrauschen des Transistorkanals zu erhalten.

Den Transistorkanal kann man sich in zwei Teiltransistoren aufgeteilt denken, ein Teiltransistor vor und der andere hinter dem betrachteten infinitesimal kleinen Teilwiderstand. Der thermische Rauschstrom durch den Teilwiderstand bewirkt, daß sich die Drain-Spannung des vorderen Transistors um  $v_{D1}$  ändert. Die Source-Spannung des zweiten Transistors wird sich um die Rauschspannung  $e_n$  von der Drain-Spannung des vorderen Transistors unterscheiden. Im Gleichgewicht fließt durch beide Transistoren der gleiche Strom. Dieses Gleichgewicht wird in einer Zeit erreicht, die in der Größenordnung der Anstiegszeit des JFETs liegt. Dieser Einschwingvorgang spielt erst bei sehr hohen Frequenzen eine Rolle und kann im allgemeinen vernachlässigt werden.

Der Rauschstrom durch den vorderen Teiltransistor  $i_1$  kann über die Ausgangsteilheit  $g_1$  berechnet werden. Die Ausgangsteilheit  $g_1$  kann wiederum durch die geometrischen Parameter des vorderen Transistors und dessen Kanal-Flächenladungsdichte an seinem Drain ausgedrückt werden (s.[Lutz99], S.178):

$$(2.32) \quad \begin{aligned} i_1 &= g_1 v_{D1} \\ &= \frac{W}{x} \mu Q_K(x) v_{D1} \end{aligned}$$

$W$	Weite des Transistorkanals
$\mu$	Beweglichkeit der Majoritätsladungsträger im Kanal
$Q_K(x)$	Ladungsflächendichte an der Stelle $x$ des Kanals

Der hintere Transistor befinde sich in Sättigung, an den beiden Gates liege jeweils ein festes Potential an. Der Rauschstrom, der durch die Veränderung des Source-Potentials hervorgerufen wird, läßt sich über die Eingangsteilheiten berechnen. Als Eingangsteilheit wird in dieser Arbeit diejenige Größe eines Transistors bezeichnet, die in der Literatur normalerweise nur Steilheit genannt wird:

$$(2.33) \quad gm = \frac{\partial I_D}{\partial V_G}$$

$gm$	Eingangsteilheit (Steilheit) des Transistors
$I_D$	Drainstrom
$V_G$	Gatespannung

Analog dazu wird die Änderung des Drainstroms mit der Drainspannung statt mit der Gatespannung hier als Ausgangsteilheit bezeichnet. In der Literatur wird der gleiche Parameter normalerweise Kanalleitwert genannt.

$$(2.34) \quad g = \frac{\partial I_D}{\partial V_D}$$

$g$	Ausgangsteilheit (Kanalleitwert) des Transistors
$V_D$	Drainspannung

Wie bereits weiter oben erwähnt kann der Rauschstrom im hinteren Transistor durch die Eingangsteilheiten des oberen und des unteren Gates ausgedrückt werden:

$$(2.35) \quad i_2 = (gm_1 + gm_2)_{sat} (v_{D1} + e_n)$$

Die Eingangsteilheit eines Feldeffekttransistors in Sättigung ist näherungsweise gleich der Ausgangsteilheit bei einer Drainspannung, die auf Sourcepotential liegt. Auf diese Weise kann der Rauschstrom im hinteren Transistor ähnlich beschrieben werden wie der Rauschstrom im vorderen Transistor:

$$(2.36) \quad \begin{aligned} i_2 &= g_2 (v_{D2} = v_{D1} + e_n) (v_{D1} + e_n) \\ &= \frac{W}{L-x} \mathbf{m}Q_K(x) (v_{D1} + e_n) \end{aligned}$$

Wenn man die Rauschströme der beiden Transistoren gleichsetzt, erhält man einen Zusammenhang zwischen der Rauschspannung des Teilwiderstandes und der Drainspannung des vorderen Transistors:

$$(2.37) \quad \begin{aligned} i_1 &= -i_2 \\ \Rightarrow v_{D1} &= -\frac{x}{L} e_n \end{aligned}$$

Der Rauschstrom durch den Transistor ergibt sich z.B., indem man diese Drainspannung in (2.32) einsetzt:

$$(2.38) \quad i_K = i_1 = -\frac{W}{L} \mathbf{m}Q_K(x) e_n$$

Durch Quadrierung, zeitliche Mittelung und Ableitung nach der Frequenz erhält man das Spektrum des Rauschens, das von einem Teilwiderstand hervorgerufen wird:

$$(2.39) \quad \begin{aligned} S_{i,dR} &= \left(\frac{W}{L}\right)^2 \mathbf{m}^2 Q_K^2(x) \overline{de_n^2} \\ &= \left(\frac{W}{L}\right)^2 \mathbf{m}^2 Q_K^2(x) S_{t,dR} \\ &= \left(\frac{W}{L}\right)^2 \mathbf{m}^2 Q_K^2(x) 2k_B T dR \end{aligned}$$

Der Teilwiderstand kann über seinen Leitwert ausgedrückt werden:

$$(2.40) \quad dR = \frac{dx}{Q_K(x)Wm}$$

Die Integration über die gesamte Kanallänge liefert das Rauschspektrum des thermischen Rauschens des Transistorkanals:

$$(2.41) \quad \begin{aligned} S_i &= \int_0^L dx \left( \frac{W}{L} \right)^2 m^2 Q_K^2(x) 2k_B T \frac{1}{mQ_K(x)W} \\ &= \frac{W}{L} m 2k_B T \frac{1}{L} \int_0^L dx Q_K(x) \\ &= \frac{W}{L} m Q_K(0) 2k_B T \frac{\langle Q_K(x) \rangle_x}{Q_K(0)} \end{aligned}$$

$$(2.42) \quad S_i = (gm_1 + gm_2)_{sat} 2k_B T \Gamma$$

Hierbei wurde verwendet, daß sich die Summe der Eingangsteilheiten der beiden Gates in Sättigung  $(gm_1 + gm_2)_{sat}$  durch die Geometrieparameter des JFETs  $W$  und  $L$  sowie der Kanal-Flächenladungsdichte an der Source  $Q_K(0)$  ausgedrückt werden können (s.[Lutz99], S.178).

Das thermische Rauschen des Transistorkanals eines JFETs in Sättigung ist ähnlich dem eines Widerstandes, wobei der Leitwert des Widerstandes ersetzt werden muß durch den gesamten Eingangsleitwert des Transistors in Sättigung. Zusätzlich tritt ein Faktor  $\Gamma$  auf, der sich aus dem Verhältnis zwischen der Flächenladungsdichte, die im Mittel über dem Kanal auftritt, und der Flächenladungsdichte im Kanal an der Source berechnen läßt. Er hängt von der Form des Kanals ab und als Wert wird für einen Transistor in Sättigung normalerweise  $\frac{2}{3}$  angenommen (s.[Lutz99],

S.184).

### 2.2.3 Rauschmechanismen in einer rückwärts gepolten Diode

In diesem Kapitel sollen die Rauschmechanismen analytisch beschrieben werden, die speziell in einer Diode auftreten. Dabei soll nur der Fall einer rückwärts gepolten Diode betrachtet werden. Eine Diode, an der keine Spannung anliegt, weist nur thermisches Rauschen auf. Das Rauschen in einer vorwärts gepolten Diode wird nicht näher diskutiert, da im Rahmen dieser Arbeit dieser Fall nicht auftritt.

### 2.2.3.1 Diffusionsstrom-Rauschen

Der Diffusionsstrom, der durch eine rückwärts gepolte Diode fließt, ist durch die Diffusionsströme der Minoritätsladungsträger an den entsprechenden Rändern der Raumladungszone gegeben, d.h. dem Diffusionsstrom der Elektronen am Übergang vom p-dotierten Gebiet in den verarmten Bereich und dem Diffusionsstrom der Löcher am Übergang vom n-dotierten Gebiet in den verarmten Bereich. Im folgenden soll das Rauschen berechnet werden, das von der Drift der Ladungsträger in der Raumladungszone herrührt, die in den verarmten Bereich hineindiffundiert sind. Es wird angenommen, daß die Drift der einzelnen Ladungsträger unabhängig voneinander sei.

Die Elektronen werden einen kürzeren Strompuls auf die Zuleitungen als die Löcher induzieren, das Integral über einen Strompuls wird bei beiden Ladungsträgertypen eine Elementarladung betragen. Der Strompuls einer Ladungsträgersorte wird für jeden einzelnen Ladungsträger gleich aussehen (Hierbei wird angenommen, daß die Diode symmetrisch in der Ebene senkrecht zu Driftbewegung der Ladungsträger ist). Dementsprechend ergeben sich zwei Ketten von Strompulsen, die jeweils der Drift der Elektronen bzw. der Löcher zugeordnet werden kann. Der Mittelwert über alle Strompulse ergibt den Diffusionsstrom der Diode, aus den Fluktuationen des Stroms ergibt sich das entsprechende Rauschen.

Im folgenden sei vorerst die Drift der Elektronen durch die Raumladungszone betrachtet. Bei einer Folge identischer, unabhängiger Stromimpulse kann die Autokorrelationsfunktion des Gesamtvorgangs aus der Summe der Autokorrelationsfunktion des Einzelprozesses (Drift eines Elektrons durch die Raumladungszone) berechnet werden (s.[Müller79], S.28ff.):

$$(2.43) \quad A(t) = \sum_i A_i(t) + I^2$$

$A_i$	Autokorrelationsfunktion des i-ten Einzelprozesses (Drift des i-ten Elektrons durch die Raumladungszone)
$I$	Gleichstrom

Der Gleichstromanteil in (2.43) wird im folgenden nicht berücksichtigt werden, da nur das Rauschspektrum berechnet werden soll. Zuerst betrachte man den Rauschstrom nur im Zeitintervall  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$ . Dabei verwende man die Definition der Autokorrelationsfunktion aus Kapitel 2.2.1.3):

$$\begin{aligned}
\tilde{A}(t) &= \sum_i \tilde{A}_i(t) \\
&= z \tilde{A}_1(t) \\
(2.44) \quad &= z \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tilde{t} i(\tilde{t}) j(\tilde{t} + t) \\
&= \bar{z} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tilde{t} i(\tilde{t}) j(\tilde{t} + t)
\end{aligned}$$

$z$  Anzahl der Elektronen, die im Zeitintervall  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$  in die  
Raumladungszone hineindiffundieren  
 $\bar{z}$  mittlere Anzahl von Elektronen, die pro Zeiteinheit in die Raumladungszone  
hineindiffundieren

Nun kann der gesamte Zeitbereich betrachtet werden, indem man das Zeitintervall  $\left[-\frac{T}{2}, \frac{T}{2}\right]$  nach

Unendlich anwachsen läßt:

$$\begin{aligned}
A(t) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \bar{z} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tilde{t} i(\tilde{t}) j(\tilde{t} + t) \\
(2.45) \quad &= \bar{z} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} d\tilde{t} i(\tilde{t}) j(\tilde{t} + t) \\
&= \bar{z} \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{t} i(\tilde{t}) j(\tilde{t} + t) \\
&= \bar{z} a_1(t)
\end{aligned}$$

wobei

$$(2.46) \quad a_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{t} i(\tilde{t}) j(\tilde{t} + t)$$

Für die Berechnung des Integrals  $a_1(t)$  sei vereinfachend angenommen, daß die Geschwindigkeit des driftenden Elektrons konstant sei. Die genaue Form des Strompulses spielt nur für sehr hohe

Frequenzen eine Rolle, die im Bereich der reziproken Driftzeit sind. Aus Abbildung 2.6 kann das Integral  $a_1(t)$  entnommen werden:

$$(2.47) \quad a_1(t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tilde{t} i(\tilde{t}) i(\tilde{t} + t) = q^2 \frac{t_d - |t|}{t_d^2} \quad \text{für } |t| \leq t_d$$

$$a_1(t) = 0 \quad \text{sonst}$$

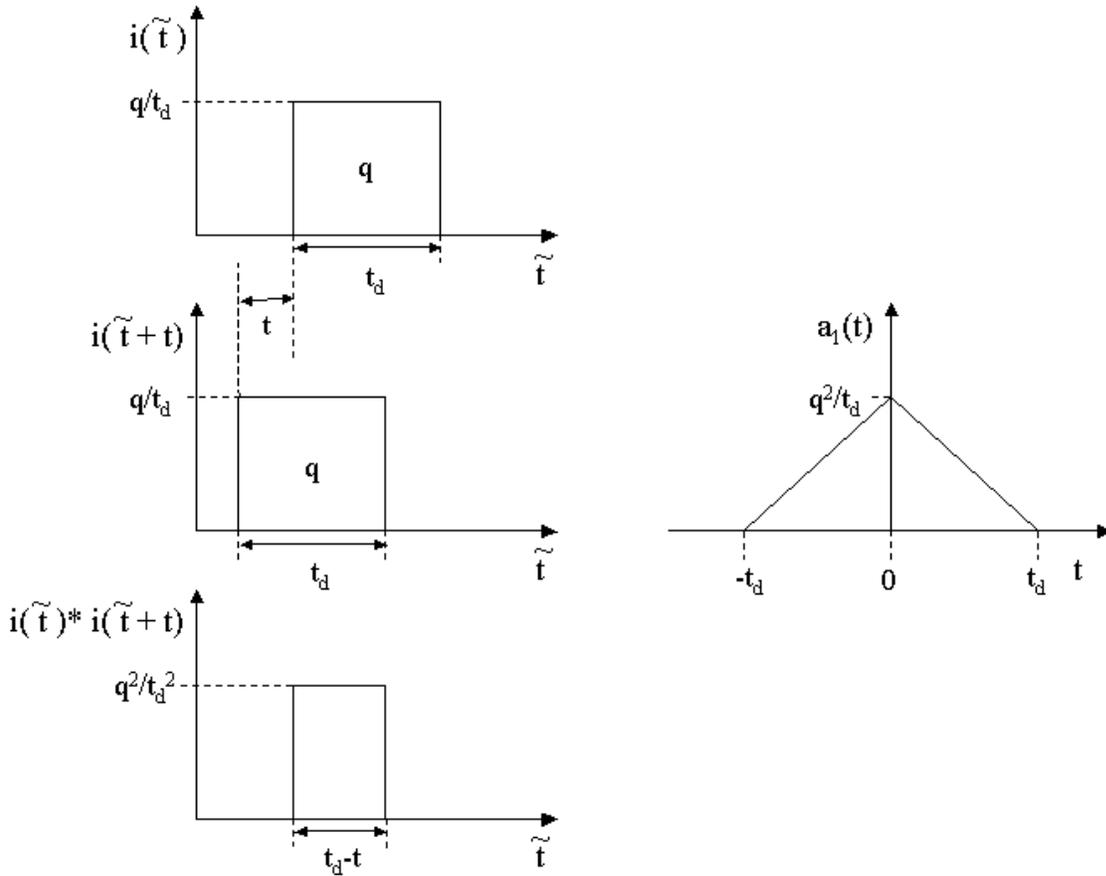


Abbildung 2.6 graphische Bestimmung der Autokorrelationsfunktion eines Strompulses, der durch die konstante Drift eines Elektrons in der Raumladungszone auf den Zuleitungen induziert wird.

Damit ergibt sich für die Autokorrelationsfunktion zu allen Elektronen:

$$\begin{aligned}
 A(t) &= \bar{z} a_1(t) \\
 &= \bar{z} q^2 \frac{t_d - |t|}{t_d^2} \\
 (2.48) \quad &= \frac{I}{q} q^2 \frac{t_d - |t|}{t_d^2} \\
 &= qI \frac{t_d - |t|}{t_d^2}
 \end{aligned}$$

, d.h.

$$(2.49) \quad A(t) = qI \frac{t_d - |t|}{t_d^2} \quad \text{für } |t| \leq t_d$$

$$A(t) = 0 \quad \text{sonst}$$

Mittels des Wiener-Khintchine-Theorems (2.7) erhält man das Rauschspektrum.

$$(2.50) \quad S_{i,n} = \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \exp(-\mathbf{w}t) dt$$

Da das Rauschspektrum real sein muß, kann die Exponentialfunktion im Integral durch die Cosinusfunktion ersetzt werden.

$$(2.51) \quad S_{i,n} = \int_{-\infty}^{\infty} A(t) \cos(-\mathbf{w}t) dt$$

Aufgrund der Symmetrie der Autokorrelationsfunktion und der Cosinus-Funktion, muß nur das Integral über die positive Zeitachse berechnet werden:

$$(2.52) \quad S_{i,n} = 2 \int_0^{\infty} A(t) \cos(-\mathbf{w}t) dt$$

Außerdem muß die Integration nur bis zur Driftzeit  $t_d$  durchgeführt werden, da die Autokorrelationsfunktion für längere Zeiten ( $t > t_d$ ) verschwindet.

$$\begin{aligned}
S_{i,n} &= 2 \int_0^{t_d} A(t) \cos(\mathbf{w}t) dt \\
&= 2 \int_0^{t_d} qI_n \frac{t_d - |t|}{t_d^2} \cos(\mathbf{w}t) dt \\
&= 2 \frac{qI_n}{t_d^2} \int_0^{t_d} (t_d - |t|) \cos(\mathbf{w}t) dt \\
&= 2 \frac{qI_n}{t_d^2} \left( t_d \int_0^{t_d} \cos(-\mathbf{w}t) dt - \int_0^{t_d} t \cos(\mathbf{w}t) dt \right) \\
&= 2 \frac{qI_n}{t_d^2} \left( t_d \left[ \frac{\sin(\mathbf{w}t)}{\mathbf{w}} \right]_0^{t_d} - \left[ \frac{t}{\mathbf{w}} \sin(\mathbf{w}t) - \frac{(1 - \cos(\mathbf{w}t_d))}{\mathbf{w}^2} \right]_0^{t_d} \right) \\
&= 2 \frac{qI_n}{t_d^2} \left( - \frac{(1 - \cos(\mathbf{w}t_d))}{\mathbf{w}^2} \right) \\
&= 2 \frac{qI_n}{t_d^2} \left( \frac{2 \sin^2 \left( \frac{\mathbf{w}t_d}{2} \right)}{\mathbf{w}^2} \right) \\
(2.53) \quad &= qI_n \frac{\sin^2 \left( \frac{\mathbf{w}}{2} t_d \right)}{\left( \frac{\mathbf{w}}{2} t_d \right)^2}
\end{aligned}$$

Für Frequenzen, die klein gegen die reziproke Driftzeit der Elektronen sind, gilt:

$$(2.54) \quad S_{i,n} = qI_n$$

Als Ergebnis erhält man das gleiche Rauschspektrum, das in der Literatur für das sogenannte Schrotrauschen hergeleitet wird. Beim Schrotrauschen wird ein Strom betrachtet, der durch die unabhängige Bewegung von Ladungen durch einen Leiterquerschnitt hervorgerufen wird. Aus den statistischen Schwankungen der Anzahl der Ladungen, die pro Zeiteinheit durch die Leiterfläche fließen, wird das Schrotrauschen berechnet.

Für die Löcher, welche in die Raumladungszone hineindiffundieren und deren Drift in der Raumladungszone als unabhängig von der Drift der Elektronen angenommen wird, gelten die entsprechenden Betrachtungen wie sie für die Elektronen ausgeführt wurden. Als Rauschspektrum für das gesamte Diffusionsstrom-Rauschen ergibt sich daher:

$$(2.55) \quad S_i = S_{i,n} + S_{i,p} = qI_n + qI_p = qI_{diff}$$

$I_{diff}$                       Leckstrom, der durch Diffusion von Ladungsträgern in die Raumladungszone hinein hervorgerufen wird

### 2.2.3.2 Generations-Rekombinations-Rauschen

Der Leckstrom einer Diode wird neben dem Diffusionsstrom auch durch den Generations- bzw. Rekombinationsstrom bestimmt. Das Rauschen, das mit letzterem verbunden ist, soll in diesem Abschnitt beschrieben werden. Eine ausführliche Berechnung befindet sich in der Veröffentlichung [Lauritzen68], in welcher alle drei möglichen Zustände einer Diode (Rückwärtspolung, thermisches Gleichgewicht und Vorwärtspolung) diskutiert werden.

Hier sollen die wichtigsten Punkte beschrieben werden, die bei der Rückwärtspolung einer Diode auftreten. Im Fall der Rückwärtspolung muß in der Raumladungszone nur die Generation von Ladungsträgern betrachtet werden. Im vorliegenden Fall soll ein indirekter Halbleiter wie Silizium betrachtet werden, in dem die Generation von Elektronen aus dem Valenzband in das Leitungsband sehr unwahrscheinlich ist und daher die Generation nur aus Störstellen innerhalb der Bandlücke heraus dominiert. Wenn ein Ladungsträger aus einer Störstelle heraus generiert wird, wird die Störstelle entsprechend umgeladen. Sobald der generierte Ladungsträger vom Ort, an der die Störstelle sitzt, wegdriftet, wird ein Strom auf den Zuleitungen induziert bis der generierte Ladungsträger am Rand der Raumladungszone in die Spannungsversorgung abgezogen wird. Daraufhin kann die frei gelegte Störstellenladung die Potentialverhältnisse so ändern, daß ein veränderter Strom durch die Diode fließt. Die alternierende Generation von Elektronen und Löchern führt zu Stromschwankungen, die ein RTS-Rauschen bewirken. Auf diese Weise hängen Generations- und RTS-Rauschen in einer Diode zusammen.

Die Generation jedes einzelnen Ladungsträgers und dessen Drift in der Raumladungszone erzeugt einen Strompuls auf den Zuleitungen zur Diode. Im Gegensatz zum Diffusionsstromrauschen hängt die Länge des auf die Zuleitungen induzierten Signals von der Lage der generierenden Störstelle in der Raumladungszone ab. Wiederum werden die Löcher aufgrund ihrer geringeren Mobilität gegenüber den Elektronen langsamer driften und bei gleichem Driftweg und -feld von der Störstelle zum Rand der Raumladungszone ein entsprechend längeres Signal erzeugen.

Die Herleitung des Rauschspektrums für das Generations-Rekombinations-Rauschen in [Lauritzen68] beruht auf den folgenden Annahmen:

- Die Übergangszone sei vollständig verarmt, sodaß nur Generationsprozesse eine Rolle spielen.
- Es handele sich um einen indirekten Halbleiter, in dem die Generation nur aus Störstellen in der Bandlücke auftritt.
- Man betrachte nur Störstellen mit zwei möglichen Ladungszuständen, d.h. es findet eine alternierende Generation von Elektronen und Löchern statt.
- Die relevanten Frequenzen seien kleiner als die reziproke Driftzeit der generierten Ladungen durch die Raumladungszone, sodaß auch die genaue Form der Strompulse nicht berücksichtigt werden muß.

Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich als Rauschspektrum für die Generation aus Störstellen eines bestimmten Typs, die über die gesamte Raumladungszone verteilt sind (s.[Lauritzen68]):

$$(2.56) \quad S_{i,G1} = aqI_1$$

$I_1$  Leckstrom, der durch die Generation von Ladungen aus Störstellen eines Typs erzeugt wird.

Der Faktor  $a$  hängt von der Lage der Störstelle in der Bandlücke ab:

$$(2.57) \quad a = \frac{I_{e,n}^2 + I_{e,p}^2}{(I_{e,n} + I_{e,p})^2}$$

$I_{e,n}$  Emissionsrate der Elektronen

$I_{e,p}$  Emissionsrate der Löcher

Die Emissionsraten für Elektronen bzw. Löcher können wie folgt dargestellt werden:

$$(2.58) \quad I_{e,n} = n_{t,n} \mathbf{s}_n v_{th,n}$$

$$(2.59) \quad I_{e,p} = n_{t,p} \mathbf{s}_p v_{th,p}$$

$$(2.60) \quad n_{t,n} = N_c \exp\left(\frac{-E_t}{k_B T}\right)$$

$$(2.61) \quad n_{t,p} = N_v \exp\left(-\frac{(E_g - E_t)}{k_B T}\right)$$

$S_n, S_p$	Wirkungsquerschnitt für Elektronen bzw. Löcher
$v_{th,n}, v_{th,p}$	thermische Geschwindigkeit der Elektronen bzw. Löcher
$N_c, N_v$	effektive Zustandsdichte im Leitungs- bzw. Valenzband
$E_t$	Energieniveau der Störstelle in der Bandlücke, aus der heraus Elektronen bzw. Löcher hinausemittiert werden können. Das Energieniveau ist vom Leitungsband her gerechnet.
$E_g$	Breite der Bandlücke

Der Faktor  $a$  ist in Abbildung 2.7 in Abhängigkeit von dem Energieniveau der Störstelle in der Bandlücke von Silizium dargestellt. Die Temperatur wurde auf  $295\text{ K}$  und die Wirkungsquerschnitte für Elektronen sowie für Löcher auf  $10^{-15}\text{ cm}^2$  gesetzt.

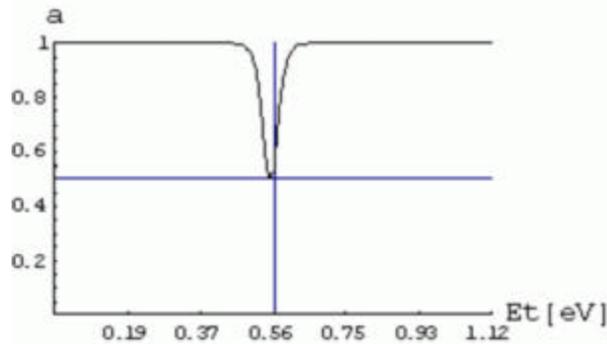


Abbildung 2.7 Vorfaktor aus (2.56) bzw. (2.57) für verschiedene Energieniveaus der generierenden Störstellen in der Bandlücke von Silizium. Auf der x-Achse ist die Aktivierungsenergie von der Störstellenenergie zum Leitungsband angegeben. Die Temperatur wurde auf  $295\text{ K}$  und die Wirkungsquerschnitte für Elektronen sowie für Löcher auf  $10^{-15}\text{ cm}^2$  gesetzt.

Zur Vereinfachung sei hier das Rauschen überschätzt, indem man für alle Typen von Störstellen den Faktor  $a$  auf 1 setzt. Damit kann das gesamte Generationsrauschen von allen Störstellen jeglichen Typs nach oben abgeschätzt werden:

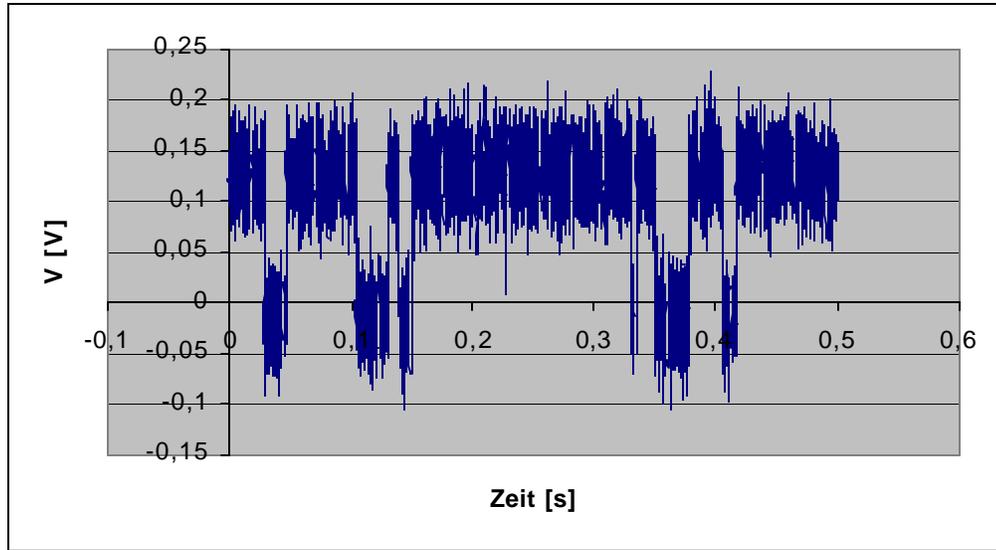
$$(2.62) \quad S_{i,G} \leq \sum_i qI_i \leq qI_G$$

$I_G$  Leckstrom, der durch Generation in der Raumladungszone erzeugt wird

## 2.2.4 RTS-Rauschen

Das RTS-Rauschen kommt dadurch zustande, daß Ladungsträger in Störstellen eingefangen und wieder emittiert werden. Insgesamt sind 4 Prozesse möglich: der Einfang und die Emission sowohl von Elektronen wie von Löchern. Durch die Umladung einer Störstelle durch diese Prozesse kann sich der Strom durch ein Bauelement ändern. Im folgenden soll das Rauschspektrum für eine Störstelle mit zwei möglichen Ladungszuständen hergeleitet werden. Der Rauschstrom wird in diesem Fall zwischen zwei Werten hin- und herspringen. Ein Abwärtssprung wird hervorgerufen, indem beispielsweise ein Elektron eingefangen oder ein Loch emittiert wird. Die Verweildauer im oberen Zustand hängt von der Wahrscheinlichkeiten dieser Übergänge ab. Für den unteren Zustand gilt Entsprechendes. Da die Übergänge Wahrscheinlichkeitsprozesse sind, werden die Verweilzeiten im oberen bzw. im unteren Zustand statistisch verteilt sein. In Abbildung 2.8 ist ein typisches RTS-Signal aufgezeichnet. Hierbei wird davon ausgegangen, daß der Strom instantan auf den neuen Wert wechselt, d.h. es wird vernachlässigt, daß das Bauelement eine bestimmte Zeit benötigt, um das neue Gleichgewicht zu erreichen. Für die in dieser Arbeit untersuchten Fälle sind diese Zeiten so klein, daß sie nur außerhalb des relevanten Frequenzbereichs Einfluß haben.

a)



b)

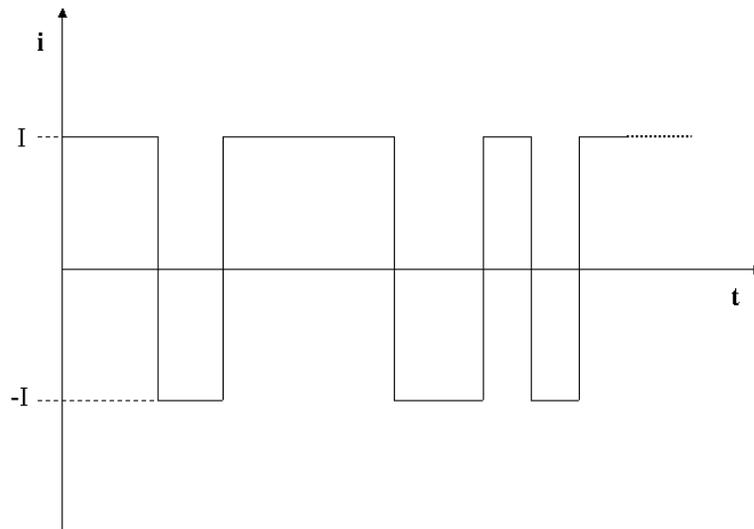


Abbildung 2.8 Gemessenes und theoretisches RTS-Signal:

- a) Im Fall des gemessenen RTS-Signal ist auf der y-Achse die Spannung am Ausgang des Vorverstärkers aufgetragen, der in das Messsystem eingebaut ist, das weiter unten in Kapitel 3.1 beschrieben wird. Das gemessene RTS-Signal ist überlagert von weißem Rauschen. Es sind deutlich die Stromsprünge zwischen zwei Ladungszuständen einer Störstelle zu erkennen.
- b) Typisches theoretisches RTS-Signal einer Störstelle mit zwei möglichen Ladungszuständen.

In der Autokorrelationsfunktion wird das Stromsignal mit sich selbst zu unterschiedlichen Zeitpunkten in Beziehung gesetzt und daraus die mittlere Leistung berechnet. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei der erste betrachtete Zeitpunkt im Ursprung der Zeitachse:

$$(2.63) \quad A(t) = \overline{i(0)i(t)}$$

Diesen Mittelwert erhält man, indem man die Leistungsfunktionen für alle möglichen Prozesse unter Berücksichtigung der entsprechenden Wahrscheinlichkeiten summiert:

$$(2.64) \quad \begin{aligned} A(t) &= A_{I \rightarrow I} + A_{I \rightarrow -I} + A_{-I \rightarrow I} + A_{-I \rightarrow -I} \\ &= I(1-\bar{f})IP_{I \rightarrow I} + I(1-\bar{f})(-I)P_{I \rightarrow -I} + (-I)\bar{f}IP_{-I \rightarrow I} + (-I)\bar{f}(-I)P_{-I \rightarrow -I} \\ &= I^2 \left[ (1-\bar{f})(P_{I \rightarrow I} - P_{I \rightarrow -I}) + \bar{f}(P_{-I \rightarrow -I} - P_{-I \rightarrow I}) \right] \end{aligned}$$

$A_{i(0) \rightarrow i(t)}$	Anteil der Autokorrelationsfunktion, der durch einen Übergang des Rauschstroms von einem Wert $i(0)$ zum Zeitpunkt $\tilde{t} = 0$ zu einem Wert $i(t)$ zu einem Zeitpunkt $\tilde{t} = t$ hervorgerufen wird.
$\bar{f}$	mittlere Wahrscheinlichkeit, daß sich der Rauschstrom im unteren Zustand befindet
$P_{A \rightarrow B}$	Wahrscheinlichkeit für den Übergang vom Stromzustand A in den Stromzustand B

Die Wahrscheinlichkeiten  $P_{A \rightarrow B}$  können mit der Wahrscheinlichkeit ausgedrückt werden, daß die Störstelle zum Zeitpunkt  $t$  besetzt oder frei ist. Wenn  $f(t)$  die Wahrscheinlichkeit bezeichnet, daß die Störstelle zum Zeitpunkt  $t$  besetzt ist, dann gilt für die Wahrscheinlichkeiten  $P_{A \rightarrow B}$ :

$$(2.65) \quad \begin{aligned} P_{I \rightarrow I} &= |1 - f(t)|_{1-f(0)=1} \\ P_{I \rightarrow -I} &= |f(t)|_{f(0)=0} \\ P_{-I \rightarrow I} &= |1 - f(t)|_{1-f(0)=0} \\ P_{-I \rightarrow -I} &= |f(t)|_{f(0)=1} \end{aligned}$$

Im folgenden sei ohne Beschränkung der Allgemeinheit angenommen, daß die Besetzung der Störstelle zum unteren Stromzustand führe. Die Veränderung der Besetzungswahrscheinlichkeit kann mit den mittleren Übergangswahrscheinlichkeiten wie folgt ausgedrückt werden:

$$(2.66) \quad \begin{aligned} \frac{df(t)}{dt} &= (1-f(t))I_c - f(t)I_e \\ &= -If(t) + I_c \end{aligned}$$

$I_c$  mittlere Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit der Übergänge, die zur Besetzung einer freien Störstelle führen. Hier wird o.B.d.A. angenommen, daß die Besetzung der Störstelle dem unteren Stromzustand entspricht. Später wird diese Größe auch als Übergangsrate zum Einfang von Ladungsträgern in die Störstelle bezeichnet werden (Einfangrate).

$I_e$  mittlere Wahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit der Übergänge, die zur Entladung einer besetzten Störstelle führen. Hier wird o.B.d.A. angenommen, daß die entladene Störstelle dem oberen Stromzustand entspricht. Später wird diese Größe auch als Übergangsrate zur Emmission von Ladungsträgern aus der Störstelle heraus bezeichnet werden (Emissionsrate).

$I = I_c + I_e$  Gesamtübergangsrate = Einfang- + Emissionsrate

Durch Integration ergibt sich der zeitliche Verlauf der Besetzungswahrscheinlichkeit:

$$(2.67) \quad \begin{aligned} f(t) &= (f(0) - \bar{f})\exp(-It) + \bar{f} \\ 1 - f(t) &= [(1 - f(0)) - (1 - \bar{f})]\exp(-It) + (1 - \bar{f}) \\ \bar{f} &= \frac{I_c}{I} = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t) \\ 1 - \bar{f} &= \frac{I_e}{I} = \lim_{t \rightarrow \infty} (1 - f(t)) \end{aligned}$$

Damit ergibt sich aus (2.65)

$$(2.68) \quad \begin{aligned} P_{I \rightarrow I} &= 1 - \bar{f}(1 - \exp(-It)) \\ P_{I \rightarrow -I} &= \bar{f}(1 - \exp(-It)) \\ P_{-I \rightarrow I} &= (1 - \bar{f})(1 - \exp(-It)) \\ P_{-I \rightarrow -I} &= \exp(-It) + \bar{f}(1 - \exp(-It)) \end{aligned}$$

Für die Autokorrelationsfunktion erhält man:

$$(2.69) \quad \begin{aligned} A(t) &= I^2 \left\{ \bar{f} - (1 - \bar{f}) \right\}^2 + 4\bar{f}(1 - \bar{f})\exp(-It) \\ &= I^2 \left[ \left( \frac{I_c - I_e}{I} \right)^2 + 4 \frac{I_c I_e}{I^2} \exp(-It) \right] \end{aligned}$$

Der erste Summand beschreibt den Gleichstromanteil des RTS-Signals. Die Korrelation zwischen zwei Ereignissen in einem RTS-Signal fällt exponentiell mit der Zeitdifferenz zwischen den Ereignissen ab. Bei hoher Übergangsrate sind die Ereignisse schwächer korreliert.

Zur Berechnung des Rauschspektrums kann wieder das Wiener-Khintchine-Theorem (2.7) benutzt werden. Der Gleichstromanteil der Autokorrelationsfunktion kann hierbei weggelassen werden:

$$\begin{aligned}
 S_i(\mathbf{w}) &= 2 \int_0^{\infty} dt A(t) \cos(\mathbf{w}t) \\
 &= 8I^2 \frac{I_c I_e}{I^2} \int_0^{\infty} dt \exp(-It) \cos(\mathbf{w}t) \\
 (2.70) \quad &= 8I^2 \frac{I_c I_e}{I^2} \left[ \frac{1}{I^2 + \mathbf{w}^2} \exp(-It) (-I \cos(\mathbf{w}t) + \mathbf{w} \sin(\mathbf{w}t)) \right]_{t=0}^{t=\infty} \\
 &= 2AB \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathbf{w}}{I}\right)^2} \\
 A &= (\Delta I)^2 = (2I)^2 \\
 B &= \frac{I_c I_e}{I^3}
 \end{aligned}$$

Ein typisches RTS-Rauschspektrum ist in Abbildung 2.9 dargestellt. Das Spektrum hat bis zu Frequenzen, die im Bereich der gesamten Übergangsrate liegen, einen konstanten Wert und fällt dann quadratisch mit der Frequenz ab. Die niederfrequente Konstante hängt vom Stromsprung ab, der durch die Umladung der Störstelle hervorgerufen wird, und von einer Funktion ab, die hier als B-Faktor bezeichnet wird. In letzteren gehen die gesamte Übergangsrate und die Symmetrie des RTS-Signals ein. Falls die Emissionsrate konstant ist, dann wird der B-Faktor maximal, wenn die Einfangrate gerade halb so groß wie die Emissionsrate ist. Entsprechendes gilt für eine konstante Einfangrate:

$$\begin{aligned}
 (2.71) \quad I_{c,\max} &= \frac{I_e}{2} \\
 I_{e,\max} &= \frac{I_c}{2}
 \end{aligned}$$

Dieser Sachverhalt kann anhand der Autokorrelationsfunktion aus (2.69) erklärt werden. Vorerst sei die Gesamtübergangsrate  $I$  konstant gehalten und die Frage gestellt, ob symmetrische oder

asymmetrische Signale mehr Rauschen erzeugen. Bei der Korrelationszeit  $t = 0$  besitzt die Autokorrelationsfunktion unabhängig von der Gesamtübergangsrate den Wert 1 (s. (2.69) ). Er teilt sich in einen Gleichstromanteil und einen Rauschanteil auf. Im symmetrischen Fall verschwindet der Gleichstromanteil und der Rauschanteil wird maximal (s. (2.69) ). Symmetrische RTS-Signale mit längeren mittleren Verweildauern im oberen und unteren Zustand besitzen eine Autokorrelationsfunktion, die langsamer mit der Korrelationszeit abfällt. In diesem Fall wird für Frequenzen, die klein gegenüber der reziproken Korrelationszeit sind, bei der Berechnung des Rauschspektrums mittels des **Wiener-Khintchine-Theorem** über eine größere Fläche unter der Autokorrelationsfunktion integriert. Dies führt bei den angesprochenen Frequenzen zu einem höheren Rauschen. Allerdings besitzt ein symmetrisches Signal mit längeren Verweildauern im oberen und unteren Zustand eine geringere Bandbreite, da die Gesamtübergangsrate kleiner ist als bei kürzeren Verweildauern in den beiden Stromzuständen.

Nun bleibt noch zu klären, warum der B-Faktor nicht genau im symmetrischen Fall maximal wird. Dafür soll von dem Fall ausgegangen werden, daß die Einfangrate kleiner sei als die konstant angenommene Emissionsrate. Wenn nun die Einfangrate zunimmt, wird das RTS-Signal zwar symmetrischer, aber die Autokorrelationsfunktion wird kürzer. Der B-Faktor wird schon bei einer Einfangrate maximal, die nur halb so groß ist wie die Emissionsrate. Außerdem nimmt die Bandbreite des RTS-Spektrums zu.

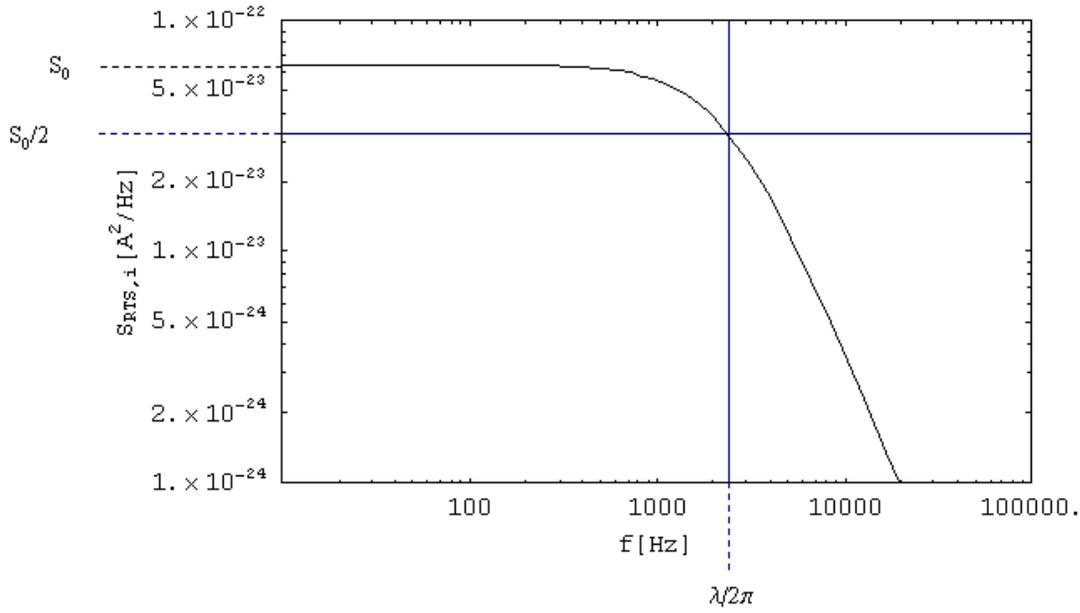


Abbildung 2.9 Typisches RTS-Rauschspektrum

Die mittleren Übergangswahrscheinlichkeiten, die zu einer Besetzung bzw. einer Entladung der Störstelle führen, können aus den entsprechenden Einfang- und Emissionsraten berechnet werden. Während der Einfang eines Elektrons oder die Emission eines Lochs zu einem negativeren Zustand führen, wird die Störstelle durch den Einfang eines Lochs oder die Emission eines Elektrons positiver geladen. O.B.d.A. sei hier angenommen, daß der negativere Zustand zum unteren Stromzustand führe. In diesem Fall können die mittleren Übergangswahrscheinlichkeiten wie folgt ausgedrückt werden:

$$(2.72) \quad \begin{aligned} I_c &= I_{c,n} + I_{e,p} \\ I_e &= I_{e,n} + I_{c,p} \end{aligned}$$

Die Einfangraten hängen von der Ladungsträgerdichte am Ort des Einfangs  $n$  (Elektronendichte) und  $p$  (Löcherdichte), dem Wirkungsquerschnitts des Übergangs  $s$  und der thermischen Geschwindigkeit der Ladungsträger  $v_{th}$  ab:

$$(2.73) \quad \begin{aligned} I_{c,n} &= s_n v_{th,n} n \\ I_{c,p} &= s_p v_{th,p} p \end{aligned}$$

Die Emissionsrate für Elektronen hängt im Unterschied zur Einfangrate der Elektronen von der Energiedifferenz zwischen der Lage der Störstelle in der Bandlücke und dem Leitungsband sowie der freien Zustände im Leitungsband ab:

$$(2.74) \quad I_{e,n} = s_n v_{th,n} (N_c - n) \exp\left(-\frac{E_c - E_t}{k_B T}\right)$$

$N_c$	effektive Zustandsdichte im Leitungsband
$E_c$	Energieniveau der unteren Kante des Leitungsbandes
$E_t$	Energieniveau der Störstelle

(2.74) kann hergeleitet werden, indem man den Besetzungszustand einer Störstelle im Gleichgewicht betrachtet (s.[Lutz99], S.188). Im Gegensatz zu [Lutz99] wurde hier die Dichte der besetzten Zustände  $n$  von der effektiven Zustandsdichte  $N_c$  abgezogen.

Wenn die Elektronendichte im Leitungsband klein gegen die effektive Zustandsdichte im Leitungsband ist, kann die Emissionsrate der Elektronen vereinfacht dargestellt werden.

$$(2.75) \quad I_{e,n} = s_n v_{th,n} N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_t}{k_B T}\right)$$

Für die Emissionsrate der Löcher gilt entsprechendes wie für die Emissionsrate der Elektronen:

$$(2.76) \quad I_{e,p} = s_p v_{th,p} N_v \exp\left(-\frac{E_t - E_v}{k_B T}\right)$$

$N_v$	effektive Zustandsdichte des Valenzbandes
-------	---

### 2.3 Energieauflösung eines Halbleiter-Detektor-Verstärker-Systems

Nachdem nun die wichtigsten Rauschmechanismen beschrieben wurden, die in einem HDVS auftreten, soll nun die Auswirkung der verschiedenen Rauschquellen auf die Energieauflösung eines solchen Systems untersucht werden.

Wenn Strahlung einer scharf definierten Energie in ein Detektor-Verstärker-System einfällt, würde diese Strahlung bei einem idealen spektroskopischen System eine scharfe Linie bei der

entsprechenden Energie erzeugen, die Energieauflösung des Systems wäre optimal. Durch Rauschen im System wird die Linie verbreitert und die Energieauflösung verschlechtert (s. Abbildung 2.10).

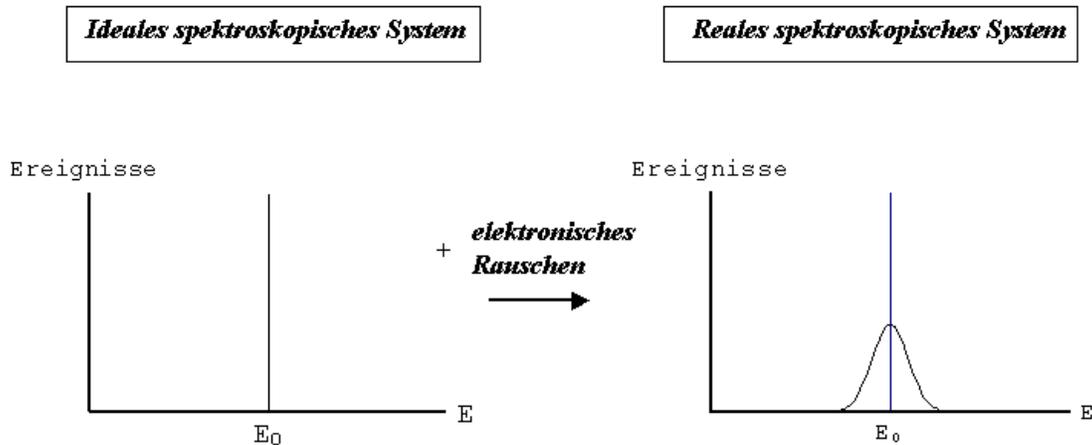


Abbildung 2.10 Ideale und reale Energieauflösung eines spektroskopischen Systems ohne bzw. mit elektronischem Rauschen

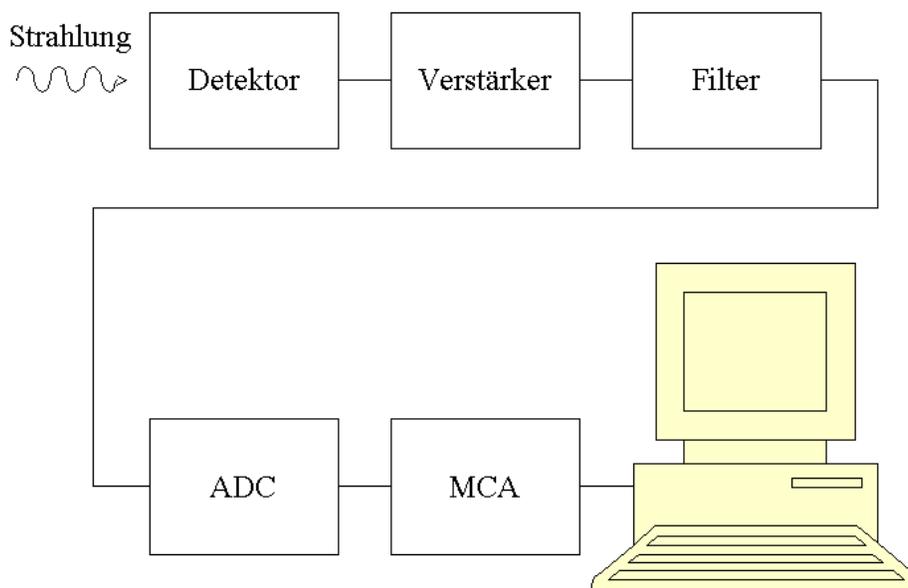
Rauschquellen am Eingang des Systems haben hierbei im allgemeinen einen größeren Einfluß auf die Energieauflösung als ein gleichgeartetes Rauschen weiter hinten in der Verstärkungskette des Systems. Am Eingang des Systems entstehen Signalschwankungen bei der Ladungserzeugung, die von der Wechselwirkung der einfallenden Strahlung mit dem Eintrittsfenster und dem Detektormaterial abhängen. Im Eintrittsfenster treten Verluste durch Absorption der einfallenden Strahlung am Fenstermaterial und durch Rekombination von Ladungsträgern auf. Beide Mechanismen sind Schwankungen unterworfen. Die Fluktuationen, die bei der Ladungsgeneration im Detektor auftreten, werden als Fano-Rauschen bezeichnet. In einem Halbleiter-Detektor-Verstärker-System wird die Energieauflösung zusätzlich durch das Rauschen der elektronischen Komponenten verschlechtert. Im folgenden soll nur der Einfluß des elektronischen Rauschens auf die Energieauflösung betrachtet werden.

### 2.3.1 Berechnung der Energieauflösung eines einfachen HDV-Systems unter Berücksichtigung des elektronischen Rauschens

In Abbildung 2.11 ist ein typisches spektroskopisches System schematisch dargestellt, mit dem Spektren der Strahlung aufgenommen werden können, die in den Detektor einfällt. Die Ausleseelektronik zwischen Detektor und ADC wird dabei als Reihenschaltung eines Verstärkers

ohne Filterwirkung mit einem Filter beschrieben. Der Verstärker habe eine konstante Verstärkung im Frequenzbereich, in dem der Filter wirkt. Vom ADC werde das Maximum des Zeitsignals weiterverarbeitet, das durch ein Signal am Ausgang des Filters entsteht.

Die Energieauflösung des Systems sollte im Idealfall nur von den Eigenschaften des Detektors, des Verstärkers und des Filters abhängen. Als erste Verstärkungsstufe wird hier ein JFET betrachtet. Der Rauschbeitrag der folgenden Verstärkerstufen wird nicht berücksichtigt. Daher kann deren Verstärkung auf 1 gesetzt werden, um die Darstellung zu vereinfachen. Die elektrische Charakteristik des Halbleiter-Detektors wird durch eine Kapazität modelliert (s. Abbildung 2.12). Manche spektroskopische Systeme benutzen einen Vorverstärker, der auf das Gate1 gegengekoppelt ist. Eine derartige Gegenkopplung wird hier nicht betrachtet.



---

Abbildung 2.11 Typisches spektroskopisches System

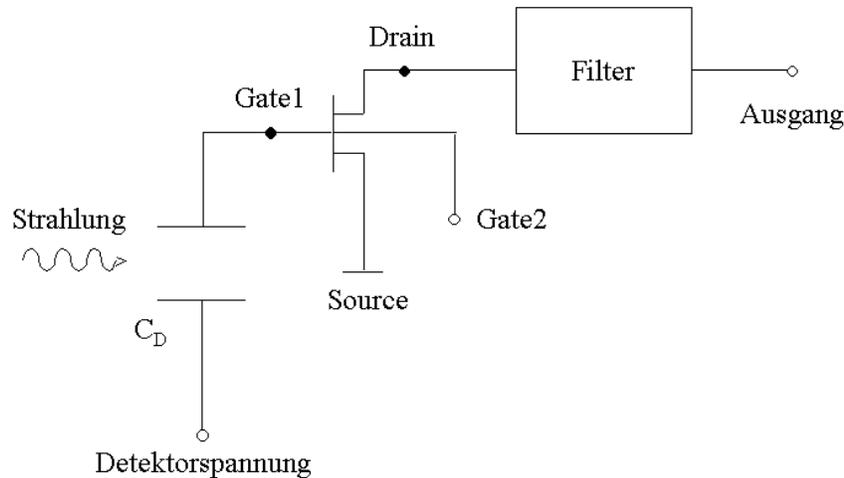


Abbildung 2.12 Für die Energieauflösung relevanter Teil des spektroskopischen Systems aus Abbildung 2.11. Es wird nur die erste Verstärkungsstufe des Verstärkers berücksichtigt, die durch einen JFET mit zwei steuernden Gates realisiert sei.

Um die Energieauflösung des Systems in Ladungen im Detektor zu bestimmen, müssen zuerst zwei Größen berechnet werden:

- das Ausgangssignal, das durch einfallende Strahlung erzeugt wird: *Signal*
- das Rauschen am Ausgang: *N*

Beide Größen können durch Zuhilfenahme eines Kleinsignal-Ersatzschaltbilds ermittelt werden. Durch einen Vergleich des Signals und des Rauschens am Ausgang kann eine Signalladung am Eingang des Systems berechnet werden, die dem Rauschen des Systems entspricht (‘Equivalent Noise Charge’, s.[Gatti86] ).

### 2.3.1.1 Signal

In Abbildung 2.13 ist das Kleinsignal-Ersatzschaltbild für die Signalanalyse aufgezeichnet. Das durch die einfallende Strahlung im Detektor erzeugte Signal wird als delta-förmig angenommen. Damit wird der Signalstrom nur für Frequenzen, die klein sind gegenüber der reziproken Signaldauer, richtig beschrieben. Die Verallgemeinerung auf Stromsignale beliebigen Verlaufs wird in 2.3.2 diskutiert. Das delta-förmige Eingangssignal lädt die Kapazitäten am Gate1 ( $C_{G1-RK}$ ,  $C_{G1-S}$ ,  $C_{G1-D}$ ) auf und

erzeugt am Drain einen Stromsprung. Das Stromsignal aus dem Eingangstransistor wird vom Filter geformt. Dieser Stromsprung kann in den Frequenzraum transformiert werden, um den Einfluß des Filters auf den Stromsprung im Frequenzraum zu berechnen. Am Ausgang des Filters wird das Signal wieder in den Zeitraum zurücktransformiert, um das Maximum des Zeitsignals zu ermitteln, das vom ADC weiterverarbeitet wird.

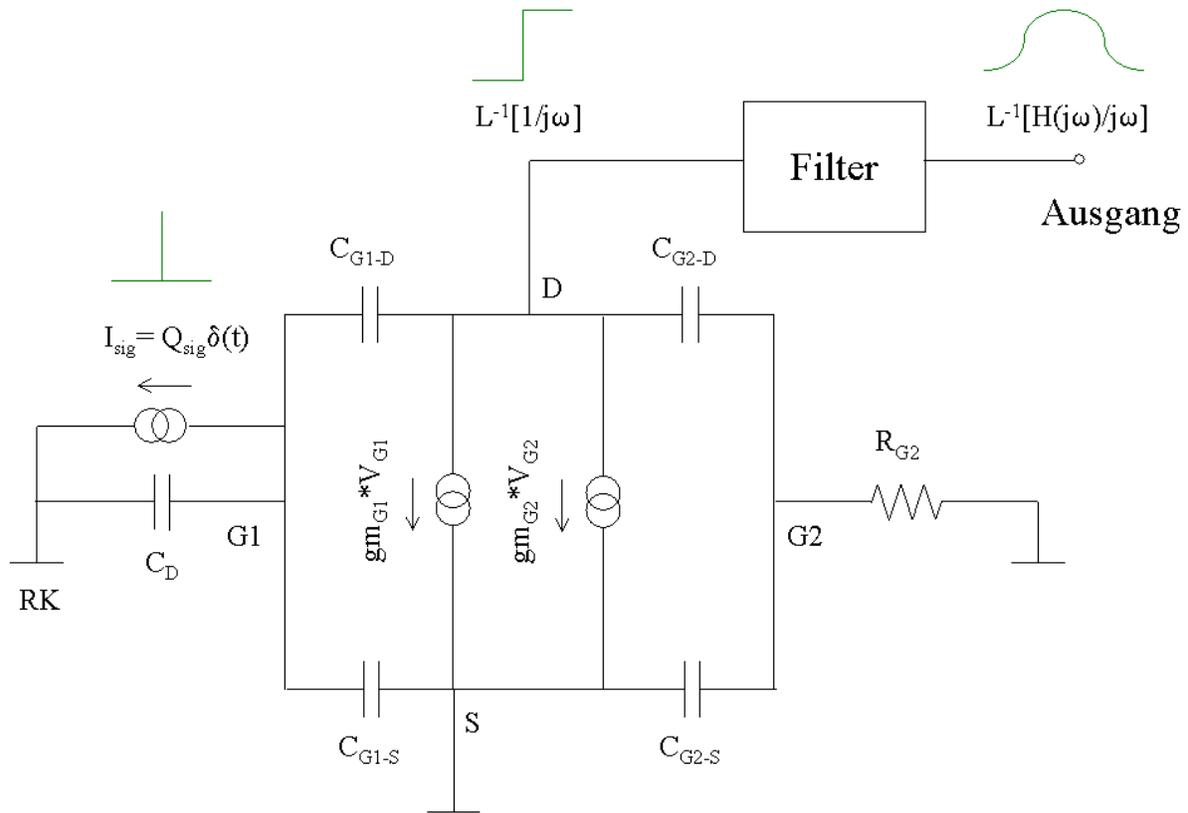


Abbildung 2.13 Kleinsignal-Ersatzschaltbild für die Signalanalyse. RK bezeichnet den Kontakt, an dem die Detektorspannung angelegt wird (“Rückkontakt“).

$I_{sig}$	Signalstrom
$Q_{sig}$	im Detektor deponierte Signalladung
$R_{G2}$	Widerstand, der vom zweiten Gate aus zur idealen Spannungsquelle für das zweite Gate gesehen wird
$gm_{G1}, gm_{G2}$	Eingangssteilheiten des Eingangstransistors des ersten bzw. zweiten Gates
$L$	Laplace-Transformation
$H(j\omega)$	Übertragungsfunktion des Filters

Damit ergibt sich für das Signal am Ausgang unter Vernachlässigung hochfrequenter Einflüsse:

$$(2.77) \quad \text{Signal} = \frac{Q_{sig}}{C_{G1} + C_D} g_{m_{G1}} \text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)$$

$$C_{G1} = C_{G1-RK} + C_{G1-S} + C_{G1-D} \quad \text{Gesamtkapazität am Gate1}$$

$H(j\omega)$  bezeichnet die Übertragungsfunktion des Filters. Sie ist die Laplace-Transformierte der Zeitantwort des Filters auf ein delta-förmiges Eingangssignal.

### 2.3.1.2 Rauschen

In Abbildung 2.14 sind die Rauschquellen in die Ersatzschaltung eingezeichnet.

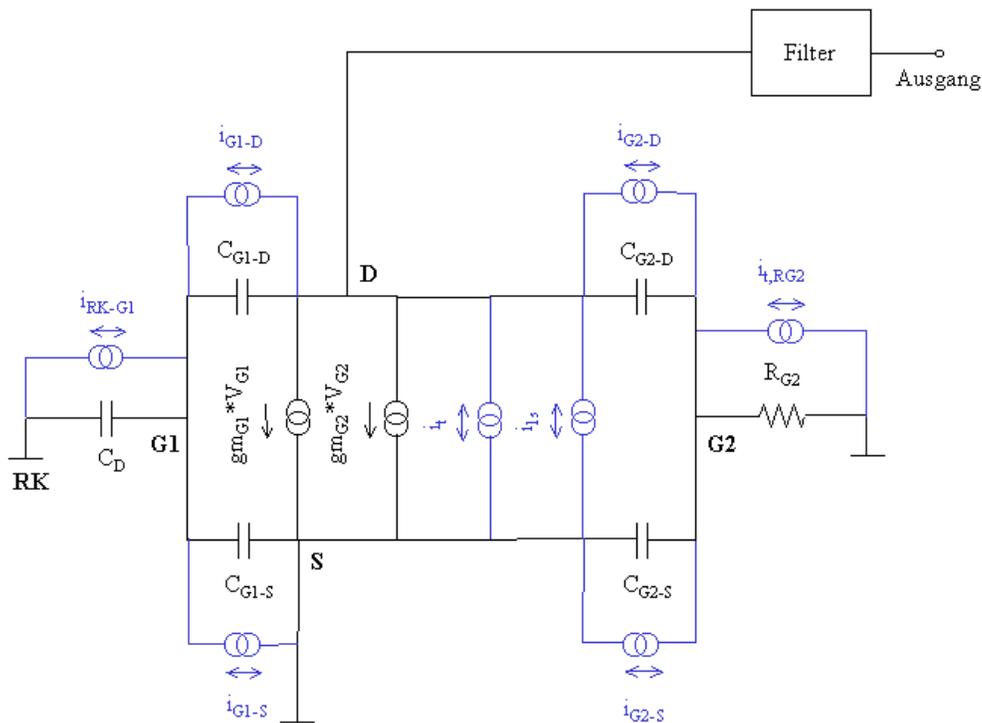


Abbildung 2.14 Kleinsignal-Ersatzschaltbild für die Rauschanalyse. Die Rauschquellen sind blau eingezeichnet und durchwegs als Stromquellen angesetzt.

$i_{RK-G1}$  Leckstromrauschen zwischen Rückkontakt und Gate1

$i_{G1-D}$  Leckstromrauschen zwischen Gate1 und Drain

$i_{G1-S}$	Leckstromrauschen zwischen Gate1 und S
$i_t$	thermisches Rauschen des Kanals des Eingangstransistors
$i_{1s}$	RTS-Kanalrauschen des Eingangstransistors, das durch eine einzelne Störstelle hervorgerufen wird
$i_{G2-D}$	Leckstromrauschen zwischen Gate2 und Drain
$i_{G2-S}$	Leckstromrauschen zwischen Gate2 und Source
$i_{t,RG2}$	thermisches Rauschen des Widerstands im Gate2

In die Leckströme gehen die Diffusions- und Generationsströme der entsprechenden Dioden ein. Mit beiden Anteilen der Leckströme ist ein Rauschspektrum verbunden, das sich näherungsweise als Produkt aus Elementarladung und Größe des jeweiligen Leckstromanteils schreiben läßt ( $S_i = qI$ , s. Kapitel 2.2.3.1 und 2.2.3.2). Daher kann das Gesamtspektrum des Leckstroms ebenfalls als Produkt aus Elementarladung und Gesamtstrom durch die Diode (Leckstrom) geschrieben werden (s. Tabelle 2.1).

Mit Hilfe dieser Ersatzschaltung kann das Rauschen als Rauschladung am Ausgang des Systems ( $N$ ) berechnet werden (s. [Gatti86]). Hier soll nicht näher auf die Berechnung des Ausgangsrauschens eingegangen werden sondern nur das Ergebnis angegeben werden (s. Tabelle 2.1). Die Berechnungsmethode kann in [Gatti86] nachvollzogen werden. In Tabelle 2.1 ist neben der Ausgangsrauschladung auch das Stromspektrum der jeweiligen Rauschquelle angegeben.

In die Leckströme gehen die Diffusions- und Generationsströme der entsprechenden Dioden ein. Mit beiden Anteilen der Leckströme ist ein Rauschspektrum verbunden, das sich näherungsweise als Produkt aus Elementarladung und Größe des jeweiligen Leckstromanteils schreiben läßt ( $S_i = qI$ , s. 2.2.3.1 und 2.2.3.2). Daher kann das Gesamtspektrum des Leckstroms ebenfalls als Produkt aus Elementarladung und Gesamtstrom durch die Diode (Leckstrom) geschrieben werden (s. Tabelle 2.1).

Die Rauschströme, die in das erste Gate fließen, gehen in die Schaltung wie ein Signal ein (Leckstrom-Rauschen zwischen erstem Gate und Rückkontakt, zwischen erstem Gate und Source und zwischen erstem Gate und Drain). Das Leckstrom-Rauschen am zweiten Gate und das thermische Rauschen des Widerstandes im zweiten Gate werden von der Schaltung gleichermaßen verarbeitet. Bei diesen Rauschquellen unterscheiden sich nur deren Spektren. Störstellen rufen nicht nur im Transistorkanal des Eingangstransistor sondern auch in den in Abbildung 2.14 vorhandenen Dioden RTS-Rauschen hervor. Der Einfluß des Störstellenrauschens im Kanal ist wesentlich größer als das Störstellenrauschen in den Dioden, da im ersten Fall der Verstärkungsmechanismus des

Transistors eingeht. Deshalb soll hier nur das Störstellenrauschen im Kanal berücksichtigt werden, das als Kanalstrom angestzt wird. Im Gegensatz zu den übrigen Rauschquellen ist das Spektrum dieser Rauschquelle frequenzabhängig und kann nicht als Konstante aus dem Frequenzintegral herausgezogen werden (s.Tabelle 2.1).

### 2.3.1.3 Energieauflösung (ENC)

Die Energieauflösung, die sich aus den jeweiligen Rauschquellen ergibt, kann berechnet werden, indem man das Signal und das Rauschen am Ausgang miteinander vergleicht:

$$(2.78) \quad \text{Signal}(Q) = N$$

Aus (2.78) kann die Rauschladung  $Q$  im Detektor berechnet werden, die am Ausgang das Rauschen  $N$  hervorruft (zur Signalladung äquivalente Rauschladung = **E**quivalent **N**oise **C**harge). Am Eingang des Filters rufen die verschiedenen Rauschquellen Schwankungen im Kanalstrom hervor.

$N$  entspricht einer mittleren Rauschladung am Ausgang des Filters, welche durch die Filterung der Kanalstromschwankungen am Eingang des Filters hervorgerufen wird. In Tabelle 2.1 ist die Energieauflösung ausgedrückt als äquivalente Rauschladung am Eingang des Systems eingetragen, die bei Vorhandensein der entsprechenden Rauschquelle erreicht werden kann.

An dieser Stelle sollen die durchgeführten Rechnungen nicht explizit ausgeführt werden sondern nur die Ergebnisse angegeben werden (s.Tabelle 2.1). Die Berechnungsmethode kann wiederum in [Gatti86] nachvollzogen werden.

Rauschquelle	Stromspektrum $S_i(\omega) \left[ \frac{A^2}{Hz} \right]$	Ausgangsrauschladung $N[C]$	Energieauflösung (ausgedrückt als äquivalente Rauschladung am Eingang des spektroskopischen Systems) $ENC[C]$
<b>Thermisches Rauschen des Kanals</b>	$2k_B T (gm_{G1} + gm_{G2})$	$\sqrt{S_i(\omega)} \sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega  H(j\omega) ^2}$	$\frac{\sqrt{S_i(\omega)} C_{G1}}{gm_{G1}} \frac{\sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega  H(j\omega) ^2}}{\text{Max} \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$ $= \sqrt{S_i(\omega)} \frac{C_{G1}}{gm_{G1}} A_1 \frac{1}{\sqrt{t}}$
<b>Leckströme, die in das G1 fließen:</b> $I_{G1} = I_{RK-G1}, I_{G1-S}, I_{G1-D}$	$qI_{G1}$	$\frac{\sqrt{S_i(\omega)} gm_{G1}}{C_{G1}} \sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{\omega^2}  H(j\omega) ^2}$	$\frac{\sqrt{S_i(\omega)} \sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{\omega^2}  H(j\omega) ^2}}{\text{Max} \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$ $= \sqrt{S_i(\omega)} A_2 \sqrt{t}$
<b>Leckströme, die in das G2 fließen:</b> $I_{G2} = I_{G2-S}, I_{G2-D}$	$qI_{G2}$	$\frac{\sqrt{S_i(\omega)} R_{G2} gm_{G2}}{\sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega  H(j\omega) ^2}} =: N_{G2}$	$\frac{\sqrt{S_i(\omega) R_{G2} gm_{G2}} C_{G1}}{gm_{G1}} \frac{\sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega  H(j\omega) ^2}}{\text{Max} \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$ $= \sqrt{S_i(\omega) R_{G2} gm_{G2}} \frac{C_{G1}}{gm_{G1}} A_1 \frac{1}{\sqrt{t}} =: ENC_{G2}$
<b>Thermisches Rauschen von</b> $R_{G2}$	$2k_B T \frac{1}{R_{G2}}$	$N_{G2}$	$ENC_{G2}$
<b>Kanalstromrauschen von einer Störstelle</b>	$2AB \frac{1}{1 + \left( \frac{\omega}{I} \right)^2}$	$\sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S_i(\omega)  H(j\omega) ^2}$	$\frac{C_{G1}}{gm_{G1}} \frac{\sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S_i(\omega)  H(j\omega) ^2}}{\text{Max} \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$

Tabelle 2.1 Stromspektrum, Ausgangsrauschladung und Energieauflösung (ausgedrückt in äquivalenten Rauschladungen am Eingang des spektroskopischen Systems) zu den

verschiedenen Rauschquellen. Bezüglich der Beschreibung der Stromspektren zu den einzelnen Rauschquellen sei auf die entsprechenden Abschnitte in Kapitel 2.2 verwiesen.  $t$  bezeichnet die Formzeit des Filters aus Abbildung 2.12.  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  hängen nur von der Filterfunktion  $H(j\omega)$  ab. Ihre Definition kann den Formeln in Tabelle 2.1 entnommen werden.

### 2.3.2 Optimales Filtern

Wenn man Tabelle 2.1 betrachtet, erkennt man, daß die Energieauflösung von der Wahl des Filters abhängt. Diesbezüglich stellt sich die Frage, welcher Filter gewählt werden muß, um eine optimale Energieauflösung zu erreichen. In [Gatti96] und [Gatti97] wurde eine Methode vorgestellt, mit Hilfe derer der optimale Filter berechnet werden kann, wenn ein bekanntes Signal und Rauschen beliebiger Art vorliegen. Einschränkend wird nur vorausgesetzt, daß der Filter eine endliche Verarbeitungszeit  $T$  besitze. Um die Beschreibung zur Energieauflösung eines spektroskopischen Systems abzuschließen, soll hier nicht nur auf die Literatur verwiesen werden sondern auch das Prinzip der Methode dargestellt werden. Für Anwendungen sei allerdings auf die entsprechende Literatur (z.B. [Gatti96] und [Gatti97]) verwiesen.

Ausgegangen wird von einem System, das aus einem rauschlosen Filter besteht, an dessen Eingang parallel zueinander ein Signal  $I(t)$  beliebiger Form und ein Rauschstrom  $i(t)$  mit beliebigem Spektrum  $S_i(\omega)$  anliegen (s. Abbildung 2.15).



Abbildung 2.15 Schematische Darstellung eines Signalverarbeitungs-Systems zur Bestimmung des Filters, der zur optimalen Energieauflösung führt.

Das Signal und das Rauschen am Ausgang kann wie folgt dargestellt werden:

$$(2.79) \quad \text{Signal} = \int_0^T dt I(t) w(t)$$

$$(2.80) \quad N = \sqrt{\frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega S_i(\omega) |L[w(t)]|^2}$$

$L$  Laplace-Transformation

Der Eingangssignalstrom soll als Produkt einer Amplitude und einer Signalform-Funktion dargestellt werden, die auf die gewählte Amplitude normiert sei:

$$(2.81) \quad I(t) = Q_{ref} \frac{I(t)}{Q_{ref}}$$

$Q_{ref}$  stelle ein Integral über den Eingangssignalstrom in einem Zeitbereich dar, der innerhalb der Verarbeitungszeit des Filters liege, und entspricht einer Ladung (Referenzladung). Das Integrationsintervall muß so gewählt werden, daß  $Q_{ref}$  verschieden von 0 ist. Die Referenzladung kann dem Problem entsprechend geeignet gewählt werden. Damit ergibt sich für das Signal am Ausgang des Filters:

$$(2.82) \quad \text{Signal} = Q_{ref} \int_0^T dt \frac{I(t)}{Q_{ref}} w(t)$$

$T$                       Verarbeitungszeit des Filters

Die Gewichtsfunktion des Filters sei so normiert, daß die Referenzladung des Eingangssignals als Ausgangssignal gemessen werde, d.h. das folgende Integral wird auf 1 gesetzt

$$(2.83) \quad \int_0^T dt \frac{I(t)}{Q_{ref}} w(t) = 1,$$

damit

$$(2.84) \quad \text{Signal} = Q_{ref} \cdot$$

Durch Gleichsetzen der Quadrate des Ausgangssignals und des Ausgangsrauschens erhält man diejenige Amplitude des Eingangsstromsignals, die am Ausgang das berechnete Ausgangsrauschen hervorrufen wird. Dementsprechend kann die daraus gewonnene Ladung (Referenzamplitude) als äquivalente Rauschladung interpretiert werden:

$$(2.85) \quad ENC_{ref}^2 = Q_{ref}^2 = \frac{1}{2p} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{w} S_i(\mathbf{w}) |L[w(t)]|^2$$

Um den optimalen Filter zu erhalten, muß das Integral in (2.85) unter der Randbedingung (2.83) minimiert werden. Die Methode, welche in [Gatti96] und [Gatti97] vorgestellt wurde, basiert auf der Darstellung der Gewichtsfunktion als Fourier-Reihe im Verarbeitungsintervall des Filters  $[0, T]$ :

$$(2.86) \quad w(t) = \sum_k A_k \sin\left(k \frac{p}{T} t\right) \quad \text{für } 0 < t < T, \quad k = 1, 2, 3 \dots \infty$$

$$w(t) = 0 \quad \text{sonst}$$

Das Verfahren, welches  $ENC_{ref}^2$  minimiert, liefert die Koeffizienten  $A_i$  des optimalen Filters. In der Praxis wird man nur endlich viele Koeffizienten betrachten können, d.h. im allgemeinen höherfrequente Anteile im Signal und im Rauschen vernachlässigen.

## 2.4 Qualitative Analyse des RTS-Rauschens am Beispiel eines JFETs

Nachdem eine analytische Form für das RTS-Rauschspektrum hergeleitet wurde (s. Kapitel 2.2.4), kann nun der Einfluß der Parameter untersucht werden, von denen das RTS-Rauschen abhängt.

Zur anschaulichen Einführung in die Problemstellung soll zuerst das RTS-Rauschen in einem JFET qualitativ betrachtet werden. Jede Störstelle, die bei einer Umladung Ladung in ein stromführendes Gebiet induziert, erzeugt RTS-Stromrauschen. In einem JFET können dadurch Fluktuationen im Kanalstrom oder in den Diodenströmen auftreten. Die Störstellen können hierbei im JFET selbst oder auch in Isolatorschichten über dem JFET (z.B. in einem Oxyd zwischen dem Gate- und dem Drain-Kontakt) sitzen. Ein RTS-Rauschen erzeugen diese Störstellen dann, wenn sie ihren Ladungszustand durch Einfang oder Emission von Ladungsträgern ändern und durch diese Umladung eine Gegenladung in einem stromführenden Bereich des JFETs induziert wird.

Wenn der Drainstrom ausgelesen wird, werden nur die RTS-Fluktuationen des Kanalstroms und der Leckströme, die in das Drain fließen, gemessen. Das RTS-Rauschen der Leckströme wird normalerweise kleiner als dasjenige des Kanalstroms sein, da im allgemeinen im Kanal Gegenladungen größerer Geschwindigkeit induziert werden als innerhalb der Dioden.

Der Stromsprung des RTS-Rauschens hängt von der Lage der Störstelle in Bezug auf den Kanal ab. Störstellen in der Nähe des Kanals induzieren gegenüber Störstellen in weiterer Entfernung vom Kanal einen größeren Anteil der Bildladung (oder gar die gesamte Bildladung) in den Kanal als in sonstige Gebiete. In der Nähe der Drain erhalten die induzierten Bildladungen eine größere Geschwindigkeit als in der Nähe der Source, wodurch Störstellen in der Umgebung der Drain einen entsprechend höheren Stromsprung des Kanalstroms hervorrufen.

Wenn die Störstelle sich an unterschiedlichen Positionen in Bezug auf den Kanal befindet, verändert sich hiermit nicht nur der Stromsprung sondern auch die lokale Ladungsträgerkonzentration in der Umgebung der Störstelle und damit die entsprechenden Einfangraten. Bei einem festen Typ von Störstelle (d.h. feste Emissionsraten) verändert sich mit den variierenden Einfangraten die Symmetrie des RTS-Signals und damit der B-Faktor des RTS-Rauschspektrums. Außerdem wird bei variierender Einfangrate zusätzlich  $I$  und damit die Bandbreite des Spektrums verändert.

Insgesamt betrachtet müssen daher zur Berechnung des Rauschspektrums hinsichtlich der Lage einer Störstelle der entsprechende Stromsprung, die lokalen Einfangraten und damit zusammenhängend auch die Gesamtübergangsrate  $I$  berücksichtigt werden.

Bisher wurde ein bestimmter Typ Störstelle an unterschiedlichen Positionen im Bauelement betrachtet. In einem realen Bauelement können allerdings die unterschiedlichsten Typen von

Störstellen gleichzeitig auftreten. Die Störstellen, welche ein RTS-Rauschen hervorrufen, können im Halbleiter selbst, an der Oberfläche oder auch in einem Isolator über dem eigentlichen Bauelement sitzen. Dementsprechend kann man auf die unterschiedlichsten Energieniveaus und Wirkungsquerschnitte der entsprechenden Störstellen treffen.

Alle zuvor aufgeführten Abhängigkeiten bezüglich des Typs und der Lage der Störstelle müssen bei der Modellierung des RTS-Rauschens berücksichtigt werden. Hinzu kommt die Temperaturabhängigkeit verschiedener Parameter wie diejenige der Emissionsraten.

Im folgenden Abschnitt 2.5 soll ein quantitativer Eindruck von den Abhängigkeiten gewonnen werden. Dabei wird eine einzelne Störstelle betrachtet, die nur zwei mögliche Ladungszustände besitze. Eine spezielle Herausforderung stellt die Bestimmung des Stromsprungs in Abhängigkeit von der Lage der Störstelle dar. Hierauf wird im Abschnitt 2.5.3 näher eingegangen werden.

## **2.5 Quantitative Analyse des RTS-Rauschens**

In diesem Abschnitt soll die Abhängigkeit des RTS-Rauschens von der Ladungsträgerkonzentration am Ort der Störstelle, dem Energieniveau und dem Wirkungsquerschnitt der Störstelle untersucht werden. Der Einfang und die Emission beider Typen von Ladungsträgern, Elektronen und Löcher, werden in die Analyse miteinbezogen. Dabei wird das RTS-Rauschen meist als Funktion der Temperatur und der Frequenz betrachtet werden.

Die Darstellung des Rauschspektrums erfolgt entsprechend dem Kapitel 2.2.4:

$$(2.87) \quad S_i(\omega) = 2AB \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{I}\right)^2} \quad \text{mit } \omega = 2\pi f$$

Das Rauschspektrum soll nur im positiven Frequenzbereich dargestellt werden, wodurch sich die Amplitude des Spektrums verdoppelt. Außerdem sollen Störstellen in Feldeffekttransistoren betrachtet werden und das Rauschen auf das Gate des Transistors bezogen werden. Diese Wahl wirkt sich nur auf die Amplitude des Rauschspektrums aus. Die Abhängigkeit der Größe des Stromsprungs von der Position der Störstelle im Bauelement wird in 2.5.3 untersucht werden und soll deshalb aus Gründen der Einfachheit hier konstant gehalten werden. Unter diesen Voraussetzungen läßt sich das RTS-Spektrum einer Störstelle wie folgt schreiben:

$$(2.88) \quad S_{e,G}(\mathbf{w}) = \frac{4AB}{1 + \left(\frac{\mathbf{w}}{I}\right)^2} \frac{1}{gm}$$

$gm$  Eingangsteilheit des Transistors

Im folgenden sollen die Formeln aufgelistet werden, die zur Analyse des RTS-Rauschens benötigt werden. Der Verlauf der effektiven Massen der Elektronen bzw. Löcher in Abhängigkeit von der Temperatur wurde durch Geraden angenähert, die durch jeweils zwei bekannte Werte der effektiven Masse bei den beiden Temperaturen 4K und 300K gehen. Die bekannten Werte wurden dem Buch [Lutz99], S.80 entnommen. In derselben Quelle (S.13/14 u.a.) können die Formeln für die temperaturabhängige Bandlücke und die temperaturabhängige intrinsische Ladungsträgerdichte nachvollzogen werden. Die Störstellenenergie  $E_t$  gibt die Energiedifferenz zwischen Leitungsband und Energieniveau der Störstelle an.

$$(2.89) \quad A = (\Delta I)^2$$

$$(2.90) \quad B = \frac{I_{c,t} I_{e,t}}{I^3}$$

$$(2.91) \quad I_{c,t} = I_{c,n} + I_{e,p}$$

$$(2.92) \quad I_{e,t} = I_{e,n} + I_{c,p}$$

$$(2.93) \quad I = I_{c,t} + I_{e,t}$$

$$(2.94) \quad I_{c,n} = n \mathbf{s}_n v_{th,n}$$

$$(2.95) \quad I_{c,p} = p \mathbf{s}_p v_{th,p}$$

$$(2.96) \quad I_{e,n} = n_{t,n} \mathbf{s}_n v_{th,n}$$

$$(2.97) \quad I_{e,p} = n_{t,p} \mathbf{s}_p v_{th,p}$$

$$(2.98) \quad v_{th,n} = 4 \sqrt{\frac{k_B T}{2 p m_n}}$$

$$(2.99) \quad v_{th,p} = 4 \sqrt{\frac{k_B T}{2 p m_p}}$$

$$(2.100) \quad n_{t,n} = N_c \exp\left(\frac{-E_t}{k_B T}\right)$$

$$(2.101) \quad n_{t,p} = N_v \exp\left(-\frac{(E_g - E_t)}{k_B T}\right)$$

$$(2.102) \quad N_c = 2\left(\frac{2pm_n k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$(2.103) \quad N_v = 2\left(\frac{2pm_p k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$(2.104) \quad m_n = m_{n,T} m_0$$

$$(2.105) \quad m_{n,T} = a_n (T - 4K) + m_n (4K)$$

$$(2.106) \quad m_p = m_{p,T} m_0$$

$$(2.107) \quad m_{p,T} = a_p (T - 4K) + m_p (4K)$$

$$(2.108) \quad E_g = \frac{dE_g}{dT} (T - 300K) + E_g (300K)$$

$$(2.109) \quad n_i = n_i (300K) \left(\frac{T}{300K}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)}{\exp\left(-\frac{E_g (300K)}{k_B 300K}\right)}$$

$\Delta I$	Stromsprung, der durch die Ladungsänderung einer Störstelle hervorgerufen wird (s. (2.70))
$I_{c,t}$	Rate der Übergänge, bei denen entweder ein Elektron eingefangen oder ein Loch emittiert wird
$I_{e,t}$	Rate der Übergänge, bei denen entweder ein Elektron emittiert oder ein Loch eingefangen wird
$I_{c,n}, I_{c,p}$	Einfangrate für Elektronen bzw. Löcher
$n, p$	Elektronen- bzw. Löcherkonzentration
$E_t$	Energieniveau der Störstelle in der Bandlücke, vom Leitungsband aus gerechnet
$m_{n,T}, m_{p,T}$	temperaturabhängiger Teil der effektiven Masse der Elektronen bzw. der Löcher
$a_n, a_p$	Steigung der effektiven Massen der Elektronen bzw. Löcher mit der Temperatur. Hierzu wurde eine lineare Näherung des Verlaufs der effektiven Massen mit der Temperatur gemacht (s. Text).
$S_n, S_p$	Wirkungsquerschnitt der Störstellen für Elektronen bzw. Löcher

$N_C, N_V$	effektive Zustandsdichte für Elektronen im Leitungsband bzw. Löcher im Valenzband
$v_{th,n}, v_{th,p}$	thermische Geschwindigkeit von Elektronen bzw. Löchern

Für die RTS-Rauschanalyse in den Kapiteln 2.5.1 und 2.5.2 wird ein Stromsprung von 1nA angenommen. In Kapitel 2.5.3 wird der Stromsprung für einen exemplarischen pJFET simuliert werden und sich zeigen, daß ein Stromsprung von 1nA eine sinnvolle Annahme ist. Im allgemeinen wird von gleichen temperaturunabhängigen Wirkungsquerschnitten für Elektronen und Löchern ausgegangen. Sein Wert wird normalerweise auf  $s_n = s_p = 2.5 * 10^{-16} \text{ cm}^2$  gesetzt, Änderungen werden im folgenden Text explizit erwähnt werden.

## 2.5.1 Wechselwirkung der Störstelle nur mit Elektronen

### 2.5.1.1 Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration

In Halbleiter-Bauelementen kann man grob drei unterschiedliche Gebiete unterscheiden: n- und p-leitende Regionen und verarmte Bereiche. Als erstes Gebiet soll ein n-leitendes Gebiet betrachtet werden, für einen p-leitenden Bereich gelten analoge Überlegungen. Eine Störstelle in diesem n-dotierten Gebiet soll vorerst nur Elektronen einfangen bzw. emittieren können, die Löcher-Kommunikation wird später hinzugenommen werden. In Abbildung 2.16 ist die Abhängigkeit des RTS-Rauschens von der Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle untersucht worden. Die Frequenz des Rauschspektrums ist fest auf 10Hz eingestellt worden, das Rauschen ist für die verschiedenen Elektronenkonzentrationen in Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen. Diese Untersuchung wurde für verschieden Energien durchgeführt, die in der oberen Hälfte der Bandlücke von Silizium liegen.

Wenn man diese Untersuchung auf einen nJFET bezieht, können Störstellen in unterschiedlicher Entfernung in Bezug auf den Kanal betrachtet werden, an denen die entsprechenden Elektronenkonzentrationen vorliegen.

Abbildung 2.16 zeigt, daß das maximale Rauschen unabhängig von der Energie bei einer Elektronenkonzentration von ungefähr  $10^{10} / \text{cm}^3$  auftritt. Die Rauschkurven werden bei tieferen Störstellenergien breiter. Jede Rauschkurve bildet bei einer bestimmten Temperatur ein Maximum aus. Mit steigender Temperatur wird die Emissionsrate bei festem Energieniveau der Störstelle immer größer und die gesamte Übergangsrate  $I$  nimmt entsprechend zu. Bei fester

Elektronenkonzentration erreicht die Emissionsrate in einem bestimmten Temperaturbereich ungefähr die Einfangrate und der B-Faktor wird maximal (s.Kapitel 2.2.4). Der B-Faktor wirkt sich auf den konstanten Teil des RTS-Spektrums aus. Mit fallender Temperatur wird die Gesamtübergangsrate  $I$  durch die fallende Emissionsrate erniedrigt und das RTS-Spektrum geht bei kleineren Frequenzen schon in den mit der Frequenz quadratisch abfallenden Bereich über. Dadurch können die Rauschkurven zu den einzelnen Frequenzen neben der Abhängigkeit vom B-Faktor mit fallender Temperatur durch eine sinkende Gesamtübergangsrate heruntergezogen werden. Wenn die Rauschkurve sich im mit der Frequenz abfallenden Bereich des Niederfrequenzspektrums befindet, wird die Rauschkurve aufgrund der mit tieferer Temperatur abnehmenden Gesamtübergangsrate zusätzlich verringert. Bei größeren Elektronenkonzentrationen bilden sich die Maxima bei höheren Temperaturen. Damit wird die mit der Elektronenkonzentration steigende Einfangrate durch eine entsprechend höhere Emissionsrate kompensiert. Bei tieferen Energien der Störstelle treten ähnliche Effekte bei entsprechend höheren Temperaturen auf.

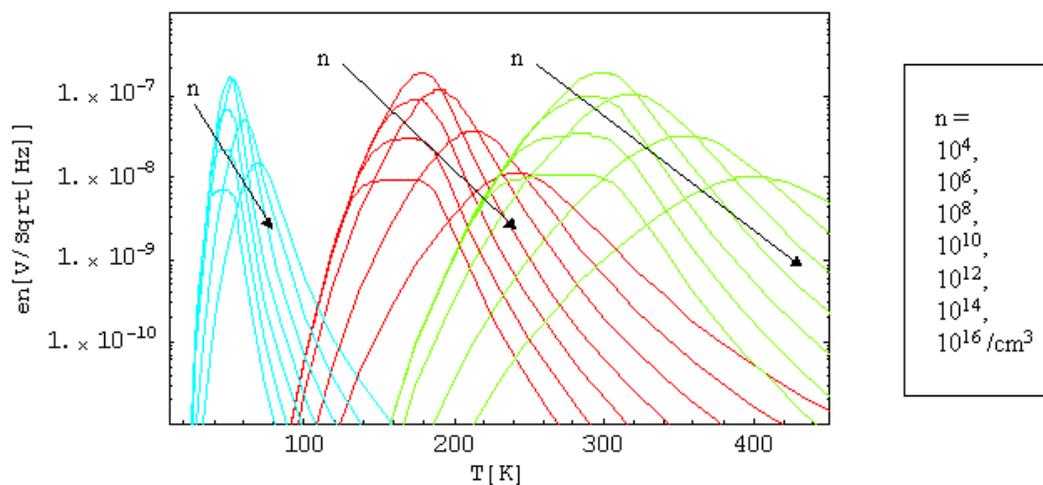


Abbildung 2.16 RTS-Rauschen in Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration. Hierbei wurde nur der Elektroneneinfang und die Elektronenemission berücksichtigt. Das Energieniveau der Störstelle beträgt für die blauen Kurven 0.08eV, für die roten Kurven 0.32eV und für die grünen Kurven 0.56eV (d.h. das Energieniveau der Störstelle liegt in der Bandmitte). Als Energien wird die Energiedifferenz von dem Energieniveau der Störstelle zum Leitungsband angegeben. Alle drei Kurvenscharen beinhalten Rauschkurven bei den selben 7 verschiedenen Elektronenkonzentrationen am Ort der Störstelle ( $n = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}, 10^{14}, 10^{16} / \text{cm}^3$ ). Mit steigender Elektronenkonzentration wandert das Maximum der einzelnen Rauschkurven immer

weiter zu höheren Temperaturen hin. Alle Kurven beziehen sich auf das Rauschen bei einer Frequenz von 10Hz.

### 2.5.1.2 Frequenzabhängigkeit

Die bisherige Analyse beschränkte sich auf die Untersuchung des Rauschens bei einer festen Frequenz von 10Hz, nun soll diese Analyse auf das Rauschspektrum in Abhängigkeit von der Frequenz erweitert werden. Zu diesem Zweck werden 8 Frequenzen betrachtet, mit denen ein Großteil der Bandbreite des Niederfrequenzspektrums von Transistoren abgedeckt werden kann und die aus diesem Grund auch für die Messungen ausgewählt wurden (s.Kapitel 3,  $f=10, 30, 75, 300, 1k, 3k, 10k, 100kHz$ ). In Abbildung 2.17 sind die Rauschspektren für drei verschiedene Elektronenkonzentrationen ( $n = 10^8, 10^{10}, 10^{12} / cm^3$ ) bei einer Aktivierungsenergie der Störstelle von 0.32eV aufgetragen.

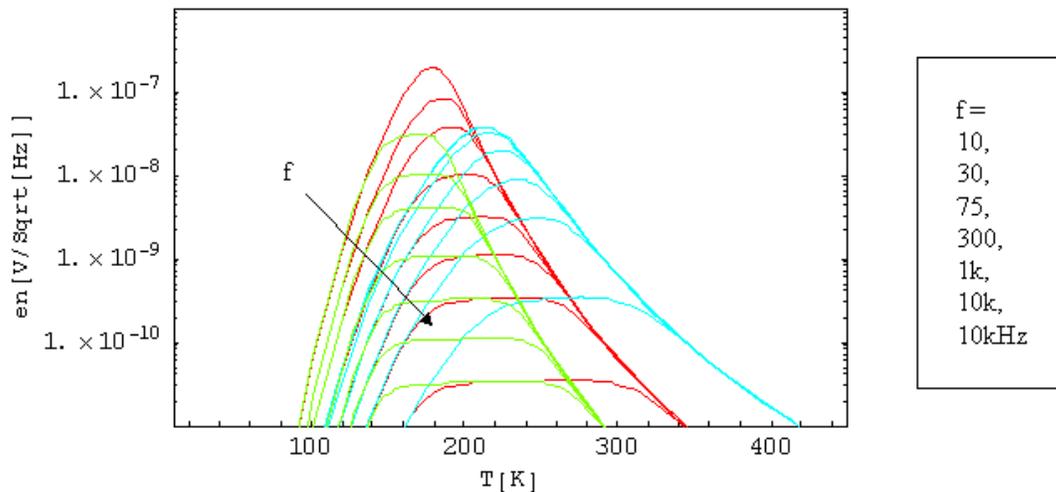


Abbildung 2.17 RTS-Rauschspektren bei 10, 30, 75, 300, 1k, 3k, 10k, 100kHz für drei verschiedenen Elektronenkonzentrationen ( $n = 10^8, 10^{10}, 10^{12} / cm^3$  für die grüne, rote bzw. blaue Kurvenschar). Die Störstelle besitzt eine Energie von 0.32eV und kann nur Elektronen einfangen bzw. emittieren. Die jeweils höchste Kurve entspricht der Frequenz von 10Hz.

Ab einer Frequenz, die vergleichbar ist mit der Gesamtübergangsrate  $I = I_{c,n} + I_{e,n}$ , fällt das Rauschspektrum quadratisch mit der Frequenz ab. Bei hohen Temperaturen ist die Übergangsrate so

hoch, daß das betrachtete Frequenzintervall im konstanten Bereich des Rauschspektrums liegt. Mit fallender Temperatur werden erst die Kurven zu den hohen Frequenzen dann diejenigen zu den niedrigen Frequenzen von dem quadratischen Abfall des Rauschspektrums erfaßt. Bei höherer Elektronenkonzentration geht das Niederfrequenzspektrum erst bei höheren Frequenzen in den frequenzabhängigen Teil des Spektrums über.

### 2.5.1.3 Abhängigkeit vom Wirkungsquerschnitt

In Abbildung 2.18 kann der Einfluß des Wirkungsquerschnittes auf das Rauschspektrum in Abhängigkeit von der Temperatur abgelesen werden. Bei der grünen Kurvenschar beträgt der Wirkungsquerschnitt der Störstelle für Elektronen  $s_n = 2.5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ , im Fall der roten Kurvenschar ist er um eine Größenordnung größer ( $s_n = 2.5 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$ ). Als Energie der Störstelle wurde  $E_a = 0.32 \text{ eV}$  gewählt, die Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle wurde auf  $n = 10^{12} / \text{cm}^3$  gesetzt.

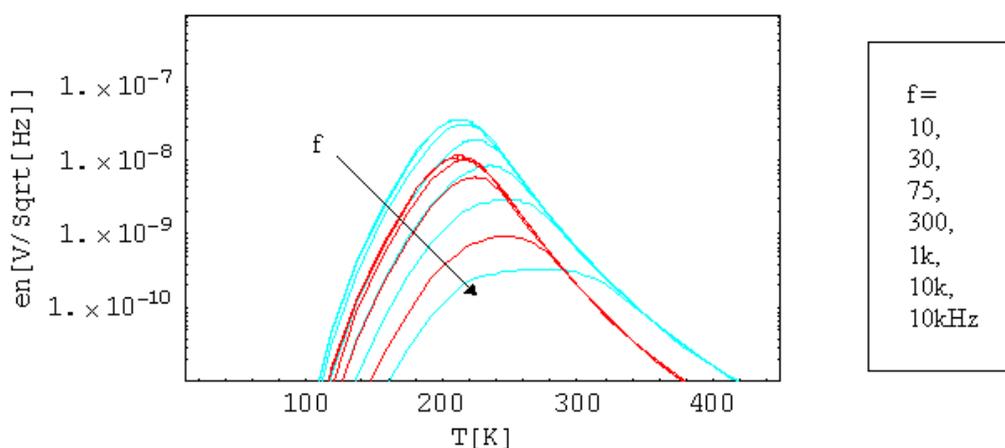


Abbildung 2.18 Rauschen bei 10, 30, 75, 300, 1k, 3k, 10k, 100kHz in Abhängigkeit von der Temperatur bei verschiedenen Wirkungsquerschnitten der Störstelle. Die blaue Kurvenschar wurde mit einem Wirkungsquerschnitt für Elektronen von  $2.5 \cdot 10^{-16} \text{ cm}^2$ , die rote Kurvenschar mit einem Wirkungsquerschnitt von  $2.5 \cdot 10^{-15} \text{ cm}^2$  erzeugt. Es wurde nur die Kommunikation der Störstelle mit Elektronen berücksichtigt. Die Energie der Störstelle beträgt 0.32eV, die Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle  $10^{12} / \text{cm}^3$ .

Bei dieser Elektronenkonzentration erstreckt sich das Rauschspektrum bei niederen Frequenzen in den konstanten Bereich hinein. Die Größe des Rauschens im konstanten Bereich wird bei festem Stromsprung  $\Delta I$  durch den B-Faktor (s.(2.70)) bestimmt, der mit steigendem Wirkungsquerschnitt abnimmt (vgl. (2.90), (2.93), (2.94), (2.96) ):

$$(2.110) \quad B = \frac{I_{c,n} I_{e,n}}{I^3}$$

$$(2.111) \quad I = I_{c,n} + I_{e,n}$$

$$(2.112) \quad I_{c,n} = n s_n v_{th,n} \sim s_n$$

$$(2.113) \quad I_{e,n} = n_{i,n} s_n v_{th,n} \sim s_n$$

$$\Rightarrow (2.114) \quad B \sim \frac{s^2}{s^3} = \frac{1}{s}$$

Aus diesem Grund liegt die rote unter der blauen Kurvenschar. Eine Veränderung des Wirkungsquerschnittes beeinflusst in gleicher Weise die Elektroneneinfang- und die Elektronenemissionsrate, sodaß das Maximum der Rauschkurven, die im konstanten Bereich liegen, unverändert bei der selben Temperatur auftritt. Da ein größerer Wirkungsquerschnitt die Gesamtübergangsrate erhöht, wirkt sich der frequenzabhängige Abfall des RTS-Spektrums bei den roten Rauschkurven erst bei tieferen Temperaturen als bei den grünen Rauschkurven aus.

## 2.5.2 Wechselwirkung mit Elektronen und Löchern

Im folgenden soll nun nicht nur die Kommunikation der Störstelle mit den Elektronen sondern auch die Kommunikation der Störstelle mit den Löchern berücksichtigt werden. Zu diesem Zweck wurden Untersuchungen bei den drei schon weiter oben verwendeten Energien der Störstelle durchgeführt ( $E_t = 0.08eV, 0.32eV, E_g / 2$ ). Die Elektronenkonzentration wurde vorerst fest auf  $10^8 / cm^3$  gesetzt, die Löcherkonzentration wurde aus der Bedingung für das thermische Gleichgewicht ermittelt:

$$(2.115) \quad n * p = n_i^2$$

$n$	Elektronendichte
$p$	Löcherdichte

$n_i$ 

intrinsische Ladungsträgerdichte ( s.(2.108) )

Im thermischen Gleichgewicht bewirkt die gewählte geringe Elektronendichte eine relativ hohe Löcherdichte. In verarmten Gebieten ist die Löcherdichte bei fester Elektronendichte kleiner als die Löcherdichte im Gleichgewicht. Insgesamt wird demnach eine maximale Löcherdichte verwendet, wenn man von Löcherinjektion absieht wie sie z.B. in einer vorwärts gepolten Diode auftritt. Damit wird auch der Einfluß der Löchereinfangrate maximiert. Diese Untersuchungen zeigten, daß die Löcherkommunikation nur bei der Störstellenenergie von  $E_t = E_g / 2$  eine Rolle spielt. Bei den kleineren Energien sind die Löcherraten gegenüber den zu vergleichenden Elektronenraten zu vernachlässigen.

In Abbildung 2.19 sind die Rauschspektren nur mit Elektronenkommunikation und mit zusätzlicher **Löcheremission** aufgetragen. Weiter unten wird auch noch der Löchereinfang miteinbezogen werden.

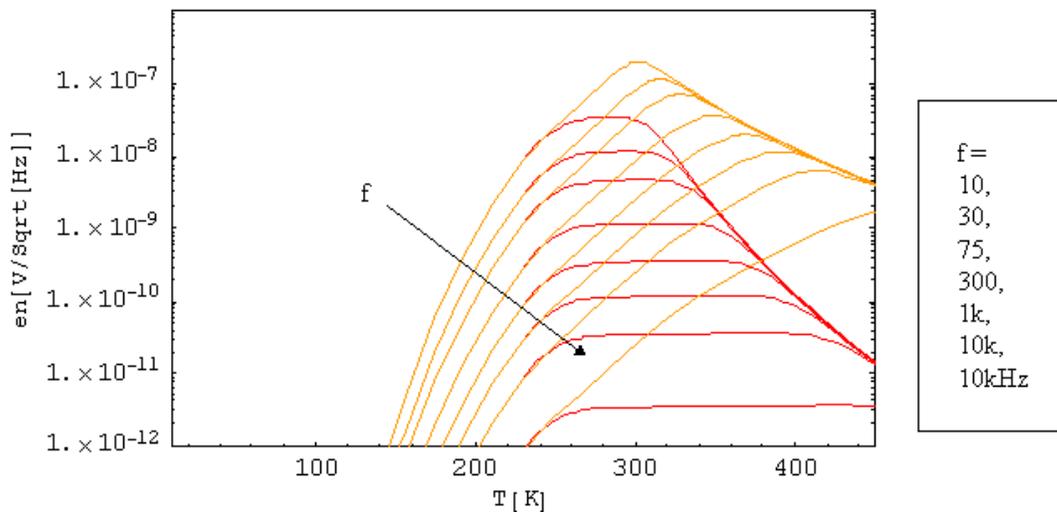


Abbildung 2.19 Rauschspektren mit reiner Elektronenkommunikation (rote Kurvenschar) und mit zusätzlicher Löcheremission (orange Kurvenschar). Die Energie der Störstelle beträgt  $E_g / 2$ , die Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle wurde auf  $10^8 / cm^3$  gesetzt.

Bei Temperaturen über 240K wird die Löcheremissionsrate größer als die Elektroneneinfangrate und die beiden Rauschspektren beginnen sich voneinander zu unterscheiden. Bei höheren Temperaturen wird das RTS-Spektrum mit Löcheremission nur noch von der Emission der Elektronen und Löcher bestimmt. Dieses Spektrum entspricht einem Rauschspektrum, bei dem die Störstelle sich in einem

verarmten Gebiet befindet, in dem die Elektronen- und Löcherkonzentrationen vernachlässigbar klein sind.

Im folgenden soll jetzt **zusätzlich** auch der **Löchereinfang** mitberücksichtigt werden. Bei hohen Temperaturen wird bei einer festen Elektronenkonzentration von  $10^8 / \text{cm}^3$  die Löcherkonzentration im thermischen Gleichgewicht größer als die gewählte Elektronenkonzentration ( $p = 10^{15} / \text{cm}^3$ ).

Aus diesem Grund wird nun die Elektronenkonzentration von  $10^8 / \text{cm}^3$  bis  $10^{14} / \text{cm}^3$  variiert werden, sodaß die Störstelle bei der kleinen Elektronendichte in einem p-Gebiet und bei größeren Elektronendichten in einem n-Gebiet sitzt (s. Tabelle 2.2).

Vorgegebene Elektronenkonzentration $n \left[ \frac{1}{\text{cm}^3} \right]$	Löcherkonzentration im thermischen Gleichgewicht bei einer Temperatur T=350K $p = \frac{n_i^2}{n} \left[ \frac{1}{\text{cm}^3} \right]$
$10^8$	$2.38 * 10^{15}$
$10^{10}$	$2.38 * 10^{13}$
$10^{12}$	$2.38 * 10^{11}$
$10^{14}$	$2.38 * 10^9$

Tabelle 2.2 Zusammenhang zwischen Elektronen- und Löcherdichte im thermischen Gleichgewicht

Die Energie der Störstelle sei weiterhin auf der Bandmitte. Abbildung 2.20 zeigt den Unterschied im Rauschspektrum mit Elektronenkommunikation und Löcheremission (orange Kurvenschar) bzw. mit zusätzlichem Löchereinfang (rote Kurvenschar). Die Elektronenkonzentration beträgt in beiden Fällen  $10^8 / \text{cm}^3$ .

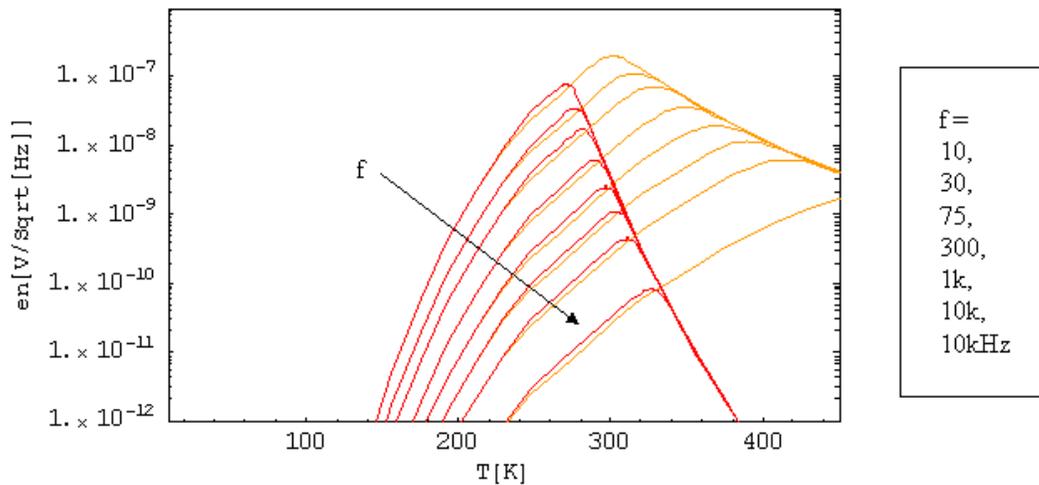


Abbildung 2.20 Rauschspektrum ohne (orange Kurvenschar) und mit Löchereinfang (rote Kurvenschar). In beiden Fällen wird die vollständige Elektronenkommunikation und die Löcheremission berücksichtigt. Die Energie der Störstelle liegt auf der Bandmitte, die Elektronenkonzentration wurde auf  $10^8 / \text{cm}^3$  gesetzt. Da thermisches Gleichgewicht gefordert wurde, ergibt sich die Löcherdichte bei einer Temperatur von  $T = 350\text{K}$  zu  $2.38 \cdot 10^{15} / \text{cm}^3$  (s.Tabelle 2.2).

Im thermischen Gleichgewicht steigt bei fester Elektronenkonzentration die Löcherdichte mit der Temperatur entsprechend der intrinsischen Ladungsträgerdichte an. Ab einer Temperatur von  $240\text{K}$  wird die Löchereinfangrate aufgrund der angestiegenen Löcherdichte vergleichbar mit der Elektronenemissionsrate und verändert das Rauschspektrum zu höheren Temperaturen hin. Zuerst bewirkt die zusätzliche Löchereinfangrate einen leicht steileren Anstieg des Rauschspektrums, hinter dem Maximum der einzelnen Rauschkurven kommt es zu einem deutlich stärkeren Abfall des Rauschspektrums mit der Temperatur. Außerdem erhöht die zusätzliche Löchereinfangrate  $I_{c,p}$  die Gesamtübergangsrate  $I$ , wodurch schon bei kleineren Temperaturen der konstante Teil des Niederfrequenzspektrums erreicht wird.

Im hier betrachteten thermischen Gleichgewicht nimmt die Löcherdichte bei konstanter Elektronendichte mit der Temperatur zu, da sich die intrinsische Ladungsträgerdichte entsprechend vergrößert (s. (2.115) und (2.109)). Der Löchereinfang geht gleichermaßen in das RTS-Spektrum ein wie die Elektronenemissionsrate. Diese beiden Raten bestimmen gemeinsam die mittlere Verweildauer in einem der zwei möglichen Zustände der Störstelle und erhöhen sich beide mit steigender Temperatur. Auf diese Weise wird ab einer Temperatur von ungefähr  $240\text{K}$ , bei der die Löchereinfangrate vergleichbar wird mit der Elektronenemissionsrate, das RTS-Signal schneller symmetrisch und das Maximum der jeweiligen Rauschkurve bei einer kleineren Temperatur erreicht

als ohne Löchereinfang. Aus dem gleichen Grund fallen die Rauschkurven hinter dem Maximum steiler mit der Temperatur ab.

In Abbildung 2.21 sind die Rauschspektren zu den Elektronenkonzentrationen aus Tabelle 2.2 aufgetragen, wobei die vollständige Elektronen- und Löcherkommunikation berücksichtigt worden ist.

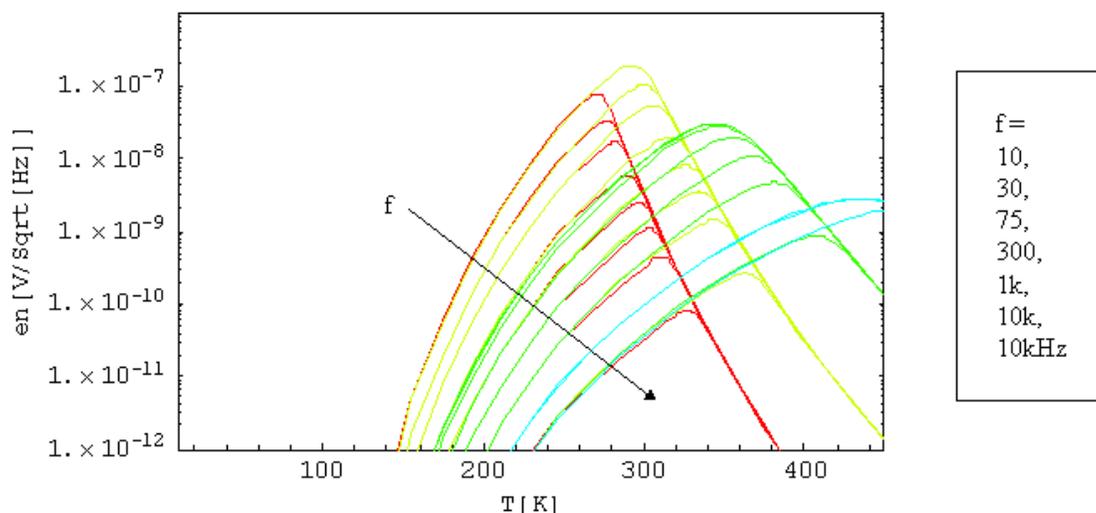


Abbildung 2.21 Rauschspektren unter Berücksichtigung der Elektronen- und Löcherkommunikation bei verschiedenen Elektronenkonzentrationen ( $n = 10^8$  (rote Kurvenschar),  $10^{10}$  (gelbe Kurvenschar),  $10^{12}$  (grüne Kurvenschar),  $10^{14}$  (blaue Kurvenschar) /  $cm^3$ ). Die Energie der Störstelle liegt auf der Bandmitte, die Löcherdichten ergeben sich aus der Forderung des thermischen Gleichgewichts (s. Tabelle 2.2).

Die Rauschspektren verändern sich in Abhängigkeit von der Elektronendichte ähnlich wie im Fall reiner Elektronenkommunikation. Durch den Löchereinfang fallen die Rauschkurven früher und steiler mit steigender Temperatur ab.

Abschließend soll das Rauschspektrum von einer Störstelle in einem vollständig verarmten Gebiet berechnet werden, in dem nur die Emission der Elektronen und Löcher betrachtet werden muß. Die Energie der Störstelle wird auf die Bandmitte gesetzt, der Wirkungsquerschnitt sei für Elektronen und Löcher gleich. Bei kleineren oder größeren Störstellenenergien wird das RTS-Signal asymmetrischer und das dazugehörige Rauschen entsprechend kleiner. In Abbildung 2.22 sind die Rauschspektren bei verschiedenen Störstellenenergien aufgetragen.

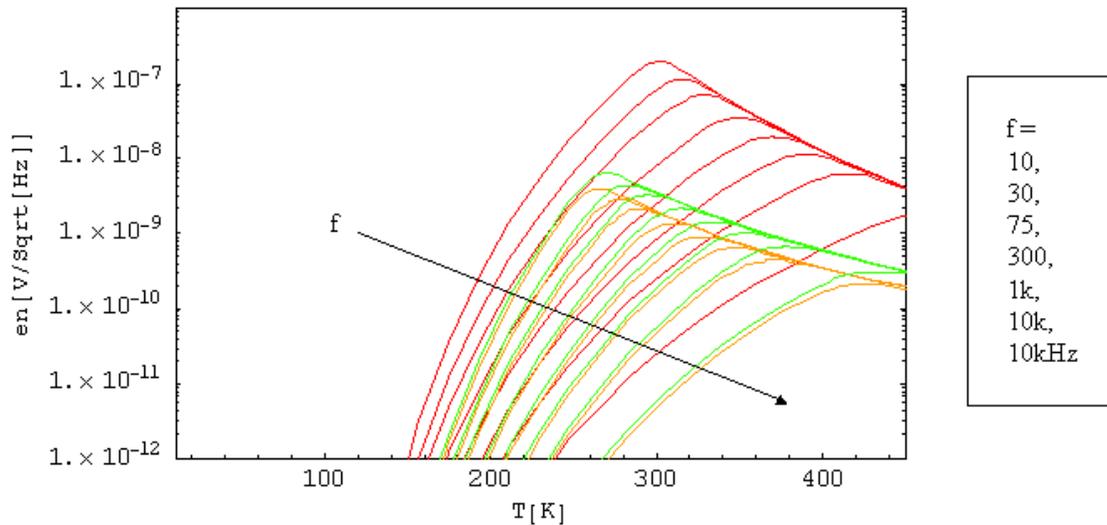


Abbildung 2.22 Rauschspektrum von einer Störstelle, die sich in einem vollständig verarmten Gebiet befindet. Für die roten Kurven wurde die Energie der Störstelle auf die Bandmitte gesetzt, im Fall der orangen Kurvenschar  $0.1eV$  über und bei den grünen Kurven  $0.1eV$  unter die Bandmitte.

Die grünen Kurven (Energieniveau oberhalb der Bandmitte) liegen leicht über den orangen Kurven (Energieniveau unterhalb der Bandmitte). Bei einer Störstellenenergie oberhalb der Bandmitte ist die Elektronenemissionsrate größer als die Löcheremissionsrate. Wenn das Energieniveau der Störstelle bezüglich des jeweiligen Bandes gleich liegt, ist die Elektronenemissionsrate aufgrund der höheren effektiven Masse der Elektronen größer als die Löcheremissionsrate (vgl. (2.96) - (2.103) ):

$$(2.116) \quad I_e = n_t s v_{th}$$

$$(2.117) \quad n_t = N \exp\left(\frac{-E_t}{k_B T}\right)$$

$$(2.118) \quad N = 2 \left( \frac{2pm k_B T}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} \sim m^{\frac{3}{2}}$$

$$(2.119) \quad v_{th} = 4 \sqrt{\frac{k_B T}{2pm}} \sim m^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow (2.120) \quad n_t \sim m^{\frac{3}{2}}$$

$$I_e \sim m$$

$I_e$

Emissionsrate von Elektronen oder Löchern

$\mathbf{s}_n, \mathbf{s}_p$	Wirkungsquerschnitt der Störstellen für Elektronen bzw. Löcher
$v_{th}$	thermische Geschwindigkeit von Elektronen bzw. Löchern
$N$	effektive Zustandsdichte für Elektronen bzw. Löcher
$E_t$	Energieniveau der Störstelle, für Elektronen vom Leitungsband und für Löcher vom Valenzband aus gerechnet
$m$	effektive Masse eines Elektrons bzw. eines Lochs

Deshalb ist im Vergleich zu einer Energie oberhalb der Bandmitte das RTS-Signal für eine Störstelle unterhalb der Bandmitte symmetrischer und die Gesamtübergangsrate kleiner. Ein symmetrischeres RTS-Signal ergibt einen größeren frequenzunabhängigen Anteil des Rauschspektrums. Die Bandbreite des Spektrums wird durch die veränderte Gesamtübergangsrate nicht sichtbar beeinflusst.

### 2.5.3 Simulation des RTS-Rauschens

In diesem Abschnitt soll ein zweidimensionales Simulationsprogramm ([Longoni95]) vorgestellt werden, womit das RTS-Spektrum berechnet werden kann, das durch eine einzige Störstelle verursacht wird. Das Programm ermöglicht es, das Rauschen in Abhängigkeit von der Störstellenposition innerhalb des Bauelements zu untersuchen. Die Störstelle kann um mehrere Elementarladungen umgeladen werden, in den durchgeführten Simulationen wurden allerdings nur Störstellen mit zwei möglichen Ladungszuständen betrachtet. Die beiden Ladungszustände werden sich stets um eine Elementarladung unterscheiden.

Eine spezielle Herausforderung stellt die Bestimmung des Stromsprungs dar, der durch die Umladung der Störstelle zustande kommt. Die Genauigkeit gebräuchlicher Bauelemente-Simulatoren reicht für diese Aufgabenstellung nicht aus. An dieser Stelle könnte man auf den Gedanken kommen, die Störung entsprechend zu vergrößern und das Ergebnis auf die gewünschte Störladung zu skalieren. Diese Methode würde aber im allgemeinen an der Nichtlinearität des Problems scheitern. Aus diesem Grund wurde in [Longoni95] ein Störansatz realisiert, bei dem die Parameter, welche ein Halbleiter-Bauelement beschreiben, als Summe aus einem ungestörten und einem Störanteil angesetzt werden:

$$(2.121) \quad \mathbf{y} = \mathbf{y}_0 + \tilde{\mathbf{y}}$$

$$(2.122) \quad n = n_0 + \tilde{n}$$

$$(2.123) \quad p = p_0 + \tilde{p}$$

$\mathbf{y}, n, p$  Potential, Elektronen- und Löcherdichte

$y_0, n_0, p_0$	Parameter des ungestörten Problems
$\tilde{y}, \tilde{n}, \tilde{p}$	Parameteränderung infolge der Störung

Das Gesamtproblem läßt sich mittels der Poissongleichung und den Kontinuitätsgleichungen für Elektronen und Löcher beschreiben:

$$(2.124) \quad \bar{\nabla} \vec{D} = \mathbf{r}$$

$$(2.125) \quad \bar{\nabla} \vec{J}_n = qR$$

$$(2.126) \quad \bar{\nabla} \vec{J}_p = -qR$$

$$(2.127) \quad \vec{D} = \mathbf{e} \vec{E} = -\mathbf{e} \bar{\nabla} y$$

$$(2.128) \quad \mathbf{r} = -q(p - n + N_D - N_A)$$

$$(2.129) \quad \vec{J}_n = -q \mathbf{m}_n n \bar{\nabla} y + q D_n \bar{\nabla} n$$

$$(2.130) \quad \vec{J}_p = -q \mathbf{m}_p p \bar{\nabla} y - q D_p \bar{\nabla} p$$

$$(2.131) \quad R = \frac{pn - n_i^2}{n \mathbf{t}_p + p \mathbf{t}_n + n_i (\mathbf{t}_p + \mathbf{t}_n)}$$

$\vec{D}$	Dielektrische Verschiebung
$\mathbf{r}$	Ladungsdichte
$\vec{J}_n, \vec{J}_p$	Elektronen- bzw. Löcherstrom
$R$	Shockley-Read-Hall-Netto-Rekombinationsrate
$\vec{E}$	Elektrisches Feld
$\mathbf{e}$	Dielektrizitätskonstante von Silizium
$N_D$	Donatordichte
$N_A$	Akzeptordichte
$D_n, D_p$	Diffusionskoeffizienten für Elektronen- bzw. Löcherdiffusion
$\mathbf{t}_n, \mathbf{t}_p$	Mittlere Einfangraten für Elektronen bzw. Löcher

In einem ersten Schritt wird das ungestörte Problem gelöst, d.h. es müssen die Poissongleichung und die Kontinuitätsgleichungen für Elektronen und Löcher gelöst werden. Hierbei werden nur die ungestörten Größen berücksichtigt. Im folgenden wird die unübliche Konvention aus [Longoni95] verwendet, in der die Elektronenladung auf eine positive und die Löcherladung auf eine negative Elementarladung gesetzt wird. Die Ergebnisse werden wieder in den standardmäßigen Konventionen ausgedrückt.

$$(2.132) \quad \overline{\nabla D_0} = \mathbf{r}_0$$

$$(2.133) \quad \overline{\nabla J_{n,0}} = qR_0$$

$$(2.134) \quad \overline{\nabla J_{p,0}} = -qR_0$$

$$(2.135) \quad \overline{D_0} = \mathbf{e}\overline{E_0} = -\mathbf{e}\overline{\nabla y_0}$$

$$(2.136) \quad \mathbf{r}_0 = -q(p_0 - n_0 + N_D - N_A)$$

$$(2.137) \quad \overline{J}_{n,0} = -q\mathbf{m}_n n_0 \overline{\nabla y_0} + qD_n \overline{\nabla} n_0$$

$$(2.138) \quad \overline{J}_{p,0} = -q\mathbf{m}_p p_0 \overline{\nabla} y_0 - qD_p \overline{\nabla} p_0$$

$$(2.139) \quad R_0 = \frac{p_0 n_0 - n_i^2}{n_0 \mathbf{t}_p + p_0 \mathbf{t}_n + n_i (\mathbf{t}_p + \mathbf{t}_n)}$$

$\overline{D_0}$	Dielektrische Verschiebung des ungestörten Problems
$\mathbf{r}_0$	Ladungsdichte im ungestörten Fall
$\overline{J}_{n,0}, \overline{J}_{p,0}$	Elektronen- bzw. Löcherstrom im ungestörten Fall
$R_0$	Shockley-Read-Hall-Netto-Rekombinationsrate
$\overline{E_0}$	Elektrisches Feld im ungestörten Fall

Wenn man nun wieder das Gesamtproblem ( (2.124)-(2.131) ) betrachtet, d.h. die Parameter  $y, n, p$  in die Poissongleichung sowie die Kontinuitätsgleichungen für Elektronen und Löcher einsetzt und die Lösungen des ungestörten Problems verwendet, erhält man unter Vernachlässigung von Termen höherer Ordnung das Gleichungssystem (2.140)-(2.146). Die zusätzliche Ladung durch die umgeladene Störstelle wurde durch ein Delta-Funktional an der Stelle  $\vec{r}_0$  berücksichtigt.

$$(2.140) \quad \overline{\nabla}(\mathbf{e}\overline{\nabla} \tilde{y}) = -q(\tilde{p} - \tilde{n} - \mathbf{d}(\vec{r} - \vec{r}_0))$$

$$(2.141) \quad \overline{\nabla}(-q\mathbf{m}_n \tilde{n} \overline{\nabla} y_0 + q\mathbf{m}_n V_{th} \nabla \tilde{n}) - \overline{\nabla}(q\mathbf{m}_n n_0 \nabla \tilde{y}) = q\tilde{R}$$

$$(2.142) \quad \overline{\nabla}(-q\mathbf{m}_p \tilde{p} \nabla y_0 - q\mathbf{m}_p D_p V_{th} \nabla \tilde{p}) - \overline{\nabla}(q\mathbf{m}_p p_0 \nabla \tilde{y}) = -q\tilde{R}$$

$$(2.143) \quad V_{th} = \frac{k_B T}{q} \quad \text{thermische Spannung}$$

$$(2.144) \quad \tilde{R} = \tilde{R}_n \tilde{p} + \tilde{R}_p \tilde{n}$$

$$(2.145) \quad \tilde{R}_n = \frac{n_0 - \mathbf{t}_n R_0}{n_0 \mathbf{t}_p + p_0 \mathbf{t}_n + n_i (\mathbf{t}_p + \mathbf{t}_n)}$$

$$(2.146) \quad \tilde{R}_p = \frac{p_0 - \mathbf{t}_p R_0}{n_0 \mathbf{t}_p + p_0 \mathbf{t}_n + n_i (\mathbf{t}_p + \mathbf{t}_n)}$$

Aus dem ersten Schritt sind die ungestörten Größen bekannt. Daher lassen sich die Gleichungen (2.140)-(2.146) als Bestimmungsgleichungen für die Störparameter auffassen. Diese Aufgabe kann mit einem gewöhnlichen Bauelementesimulator gelöst werden. Während im Fall der Lösung des Gesamtproblems ohne Störansatz die Genauigkeit der Lösung sich auf ungestörte Größen bezieht, bietet die vorgestellte Methode den Vorteil, dass nun die Genauigkeit der Lösungen für die gestörten Parameter sich auf diese Störparameter bezieht. Damit erreicht man für die zu berechnenden Störparameter die gleiche relative Genauigkeit wie man sie für ungestörte Probleme unter Benutzung üblicher Bauelementesimulatoren gewohnt ist.

Im folgenden soll der Einfluß einer festen Ladung (umgeladenen Störstelle) in einem Widerstand und das RTS-Rauschspektrum in einem pJFET untersucht werden. Beide Simulationen wurden bei Raumtemperatur durchgeführt.

### 2.5.3.1 Widerstand

Als Widerstand wurde ein n-dotiertes Stück Si-Halbleiter ( $n = 10^{15} / \text{cm}^3$ ) betrachtet, dessen Aufbau in Abbildung 2.23 dargestellt ist.

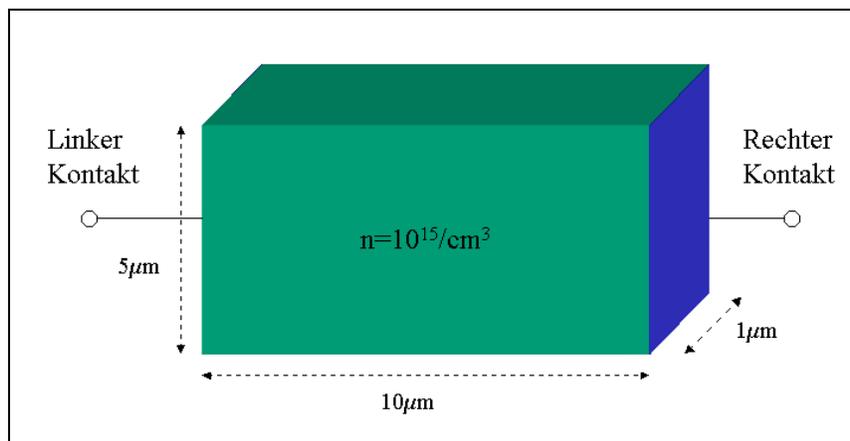
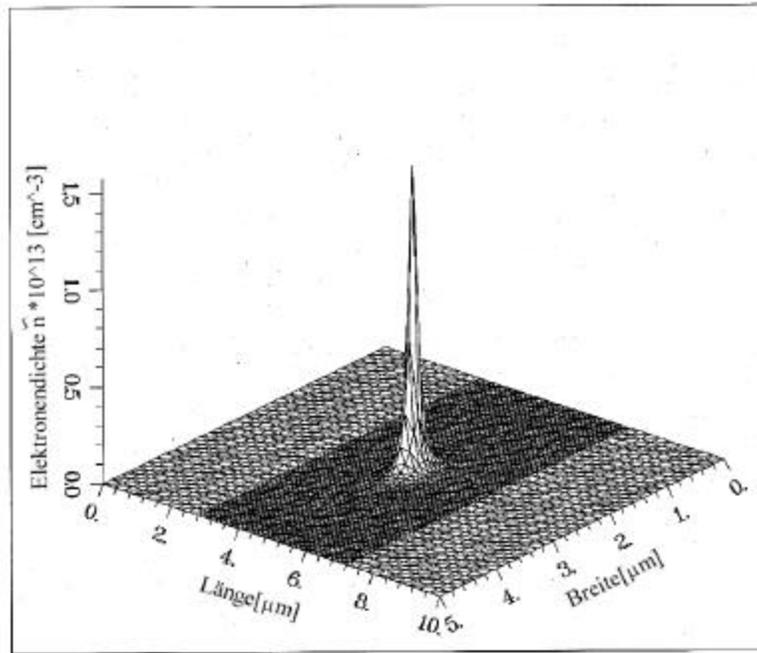


Abbildung 2.23 Aufbau des Widerstandes, an dem der Einfluß einer Ladung (umgeladene Störstelle) untersucht wurde.

In der Simulation wurde eine positive Elementarladung auf einen Gitterpunkt in die Mitte des Widerstandes gesetzt, d.h. auf eine Länge von  $5 \text{ nm}$  und eine Breite von  $2.5 \text{ nm}$ . bei der vorhandenen Standardtiefe für zweidimensionale Simulationen von  $1 \text{ nm}$  ist die Störladung ebenfalls auf eine Tiefe von  $1 \text{ nm}$  verteilt. An den Widerstand wurde vorerst keine Spannungen angelegt. In der Nähe der zusätzlichen Ladung ist die Elektronenkonzentration erhöht sowie die Löcherkonzentration verringert (s. Abbildung 2.24). Die zusätzlichen freien Ladungsträger kompensieren nach außen hin die feste zusätzliche Ladung.

a)



b)

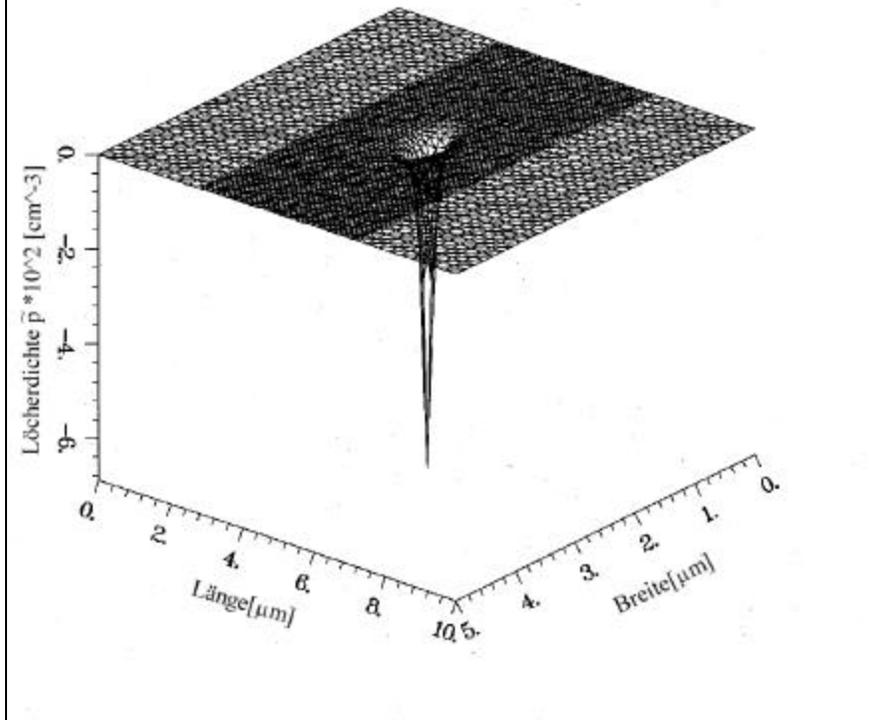


Abbildung 2.24 a) Elektronen- und b) Löcher-Störkonzentration ( $\tilde{n}$ ,  $\tilde{p}$ ), die durch eine zusätzliche Ladung in der Mitte des Widerstandes hervorgerufen wird. Die beiden Kontakte des Widerstandes sind auf gleichem Potential.

Das Störpotential  $\tilde{\psi}$  ist in Abbildung 2.25 in einem Teilbereich des Widerstandes aufgetragen.

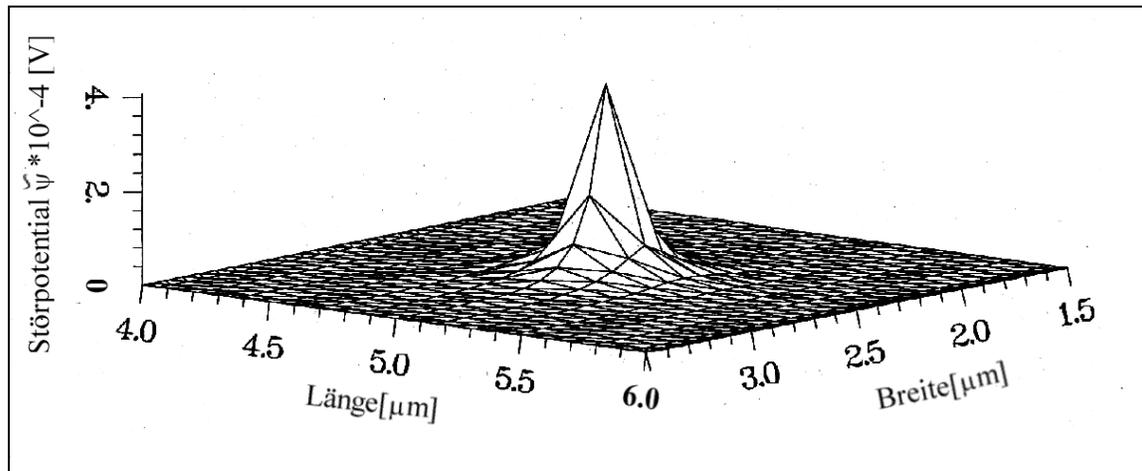


Abbildung 2.25 Störpotential  $\tilde{\psi}$ , das durch eine zusätzliche Ladung in der Mitte des Widerstandes hervorgerufen wird. Die beiden Kontakte des Widerstandes sind auf gleichem Potential.

In einer weiteren Simulation wurde ein Strom mittels einer positiven Spannung am rechten Kontakt des Widerstandes ( $V_r = 1.5V$ ) durch den n-Halbleiter erzeugt. Dadurch werden die Elektronen, welche die feste zusätzliche Ladung nach außen hin abschirmen, nach rechts gezogen, womit eine asymmetrische Elektronenverteilung im Einflussbereich der Störstelle entsteht. In Abbildung 2.26 ist die Störkonzentration der Elektronen dargestellt.

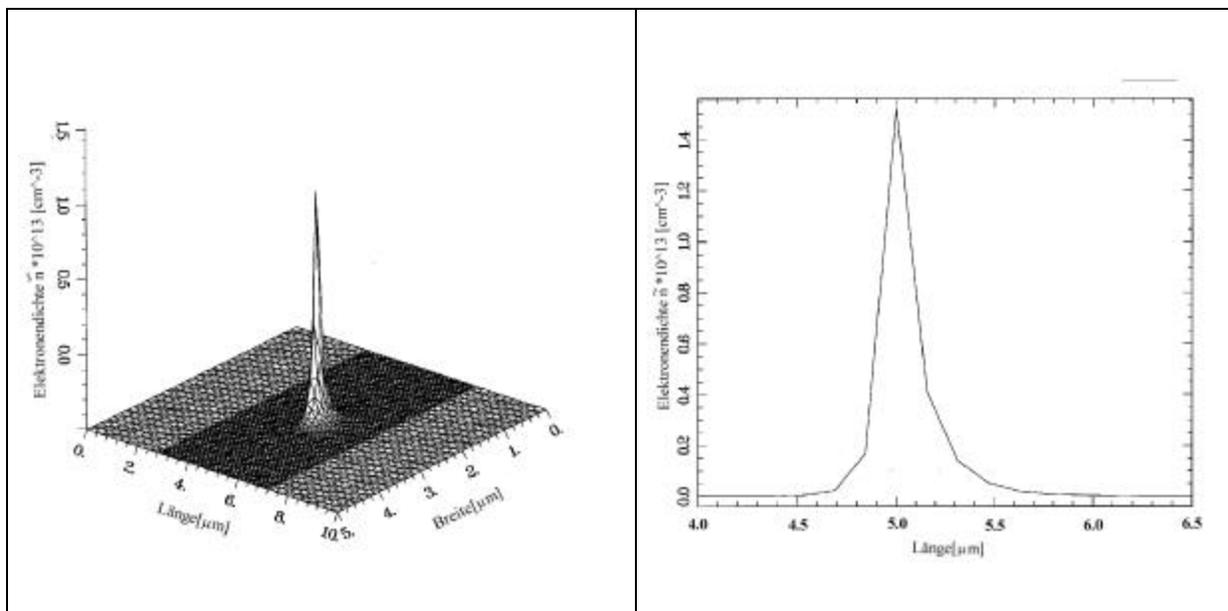


Abbildung 2.26 Störkonzentration der Elektronen im Widerstand aus Abbildung 2.23, über den eine Spannung von  $1.5V$  angelegt wurde. Die linke Abbildung zeigt die

Elektronenverteilung über den gesamten Widerstand, die rechte Abbildung stellt einen Schnitt bei einer Breite von  $2.5\text{mm}$  über den Längenbereich von 4 bis  $6.5\text{mm}$  dar.

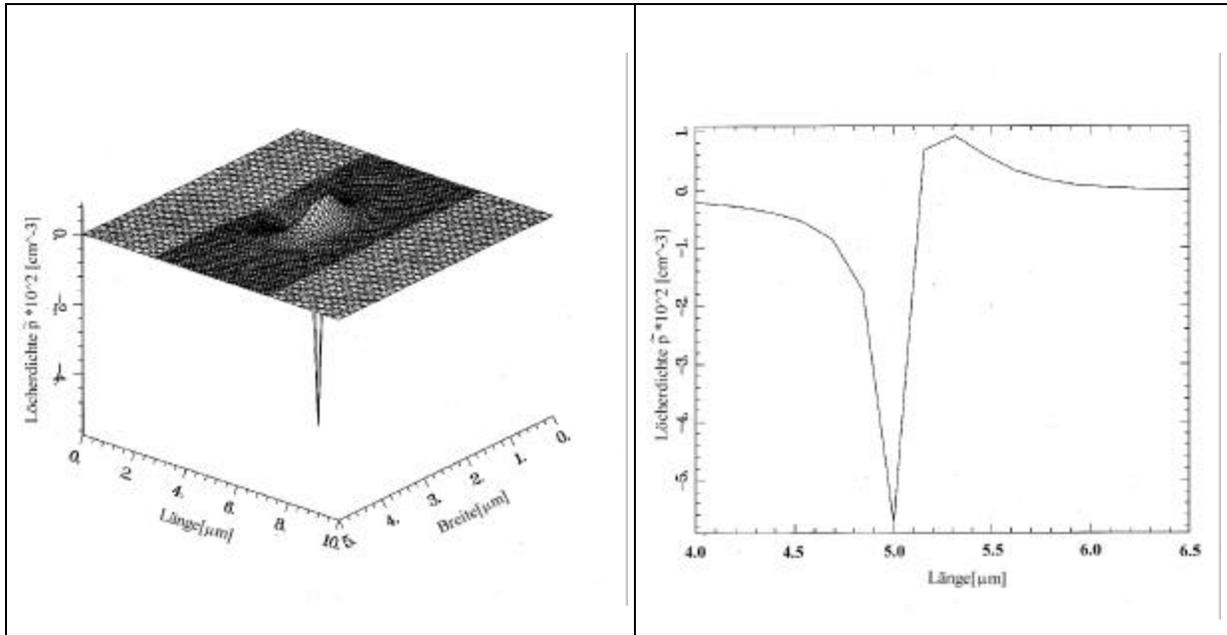


Abbildung 2.27 Störkonzentration der Löcher im Widerstand aus Abbildung 2.23, über den eine Spannung von  $1.5\text{V}$  angelegt wurde. Die linke Abbildung zeigt die Löcherverteilung über den gesamten Widerstand, die rechte Abbildung stellt einen Schnitt bei einer Breite von  $2.5\text{mm}$  über den Längenbereich von 4 bis  $6.5\text{mm}$  dar.

Die Verschiebung der freien Ladungsträger gegenüber der Verteilung ohne angelegte Spannung hat zur Folge, daß sich im Widerstand ein Dipol bildet, der in Abbildung 2.28 als Welle im Störpotential zu erkennen ist. Die Umverteilung der Löcher hat in einem n-Halbleiter einen wesentlich kleineren Einfluß auf die Potentialverhältnisse als die Umverteilung der Elektronen.

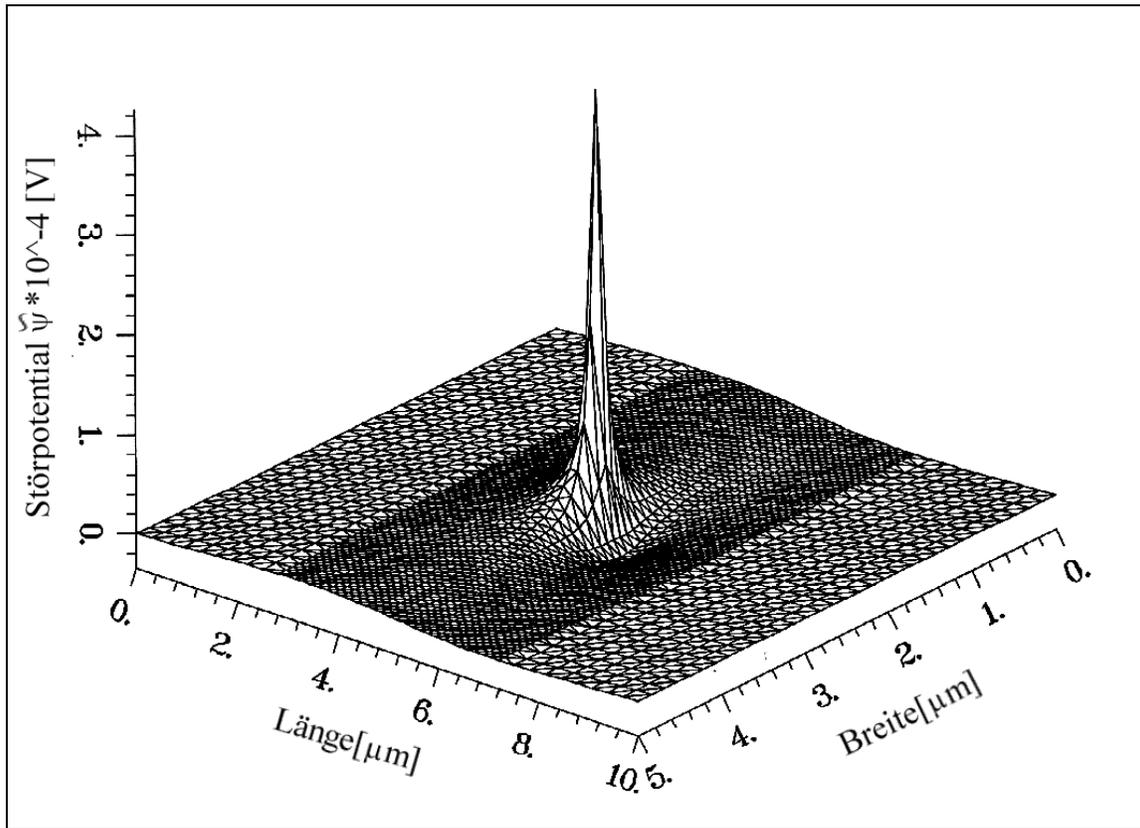


Abbildung 2.28 Störpotential im Widerstand aus Abbildung 2.23, über den eine Spannung von 1.5V angelegt wurde. Durch das Anlegen einer Spannung über den Widerstand bildet sich durch die Umverteilung der freien Ladungsträger ein Dipol heraus.

Durch die Umladung einer Störstelle wird die Elektronen- und Löcherkonzentration lokal verändert (s. Abbildung 2.24). Im Fall eines extrinsischen Halbleiters, z.B. einem n-dotierten Halbleiterstück wie im hier betrachteten Fall, wird hauptsächlich die Majoritätsladungsträgerdichte (hier: Elektronen) beeinflusst. Bei einer positiv geladenen Störstelle wird die Elektronenkonzentration in der Nähe der Störstelle gegenüber dem Fall der ungeladenen Störstelle erhöht, der Widerstand des Halbleiterstücks erniedrigt und der Strom durch den Widerstand vergrößert. Die Größe des Stromsprungs durch die Umladung der Störstelle kann aus der Veränderung der Leitfähigkeit des Widerstandes berechnet werden (vgl. [Longoni95]):

Der Strom durch den Widerstand  $I$  läßt sich berechnen, indem man berücksichtigt, daß die Ladungen im Widerstand  $Q$  in einer mittleren Driftzeit  $t$  durch den Widerstand geschoben wird:

$$(2.147) \quad I = \frac{Q}{t}$$

Die mittlere Driftzeit läßt sich über die mittlere Driftgeschwindigkeit  $v_{dr}$  ausdrücken, die vom mittleren Driftfeld  $E$  bedingt ist:

$$(2.148) \quad v_{dr} = \frac{L}{t} = m_n E = m_n \frac{V}{L}$$

$$\Rightarrow t = \frac{L^2}{Vm_n}$$

$L$	Länge des Widerstands
$m_n$	Beweglichkeit der Elektronen
$V$	über den Widerstand angelegte Spannung

Bei  $N$  Ladungen im gesamten Widerstand ergibt sich für den Strom durch den Widerstand:

$$(2.149) \quad I = \frac{qm_n N}{L^2} V$$

Wenn die Störstelle positiv geladen ist, befindet sich näherungsweise (unter Vernachlässigung der Löcher) ein zusätzliches Elektron im Widerstand und es fließt ein höherer Strom durch den Widerstand, der in der folgenden Form ausgedrückt werden kann:

$$(2.150) \quad I = \frac{qm_n(N+1)}{L^2} V$$

Der zusätzliche Strom, der durch die Umladung der Störstelle zustande kommt, beträgt demnach:

$$(2.151) \quad \Delta I = \frac{qm_n}{L^2} V = qm \frac{E}{L} = q \frac{v_{dr}}{L} = \frac{q}{t}$$

Der Stromsprung kann folglich aus der Driftbewegung einer einzelnen Ladung  $q$  durch den Widerstand berechnet werden. Hierzu bildet man den Quotienten aus der einzelnen Ladung  $q$  durch die mittlere Zeit  $t$ , die eine Ladung benötigt, um mit der mittleren Driftgeschwindigkeit  $v_{dr}$  den gesamten Widerstand der Länge  $L$  zu durchqueren.

Bei einem intrinsischen Halbleiter-Widerstand wird durch die Umladung einer Störstelle die Elektronenkonzentration in gleichem Maße erhöht/verringert wie die Löcherkonzentration entsprechend verkleinert/vergrößert wird, sodaß sich der Widerstand des Halbleiterstücks nicht verändert. In diesem Fall würde kein Stromsprung erzeugt werden.

### 2.5.3.2 pJFET

Im folgenden soll das RTS-Rauschen eines pJFETs untersucht werden. Der Aufbau des Transistors ist in Abbildung 2.29 aufgezeichnet, das Dotierungsprofil bis zu einer Tiefe von  $3\text{nm}$  findet sich in Abbildung 2.30.

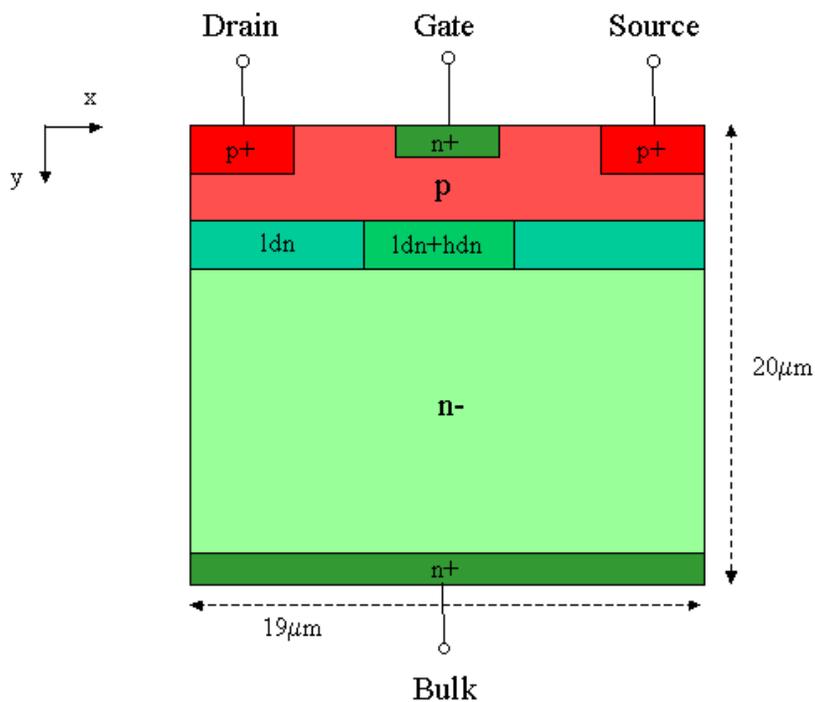


Abbildung 2.29 Aufbau des pJFETs, mit dem Simulationen zur Untersuchung des RTS-Rauschens durchgeführt wurden. Das Dotierungsprofil bis zu einer Tiefe von  $3\text{nm}$  ist in Abbildung 2.30 dargestellt. P-dotierte Gebiete sind rot, n-dotierte Gebiete grün gefärbt. Die Intensität der Farben deutet die Dotierungskonzentration an.

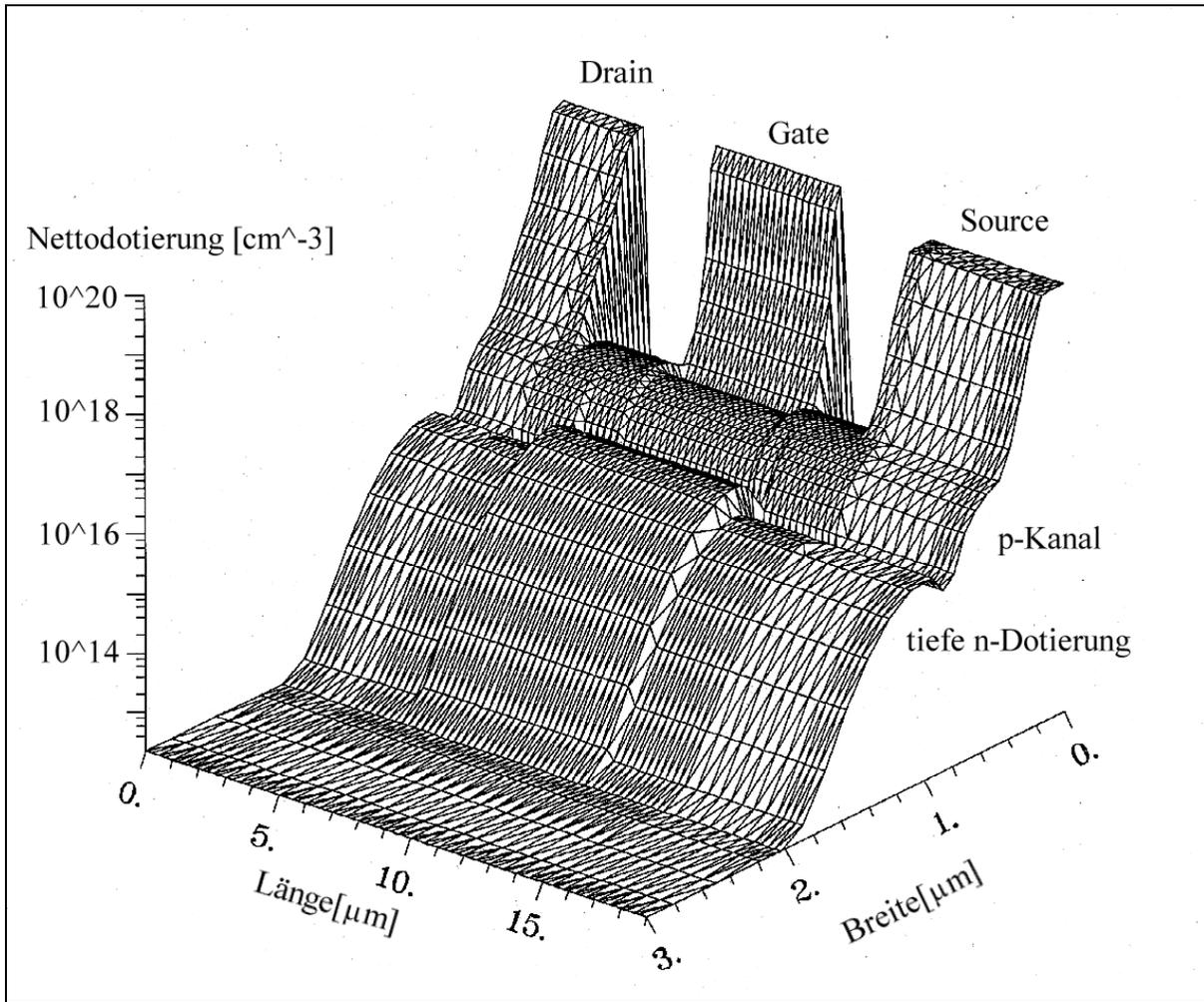


Abbildung 2.30 Nettodotierungsprofil des pJFETs aus Abbildung 2.29 bis zu einer Tiefe von  $3\text{mm}$ . An den pn-Übergängen ist die Dotierung null. Dies ist aufgrund der endlichen Gittergröße nicht zu sehen.

Der Transistor wurde in Sättigung betrieben, der Bulk-Kontakt wurde auf  $0V$  gelegt. Unter diesen Voraussetzungen ergibt sich eine Konzentrationsverteilung für Elektronen wie sie in Abbildung 2.31 dargestellt ist.

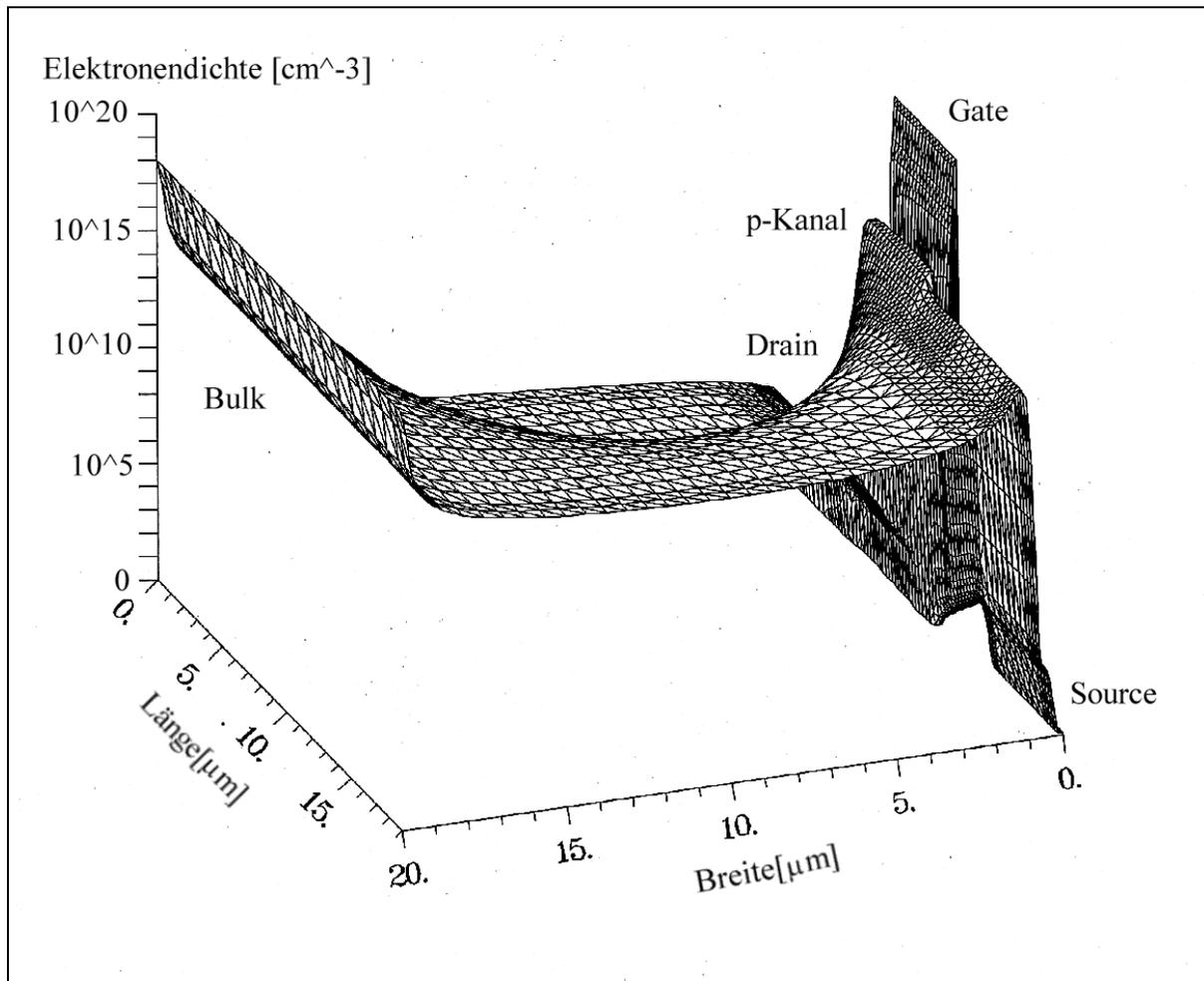


Abbildung 2.31 Elektronenverteilung im pJFET aus Abbildung 2.29, der in Sättigung betrieben wurde und dessen Bulk-Kontakt auf 0V gesetzt wurde.

Unter den angegebenen Bedingungen wurde sequentiell an jeden Punkt des Simulationsgitters eine Elementarladung plaziert, um den Einfluß einer umgeladenen Störstelle auf den Transistorstrom in Abhängigkeit von der Position des Kristalldefekts zu untersuchen. In Abbildung 2.32 ist der Stromsprung, der von der Umladung einer Störstelle ausgelöst wird, in Abhängigkeit von der Position der Störstelle innerhalb des Bauelements aufgetragen.

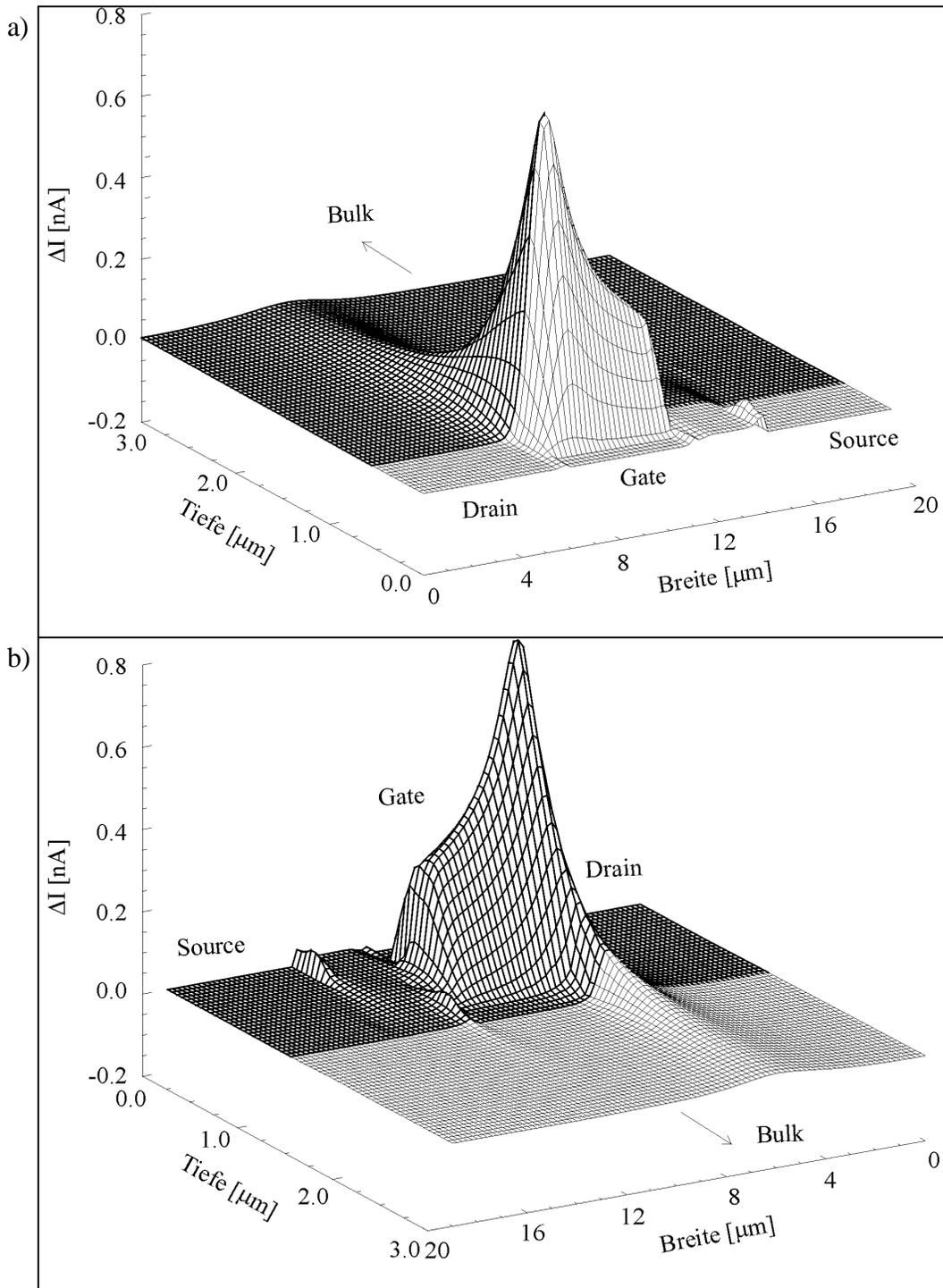


Abbildung 2.32 Stromsprung im Transistorstrom des pJFETs aus Abbildung 2.29, der durch die Umladung einer Störstelle um eine Elementarladung hervorgerufen wird:  
 a) Ansicht von oben auf das Bauelement bis zu einer Tiefe von  $3\text{mm}$   
 b) Ansicht von einer Tiefe von  $3\text{mm}$  aus auf das Bauelement  
 Die Darstellungen basieren nicht auf dem Simulationsgitter sondern auf einem Gitter, mit dem die Simulationspunkte interpoliert wurden.

Nur Störstellen in der Nähe des Transistorkanals induzieren ausreichend Ladung im Transistorkanal, um den Transistorstrom merklich zu verändern (Abbildung 2.32). Störstellen, die in der Nähe der Drain sitzen, erzeugen Bildladungen im Kanal, die eine größere Geschwindigkeit besitzen als Bildladungen, die in der Nähe der Source induziert werden. In den unverarmten Source- und Drain-Gebieten vor bzw. hinter dem eigentlichen Kanal haben die Löcher nur eine geringe Geschwindigkeit, entsprechend klein fällt der Stromsprung in diesen Regionen aus. Wenn sich die Störstelle in einem verarmten Gebiet in der Nähe des Kanals befindet, hängt es von den lokalen Kapazitätsverhältnissen ab, wieviel Ladung in den Kanal hinein induziert wird. Eine Störstelle am Sättigungspunkt würde Ladungen im Bereich des Kanals mit maximaler Geschwindigkeit erzeugen, allerdings würde eine solche Störstelle auch in die Drain hinter dem eigentlichen Transistorkanal Ladung induzieren. Letzere Bildladungen würden nur einen geringen Einfluß auf den Transistorstrom haben. Den maximalen Einfluß einer festen Ladung auf den Kanalstrom erhält man mit einer Störstelle leicht vor dem Sättigungspunkt des Transistors. Hier ist zwar die Geschwindigkeit der Löcher noch nicht ganz maximal, allerdings wird die gesamte Ladung noch in den Kanal hinein induziert (s. auch [Longoni95]). Wenn man die Position einer Störstelle von der Mitte des Kanals zur Oberfläche hin oder in Richtung des Substrats verschiebt, nimmt der Stromsprung ab. Je weiter die Störstelle zur Oberfläche hin bewegt wird, desto mehr Bildladung wird in das Gate induziert. Bei der Verschiebung der Störstelle in das Substrat hinein wird entsprechend ein größerer Anteil der Bildladung in den unverarmten Substratbereich induziert.

In Abbildung 2.33 ist der B-Faktor ( s.(2.70) ) aufgetragen, der sich bei einer Störstelle in der Bandmitte von Silizium ergibt. Die Wirkungsquerschnitte der Störstelle mit Elektronen bzw. Löchern wurden beide auf einen Wert von  $\sigma_n = \sigma_p = 10^{-15} \text{ cm}^2$  gesetzt. Damit erhält man eine Störstelle, die ihren maximalen Effekt in den Rauschspektren für eine Löcherkonzentration von ungefähr  $p = 10^{10} / \text{cm}^3$  näherungsweise bei Raumtemperatur hervorruft (s. Kapitel 2.5.1.1). Deshalb wurden die Simulationen ungefähr bei Raumtemperatur durchgeführt.

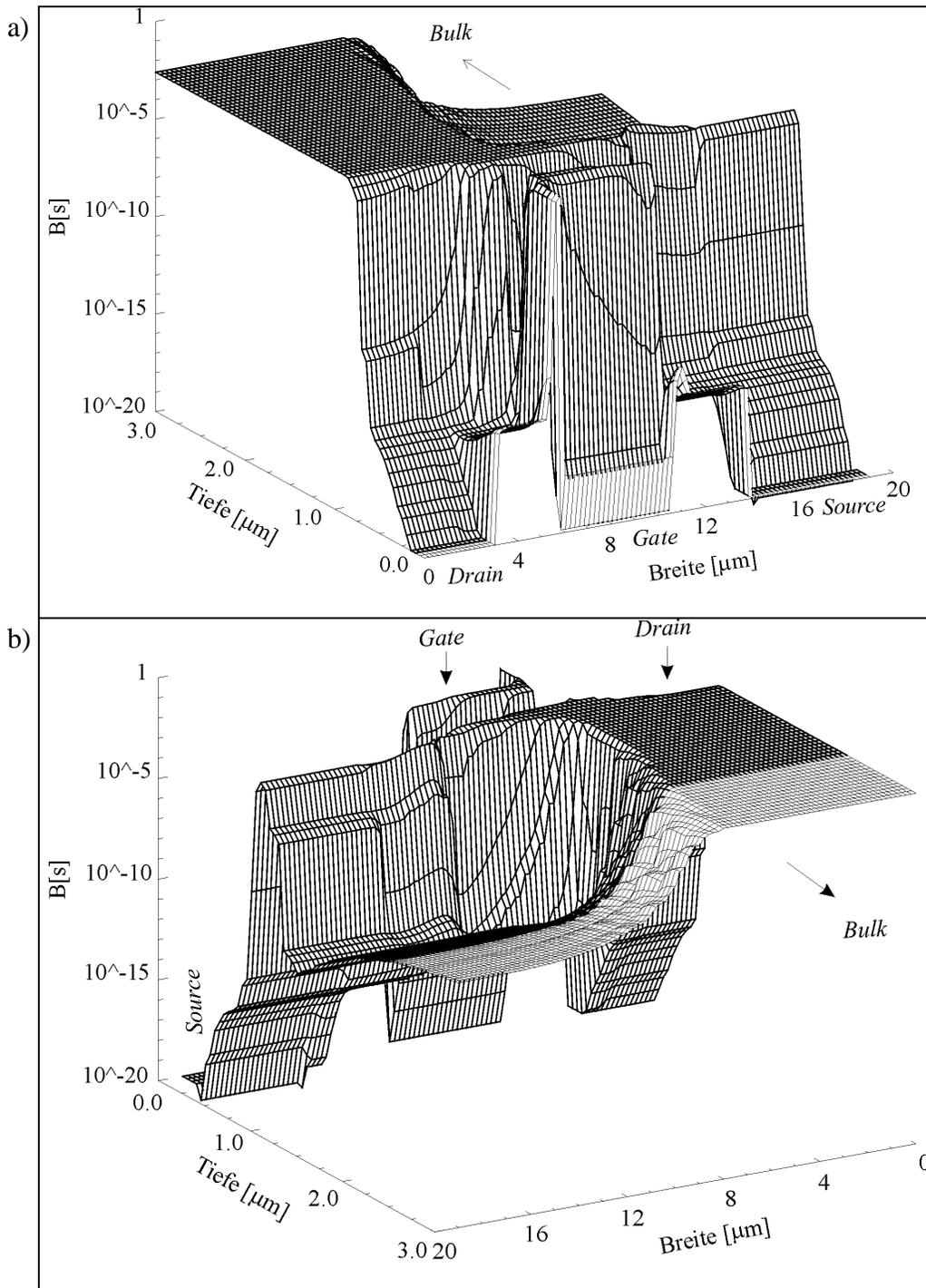


Abbildung 2.33 B-Faktor im pJFET aus Abbildung 2.29. Die Störstellenenergie wurde auf die Bandmitte von Silizium, die Wirkungsquerschnitte der Störstelle mit Elektronen bzw. Löchern wurden beide auf einen Wert von  $s_n = s_p = 10^{-15} \text{ cm}^2$  gesetzt.

a) Ansicht von oben bis zu einer Tiefe von  $3 \mu\text{m}$

b) Ansicht von unten aus einer Tiefe von  $3 \mu\text{m}$

Die Darstellungen basieren nicht auf dem Simulationsgitter sondern auf einem Gitter, mit dem die Simulationspunkte interpoliert wurden.

Der B-Faktor ist maximal, wenn die mittleren Zeiten, die zu einer Beladung bzw. Entladung der Störstelle führen, ungefähr gleich groß sind ( $I_c = I_e / 2$  bei konstantem  $I_e$  oder  $I_e = I_c / 2$  bei konstantem  $I_c$ , s. Kapitel 2.2.4 (2.70)). Da die Störstelle auf die Bandmitte gesetzt wurde, sind die Emissionsraten relativ klein gegenüber den Emissionsraten, die bei Störstellen in der Nähe der Bänder auftreten. In den nicht verarmten Gebieten sind die Einfangraten aufgrund der jeweiligen hohen Ladungsträgerdichte größer als die Emissionsraten aus der Störstelle in der Bandmitte heraus. In diesen Regionen wird die Verweildauer in einem der beiden möglichen Ladungszustände der Störstelle von der jeweiligen Einfangrate (z.B. der Elektroneneinfangrate in einem nicht verarmten n-Gebiet) dominiert, während die Verweildauern im zweiten möglichen Ladungszustand der Störstelle durch die langen Emissionszeiten bestimmt wird. Die Störstellen in diesen Bereichen führen daher zu asymmetrischen RTS-Signalen mit kleinem B-Faktor. In verarmten Gebieten überwiegen die Emissionsraten gegenüber den Einfangraten. Bei gleichen Wirkungsquerschnitten für Elektronen und Löchern können hier Störstellen auf der Bandmitte symmetrische RTS-Signale mit großem B-Faktor hervorrufen. Aus diesen Gründen zeichnet der maximale Wert für den B-Faktor die verarmten Gebiete nach.

Die verarmten Gebiete mit maximalem B-Faktor befinden sich an den Übergängen vom Kanal zu den nicht verarmten n-Bereichen des oberen Gates und des Substrats (s. Abbildung 2.33). Unter der Drain befindet sich ein großes verarmtes Gebiet aufgrund der geringen Substratdotierung (s. Abbildung 2.31). Entsprechend bildet sich in diesem Bereich ein großes Plateau mit maximalem B-Faktor aus. Im Übergangsbereich von der Source zum oberen Gate und zum Substrat wird das Maximum des B-Faktor wegen der endlichen Gitterpunktstände nicht erreicht.

Aus dem Stromsprung und dem B-Faktor läßt sich der frequenzunabhängige Teil des RTS-Rauschspektrums  $S_0 = 4AB = 4(\Delta I)^2 B$  berechnen, der in Abbildung 2.34 dargestellt ist. Dieser Anteil des RTS-Rauschspektrums ist doppelt so groß wie der entsprechende Ausdruck in (2.70), da hier die Symmetrie des Spektrums bezüglich der Frequenz ausgenutzt wurde und nur positive Frequenzen betrachtet werden. Aufgrund dieser Symmetrie kann das Rauschspektrum allein im positiven Frequenzbereich beschrieben werden, allerdings mit doppelter Amplitude.

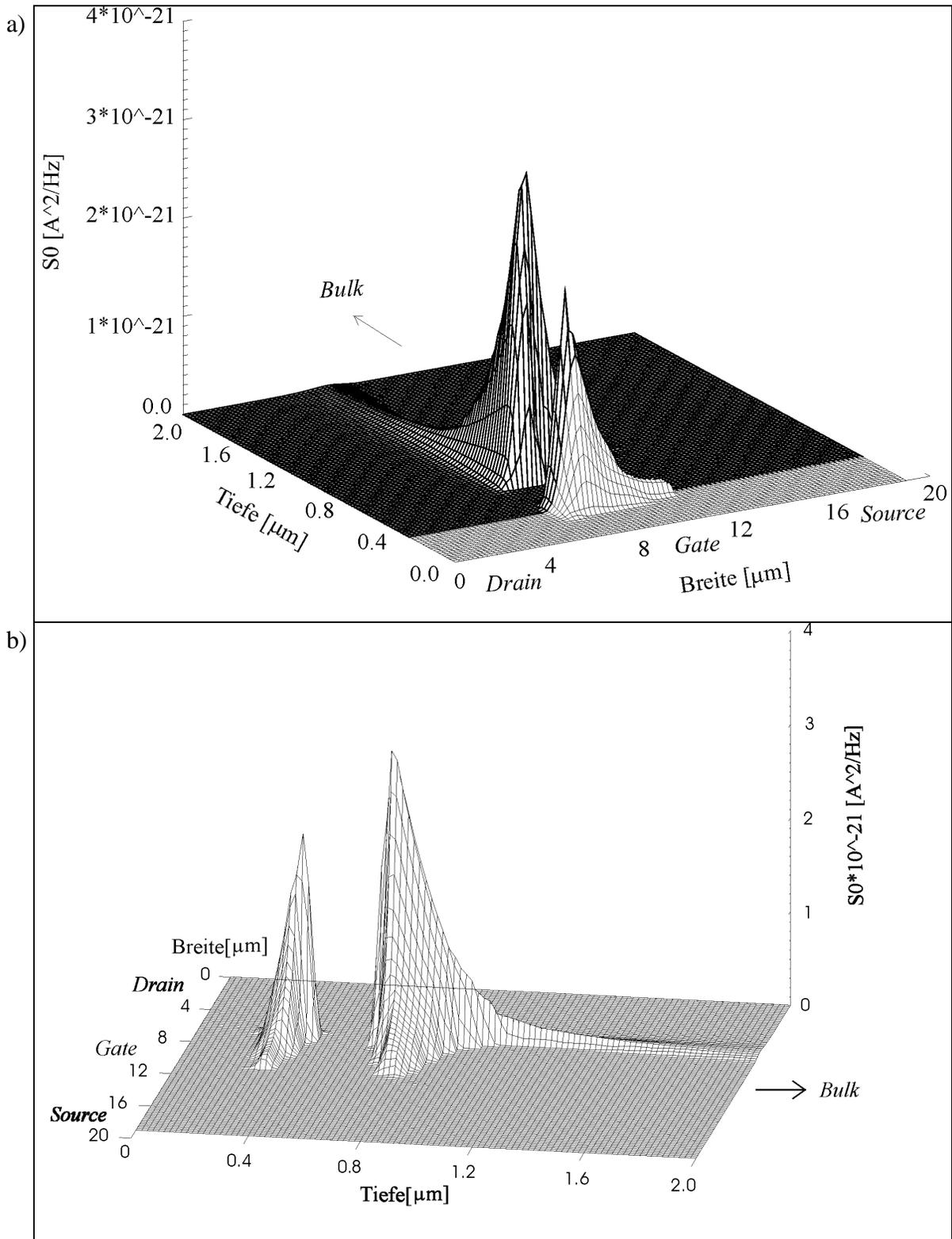


Abbildung 2.34 Frequenzunabhängiger Teil des RTS-Rauschspektrums  $S_0 = 4AB = 4(\Delta I)^2 B$  im pJFET aus Abbildung 2.29.

- a) Ansicht von oben bis zu einer Tiefe von  $2\text{ nm}$
- b) Seitenansicht durch den Kanal von der Source zur Drain

Die Darstellungen basieren nicht auf dem Simulationsgitter sondern auf einem Gitter, mit dem die Simulationspunkte interpoliert wurden.  $S_0$  ergibt sich aus dem Stromsprung  $\Delta I$  und dem B-Faktor. Daher kann der Verlauf von  $S_0$  aus dem Verlauf von  $\Delta I$  (s. Abbildung 2.32) und vom B-Faktor (s. Abbildung 2.33) hergeleitet werden. Der Stromsprung wird besonders groß im Kanal des Transistors und nimmt von der Source zur Drain hin zu. Der B-Faktor verstärkt den Verlauf des Stromsprungs am Rand des Kanals und schwächt ihn innerhalb des Kanals deutlich ab.

Der Frequenzverlauf des RTS-Rauschspektrums hängt von der Gesamtübergangsrate

$I = I_{c,n} + I_{e,p} + I_{e,n} + I_{c,p}$  am Ort der Störstelle ab, in die alle möglichen Prozesse eingehen, welche zu einer Umladung der Störstelle führen. Die Frequenzabhängigkeit des RTS-Spektrums kann aus Gleichung (2.70) abgelesen werden, die hier noch einmal angeführt werden soll:

$$(2.152) \quad S_i(f) = S_0 \frac{1}{1 + \left(\frac{2\pi f}{I}\right)^2}$$

$$(2.153) \quad S_0 = 4AB$$

Im Gegensatz zu (2.70) wurde hier das Rauschspektrum nur für positive Frequenzen betrachtet, wodurch der frequenzunabhängige Anteil des Rauschspektrums sich um den Faktor 2 vergrößert.

Der Verlauf dieser Übergangsrate in Abhängigkeit von der Position innerhalb des Bauelements ist in Abbildung 2.35 für eine Störstellenenergie auf der Bandmitte dargestellt.

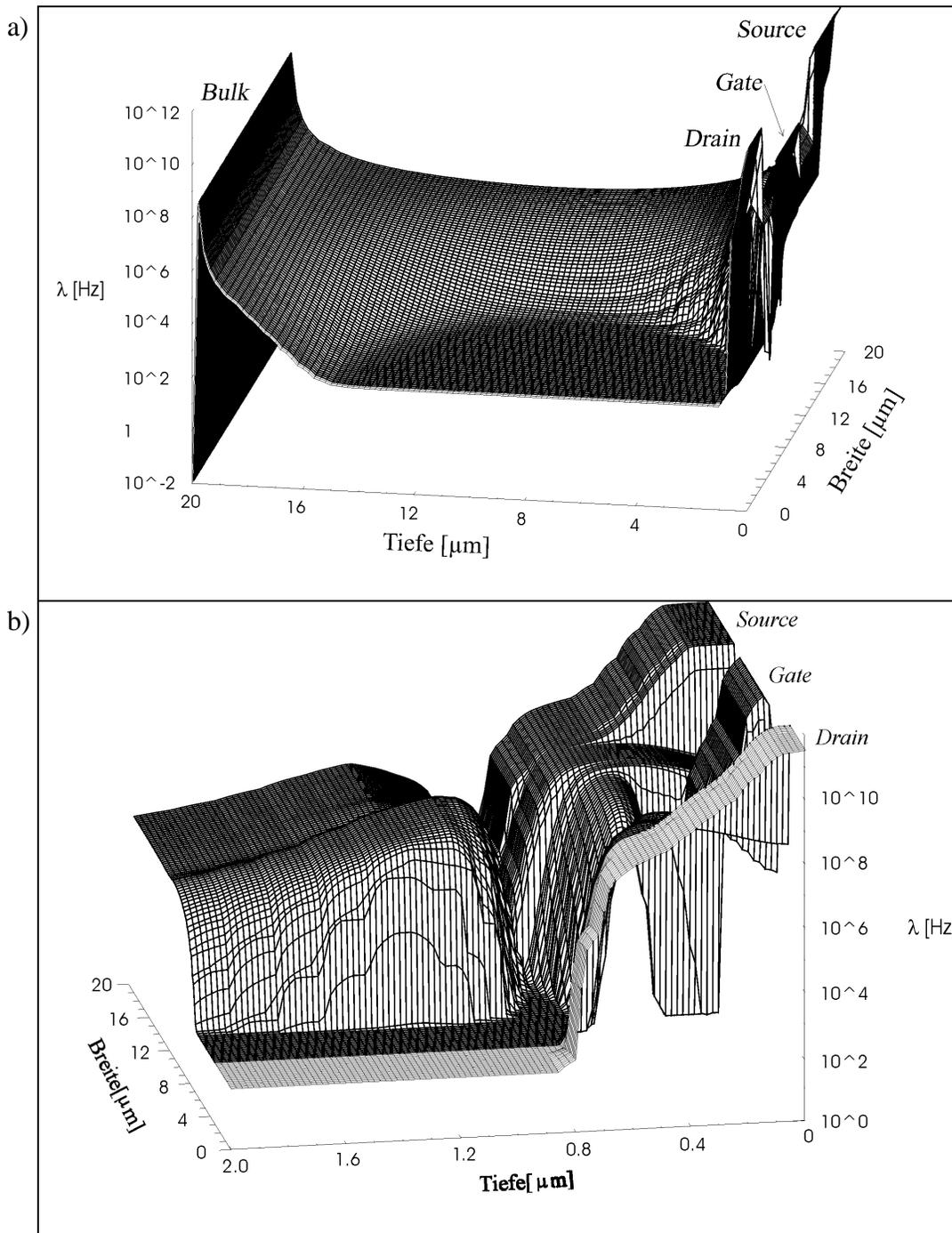


Abbildung 2.35 Gesamte Übergangsrate in Abhängigkeit von der Position innerhalb des pFET aus Abbildung 2.29. Das Energieniveau der Störstelle wurde auf die Bandmitte gesetzt. Die Wirkungsquerschnitte der Störstelle mit Elektronen bzw. Löcher betragen beide  $s_n = s_p = 10^{-15} \text{ cm}^2$ .

a) Seitenansicht über das gesamte Bauelement

b) Seitenansicht bis zu einer Tiefe von  $2 \text{ nm}$

Die Darstellungen basieren nicht auf dem Simulationsgitter sondern auf einem Gitter, mit dem die Simulationspunkte interpoliert wurden.

In den nicht verarmten Gebieten wird die gesamte Übergangsrate durch die Einfangrate der Majoritätsladungsträger bestimmt. In den verarmten Regionen dominiert die Emission von Ladungsträgern, welche bei fester Störstellenenergie unabhängig von der Position der Störstelle innerhalb des Bauelements ist. Dementsprechend zeichnet die gesamte Übergangsrate die Verteilung der Ladungsträger über das Bauelement nach und ist in verarmten Gebieten klein und konstant.

## 2.6 Zusammenfassung der Analyse des RTS-Rauschens

Nachdem in den vorangegangenen Abschnitten das RTS-Rauschen einer Störstelle analysiert worden ist, sollen nun die wichtigsten Ergebnisse der Analyse zusammengefaßt werden. In der Analyse wurde zuerst die Kommunikation der Elektronen mit einer Störstelle betrachtet. Diese Betrachtungen können analog auf Löcher übertragen werden, indem man das Energieniveau der Störstelle statt vom Leitungsband vom Valenzband aus rechnet und n- durch p-Gebiete ersetzt. In diesen Betrachtungen wurden die folgenden drei Aspekte des RTS-Rauschens eingehend untersucht:

1. Der Stromsprung, der durch die Veränderung des Ladungszustandes einer Störstelle hervorgerufen wird.
2. Die Asymmetrie der Stromänderung, die sich im sogenannten B-Faktor äußert (s. (2.70) ):

$$(2.154) \quad B = \frac{I_c I_e}{I^3}$$

3. Die Frequenzabhängigkeit des Rauschens, die durch den Faktor

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{w}{I}\right)^2}$$

beschrieben wird und über diesen Faktor mit der Gesamtübergangsrate  $I = I_c + I_e$  zusammenhängt.

Das Rauschspektrum des RTS-Rauschens hängt von allen drei eben genannten Faktoren (Stromsprung  $\Delta I$  , B-Faktor, Gesamtübergangsrate  $I$  ) ab (s. (2.70) ):

$$S_i(\mathbf{w}) = 2AB \frac{1}{1 + \left(\frac{\mathbf{w}}{I}\right)^2}$$

(2.155)       $A = (\Delta I)^2$

$$B = \frac{I_c I_e}{I^3}$$

In der in den vorangegangenen Abschnitten durchgeführten RTS-Analyse wurde die Abhängigkeit der drei Faktoren von der Lage der Störstelle im Bauelement und in der Bandlücke untersucht.

Bei der Berücksichtigung nur einer Ladungsträgersorte konnten folgende Punkte festgestellt werden:

- Bei einem gegebenen Energieniveau der Störstelle wird das zugehörige RTS-Rauschen in einem bestimmten Temperaturbereich maximal (s. Abbildung 2.16 und Abbildung 2.17).
- Im frequenzunabhängigen Teil des Spektrums ( $\mathbf{w} \ll I$ ) wird das Rauschen in demjenigen Temperaturbereich maximal, bei welcher die in erster Näherung temperaturunabhängigen Einfang- und die hingegen stark temperaturabhängigen Emissionsraten des betrachteten Ladungsträgertyps ungefähr gleich sind ( $I_c = I_e / 2$  für eine konstante Emissionsrate  $I_e$  oder  $I_e = I_c / 2$  für eine konstante Einfangrate  $I_c$ ). Entsprechend verschiebt sich das Maximum bei tieferen Störstellen zu höheren Temperaturen (unter der Voraussetzung, daß die Störstelle an einer festen Position innerhalb des Bauelements mit fester Ladungsträgerkonzentration sei, s. Abbildung 2.16).
- Wenn man eine Frequenz betrachtet, die im (mit der Frequenz) abfallenden Bereich des Rauschspektrums liegt, wird das Maximum des Rauschspektrums mit steigender Frequenz zu höheren Temperaturen verschoben (s. Abbildung 2.17).
- Wenn die Störstelle an einer Stelle im Bauelement mit größerer lokaler Ladungsträgerkonzentration sitzt, verschiebt sich die Rauschkurvenschar zu höheren Temperaturen (s. Abbildung 2.17). Bei einer Konzentration von ungefähr  $10^{10} / \text{cm}^3$  wird der Einfluß des Rauschens maximal, wenn vorerst nicht berücksichtigt wird, daß der Stromsprung mit der Position der Störstelle im Bauelement variieren kann.
- Eine Störstelle in einem JFET erzeugt den größten Stromsprung (im Drainstrom) nahe des Kanals kurz vor der Drain. Dort wird das RTS-Rauschen maximal, wenn die Störstelle gerade an einer Position senkrecht zur Kanalrichtung ist, an der die Ladungsträgerkonzentration ungefähr  $10^{10} / \text{cm}^3$  beträgt. Der Stromsprung in Abhängigkeit von der Lage der Störstelle im betrachteten JFET ist in Abbildung 2.32 dargestellt.

In **verarmten Gebieten** kann der Ladungsträgereinfang vernachlässigt werden und muß nur die Emission von Ladungsträgern berücksichtigt werden. Die Umladung einer Störstelle mit zwei möglichen Ladungszuständen wird durch die alternierende Emission von Elektronen und Löchern bewirkt. Wenn die Wirkungsquerschnitte für Elektronen und Löcher gleich sind, ist dieser Mechanismus für eine Störstelle mit dem Energieniveau ungefähr in der Mitte der Bandlücke am Effektivsten, da in diesem Fall das RTS-Signal nahezu symmetrisch ist.

Bei tiefen Temperaturen reicht es meist, eine Ladungsträgersorte zu betrachten. Bei höheren Temperaturen (im Bereich der Raumtemperatur) kann es notwendig werden, die **andere Ladungsträgersorte** miteinzubeziehen. In einem vormals n-Gebiet, indem man bei tiefen Temperaturen nur die Elektronenkommunikation berücksichtigt hat, kann bei Raumtemperatur der Löchereinfang von Bedeutung werden, bei tiefen Störstellen sogar auch die Löcheremission.

## **2.7 Zusammenfassung des theoretischen Teils**

Im theoretischen Teil dieser Arbeit wurde ein Überblick über die grundlegenden Rauschmechanismen gegeben, die in Halbleiterbauelementen auftreten. Die dazugehörigen Rauschspektren wurden aus fundamentalen physikalischen und mathematischen Betrachtungen explizit hergeleitet. Insbesondere wurde auf Rauschquellen eingegangen, die in HDV-Systemen eine wesentliche Rolle spielen. Ein großer Abschnitt des theoretischen Teils der Arbeit wird von der Beschreibung des RTS-Rauschens eingenommen, bei dem neben der Herleitung des entsprechenden Rauschspektrums auch eine detaillierte Analyse des Einflusses des RTS-Rauschens ausgeführt wurde.

Die Rauschspektren zu den vorgestellten Rauschmechanismen können alle mit Hilfe des **Wiener-Khintchine-Theorem** hergeleitet werden. Als Ausgangspunkt wird der Rauschstrom betrachtet, der vom Einzelprozess der Rauschquelle hervorgerufen wird (z.B. der Bewegung eines Elektrons). Das Spektrum eines Rauschstroms erhält man durch eine Fouriertransformation der Autokorrelationsfunktion der Zeitfunktion des jeweiligen Rauschprozesses (**Wiener-Khintchine-Theorem**).

Die wichtigsten Rauschmechanismen in Halbleitern sind

- Thermische Rauschen

- Diffusionsstromrauschen in Dioden
- Generations-Rekombinations-Rauschen in Dioden
- RTS-Rauschen

Die dazugehörigen Rauschspektren sind in Tabelle 2.1 aufgeführt.

Die grundlegenden Bausteine von Halbleiterbauelementen sind Widerstände und Dioden. In Widerständen tritt das thermische Rauschen aufgrund der ungeordneten thermischen Bewegung der freien Ladungsträger auf. Der Einfluß dieses Rauschens (s. entsprechendes Rauschspektrum) hängt von der Temperatur und dem Leitwert des Widerstandes ab. Das RTS-Rauschen tritt in stromführenden Widerständen auf.

Der Strom durch eine Diode wird durch den Diffusionsstrom an den Rändern der Raumladungszone der jeweiligen Ladungsträger und durch den Strom bestimmt, der durch die Generation bzw. Rekombination von freien Ladungsträgern aus Störstellen heraus bzw. in Störstellen hinein hervorgerufen wird. Mit beiden Strömen sind entsprechend benannte Rauschquellen verknüpft: das Diffusionsstromrauschen und das Generations-Rekombinations-Rauschen. Das Stromspektrum des Diffusionsstromrauschens läßt sich durch Multiplikation des Diffusionsstroms mit der Elementarladung berechnen. Im Fall des Generations-Rekombinations-Rauschens kann bezüglich des Rauschspektrums zwischen den drei möglichen Polungen unterschieden werden. Bei Rückwärtspolung einer Diode kann das Stromspektrum des Rauschens analog zum Diffusionsrauschen nach oben abgeschätzt werden. Ohne Anlegen einer Spannung an die Diode reduziert sich das Generations-Rekombinations-Rauschen zu reinem thermischen Rauschen (s.[Lauritzen68]). Bei Vorwärtspolung einer Diode hängt die Größe des Rauschspektrums vom in die Diode hinein injizierten Strom ab ( $S_i = k * qI$ ,  $ke \left[ \frac{3}{4}, 1 \right]$ , s. [Lauritzen68]). Auch in einer Diode kann RTS-Rauschen auftreten, da die Umladung einer Störstelle Einfluß auf den Strom besitzen kann, der durch die Diode fließt.

Das Rauschen komplexerer Bauelemente kann aus dem Rauschen eines Widerstandes und einer Diode hergeleitet werden. Das Gesamtrauschen eines JFETs setzt sich beispielsweise aus dem Rauschen des Kanalwiderstandes, des Diodenrauschens der vorhandenen Dioden und dem RTS-Rauschen zusammen, das je nach Lage der Störstelle, die für ein RTS-Signal verantwortlich ist, unterschiedlich stark ausfällt.

Bezüglich des RTS-Rauschens wurden die komplexen Zusammenhänge dieses Rauschens von der Lage und den Eigenschaften einer Störstelle, die das RTS-Rauschen hervorruft, gezeigt. Die in

Kapitel 2.5.3 vorgestellte Methode ermöglicht es, das RTS-Rauschen in den unterschiedlichsten Bauelementen, in welche man Störstellen verschiedenen Typs und unterschiedlicher Lage im Bauelement platzieren kann, numerisch zu berechnen. Mit Hilfe der analytischen Untersuchungen des RTS-Rauschens in Kapitel 2.5 und der eben erwähnten Methode konnte ein umfassendes Bild zum Einfluß des RTS-Rauschens in einem JFET gewonnen werden. Dabei hat sich herausgestellt, daß das RTS-Rauschen am Effektivsten ist, wenn sich die Störstelle am Drainende des Kanals bei einer Konzentration der Kanalladungsträger von ungefähr  $10^{10} / \text{cm}^3$  befindet. Dieses Ergebnis gilt für den gesamten betrachteten Temperaturbereich ( $\sim 80\text{K}$  bis  $70^\circ\text{C}$ ), über den die verschiedenen Störstellen unterschiedlicher Energien bei den entsprechenden Temperaturen zum Tragen kommen.

Um den Einfluß des Rauschens in einem komplexeren Bauelement oder in einer Schaltung zu berechnen, kann die jeweilige Rauschquelle als Rauschstrom parallel zum rauschenden Bauelementeteil angesetzt werden. Im Rahmen dieser Arbeit ist die Auswirkung des elektronischen Rauschens in einem HDVS auf die Energieauflösung eines solchen Systems von besonderem Interesse. Das Augenmerk wurde auf die Rauschquellen im Detektor und der ersten Verstärkungsstufe (JFET) gesetzt. Die Energieauflösung ausgedrückt in äquivalenten Rauschladungen am Eingang des HDVS, die sich beim Betrachten der jeweiligen Rauschquellen ergeben, ist in Tabelle 2.1 in Formeln ausgedrückt. Sie hängt von dem jeweiligen Rauschspektrum und dem verwendeten Filter sowie der gewählten Filterzeit ab.

In diesem Zusammenhang stellte sich die Frage, welcher Filter optimal bezüglich der Energieauflösung des HDVS ist, wenn man von einem gegebenen Detektorsignal und einem bekannten Rauschspektrum am Eingang des Filters ausgeht. Aus diesem Grund wurde in Kapitel 2.3.2, gleichsam den theoretischen Teil der Arbeit abrundend, eine Methode (s.[Gatti96], [Gatti97]) vorgestellt, die eine Antwort auf diese Frage darstellt. Hierin wird von einem beliebigen Detektorsignal und einer beliebigen Form des Rauschspektrums ausgegangen. Die einzige Voraussetzung für diese Methode besteht darin, daß das Eingangssignal in einem endlichen Zeitintervall verarbeitet werden möge.

### **3 Messungen**

Im theoretischen Teil wurde der Bogen gespannt von der Beschreibung der grundlegenden Rauschmechanismen in Halbleitern bis hin zu den Auswirkungen, welche die einzelnen Rauschquellen in einem HDVS haben. Dabei wurde deutlich, daß der Transistor, der oft als erste Verstärkungsstufe in ein HDVS eingebaut ist, einen wesentlichen Einfluß auf die Energieauflösung des gesamten spektroskopischen Systems haben kann. Im folgenden werden Methoden vorgestellt werden, mit Hilfe derer solche Transistoren charakterisiert werden können.

Zuerst wird ein Messaufbau vorgestellt, der es ermöglicht, das Rauschen von Transistoren in Abhängigkeit von der Frequenz und der Temperatur zu messen. Exemplarisch werden die gemessenen Rauschspektren von unterschiedlichen Transistoren dargestellt werden. Neben den Rauscheigenschaften der einzelnen Transistoren soll auch deren Einfluß innerhalb eines spektroskopischen Systems bestimmt werden. Zu diesem Zweck wurde eine Methode entwickelt, mit der man aus den gemessenen Rauschspektren die Energieauflösung eines exemplarischen spektroskopischen Systems berechnen kann. Die Rauscheigenschaften von Transistoren können verbessert werden, indem man mittels der gemessenen Rauschspektren die Rauschquellen identifiziert und entsprechende Veränderungen am Layout oder im Herstellungsprozesses durchführt. Dementsprechend wird in Kapitel 1.1 eine Methode vorgestellt, mit Hilfe derer man aus den Rauschmessungen den Typ und die ungefähre Lage der Störstellen im Halbleiter bestimmen kann, die das Niederfrequenzrauschen in dem gemessenen Transistor verursachen. Am Ende des experimentellen Teils dieser Arbeit wird auf Störstellen eingegangen werden, die keine stabile Konfiguration besitzen, sondern deren Eigenschaften sich durch die Rauschmessungen selbst verändern können. Diese Veränderungen werden an Wiederholungsmessungen aufgezeigt.

#### **3.1 Messaufbau**

Zur experimentellen Untersuchung der Rauscheigenschaften von Transistoren wurde ein Aufbau verwendet, der von dem englischen Wissenschaftler Prof.K.Kandiah entwickelt wurde (s.[Kandiah83]). Mit dem Messaufbau ACUMENS kann das Rauschen von Feldeffekt- und Bipolartransistoren bis zu sehr kleinen Rauschwerten (s.Tabelle 3.1) gemessen werden. Als Messwert erhält man die mittlere spektrale Rauschleistungsdichte in Abhängigkeit von der Frequenz ausgedrückt als Eingangsspannung des Transistors (Gate- oder Basisspannung). Das Rauschen wird an 8 festen Frequenzen gemessen (10, 30, 75, 300, 1k, 3k, 10k, 100kHz). Die Betriebsparameter

der Transistoren können über einen großen Bereich variiert werden (s.Tabelle 3.1). Die Source liegt auf Masse, die Gatespannung stellt sich entsprechend der übrigen vorgegebenen Transistorparameter automatisch ein. Durch den Einbau des zu untersuchenden Bauelements in einen Kryostaten kann das Rauschen über einen großen Temperaturbereich gemessen werden (s.Tabelle 3.1).

Größe		Wert
Typischer Messbereich für das Rauschen		$0.3 - 2000 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$
Einstellbarer Bereich der Transistorparameter	Substratspannung	0 – 10V
	Drain-/Kollektorspannung	0 – 10V
	Drain-/Kollektorstrom	20 mA – 100 mA / 5 mA – 2 mA
Temperaturbereich bei Eintauchen des Kryostaten in flüssigen Stickstoff		~ 90 – 340 K
Typische Messgenauigkeit bei	10 Hz	< 4%
	100 kHz	< 3%

Tabelle 3.1 Technische Daten des Messaufbaus ACUMENS, mit dem die Rauscheigenschaften von Transistoren untersucht werden können.

In Abbildung 3.1 ist schematisch der Messaufbau ACUMENS dargestellt, dessen Funktionsweise im folgenden erläutert werden soll.

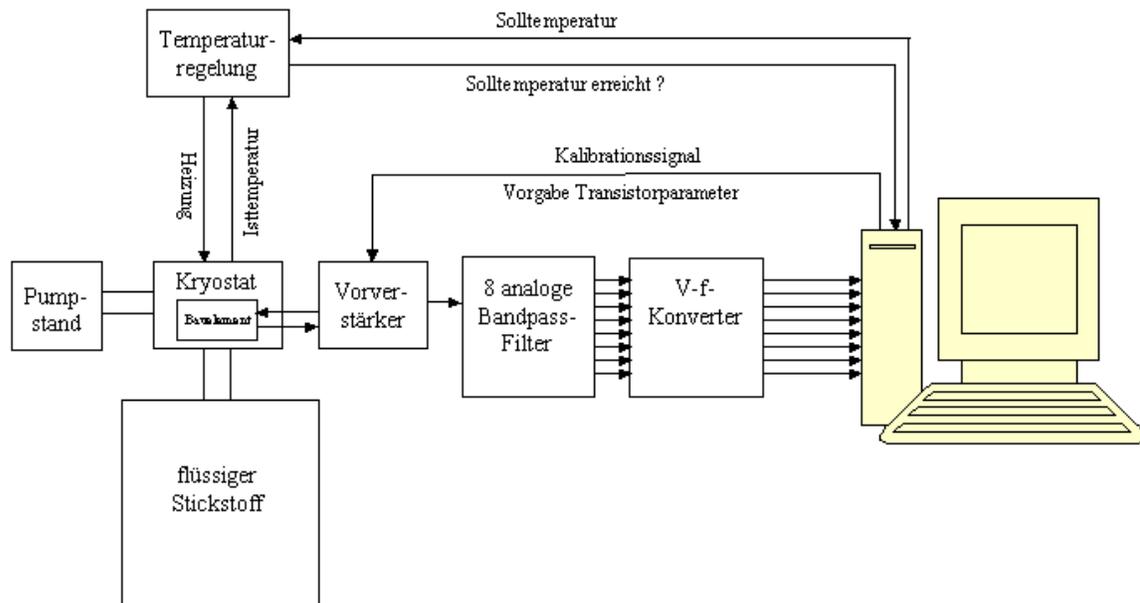


Abbildung 3.1 Schematische Darstellung des Messaufbaus ACUMENS, mit dem das Rauschen von Transistoren als Funktion der Frequenz in Abhängigkeit von den Betriebsparametern des Bauelements und von der Temperatur aufgenommen werden kann.

Wenn man so kleine Signale wie das Rauschen messen möchte, muß man dafür Sorge tragen, daß man tatsächlich das Rauschen des zu untersuchenden Bauelements mißt und nicht das Rauschen der Elektronik, mit der eigentlich gemessen werden soll. Aus diesem Grund muß das Rauschsignal mit einem *rauscharmen Vorverstärker* hochverstärkt werden, sodaß das Rauschen der folgenden Komponenten der Ausseelektronik unkritisch wird. Dazu muß das Rauschen des Vorverstärkers im Bereich des rauschärmsten Bauelements liegen, welches untersucht werden soll.

Um die spektrale Information über das Rauschen eines Bauelements zu erhalten, muß das Zeitsignal in den Frequenzraum transformiert werden. Im vorliegenden System wird diese Transformation durch 8 analoge Bandpässe (*Filter*) bei ausgewählten Frequenzen bewerkstelligt, die parallel das an ihnen anliegende Rauschsignal verarbeiten.

Um das Rauschsignal bei den verschiedenen Frequenzen mit einem Rechner weiterverarbeiten zu können, müssen die analogen Ausgangssignale aus den Filtern digitalisiert werden. Zu diesem Zweck werden die Rauschspannungen an den Ausgängen der Filter mittels *Spannungs-Frequenz-Wandlern* in eine Pulsfolge umgewandelt, deren Pulsdauer proportional zur Amplitude der Eingangsspannung ist. Vom Benutzer kann über den Rechner eine Zeit (Integrationszeit) vorgegeben werden, während derer die Pulse aus den Wandlern gezählt werden. Die Anzahl der gezählten Pulse

pro Integrationszeit entspricht einer über die Integrationszeit gemittelten Rauschspannung. In diesem Sinne wirkt sich die Integrationszeit auf die Genauigkeit der Messung aus.

Nach jeder Rauschmessung wird das System kalibriert, indem ein bekanntes, über die Bandbreite der Filter weißes Rauschen auf den Eingang des Vorverstärkers (Gate/Basis des zu untersuchenden Transistors) gegeben wird. Durch einen Vergleich der Ausgangswerte des Rauschens und des **Kalibrationssignals** kann das Rauschen auf das Gate/die Basis des Bauelements rückbezogen werden.

Der jeweilige **Betriebszustand** des Bauelements wird vom Rechner aus vorgegeben und durch den Vorverstärker eingestellt.

Um das Rauschen bei tiefen Temperaturen messen zu können, wird das Bauelement in einen Kryostaten eingebaut, dessen Kühlfinger in flüssigem Stickstoff eingetaucht wird. Die tiefe Temperatur von flüssigem Stickstoff wird vom Kühlfinger (Kupfer) in den oberen Bereich des Kryostaten geleitet. Von dort aus gelangt sie über einen thermischen Widerstand zu einer Plattform, auf der das Bauelement angebracht ist. Auf diese Weise erreicht man eine minimale Temperatur am Bauelement, die leicht über der Temperatur von flüssigem Stickstoff ( $\sim 80\text{K}$ ) liegt. Durch eine Heizung auf der Plattform, auf welcher das Bauelement montiert ist, kann ein weiterer **Temperaturbereich** bis zu einer maximalen Temperatur von  $340\text{K}$  erreicht werden. Die gewünschten Temperaturen werden von einer Temperaturregelung eingestellt. Der genaue einstellbare Temperaturbereich hängt davon ab, auf welche Weise das jeweilige Bauelement in den Kryostaten eingebaut wird. Der Kryostat wird vor dem Eintauchen in den flüssigen Stickstoff evakuiert, sodaß das Bauelement thermisch isoliert gegenüber den umliegenden Außenwänden ist. Damit können am Bauelement relativ tiefe Temperaturen erreicht werden.

Die gesamte Messapparatur wird von einem Rechner aus gesteuert. Am Anfang einer Messung werden in das entsprechende Messprogramm die Betriebszustände des Transistors, die Temperaturen und die Genauigkeit der Messung vorgegeben. Die Messung läuft daraufhin automatisch ab und kann unter Umständen mehrere Tage in Anspruch nehmen.

Nach dieser prinzipiellen Beschreibung des Systems soll im folgenden anhand von Fotos ein konkreterer Eindruck vom Messaufbau gegeben werden. Die einzelnen Fotos werden in ihren Bildunterschriften erläutert.



Abbildung 3.2 Messaufbau ACUMEN, mit dem das Rauschen von Transistoren in Abhängigkeit von der Temperatur, dem Betriebszustand des Transistors und der Frequenz gemessen werden kann.

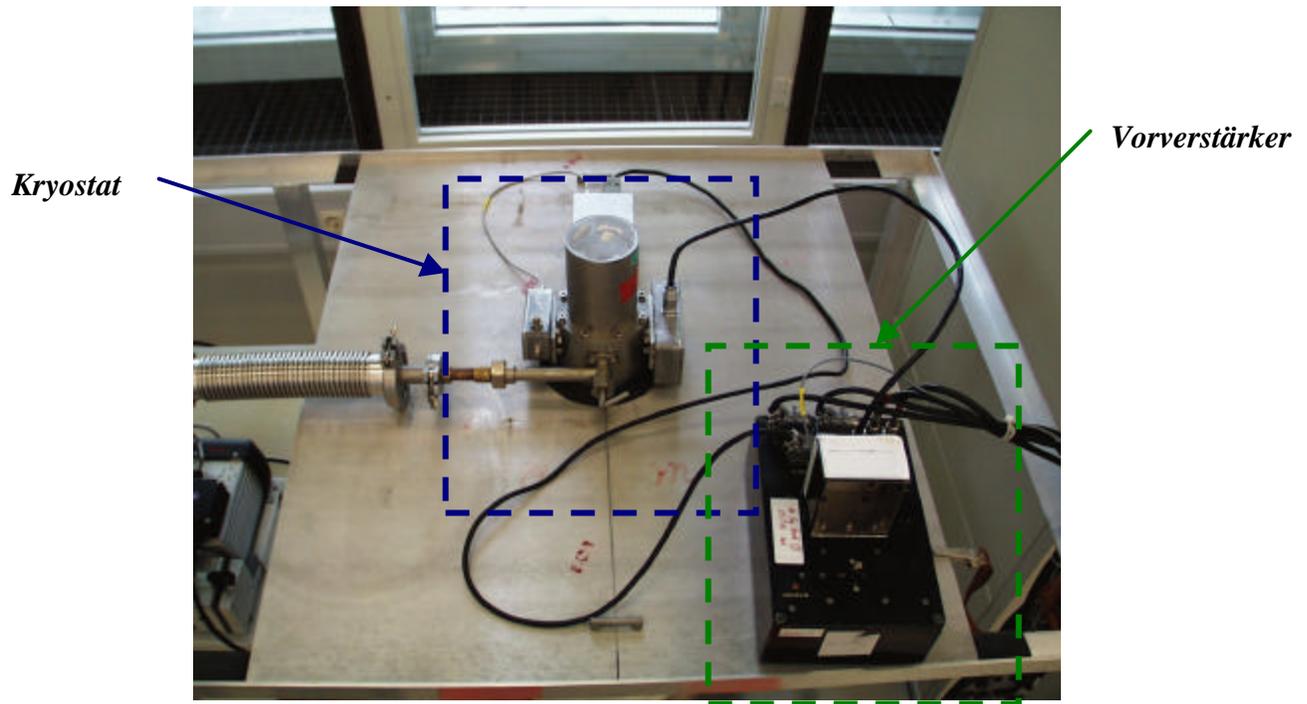


Abbildung 3.3 Aufsicht auf den Kryostaten und den Vorverstärker

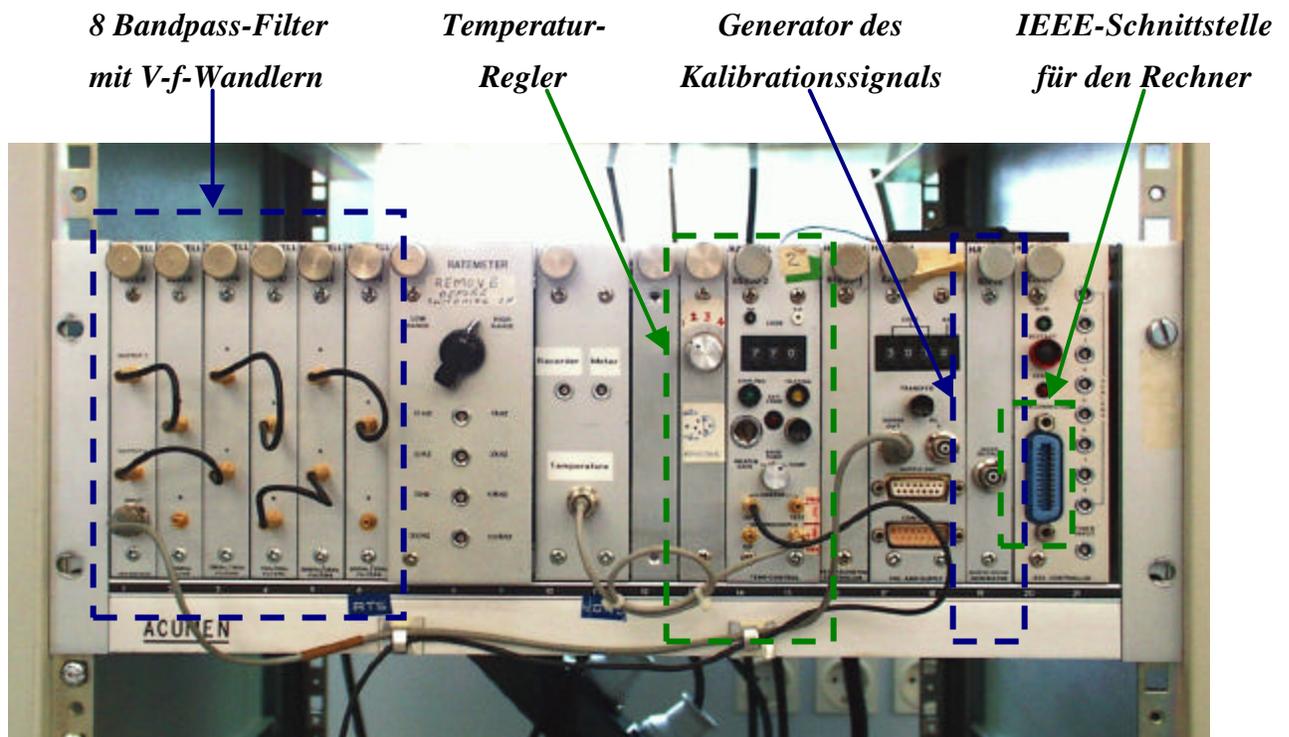


Abbildung 3.4 Haupteinheit des ACUMEN-Systems, die über einen IEEE-Bus vom Rechner aus gesteuert wird. In diese Haupteinheit sind die Bandpassfilter inklusive der V-f-Wandler, der Generator des Kalibrationssignals und der Temperaturregler als Einschübe integriert.

*Kanne mit flüssigem  
Stickstoff*

*Kühlfinger des Kryostaten*

*Kupfer*

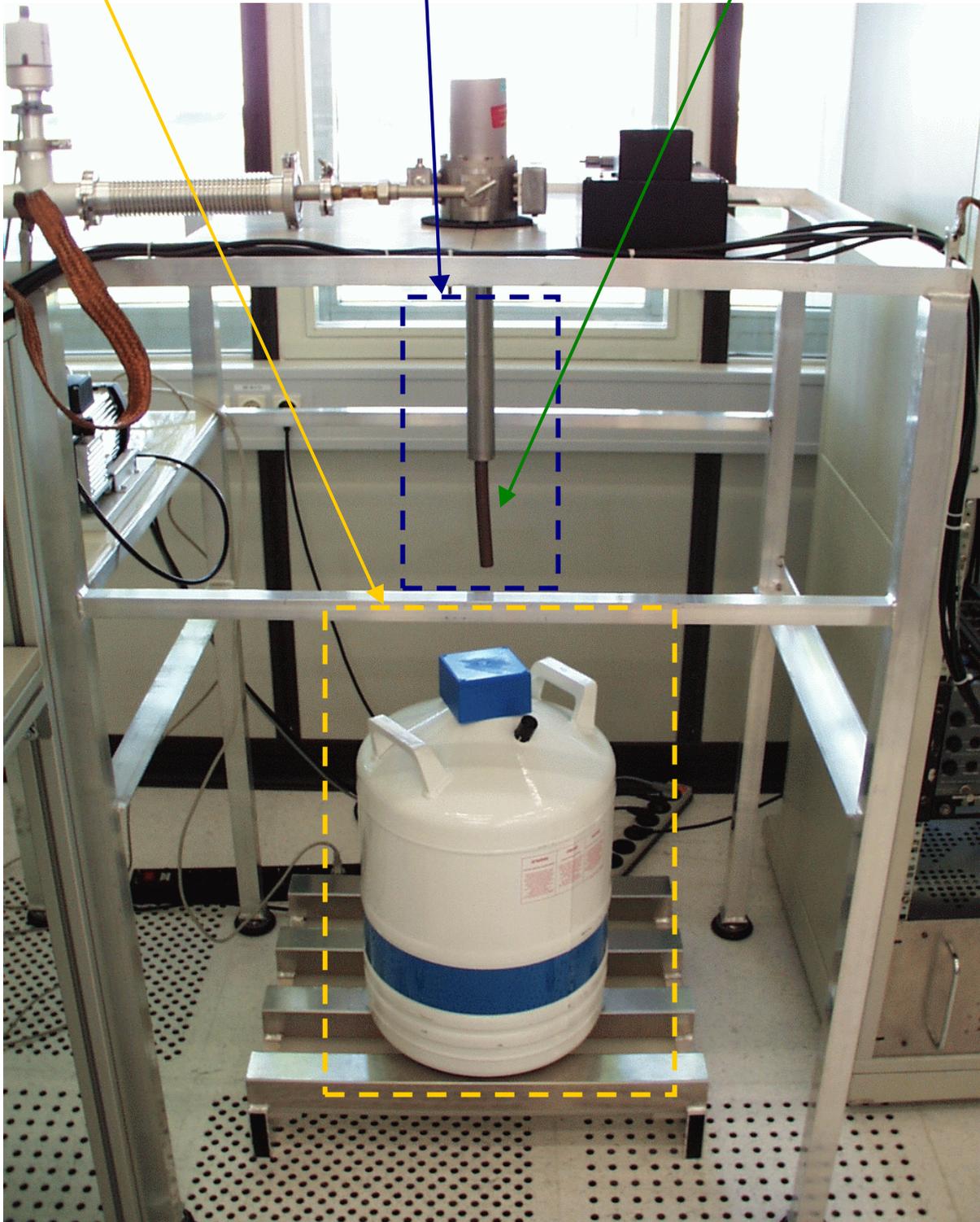


Abbildung 3.5 Für das vorliegende Foto wurde die Stickstoffkanne aus dem Kryostaten herausgefahren, um den Aufbau des Kryostaten-Kühlfingers darstellen zu können.

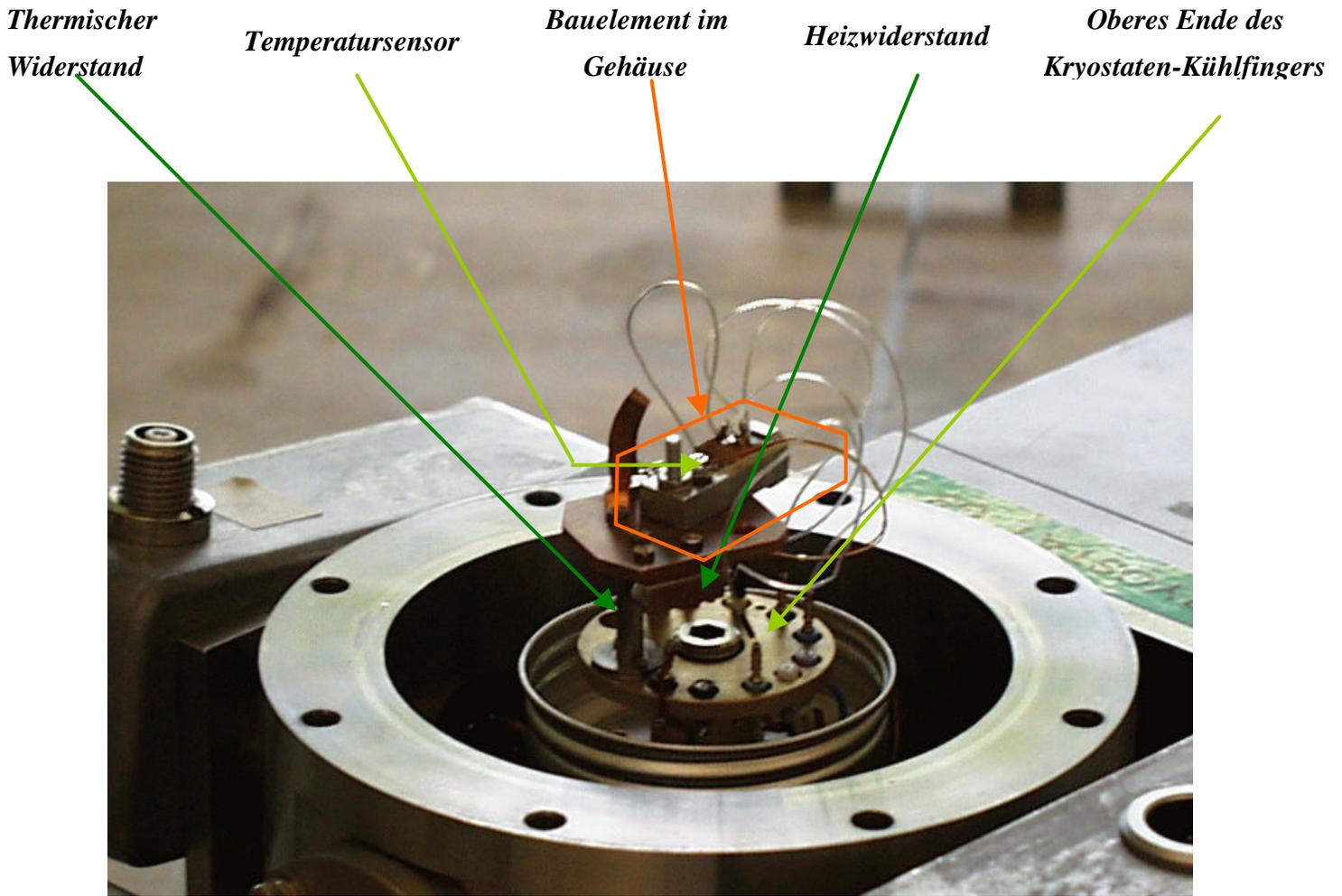


Abbildung 3.6 Im Kryostaten ist das Bauelement auf eine Kupferplattform montiert, die wiederum über einen thermischen Widerstand mit dem oberen Ende des Kühlfingers verbunden ist. Mit einem Heizwiderstand kann die Plattform aufgeheizt werden, die Temperatur wird mittels eines Thermoelements gemessen, das am Gehäuse des Bauelements angebracht ist.

### 3.2 Vergleich verschiedener Transistoren

Im vorliegenden Kapitel sollen exemplarisch drei Transistoren bezüglich ihrer Rauscheigenschaften miteinander verglichen werden. Vorerst werden die gemessenen Rauschspektren zu einem Vergleich herangezogen, die eine Auskunft über das serielle Rauschen am Gate des jeweiligen Transistors geben (s. Kapitel 3.2.1).

Um die Auswirkung des gemessenen Rauschens auf die Energieauflösung eines spektroskopischen Systems zu bestimmen, reicht es nicht aus, das serielle Rauschen am Gate zu betrachten. Vielmehr

müssen die Eingangskapazität, die am Gate des Transistors gesehen wird, und die Filterfunktion des Filters berücksichtigt werden, der Detektorsignale formt und das anliegende Rauschen filtert. Die Methode, mit Hilfe derer aus gemessenen Rauschspektren die entsprechende Energieauflösung des spektroskopischen Systems ermittelt werden kann, wird in Kapitel 3.2.2 vorgestellt und angewendet.

### 3.2.1 Rauschspektren

In diesem Abschnitt soll das Rauschen von drei unterschiedlichen Transistoren verglichen werden, welches mit dem Messaufbau aus Kapitel 3.1 aufgenommen wurde. In allen drei Fällen handelt es sich um Transistoren vom Typ eines JFETs, die für die Rauschmessungen in Sättigung betrieben wurden und durch die ein Strom von  $I_{D,sat} = 200\text{mA}$  geschickt wurde. Die Transistoren unterscheiden sich in ihrer Prozessierung und teilweise auch in ihrer Geometrie (s.Tabelle 3.2).

	<i>Rauscharmer Transistor</i>	<i>SSJFET</i>	<i>pJFET (DEPFET)</i>
Trasistortyp	nJFET	nJFET	pJFET
Kanalweite $W[\text{nm}]$	650	53.4	53.4
Kanallänge $L[\text{nm}]$	3	5	5
Pinch-off-Spannung $V_{G,po}[\text{V}]$	-6	-2.4	4.2

Tabelle 3.2 Eigenschaften der gemessenen Transistoren

Im ersten Fall handelt es sich um einen rauscharmen Transistor, dessen Kanalstrom von einem Gate- und einem Substratkontakt aus variiert werden kann. In der durchgeführten Rauschmessung wurde eine Substratspannung von  $-4.5\text{V}$  gewählt. Diese Spannung entspricht ungefähr der halben Pinch-off-Spannung, wenn man den Transistor vom Substrat aus abschnürt. In Abbildung 3.7 ist das Rauschspektrum an den 8 festen Frequenzen des Messaufbaus in Abhängigkeit von der Temperatur abgebildet.

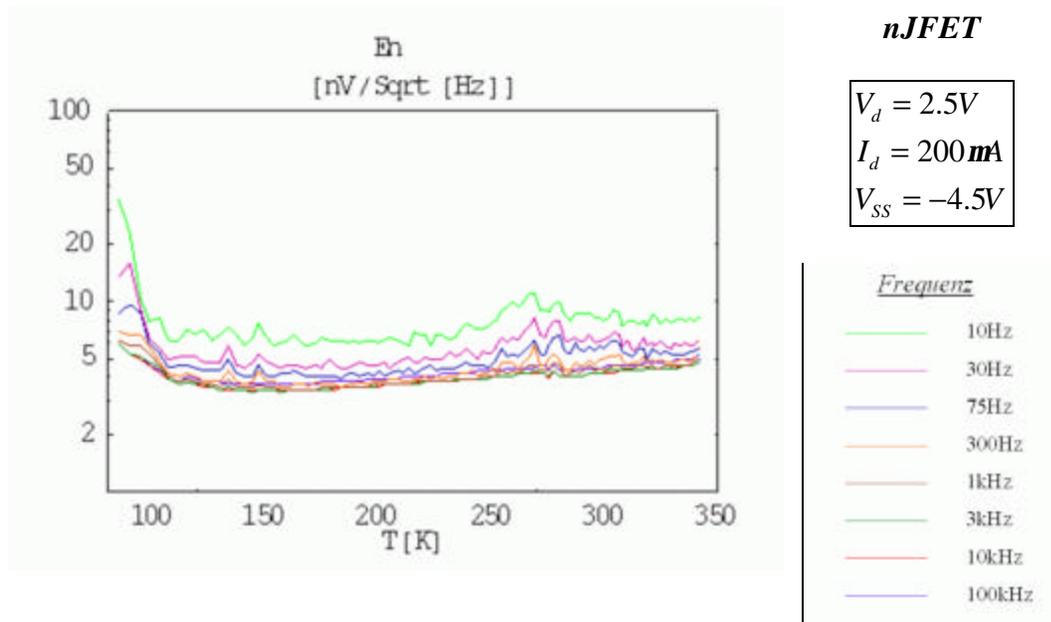


Abbildung 3.7 Rauschspektrum eines rauscharmen Transistors in Abhängigkeit von der Temperatur bei den durch das Messsystem vorgegebenen 8 Frequenzen (s.Kapitel 3.1). Auf der y-Achse ist die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte aufgetragen. Die 8 Kurven bei den verschiedenen Frequenzen sind farblich gekennzeichnet und können anhand der Legende, die sich rechts neben der Darstellung der Rauschspektren befindet, den zugehörigen Frequenzen zugeordnet werden.

Die Messungen zeigen, daß der Transistor ein geringes Niederfrequenzrauschen besitzt. Der Übergang vom Niederfrequenzrauschen in das weiße Rauschen (thermisches Rauschen) vollzieht sich im Bereich von 1kHz. Bei höherem Kanalstrom würde das Niveau des thermischen Rauschens noch tiefer sitzen. Neben dem weitgehend flachen Verlauf des Niederfrequenzrauschens lassen sich zwei kleine “Rauschberge“ identifizieren, die auf Störstellen definierter Energie hinweisen. Die dazugehörigen Maxima bei 10Hz befinden sich einerseits unterhalb des gemessenen Temperaturbereichs andererseits bei ungefähr 270K.

Als zweite Messung soll hier die Rauschmessung an einem sogenannten SSJFET (s.[Pinotti93]) aufgeführt werden, der am Halbleiterlabor der Max-Planck-Institute für Physik und extraterrestrische Physik hergestellt wurde und ein n-Kanal-JFET darstellt. Das Substrat unterhalb des Transistors wurde für diese Messung durch Sperrpolung einer rückseitigen Diode vollständig verarmt, wodurch der Betrieb des SSJFET in dem entsprechenden Detektorsystem simuliert wird (s.[Pinotti93]). Die aufgenommenen Rauschspektren sind in Abbildung 3.8 dargestellt.

## SSJFET

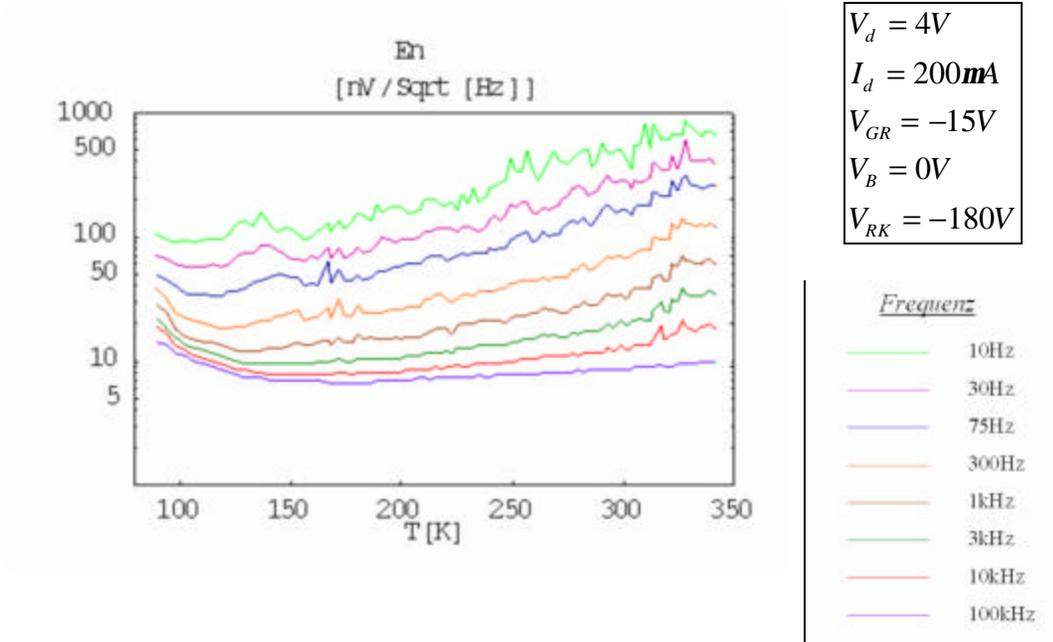


Abbildung 3.8 Rauschspektrum eines SSJFETs (s.[Pinotti93]) in Abhängigkeit von der Temperatur bei den vom Messsystem vorgegebenen 8 Frequenzen (s.Kapitel 3.1). Auf der y-Achse ist die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte aufgetragen. Die 8 Kurven bei den verschiedenen Frequenzen sind farblich gekennzeichnet und können anhand der Legende, die sich rechts neben der Darstellung der Rauschspektren befindet, den zugehörigen Frequenzen zugeordnet werden.

Im Vergleich zum vorangegangenen Transistor zeigt der SSJFET ein deutlich höheres Niederfrequenzrauschen, wenn man wie hier erfolgt das Rauschen als Gatespannung ausdrückt. Auch die Bandbreite des Rauschspektrums ist größer als beim vorhergehenden Transistor: Der Übergang vom Niederfrequenzspektrum in das thermische Rauschen liegt oberhalb von 100kHz. Das Rauschen ist überwiegend flach mit einer steigenden Tendenz zu höheren Temperaturen hin. Bei einer Temperatur von ungefähr 130K (man betrachte die 10Hz-Rauschkurve) fällt das erhöhte Rauschen auf, das von Störstellen eines bestimmten Typs hervorgerufen werden kann.

Als drittes Beispiel im Rahmen dieses Vergleichs von Rauschspektren verschiedener Transistoren soll hier noch die Rauschmessung an einem p-Kanal-JFET herangezogen werden. In diesem Fall handelt es sich um einen Transistor, der in eine Detektor-Verstärker-Kombination integriert ist, die man als DEPFET bezeichnet (s.[Klein96]). Für die in Abbildung 3.9 dargestellte Messung wurde nur der p-Kanal-JFET des DEPFETs betrieben und das Substrat auf 0V (Source-Potential) gelegt.

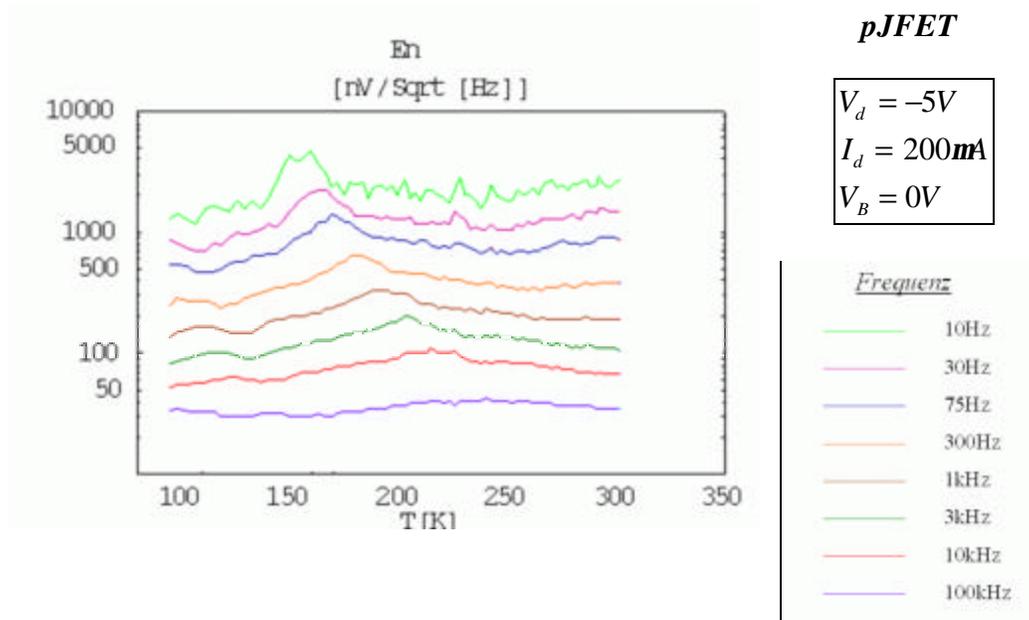


Abbildung 3.9 Rauschspektrum eines p-JFETs, der in einem DEPFET (s.[Klein96]) integriert ist. Das Rauschspektrum ist in Abhängigkeit von der Temperatur bei den vom Messsystem vorgegebenen 8 Frequenzen aufgetragen. Auf der y-Achse ist die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte aufgetragen. Die 8 Kurven bei den verschiedenen Frequenzen sind farblich gekennzeichnet und können anhand der Legende, die sich rechts neben der Darstellung der Rauschspektren befindet, den zugehörigen Frequenzen zugeordnet werden.

Bei ähnlicher Geometrie in Bezug auf den SSJFET fällt zuerst das deutlich höhere Niederfrequenzrauschen auf. Über einen großen Temperaturbereich zeigt das Rauschen dieses Transistors eine geringe Temperaturabhängigkeit. Nur in zwei Temperaturbereichen hebt sich der Einfluß von Störstellen eines bestimmten Typs hervor. Zwischen 150 und 160K bildet sich ein Maximum bei einer Frequenz von 10Hz aus. Bei tieferen Temperaturen deuten sich weitere Rauschhügel an, deren Maximum beispielsweise bei 300Hz zwischen 100 und 110K liegt.

In den vorgestellten Beispielen von Transistoren wurde das Rauschen dieser Bauelemente dadurch charakterisiert, daß die auf das Gate bezogene mittlere spektrale Rauschleistungsdichte gemessen wurde. Wenn man den Einfluß eines einzelnen Transistors auf das Gesamtsystem wissen will, in das der Transistor eingebaut ist, kann das gemessene Rauschen als Rauschspannungsquelle am Gate des Transistors mit dem entsprechenden Rauschspektrum angesetzt werden. Im folgenden Abschnitt soll die Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 bestimmt werden, wenn man jeweils einen der vorgestellten Transistoren als erste Verstärkungsstufe verwendet und allein deren

gemessenes Rauschen berücksichtigt. Damit kann verglichen werden, wie sich die vermessenen Transistoren für das betrachtete spektroskopische System eignen.

### 3.2.2 Energieauflösung

In diesem Abschnitt soll die Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 bestimmt werden, wenn man jeweils einen der im vorangegangenen vorgestellten Transistoren als erste Verstärkungsstufe verwendet und allein deren gemessenes Rauschen berücksichtigt. Zuerst soll die Methode vorgestellt werden, die es ermöglicht, ausgehend von einem Rauschspektrum die Energieauflösung zu berechnen. Diese Methode soll anhand einfacher, exemplarischer Rauschspektren verifiziert werden. Daraufhin wird die Methode auf die gemessenen Rauschspektren aus dem vorangegangenen Kapitel angewendet.

#### 3.2.2.1 Methode

Zur Berechnung der Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 aus den gemessenen Rauschspektren der Transistoren kann man von der Formel für das Kanalstromrauschen aus Tabelle 2.1 ausgehen:

$$(3.1) \quad ENC = \frac{C_{G1}}{gm_{G1}} \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} df S_i(f) |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$$

$ENC$	Energieauflösung, ausgedrückt als zur Signalladung äquivalente Rauschladung am Gate1
$C_{G1}$	Kapazität am Gate1
$gm_{G1}$	Eingangsteilheit bei Variation der Spannung am Gate1
$S_i$	Rauschspektrum, ausgedrückt als Rauschstrom durch den Kanal
$H(j\omega)$	Übertragungsfunktion des Filters im komplexen Frequenzraum
$L$	Laplace-Transformation

In (3.1) ist das Rauschspektrum des Transistors als Kanalstrom ausgedrückt. In den Messungen hingegen erhält man als Ergebnis das Rauschspektrum, ausgedrückt als Gatespannung am Gate1 des Transistors. Daher ergibt sich für die Energieauflösung des spektroskopischen Systems unter Berücksichtigung des gemessenen Rauschspektrums  $S_M(f)$  der folgende Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 (3.2) \quad ENC &= C_{G1} \frac{\sqrt{2 \int_0^{\infty} df (\sqrt{S_e(f)})^2 |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max} \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\
 &= C_{G1} \frac{\sqrt{2 \int_0^{\infty} df S_M(f)^2 |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max} \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}
 \end{aligned}$$

$S_e(f)$                       Rauschspektrum, ausgedrückt als Spannung am Gate1 des Transistors  
 $S_M(f)$                       gemessenes Rauschspektrum

Um das Rauschspektrum über die Frequenz integrieren zu können, wird das Spektrum, das nur in Form von 8 Werten an den entsprechenden 8 Frequenzen des Messsystems vorliegt, stückweise durch Kurven angepaßt, die der folgenden Gleichung genügen:

$$\begin{aligned}
 (3.3) \quad fit_i &= \frac{K_{f,i}}{f^{a_i}} \quad \text{für } 1 \leq i \leq 5 \\
 fit_i &= \frac{K_{f,i}}{f^{a_i}} + S_{M,t} \quad \text{für } i = 6 \\
 S_{M,t} & \quad \text{gemessenes thermisches Rauschen}
 \end{aligned}$$

Für jede Anpassungskurve werden drei aufeinanderfolgende Messpunkte berücksichtigt. Bei der ersten Anpassung werden die Messpunkte an der kleinsten Frequenz (10Hz) und an den zwei darauffolgenden Frequenzen herangezogen. Die nächste Anpassung bezieht sich auf die Messpunkte an den Frequenzen 30, 75 und 300Hz. Angepaßt werden die Amplitude  $K_{f,i}$  und der Exponent  $a_i$  der Anpassungskurven, der die Steilheit des Abfalls der Kurve mit der Frequenz bestimmt. Auf diese Weise erhält man bei 8 Messpunkten 6 Anpassungskurven, die sich teilweise überschneiden. Im Fall der sechsten Anpassungskurve wird das gemessene thermische Rauschen als feste Größe miteinbezogen. Mit dem Ansatz aus (3.3) können stückweise Frequenzverläufe angenähert werden, die sich aus dem RTS-Spektrum bei Vorhandensein einer Störstelle (s. (2.70) ) bzw. durch die Überlagerung mehrerer RTS-Spektren verschiedener Störstellen ergeben.

Wenn das thermische Rauschen nicht innerhalb des Frequenzbereichs der Rauschmessungen erfaßt werden kann, muß es mit Hilfe einer alternativen Methode bestimmt werden. Dieser Fall trat in der Rauschmessung am SSJFET (s. Abbildung 3.8) und in der Rauschmessung am pJFET auf (s. Abbildung 3.9). Um das thermische Rauschen des Transistors in diesem Fall zu ermitteln, wurden die

entsprechenden Eingangsteilheiten in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen. Da die gemessenen Transistoren in Sättigung betrieben wurden, kann das thermische Rauschen des Transistorkanals mit der folgenden Formel berechnet werden (vgl. (2.42) ):

$$(3.4) \quad S_{i,t}(f) = 2k_B T \Gamma (gm_{G1} + gm_{G2})_{sat}$$

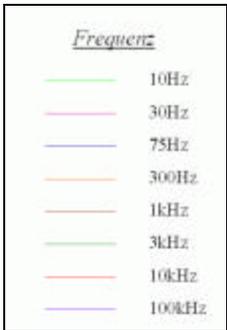
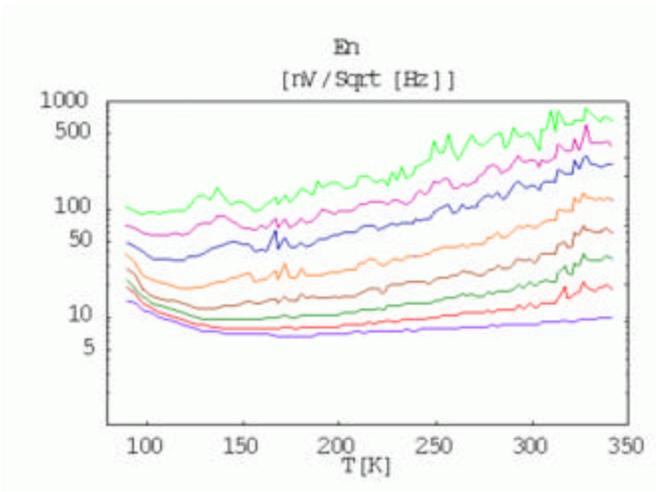
Um das thermische Rauschen in gleicher Form auszudrücken wie die gemessenen Rauschspektren, bezieht man das thermische Rauschen durch Multiplikation mit dem Faktor zwei allein auf positive Frequenzen. Außerdem muß das thermische Rauschen mit Hilfe der Eingangsteilheit des ersten Gates als Gatespannung dargestellt und die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte betrachtet werden:

$$(3.5) \quad S_{e,t}(f) = \frac{4k_B T \Gamma (gm_{G1} + gm_{G2})_{sat}}{gm_{G1}^2}$$

$$(3.6) \quad S_{M,t}(f) = \sqrt{S_{e,t}(f)} = \sqrt{\frac{4k_B T \Gamma (gm_{G1} + gm_{G2})_{sat}}{gm_{G1}^2}}$$

In der vorgestellten Methode zur Ermittlung des thermischen Rauschens des Transistors werden Eingangs- und Ausgangswiderstände vor bzw. hinter dem Kanal nicht berücksichtigt. In Tabelle 3.3 ist die Anpassungs-Methode exemplarisch am Beispiel des SSJFET (s. Abbildung 3.8) dargestellt.

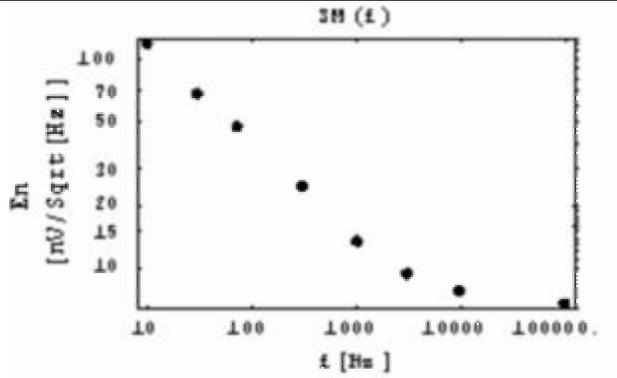
1. Gemessenes Rauschen in Abhängigkeit von der Temperatur und der Frequenz  $S_M(f, T)$



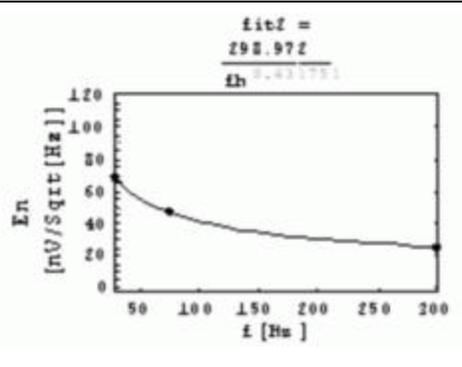
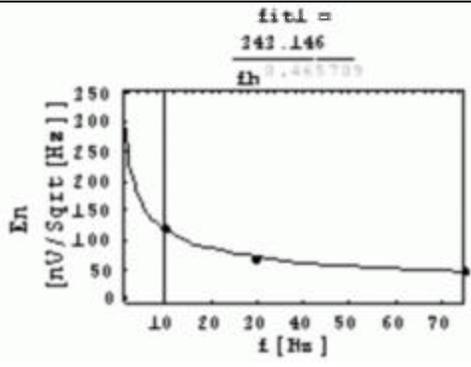
**SSJFET**

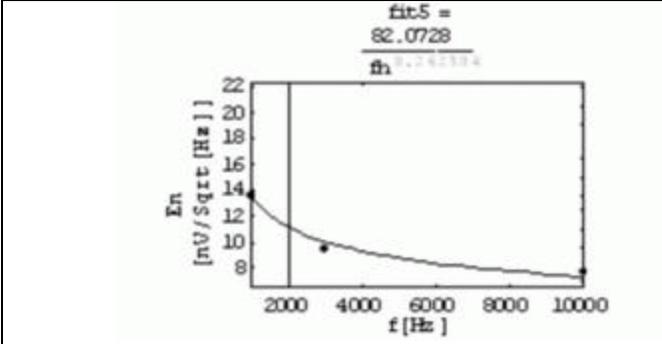
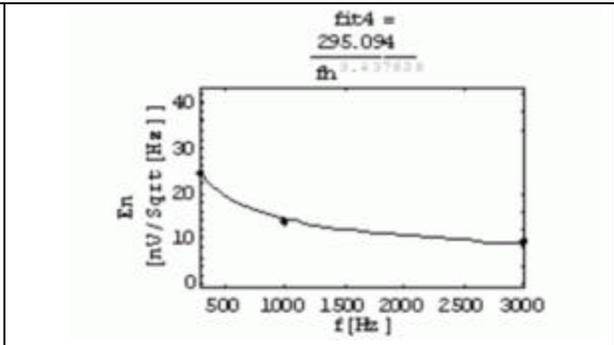
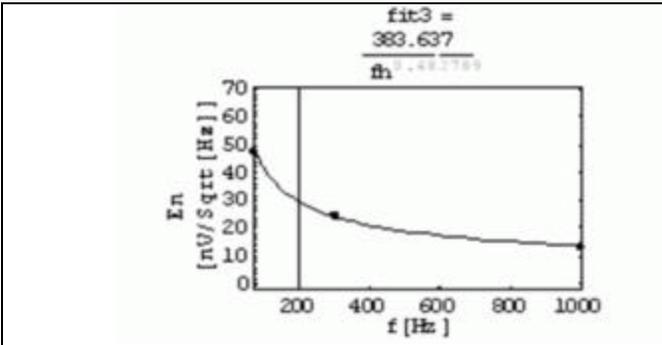
$V_d = 4V$   
 $I_d = 200mA$   
 $V_{GR} = -15V$   
 $V_B = 0V$   
 $V_{RK} = -180V$

2. gemessenes Rauschspektrum bei einer Temperatur  $S_M(f, 150K)$

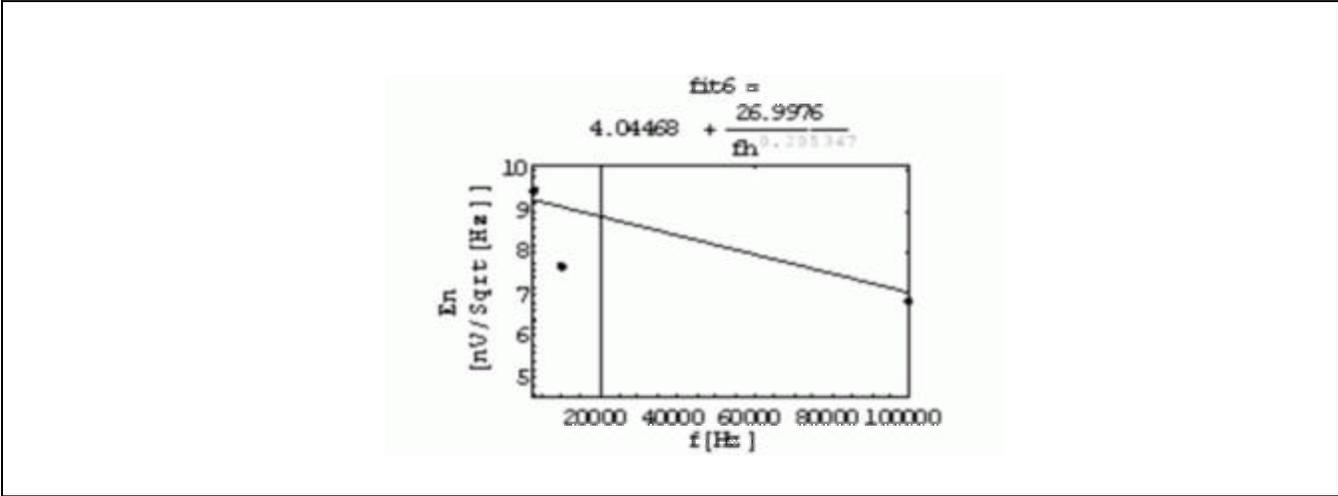


3. Stückweise  $S_M(f)$  mit  $\frac{K_f}{f^a}$  anpassen (Anpassungskurven 1-5)





$fit6 = \frac{K_f}{f^a} + S_{M,t}$ , Bestimmung von  $S_{M,t}$  aus gemessenen Eingangsteilheiten



#### 4. Extrapolation von fit6

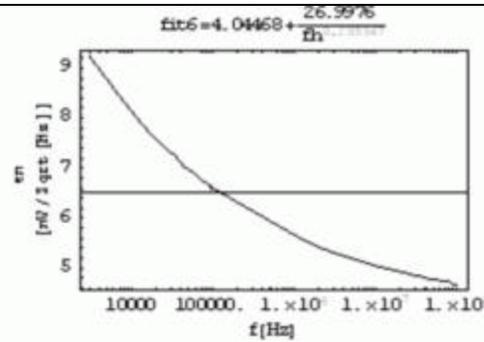


Tabelle 3.3 Zur Bestimmung der Energieauflösung des spektroskopischen Systems werden die 8 Messpunkte bei einer Temperatur durch eine Kurve angepaßt. Die Anpassungsmethode ist in dieser Tabelle exemplarisch dargestellt.

Als nächster Schritt wird die Kurve, die an die gemessenen Rauschwerte angepaßt wurde, mit der Übertragungsfunktion des gewählten Filters multipliziert und das Ergebnis über alle positiven Frequenzen integriert (s.(3.2)). Diese Integration kann für verschiedene Filterzeiten durchgeführt werden und erfolgt stückweise. Für die ersten fünf Anpassungskurven wird über den Frequenzbereich zwischen den ersten beiden Datenpunkten der jeweiligen Anpassung integriert. Im Fall der sechsten (extrapolierten) Anpassungskurve wird über das Frequenzintervall von 3000Hz bis 100MHz integriert.

Wenn man entsprechend (3.2) die Kapazität des ersten Gates berücksichtigt und als Signal das Maximum der delta-Antwort des Filters (im Zeitbereich) betrachtet, kann die Energieauflösung berechnet werden. Als Ergebnis erhält man die Energieauflösung in Abhängigkeit von der Temperatur bei verschiedenen wählbaren Filterzeiten (s.Abbildung 3.10). Im allgemeinen kann bei dem betrachteten Frequenzbereich die Energieauflösung für Filterzeiten zwischen 100ns und 1ms bestimmt werden.

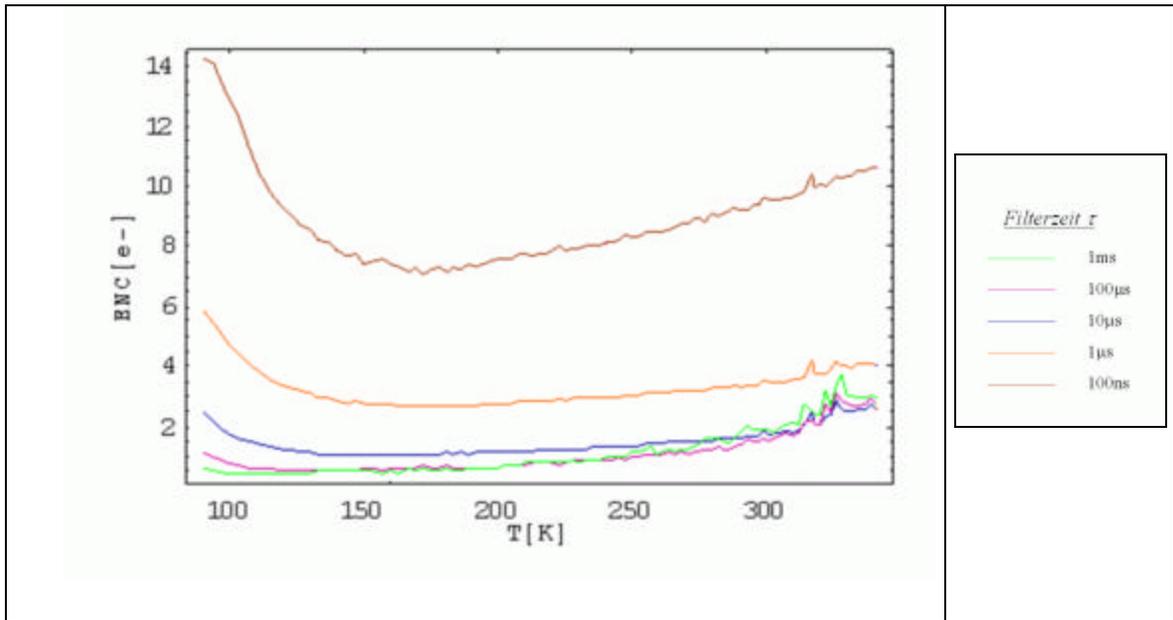


Abbildung 3.10 Energieauflösung eines SSJFET (s.[Pinotti93]) in Abhängigkeit von der Temperatur bei verschiedenen Filterzeiten. Die Werte wurden aus gemessenen Rauschspektren mit Hilfe der in diesem Kapitel vorgestellten Methode berechnet.

Eine Interpretation des Ergebnisses, das in Abbildung 3.10 dargestellt ist, folgt im Kapitel 3.2.2.3.

### 3.2.2.2 Exemplarische Rauschspektren

In diesem Kapitel soll die im vorangegangenen Kapitel vorgestellte Methode anhand von einfachen angenommenen Rauschspektren verifiziert werden, aus denen auch auf analytischem Weg die Energieauflösung berechnet werden kann.

#### *Weißes Rauschen*

Als erstes Beispiel soll ein weißes Rauschen betrachtet werden, d.h. ein Rauschspektrum, das wie im Fall des thermischen Rauschens eines Transistorkanalstroms unabhängig von der Frequenz ist. Aus Tabelle 2.1 kann die Formel entnommen werden, mit Hilfe derer die Energieauflösung eines weißen Rauschens berechnet werden kann.

$$(3.7) \quad ENC_t = \sqrt{S_i} \frac{C_{G1}}{g_{G1}} \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} df |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$$

Für ein gemessenes Rauschspektrum  $S_M(f)$  lautet die entsprechende Formel:

$$(3.8) \quad ENC_t = S_M(f) C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} df |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}$$

Durch eine Transformation im Integralausdruck von der Frequenz zu einer Variablen  $x = ft$ , wobei  $t$  die Filterzeit sei, kann nun gezeigt werden, daß die Energieauflösung des weißen Rauschens invers proportional ist zur Wurzel der Filterzeit:

$$(3.9) \quad \begin{aligned} ENC_t &= S_M(f) C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} dx \frac{1}{t} |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\ &= S_M(f) C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^{\infty} dx |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \frac{1}{\sqrt{t}} \\ &= S_M(f) C_{G1} K_t \frac{1}{\sqrt{t}} \sim \frac{1}{\sqrt{t}} \end{aligned}$$

Im folgenden wird ein sogenannter  $CR - RC^3 - Filter$  betrachtet. Ein solcher Filter besteht aus einer differenzierenden und drei integrierenden Komponenten, die alle die Zeitkonstante  $t = \frac{1}{CR}$  besitzen. Die Übertragungsfunktion eines solchen Filters schreibt sich wie folgt:

$$(3.10) \quad H(j\omega) = \frac{j\omega t}{(1 + j\omega t)^4}$$

Seine Zeitantwort  $I_{out}(t)$  auf einen Stromsprung am Eingang kann bestimmt werden, indem man die Laplacetransformierte eines Stromsprungs  $\frac{1}{j\omega}$  mit der Übertragungsfunktion des Filters  $H(j\omega)$  multipliziert und das Ergebnis in den Zeitraum zurücktransformiert:

$$\begin{aligned}
 I_{out}(t) &= L^{-1}\left[\frac{1}{j\omega} H(j\omega)\right] \\
 (3.11) \quad &= L^{-1}\left[\frac{t}{(1+j\omega t)^4}\right] \\
 &= \frac{1}{6} \left(\frac{t}{\tau}\right)^3 \exp\left[-\frac{t}{\tau}\right]
 \end{aligned}$$

Durch die dreifache Integration kommt es zu einem Signalanstieg am Ausgang des Filters mit der dritten Potenz der Zeit. Die einmalige Differentiation ruft einen exponentiellen Signalabfall hervor.

Als Parameter werden die folgenden typischen Werte für einen SSJFET gewählt, wenn er wie in der Rauschmessung aus Abbildung 3.8 betrieben wird:

$$S_M(f) = 4 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$$

$$C_{G1} = 120 fF$$

$$(CR - RC^3) - Filter : H(j\omega) = \frac{j\omega\tau}{(1+j\omega\tau)^4}$$

Wenn man in die Gleichung (3.9) diese Parameter einsetzt, erhält man als Energieauflösung in Abhängigkeit von der Filterzeit die durchgezogene Kurve in Abbildung 3.11. Die Punkte in derselben Abbildung wurden mit der Methode ermittelt, die in Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde.

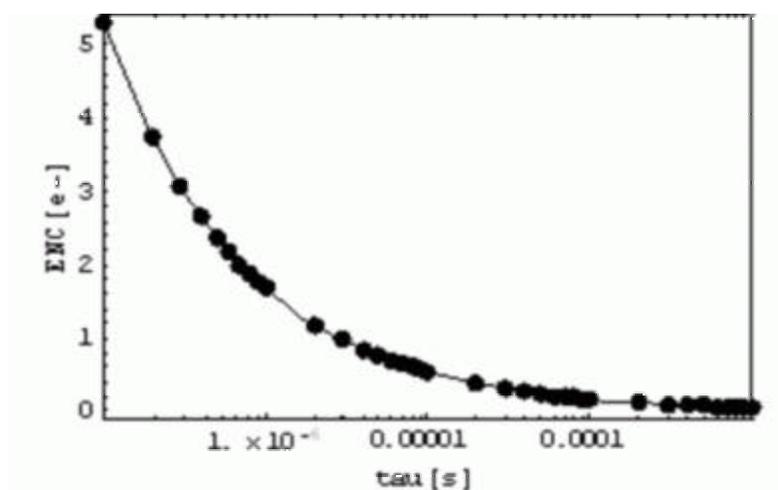


Abbildung 3.11 Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 in Abhängigkeit von der Filterzeit bei Vorhandensein eines weißen Rauschens am Gate1 mit einer Amplitude von  $4 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$ . Die Energieauflösung ist in Rauschladungen am Gate1 ausgedrückt. Für die Kapazität an Gate1 wurde ein Wert von  $120 fF$  gewählt und als Filter ein  $CR - RC^3 - Filter$  betrachtet. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf die analytische Berechnung der Energieauflösung in diesem Kapitel, die Punkte auf die Ermittlung der Energieauflösung mit Hilfe der Methode, die im Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde.

Beide Methoden, sei es die analytische wie die numerische Methode, die Energieauflösung zu berechnen, führen zum gleichen Ergebnis, d.h. die numerische Methode hat sich im Fall des weißen Rauschens bewährt. Zum Abschluß dieses Abschnitts soll noch die Funktion angegeben werden, mit der das Ergebnis (Energieauflösung in Abhängigkeit von der Filterzeit) angepaßt wurde:

$$(3.12) \quad ENC_t = 0.001674 \frac{1}{\sqrt{t}} e^{-}$$

$t[s]$                       Formzeit des Filters in Sekunden

$\frac{1}{f}$  - *Rauschen*

Als zweites Beispiel soll die Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 berechnet werden, wenn man nur ein Kanalrauschstrom des Transistors betrachtet, dessen Spektrum invers proportional zur Frequenz ist:

$$(3.13) \quad S_{M,1/f} = \sqrt{S_{e,1/f}} = \sqrt{\frac{K_{1/f}}{f}}$$

Mit Hilfe der Tabelle 2.1 ergibt sich aus diesem Rauschspektrum die folgende Formel für die Energieauflösung:

$$\begin{aligned}
(3.14) \quad ENC_{1/f} &= C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^\infty df (S_{M,1/f}(f))^2 |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\
&= C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^\infty df \frac{K_{1/f}}{f} |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}
\end{aligned}$$

Wenn man wie im vorangegangenen Beispiel des weißen Rauschens eine Transformation von der Frequenz zu einer Variablen  $x = ft$  durchführt, kann gezeigt werden, daß aus dem  $1/f$ -Spektrum eine Energieauflösung folgt, die unabhängig von der Filterzeit ist:

$$\begin{aligned}
(3.15) \quad ENC_{1/f} &= C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^\infty \frac{dx}{t} \frac{K_{1/f}}{x} t |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\
&= C_{G1} \frac{\sqrt{K_{1/f} \int_0^\infty dx \frac{1}{x} |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(3.16) \quad ENC_{1/f} &= C_{G1} \sqrt{K_{1/f}} \frac{\sqrt{\int_0^\infty dx \frac{1}{x} |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\
&= C_{G1} \sqrt{K_{1/f}} K_H \\
&= \text{konst}(\mathbf{t})
\end{aligned}$$

Die resultierende Energieauflösung hängt von der Amplitude des  $1/f$ -Spektrums  $K_{1/f}$ , einer Konstante  $K_H$ , die von der Filterfunktion abhängt, und von der Kapazität am Gate1  $C_{G1}$  ab. Für die quantitative Auswertung wurde ein  $1/f$ -Spektrum ausgewählt, das bei 10Hz eine Amplitude von

$100 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$  besitzt. Damit ergibt sich die Konstante des  $1/f$ -Spektrums zu  $K_{1/f} = 10^{-13} V^2$ . Der

Frequenzverlauf dieses Spektrums ist in Abbildung 3.12 im Frequenzbereich von 10Hz - 100kHz aufgetragen.

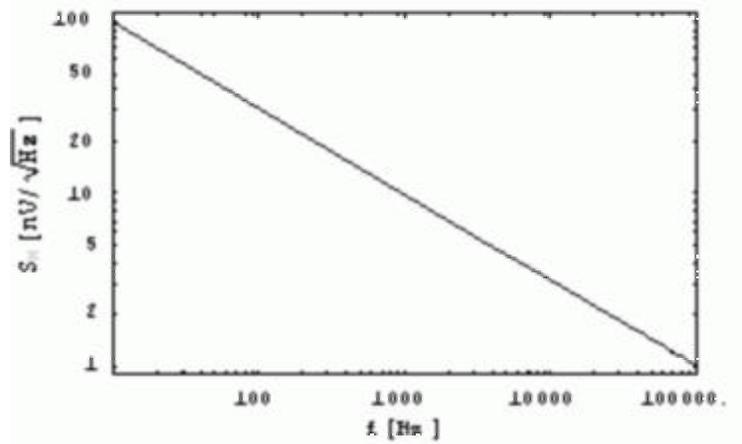


Abbildung 3.12  $1/f$ -Rauschspektrum, das bei 10Hz eine Amplitude von  $100 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$  hat und dementsprechend eine Konstante  $K_{1/f} = 10^{-13} V^2$  besitzt.

Bei einem Wert für die Kapazität am Gate1

$$C_{G1} = 120 fF$$

und der Wahl eines

$$(CR - RC^3) - Filters, \text{ d.h. } H(j\omega) = \frac{j\omega t}{(1 + j\omega t)^4}$$

ergibt sich für die Energieauflösung:

$$ENC_{1/f} = 0.4296 e^-.$$

Bei der numerischen Methode wurde entsprechend des oben gewählten  $1/f$ -Spektrums von den Rauschwerten ausgegangen, die in Tabelle 3.4 aufgelistet sind.

Frequenz [Hz]	Rauschwert $S_M \left[ \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right]$
10	100
30	57.74
75	36.51
300	18.26
1000	10
3000	5.774
10k	3.16
100k	1

Tabelle 3.4 Rauschwerte des  $1/f$ -Spektrums aus Abbildung 3.12 bei den 8 für Messungen relevanten Frequenzen.

In Abbildung 3.13 kann das Ergebnis der numerischen Methode mit der analytisch berechneten Energieauflösung verglichen werden.

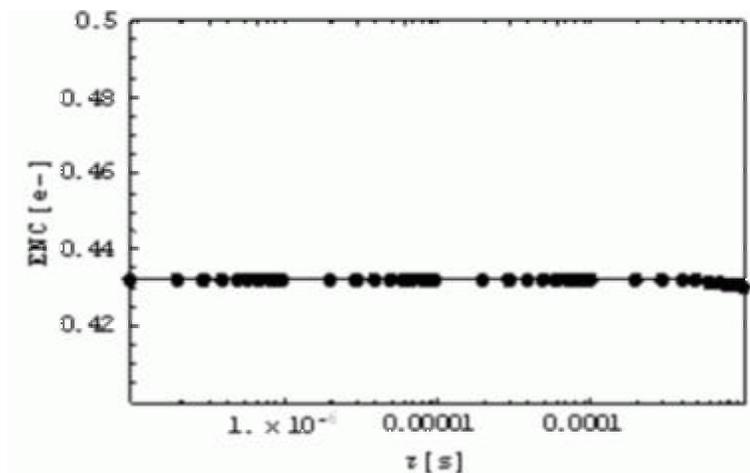


Abbildung 3.13 Energieauflösung des spektroskopischen Systems, das in Kapitel 2.3.1 beschrieben wurde. Es wurde nur ein Kanalstromrauschen berücksichtigt, das ein  $1/f$ -Spektrum besitzt. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf die analytische Berechnung der

Energieauflösung, die Punkte entstammen der numerischen Methode, die in Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde.

Der Vergleich in Abbildung 3.13 zeigt eine gute Übereinstimmung der analytischen mit der numerischen Methode.

Insgesamt hat sich die numerische Methode im Fall eines frequenzunabhängigen und eines frequenzabhängigen Rauschspektrums bewährt.

### $\frac{1}{f^2}$ -Rauschen

Das Rauschspektrum, das von einer Störstelle hervorgerufen wird, fällt ab einer bestimmten Frequenz invers zum Quadrat der Frequenz ab (s. Kapitel 2.2.4). Daher soll an dieser Stelle die Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 berechnet werden, wenn im Kanalstrom das angesprochene Rauschspektrum auftritt.

Das messbare Spektrum läßt sich folgendermaßen schreiben:

$$(3.17) \quad S_{M,1/f^2} = \sqrt{S_{e,1/f^2}} = \sqrt{\frac{K_{1/f^2}}{f^2}}$$

$K_{1/f^2}$                       Konstante, welche die Amplitude des  $1/f^2$  - Rauschspektrums bestimmt

Zur Berechnung der Energieauflösung wird von der Formel ausgegangen, die auch im Fall des  $1/f$  - Spektrums den Startpunkt bildete (s.(3.14)):

$$(3.18) \quad \begin{aligned} ENC_{1/f^2} &= C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^\infty df (S_{M,1/f^2}(f))^2 |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\ &= C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^\infty df \frac{K_{1/f^2}}{f^2} |\tilde{H}(jf)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \end{aligned}$$

Die Abhängigkeit der Energieauflösung von der Filterzeit lässt sich bequem ermitteln, wenn man wie in den vorangegangenen Beispielen die Frequenz in Einheiten der Filterzeit ausdrückt ( $f = \frac{x}{t}$ ) und auf diese Weise eine Transformation von der Variablen  $f$  zur Variablen  $x = ft$  durchführt:

$$\begin{aligned}
 ENC_{1/f^2} &= C_{G1} \frac{\sqrt{\int_0^\infty \frac{dx}{t} \frac{K_{1/f^2}}{x^2} t^2 |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\
 &= C_{G1} \frac{\sqrt{K_{1/f^2} t \int_0^\infty dx \frac{1}{x^2} |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \\
 &= C_{G1} \sqrt{K_{1/f^2}} \frac{\sqrt{\int_0^\infty dx \frac{1}{x^2} |\hat{H}(jx)|^2}}{\text{Max}_t \left( L^{-1} \left[ \frac{H(j\omega)}{j\omega} \right] \right)} \sqrt{t} \\
 &= C_{G1} \sqrt{K_{1/f^2}} K_H \sqrt{t}
 \end{aligned}
 \tag{3.19}$$

Im folgenden wird ein  $1/f^2$  - Rauschspektrum betrachtet werden, das die gleiche Amplitude bei 1Hz besitzt wie das im vorangegangenen Abschnitt untersuchte  $1/f$  - Spektrum:

$$(3.20) \quad S_{M,1/f^2} = \sqrt{S_{e,1/f^2}} = \sqrt{\frac{K_{1/f^2}}{f^2}}$$

$$K_{1/f^2} = K_{1/f} = 10^{-13} V^2$$

Das gewählte Rauschspektrum ist in Abbildung 3.14 in Abhängigkeit von der Frequenz aufgetragen.

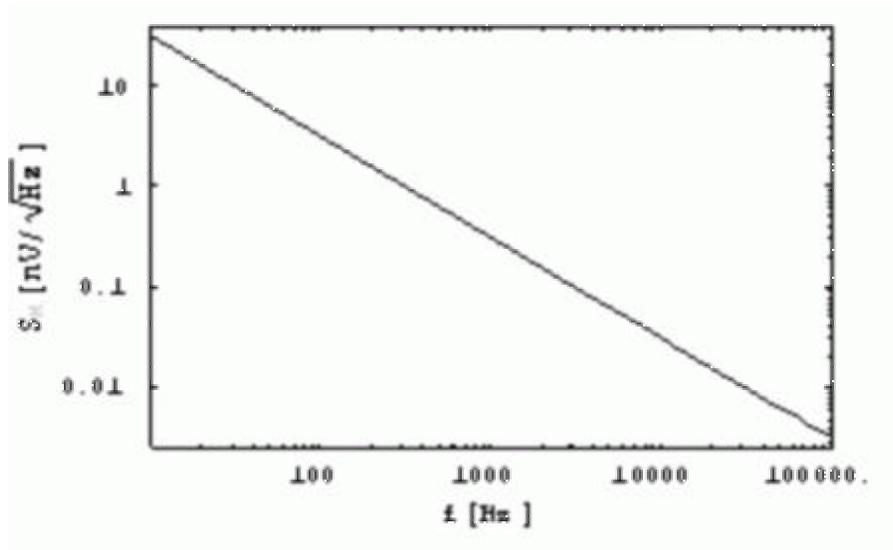


Abbildung 3.14  $1/f^2$ -Rauschspektrum, von dem ausgehend die Energieauflösung des spektroskopischen Systems berechnet wurde, das in Kapitel 2.3.1 beschrieben wurde.

Bei einem Wert für die Kapazität am Gate1

$$C_{G1} = 120 \text{ fF}$$

und der Wahl eines

$$(CR - RC^3) - \text{Filters, d.h. } H(j\omega) = \frac{j\omega t}{(1 + j\omega t)^4}$$

ergibt sich für die Energieauflösung:

$$ENC_{1/f^2} = 1.8591 \sqrt{t} e^{-}$$

$$t[s] \quad \text{Formzeit des Filters in Sekunden}$$

Die entsprechenden Rauschwerte bei den für Messungen relevanten 8 Frequenzen sind in Tabelle 3.5 aufgelistet und bilden den Ausgangspunkt für die numerische Methode.

Frequenz $[Hz]$	Rauschwert $S_M \left[ \frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right]$
10	31.62
30	10.54
75	4.22
300	1.04
1000	0.3162
3000	0.1054
10k	0.03162
100k	0.003162

Tabelle 3.5 Rauschwerte des  $1/f^2$  - Spektrums aus (3.20) bei den 8 für Messungen relevanten Frequenzen

Die resultierende Energieauflösung in Abhängigkeit von der Filterzeit ist in Abbildung 3.15 aufgetragen. Ebenfalls in Abbildung 3.15 ist die Funktion dargestellt, die entsprechend der obigen Berechnungen erwartet wird.

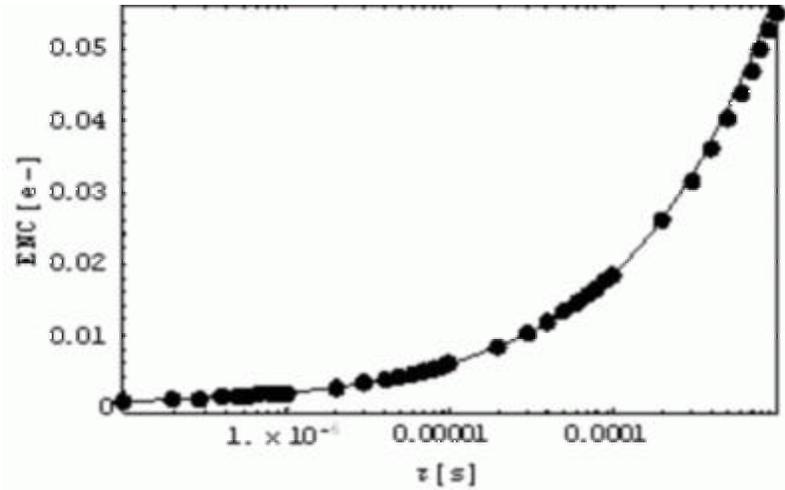


Abbildung 3.15 Energieauflösung des spektroskopischen Systems, das in Kapitel 2.3.1 beschrieben wurde. Es wurde nur ein Kanalstromrauschen berücksichtigt, das ein  $1/f^2$ -Spektrum besitzt. Die Punkte entstammen der numerischen Methode, die in Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde. Die durchgezogene Kurve stellt die Funktion dar, die man aus analytischen Berechnungen erwartet.

Wiederum zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der analytischen und der numerischen Methode. Die Abhängigkeit der Energieauflösung von der Filterzeit entspricht derjenigen des Falls reinen Vorhandenseins des Leckstromrauschens am ersten Gate. Letzteres Rauschen ist für sich genommen zwar ein weißes Rauschen, geht aber in der Schaltung als paralleles Rauschen am ersten Gate ein. Dadurch kommt es zur gleichen Frequenzabhängigkeit wie beim  $1/f^2$ -Spektrum. Als Beispiel sei hier das Rauschen betrachtet, das durch den Leckstrom vom Rückkontakt des Detektors zum ersten Gate hervorgerufen wird (vgl. Abbildung 2.14:  $i_{RK-G1}$ ). Um dieses Rauschen mit dem exemplarischen  $1/f^2$ -Spektrum vergleichen zu können, muß das Rauschspektrum des Leckstromrauschens berechnet werden wie es im Kanal auftritt. Durch Anwendung der Kirchhoffschen Regel am Gate1 ergibt sich:

$$(3.21) \quad \begin{aligned} i_{RK-G1} &= i_{C_S} + i_{C_D} + i_{C_{RK}} \\ &= e_{G1} s C_S + e_{G1} s C_D + e_{G1} s C_{RK} \end{aligned}$$

Die Integration des Rauschstroms auf die Kapazitäten am Gate1 erzeugt eine Rauschspannung am Gate1, die invers proportional zur Frequenz ist:

$$(3.22) \quad e_{G1} = \frac{i_{RK-G1}}{j\omega(C_S + C_D + C_{RK})}$$

Über die Steilheit am ersten Gate erhält man den Rauschstrom im Kanal  $i_K$  und kann das gesuchte Kanalstrom-Spektrum  $S_{i_K}$  berechnen:

$$(3.23) \quad i_K = \frac{i_{RK-G1}}{j\omega(C_S + C_D + C_{RK})} g m_{G1}$$

$$(3.24) \quad S_{i_K}(\omega) = S_{i_{RK-G1}}(\omega) \frac{g m_{G1}^2}{(C_S + C_D + C_{RK})^2 \omega^2} \frac{1}{\omega^2}$$

$$(3.25) \quad S_{i_k}(f) = S_{i_{RK-G1}}(f) \frac{gm_{G1}^2}{(C_S + C_D + C_{RK})^2} \frac{1}{(2\pi f)^2} \sim \frac{1}{f^2}$$

Wie oben behauptet ergibt sich für das Rauschen, das mit dem Leckstrom zwischen Rückkontakt und Gate1 verknüpft ist, ein Stromspektrum im Kanal, das invers proportional zum Quadrat der Frequenz ist. Für die übrigen Leckstrom-Rauschquellen am Gate1 gelten analoge Betrachtungen.

In den Messungen wird das serielle Rauschen am Gate1 bestimmt.

In Abbildung 3.16 sind zusammenfassend die Abhängigkeiten der Energieauflösung von der Filterzeit für die in diesem Kapitel angeführten Rauschspektren dargestellt. Die Amplitude der jeweiligen Rauschspektren wurden nicht von den bereits verwendeten Rauschspektren übernommen. Zusätzlich ist die Abhängigkeit der Energieauflösung des Leckstromrauschens des ersten Gates von der Filterzeit zum Vergleich aufgetragen.

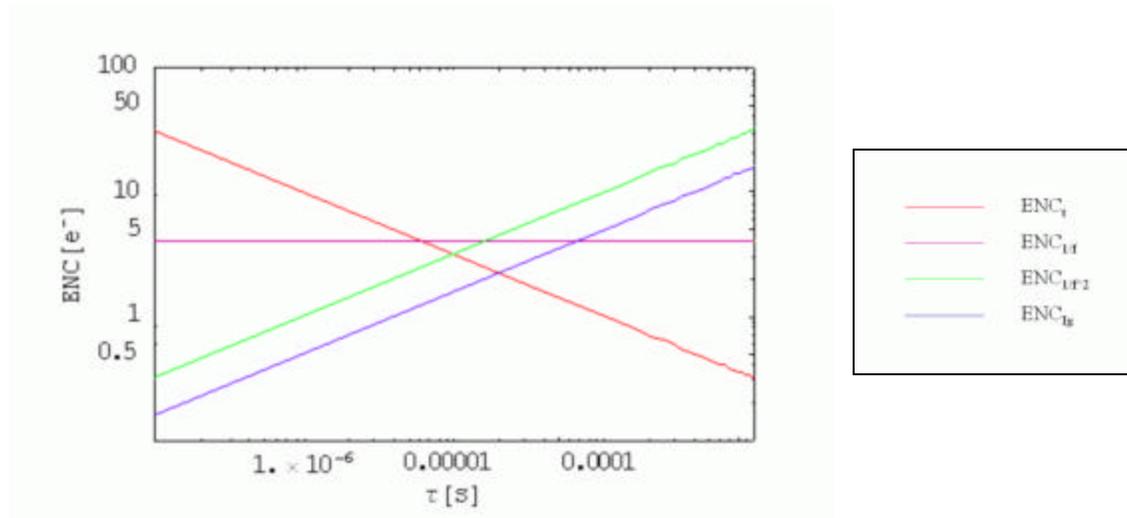


Abbildung 3.16 In der obigen Abbildung sind die verschiedenen Abhängigkeiten der Energieauflösung von der Filterzeit zusammenfassend dargestellt, die sich für einige exemplarische Rauschspektren ergeben. Von den in diesem Kapitel verwendeten Rauschspektren wurde nur die Frequenzabhängigkeit übernommen, nicht aber die jeweiligen Amplituden. Entsprechend der Legende bezieht sich die rote Kurve auf ein serielles Rauschen (in Bezug auf das Gate1) mit weißem Rauschspektrum, die gelbe auf ein serielltes Rauschen mit einem  $1/f$ -Spektrum und die grüne auf ein serielltes Rauschen mit einem  $1/f^2$ -Spektrum. Zu Vergleichszwecken ist in dieser Abbildung noch zusätzlich die Abhängigkeit der Energieauflösung von der Filterzeit eines Leckstromrauschens am ersten Gate aufgetragen (blaue Kurve, weißes paralleles Rauschen in Bezug auf das Gate1).

Im Fall eines weißen Rauschspektrums (des Kanalstromrauschens) verbessert sich die Energieauflösung mit steigender Filterzeit, da die Bandbreite des jeweiligen Filters bei niedrigeren Frequenzen kleiner ist. Bei einem  $1/f$ -Spektrum wird die Abnahme der Bandbreite mit fallender Frequenz durch die Zunahme des Rauschspektrums selbst gerade kompensiert, sodaß die Energieauflösung unabhängig wird von der Filterzeit. Wenn das Rauschspektrum stärker mit fallender Frequenz als im Fall des  $1/f$ -Spektrums ansteigt (z.B. beim  $1/f^2$ -Spektrum), dann steigt die Energieauflösung mit der Filterzeit an. Je nach Frequenzabhängigkeit des gemessenen Rauschspektrums kann anhand dieser Ausführungen tendenziell auf die Abhängigkeit der Energieauflösung von der Filterzeit geschlossen werden.

Insgesamt betrachtet kann man sagen, daß die numerische Methode, die in Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde, anhand der in diesem Kapitel angeführten Beispiele im betrachteten Filterzeit-Intervall verifiziert worden ist.

### 3.2.2.3 Vergleich zwischen JFETs

Nachdem die Methode, welche in Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde, in Kapitel 3.2.2.2 verifiziert worden ist, soll in diesem Kapitel diese Methode auf jene Rauschspektren angewendet werden, die schon in Kapitel 3.2.1 aufgeführt worden sind. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Abbildung 3.17, Abbildung 3.18 und Abbildung 3.19 dargestellt. Eine Liste der verwendeten Parameter befindet sich oberhalb der jeweiligen Darstellung der Energieauflösung. Wie bereits in Kapitel 3.2.1 erwähnt, wurden alle Messungen bei gleichem Drainstrom durchgeführt. Je nach Transistor führt diese Wahl zu unterschiedlichen Lagen des stromführenden Kanals innerhalb des durch die Nettodotierung vorgegebenen Kanalgebiets. Als Filter wurde in allen drei Fällen ein

$CR - RC^3 - Filter$  verwendet, d.h. mit einer Übertragungsfunktion  $H(j\omega) = \frac{j\omega t}{(1 + j\omega t)^4}$

gerechnet. Die Energieauflösung wurde in Abhängigkeit von der Temperatur und zu verschiedenen Filterzeiten bestimmt. Die gewählten Filterzeiten können dem Kuchendiagramm neben den Abbildungen der Energieauflösung zu den einzelnen Transistoren entnommen werden. Um den Zusammenhang zwischen gemessenem Rauschspektrum und der daraus ermittelten Energieauflösung besser erkennen zu können, sind hier noch einmal die gemessenen Rauschspektren dargestellt. In die jeweiligen Graphiken sind zudem die extrapolierten Rauschwerte bei 1, 10 und 100MHz eingefügt, um den gesamten Frequenzbereich abzudecken, der für die Berechnungen verwendet wird (s. Kapitel 3.2.2.1).

### SSJFET

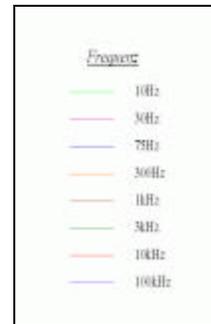
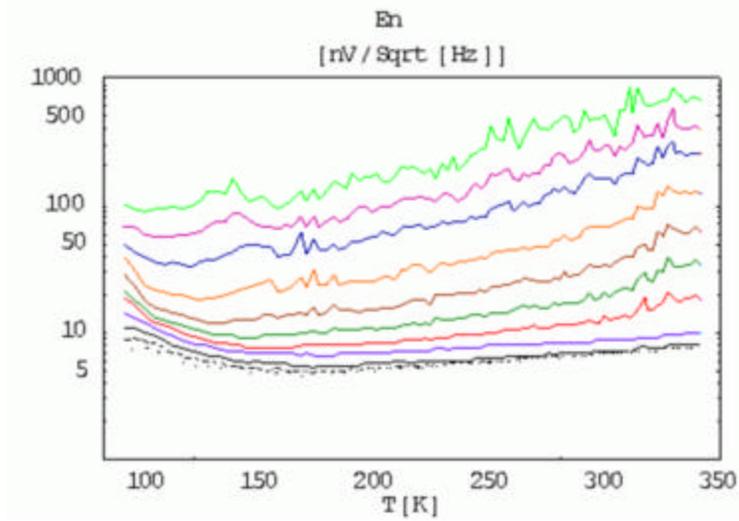
$$V_d = 4V$$
$$I_d = 200mA$$
$$V_{GR} = -15V$$

$$V_B = 0V$$
$$V_{RK} = -180V$$

$$C_{G1} = 120fF$$

CR-RC<sup>3</sup>-Filter :

$$H(j\omega) = \frac{j\omega t}{(1 + j\omega t)^4}$$



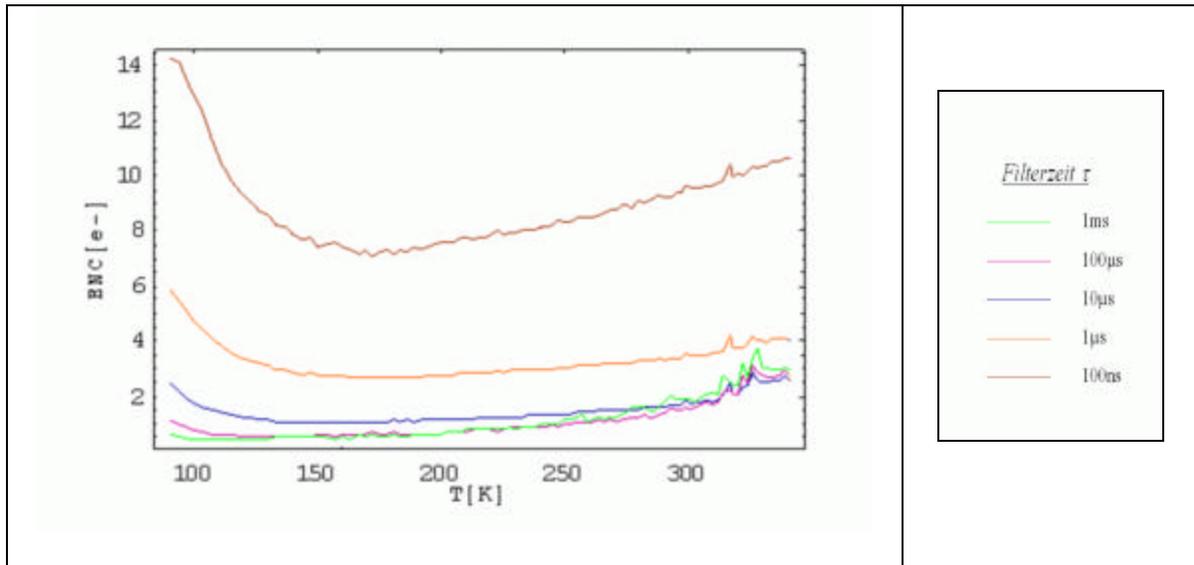


Abbildung 3.17 Rauschspektrum und daraus berechnete Energieauflösung eines SSJFETs. Die für die Messung bzw. Berechnung verwendeten Parameter sind über den Graphiken aufgelistet. Mittels der rechts neben den Abbildungen eingefügten Legenden können die Frequenzen bzw. die Filterzeiten zu den jeweiligen Kurven identifiziert werden. Im Fall der Rauschspektren sind die extrapolierten Rauschwerte bei 1MHz (schwarz/durchgezogene Linie), 10MHz (schwarz/gestrichelte Linie) und 100MHz (schwarz/gepunktete Linie) zusätzlich zu den gemessenen Rauschwerten dargestellt.

Das Substrat unter dem *SSJFET* wurde für die Rauschmessungen vollständig verarmt, um dem Betrieb des Transistors in dem entsprechenden spektroskopischen System nahe zu kommen (s.[Pinotti93]). Die Kapazität am Gate1 beträgt 120fF (s.[Pinotti93]).

Die berechnete Energieauflösung ist im allgemeinen abhängig von der Filterzeit und der Temperatur. Bei höheren Temperaturen und langen Filterzeiten wird die Energieauflösung allerdings unabhängig von der Filterzeit. In diesen Fällen muß das Rauschspektrum einen  $1/f$ -Verlauf in Abhängigkeit von der Frequenz besitzen, wenn man den Frequenzbereich betrachtet, den der Filter bei der entsprechenden Filterzeit herausfiltert. In allen anderen Fällen verbessert sich die Energieauflösung bei steigenden Filterzeiten. Aus dieser Tatsache kann geschlossen werden, daß in den entsprechenden Temperatur- und Frequenzbereichen die Rauschspektren schwächer mit der Frequenz abfallen als im zuvor beschriebenen Fall. Bei höheren Temperaturen geht das Niederfrequenzspektrum spätestens ab einer Frequenz von 1MHz in thermisches Rauschen über.

Der Verlauf der einzelnen Energieauflösungskurven bei den verschiedenen Filterzeiten in Abhängigkeit von der Temperatur kann nachvollzogen werden, wenn man den Verlauf der entsprechenden Kurven im gemessenen Rauschspektrum betrachtet. Der für die jeweilige Filterzeit

relevante Frequenzbereich kann der folgenden Tabelle 3.6 entnommen werden, in welcher die verwendeten Filterzeiten und die dazugehörigen Filterfunktionen aufgelistet sind.

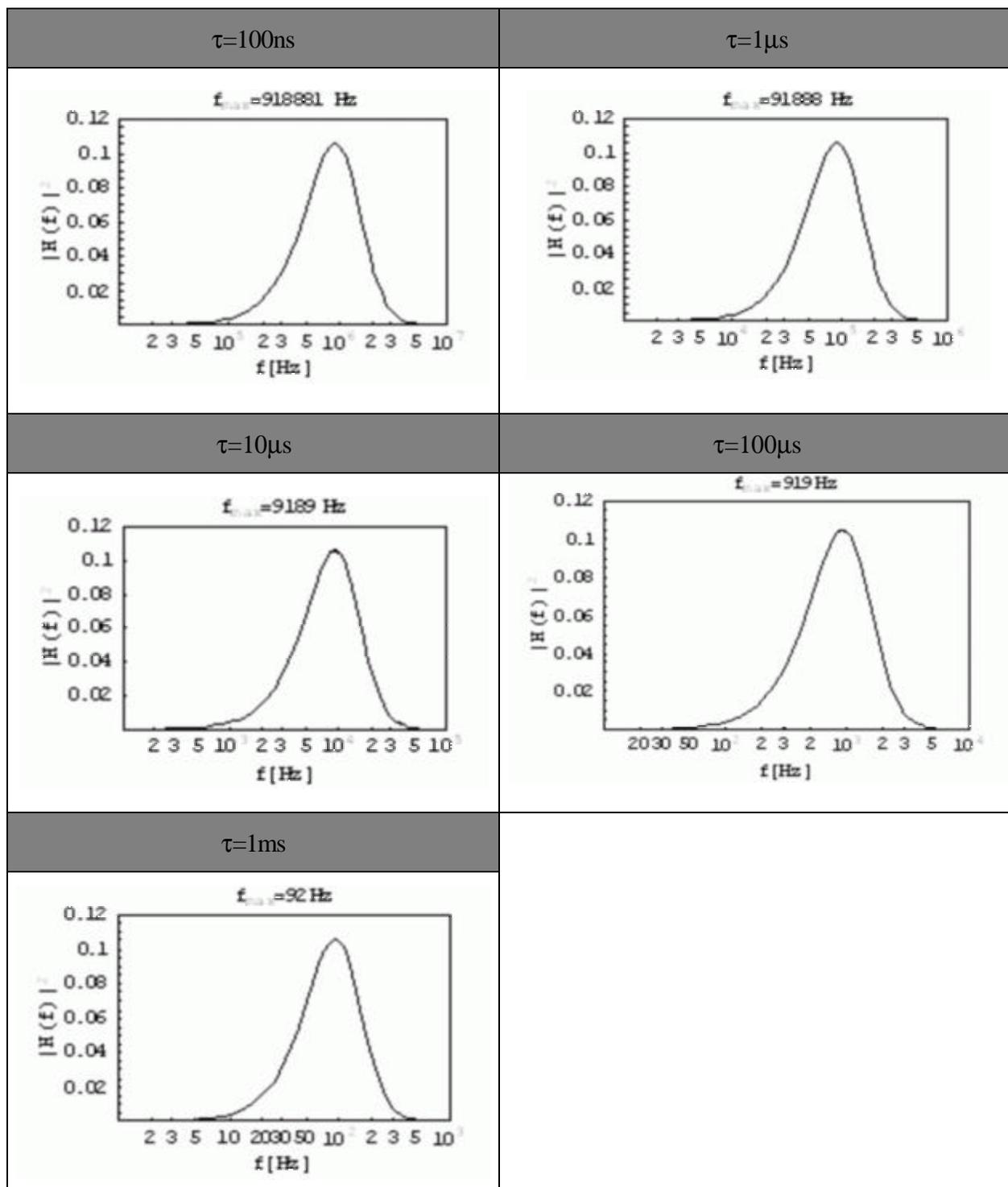
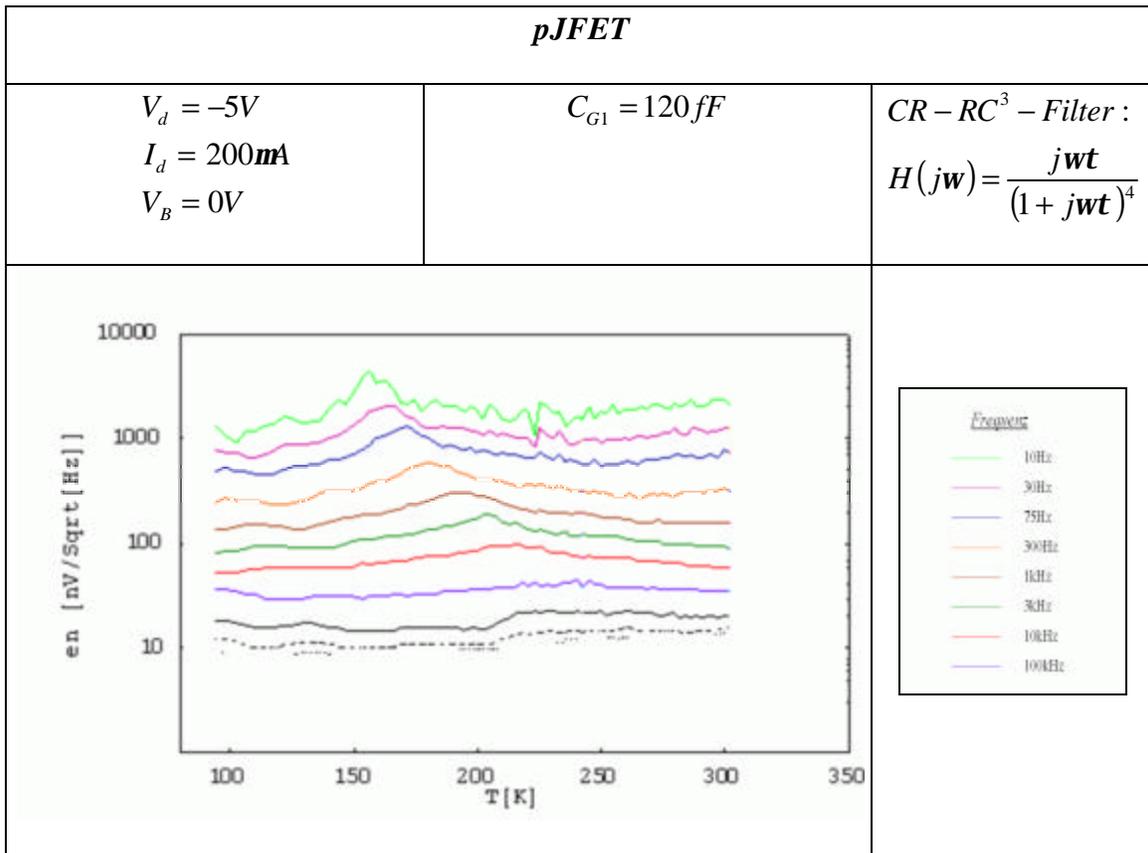


Tabelle 3.6 Filterfunktion bei verschiedenen Filterzeiten für einen  $CR - RC^3 - Filter$

Im Fall der Messungen an einem *pJFET*, der in einen DEPFET (s.[Klein96]) integriert ist, dehnt sich das Niederfrequenzspektrum über den ganzen für die Berechnung der Energieauflösung

relevanten Frequenzbereich bis hin zu 100MHz aus. Dementsprechend sind die Werte für die Energieauflösung hauptsächlich durch das Niederfrequenzrauschen bestimmt und nur bei kurzen Filterzeiten wird über einen Frequenzbereich integriert, in dem das thermische Rauschen einen merklichen Einfluß hat.



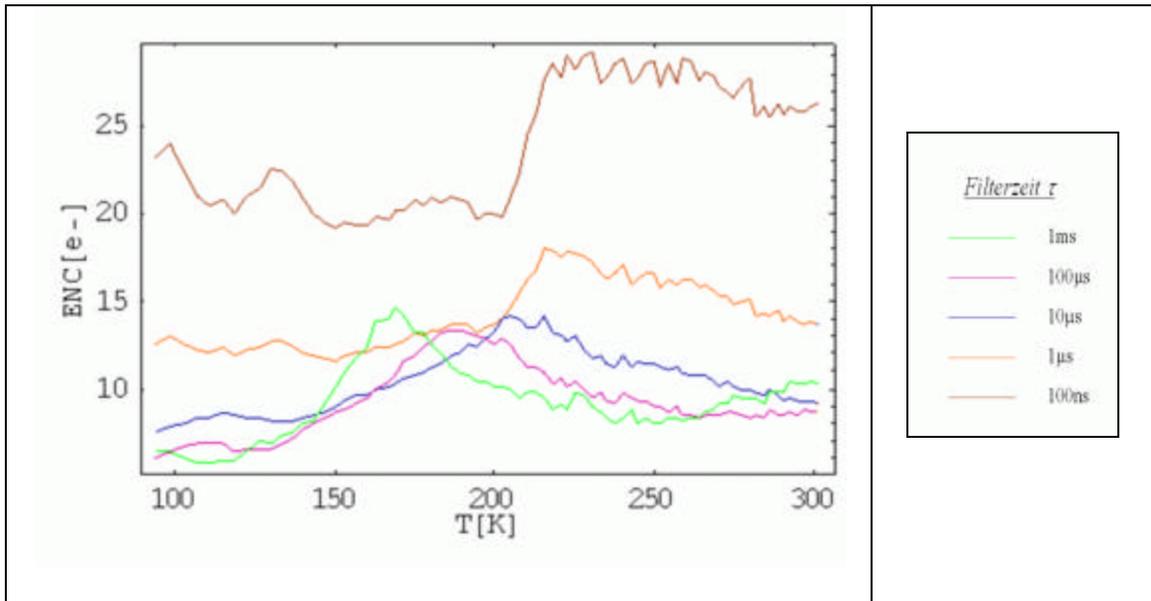
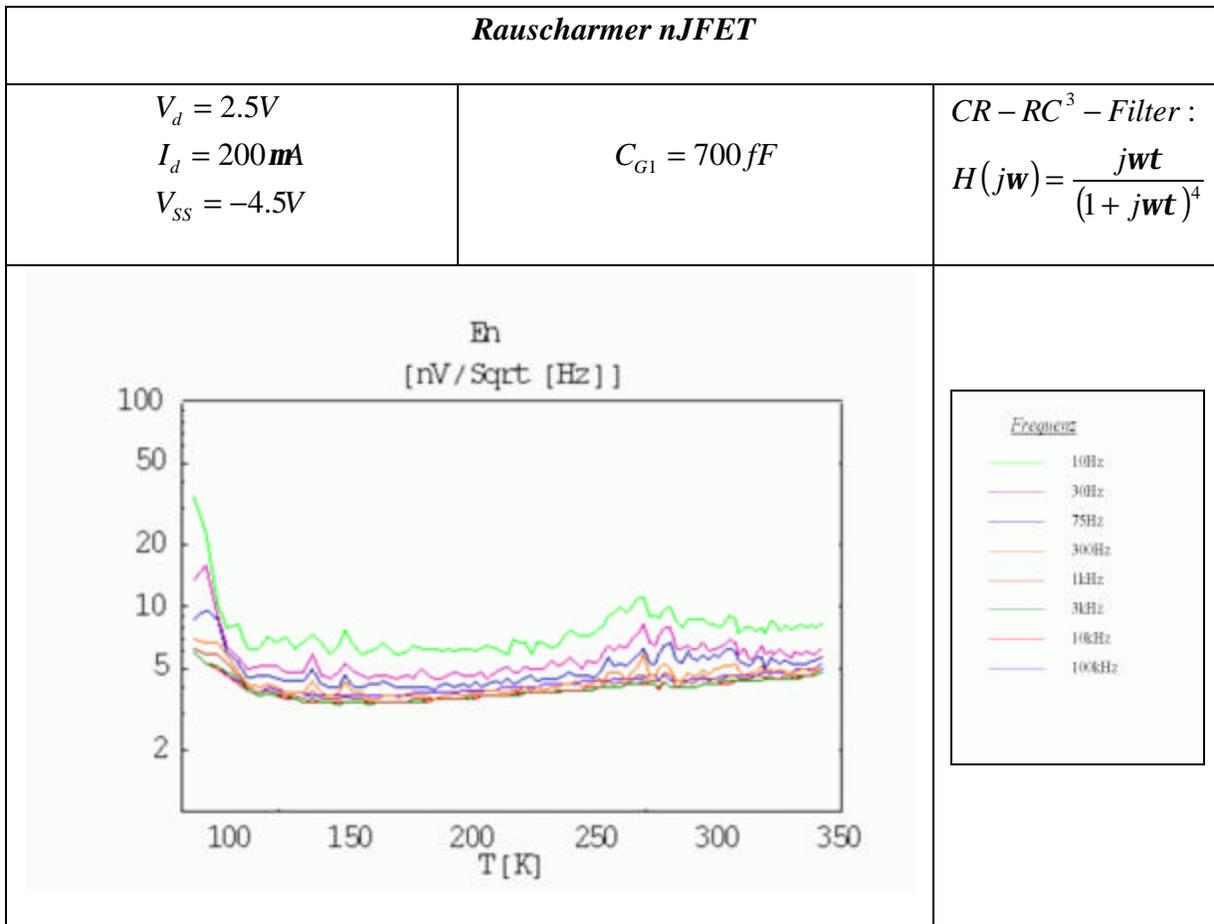


Abbildung 3.18 Rauschspektrum und daraus berechnete Energieauflösung eines pJFETs, der in einen DEPFET integriert ist (s.[Klein96]). Die für die Messung bzw. Berechnung verwendeten Parameter sind über den Graphiken aufgelistet. Mittels der rechts neben den Abbildungen eingefügten Legenden können die Frequenzen bzw. die Filterzeiten zu den jeweiligen Kurven identifiziert werden. Im Fall der Rauschspektren sind die extrapolierten Rauschwerte bei 1MHz (schwarz/durchgezogene Linie), 10MHz (schwarz/gestrichelte Linie) und 100MHz (schwarz/gedunktete Linie) zusätzlich zu den gemessenen Rauschwerten dargestellt.

Der Verlauf der Energieauflösung in Abhängigkeit von der Temperatur für die verschiedenen Filterzeiten kann nachvollzogen werden, indem man das Rauschspektrum in dem für die jeweilige Filterzeit relevanten Frequenzbereich betrachtet (s.Tabelle 3.6). Das Maximum in der gemessenen Rauschkurve bei 10kHz findet sich bei der gleichen Temperatur in der Energieauflösung zu einer Filterzeit von 10 $\mu$ s wieder. Genauso wie sich das Maximum in den Rauschspektren bei abnehmender Frequenz zu tieferen Temperaturen verschiebt, bildet sich in den entsprechenden Kurven der Energieauflösung ein Maximum bei immer tieferen Temperaturen aus. Die beiden Kurven zu den Filterzeiten von 100ns und 1 $\mu$ s weisen gleichermaßen eine deutliche Verschlechterung in der Energieauflösung bei ungefähr 200K auf, der in den Rauschspektren ein Sprung im Extrapolationsbereich bei einer Frequenz von 1, 10 und leicht bei 100MHz zu sehen ist. Dieser Fall zeigt, daß eine kleine Änderung im Rauschspektrum bei hohen Frequenzen eine große Veränderung der Energieauflösung bei der entsprechenden kurzen Filterzeit mit sich ziehen kann, da bei kurzen Filterzeiten die Bandbreite der Filterfunktion größer ist als bei langen Filterzeiten.

Als drittes Beispiel wurde die Energieauflösung eines nJFETs berechnet, der in den Rauschspektren ein geringes Rauschen aufweist. Es handelt sich dabei im Vergleich zu den beiden vorherigen

Transistoren um einen weiten Transistor (s. Tabelle 3.2), der eine entsprechend hohe Kapazität am Gate1 besitzt ( $C_{G1} = 700\text{ fF}$ ). Die Substratspannung wurde so gewählt, daß der stromführende Bereich des Kanals bei Raumtemperatur in der Mitte des n-dotierten Kanalgebiets lag. Da die Rauschspektren innerhalb des Frequenzbereichs der Messungen in das thermische Rauschen übergehen, wurde zur Berechnung der Energieauflösung in diesem Fall nur das thermische Rauschen von 10kHz bis zu 100MHz ausgedehnt.



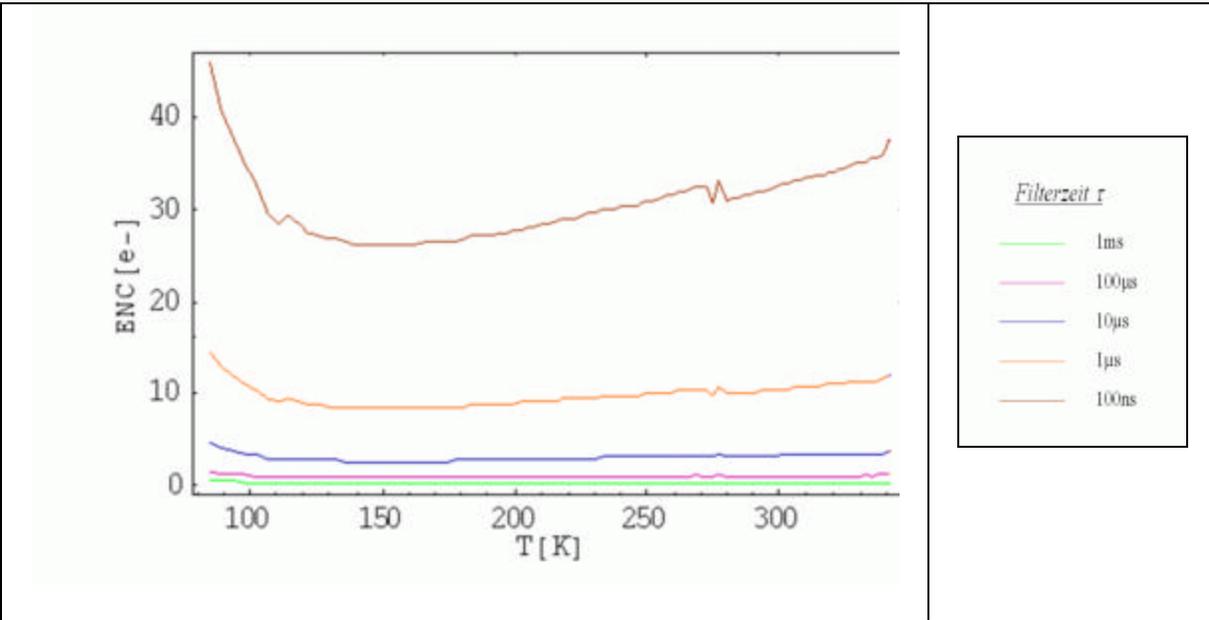


Abbildung 3.19 Rauschspektren und daraus berechnete Energieauflösung eines rauscharmen nJFETs. Die für die Messung bzw. Berechnung verwendeten Parameter sind über den Graphiken aufgelistet. Mittels der rechts neben den Abbildungen eingefügten Legenden können die Frequenzen bzw. die Filterzeiten zu den jeweiligen Kurven identifiziert werden.

Im Vergleich zu dem SSJFET ist die Energieauflösung des spektroskopischen Systems mit diesem Transistor trotz geringerem Niveau in den Rauschspektren deutlich schlechter, da die Kapazität am Gate1 größer ist. Der Verlauf der Energieauflösung in Abhängigkeit von der Temperatur kann wiederum nachvollzogen werden, wenn man zu der jeweiligen Filterzeit den entsprechenden Frequenzbereich in den Rauschspektren betrachtet. Die Energieauflösung wird hauptsächlich durch das thermische Rauschen bestimmt. Nur bei langen Filterzeiten hat das kleine Niederfrequenzrauschen einen Einfluß, allerdings ist bei diesen Filterzeiten das Niveau der Energieauflösung schon sehr gut. Die Verbesserung der Energieauflösung mit der Filterzeit entspricht der Abhängigkeit eines weißen Rauschens von der Filterzeit und gewährleistet bei langen Filterzeiten trotz großer Kapazität am Gate1 eine gute Energieauflösung.

In dem vorangegangenen Vergleich zwischen drei unterschiedlichen JFETs konnte gezeigt werden, welchen Einfluß die verschiedenen Rauschspektren und die Kapazität am Gate1 auf die Energieauflösung haben. Dabei traten die beiden Extremfälle auf, in denen das Rauschspektrum hauptsächlich vom Niederfrequenzrauschen bzw. vom thermischen Rauschen bestimmt sind.

### 3.3 Identifikation von Störstellen

In diesem Kapitel soll gezeigt werden, daß durch die vorgestellten Rauschmessungen nicht nur die Rauscheigenschaften des untersuchten Transistors ermittelt sondern auch Kristalldefekte charakterisiert werden können, die Niederfrequenzrauschen hervorrufen. Die Methode, mit Hilfe derer Störstellen identifiziert werden können, soll exemplarisch an einer Rauschmessung an einem kommerziell erhältlichen nJFET mit der Bezeichnung U309 (Hersteller: INTERFET) durchgeführt werden, die in Abbildung 3.20 dargestellt ist.

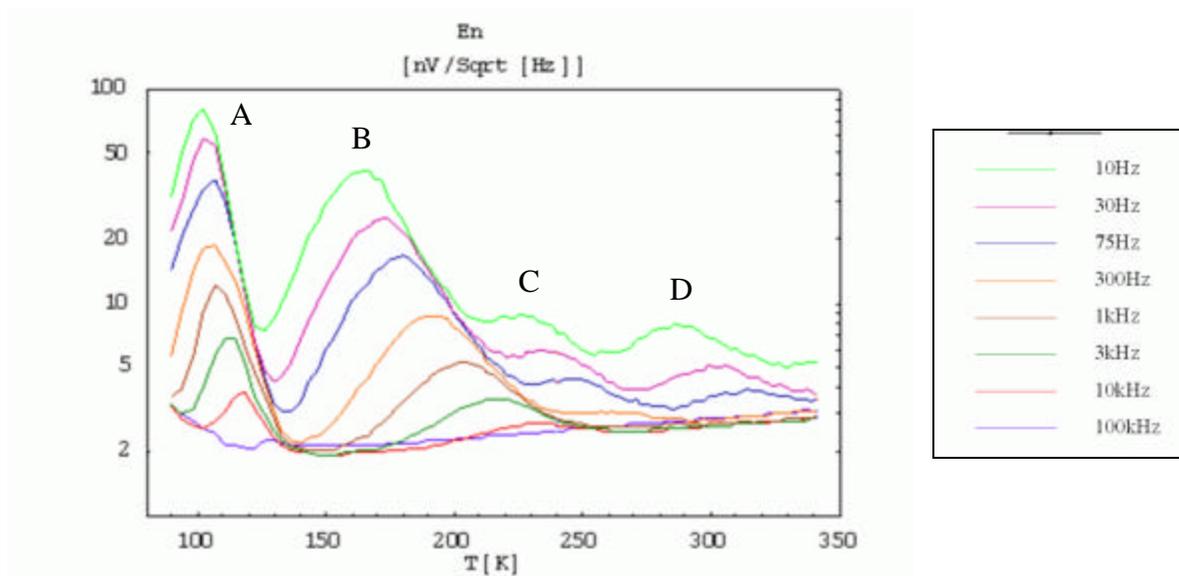


Abbildung 3.20 Temperaturabhängige Rauschmessung an einem kommerziell erhältlichen nJFET des Herstellers INTERFET. Es handelt sich hierbei um einen 3-endigen Transistor, d.h. die beiden Gates sind miteinander niederohmig verbunden. Der Transistor wurde für die Messung in Sättigung unter einem konstanten Kanalstrom von  $200\text{ mA}$  betrieben. Anhand dieser Messung lassen sich deutlich vier Temperaturbereiche unterscheiden, in denen das Niederfrequenzrauschen der jeweiligen Störstellen maximal wird.

Der Transistor U309 ist ein 3-endiger JFET, d.h. die beiden Gates (oberes Gate und Substrat) sind niederohmig miteinander verbunden. Für die angeführte Rauschmessung wurde der Transistor in Sättigung betrieben und ein konstanter Kanalstrom von  $200\text{ mA}$  eingestellt. In Abbildung 3.20 lassen sich deutlich vier Temperaturbereiche voneinander unterscheiden, in denen das Niederfrequenzrauschen der jeweiligen Störstellen maximal wird.

Im folgenden soll der Rauschhügel, der in Abbildung 3.20 mit B gekennzeichnet ist, mittels eines Modells angepaßt werden. Die Bandbreite des Niederfrequenzrauschens liegt bei den vorliegenden Messungen innerhalb des gemessenen Frequenzbereichs, sodaß angenommen wird, daß die Rauschkurve bei 100kHz das thermische Rauschen des Transistors widerspiegelt. Bei genauer Betrachtung der Messergebnisse fällt auf, daß das Rauschen bei 100kHz über demjenigen bei kleineren Frequenzen liegt. Es wird angenommen, daß dieser unphysikalische Sachverhalt von Messfehlern bei 100kHz herrührt. Im folgenden wird das thermische Rauschen des Transistors auf die gemessenen Rauschwerte bei 100kHz gesetzt, wodurch nur ein kleiner (unwesentlicher) Fehler in den nachfolgenden Betrachtungen gemacht wird.

Zur Anpassung des niederfrequenten frequenzabhängigen Teils der Rauschmessungen wird von dem Modell ausgegangen, das in Kapitel 2.2.4 beschrieben und in Kapitel 2.4 verwendet wurde. Die dazugehörigen Formeln sollen hier zur Erinnerung noch einmal aufgelistet werden:

$$(3.26) \quad S_M(\omega) = S_{e,G}(\omega) = \sqrt{4AB \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega}{I}\right)^2}} * \frac{1}{gm}$$

$$(3.27) \quad A = (\Delta I)^2$$

$$(3.28) \quad B = \frac{I_{c,t} I_{e,t}}{I^3}$$

$$(3.29) \quad I_{c,t} = I_{c,n} + I_{e,p}$$

$$(3.30) \quad I_{e,t} = I_{e,n} + I_{c,p}$$

$$(3.31) \quad I = I_{c,t} + I_{e,t}$$

$$(3.32) \quad I_{c,n} = n \mathbf{s}_n v_{th,n}$$

$$(3.33) \quad I_{c,p} = p \mathbf{s}_p v_{th,p}$$

$$(3.34) \quad I_{e,n} = n_{t,n} \mathbf{s}_n v_{th,n}$$

$$(3.35) \quad I_{e,p} = n_{t,p} \mathbf{s}_p v_{th,p}$$

$$(3.36) \quad v_{th,n} = 4 \sqrt{\frac{k_B T}{2pm_n}}$$

$$(3.37) \quad v_{th,p} = 4 \sqrt{\frac{k_B T}{2pm_p}}$$

$$(3.38) \quad n_{t,n} = N_c \exp\left(\frac{-E_t}{k_B T}\right)$$

$$(3.39) \quad n_{t,p} = N_v \exp\left(-\frac{(E_g - E_t)}{k_B T}\right)$$

$$(3.40) \quad N_c = 2\left(\frac{2pm_n k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$(3.41) \quad N_v = 2\left(\frac{2pm_p k_B T}{h^2}\right)^{\frac{3}{2}}$$

$$(3.42) \quad m_n = m_{n,T} m_0$$

$$(3.43) \quad m_{n,T} = a_n (T - 4K) + m_n (4K)$$

$$(3.44) \quad m_p = m_{p,T} m_0$$

$$(3.45) \quad m_{p,T} = a_p (T - 4K) + m_p (4K)$$

$$(3.46) \quad E_g = \frac{dE_g}{dT} (T - 300K) + E_g (300K)$$

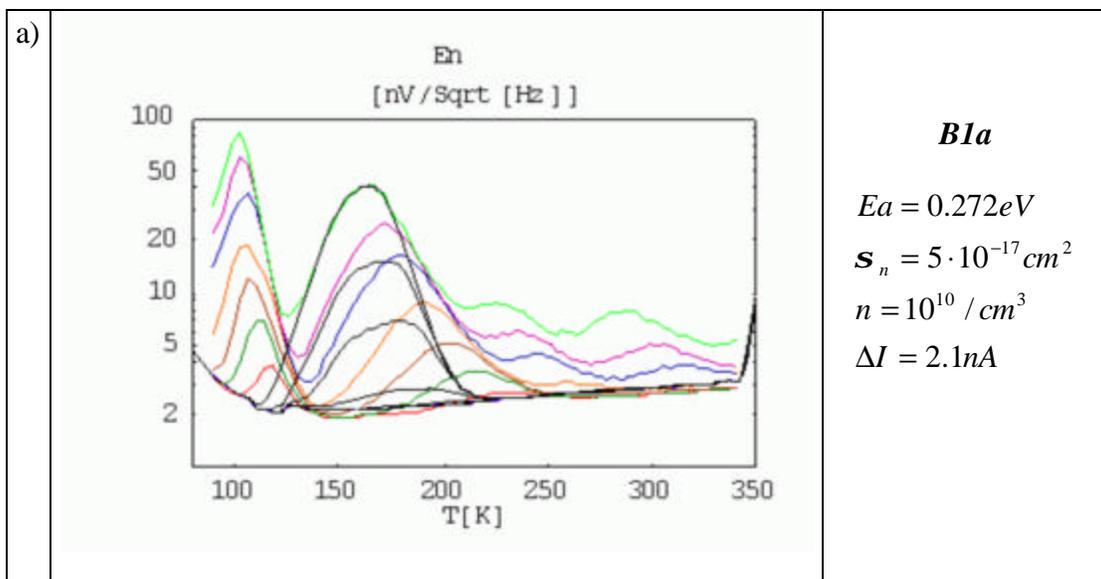
$$(3.47) \quad n_i = n_i (300K) \left(\frac{T}{300K}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{\exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right)}{\exp\left(-\frac{E_g (300K)}{k_B 300K}\right)}$$

$\Delta I$	Stromsprung, der durch die Ladungsänderung einer Störstelle hervorgerufen wird (s. (2.70))
$I_{c,t}$	Rate der Übergänge, bei denen entweder ein Elektron eingefangen oder ein Loch emittiert wird
$I_{e,t}$	Rate der Übergänge, bei denen entweder ein Elektron emittiert oder ein Loch eingefangen wird
$I_{c,n}, I_{c,p}$	Einfangrate für Elektronen bzw. Löcher
$n, p$	Elektronen- bzw. Löcherkonzentration
$E_t$	Energieniveau der Störstelle in der Bandlücke, vom Leitungsband aus gerechnet
$m_{n,T}, m_{p,T}$	temperaturabhängiger Teil der effektiven Masse der Elektronen bzw. der Löcher

$a_n, a_p$	Steigung der effektiven Massen der Elektronen bzw. Löcher mit der Temperatur. Hierzu wurde eine lineare Näherung des Verlaufs der effektiven Massen mit der Temperatur gemacht (s.Text).
$S_n, S_p$	Wirkungsquerschnitt der Störstellen für Elektronen bzw. Löcher
$N_C, N_V$	effektive Zustandsdichte für Elektronen im Leitungsband bzw. Löcher im Valenzband
$v_{th,n}, v_{th,p}$	thermische Geschwindigkeit von Elektronen bzw. Löchern

In der folgenden Analyse der Messdaten wird davon ausgegangen, daß die Störstellen nur mit Elektronen und nicht mit Löchern kommunizieren, d.h. der Wirkungsquerschnitt für Löcher wird auf 0 gesetzt. Damit ist der Einfang und die Emission von Löchern in die Störstelle hinein bzw. aus der Störstelle heraus unterdrückt. Die Steilheit in Abhängigkeit von der Temperatur wurde in einer zusätzlichen Messung ermittelt und in (3.26) berücksichtigt. Um den Rauschhügel B anzupassen, wird davon ausgegangen, daß er allein durch einen Typ Störstelle erzeugt wird.

Zur Bestimmung der Art der Störstelle (Energieniveau in der Bandlücke, Wirkungsquerschnitt der Störstelle mit Elektronen) wird angenommen, daß das Maximum des Rauschhügels von derjenigen Störstelle geformt wird, an deren Position die Elektronenkonzentration  $n = 10^{10} / cm^3$  beträgt. Bei dieser Konzentration ist die Auswirkung des RTS-Rauschens als Rauschspektrum maximal (s. Kapitel 2.5). Unter den erwähnten Annahmen soll nun ermittelt werden, welche Werte für die charakteristischen Größen der Störstelle noch im Einklang mit den Messungen stehen. In Abbildung 3.21 sind hierzu zwei Extremsituationen und die Variante dargestellt, mit der die Anpassung fortgesetzt werden wird.



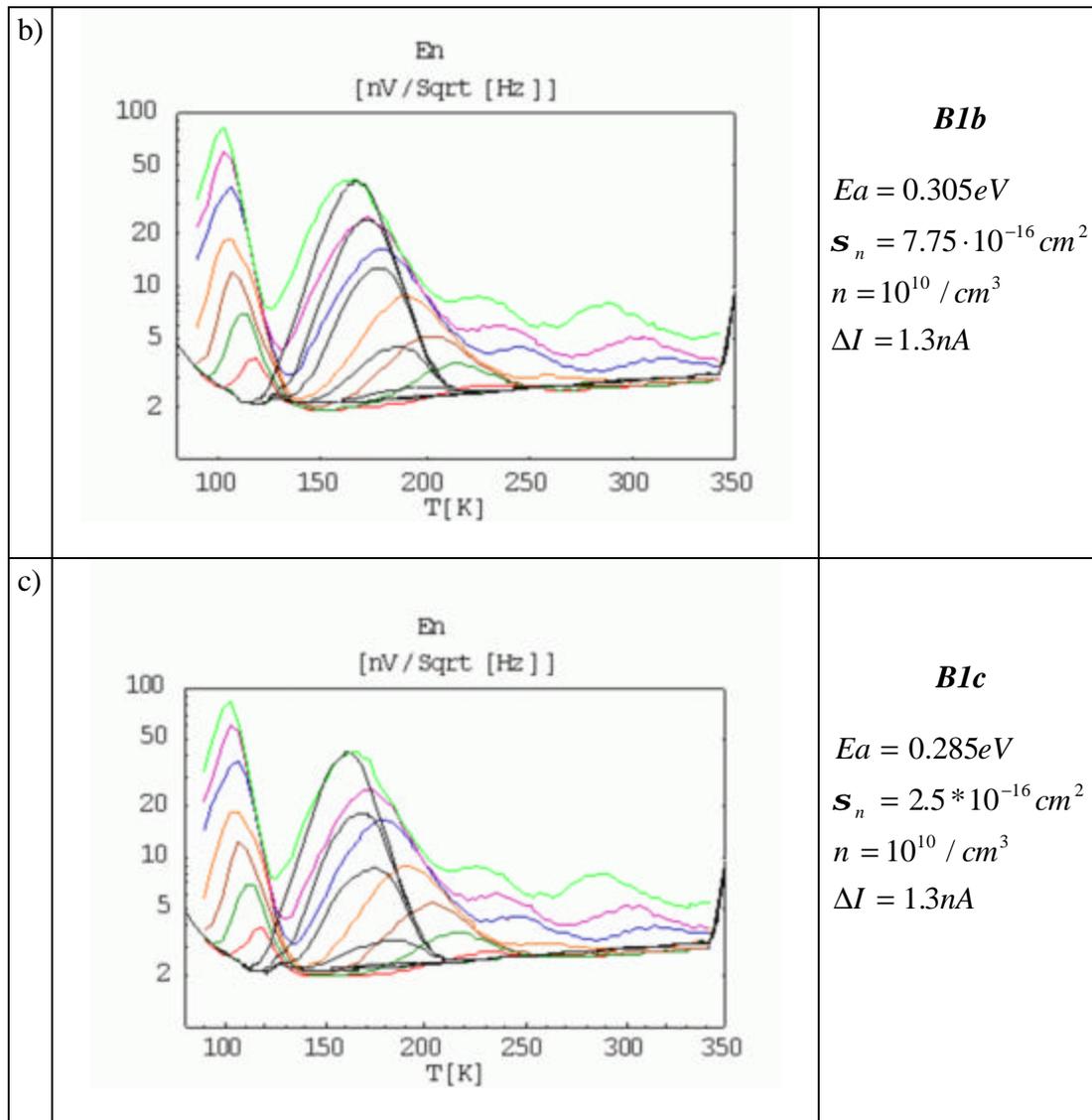


Abbildung 3.21 Anpassung der Messdaten im Bereich des Rauschhügels B (s. Abbildung 3.20) mit analytisch berechneten Rauschkurven für einzelne Störstellen verschiedener Energie und verschiedenen Wirkungsquerschnitts. Die farbigen Kurven beziehen sich auf die Messung, die schwarzen Kurven geben das Ergebnis der jeweiligen Anpassung wieder. Die Frequenzen zu den einzelnen Rauschkurven können der Abbildung 3.20 entnommen werden. Es wurde angenommen, daß nur Elektronen- und keine Löcherkommunikation mit der Störstelle stattfindet, d.h. die Störstelle sich in der Nähe des Kanals befindet. Die Elektronenkonzentrationen an der Stelle der Störstelle wurde so gewählt, daß das RTS-Rauschen seinen maximalen Einfluß als Rauschspektrum hat ( $n = 10^{10} / cm^3$ ). Mit Hilfe dieser Berechnungen kann der Bereich für die charakteristischen Größen der Störstelle abgeschätzt werden, in dem das analytische Modell noch in Einklang mit den Messungen zu bringen ist. Die beiden ersten Diagramme zeigen die beiden Extremfälle mit einer Störstelle der minimal bzw. maximal möglichen Energie. Die letzte Darstellung gibt das Ergebnis

des Modells für den Fall wider, von dem für die folgende Anpassung ausgegangen wurde.

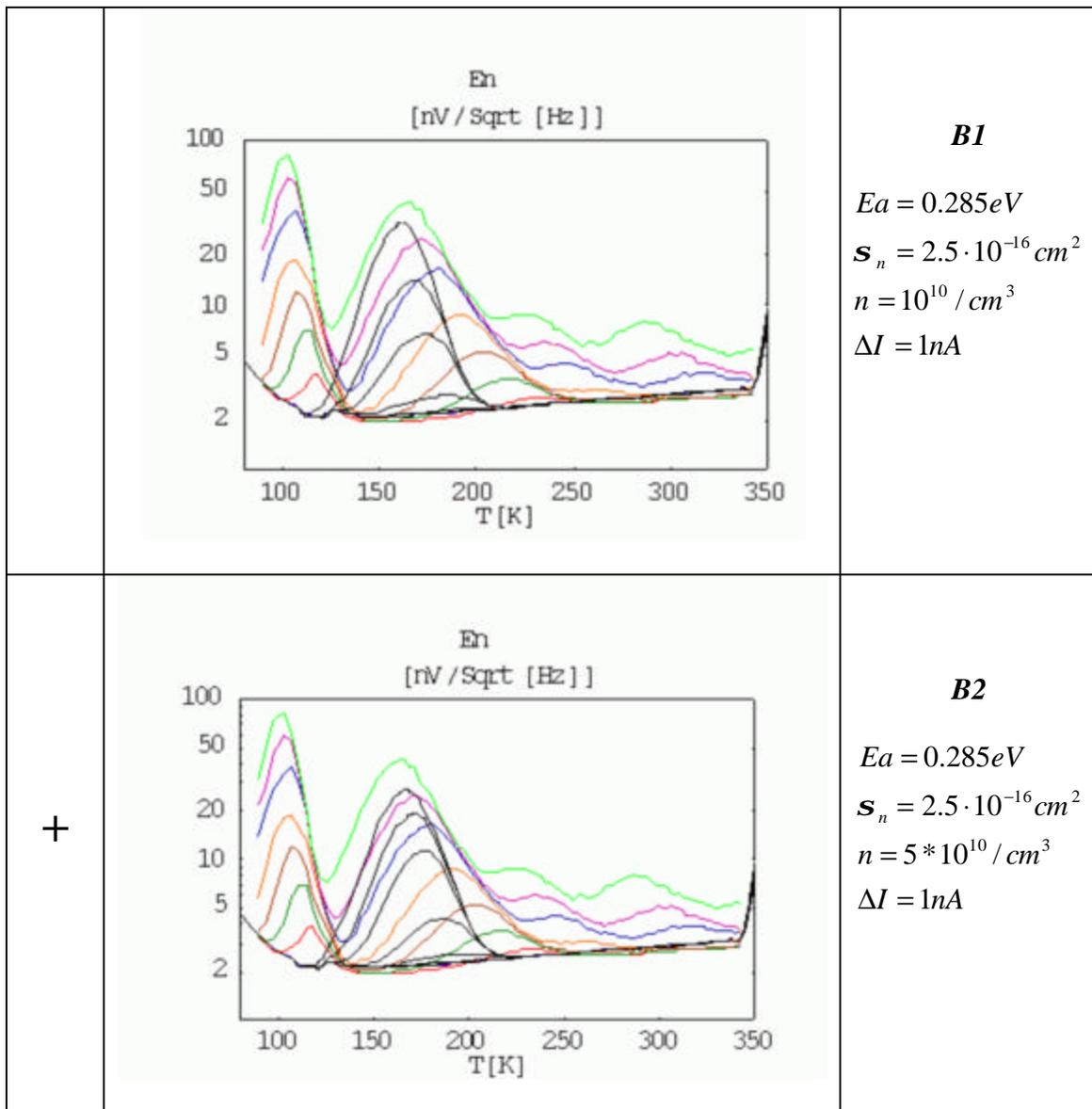
In Abbildung 3.21a) wurde die minimal mögliche Energie von  $E_a = 0.272eV$  gewählt. Der Wirkungsquerschnitt und der Stromsprung wurden so gewählt, daß die 10Hz-Kurve möglichst gut angepaßt wird. Hierbei erkennt man, daß eine einzige Störstelle für die Anpassung an die Messungen nicht ausreicht, weil der Frequenzabfall zu steil wäre. Bei noch kleineren Energien müsste der Wirkungsquerschnitt ebenfalls kleiner gewählt werden, um das Maximum der 10Hz-Kurve anpassen zu können. In diesem Fall würde allerdings die Kurvenform der 10Hz-Kurve zu breit werden. Im Fall der gewählten Parameterwerte müßte mindestens eine Störstelle gleichen Typs an einer Position höherer Elektronenkonzentration im analytischen Modell hinzugefügt werden, damit der rechte Abfall des Rauschhügels bei höheren Frequenzen als 10Hz angepaßt werden kann. Damit würde aber die 10Hz-Kurve auch breiter werden als in den Messungen, d.h. die gewählten Parameterwerte stellen eine Abschätzung nach unten des Energieniveaus der Störstelle dar, der eigentliche Wert muß größer sein.

Als nächster Schritt soll die Energie der Störstelle nach oben abgeschätzt werden. Der Extremfall ist in Abbildung 3.21b) dargestellt. Wenn man eine höhere Energie der Störstelle wählt, muß diese Wahl durch einen höheren Wirkungsquerschnitt kompensiert werden, um nicht mit der analytischen 10Hz-Kurve rechts neben der gemessenen zu landen. Ein höherer Wirkungsquerschnitt erhöht die Emissions- und Einfangrate für die Elektronen und damit die Übergangsfrequenz, bei der das Rauschspektrum einer einzigen Störstelle vom konstanten Bereich in den frequenzabhängigen Teil übergeht. Hier wurde der Wirkungsquerschnitt gerade so groß gewählt, daß damit der Frequenzabfall der Messungen noch angepaßt werden kann. Ein noch höherer Wirkungsquerschnitt würde einen zu flachen Frequenzabfall bewirken. Analog zum vorherigen Fall der Abschätzung der minimalen Energie der Störstelle handelt es sich hier wiederum um eine Maximalabschätzung, da die notwendige Hinzunahme von Störstellen gleichen Typs an einer Position höherer Elektronenkonzentration mindestens die 10Hz-Kurve unangemessen verbreitert.

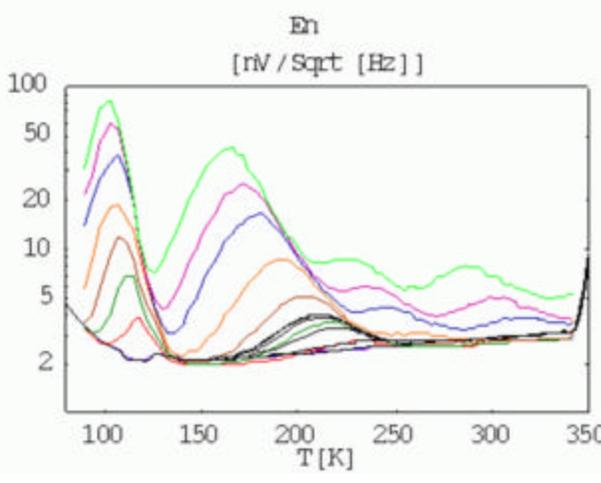
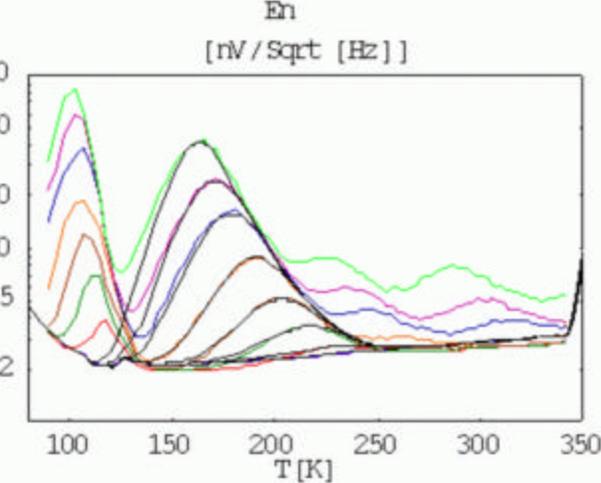
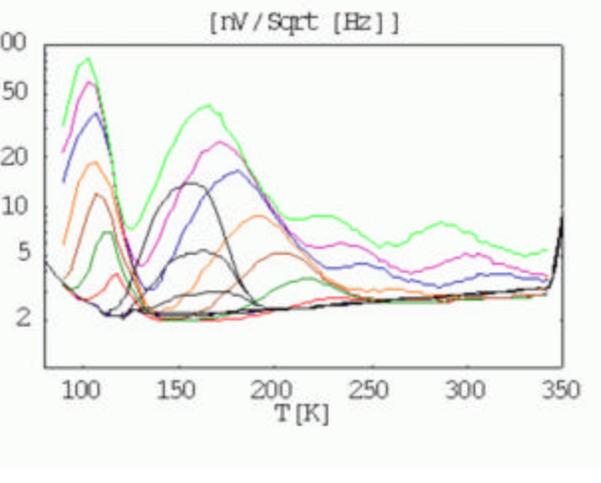
Faßt man die beiden vorangegangenen Betrachtungen zusammen, kann man in einer konservativen Abschätzung folgern, daß das Energieniveau der Störstelle zwischen  $E_a = 0.272eV$  und  $E_a = 0.305eV$  liegen sollte. Für die folgende Anpassung wurde ein Wert in diesem Bereich gewählt. Die Parameterwerte und die dazugehörigen Rauschkurven sind in Abbildung 3.21c) aufgelistet bzw. dargestellt.

In Abbildung 3.22 wird gezeigt, wie mit Hilfe von 6 Störstellen des im vorangegangenen bestimmten Typs der Rauschhügel B angepaßt werden kann. Ausgegangen wird dabei von einer Störstelle mit

den Parameterwerten der Störstelle B1c aus Abbildung 3.21c). Allerdings muß der Stromsprung heruntergesetzt werden, um dem Einfluß der weiteren Störstellen Rechnung zu tragen. In Abbildung 3.22 sind die Parameterwerte und die Rauschkurven für alle verwendeten Störstellen aufgelistet bzw. dargestellt. Wie schon erwähnt, sind alle Störstellen vom gleichen Typ, nur die Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle und der Stromsprung werden variiert. Zusätzlich ist der gemeinsame Einfluß der jeweils bereits verwendeten Störstellen als Rauschkurven dargestellt. Hieran kann nachvollzogen werden, wie durch das sukzessive Hinzunehmen von weiteren Störstellen die Anpassung schrittweise verbessert wird.



→		<b><i>B1+B2</i></b>
+		<b><i>B3</i></b> $E_a = 0.285 eV$ $s_n = 2.5 \cdot 10^{-16} cm^2$ $n = 5 \cdot 10^{11} / cm^3$ $\Delta I = 1.15 nA$
→		<b><i>B1+B2+B3</i></b>

+		<p><b>B4</b></p> <p><math>Ea = 0.285eV</math>  <math>s_n = 2.5 \cdot 10^{-16} cm^2</math>  <math>n = 5 \cdot 10^{12} / cm^3</math>  <math>\Delta I = 1.1nA</math></p>
→		<p><b>B1+B2+B3+B4</b></p>
+		<p><b>B5</b></p> <p><math>Ea = 0.285eV</math>  <math>s_n = 2.5 \cdot 10^{-16} cm^2</math>  <math>n = 6 \cdot 10^8 / cm^3</math>  <math>\Delta I = 1.2nA</math></p>

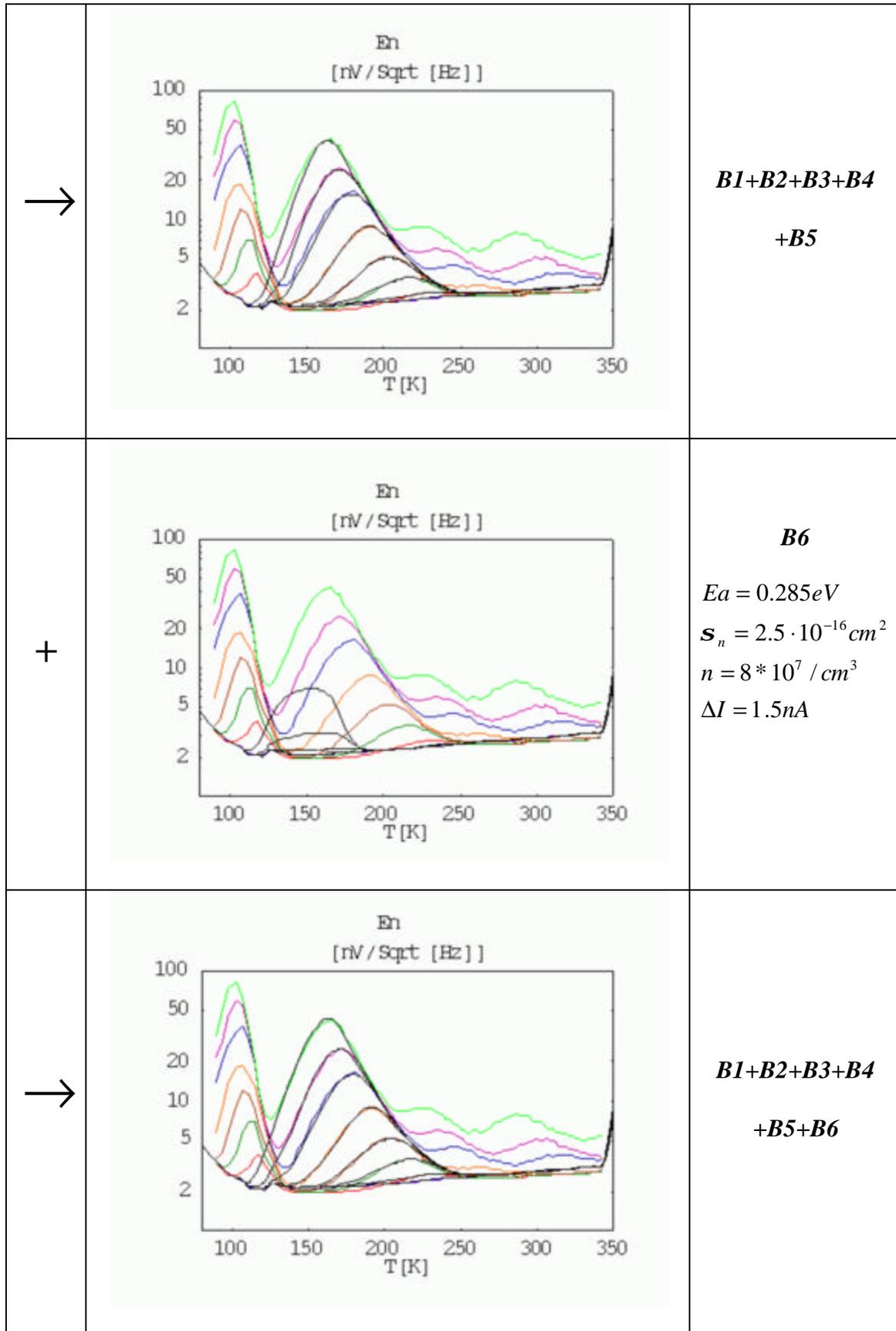


Abbildung 3.22 Anhand der hier angeführten Sequenz von Darstellungen kann nachvollzogen werden, wie der gemessene Rauschhügel B durch 6 Störstellen gleichen Typs

angepaßt werden kann. Der Typ der Störstelle wurde in der vorangegangenen Betrachtung (s. Abbildung 3.21) ausgewählt. Abgebildet sind die Rauschkurven der einzelnen Störstellen sowie der jeweils bereits verwendeten Störstellen. Die Parameterwerte für die einzelnen Störstellen können in der Spalte ganz rechts abgelesen werden. Von Störstelle zu Störstelle wird nur die Elektronenkonzentration am Ort der jeweiligen Störstelle und der von ihr hervorgerufene Stromsprung verändert.

Zur Veranschaulichung soll nun noch die Lage der gewählten Störstellen in Bezug auf den Kanal schematisch dargestellt werden. In Abbildung 3.23 sind die relevanten Positionen von Störstellen der Art B4 und B6 durch Linien gekennzeichnet. Die Positionen der anderen Störstellen könnte analog hinzugezeichnet werden, wurde aber aus Übersichtsgründen weggelassen. Die notwendige Amplitude einer Art von Störstelle kann entweder durch eine einzelne Störstelle oder durch mehrere Störstellen hervorgerufen werden, die im Vergleich zur einzelnen Störstelle näher an der Source des Transistors liegen müssen.

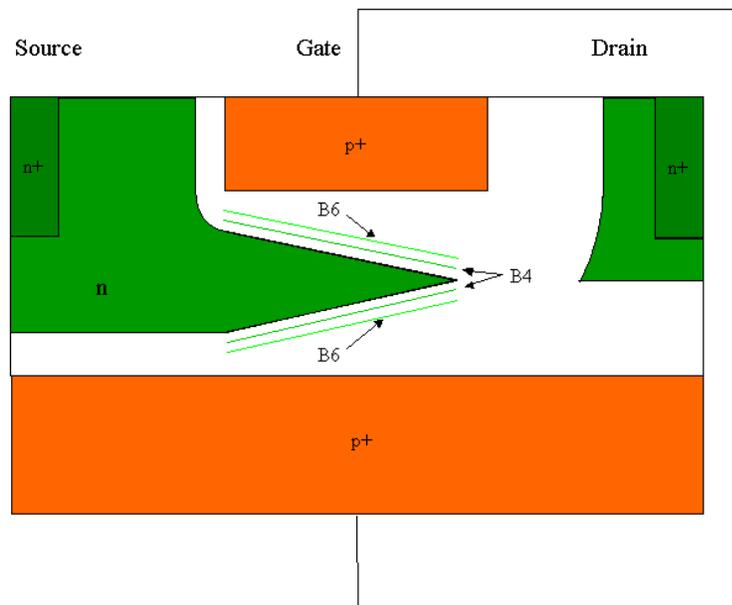


Abbildung 3.23 In dieser Abbildung sind schematisch der vermessene nJFET in Sättigung und die mögliche Lage von Störstellen des Typs B4 und B6 durch Linien dargestellt. Die Linien für die Störstellen der übrigen Arten befinden sich zwischen den eingezeichneten Linien. Der für die Anpassung notwendige Stromsprung kann entweder durch eine einzelne Störstelle oder durch mehrere Störstellen

hervorgerufen werden, die im Vergleich zur einzelnen Störstelle näher an der Source des Transistors liegen müssen.

Die ausgeführte Anpassung stellt keine eindeutige Lösung dar. Allerdings konnte damit gezeigt werden, daß über Rauschmessungen Störstellen näherungsweise identifiziert werden können. Der mögliche Bereich für das Energieniveau und den Wirkungsquerschnitt für Elektronen der Störstelle ließ sich deutlich einschränken. Im Fall der vorliegenden Messung konnte gezeigt werden, daß mehrere Störstellen für die Anpassung benötigt werden. Deren örtliche Verteilung kann mit der vorgestellten Methode anhand der untersuchten Messung nicht eindeutig bestimmt werden. Es kann jedoch angenommen werden, daß nur Störstellen in Kanalnähe (s. Abbildung 3.23) Einfluß auf das Rauschspektrum nehmen.

Wenn man einen sehr rauscharmen Transistor vorliegen hätte, der nur eine Störstelle in der Nähe des Kanals aufweist, könnten die Betriebsparameter des Transistors im günstigen Fall so lange verändert werden bis der Einfluß der Störstelle auf das Rauschspektrum maximal ist. Dann würde man annehmen, daß die Störstelle an einer Position im Bauelement sitzt, an der die Elektronenkonzentration (nJFET) ungefähr  $n \approx 10^{10}/\text{cm}^3$  beträgt. Aus der Form des Rauschspektrums in Abhängigkeit von der Temperatur ließen sich daraufhin die charakteristischen Größen der Störstelle eindeutig bestimmen. In einer Störstellensimulation könnte der Transistor unter den eingestellten Betriebsparametern simuliert werden und eine einzelne Störstelle an einen Ort in der Nähe des Kanals gesetzt werden, an dem die Elektronenkonzentration ungefähr  $n \approx 10^{10}/\text{cm}^3$  beträgt. Diese Bedingung wird von zwei schmalen Bereichen oberhalb und unterhalb des Kanals erfüllt, die sich längs des Kanals erstrecken. Der Stromsprung und damit die Amplitude des Rauschspektrums schränkt zusätzlich die laterale Position der Störstelle ein. Bei einem 4-endigen JFET läßt sich die vertikale Lage der Störstelle durch ein Durchschieben des stromführenden Kanalbereichs durch die gesamte Kanalregion bestimmen, wenn sich die Störstelle an einer Position innerhalb des Kanals befindet, die vom stromführenden Kanalbereich durch die Wahl geeigneter Gate- und Substratspannungen abefahren werden kann. Bei einem 3-endigen JFET kann im allgemeinen nicht entschieden werden, ob sich die Störstelle oberhalb oder unterhalb des Kanals befindet.

### **3.4 Multistabile Defekte**

Bei der Durchführung der Rauschmessungen stellt sich die Frage der Reproduzierbarkeit der Ergebnisse. Zu diesem Zweck wurden unter anderem Wiederholungsmessungen an einem pJFET

durchgeführt, der in einen DEPFET integriert ist (s.[Klein96]). In einer ersten Messung wurde das Bauelement bis zur minimal erreichbaren Temperatur hinuntergekühlt und daraufhin eine Rauschmessung über den gesamten für den entsprechenden Aufbau regelbaren Temperaturbereich durchgeführt ( $T \approx 95 - 300 K$ ). Daraufhin wurde der Transistor wieder zur minimalen Temperatur hinuntergekühlt und eine zweite identische Messung gestartet. Bei einer dritten anschließenden Messung wurde genauso verfahren. Das Hinunterkühlen erfolgte in direktem Anschluß an die letzte Messung bei der höchsten Temperatur. Die Verweildauer auf der tiefsten Temperatur, von der aus die Messungen gestartet wurden, variierte von Messfahrt zu Messfahrt. Während der gesamten Zeit der Messungen, des erneuten Hinunterkühlens und den Wartezeiten bei der tiefsten Temperatur blieb der Transistor in Betrieb. In Abbildung 3.24 sind die Ergebnisse der drei aufeinanderfolgenden Messungen in einer Graphik dargestellt.

Die Messungen zeigen einen deutlichen Unterschied des Rauschverhaltens bei hohen bzw. tiefen Temperaturen. Bei hohen Temperaturen reproduzieren sich die Rauschwerte innerhalb der Messungenauigkeit, bei tiefen Temperaturen gibt es große Unterschiede zwischen den Rauschspektren der drei Messungen. Die Maxima der Rauschkurven verschieben sich von Messung zu Messung in der Temperatur, d.h. es scheint, daß das Niederfrequenzrauschen von Störstellen unterschiedlichen Typs hervorgerufen wird.

Die Messungen legen nahe, daß durch die Messungen selbst, bei denen eine Temperaturbehandlung des Bauelements stattfindet, die Eigenschaften von Störstellen verändert werden können. Dieses Verhalten von Störstellen wurde bereits bei anderen Messungen festgestellt (s.[Zhan93]). Solche Störstellen werden als multistabile Defekte bezeichnet und stellen Kristalldefekte dar, deren Konfiguration durch verschiedene Einflüsse (z.B. Temperaturbehandlung, Ladungsinjektion) verändert werden kann.

In den vorliegenden Messungen (s.Abbildung 3.24) traten stabile (D) und multistabile Defekte (A, B, C) auf. In der ersten und der dritten Messung tritt in beiden Fällen die Konfiguration C auf, allerdings mit unterschiedlicher Amplitude im Rauschspektrum. Im Vergleich zur ersten Messung müssen sich neue Störstellen vom Typ C gebildet haben, wodurch höhere Rauschwerte bei den entsprechenden Temperaturen erreicht werden (s. Abbildung 3.24, schwarze Verbindungslinien).

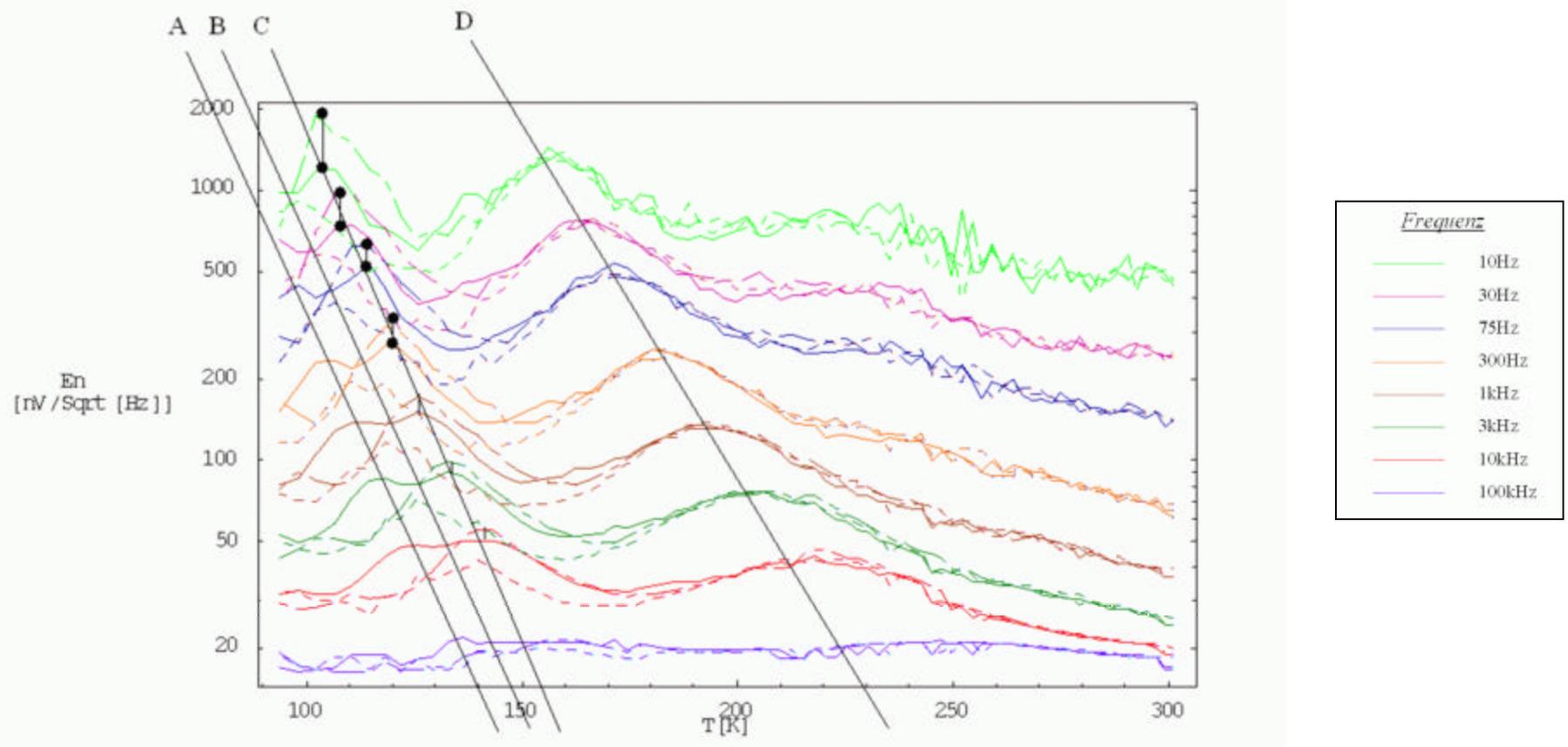


Abbildung 3.24 Rauschspektren aus drei direkt aufeinanderfolgenden identischen Messungen an einem pJFET, der in einen DEPFET integriert ist (s. [Klein96]). Die durchgezogenen Linien beziehen sich auf die erste Messung, die gleichmäßig gestrichelten Linien auf die zweite und die ungleichmäßig gestrichelten Linien auf die dritte Messung. Anhand dieser Rauschmessungen können vier Typen von Störstellen identifiziert werden (A, B, C, D). Die Verbindungslinien zwischen Maxima der ersten und der dritten Messung verdeutlichen, daß der Störstellentyp C in jeder dieser beiden Messungen auftritt.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

Zum Abschluß sollen die wichtigsten Punkte der Arbeit zusammengefaßt werden und ein Ausblick auf mögliche zukünftige Untersuchungen gegeben werden, die sich an diese Arbeit anschließen können.

Im theoretischen Teil wurde eine Übersicht über die wichtigsten Rauschmechanismen in Halbleitern gegeben. Eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Rauschquellen und deren Auswirkung in einem exemplarischen spektroskopischen System wurde ausgeführt.

Im Besonderen wurde auf das Niederfrequenzrauschen eingegangen, das durch Störstellen in Halbleiterbauelementen zustandekommt. Hierbei wurde gezeigt, wie man den Einfluß einzelner Störstellen auf das Niederfrequenzrauschen vollständig bestimmen kann. Die Abhängigkeit von den Parametern, die das Störstellen-Rauschen beeinflussen, wurden eingehend untersucht. Am Beispiel eines nJFETs konnte erkannt werden, daß Störstellen längs des Kanals bei einer ungefähren Konzentration von  $n \approx 10^{10}/\text{cm}^3$  den größten Einfluß auf das Niederfrequenzrauschen des Transistors haben. Störstellen am Drainende des Kanals haben einen größeren Einfluß als Störstellen in der Nähe der Source. Die Energie der Störstelle innerhalb der Bandlücke wirkt sich auf die Temperatur aus, bei der das Niederfrequenzrauschen maximal wird.

Im experimentellen Teil wurde ein Messaufbau vorgestellt, mit Hilfe dessen temperaturabhängige Rauschmessungen bei unterschiedlichen Frequenzen mit hoher Genauigkeit durchgeführt werden können. Daraufhin wurden zwei Methoden entwickelt, mit denen die Ergebnisse der Rauschmessungen ausgewertet werden können.

Im ersten Fall wurde gezeigt, wie aus den Rauschmessungen an einem Transistor die Energieauflösung eines exemplarischen spektroskopischen Systems berechnet werden kann, in das der vermessene Transistor als erste Verstärkungsstufe eingebaut ist. Die zweite Methode ermöglicht es, aus den durchgeführten Rauschmessungen Informationen über Kristallfehler im Bauelement zu erhalten. Diese Methode wurde exemplarisch für eine Messung an einem rauscharmen Transistor ausgeführt. Dabei konnte das Energieniveau und der Wirkungsquerschnitt eines Typs von Störstelle näherungsweise bestimmt werden.

Bei einem Transistor, bei dem nur eine Störstelle das Niederfrequenzrauschen beeinflusst, könnten die charakteristischen Größen der Störstelle im günstigen Fall eindeutig bestimmt werden. Ein dementsprechend rauscharmer Transistor konnte im Rahmen dieser Arbeit nicht gefunden werden. In

Zukunft könnte die vorgestellte Methode allerdings eine Alternative zu den Standard-Methoden wie z.B. DLTS (s.[Grasserbauer94]) darstellen. Der Vorteil der hier ausgeführten Methode gegenüber den Standardmethoden könnte darin liegen, daß einzelne Störstellen und nicht stark geschädigte Halbleiter untersucht werden können. Außerdem kann die Methode an Transistoren durchgeführt werden, die nicht nur Teststrukturen darstellen sondern in elektronischen Systemen zur Anwendung kommen.

Ein interessantes Ergebnis dieser Arbeit zeigte ferner eine Messung, mit welcher der Einfluß von multistabilen Defekten auf das Rauschen von Transistoren nachvollzogen werden konnte. Hier zeigte sich, daß nicht nur stabile sondern auch multistabile Defektkonfigurationen in Halbleitern existieren, die allein durch die Temperaturbehandlung während der entsprechenden Rauschmessung von einer zu einer anderen Konfiguration übergehen.

Daneben können nun aufbauend auf diese Arbeit systematische Untersuchungen an Transistoren durchgeführt werden. Auf diese Weise kann man die Abhängigkeit des Rauschens vom Layout und dem Herstellungsprozess untersuchen und die Transistoren dementsprechend optimieren.

Diesbezüglich können die folgenden Gesichtspunkte untersucht werden:

- Welchen Einfluß haben Störstellen an Halbleiteroberflächen und in Isolatorschichten (z.B. einem Oxyd) auf der Oberseite des Transistors auf die Rauscheigenschaften des Bauelements? (In dieser Arbeit wurden nur Störstellen innerhalb des Halbleiters betrachtet.)
- Zur Herstellung der benötigten dotierten Gebiete von Transistoren werden die entsprechenden Dotieratome oft implantiert, wodurch Kristallschäden erzeugt werden. Hierbei stellt sich die Frage, in wie weit die erzeugten Kristalldefekte durch eine üblicherweise nachfolgende Temperaturbehandlung ausgeheilt werden können, um das Niederfrequenzrauschen möglichst gering zu halten. Alternativ dazu können Transistoren untersucht werden, die hauptsächlich mit Hilfe von Diffusionsprozessen aufgebaut worden sind.
- Außerdem kann untersucht werden, welche Geometrie optimal für einen möglichst rauscharmen Transistor ist. Wenn man einen Transistor in einem spektroskopischen System (s. Kapitel 2.3) verwenden möchte, muß berücksichtigt werden, daß eine Veränderung der Geometrie einhergehen kann mit einer Veränderung der Eingangskapazität des Transistors und damit der Energieauflösung des spektroskopischen Systems.

## Liste verwendeter Symbole

Symbol	Beschreibung	Wert	Einheit
$E_g$	Größe der Bandlücke (Si) in Energieeinheiten	1.12 (300 K)	eV
$\frac{dE_g}{dT}$	Änderung der Größe der Bandlücke (Si) mit der Temperatur	$- 2.3 * 10^{-4}$	$\frac{eV}{K}$
$f$	Frequenz	-	Hz
$h$	Plancksche Konstante	$6.63 * 10^{-34}$	J s
$j$	Imaginäre Einheit	$\sqrt{-1}$	1
$k_B$	Boltzmann-Konstante	$1.38 * 10^{-23}$	J / K
$L$	Laplace-Transformation	-	-
$m_0$	Ruhemasse des Elektrons	$0.91 * 10^{-30}$	kg
$m_n$	Effektive Masse eines Elektrons	$1.18 * m_0$ (300 K) $1 * m_0$ (4 K)	kg
$m_p$	Effektive Masse eines Lochs	$0.81 * m_0$ (300 K) $0.591 * m_0$ (4 K)	kg
$N_c$	Effektive Zustandsdichte im Leitungsband	-	$1 / cm^3$
$N_v$	Effektive Zustandsdichte im Valenzband	-	$1 / cm^3$
$n_i$	Intrinsische Ladungsträgerdichte	$1.45 * 10^{16}$	$\frac{1}{m^3}$
$q$	Elementarladung	$1.60 * 10^{-19}$	C
$s = j\omega$		-	Hz
$t$	Zeit	-	s
$T$	Temperatur	-	K

$v_{th, n, p}$	Thermische Geschwindigkeit der Elektronen bzw. Löcher	-	$\frac{cm}{s}$
$\epsilon$	Dielektrizitätskonstante	-	$\frac{F}{cm}$
$m_n, m_p$	Beweglichkeit der Elektronen bzw. Löcher	Si : 1500 ,450 (300 K)	$\frac{cm^2}{Vs}$
$s_{n, p}$	Wirkungsquerschnitt für den Einfang eines Elektrons bzw. eines Lochs in eine Störstelle	-	$cm^2$
$w = 2\pi f$	Kreisfrequenz	-	Hz

## Literatur

- [ATLAS94] ATLAS Collaboration. “*ATLAS Technical Proposal*”, CERN/LHCC 94-43
- [Buckingham] M.J.Buckingham. “*NOISE IN ELECTRONIC DEVICES AND SYSTEMS*”, John Wiley&Sons
- [Gatti86] E.Gatti und P.F.Manfredi. “*Processing the Signals from Solid-State-Detector in Elementary Particle Physics*”, Rivista del Nuovo Cimento, Vol.9, serie 3, No.1 (1986)
- [Gatti96] E.Gatti, A.Geraci, G.Ripamonti. “*Automatic synthesis of optimum filters with arbitrary constraints and noises: a new method*”, NIMA 381 (1996) 117-127
- [Gatti97] E.Gatti, A.Geraci, G.Ripamonti. “*Optimum time-limited filters for input signals of arbitrary shape*”, NIMA 395 (1997) 226-230
- [Grasserbauer94] M.Grasserbauer . “*Analysis of Microelectronic Materials and Devices*”, John Wiley & Sons (1994)
- [Kandiah83] C.E.Cox, K.Kandiah. “*High Precision Measurement Of Transistor Noise With Automatic Calibration Under Computer Control*”, Proceedings of the IEEE Nuclear Science Symposium, San Francisco, October 1983
- [Klein96] P.Klein. “*Entwicklung, Bau und Test eines Halbleiter-Bildzellendetektors für den Einsatz in der Teilchenphysik* ”, Dissertation an der Fakultät für Physik der Ludwig-Maximilians-Universität München 1996
- [Lauritzen68] Peter O. Lauritzen. “*Noise Due to Generation and Recombination of Carriers in p-n Junction Transition Regions*”, IEEE Vol.ED-15 No.10 S.770ff.
- [Lawson50] J.L.Lawson, G.E.Uhlenbeck. “*Threshold Signals*” McGrawHill 1950
- [Lechner98] P.Lechner. “*Zur Ionisationsstatistik in Silizium*“ Dissertation an der Fakultät für Physik der Technischen Universität München. München, Februar 1998

- [Longoni95] A.Longoni, E.Gatti, R.Sacco. *“Trapping noise in semiconductor devices: A method for determining the noise spectrum as a function of the trap position”*, J.Appl.Phys.78 (10), 1995, S.6283ff.
- [Longoni98] A.Longoni et al. . *“A portable XRF spectrometer for non-destructive analyses in archeometry”*, NIMA 409 (1998) 407-409
- [Lutz99] G.Lutz. *“Semiconductor Radiation Detectors”*, Springer 1999
- [Müller79] R.Müller. *“Rauschen” Halbleiter-Elektronik 15*, Springer 1979
- [Pinotti93] E.Pinotti . *“The pn-CCD on-chip electronics”*, NIM A326 (1993) 85-91
- [Strüder96] L.Strüder, J.Kemmer. *“Neuartige Röntgendetektoren für die Astrophysik”*, Phys.Bl. 52 (1996) 21-26
- [Strüder99] L.Strüder et al. . *“High-Resolution X-ray Spectroscopy Close to Room Temperature”*, Microsc. Microanal. 4, 622-631, 1999
- [Zhan93] X.D.Zhan, G.D.Watkins. *“Electron paramagnetic resonance of multistable interstitial-carbon-substitutional-V-atom pairs in silicon”*, Physical Review 47,11 (1993) 6363-6380

## Abbildungsverzeichnis

<a href="#">Abbildung 2.1</a>	<a href="#">Ersatzschaltbild für ein rauschendes Bauelement in einem Zweipol.....</a>	8
<a href="#">Abbildung 2.2</a>	<a href="#">Stromsignal, das von der thermischen Bewegung eines Ladungsträgers in einem Widerstand auf die Zuleitungen induziert wird.....</a>	15
<a href="#">Abbildung 2.3</a>	<a href="#">Autokorrelationsfunktion des Stromsignals, das von der thermischen Bewegung der Ladungsträger in einem Widerstand auf den Zuleitungen induziert wird. <math>i_i</math> bezeichnet den Rauschstrom des i-ten Teilchens von n freien Ladungsträgern.....</a>	15
<a href="#">Abbildung 2.4</a>	<a href="#">Geschwindigkeitsverlauf eines Ladungsträgers in einem Widerstand bei einer festen angelegten Spannung.....</a>	18
<a href="#">Abbildung 2.5</a>	<a href="#">Aufteilung des Kanals eines JFETs in Teilwiderstände zur Berechnung des thermischen Rauschens des Transistorkanals .....</a>	20
<a href="#">Abbildung 2.6</a>	<a href="#">graphische Bestimmung der Autokorrelationsfunktion eines Strompulses, der durch die konstante Drift eines Elektrons in der Raumladungzone auf den Zuleitungen induziert wird.</a>	26
<a href="#">Abbildung 2.7</a>	<a href="#">Vorfaktor aus (2.56) bzw. (2.57) für verschiedene Energieniveaus der generierenden Störstellen in der Bandlücke von Silizium. Auf der x-Achse ist die Aktivierungsenergie von der Störstellenenergie zum Leitungsband angegeben. Die Temperatur wurde auf 295 K und die Wirkungsquerschnitte für Elektronen sowie für Löcher auf <math>10^{-15} \text{ cm}^2</math> gesetzt.....</a>	31
<a href="#">Abbildung 2.8</a>	<a href="#">Gemessenes und theoretisches RTS-Signal:.....</a>	33
<a href="#">Abbildung 2.9</a>	<a href="#">Typisches RTS-Rauschspektrum .....</a>	38
<a href="#">Abbildung 2.10</a>	<a href="#">Ideale und reale Energieauflösung eines spektroskopischen Systems ohne bzw. mit elektronischem Rauschen.....</a>	40
<a href="#">Abbildung 2.11</a>	<a href="#">Typisches spektroskopisches System.....</a>	41
<a href="#">Abbildung 2.12</a>	<a href="#">Für die Energieauflösung relevanter Teil des spektroskopischen Systems aus Abbildung 2.11. Es wird nur die erste Verstärkungsstufe des Verstärkers berücksichtigt, die durch einen JFET mit zwei steuernden Gates realisiert sei.....</a>	42

<u>Abbildung 2.13</u>	<u>Kleinsignal-Ersatzschaltbild für die Signalanalyse. RK bezeichnet den Kontakt, an dem die Detektorspannung angelegt wird (“Rückkontakt“).</u> .....	43
<u>Abbildung 2.14</u>	<u>Kleinsignal-Ersatzschaltbild für die Rauschanalyse. Die Rauschquellen sind blau eingezeichnet und durchwegs als Stromquellen angesetzt.</u> .....	44
<u>Abbildung 2.15</u>	<u>Schematische Darstellung eines Signalverarbeitungs-Systems zur Bestimmung des Filters, der zur optimalen Energieauflösung führt.</u> .....	49
<u>Abbildung 2.16</u>	<u>RTS-Rauschen in Abhängigkeit von der Elektronenkonzentration. Hierbei wurde nur der Elektroneneinfang und die Elektronenemission berücksichtigt. Das Energieniveau der Störstelle beträgt für die blauen Kurven 0.08eV, für die roten Kurven 0.32eV und für die grünen Kurven 0.56eV (d.h. das Energieniveau der Störstelle liegt in der Bandmitte). Als Energien wird die Energiedifferenz von dem Energieniveau der Störstelle zum Leitungsband angegeben. Alle drei Kurvenscharen beinhalten Rauschkurven bei den selben 7 verschiedenen Elektronenkonzentrationen am Ort der Störstelle (<math>n = 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}, 10^{12}, 10^{14}, 10^{16} / \text{cm}^3</math> ). Mit steigender Elektronenkonzentration wandert das Maximum der einzelnen Rauschkurven immer weiter zu höheren Temperaturen hin. Alle Kurven beziehen sich auf das Rauschen bei einer Frequenz von 10Hz.</u> .....	56
<u>Abbildung 2.17</u>	<u>RTS-Rauschspektren bei 10, 30, 75, 300, 1k, 3k, 10k,100kHz für drei verschiedenen Elektronenkonzentrationen (<math>n = 10^8, 10^{10}, 10^{12} / \text{cm}^3</math> für die grüne, rote bzw. blaue Kurvenschar). Die Störstelle besitzt eine Energie von 0.32eV und kann nur Elektronen einfangen bzw. emittieren. Die jeweils höchste Kurve entspricht der Frequenz von 10Hz.</u> .....	57
<u>Abbildung 2.18</u>	<u>Rauschen bei 10, 30, 75, 300, 1k, 3k, 10k, 100kHz in Abhängigkeit von der Temperatur bei verschiedenen Wirkungsquerschnitten der Störstelle. Die blaue Kurvenschar wurde mit einem Wirkungsquerschnitt für Elektronen von <math>2.5 * 10^{-16} \text{cm}^2</math>, die rote Kurvenschar mit einem Wirkungsquerschnitt von <math>2.5 * 10^{-15} \text{cm}^2</math> erzeugt. Es wurde nur die Kommunikation der Störstelle mit Elektronen berücksichtigt. Die Energie der Störstelle beträgt 0.32eV, die Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle <math>10^{12} / \text{cm}^3</math>.</u> .....	58
<u>Abbildung 2.19</u>	<u>Rauschspektren mit reiner Elektronenkommunikation (rote Kurvenschar) und mit zusätzlicher Löcheremission (orange Kurvenschar). Die Energie der Störstelle beträgt <math>E_g / 2</math>, die Elektronenkonzentration am Ort der Störstelle wurde auf <math>10^8 / \text{cm}^3</math> gesetzt.</u> .....	60
<u>Abbildung 2.20</u>	<u>Rauschspektrum ohne (orange Kurvenschar) und mit Löchereinfang (rote Kurvenschar). In beiden Fällen wird die vollständige Elektronenkommunikation und die Löcheremission berücksichtigt. Die Energie der Störstelle liegt auf der Bandmitte, die</u>	

Elektronenkonzentration wurde auf  $10^8 / \text{cm}^3$  gesetzt. Da thermisches Gleichgewicht gefordert wurde, ergibt sich die Löcherdichte bei einer Temperatur von  $T = 350\text{K}$  zu  $2.38 * 10^{15} / \text{cm}^3$  (s.Tabelle 2.2). 62

- Abbildung 2.21 Rauschspektren unter Berücksichtigung der Elektronen- und Löcherkommunikation bei verschiedenen Elektronenkonzentrationen ( $n = 10^8$  (rote Kurvenschar),  $10^{10}$  (gelbe Kurvenschar),  $10^{12}$  (grüne Kurvenschar),  $10^{14}$  (blaue Kurvenschar) /  $\text{cm}^3$ ). Die Energie der Störstelle liegt auf der Bandmitte, die Löcherdichten ergeben sich aus der Forderung des thermischen Gleichgewichts (s.Tabelle 2.2)...... 63
- Abbildung 2.22 Rauschspektrum von einer Störstelle, die sich in einem vollständig verarmten Gebiet befindet. Für die roten Kurven wurde die Energie der Störstelle auf die Bandmitte gesetzt, im Fall der orangen Kurvenschar  $0.1\text{eV}$  über und bei den grünen Kurven  $0.1\text{eV}$  unter die Bandmitte. 64
- Abbildung 2.23 Aufbau des Widerstandes, an dem der Einfluß einer Ladung (umgeladene Störstelle) untersucht wurde...... 69
- Abbildung 2.24 a) Elektronen- und b) Löcher-Störkonzentration ( $\tilde{n}, \tilde{p}$ ), die durch eine zusätzliche Ladung in der Mitte des Widerstandes hervorgerufen wird. Die beiden Kontakte des Widerstandes sind auf gleichem Potential. ..... 70
- Abbildung 2.25 Störpotential  $\tilde{\varphi}$ , das durch eine zusätzliche Ladung in der Mitte des Widerstandes hervorgerufen wird. Die beiden Kontakte des Widerstandes sind auf gleichem Potential. 71
- Abbildung 2.26 Störkonzentration der Elektronen im Widerstand aus Abbildung 2.23, über den eine Spannung von  $1.5\text{V}$  angelegt wurde. Die linke Abbildung zeigt die Elektronenverteilung über den gesamten Widerstand, die rechte Abbildung stellt einen Schnitt bei einer Breite von  $2.5\mu\text{m}$  über den Längenbereich von 4 bis  $6.5\mu\text{m}$  dar...... 71
- Abbildung 2.27 Störkonzentration der Löcher im Widerstand aus Abbildung 2.23, über den eine Spannung von  $1.5\text{V}$  angelegt wurde. Die linke Abbildung zeigt die Löcherverteilung über den gesamten Widerstand, die rechte Abbildung stellt einen Schnitt bei einer Breite von  $2.5\mu\text{m}$  über den Längenbereich von 4 bis  $6.5\mu\text{m}$  dar...... 72
- Abbildung 2.28 Störpotential im Widerstand aus Abbildung 2.23, über den eine Spannung von  $1.5\text{V}$  angelegt wurde. Durch das Anlegen einer Spannung über den Widerstand bildet sich durch die Umverteilung der freien Ladungsträger ein Dipol heraus...... 73

<u>Abbildung 2.29</u>	<u>Aufbau des pJFETs, mit dem Simulationen zur Untersuchung des RTS-Rauschens durchgeführt wurden. Das Dotierungsprofil bis zu einer Tiefe von <math>3\mu\text{m}</math> ist in</u>	
	<u>Abbildung 2.30 dargestellt. P-dotierte Gebiete sind rot, n-dotierte Gebiete grün gefärbt. Die</u>	
	<u>Intensität der Farben deutet die Dotierungskonzentration an.</u>	75
<u>Abbildung 2.30</u>	<u>Nettodotierungsprofil des pJFETs aus Abbildung 2.29 bis zu einer Tiefe von</u>	
	<u><math>3\mu\text{m}</math>. An den pn-Übergängen ist die Dotierung null. Dies ist aufgrund der endlichen</u>	
	<u>Gittergröße nicht zu sehen.</u>	76
<u>Abbildung 2.31</u>	<u>Elektronenverteilung im pJFET aus Abbildung 2.29, der in Sättigung betrieben</u>	
	<u>wurde und dessen Bulk-Kontakt auf <math>0\text{V}</math> gesetzt wurde.</u>	77
<u>Abbildung 2.32</u>	<u>Stromsprung im Transistorstrom des pJFETs aus Abbildung 2.29, der durch</u>	
	<u>die Umladung einer Störstelle um eine Elementarladung hervorgerufen wird:</u>	78
<u>Abbildung 2.33</u>	<u>B-Faktor im pJFET aus Abbildung 2.29. Die Störstellenenergie wurde auf die</u>	
	<u>Bandmitte von Silizium, die Wirkungsquerschnitte der Störstelle mit Elektronen bzw. Löchern</u>	
	<u>wurden beide auf einen Wert von <math>s_n = s_p = 10^{-15} \text{cm}^2</math> gesetzt.</u>	80
<u>Abbildung 2.34</u>	<u>Frequenzunabhängiger Teil des RTS-Rauschspektrums <math>S_0 = 4AB = 4(\Delta I)^2 B</math></u>	
	<u>im pJFET aus Abbildung 2.29.</u>	82
<u>Abbildung 2.35</u>	<u>Gesamte Übergangsrate in Abhängigkeit von der Position innerhalb des pJFET</u>	
	<u>aus Abbildung 2.29. Das Energieniveau der Störstelle wurde auf die Bandmitte gesetzt. Die</u>	
	<u>Wirkungsquerschnitte der Störstelle mit Elektronen bzw. Löcher betragen beide</u>	
	<u><math>s_n = s_p = 10^{-15} \text{cm}^2</math>.</u>	84
<u>Abbildung 3.1</u>	<u>Schematische Darstellung des Messaufbaus ACUMENS, mit dem das Rauschen</u>	
	<u>von Transistoren als Funktion der Frequenz in Abhängigkeit von den Betriebsparametern des</u>	
	<u>Bauelements und von der Temperatur aufgenommen werden kann.</u>	92
<u>Abbildung 3.2</u>	<u>Messaufbau ACUMEN, mit dem das Rauschen von Transistoren in Abhängigkeit</u>	
	<u>von der Temperatur, dem Betriebszustand des Transistors und der Frequenz gemessen werden</u>	
	<u>kann.</u>	94
<u>Abbildung 3.3</u>	<u>Aufsicht auf den Kryostaten und den Vorverstärker</u>	95

<u>Abbildung 3.4</u>	<u>Haupteinheit des ACUMEN-Systems, die über einen IEEE-Bus vom Rechner aus gesteuert wird. In diese Haupteinheit sind die Bandpassfilter inklusive der V-f-Wandler, der Generator des Kalibrationssignals und der Temperaturregler als Einschübe integriert.....</u>	95
<u>Abbildung 3.5</u>	<u>Für das vorliegende Foto wurde die Stickstoffkanne aus dem Kryostaten herausgefahren, um den Aufbau des Kryostaten-Kühlfingers darstellen zu können. ....</u>	96
<u>Abbildung 3.6</u>	<u>Im Kryostaten ist das Bauelement auf eine Kupferplattform montiert, die wiederum über einen thermischen Widerstand mit dem oberen Ende des Kühlfingers verbunden ist. Mit einem Heizwiderstand kann die Plattform aufgeheizt werden, die Temperatur wird mittels eines Thermoelements gemessen, das am Gehäuse des Bauelements angebracht ist....</u>	97
<u>Abbildung 3.7</u>	<u>Rauschspektrum eines rauscharmen Transistors in Abhängigkeit von der Temperatur bei den durch das Messsystem vorgegebenen 8 Frequenzen (s.Kapitel 3.1). Auf der y-Achse ist die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte aufgetragen. Die 8 Kurven bei den verschiedenen Frequenzen sind farblich gekennzeichnet und können anhand der Legende, die sich rechts neben der Darstellung der Rauschspektren befindet, den zugehörigen Frequenzen zugeordnet werden.....</u>	99
<u>Abbildung 3.8</u>	<u>Rauschspektrum eines SSJFETs (s.[Pinotti93]) in Abhängigkeit von der Temperatur bei den vom Messsystem vorgegebenen 8 Frequenzen (s.Kapitel 3.1). Auf der y-Achse ist die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte aufgetragen. Die 8 Kurven bei den verschiedenen Frequenzen sind farblich gekennzeichnet und können anhand der Legende, die sich rechts neben der Darstellung der Rauschspektren befindet, den zugehörigen Frequenzen zugeordnet werden.....</u>	100
<u>Abbildung 3.9</u>	<u>Rauschspektrum eines p-JFETs, der in einem DEPFET (s.[Klein96]) integriert ist. Das Rauschspektrum ist in Abhängigkeit von der Temperatur bei den vom Messsystem vorgegebenen 8 Frequenzen aufgetragen. Auf der y-Achse ist die Wurzel der mittleren spektralen Rauschleistungsdichte aufgetragen. Die 8 Kurven bei den verschiedenen Frequenzen sind farblich gekennzeichnet und können anhand der Legende, die sich rechts neben der Darstellung der Rauschspektren befindet, den zugehörigen Frequenzen zugeordnet werden.</u>	101
<u>Abbildung 3.10</u>	<u>Energieauflösung eines SSJFET (s.[Pinotti93]) in Abhängigkeit von der Temperatur bei verschiedenen Filterzeiten. Die Werte wurden aus gemessenen Rauschspektren mit Hilfe der in diesem Kapitel vorgestellten Methode berechnet. ....</u>	108
<u>Abbildung 3.11</u>	<u>Energieauflösung des spektroskopischen Systems aus Kapitel 2.3.1 in Abhängigkeit von der Filterzeit bei Vorhandensein eines weißen Rauschens am Gate1 mit einer</u>	

<u>Amplitude von</u>	$4 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$	<u>. Die Energieauflösung ist in Rauschladungen am Gate1 ausgedrückt.</u>	
<u>Für die Kapazität an Gate1 wurde ein Wert von</u>	$120 fF$	<u>gewählt und als Filter ein</u>	
<u>CR – RC<sup>3</sup> – Filter betrachtet. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf die analytische</u>		<u>Berechnung der Energieauflösung in diesem Kapitel, die Punkte auf die Ermittlung der</u>	
<u>Energieauflösung mit Hilfe der Methode, die im Kapitel 3.2.2.1 vorgestellt wurde.....</u>			111
<u>Abbildung 3.12</u>	$1/f$	<u>-Rauschspektrum, das bei 10Hz eine Amplitude von</u>	$100 \frac{nV}{\sqrt{Hz}}$
		<u>hat und</u>	
<u>dementsprechend eine Konstante</u>	$K_{1/f} = 10^{-13} V^2$	<u>besitzt.....</u>	113
<u>Abbildung 3.13</u>		<u>Energieauflösung des spektroskopischen Systems, das in Kapitel 2.3.1</u>	
		<u>beschrieben wurde. Es wurde nur ein Kanalstromrauschen berücksichtigt, das ein</u>	
		<u>1/f -</u>	
		<u>Spektrum besitzt. Die durchgezogene Linie bezieht sich auf die analytische Berechnung der</u>	
		<u>Energieauflösung, die Punkte entstammen der numerischen Methode, die in Kapitel 3.2.2.1</u>	
		<u>vorgestellt wurde. ....</u>	114
<u>Abbildung 3.14</u>	$1/f^2$	<u>-Rauschspektrum, von dem ausgehend die Energieauflösung des</u>	
		<u>spektroskopischen Systems berechnet wurde, das in Kapitel 2.3.1 beschrieben wurde.....</u>	117
<u>Abbildung 3.15</u>		<u>Energieauflösung des spektroskopischen Systems, das in Kapitel 2.3.1</u>	
		<u>beschrieben wurde. Es wurde nur ein Kanalstromrauschen berücksichtigt, das ein</u>	
		<u>1/f<sup>2</sup> -</u>	
		<u>Spektrum besitzt. Die Punkte entstammen der numerischen Methode, die in Kapitel 3.2.2.1</u>	
		<u>vorgestellt wurde. Die durchgezogene Kurve stellt die Funktion dar, die man aus analytischen</u>	
		<u>Berechnungen erwartet. ....</u>	119
<u>Abbildung 3.16</u>		<u>In der obigen Abbildung sind die verschiedenen Abhängigkeiten der</u>	
		<u>Energieauflösung von der Filterzeit zusammenfassend dargestellt, die sich für einige</u>	
		<u>exemplarische Rauschspektren ergeben. Von den in diesem Kapitel verwendeten</u>	
		<u>Rauschspektren wurde nur die Frequenzabhängigkeit übernommen, nicht aber die jeweiligen</u>	
		<u>Amplituden. Entsprechend der Legende bezieht sich die rote Kurve auf ein serielles Rauschen</u>	
		<u>(in Bezug auf das Gate1) mit weißem Rauschspektrum, die gelbe auf ein serielles Rauschen mit</u>	
		<u>einem 1/f -Spektrum und die grüne auf ein serielles Rauschen mit einem 1/f<sup>2</sup> -Spektrum. Zu</u>	
		<u>Vergleichszwecken ist in dieser Abbildung noch zusätzlich die Abhängigkeit der</u>	
		<u>Energieauflösung von der Filterzeit eines Leckstromrauschens am ersten Gate aufgetragen</u>	
		<u>(blaue Kurve, weißes paralleles Rauschen in Bezug auf das Gate1). ....</u>	120

- Abbildung 3.17      Rauschspektrum und daraus berechnete Energieauflösung eines SSJFETs. Die für die Messung bzw. Berechnung verwendeten Parameter sind über den Graphiken aufgelistet. Mittels der rechts neben den Abbildungen eingefügten Legenden können die Frequenzen bzw. die Filterzeiten zu den jeweiligen Kurven identifiziert werden. Im Fall der Rauschspektren sind die extrapolierten Rauschwerte bei 1MHz (schwarz/durchgezogene Linie), 10MHz (schwarz/gestrichelte Linie) und 100MHz (schwarz/gepunktete Linie) zusätzlich zu den gemessenen Rauschwerten dargestellt. .... 123
- Abbildung 3.18      Rauschspektrum und daraus berechnete Energieauflösung eines pJFETs, der in einen DEPFET integriert ist (s.[Klein96]). Die für die Messung bzw. Berechnung verwendeten Parameter sind über den Graphiken aufgelistet. Mittels der rechts neben den Abbildungen eingefügten Legenden können die Frequenzen bzw. die Filterzeiten zu den jeweiligen Kurven identifiziert werden. Im Fall der Rauschspektren sind die extrapolierten Rauschwerte bei 1MHz (schwarz/durchgezogene Linie), 10MHz (schwarz/gestrichelte Linie) und 100MHz (schwarz/gepunktete Linie) zusätzlich zu den gemessenen Rauschwerten dargestellt. .... 126
- Abbildung 3.19      Rauschspektren und daraus berechnete Energieauflösung eines rauscharmen nJFETs. Die für die Messung bzw. Berechnung verwendeten Parameter sind über den Graphiken aufgelistet. Mittels der rechts neben den Abbildungen eingefügten Legenden können die Frequenzen bzw. die Filterzeiten zu den jeweiligen Kurven identifiziert werden. .... 128
- Abbildung 3.20      Temperaturabhängige Rauschmessung an einem kommerziell erhältlichen nJFET des Herstellers INTERFET. Es andelt sich hierbei um einen 3-endigen Transistor, d.h. die beiden Gates sind miteinander niederohmig verbunden. Der Transistor wurde für die Messung in Sättigung unter einem konstanten Kanalstrom von  $200\text{ mA}$  betrieben. Anhand dieser Messung lassen sich deutlich vier Temperaturbereiche unterscheiden, in denen das Niederfrequenzrauschen der jeweiligen Störstellen maximal wird. .... 129
- Abbildung 3.21      Anpassung der Messdaten im Bereich des Rauschhügels B (s. Abbildung 3.20) mit analytisch berechneten Rauschkurven für einzelne Störstellen verschiedener Energie und verschiedenen Wirkungsquerschnitts. Die farbigen Kurven beziehen sich auf die Messung, die schwarzen Kurven geben das Ergebnis der jeweiligen Anpassung wider. Die Frequenzen zu den einzelnen Rauschkurven können der Abbildung 3.20 entnommen werden. Es wurde angenommen, daß nur Elektronen- und keine Löcherkommunikation mit der Störstelle stattfindet, d.h. die Störstelle sich in der Nähe des Kanals befinde. Die Elektronenkonzentrationen an der Stelle der Störstelle wurde so gewählt, daß das RTS-Rauschen seinen maximalen Einfluß als Rauschspektrum hat ( $n = 10^{10} / \text{cm}^3$ ). Mit Hilfe dieser Berechnungen kann der Bereich für die charakteristischen Größen der Störstelle abgeschätzt

werden, in dem das analytische Modell noch in Einklang mit den Messungen zu bringen ist. Die beiden ersten Diagramme zeigen die beiden Extremfälle mit einer Störstelle der minimal bzw. maximal möglichen Energie. Die letzte Darstellung gibt das Ergebnis des Modells für den Fall wider, von dem für die folgende Anpassung ausgegangen wurde...... 133

Abbildung 3.22 Anhand der hier angeführten Sequenz von Darstellungen kann nachvollzogen werden, wie der gemessene Rauschhügel B durch 6 Störstellen gleichen Typs angepaßt werden kann. Der Typ der Störstelle wurde in der vorangegangenen Betrachtung (s. Abbildung 3.21) ausgewählt. Abgebildet sind die Rauschkurven der einzelnen Störstellen sowie der jeweils bereits verwendeten Störstellen. Die Parameterwerte für die einzelnen Störstellen können in der Spalte ganz rechts abgelesen werden. Von Störstelle zu Störstelle wird nur die Elektronenkonzentration am Ort der jeweiligen Störstelle und der von ihr hervorgerufene Stromsprung verändert. ..... 138

Abbildung 3.23 In dieser Abbildung sind schematisch der vermessene nJFET in Sättigung und die mögliche Lage von Störstellen des Typs B4 und B6 durch Linien dargestellt. Die Linien für die Störstellen der übrigen Arten befinden sich zwischen den eingezeichneten Linien. Der für die Anpassung notwendige Stromsprung kann entweder durch eine einzelne Störstelle oder durch mehrere Störstellen hervorgerufen werden, die im Vergleich zur einzelnen Störstelle näher an der Source des Transistors liegen müssen...... 139

Abbildung 3.24 Rauschspektren aus drei direkt aufeinanderfolgenden identischen Messungen an einem pJFET, der in einen DEPFET integriert ist (s. [Klein96]). Die durchgezogenen Linien beziehen sich auf die erste Messung, die gleichmäßig gestrichelten Linien auf die zweite und die ungleichmäßig gestrichelten Linien auf die dritte Messung. Anhand dieser Rauschmessungen können vier Typen von Störstellen identifiziert werden (A, B, C, D). Die Verbindungslinien zwischen Maxima der ersten und der dritten Messung verdeutlichen, daß der Störstellentyp C in jeder dieser beiden Messungen auftritt...... 142

## Danksagung

Mein Dank gilt allen Personen, deren Unterstützung zu dieser Arbeit beigetragen hat.

*Prof. Dr. Arnold Staude* übernahm freundlicherweise die universitäre Betreuung dieser Arbeit.

*Dr. Gerhard Lutz* ermöglichte es mir, in diesem interessanten Arbeitsgebiet meine Promotion durchzuführen. Ich danke ihm für viele hilfreiche und anregende Gespräche und für kritische Kommentare zur Arbeit.

Ein spezieller Dank gilt *Prof. Dr. K. Kandiah*, der den Messaufbau ACUMEN dem Halbleiterlabor der Max-Planck-Institute für Physik und extraterrestrische Physik zur Verfügung gestellt hat, mit dem Rauschmessungen an Transistoren in Abhängigkeit von der Temperatur und der Frequenz durchgeführt werden können. Ich konnte in zahlreichen Gesprächen von seinem großen Erfahrungsschatz im Bereich des Rauschens in Halbleitern profitieren.

Ich möchte mich auch bei den italienischen Kollegen aus Mailand (Politecnico di Milano) *Prof. Dr. Emilio Gatti*, *Dr. Riccardo Sacco* und *Dr. Chiara Guazzoni* für die Bereitstellung und die Einführung des bzw. in das Simulationsprogramm(s) bedanken, mit Hilfe dessen das RTS-Rauschen in einem Widerstand und einem JFET simuliert wurde.

Für die Unterstützung bei der Durchführung der Messungen bedanke ich mich bei *Markus Erber*, *Joachim Noll*, *Stephan Malkmus*, *Stefan Bonerz*, *Oliver Heinz Felber* und *Markus Herbing*.

*Susanna Kemmer* war stets eine zuverlässige Hilfe für das Montieren und Bonden der Bauelemente.

Bei *Dr. Peter Lechner* und bei meinem Bruder *Dr. Dominik Hörnel* möchte ich mich für kritische Anmerkungen und nützliche Anregungen zu dieser Arbeit bedanken.

# Lebenslauf

## Persönliche Daten

Name: Nicolas Hörnel  
Adresse: Clemensstr. 90  
80796 München  
Geburtsdatum: 18.1.1970  
Geburtsort: Offenburg

## Ausbildung

1976 – 80      Grundschule (Falkenhausenschule Kehl)  
1980 – 83      Gymnasium (Einstein-Gymnasium Kehl)  
1983 – 89      Gymnasium (Deutsche Schule Rom)  
1989            Beginn des Physikstudiums an der  
Technischen Universität Berlin  
1992            Vordiplom  
1992            Fortsetzung des Studiums an der  
Ludwig-Maximilians-Universität München  
1994 /95       Experimentelle Diplomarbeit am  
Max-Planck-Institut für Physik in München  
(Werner-Heisenberg-Institut)

1996	Diplom
1996 /97	Zivildienst am Max-Planck-Institut für Psychiatrie München, Abteilung Kernspintomographie
1997	Beginn der Dissertation am Max-Planck-Institut für Physik München / an der Ludwig-Maximilians-Universität München